

ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

ВЫВОД РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ ЗВЕЗДНЫХ ВСПЫШЕК В ЗВЕЗДНОМ АГРЕГАТЕ	<i>В. А. Амбарцумян</i>	367
ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО РАССЕЯНИЯ НА НЕПРЕРЫВНЫЙ СПЕКТР ЗВЕЗДЫ	<i>В. В. Соболев</i>	383
ДИФFUЗНОЕ ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ИНДИКАТРИСЕ РАССЕЯНИЯ	<i>А. Г. Никогосян, Г. А. Арутюнян</i>	393
О ПРИБЛИЖЕННОМ РАСЧЕТЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ	<i>В. П. Горелов, В. И. Ильин</i>	407
Р ЛЕБЕДЯ В ДАЛЕКОМ УЛЬТРАФИОЛЕТЕ <i>В. А. Амбарцумян, Л. В. Мирзоян, Т. П. Сноу</i>		425
ПРОИСХОЖДЕНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И СВЕРХПЛОТНАЯ КОСМОГОНИЯ	<i>Р. М. Мурадян</i>	439
РАДИОСПЕКТР ОQ 208 — МАРКАРЯН 668 <i>Г. Коджоян, Д. Ф. Дикинсон, Г. М. Товмасын, А. С. К. Диниер</i>		447
О МОРФОЛОГИИ КОМПАКТНЫХ ГРУПП КОМПАКТНЫХ ГАЛАКТИК <i>Р. К. Шахбазян, А. С. Амирханян</i>		455
О СЖАТИЯХ ГАЛАКТИК В СКОПЛЕНИЯХ А 193 И А 2255 <i>А. Т. Каллолян</i>		467
МЕТОД РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ МОДЕЛЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАСС В ГАЛАКТИКАХ	<i>С. А. Кутузов, В. О. Сергеев</i>	473
КОНФИГУРАЦИИ ВЫРОЖДЕННЫХ МАСС ПО БИМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ <i>Г. С. Саакян, А. В. Саркисян, Б. В. Хачатрян, Э. В. Чубарян</i>		489
АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА В ЗВЕЗДАХ <i>О. И. Боголюбовский</i>		501
К ВОПРОСУ О ПРОИСХОЖДЕНИИ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ <i>Ю. К. Мелик-Алавердян</i>		515
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ		
КОЛОРИМЕТРИЯ КОМЕТАРНОЙ ТУМАННОСТИ ПАРСАМЯН 21 <i>Э. С. Парсмян, В. М. Петросян</i>		521
О НЕКОТОРЫХ ИЗМЕНЕНИЯХ В СПЕКТРЕ R MON	<i>Т. Ю. Магакян</i>	524
О ЗАДАЧАХ ПЕРЕНОСА В БЕСКОНЕЧНОЙ СРЕДЕ	<i>М. С. Геворгян</i>	527
ИССЛЕДОВАНИЕ «ЭФФЕКТА КРАЯ ПОЛЯ» НА ОСНОВЕ ДАННЫХ МОРФОЛОГИЧЕСКОГО КАТАЛОГА ГАЛАКТИК	<i>Н. Г. Котошвили</i>	530
К ВОПРОСУ О ВОЗНИКНОВЕНИИ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ ВИХРЕВОЙ СИСТЕМЫ В ЯДРАХ ПУЛЬСАРОВ	<i>В. А. Чернобай, О. П. Беззуб</i>	533

Խ մ ր ա գ ր ա կ ա ն Կ ո լ լ Ե գ ի ա

Ա. Ա. Բոյարչուկ, Յա. Բ. Զելդովիչ, Հ. Մ. Թովմասյան, Ս. Ա. Կապլան]

Ի. Մ. Կոպիլով, Վ. Հ. Համբարձումյան (գլխավոր խմբագիր),

Բ. Ե. Մարգարյան, Լ. Վ. Միրզոյան (գլխ. խմբագրի տեղակալ),

Վ. Վ. Սոբոլև (գլխ. խմբագրի տեղակալ)

Редакционная коллегия

В. А. Амбарцумян (главный редактор), А. А. Боярчук, Я. Б. Зельдович,

С. А. Каплан], И. М. Копылов, Б. Е. Маркарян, Л. В. Мирзоян (зам. главного редактора), В. В. Соболев (зам. главного редактора), Г. М. Товмасын

«АСТРОФИЗИКА» — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство «Международная книга», Москва, 200.

«ԱՍՏՐՈՖԻԶԻԿԱ»-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակվում է Հայկական ՍՍՀ Դիտությունների ակադեմիայի կողմից: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների ու միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և արտադալակտիկային աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային սահմանակից բնագավառների զոնով:

Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Հանդեսը լույս է տեսնում տարեկան 4 անգամ, 1 համարի արժեքն է 1 ուրլի, բաժանողադիր 4 ուրլի մեկ տարվա համար: Բաժանողազրվել կարելի է «Սոյուզպեչատ»-ի բոլոր բաժանմունիներում, իսկ արտասահմանում «Մեծդունաբողնայա կնիգա» զործակալության միջոցով, Մոսկվա, 200:

Главному редактору журнала „Астрофизика“
академику В. А. АМБАРЦУМЯНУ

Глубокоуважаемый

Виктор Амазаспович!

Редколлегия журнала „Астрофизика“ сердечно поздравляет Вас с 70-летием со дня рождения.

В Вашем лице мы приветствуем крупнейшего советского астрофизика и выдающегося организатора науки в нашей стране.

Нам особенно приятно то, что, выполняя многочисленные и важные обязанности, Вы находите также время для руководства нашим журналом, делая это со дня его основания.

Желаем Вам, дорогой Виктор Амазаспович, крепкого здоровья, полного благополучия, новых больших достижений как в научной работе, так и в других направлениях Вашей деятельности.

РЕДКОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА „АСТРОФИЗИКА“

18 сентября 1978 г.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.802

ВЫВОД РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ ЗВЕЗДНЫХ ВСПЫШЕК В ЗВЕЗДНОМ АГРЕГАТЕ

В. А. АМБАРЦУМЯН

Поступила 16 мая 1978

Семидесятилетию Ханнеса Альвена
посвящает эту работу автор

Данные о вспыхивающих звездах в Плеядах прямо свидетельствуют в пользу того, что средняя частота вспышек у различных вспыхивающих звезд сильно различается. Решается задача об определении функции распределения средних частот вспыхивающих звезд на основе статистических данных о всех вспышках, наблюдаемых в данном агрегате, поскольку определение средней частоты вспышек для индивидуальных звезд практически невозможно. Задача решена на основе использования хронологии открытий («первых вспышек») и хронологии подтверждений, т. е. распределения по времени («вторых вспышек»). Дано конкретное решение для совокупности вспыхивающих звезд в Плеядах.

Как это видно из текста, полученные результаты далеко не являются окончательными. Однако возможность использования хронологии открытий вспыхивающих звезд и хронологии подтверждений для получения серьезной информации, характеризующей скопление, представляется автору настолько удивительной, что он решился посвятить данную статью юбилею такого выдающегося астрофизика и физика, как профессор Х. Альвен.

1. В астрономии часто приходится иметь дело с такими случаями, когда по измерениям некоторых непосредственно наблюдаемых величин ищутся значения других, связанных с ними величин или функций, которые непосредственно не могут быть измерены, но описывают сущность явления или строение какого-либо объекта. Часто такие случаи приводятся к решению математических задач, называемых обычно «обратными задачами математической физики». Иногда же проблема приводится к решению математической задачи, не требующей особо сложного аппарата.

В качестве примера из классической астрономии можно привести решенную Гауссом задачу об определении элементов планетной орбиты по трем наблюдениям, которая является обратной по отношению к «прямой задаче» вычисления эфемериды планеты по заданным элементам ее орбиты.

Простым примером из области звездной астрономии может служить задача об определении пространственной звездной плотности в шарообразном звездном скоплении как функции расстояния до центра скопления, исходя из найденного путем наблюдений распределения звездной плотности в проекции на небесную сферу. Как известно, эта задача сводится к решению интегрального уравнения Абеля. Конечно, и при решении этой задачи делаются некоторые предположения. В частности принимается, что можно пренебречь отклонениями от сферического распределения.

В задаче о шарообразном скоплении довольно хорошо проявляется ее статистический характер и связанные с этим трудности. Дело в том, что поверхностная звездная плотность не может быть найдена из наблюдений со сколь угодно большой точностью. Последняя лимитируется случайными флуктуациями. Возникающая таким образом неопределенность (неточность) заданной функции вызывает еще большую неопределенность в искомой функции (пространственной плотности).

Третьим примером, в котором, однако, трудности, связанные со статистической природой, получаемой из наблюдений функции, еще более очевидны, является задача о нахождении функции распределения пространственных скоростей звезд $\varphi(\xi, \eta, \zeta)$ по наблюдаемой функции $\psi(\nu, \alpha, \delta)$ распределения лучевых скоростей звезд в различных частях небесной сферы. Эта задача была поставлена в свое время Эддингтоном и решена автором около 40 лет тому назад [1].

В качестве четвертого примера можно привести задачу об определении полного количества вспыхивающих звезд в скоплении (или в звездной ассоциации), когда известны числа звезд, которые претерпели за определенный промежуток времени τ по одной, по две, по три и т. д. вспышки, но еще остается неизвестное, но большое число неоткрытых вспыхивающих. Эта обратная задача допускает простую математическую формулировку в том случае, когда вспышки каждой из вспыхивающих звезд представляют собой однородную (постоянной средней частоты) пуассонову последовательность. В том случае, когда средняя частота вспышек для всех вспыхивающих звезд одна и та же, то достаточно знать лишь числа звезд m_1 и m_2 , вспыхнувших по одному и соответственно по два раза. Тогда число звезд m_0 , еще не испытавших вспышки, т. е. не наблюдаемых во вспышках, определяется с помощью простой формулы [2]

$$m_0 = \frac{m_1^2}{2m_2}. \quad (1)$$

На самом деле соотношение (1) имеет место лишь между математическими ожиданиями величин m_0 , m_1 , и m_2 . Однако, за неимением лучшего, для вычисления математического ожидания m_0 мы обычно подставляем

в (1) вместо математических ожиданий m_1 и m_2 их наблюдаемые значения за время τ .

2. Изучение вопроса, однако, показывает, что по крайней мере в некоторых звездных агрегатах имеются звезды с сильно отличающимися друг от друга средними частотами вспышек [3]. Примером такого агрегата могут служить Плеяды. Вследствие этого применение формулы (1) дает грубый результат, пригодный лишь для первой ориентировки, и можно утверждать, что для описания совокупности вспыхивающих звезд необходимо знать как полное число вспыхивающих N , так и функцию их распределения $f(\nu)$ по частотам ν . Еще более полной была бы информация об этих количествах для каждого интервала видимой величины (в минимуме блеска). Для точного решения этой задачи следовало бы применить прямой метод, заключающийся в столь длительном слежении за скоплениями, чтобы каждая из вспыхивающих звезд успела претерпеть столь значительное число вспышек, что представилось бы возможным оценить значение средней частоты для каждой индивидуальной звезды. Для находящихся в настоящее время под наблюдением астрономов звездных агрегатов, содержащих вспыхивающие звезды (например, Плеяды, Орион), это невозможно, ибо материал, собранный за несколько лет наблюдений, оставляет еще неоткрытой значительную часть вспыхивающих звезд, а звезды, у которых зарегистрированы более чем две вспышки, составляют лишь незначительную часть всех вспыхивающих. Поэтому поставим задачу статистического определения общего числа вспыхивающих звезд и их распределения по частотам вспышек без предварительного определения средних частот для каждой звезды. Предположим пока, что это распределение не зависит от звездной величины в минимуме блеска. Метод решения в принципе будет применим и к нахождению тех же данных для отдельных интервалов звездных величин.

Пусть в момент $t = 0$ мы начинаем слежение (регистрацию вспышек) за нашим агрегатом и пусть $P(t)$ будет вероятность того, что в промежутке $(0, t)$ произойдет хотя бы одна вспышка случайно выбранной в агрегате вспыхивающей звезды. Пока мы допустим, что наблюдения ведутся непрерывно. Это допущение делается лишь ради простоты рассуждений. Как увидим в дальнейшем, от этого условия можно отказаться, причем результаты останутся в силе, если только соответственно изменить способ отсчета времени от начала $t = 0$.

Тогда $P(t)$ выразится через функцию $f(\nu)$ распределения пуассоновского параметра ν (средней частоты вспышек звезды) следующим образом:

$$P(t) = 1 - \int_0^{\infty} e^{-\nu t} f(\nu) d\nu. \quad (2)$$

Очевидно, что величина $NP(t)$ будет математическим ожиданием числа происшедших к моменту t «первых» вспышек, т. е. математическим ожиданием числа открытых к моменту t вспыхивающих звезд (предполагается, что до момента $t = 0$ не было известно ни одной вспыхивающей звезды).

Очевидно, что производная

$$n_1(t) = N \frac{dP(t)}{dt} \quad (3)$$

будет означать математическое ожидание числа звезд, испытывающих свои «первые» вспышки (открываемых) в единицу времени в момент t . Из (2) и (3) следует

$$n_1(t) = N \int_0^{\infty} e^{-\nu t} \nu f(\nu) d\nu, \quad (4)$$

откуда имеем

$$\frac{n_1(t)}{n_1(0)} = \frac{\int_0^{\infty} e^{-\nu t} \nu f(\nu) d\nu}{\int_0^{\infty} \nu f(\nu) d\nu}.$$

Вводя среднее значение $\bar{\nu}$ средней частоты вспышек, которое равно

$$\bar{\nu} = \frac{\int_0^{\infty} \nu f(\nu) d\nu}{\int_0^{\infty} f(\nu) d\nu}, \quad (5)$$

получаем уравнение

$$\frac{n_1(t)}{n_1(0)} = \frac{1}{\bar{\nu}} \int_0^{\infty} e^{-\nu t} \nu f(\nu) d\nu. \quad (6)$$

Левая часть этого уравнения может быть найдена из наблюдений. Поскольку значение $\bar{\nu}$ в этом уравнении нам неизвестно, то мы, выполнив обращение интегрального преобразования Лапласа, можем найти $f(\nu)$ лишь с точностью до постоянного множителя. Поскольку, однако, $f(\nu)$ есть плотность вероятности, то условие нормировки

$$\int_0^{\infty} f(\nu) d\nu = 1 \quad (7)$$

позволит всегда определить этот постоянный множитель.

Поскольку каждый пуассоновский процесс состоит из независимых друг от друга событий, то в результате вырезывания конечных отрезков оси времени и сшивания оставшихся отрезков опять мы будем иметь пуассонову последовательность вспышек для каждой звезды, если только это вырезывание производится совершенно независимо от имеющейся конкретной реализации процесса. В силу этого, нарушения (пропуски) непрерывности слежения, вызванные условиями работы наблюдателей (смена дня и ночи, смена погоды и т. д.), не играют роли. Нужно только, приняв в момент начала наблюдений $t = 0$, считать за входящее в формулу время t суммарное время регистраций (сумму экспозиций), выполненных, начиная с $t = 0$.

Обратим теперь внимание на физический смысл левой части уравнения (6). Поскольку при t , близких к нулю, все наблюдаемые вспышки являются первыми вспышками соответствующих звезд за период наблюдений, то число $n_1(0)$ одновременно означает и количество всех происходящих в агрегате вспышек, и количество всех «первых» вспышек в единицу времени. Но, с другой стороны, поток *всех* вспышек стационарен по предположению, ибо он составляет сумму пуассоновских процессов. Поэтому $n_1(0)$ является и числом *всех* вспышек в единицу времени для любого момента. Поэтому левая часть (6) означает *относительную долю «первых» вспышек $n_1(t)$ среди всех вспышек, происходящих в единицу времени.* Если $t = 0$ есть момент начала слежения за агрегатом вообще, то $n_1(t)$ есть число вспыхивающих звезд, открываемых вновь в единицу времени. Следовательно, уравнение (6) имеет и следующий смысл: *относительная доля новооткрываемых вспыхивающих звезд среди всех звезд, вспыхивающих в единицу времени, с точностью до постоянного множителя равна лапласовскому преобразованию функции $\psi(\nu)$.*

3. Пусть для решения уравнения (6) мы определяем из наблюдательных данных отношение $n_1(t)/n_1(0)$ путем подсчета первых вспышек для шести интервалов времени, т. е. разбиваем весь промежуток времени наблюдений на шесть равных частей. Поскольку соответствующие числа $n_1(t)$ для Плеяд к настоящему моменту будут при этом в среднем порядка 80, то случайные отклонения наблюдаемых значений $n_1(t)$ от их математических ожиданий должны быть порядка 10% от значения самой величины. При этих условиях, когда заданная функция задана всего в шести точках и при том со столь малой точностью, выполнение операции, обратной преобразованию Лапласа, приведет к очень большим относительным ошибкам в определении искомой функции распределения $f(\nu)$.

Можно, однако, надеяться существенно улучшить положение дел, если мы используем еще возможность косвенного определения функции $n_1(t)$ из других наблюдательных данных.

Для этого напишем формулу для ожидаемого числа звезд N_2 , у которых за время t наблюдалась как первая, так и вторая вспышка, т. е. за это время имели место две вспышки или больше:

$$N_2 = N \int_0^{\infty} f(v) (1 - e^{-vt} - e^{-vt} vt) dv \quad (8)$$

или

$$\dot{N}_2 = N_1 - N \int_0^{\infty} f(v) e^{-vt} v t dv, \quad (9)$$

где

$$N_1 = NP(t) = N \int_0^{\infty} f(v) (1 - e^{-vt}) dv. \quad (10)$$

Легко видеть из (9), что

$$N_2 = N_1 + Nt \frac{d}{dt} \int_0^{\infty} e^{-vt} f(v) dv. \quad (11)$$

И так как на основании (10) и (7)

$$N \int_0^{\infty} f(v) e^{-vt} dv = N - N_1(t),$$

получаем

$$N_2 = N_1 + t \frac{d}{dt} (N - N_1). \quad (12)$$

Поскольку $dN/dt = 0$, то

$$N_2 = N_1 - t \frac{dN_1}{dt}. \quad (13)$$

Рассматривая (13) как дифференциальное уравнение для N_1 , мы получаем его решение как функцию времени $N_1(t)$:

$$N_1(t) = Ct - t \int_0^t \frac{N_2(u) du}{u^2}. \quad (14)$$

Для определения значения постоянной C продифференцируем это уравнение по t и учтем, что производная левой части равна

$$n_1(t) = C - \int_0^t \frac{N_2(u) du}{u^2} - \frac{N_2(t)}{t}.$$

При $t = 0$ получаем

$$n_1(0) = C,$$

поскольку при малых t величина $N_2(t)$ должна быть порядка t^2 . Итак, имеем

$$N_1(t) = n_1(0)t - t \int_0^t \frac{N_2(u) du}{u^2}. \quad (15)$$

Дифференцируя по t и затем интегрируя по частям, имеем

$$n_1(t) = n_1(0) - \int_0^t \frac{dN_2(u)}{u}.$$

Очевидно, что поскольку $dN_2(t) = n_2(t) dt$, где $n_2(t)$ есть число вторых вспышек, регистрируемых в единицу времени, мы можем переписать это равенство в виде

$$n_1(t) = n_1(0) - \int_0^t \frac{n_2(u) du}{u}. \quad (16)$$

Таким образом, мы получаем значения функции $n_1(t)$, выраженные через статистику моментов вторых вспышек, данные о которой, очевидно, в какой-то степени независимы от распределения первых вспышек. Кроме того, искомые значения $n_1(t)$ определяются посредством (16) путем интегрирования наблюдаемой функции $n_2(t)$, что приводит к меньшим относительным флуктуациям в получаемых значениях $n_1(t)$. Можно поэтому ожидать, что этот второй метод эмпирического определения $n_1(t)$ поможет более точному вычислению левой части уравнения (6). Это, в свою очередь, крайне важно для более уверенного получения решения этого уравнения.

4. На основании сказанного можно составить следующую программу вывода функции распределения средних частот вспышек $f(v)$.

а) Все вспышки располагаются в хронологическом порядке, после чего, выделяя «первые вспышки», мы можем посредством прямых подсчетов составить функцию $n_1(t)/n_1(0)$, представляющую долю первых вспышек среди всех вспышек, как функцию времени. При этом речь идет не о календарном времени, а о времени, отсчитанном от начала наблюдений по воображаемым часам, которые идут только во время наблюдений данного агрегата. Для этого вся продолжительность полного времени наблюдений разбивается на интервалы, столь малые, что в них математическое ожидание изменения $n_1(t)$ должно быть небольшим по сравнению с самим $n_1(t)$. Например, продолжительность каждого интервала может быть порядка 30 или 50 часов. В этих интервалах производятся подсчеты $n_1(t)$.

б) Таким же образом составляется функция $n_2(t)$ и на основании формулы (16) получается $n_1(t)$ посредством численного интегрирования.

Вследствие своеобразной неустойчивости задачи обращения уравнения (6), что математики называют «некорректностью» таких обратных задач, желательно использовать оба способа определения $n_1(t)/n_1(0)$, как для проверки, так и для усреднения.

в) Посредством обращения преобразования Лапласа на основе формулы (6) из $n_1(t)/n_1(0)$ находят $f(v)$. При этом вообще должна быть использована нормировка (7).

г) Правильность найденного решения $f(v)$ может быть затем проверена на основании других наблюдательных данных, полученных независимо от $n_1(t)$ и $n_2(t)$. Например, на основе выражения для математического ожидания m_k чисел звезд, вспыхнувших за все время τ наблюдений k раз,

$$m_k = N \int_0^{\infty} e^{-v\tau} f(v) \frac{(v\tau)^k}{k!} dv, \quad (17)$$

мы можем, зная $f(v)$, определить отношения

$$\frac{m_k}{m_1}$$

и затем сравнить с наблюдаемой реализацией чисел m_k .

5. Разработанный таким образом способ был применен к совокупности вспыхивающих звезд, наблюдаемых в Плеядах. При этом мы решили пренебречь всеми вспышками, для которых наблюдаемая фотографическим способом амплитуда меньше одной величины. Таким образом, ищется функция распределения частот таких «больших» вспышек. Это вызвано

желанием совершенно исключить кажущиеся вспышки, вызванные случайными локальными отклонениями чувствительности на фотопластинках.

Согласно данным, представленным мне Э. С. Парсамян и основанным на каталоге всех вспышек, взятых из литературы, полное число таких «больших» вспышек равно 822. Весь суммарный период наблюдений составляет при этом 2625 часов. К сожалению, не во всех случаях мы знаем, как располагаются во времени эти часы наблюдений, поскольку авторы обычно не публикуют моменты всех снимков, а ограничиваются лишь публикацией моментов наблюденных вспышек и суммы длительностей всех экспозиций за отчетный период. Поэтому возникла трудность в определении моментов вспышек в нашем условном времени t . Однако обоснованно считая, что вспышечная деятельность шла равномерно в течение всего времени наблюдений τ и поскольку опубликованные моменты позволяют расположить их в хронологической последовательности, вполне достаточно принять, что момент вспышки в условном времени пропорционален номеру вспышки z , т. е.

$$t = z \frac{\tau}{z(\tau)} \quad (18)$$

На рис. 1 пунктирная линия изображает данные о $n_1(t)/n_1(0)$, полученные из непосредственных отсчетов, а плавная кривая есть интерполяция, основанная на тех же данных, но исходящая из представления, что математическое ожидание доли первых вспышек среди всех вспышек должно монотонно убывать со временем.

Наличие значительных колебаний пунктирной кривой по отношению к монотонно убывающей линии хорошо иллюстрирует высказанное выше утверждение о трудности определения значений математического ожидания величин $n_1(t)/n_1(0)$ на основе одних лишь прямых подсчетов.

Далее, на основе непосредственных подсчетов, была определена функция $n_2(t)$. Несмотря на то, что получаемая из наблюдений функция $n_2(t)$ также содержит большие флуктуации, интегрирование по формуле (16) их сильно сглаживает. Мы были поражены тем, насколько значения $n_1(t)/n_1(0)$, полученные таким способом и нанесенные на рисунок в виде точек, хорошо согласуются с проведенной до этого интерполяционной кривой.

Оказывается, что все эти данные удовлетворительно описываются простой интерполяционной формулой:

$$\frac{n_1(t)}{n_1(0)} = \frac{1}{(1 + 0.00260 t)^{2.3}} \quad (19)$$

Легко увидеть, что решение уравнения (6) при таком аналитическом виде левой части должно иметь вид

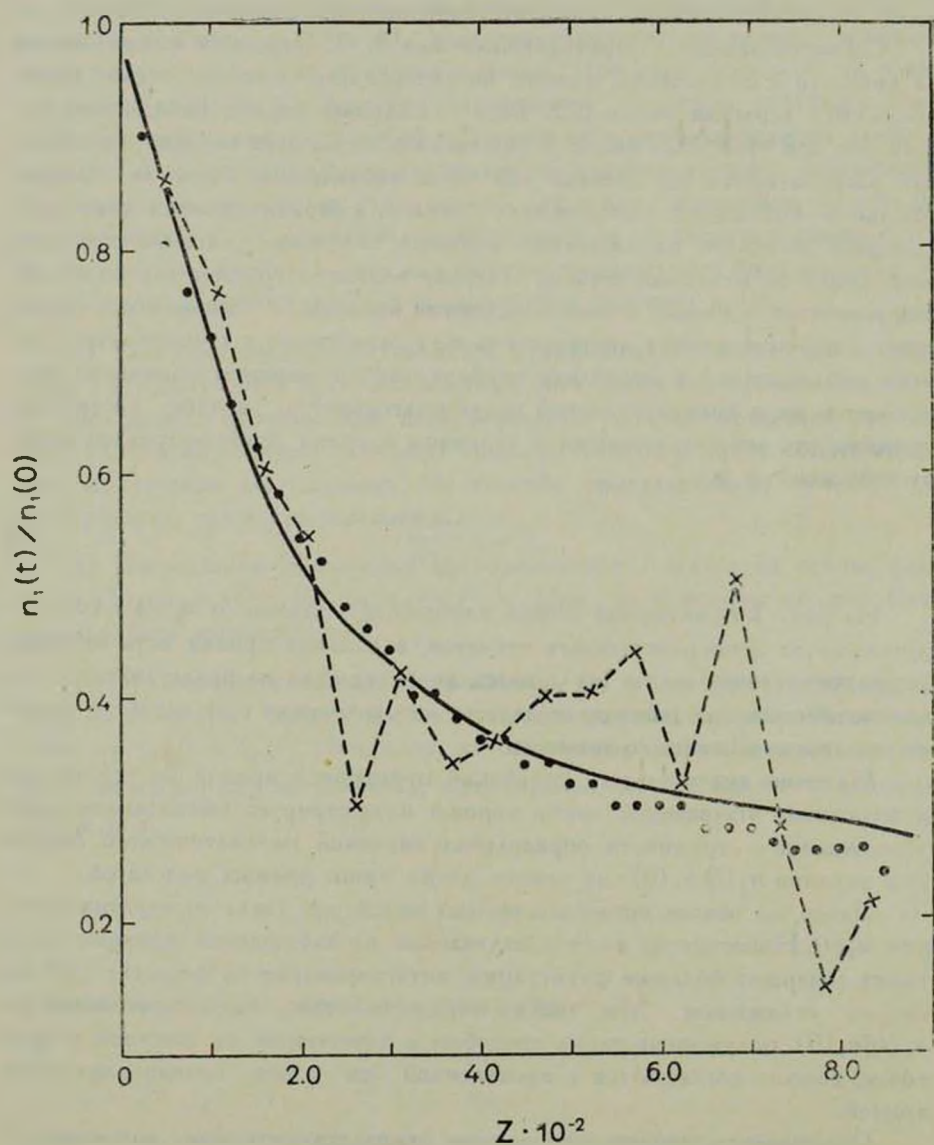


Рис. 1. Зависимость $n_1(t)/n_1(0)$ от z . Крестиками отмечены значения $n_1(t)/n_1(0)$ полученные непосредственно из наблюдений. Плавная кривая представляет собой проведенную от руки интерполяцию, основанную на тех же значениях (см. текст). Точками отмечены значения, вычисленные по формуле (16) на основе подсчетов «вторых» всплесков.

$$f(\nu) = Ce^{-\nu s} \nu^{-4/3}, \quad (20)$$

где параметр s , имеющий размерность времени, равен

$$s = 385 \text{ часов}. \quad (21)$$

О полученной функции распределения $f(\nu)$ следует сделать два замечания: а) значительная часть вспыхивающих звезд имеет средние частоты меньшие, чем 0.001 час^{-1} ; б) имеется сингулярность в точке $\nu = 0$, вследствие чего интеграл по всему промежутку частот расходится. Конечно, при малых значениях ν истинная функция должна вести себя иначе. Но дело в том, что наблюдения, длившиеся всего 2625 часов, очевидно, не могут дать нам никакой весомой информации о статистике вспышек тех звезд, для которых средний промежуток между вспышками больше, чем, скажем, 2500 часов. Для таких частот выражение (20) является чисто формальным результатом. Поэтому предположения о том, что таких звезд с малой частотой вспышек очень мало или очень много, будут одинаково необоснованы. В этом проявляется «некорректность» математической задачи, дающая себя чувствовать при недостатке соответствующих наблюдательных данных.

Конкретизируя, можно сказать, что истинная функция должна иметь вид

$$f(\nu) = Ce^{-\nu s} \nu^{-4/3} g(\nu), \quad (22)$$

где $g(\nu)$ может быть принято равным единице для больших ν (скажем, для $\nu > 0.001 \text{ час}^{-1}$) и стремится быстро к нулю при $\nu \rightarrow 0$. Однако мы пока не можем списать количественно поведение $g(\nu)$ при малых ν .

Последнее обстоятельство не дает возможности определить значение C на основании нормировки (7). Тем не менее, произведение NC , входящее в выражение

$$NCe^{-\nu s} \nu^{-4/3} g(\nu) d\nu, \quad (23)$$

для математического ожидания числа звезд в интервале частот может быть оценено следующим образом.

Из (4) при $t = 0$ мы находим

$$n_1(0) = N \int_0^{\infty} f(\nu) \nu d\nu = NC \int_0^{\infty} e^{-\nu s} \nu^{-1/3} g(\nu) d\nu. \quad (24)$$

Поскольку интеграл в правой части (24) сходится и при $g(\nu) \equiv 1$, то приняв $g(\nu) = 1$ и в той его части, которая относится к малым ν , мы не

внесем уже крупной ошибки. Выполнив интегрирование, при этом допущении получаем

$$NC = n_1(0) \frac{s^{2/3}}{\Gamma(2/3)}.$$

Подставляя сюда $s = 385$ часов, $n_1 = 0.313$ час⁻¹, $\Gamma(2/3) = 1.354$, имеем

$$NC = 12.2.$$

Поэтому (23) для больших частот имеет вид

$$dN = 12.2 e^{-\nu s} \nu^{-4/3} d\nu,$$

где ν должно быть выражено в единицах час⁻¹.

Таково выражение для абсолютного числа вспыхивающих звезд в Плеядах для разных интервалов частот.

Для полного числа звезд, обладающих частотой, большей некоторого ν_0 , получаем

$$N(\nu_0) = 12.2 \int_{\nu_0}^{\infty} e^{-\nu s} \nu^{-4/3} d\nu$$

или, вводя вместо ν переменную $x = \nu s$,

$$N(\nu_0) = 12.2 s^{1/3} \int_{\nu_0 s}^{\infty} e^{-x} x^{-4/3} dx,$$

учитывая значение s , согласно (21) получаем

$$N(\nu_0) = 88.7 \int_{385\nu_0}^{\infty} e^{-x} x^{-4/3} dx. \quad (25)$$

Входящий в правую часть интеграл может быть найден численно для различных значений параметра $\nu_0 s$. Отсюда получается таблица 1 значений $N(\nu_0)$, где P обозначает средний промежуток между вспышками при частоте ν_0 , выраженный в часах.

Конечно, последняя строчка этой таблицы представляет собой грубую экстраполяцию. Тем не менее следует обратить внимание на следующие два неожиданных обстоятельства.

а) Большая часть вспыхивающих звезд имеет средний интервал между вспышками, превосходящий 5000 часов.

6) Хотя численное значение $N(\nu_0)$ в последней строчке таблицы крайне ненадежно, по-видимому, следует считать, что по крайней мере некоторые звезды имеют средние интервалы, превосходящие 20 000 часов.

Оба эти заключения относятся к интервалам между вспышками, амплитуда которых превосходит одну величину.

Таблица 1
ВЫЧИСЛЕННЫЕ ЧИСЛА ЗВЕЗД $N(\nu_0)$ ПЛЕЯД
СО СРЕДНИМИ ЧАСТОТАМИ ВСПЫШЕК.
БОЛЬШИМИ ν_0

ν_0	П	$N(\nu_0)$
5.0	77	0.04
4.0	96	0.18
3.0	128	0.7
2.0	192	3.1
1.0	385	17
0.30	1280	94
0.10	3850	245
0.05	7700	385
0.02	19250	634
0.01	38500	886

6. Полученная функция распределения (20) должна дать, как указывалось выше, возможность сосчитать на основании формулы (17) вытекающие из нее значения отношений математических ожиданий

$$\frac{m_2}{m_1}, \frac{m_3}{m_1}, \dots$$

и сравнить их с наблюдениями. Результаты сравнения приводятся в табл. 2. Поскольку значение постоянной C в формуле (20) остается неизвестным из-за неопределенности искомой функции в области малых частот, то приведенные в третьем столбце табл. 2 (вычисленные) числа m_k получены путем умножения выведенных на основе формул (17) и (20) отношений m_k/m_1 на наблюдаемое значение m_1 ($k = 2, 3, \dots$). Именно поэтому значение m_1 в третьем столбце совпадает со значением той же величины во втором столбце и взято в скобки.

7. В исследованиях по вспыхивающим звездам, выполненных бюроканской группой, всегда ставился вопрос об определении полного числа всех вспыхивающих звезд, а это требует знания числа вспыхивающих N_0 ,

не испытывших за время наблюдений ни одной вспышки. В том приближении, в котором считается, что все вспыхивающие имеют одну и ту же среднюю частоту, значение n_0 получалось из формулы (1). Однако оказывается, что значения ν распределены в довольно широком интервале, а беско-

Таблица 2

k	$(n_k)_{\text{набл.}}$	m_k
1	213	(213)
2	62	62
3	46	30
4	20	17
5	9	11
6	29	30

нечное возрастание $f(\nu)$ по формуле (20) при малых ν , о котором говорилось выше, приводит к расходимости интеграла (17) при $k = 0$. По-видимому, должна быть изменена сама постановка задачи: следует искать не количество всех вспыхивающих звезд, а лишь количество тех вспыхивающих, у которых частоты превосходят некоторое ν_0 .

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE DERIVATION OF THE FREQUENCY-FUNCTION OF STELLAR FLARES IN A STELLAR AGGREGATE

V. A. AMBARTSUMIAN

The existing data on flare stars in Pleiades strongly suggest that the average frequency of flares differs considerably from star to star. The solution of the problem of determination of the distribution function of frequencies of flares in a stellar aggregate is given based on statistical data concerning all flares since the determination of average frequency for the majority of individual stars is practically impossible. For the solution of the problem the chronology of discoveries of the flare stars ("first flares") and chronology of confirmations (observations of "second flares") are used. A concrete solution is found for the case of Pleiades.

As seen from the text the results are far from being final. However, the possibility of utilisation of the chronology of discoveries and of the chronology of confirmations for obtaining serious information describing the state of the cluster seems fascinating and this is the reason why the writer takes the liberty to dedicate this paper to the 70-th birthday of such an outstanding astrophysicist and physicist as Professor H. Alfven.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. A. *Ambartsumian*, M. N., 96, 172, 1935.
2. В. А. Амбарцумян, сб. «Звезды, туманности, галактики», Ереван, 1969, стр. 283.
3. В. А. Амбарцумян, Л. В. Мирзоян, Э. С. Парсмян, О. С. Чавушян, Л. К. Ерастова, Э. С. Казарян, Г. Б. Оганян, И. И. Янкович, *Астрофизика*, 9, 461, 1973.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.035

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО РАССЕЯНИЯ НА НЕПРЕРЫВНЫЙ СПЕКТР ЗВЕЗДЫ

В. В. СОБОЛЕВ

Поступила 28 июня 1978

Рассматриваются фотосферы горячих звезд (или другие астрофизические объекты), в которых важную роль играет рассеяние излучения свободными электронами. Отношение коэффициента электронного рассеяния к коэффициенту поглощения считается произвольной функцией от оптической глубины. Получено линейное интегральное уравнение, определяющее непосредственно интенсивность излучения, выходящего из звезды. Это уравнение решено численно для случая изотермической фотосферы, в которой плотность меняется по барометрическому закону. В этом случае для интенсивности излучения дана также асимптотическая формула.

Как известно, рассеяние излучения на свободных электронах играет важную роль в фотосферах горячих звезд. Эта роль особенно велика в фотосферах звезд типа Вольфа—Райе. Впервые она была исследована В. А. Амбарцумяном [1].

Как показывают оценки (см., например, [2] и [3]), электронное рассеяние необходимо учитывать и при рассмотрении переноса излучения в оболочках сверхновых звезд.

В ряде работ ([4, 5] и др.) механизм электронного рассеяния привлекался также для объяснения распределения энергии в спектрах рентгеновских источников.

Таким образом, задача о влиянии электронного рассеяния на непрерывный спектр встречается при изучении различных астрофизических объектов. Первоначально [6, 7] эта задача рассматривалась при допущении, что отношение коэффициента электронного рассеяния к коэффициенту поглощения не меняется в среде. Недавно [3] при этом допущении был исследован перенос излучения в однородном шаре. Однако упомянутое отношение обычно сильно зависит от глубины, и в работах [8, 9] задача решалась при некоторых частных случаях этой зависимости.

В настоящей статье, как и в нашей статье [9], рассматривается перенос излучения в звездной фотосфере, в которой, наряду с испусканием и поглощением света, происходит и его рассеяние свободными электронами. В результате находится распределение энергии в непрерывном спектре звезды. Однако, в отличие от статьи [9], отношение коэффициента электронного рассеяния к коэффициенту поглощения принимается в другой форме и задача решается другим методом.

Хотя в этой статье речь идет о звездных фотосферах, ее результаты могут применяться и к другим астрофизическим объектам.

Исходные уравнения. Пусть фотосфера состоит из плоско-параллельных слоев и τ_ν — оптическая глубина в частоте ν , равная

$$\tau_\nu = \int_r^\infty (x_\nu + \sigma) dr, \quad (1)$$

где r — расстояние от центра звезды, x_ν — коэффициент истинного поглощения и σ — коэффициент электронного рассеяния. Обозначим через $I_\nu(\tau_\nu, \eta)$ интенсивность излучения, идущего на оптической глубине τ_ν под углом $\arccos \eta$ к внешней нормали к слоям. Для определения величины I_ν имеем уравнения

$$\eta \frac{dI_\nu(\tau_\nu, \eta)}{d\tau_\nu} = I_\nu(\tau_\nu, \eta) - S_\nu(\tau_\nu), \quad (2)$$

$$S_\nu(\tau_\nu) = \frac{\lambda_\nu(\tau_\nu)}{2} \int_{-1}^1 I_\nu(\tau_\nu, \eta) d\eta + [1 - \lambda_\nu(\tau_\nu)] B_\nu(T), \quad (3)$$

где

$$\lambda_\nu(\tau_\nu) = \frac{\sigma}{x_\nu + \sigma} \quad (4)$$

и $B_\nu(T)$ — планковская интенсивность при температуре T .

Из уравнений (2) и (3) можно получить следующее интегральное уравнение для определения функции $S_\nu(\tau_\nu)$:

$$S_\nu(\tau_\nu) = \frac{\lambda_\nu(\tau_\nu)}{2} \int_0^\infty E_1(|\tau_\nu - \tau'_\nu|) S_\nu(\tau'_\nu) d\tau'_\nu + [1 - \lambda_\nu(\tau_\nu)] B_\nu(T). \quad (5)$$

Если функция $S_\nu(\tau_\nu)$ найдена, то интенсивность излучения, выходящего из фотосферы, определяется формулой

$$I_v(0, \eta) = \int_0^{\infty} S_v(\tau_v) e^{-\frac{\tau_v}{\eta}} \frac{d\tau_v}{\eta}, \quad (6)$$

а поток выходящего излучения равен

$$H_v = 2\pi \int_0^1 I_v(0, \eta) \eta d\eta. \quad (7)$$

Прежде чем решать уравнение (5), необходимо построить модель фотосферы, то есть найти распределение в ней плотности ρ и температуры T . Это дает возможность выразить входящие в (5) величины λ_v и $B_v(T)$ в виде функций от оптической глубины τ_v . Поскольку эти функции оказываются сложными, то уравнение (5) решается обычно численно.

Однако с целью определения наиболее интересных для практики величин $I_v(0, \eta)$ и H_v могут быть использованы также методы, не требующие предварительного нахождения функции $S_v(\tau_v)$. Один из таких методов был применен автором [9] в случае, когда величина λ_v экспоненциально убывает с ростом оптической глубины. В этом случае, при допущении, что величина $B_v(T)$ представляется линейной функцией от τ_v , были получены таблицы для искомых функций $I_v(0, \eta)$ и H_v .

В настоящей статье для определения интенсивности излучения, выходящего из фотосферы, используются линейные интегральные уравнения, вытекающие из уравнений (2) и (3). Полученные уравнения справедливы при произвольной зависимости величин λ_v и $B_v(T)$ от τ_v . Однако вычисления производятся лишь для случая, когда фотосфера изотермична и плотность убывает в ней по барометрическому закону

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{\tau - \tau_0}{h}}, \quad (8)$$

где h — высота однородной фотосферы.

Поскольку $x_v \sim \rho^2$ и $\sigma \sim \rho$, то в данном случае имеем

$$\tau_v = \left(\frac{x_v}{2} + \sigma \right) h \quad (9)$$

и

$$\lambda_v = \frac{1}{\sqrt{1 + 2a_v \tau_v}}, \quad (10)$$

где a_v — постоянная в фотосфере величина, определенная соотношением

$$\frac{\lambda_v}{\sigma} = a \cdot \tau h = a \cdot \tau_e, \quad (11)$$

а τ_e — оптическая глубина, обусловленная электронным рассеянием.

Уравнение для интенсивности излучения. Из уравнений (2) и (3) можно получить линейное интегральное уравнение, определяющее непосредственно интенсивность излучения, выходящего из фотосферы. Такие уравнения для случая $\lambda_v = \text{const}$ были найдены уже давно [10, гл. IV]. В последние же годы подобные уравнения были получены [11, 12] и в случае, когда λ_v зависит от τ_v .

Входящую в (3) величину $\lambda_v(\tau_v)$ мы сейчас представим в виде

$$\lambda_v(\tau_v) = \int_0^{\infty} e^{-m\tau_v} L_v(m) dm, \quad (12)$$

где $L_v(m)$ — произвольная функция от m .

Чтобы получить упомянутое уравнение для величины $I_v(0, \eta)$, умножим уравнение (3) на $e^{-\tau_v/\eta}$ и проинтегрируем по τ_v от 0 до ∞ . Пользуясь формулами (6) и (12), находим

$$I_v(0, \eta) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\eta' \int_0^{\infty} L_v(m) dm \int_0^{\infty} I_v(\tau_v, \eta') e^{-\frac{\tau_v}{\eta}} \frac{d\tau_v}{\eta} + I_v^*(0, \eta), \quad (13)$$

где обозначено

$$\mu = \frac{\eta}{1 + m\eta} \quad (14)$$

и

$$I_v^*(0, \eta) = \int_0^{\infty} [1 - \lambda_v(\tau_v)] B_v(T) e^{-\frac{\tau_v}{\eta}} \frac{d\tau_v}{\eta}. \quad (15)$$

С другой стороны, заменяя в уравнении (2) η на η' , умножая его на $e^{-\tau_v/\mu}$ и интегрируя по τ_v от 0 до ∞ , получаем

$$\int_0^{\infty} I_v(\tau_v, \eta') e^{-\frac{\tau_v}{\mu}} d\tau_v = \frac{\mu I_v(0, \mu) - \eta' I_v(0, \eta')}{\mu - \eta'} \mu. \quad (16)$$

Подстановка (16) в (13) дает

$$I_*(0, \eta) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\eta' \int_0^{\infty} \frac{\mu I_*(0, \mu) - \eta' I_*(0, \eta')}{\mu - \eta'} \frac{L_*(m) dm}{1 + m\eta} + I'_*(0, \eta). \quad (17)$$

Так как в уравнении (17) надо считать, что $I_*(0, \eta') = 0$ при $\eta' < 0$, то оно переписывается в виде

$$I_*(0, \eta) = \frac{1}{2} \int_0^1 d\eta' \int_0^{\infty} \frac{\mu I_*(0, \mu) - \eta' I_*(0, \eta')}{\mu - \eta'} \frac{L_*(m) dm}{1 + m\eta} + \\ + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} I_*(0, \mu) \mu \ln \frac{1 + \mu}{\mu} \frac{L_*(m) dm}{1 + m\eta} + I'_*(0, \eta). \quad (18)$$

Уравнение (18) и может служить для определения искомой функции $I_*(0, \eta)$.

Для численного решения уравнения (18), по-видимому, проще всего представить функцию $I_*(0, \eta)$ формулой

$$I_*(0, \eta) = \sum_0^N C_{\eta n} \eta^{n/2}, \quad (19)$$

где $C_{\eta n}$ — коэффициенты, подлежащие определению. Подставляя (19) в (18), мы можем легко произвести интегрирование по η' . Затем, полагая $\eta = 0, 1/N, 2/N, \dots, 1$ и производя интегрирование по m , получаем систему линейных алгебраических уравнений для нахождения величин $C_{\eta n}$.

Случай изотермической фотосферы. Сейчас мы приведем результаты решения уравнения (18) для случая изотермической фотосферы, находящейся в гравитационном поле. Как показано выше, для этого случая величина $\lambda_*(\tau_*)$ определяется формулой (10). Так как эта формула может быть записана в виде

$$\lambda_*(\tau_*) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2a_*\tau_*}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi a_*}} \int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{1}{2a_*} + \tau_*\right)m} \frac{dm}{\sqrt{m}}, \quad (20)$$

то в уравнение (18) надо подставить

$$L_*(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a_* m}} e^{-\frac{m}{2a_*}}. \quad (21)$$

Делая эту подстановку и полагая $m = 2a_v z^2$, вместо уравнения (18) получаем

$$I_v(0, \eta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 d\eta' \int_0^\infty \frac{\mu I_v(0, \mu) - \eta' I_v(0, \eta')}{\mu - \eta'} \frac{e^{-z^2} dz}{1 + 2a_v \eta z^2} + \\ + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty I_v(0, \mu) \mu \ln \frac{1 + \mu}{\mu} \frac{e^{-z^2} dz}{1 + 2a_v \eta z^2} + I_v^*(0, \eta), \quad (22)$$

где

$$I_v(0, \eta) = B_v(T) \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-z^2} \frac{dz}{1 + 2a_v \eta z^2} \right]. \quad (23)$$

Уравнение (22) было решено численно при представлении функции $I_v(0, \eta)$ формулой (19). Значения величины $I_v(0, \eta)/B_v(T)$, полученные в результате этого решения, приведены в табл. 1 при разных значениях параметра a_v , определенного формулой (11).

Таблица 1
ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ $I_v(0, \eta)/B_v(T)$

$\eta \backslash a_v$	0.01	0.025	0.05	0.125	0.25	0.50	1.00
0	0.110	0.143	0.171	0.212	0.245	0.279	0.313
0.1	0.139	0.181	0.217	0.274	0.323	0.378	0.439
0.2	0.162	0.212	0.255	0.323	0.383	0.448	0.519
0.3	0.184	0.240	0.290	0.367	0.432	0.504	0.577
0.4	0.205	0.267	0.322	0.405	0.475	0.548	0.622
0.5	0.225	0.292	0.351	0.439	0.511	0.585	0.658
0.6	0.244	0.316	0.378	0.469	0.543	0.617	0.687
0.7	0.262	0.338	0.403	0.497	0.571	0.644	0.712
0.8	0.280	0.360	0.426	0.522	0.595	0.667	0.733
0.9	0.297	0.380	0.448	0.544	0.617	0.687	0.751
1.0	0.313	0.399	0.468	0.565	0.637	0.705	0.767

С помощью табл. 1 и формулы (7) можно найти значения величины H_v , то есть потока излучения, выходящего из звезды. В табл. 2 содержатся значения величины $H_v/\pi B_v(T)$ в зависимости от значений параметра a_v .

Таблица 2

ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ $H_\nu/\pi B_\nu(T)$

α_ν	0.01	0.025	0.05	0.125	0.25	0.50	1.00
Точн.	0.254	0.327	0.389	0.480	0.551	0.622	0.690
Асимпт.	0.301	0.410	0.515				

Величина $H_\nu/\pi B_\nu(T)$ представляет собой отношение потока излучения, выходящего из изотермической фотосферы при наличии в ней электронного рассеяния, к потоку излучения, выходящему из нее в том случае, когда электронное рассеяние отсутствует (то есть, когда поток определяется формулой Планка). Мы видим, что это отношение уменьшается с убыванием величины α_ν . Объясняется это тем, что с убыванием величины α путь фотона в фотосфере возрастает и, следовательно, вероятность истинного поглощения увеличивается. Поскольку в разных частях спектра величина α_ν различна, то электронное рассеяние может сильно деформировать спектр звезды.

Разумеется, в реальных фотосферах величина $B_\nu(T)$ не является постоянной, а зависит от оптической глубины τ_ν , обусловленной как истинным поглощением, так и электронным рассеянием. Вместе с тем величина λ_ν уже не определяется простой формулой (10). Поэтому влияние электронного рассеяния на спектр будет более сложным, чем в случае изотермической фотосферы. Однако и в более общих случаях рассматриваемая задача может быть решена путем использования уравнения (18).

Асимптотические формулы. Если в верхних слоях фотосферы электронное рассеяние сильно преобладает над истинным поглощением, то для величин $I_\nu(0, \eta)$ и H_ν могут быть получены асимптотические формулы. В случае изотермической фотосферы эти формулы имеют место при условии, что $\alpha_\nu \ll 1$. Тогда, как видно из формулы (10), величина λ_ν остается близкой к 1 даже на довольно больших оптических глубинах.

Для получения упомянутых асимптотических формул в случае изотермической фотосферы мы воспользуемся тем обстоятельством, что Э. Г. Яновичем [13] была найдена асимптотическая формула для альбедо фотосферы, в которой $\lambda_\nu = e^{-\alpha_\nu \tau_\nu}$. Согласно [13], альбедо такой фотосферы, освещенной параллельными лучами при угле падения $\arccos \cos \eta$, при $\alpha_\nu \ll 1$ определяется асимптотической формулой

$$A_\nu(\eta) = 1 - 0.607 \varphi(\eta) \alpha_\nu^{1/3}, \quad (24)$$

где $\varphi(\eta)$ — функция Амбарцумяна для случая чистого рассеяния (то есть при $\lambda_\nu = 1$).

Поскольку же интенсивность излучения, выходящего из изотермической фотосферы, связана с альбедо фотосферы соотношением (см., например, [9])

$$I_*(0, \tau_*) = B_*(T) [1 - A_*(\tau_*)], \quad (25)$$

то мы имеем

$$\frac{I_*(0, \tau_*)}{B_*(T)} = 0.607 \varphi(\tau_*) a_*^{1/3}. \quad (26)$$

Хотя формула (26) и найдена для случая, когда I_* убывает с ростом τ_* по экспоненциальному закону, но мы можем считать, что она асимптотически выражает величину $I_*(0, \tau_*)$ и в случае убывания I_* по закону (10), так как оба эти закона при $a_* \ll 1$ асимптотически между собой совпадают.

Пользуясь формулами (7) и (26), получаем следующую асимптотическую формулу для потока излучения, выходящего из фотосферы:

$$\frac{H_*}{\pi B_*(T)} = 1.40 a_*^{1/3}. \quad (27)$$

Значения величины $H_*/\pi B_*(T)$, найденные по этой формуле, приведены в последней строке табл. 2. Из таблицы видно, что асимптотические значения этой величины близки к ее точным значениям лишь при весьма малых значениях параметра a_* .

Подставляя в формулу (27) выражение для a_* из (11), имеем

$$\frac{H_*}{\pi B_*(T)} = 1.40 \left(\frac{x_*}{\sigma^2 h} \right)^{1/3}. \quad (28)$$

Эта формула (с точностью до постоянного множителя порядка 1) была получена в работе Я. Б. Зельдовича и Н. И. Шакуры [14] и использована ими для исследования рентгеновских источников.

В заключение заметим, что полученное в настоящей статье уравнение (18) может быть применено не только к объектам с большой ролью электронного рассеяния. Его можно также использовать при изучении объектов, в которых важную роль играет молекулярное рассеяние. К ним, в частности, относятся звезды поздних спектральных классов. Вообще же уравнения типа (18) могут служить для определения интенсивности излучения, выходящего из среды, в которой отношение коэффициента рассеяния к коэффициенту истинного поглощения зависит от оптической глубины.

Автор выражает благодарность В. М. Лоскутову за вычисления для этой статьи.

THE EFFECT OF ELECTRON SCATTERING ON
CONTINUOUS SPECTRUM OF A STAR

V. V. SOBOLEV

Photospheres of hot stars (or other astrophysical objects) are considered in the case where light scattering by free electrons is important. The ratio of the coefficient of scattering to that of absorption is assumed to be an arbitrary function of optical depth. A linear integral equation immediately determining the emergent intensity is obtained. This equation is solved numerically for an isothermal photosphere with barometrically changing density. The asymptotic formula for this intensity is also given.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Амбарцумян, Труды АО ЛГУ, вып. 4, 1938.
2. R. P. Kirshner, J. B. Oke, M. V. Penston, L. Searle, Ap. J., 185, 303, 1973.
3. В. В. Соболев, Астрофизика, 10, 185, 1974.
4. J. E. Felten, M. J. Rees, Astron. Astrophys., 17, 226, 1972.
5. Н. И. Шакура, Астрон. ж., 49, 652, 1972.
6. С. Г. Слюсарев, ДАН СССР, 45, 741, 1954.
7. В. Г. Горбацкий, И. Н. Минин, Нестационарные звезды, Физматгиз, М., 1963.
8. В. В. Соболев, В. М. Лоскутов, ДАН СССР, 224, 1293, 1975.
9. В. В. Соболев, Астрофизика, 11, 499, 1975.
10. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
11. B. J. Martin, SIAM J. Appl. Math., 20, 703, 1971.
12. В. В. Соболев, Астрон. ж., 53, 681, 1976.
13. Э. Г. Яновцкий, Астрон. ж., 55, № 5, 1978.
14. Я. Б. Зельдович, Н. И. Шакура, Астрон. ж., 46, 225, 1969.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.035

ДИФфуЗНОЕ ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ИНДИКАТРИСЕ РАССЕЯНИЯ

А. Г. НИКОГОСЯН, Г. А. АРУТЮНЯН

Поступила 25 апреля 1977

Пересмотрена 17 июля 1978

Использованием асимптотического поведения функций Амбарцумяна $\mathcal{T}_n^{(m)}(\eta)$ при больших значениях индексов предлагается облегченный метод решения задачи о диффузном отражении света от полубескопечной среды при произвольной индикатрисе рассеяния. Отдельно рассмотрен случай индикатрисы Хенли—Гринштейна. В частности, исследован вопрос о зависимости компонентов разложения коэффициента отражения по косинусам углов, кратных азимуту, от номера гармоники m . Приводятся результаты численных расчетов.

Введение. В работах авторов [1, 2], посвященных задачам теории переноса излучения в общем случае некогерентного рассеяния, были разработаны новые облегченные методы решения, основанные на рассмотрении обобщенных функциональных уравнений Амбарцумяна. Существующее, в известном смысле, сходство между теорией некогерентного рассеяния при общем законе перераспределения по частотам и теорией анизотропного рассеяния с произвольной индикатрисой позволяет легко перенести используемые в одной из них методы решения и некоторые другие результаты в другую. Отправным пунктом исследований, проведенных в вышеуказанных работах, служил предложенный ранее (см., например, [3]) общий подход, основанный на представлении закона перераспределения по частотам в виде билинейного разложения по системе его собственных функций. Нетрудно убедиться, что здесь такому разложению соответствует обычное в теории анизотропного рассеяния разложение индикатрисы $x(\eta)$ в ряд по полиномам Лежандра или, что то же самое, в ряд по косинусам углов, кратных азимуту, если привлечь теорему сложения сферических функций. Таким образом, зональные и тессеральные сферические функции $P_n^m(\eta) \cos m\varphi$ являются собственными функциями для произвольной ин-

дикатрисы рассеяния. Очевидно также, что присоединенные функции Лежандра являются собственными функциями соответствующих гармоник индикатрисы в ее разложении по косинусам углов, кратных азимуту.

В настоящей работе рассмотрена задача о диффузном отражении света от полубесконечной среды при произвольной индикатрисе рассеяния, для решения которой предложен метод, основанный на результатах, полученных авторами в теории некогерентного рассеяния. В частности, дано аналитическое исследование вопроса о зависимости компонентов коэффициента отражения от номера гармоник. В заключение приведены результаты численных расчетов, относящихся к конкретному случаю индикатрисы Хенби—Гринштейна.

1. *Задача о диффузном отражении от полубесконечной среды.* Пусть однородная полубесконечная среда освещена параллельными лучами, создающими освещенность перпендикулярной к ним площадки, равную πS . Обозначим через ζ и η косинусы углов падения и отражения, отсчитываемых от направления нормали к поверхности среды.

Как известно, интенсивность излучения, диффузно отраженного от среды, выражается через коэффициент отражения $r(\eta, \zeta, \varphi)$ следующим образом:

$$I(\eta, \zeta, \varphi) = S r(\eta, \zeta, \varphi) \zeta, \quad (1)$$

где азимут φ отсчитывается от плоскости, содержащей направление падающего луча и нормаль к поверхности среды.

Разложим индикатрису рассеяния в ряд по полиномам Лежандра

$$x(\gamma) = \sum_{i=0}^{\infty} x_i P_i(\cos \gamma), \quad (2)$$

где γ — угол, заключенный между направлениями падающего и рассеянного квантов:

$$\cos \gamma = \zeta_r + \sqrt{(1 - \eta^2)(1 - \zeta^2)} \cos \varphi. \quad (3)$$

Воспользовавшись теоремой сложения сферических функций

$$P_n(\cos \gamma) = P_n(\eta) P_n(\zeta) + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\eta) P_n^m(\zeta) \cos m\varphi, \quad (4)$$

для $x(\gamma)$ будем иметь

$$x(\gamma) = p^0(\eta, \zeta) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} p^m(\eta, \zeta) \cos m\varphi, \quad (5)$$

где

$$p^m(\eta, \zeta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x(\gamma) \cos m\varphi d\varphi = \sum_{n=m}^{\infty} c_n^m P_n^m(\eta) P_n^m(\zeta), \quad (6)$$

и

$$c_n^m = x_n \frac{(n-m)!}{(n+m)!}. \quad (7)$$

Аналогичное (5) разложение имеет место и для коэффициента отражения

$$\rho(\eta, \zeta, \varphi) = \rho^0(\eta, \zeta) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \rho^m(\eta, \zeta) \cos m\varphi. \quad (8)$$

Применение принципа инвариантности Амбарцумяна приводит к следующим нелинейным интегральным уравнениям для определения азимутальных гармоник коэффициента отражения:

$$\begin{aligned} (\eta + \zeta) \rho^m(\eta, \zeta) &= \frac{\lambda}{4} p^m(-\eta, \zeta) + \frac{\lambda}{2} \zeta \int_0^1 \rho_n^m(\zeta, \eta') p^m(\eta', \eta) d\eta' + \\ &+ \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \rho^m(\eta, \eta') p^m(\eta', \zeta) d\eta' + \\ &+ \lambda \eta \zeta \int_0^1 \rho^m(\zeta, \eta') d\eta' \int_0^1 p^m(-\eta', \eta'') \rho^m(\eta'', \eta) d\eta''. \end{aligned} \quad (9)$$

Приняв далее во внимание разложение (6), задачу об определении отраженного излучения можно свести к решению нелинейной системы функциональных уравнений для функций $\varphi_n^m(\eta)$ (см. [4])

$$\varphi_n^m(\eta) = P_n^m(\eta) + 2\eta(-1)^{n+m} \int_0^1 \rho^m(\eta', \eta) P_n^m(\eta') d\eta', \quad (10)$$

$$(n = 0, 1, \dots; m = 0, 1, \dots, n).$$

$$\rho^m(\eta, \zeta) = \frac{\lambda}{4} \sum_{k=m}^{\infty} (-1)^{k+m} c_k^m \frac{\varphi_k^m(\eta) \varphi_k^m(\zeta)}{\eta + \zeta}. \quad (11)$$

С точки зрения дальнейших рассуждений удобно ввести в рассмотрение функции $\tilde{\varphi}_n^m(\eta) = \sqrt{\frac{(n-m)!}{(n+m)!}} \varphi_n^m(\eta)$ и $\tilde{P}_n^m(\eta) = \sqrt{\frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\eta)$.

Вместо (10) рассмотрим систему уравнений

$$\tilde{\varphi}_n^m(\eta) = \tilde{P}_n^m(\eta) + 2\eta(-1)^{n+m} \int_0^1 \rho^m(\eta', \eta) \tilde{P}_n^m(\eta') d\eta', \quad (12)$$

$$\rho^m(\eta, \zeta) = \frac{1}{4} \sum_{k=m}^{\infty} (-1)^{k-m} x_k \frac{\tilde{\varphi}_k^m(\eta) \tilde{\varphi}_k^m(\zeta)}{\eta + \zeta}. \quad (13)$$

Обычный подход к решению приведенной бесконечной системы уравнений заключается в рассмотрении соответствующей укороченной системы, где ряд (13) заменен конечной суммой. Однако здесь мы выберем несколько другой путь [1, 2], основанный на выявлении асимптотического поведения

функций $\tilde{\varphi}_n^m(\eta)$ в зависимости от индексов, что сильно упрощает решение задачи. Изучим для этой цели асимптотическое поведение обоих слагаемых в правой части (12) при больших значениях нижнего индекса n . Как известно [5], для θ , заключенных в промежутке $(\varepsilon, \pi - \varepsilon)$, и при больших по сравнению с m значениях n для присоединенных функций Лежандра справедлива следующая асимптотическая формула:

$$\begin{aligned} \frac{n!}{(n+m)!} P_n^m(\eta) = \\ = \left(\frac{2}{n\pi \sin \theta} \right)^{1/2} \cos \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \theta - \frac{\pi}{4} + \frac{m}{2} \pi \right] + O(n^{-3/2}). \end{aligned} \quad (14)$$

Приведенная оценка верна при фиксированном m , причем $O(n^{-3/2})$ зависит от m и θ . Чем больше n по сравнению с m , тем шире интервал для θ , где справедлива указанная асимптотика. Воспользовавшись формулой Стирлинга или непосредственной проверкой, нетрудно убедиться, что при больших значениях n , $n!/(n+m)! \leq \sqrt{(n-m)!/(n+m)!}$, поэтому приведенная асимптотика остается верной и для функций $\tilde{P}_n^m(\eta)$.

Приведем здесь также другой результат, представляющий собой содержание леммы, занимающей центральное место в теории разложения функций в ряды по полиномам Лежандра, доказательство которой можно найти, например, в [6]. Если $f(x)$ произвольная вещественная функция, кусочно-непрерывная в открытом интервале $(-1, 1)$ и $\int_{-1}^1 f^2(x) dx$ имеет конечное значение, то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx = 0. \quad (15)$$

Повторяя дословно рассуждения, проводимые при доказательстве указанной леммы, можно доказать более общее утверждение. Именно, для произвольной функции $f(x)$, удовлетворяющей тем же условиям, имеет место

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} \int_{-1}^1 f(x) \bar{P}_n^m(x) dx = 0. \quad (16)$$

Исходя из физического смысла величин $\gamma_l^m(\eta, \zeta)$, можно заключить, что последние удовлетворяют условиям, достаточным для выполнения (16). Таким образом, при больших значениях нижнего индекса n функции $\bar{\varphi}_n^m(\eta)$ и $\bar{P}_n^m(\eta)$ будут отличаться друг от друга сколь угодно мало. Хотя отмеченная тенденция нарушается в окрестности $\eta = 1$, при $m \neq 0$ это не играет существенной роли ввиду того, что $\lim_{\eta \rightarrow 1} \bar{\varphi}_n^m(\eta) = \lim_{\eta \rightarrow 1} \bar{P}_n^m(\eta) = 0$ при любом n (что легко получить применением метода последовательных приближений к решению (10), с учетом того, что $p^m(\eta, 1) = 0$).

Важно отметить, что при малых η функции $\bar{\varphi}_n^m(\eta)$ и $\bar{P}_n^m(\eta)$ будут близки друг к другу уже при сравнительно небольших значениях индекса n , что обусловлено наличием множителя η перед интегральным членом в (10).

Рассмотрим теперь вопрос о зависимости от верхнего индекса m . Очевидно, что изменение m (не нарушающее неравенство $m < n$) приводит лишь к ограниченному изменению оценки (14) и не влияет на асимптотическое поведение функций $\bar{P}_n^m(\eta)$. В то же время второе слагаемое в системе уравнений (12) с возрастанием m убывает ввиду убывания функций $\gamma_l^m(\eta, \zeta)$ как коэффициентов Фурье в разложении $I(\zeta, \eta, \varphi)$ в тригонометрический ряд по косинусам углов, кратных азимуту. Так, если $I(\zeta, \eta, \varphi)$ имеет непрерывные производные любого порядка, то его коэффициенты Фурье убывают быстрее любой степени от $1/m$. Таким образом, при больших m и η , не близких к единице, функции $\bar{\varphi}_n^m(\eta)$ и $\bar{P}_n^m(\eta)$ будут мало отличаться друг от друга уже при относительно небольших значениях нижнего индекса n . В следующем разделе мы вернемся к этому вопросу на конкретном примере индикатрисы Хенни—Гринштейна и покажем, что именно

быстрым падением величин $\gamma_n^m(\eta, \zeta)$ можно объяснить замеченный еще Ван де Хюлстом факт [7, 9], заключающийся в том, что с увеличением номера гармоник соответствующие компоненты коэффициента отражения с возрастающей степенью точности определяются рассеянием первого порядка.

Приведенные соображения указывают на то, что для определения коэффициента отражения $\rho(\eta, \zeta, \varphi)$ достаточно вычислить определенное количество его первых гармоник, учитывая в остальных лишь рассеяния первого порядка. Указанная возможность использовалась в расчетах, выполненных в работах [9, 10], и позволяет с учетом (5) легко просуммировать ряд (8).

Теперь

$$\rho(\eta, \zeta, \varphi) = \frac{\lambda}{4} \frac{x(-\eta, \zeta, \varphi)}{\eta + \zeta} + |\rho^0(\eta, \zeta) - \rho_1^0(\eta, \zeta)| + \\ + 2 \sum_{m=1}^M |\rho^m(\eta, \zeta) - \rho_1^m(\eta, \zeta)| \cos m\varphi, \quad (17)$$

где

$$\rho_1^m(\eta, \zeta) = \frac{\lambda}{4} \frac{p^m(-\eta, \zeta)}{\eta + \zeta} \quad (18)$$

m -ая гармоника коэффициента отражения, соответствующая однократному рассеянию; M — номер гармоники, начиная с которой учитываются лишь рассеяния первого порядка.

С другой стороны, вышеприведенные соображения позволяют заключить, что для вычисления первых гармоник коэффициента отражения нет необходимости в знании всей совокупности функций $\{\tilde{\varphi}_n^m(\eta)\}$ при соответствующем m . Начиная с некоторого $n = N$, указанные функции могут быть заменены соответствующими присоединенными функциями $\tilde{P}_n^m(\eta)$.

Тогда

$$\rho^m(\eta, \zeta) = \frac{\lambda}{4} \sum_{k=m}^N (-1)^{k+m} c_k^m \frac{\varphi_k^m(\eta) \varphi_k^m(\zeta) - P_k^m(\eta) P_k^m(\zeta)}{\eta + \zeta} + \rho_1^m(\eta, \zeta), \quad (19)$$

где функции $\varphi_n^m(\eta)$ ($n = m, \dots, N$) теперь определяются из укороченной системы уравнений

$$\varphi_n^m(\eta) = P_n^m(\eta) + \frac{\lambda}{2} \eta \sum_{k=m}^N (-1)^{n+k} c_k^m \int_0^1 \frac{\varphi_k^m(\eta) \varphi_k^m(\eta')}{\eta + \eta'} P_n^m(\eta') d\eta', \quad (20)$$

в которой порядок приближений дается количеством уравнений, которые необходимо сохранить при решении указанной системы (или числом слагаемых, которыми следует ограничиться в сумме (19)).

Как и в работах [1, 2], можно предложить также и другой путь вычисления $\varphi_n^m(\eta, \zeta)$, обладающий большей точностью. Именно, замену $\varphi_n^m(\eta)$ соответствующими функциями $\tilde{P}_n^m(\eta)$ можно произвести уже в самой системе уравнений (10), сведя тем самым задачу к решению новой системы

$$\begin{aligned} \varphi_n^{m*}(\eta) = P_n^m(\eta) + \frac{i}{2} \eta \sum_{k=m}^N (-1)^{n+k} c_k^m \int_0^1 \frac{\varphi_k^{m*}(\eta) \varphi_k^{m*}(\eta') - P_k^m(\eta) P_k^m(\eta')}{\eta + \eta'} \times \\ \times P_n^m(\eta') d\eta' + 2\eta (-1)^{n+m} \int_0^1 \varphi_1^m(\eta', \eta) P_n^m(\eta') d\eta'. \end{aligned} \quad (21)$$

Вопросы, связанные со сравнением различных способов построения $\varphi_n^m(\eta, \zeta)$, мы здесь не будем затрагивать; такое сравнение подробно проведено при решении аналогичных уравнений в теории некогерентного рассеяния.

Следует особо отметить, что ошибка, возникающая при указанной замене системы уравнений (10) решением системы (20), существенным образом зависит от значений m и η . Эта ошибка, а вместе с нею и N , тем меньше, чем больше m и меньше η . При заданной точности, начиная с некоторого m , можно ограничиться решением лишь одного уравнения для соответствующей функции $\varphi_m^m(\eta)$. Возможные ошибки, связанные с близостью η к единице, при $m \neq 0$ не приводят к потере точности ввиду малости самих гармоник коэффициента отражения. Выбор значений величин M и N , в конечном счете, зависит от конкретной задачи и требуемой точности.

Изложенный выше способ решения задачи об отражении от полубесконечной среды отличается относительной простотой и точностью при сравнительно небольшом объеме вычислений.

2. *Рассеяние с индикатрисой Хенби—Гринштейна.* При изучении диффузии излучения в Галактике Хенби и Гринштейном была введена индикатриса следующего вида [11]:

$$x(\gamma) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos \gamma)^{3/2}}, \quad (22)$$

где g —параметр, определяющий степень вытянутости индикатрисы.

Задача о диффузном отражении света от полубесконечной среды при индикатрисе (22) рассматривалась со стороны ряда авторов в вышеупомянутых работах [7—10]. Так, А. К. Колесовым коэффициенты отражения определялись путем решения уравнений Амбарцумяна—Чандрасекара с использованием полученного В. В. Соболевым представления указанных коэффициентов через Н-функции и полиномы. В работе [10] решались нелинейные интегральные уравнения (9).

Индикатриса Хеньи—Гринштейна легко разлагается в ряд по полиномам Лежандра [4]:

$$x(\gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) g^n P_n(\cos \gamma), \quad (23)$$

откуда следует, что весь ход рассуждений и математические выкладки, проведенные в предыдущем разделе, непосредственно переносятся на рассматриваемый частный случай, для чего достаточно в соответствующих соотношениях положить $x_n = (2n+1) g^n$. В частности, вместо (6) будем иметь

$$p^m(\eta, \zeta) = \sum_{n=m}^{\infty} (2n+1) g^n \tilde{P}_n^m(\eta) \tilde{P}_n^m(\zeta). \quad (24)$$

Здесь мы займемся вопросом о скорости, с которой функции $p^m(\eta, \zeta)$ стремятся к $p^0(\eta, \zeta)$ с возрастанием номера гармоник. Для этого заметим сначала, что $|\tilde{P}_n^m(\eta)| \leq 1$, к чему нетрудно придти, например, из теоремы сложения сферических функций (4), если принять $\eta = \zeta$ и $\varphi = 0$. Тогда из (24), в частности, получаем оценку

$$p^0(\eta, \zeta) \leq p^0(1, 1) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) g^n = \frac{1+g}{(1-g)^2}. \quad (25)$$

Аналогичную оценку для $p^0(-\eta, \zeta)$ несложно получить непосредственно из определения этой функции (6)

$$p^0(-\eta, \zeta) \leq p^0(0, 0) = \frac{2}{\pi} \left[\frac{2E(g)}{1-g^2} - K(g) \right], \quad (26)$$

где $E(g)$ и $K(g)$ суть полные эллиптические интегралы.

В работе А. К. Колесова [9] изучался вопрос о скорости убывания $p^m(\pm \eta, \zeta)$ в зависимости от номера гармоник и, в частности, было получено рекуррентное соотношение для величин

$$y_m(z) = \frac{p^{m+1}(\pm \eta, \zeta)}{p^m(\pm \eta, \zeta)}, \quad (27)$$

которые зависят лишь от одного аргумента z , где

$$z = \frac{1 + g^2 \mp 2g\eta\zeta}{2g\sqrt{(1-\eta^2)(1-\zeta^2)}}. \quad (28)$$

Из этих исследований вытекает, что $y_m(z)$ монотонно убывает с ростом m и при $m \rightarrow \infty$ стремится к $y(z)$, где

$$y(z) = \lim_{m \rightarrow \infty} y_m(z) = z - \sqrt{z^2 - 1}. \quad (29)$$

С точки зрения дальнейших рассуждений, важно отметить, что величина $y(z)$, как это следует из (28) и (29), принимает свое максимальное значение на множестве всех η и ζ при $\eta = \zeta = 0$, если берется нижний знак в (28). Если же в (28) берется верхний знак, то для фиксированного η , максимум функции $y(z)$ достигается при $\zeta = 2g\eta/(1+g^2)$. Далее, если принять во внимание, что величина

$$y_0(z) = \frac{1}{y(z)} \frac{[1 + y^2(z)] E(y) - [1 - y^2(z)] K(y)}{2E(y) - [1 - y^2(z)] K(y)} \quad (30)$$

является монотонно возрастающей функцией от y , то для азимутальных гармоник индикатрисы рассеяния легко получить следующие оценки:

$$p^m(\eta, \zeta) \leq p^0(1, 1) y_0^m(z^+), \quad \text{где } z^+ = \frac{\sqrt{(1+g^2)^2 - 4g^2\eta^2}}{2g\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (31)$$

$$p^m(-\eta, \zeta) \leq p^0(0, 0) y_0^m(z^-), \quad \text{где } z^- = \frac{1+g^2}{2g}. \quad (32)$$

Формула (31) справедлива для всех ζ при фиксированном значении η , а формула (32) для произвольных η и ζ .

Подставляя формулы (31) и (32) в (9), будем иметь

$$\begin{aligned} (\eta + \zeta) \beta^m(\eta, \zeta) &\leq \frac{\lambda}{4} p^0(0, 0) y_0^m(z^-) [1 + 2A[x^m(\zeta) \beta^m(\eta) + \\ &+ x^m(\eta) \beta^m(\zeta)] + 4\beta^m(\eta) \beta^m(\zeta)], \end{aligned} \quad (33)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A &= p^0(1, 1)/p^0(0, 0), \quad x(\eta) = y_0(z^+)/y_0(z^-), \\ \beta^m(\eta) &= \eta \int_0^1 p^m(\eta, \eta') d\eta'. \end{aligned} \quad (34)$$

Величина $x(\eta)$, входящая в правую часть (34), как нетрудно убе-

дится, меньше единицы. С другой стороны, поскольку функции $\beta^m(\eta)$ ограничены (как коэффициенты Фурье функции $\int_0^1 I(\zeta, \eta, \varphi) d\zeta$), то из (33) следует, что $\beta^m(\eta)$ убывают с ростом m не медленнее, чем по показательному закону $y_0^m(z^-)$. Поэтому, чтобы получить оценку для $\beta^m(\eta)$, достаточно определить $\beta^0(\eta)$, которое просто выражается через функцию $\varphi_0^0(\eta)$:

$$\beta^0(\eta) = \frac{1}{2} [\varphi_0^0(\eta) - 1].$$

Таким образом, учитывая, что

$$\beta^m(\eta) \leq \beta^0(\eta) y_0^m(z^-),$$

окончательно находим

$$|\rho^m(\eta, \zeta) - \rho_1^m(\eta, \zeta)| \leq \frac{\lambda}{2} \frac{\rho^0(0, 0)}{\eta + \zeta} y_0^{2m}(z^-) \times \\ \times |A[x^m(\zeta) \beta^0(\eta) + x^m(\eta) \beta^0(\zeta)] + 2\beta^0(\eta) \beta^0(\zeta) y_0^m(z^-)|. \quad (35)$$

При больших η и ζ величина x мала, и в выражении, находящемся в скобках в правой части (35), оказывается существенным последнее слагаемое, и наоборот, при малых η и ζ $x \approx 1$ и основную роль играют первые два слагаемых. Из полученной оценки можно заключить, что функции $\rho^m(\eta, \zeta)$ стремятся к $\rho_1^m(\eta, \zeta)$ не медленнее, чем по показательному закону $y_0^{2m}(z^-)$. Очевидно, что при малых η и ζ и очень больших m разность между указанными функциями убывает не медленнее, чем g^{2m} . При больших g , то есть при сильно вытянутых индикатрисах, процесс приближения функций $\rho^m(\eta, \zeta)$ к $\rho_1^m(\eta, \zeta)$ замедляется. Укажем также, что в случае необходимости оценку (35) можно улучшить, если проведенные выше рассуждения повторить, используя уравнения (9), начиная, однако, с $m=1$, а также если воспользоваться рекуррентными соотношениями для величин $y_m(z)$ (см. [9]).

Следует оговориться, что при довольно сильно вытянутых индикатрисах ($g > 0.5$) оценка (35) становится грубой, с точки зрения ее применения на практике (в особенности в случае малых углов). По мнению авторов, случай сильно вытянутых индикатрис представляет самостоятельный интерес и требует разработки специальных методов, не основанных, быть может, на разложении в ряд индикатрисы рассеяния.

Остановимся вкратце на результатах численных расчетов, относящихся к азимутальным гармоникам коэффициента отражения при индикатрисе Хенли—Гринштейна. Функции $\rho^m(\eta, \zeta)$ вычислялись по формуле (19) пу-

тем решения системы функциональных уравнений (20), в которой интегралы заменялись гауссовскими суммами с 13 точками деления. Процесс итераций продолжался до тех пор, пока относительное отклонение между двумя последующими значениями функций $\tilde{\varphi}_n^m$ не оказывалось меньше 10^{-6} . В качестве нулевого приближения при итерациях брались функции $\tilde{P}_n^m(\eta)$. Следует отметить, что при переходе к решению систем уравнений более высокого порядка сходимость итераций можно значительно ускорить, если при выборе нулевого приближения при итерациях использовать функции $\tilde{\varphi}_n^m(\eta)$, найденные при решении систем уравнений низких порядков.

В табл. 1 приводятся значения вычисленных в 6-ом приближении функций $\tilde{\varphi}_n^m(\eta)$ для $m = 0, 1, 2$ и $\zeta = 0.9$; $g = 0.5$. Для сравнения протабулированы также соответствующие им функции $\tilde{P}_n^m(\eta)$. Внизу каждого столбца приводятся значения величины

$$\delta = \int_0^1 |\tilde{\varphi}_n^m(\eta) - \tilde{P}_n^m(\eta)| d\eta \bigg/ \int_0^1 |\tilde{P}_n^m(\eta)| d\eta,$$

из которых явствует, что скорость, с которой функции $\tilde{\varphi}_n^m(\eta)$ приближаются к $\tilde{P}_n^m(\eta)$ при больших n , зависит от четности $n + m$. С возрастанием номера гармоник, как уже говорилось, функции $\tilde{\varphi}_n^m(\eta)$ и $\tilde{P}_n^m(\eta)$ близки уже при сравнительно небольших n , что позволяет ограничиться приближениями более низкого порядка. Так, например, максимальная ошибка, допускаемая при вычислении $\rho^1(\eta, \zeta)$ в 3-ем приближении, составляет 3.5%, а в 6-ом приближении — 0.2% и возникает лишь при η и ζ , близких к единице. При еще больших m с точностью, достаточной для многих практических целей, можно довольствоваться первыми двумя приближениями. Однако при сильно вытянутых индикатрисах ввиду медленной сходимости ряда (24) следует прибегнуть к приближениям более высокого порядка. Зависимость $\tilde{\varphi}_n^m(\eta)$ от порядка приближения весьма слабая, поэтому переход к приближению более высокого порядка осуществляется лишь пополнением имеющейся системы функций. Другая существенная особенность описанного метода заключается в том, что для любых фиксированных η и ζ значения азимутальных компонентов коэффициента отражения в зависимости от порядка приближения сходятся к истинному значению попеременно сверху и снизу. Это позволяет оценить ошибку каждого приближения.

Таблица 1

ФУНКЦИИ $\tilde{\varphi}_n^m(\eta)$ И $\tilde{P}_n^m(\eta)$ ПРИ $g = 0.5$; $\lambda = 0.9$

η	$\tilde{\varphi}_m^m(\eta)$	$\tilde{P}_m^m(\eta)$	$\tilde{\varphi}_{m+1}^m(\eta)$	$\tilde{P}_{m+1}^m(\eta)$	$\tilde{\varphi}_{m+2}^m(\eta)$	$\tilde{P}_{m+1}^m(\eta)$	$\tilde{\varphi}_{m+2}^m(\eta)$	$\tilde{P}_{m+3}^m(\eta)$	$\tilde{\varphi}_{m+4}^m(\eta)$	$\tilde{P}_{m+4}^m(\eta)$	$\tilde{\varphi}_{m+5}^m(\eta)$	$\tilde{P}_{m+5}^m(\eta)$
$0 = u$	0.0	1.0000 1.0000	0.0000 0.0000	-0.5000 -0.5000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.3750 0.3750	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000
	0.1	1.1879 1.0000	0.0429 0.1000	-0.5334 -0.4850	-0.1124 -0.1475	0.3602 0.3379	0.1547 0.1788					
	0.2	1.2955 1.0000	0.0968 0.2000	-0.5005 -0.4400	-0.2244 -0.2800	0.2560 0.2320	0.2723 0.3075					
	0.3	1.3713 1.0000	0.1588 0.3000	-0.4268 -0.3650	-0.3144 -0.3825	0.0945 0.0729	0.3050 0.3454					
	0.4	1.4265 1.0000	0.2271 0.4000	-0.3172 -0.2600	-0.3644 -0.4400	-0.0955 -0.1130	0.2283 0.2706					
	0.5	1.4674 1.0000	0.3007 0.5000	-0.1749 -0.1250	-0.3577 -0.4375	-0.2762 -0.2891	0.0471 0.0898					
	0.6	1.4983 1.0000	0.3787 0.6000	-0.0014 0.0400	-0.2779 -0.3600	-0.3596 -0.4080	-0.1991 -0.1526					
	0.7	1.5221 1.0000	0.4602 0.7000	0.2022 0.2350	-0.1095 -0.1925	-0.4076 -0.4121	-0.4072 -0.3652					
	0.8	1.5407 1.0000	0.5449 0.8000	0.4353 0.4600	0.1629 0.0800	-0.2317 -0.3230	-0.4407 -0.3995					
	0.9	1.5548 1.0000	0.6324 0.9000	0.6981 0.7150	0.5542 0.4725	0.2066 0.2079	-0.0805 -0.0411					
1.0	1.5642 1.0000	0.7225 1.0000	0.9911 1.0000	1.0789 1.0000	0.9959 1.0000	0.9651 1.0000						
$\bar{\eta}$	0.416	0.360	0.104	0.209	0.042	0.151						
$1 = u$	0.0	0.7071 0.7071	0.0000 0.0000	-0.4330 -0.4330	0.0000 0.0000	0.3423 0.3423	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000
	0.1	0.7618 0.7036	0.1014 0.1219	-0.4312 -0.4093	-0.1475 -0.1630	0.3051 0.2936	0.1779 0.1895					
	0.2	0.692 0.6928	0.2099 0.2400	-0.3649 -0.3394	-0.2767 -0.2980	0.1709 0.1589	0.2910 0.3058					
	0.3	0.7552 0.6745	0.3165 0.3505	-0.2517 -0.2272	-0.3566 -0.3791	-0.0185 -0.0294	0.2821 0.2976					
	0.4	0.7257 0.6481	0.4146 0.4490	-0.1010 -0.0794	-0.3636 -0.3853	-0.2113 -0.2204	0.1408 0.1551					
	0.5	0.6829 0.6124	0.4977 0.5303	0.0757 0.0938	-0.2829 -0.3026	-0.3450 -0.3520	-0.0894 -0.0767					
	0.6	0.6271 0.5657	0.5584 0.5879	0.2627 0.2771	-0.1117 -0.1288	-0.3557 -0.3611	-0.3071 -0.2961					
	0.7	0.5562 0.5040	0.5869 0.6122	0.4373 0.4484	0.1345 0.1202	-0.1961 -0.2000	-0.3689 -0.3598					
	0.8	0.4643 0.4253	0.5676 0.5879	0.5635 0.5617	0.4082 0.3971	0.1345 0.1318	-0.1358 -0.1348					
	0.9	0.3349 0.3082	0.4667 0.4805	0.5707 0.5757	0.5926 0.5855	0.5147 0.5130	0.3695 0.3736					
$\bar{\eta}$	0.089	0.061	0.046	0.053	0.025	0.044						

Таблица 1 (продолжение)

0.0	0.6124	0.6124	0.0000	0.0000	-0.3953	-0.3953	0.0000	0.0000	0.3202	0.3202	0.0000	0.0000
0.1	0.6310	0.6062	0.1263	0.1356	-0.3740	-0.3639	-0.1666	-0.1740	0.2666	0.2610	0.1919	0.1973
0.2	0.6175	0.5879	0.2507	0.2629	-0.2842	-0.2732	-0.2069	-0.3061	0.1080	0.1023	0.2910	0.2973
0.3	0.5858	0.5573	0.3615	0.3738	-0.1431	-0.1331	-0.3522	-0.3610	-0.0978	-0.1028	0.2356	0.2415
0.4	0.5391	0.5144	0.4491	0.4601	0.0315	0.0398	-0.3098	-0.3165	-0.2745	-0.2785	0.0338	0.0387
0.5	0.4791	0.4593	0.5045	0.5135	0.2158	0.2223	-0.1634	-0.1698	-0.3423	-0.3452	-0.2289	-0.2249
0.6	0.4070	0.3919	0.5189	0.5258	0.3796	0.3845	0.0607	0.0556	-0.2445	-0.2466	-0.4081	-0.4049
0.7	0.3230	0.3123	0.4839	0.4868	0.4863	0.4899	0.3076	0.3039	0.0183	0.0169	-0.3587	-0.3562
0.8	0.2273	0.2205	0.3912	0.3944	0.4931	0.4952	0.4821	0.4800	0.3466	0.3455	-0.0397	-0.0381
0.9	0.1197	0.1164	0.2325	0.2342	0.3500	0.3507	0.4437	0.4429	0.4918	0.4911	0.3217	0.3223
$\bar{\rho}$	0.046		0.024		0.022		0.022		0.014		0.016	

2-ш

THE DIFFUSE REFLECTION OF LIGHT FOR ARBITRARY
PHASE FUNCTION

A. G. NIKOGHOSSIAN, H. A. HARUTHYUNIAN

A new simple method for solving the problem of diffuse reflection from a semi-infinite medium in case of anisotrope scattering with arbitrary angular phase function is suggested. This method is based on the asymptotic behaviour of Ambartsumian's functions $\mathcal{T}_n^m(\gamma)$ for large values of indices. In particular the scattering with Henyey-Greenstein angular phase function is considered. The dependence of reflection coefficient harmonics on its number m is investigated. The results of numerical calculations are given.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. A. Haruthyunian, A. G. Nikoghossian, J. Quant. Spectroscop. Radiat. Transfer, 19, 135, 1978.
2. А. Г. Никогосян, Г. А. Арутюнян, ДАН СССР, 229, 583, 1976.
3. N. B. Yengibarlian, A. G. Nikoghossian, J. Quant. Spectroscop. Radiat. Transfer, 13, 787, 1973.
4. В. В. Соболев, Рассеяние света в атмосферах планет, Наука, М., 1972.
5. Е. В. Гобсон, Теория сферических и эллипсоидальных функций, ИЛ, М., 1952.
6. Н. Н. Лебедев, Специальные функции и их приложения, М., 1958.
7. H. G. van de Hulst, J. Compt. Phys., 3, 291, 1968.
8. H. G. van de Hulst, J. Quant. Spectroscop. Radiat. Transfer, 11, 785, 1971.
9. А. К. Колесов, Труды АО ЛГУ, 30, 3, 1974.
10. А. С. Аниконов, Астрофизика, 10, 227, 1974.
11. L. G. Henyey, J. L. Greenstein. Ann. Ap. 3, 117, 1949.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.035

О ПРИБЛИЖЕННОМ РАСЧЕТЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ

В. П. ГОРЕЛОВ, В. И. ИЛЬИН

Поступила 6 июля 1977

Пересмотрена 21 февраля 1978

Предложен способ получения приближенных аналитических выражений для резольвентных или фундаментальных функций, введенных Соболевым. Эти выражения позволяют записать в простой аналитической форме ряд вспомогательных функций теории переноса излучения как в полупространстве, так и в слое конечной оптической толщины.

Введение. В [1] изложен подход к рассмотрению задач переноса монохроматического излучения в однородном полупространстве при произвольной степени анизотропии рассеяния. Для расчетов характеристик как выходящего из полупространства излучения, так и внутреннего светового режима при произвольных источниках достаточно знания нескольких функций $\Phi^m(\cdot)$, названных в [1] фундаментальными.

Эти функции удовлетворяют линейным интегральным уравнениям

$$\Phi^m(\tau) = K^m(\tau) + \int_0^{\infty} K^m(|\tau - \tau'|) \Phi^m(\tau') d\tau', \quad (1)$$

где ядра имеют вид

$$K^m(\tau) = \int_0^1 \Psi^m(\tau_1) e^{-\tau/\tau_1} \tau_1^{-1} d\tau_1,$$

а m принимает значения $0, 1, 2, \dots, N$. Значение N соответствует наибольшему порядку полинома Лежандра $P_N(\tau_1)$, учтенного в разложении индикатрисы рассеяния $x(\tau_1)$ в ряд по $P_n(\tau_1)$,

$$x(\tau) = \sum_{n=0}^N x_n P_n(\tau), \quad (2)$$

и здесь $\arccos \tau$ — угол рассеяния в единичном акте столкновения. Связь $\Psi^m(\tau)$ со значениями x_n при заданном N приводится в [1].

Известны [2] явные выражения для решений уравнения (1). При их использовании необходимо численное интегрирование, так как эти выражения содержат интегралы от функций, которые включают в себя решения $H^m(\tau)$ уравнений Амбарцумяна—Чандрасекара

$$H^m(\tau) = 1 + \tau H^m(\tau) \int_0^1 \Psi^m(\tau') H^m(\tau') \frac{d\tau'}{\tau + \tau'}. \quad (3)$$

Кроме этого, использование точных формул для $\Phi^m(\tau)$ из [2] требует знания корней $\pm k_m \in (-1, 1)$ уравнения

$$1 + k_m^{-1} \int_{-1}^1 \Psi^m(\tau) \frac{d\tau}{\tau - k_m^{-1}} = 0. \quad (4)$$

В предлагаемой работе изложен один из возможных способов получения приближенных аналитических выражений для решения уравнений вида (1). Знание таких выражений позволяет записать относительно простые формулы для некоторых важных вспомогательных функций. Для получения, например, таких формул для функций $H^m(\tau)$, с помощью которых может быть определен закон отражения полупространством, достаточно воспользоваться выражением [1]

$$H^m(\tau) = 1 + \int_0^\infty \Phi^m(\tau) e^{-\tau/\tau} d\tau. \quad (5)$$

Целесообразность получения относительно простых, но достаточно точных выражений для $\Phi^m(\tau)$ и $H^m(\tau)$ становится особенно понятной при рассмотрении сред, закон рассеяния для которых характеризуется заметной анизотропией, т. е. значение N в (2) достаточно велико. В этом случае велико и число уравнений (1) или (3), для решения которых до настоящего времени применяли лишь численные методы, требующие использования ЭВМ. Идея предлагаемого нами подхода заключается в том, что решение уравнения (1) ищется приближенно в виде суперпозиции дальней асимптотики $\Phi^m(\tau)$ и функций, определяющих ближнюю асимптотику $\Phi^m(\tau)$, а для определения коэффициентов разложения используется более простой путь.

чем, например, вариационный метод. Дальняя ($\tau \gg 1$) асимптотика $\Phi^m(\tau)$, как это следует из точных выражений в [2], пропорциональна $e^{-k_m \tau}$, где k_m — наименьший положительный корень (4). При $\tau \sim 0$, как это можно увидеть с помощью метода последовательных приближений, $\Phi^m(\tau) \sim K^m(\tau)$. Функции $\Psi^m(\tau_i)$ представляют собой [1] четные полиномы от τ_i , так что в общем случае можно записать

$$K^m(\tau) = \sum_{k=0}^N a_k^{(m)} E_{2k+1}(\tau), \quad (6)$$

где

$$E_n(\tau) = \int_0^\infty y^{-n} e^{-y\tau} dy,$$

а значения $a_k^{(m)}$ целиком определяются значениями x_n в (2), а также величиной альбедо однократного рассеяния $\lambda \leq 1$. В соответствии со всем, только что сказанным, приближенное выражение для $\Phi^m(\tau)$ предлагается записать в виде

$$\Phi^m(\tau) = A_m e^{-k_m \tau} + \sum_{k=0}^N A_m^{(2k+1)} E_{2k+1}(\tau). \quad (7)$$

В результате подстановки (7) в (1) приходим к уравнению

$$A_m f_m(\tau) - \sum_{k=0}^N A_m^{(2k+1)} \left[E_{2k+1}(\tau) - \int_0^\infty K^m(|\tau - \tau'|) E_{2k+1}(\tau') d\tau' \right] = K^m(\tau), \quad (8)$$

где

$$f_m(\tau) = k_m^{-1} \int_0^1 \Psi^m(\tau_i) \frac{e^{-\tau/\tau_i}}{k_m - \tau_i} d\tau_i,$$

и эта функция может быть записана в явном виде с помощью интегральных экспонент. Если величина $a_0^{(m)}$ в (6) отлична от нуля, то при $\tau \rightarrow +0$ левая и правая части (8) не существуют. В этом случае для определения A_m и $A_m^{(2k+1)}$ в (7) потребуем совпадения интегралов по $\tau \in [0, \infty)$ от левой и правой частей (8), умноженных на τ^n , где $n = 0, 1, 2, \dots, (N+1)$. При $a_0^{(m)} = 0$ число n должно пробегать значения $0, 1, 2, \dots, N$, а недостающее уравнение получим, потребовав

совпадения левой и правой частей (8) при $\tau = 0$. Матричные элементы и правые части получающейся таким образом системы $(N+2)$ линейных неоднородных уравнений относительно A_m и $A_m^{(2k+1)}$ выражаются через

$$\int_0^\infty \tau^n K^m(\tau) d\tau, \quad \int_0^\infty \tau^n f_m(\tau) d\tau, \quad J_{pm} = \int_0^\infty E_p(\tau) E_m(\tau) d\tau.$$

Формулы для двух первых интегралов могут быть легко получены в каждом конкретном случае и в дальнейшем нами не приводятся. Для расчета J_{nm} мы использовали выражение [3]

$$J_{nm} = \frac{1}{m+n-1} \sum_{p=n, m} (-1)^{p+1} \left[\ln 2 + \sum_{l=1}^{p-1} \frac{(-1)^l}{l} \right].$$

Подстановка (7) в (5) позволяет записать следующую приближенную формулу и для $H^m(\eta)$:

$$H^m(\eta) = 1 + A_m \frac{\eta}{1 + k_m \eta} + \sum_{k=1}^{N+1} A_m^{(2k-1)} \eta^k \left[\ln(1 + 1/\eta) + \sum_{l=1}^{k-1} \eta^l \frac{(-1)^l}{l} \right] (-1)^k. \quad (9)$$

В свою очередь, с помощью последнего выражения можно получить явную формулу для расчета моментов

$$h_n^m = \int_0^1 \eta^n H^m(\eta) d\eta,$$

необходимых при определении с помощью $H^m(\eta)$ функций Амбарцум-яна (см. [1]) $\varphi_n^m(\eta)$. Она имеет вид

$$h_n^m = 1 + A_m L_{n+1}^m + \sum_{k=1}^{N+1} A_m^{(2k-1)} (-1)^{k-1} \left[M_{n+k+1} + \sum_{l=1}^{k-1} \frac{(-1)^{l-1}}{l(l-k-n-1)} \right], \quad (10)$$

где

$$L_n^m = \frac{(-1)^n \ln(1 + k_m)}{k_m^{n+1}} + \sum_{l=0}^{n-1} \frac{(-1)^l}{k_m^{l+1} (n-l)},$$

$$M_n = \int_1^{\infty} y^{-(n+1)} \ln(1+y) dy, \quad n > 0.$$

Формула для вычисления последнего интеграла получена в [3]:

$$M_n = \frac{\ln 2 + (n - 1/2) J_{nn}}{n}.$$

Для иллюстрации возможностей предложенного способа описания $H^m(\eta)$, $\Phi^m(\tau)$, а также других, связанных с $\Phi^m(\tau)$ и $H^m(\eta)$ функций, мы рассмотрели несколько аппроксимаций индикатрисы рассеяния. При этом, как и в [4], где исследовалась дальняя асимптотика $\Phi^m(\tau)$, мы полагали, что при $m \geq 1$ уравнение (4) не имеет корней, то есть принимали в (7) $A_m = 0$, а при $m = 0$ это же уравнение имеет лишь пару корней. Исключение представляет лишь случай учета поляризации, о чем будет оговорено отдельно.

1. *Четырехчленная индикатриса*, $N = 3$. Значения x_n в (2) были позаимствованы нами из [5], где они определялись методом наименьших квадратов при аппроксимации нескольких реальных (полидисперсных) индикатрис. Как и в [5], мы рассмотрели консервативный случай $\lambda = 1$, когда корень уравнения (4) равен нулю [1]. Функция $\Psi^0(\eta)$ имеет вид [5]

$$\Psi^0(\eta) = \frac{1}{2} - \frac{x_2}{4} P_2(\eta) - \frac{x_3(5-x_2)}{12} \eta P_3(\eta),$$

так что (6) в явном виде запишется следующим образом:

$$K^0(\tau) = \frac{1 + 0.25 x_2}{2} E_1(\tau) + \frac{x_3(5-x_2) - 3x_2}{8} E_2(\tau) - \frac{5x_3(5-x_2)}{24} E_3(\tau).$$

Независимость $K^0(\tau)$ от x_1 является следствием того, что $\lambda = 1$. Мы ограничились расчетами только лишь $H^0(\eta)$, так как в [5] точные результаты приведены именно для этой функции. Расчеты показали, что наибольшее значение относительных отклонений значений $H^0(\eta)$, полученных нами по формуле (9), от результатов численного решения уравнения (3) при $m = 0$ на ЭВМ, опубликованных в [5], наблюдается при $\eta \sim 0.1$ и составляет по модулю $\leq 0.3\%$ для всех вариантов закона рассеяния из [5]. При увеличении же η , начиная с $\eta \sim 0.2$, относительная погрешность уменьшается, составляя $\leq 0.1\%$. При $\eta = 0$ выражение (9) дает точный результат $H^m(0) = 1$ независимо от m и свойств среды.

2. *Рэлеевское рассеяние.* В [6] показано, что для рэлеевского рассеяния при учете поляризации закон потемнения к краю в проблеме Милна, а также закон отражения полупространством целиком определяются решениями уравнений (3), где $m = 1, 2, 3, 4, 5$, а

$$\begin{aligned}\Psi^1(\eta) &= \frac{3}{2}(1 - \eta^2), & \Psi^2(\eta) &= \frac{3}{4}(1 - \eta^2), & \Psi^3(\eta) &= \frac{3}{4}(1 + 2\eta^2)(1 - \eta^2), \\ \Psi^4(\eta) &= \frac{3}{8}(1 + \eta^2)^2, & \Psi^5(\eta) &= \frac{3}{2}\eta^2.\end{aligned}$$

В [7] функциям $H^m(\tau)$ поставлены в соответствие функции $\Phi^m(\tau)$, удовлетворяющие уравнениям (1) и связанные с $H^m(\tau)$ соотношениями (5). Ядерные функции в (1) имеют для данного случая следующий вид:

$$K^1(\tau) = \frac{3}{2}E_1(\tau) - \frac{3}{2}E_3(\tau), \quad K^2(\tau) = \frac{3}{4}E_1(\tau) - \frac{3}{4}E_3(\tau),$$

$$K^3(\tau) = \frac{3}{4}E_1(\tau) + \frac{3}{4}E_3(\tau) - \frac{3}{2}E_5(\tau),$$

$$K^4(\tau) = \frac{3}{8}E_1(\tau) + \frac{3}{4}E_3(\tau) + \frac{3}{8}E_5(\tau), \quad K^5(\tau) = \frac{3}{2}E_5(\tau).$$

В [8] показано, что характеристическое уравнение (4) не имеет корней лишь при $m = 2$. При $m = 1$ оно имеет корень $k = 0$, а при $m = 3, 4, 5$ имеет только пару корней $\pm k_m$, и k_m приведены в [8]. Поскольку в $K^3(\tau)$ совпадают коэффициенты при $E_1(\tau)$ и $E_3(\tau)$, а в $K^4(\tau)$ — при $E_1(\tau)$ и $E_5(\tau)$, то мы полагали в [7], что $A_3^{(1)} = A_3^{(3)}$ и $A_4^{(1)} = A_4^{(5)}$. Значения A_m и $A_m^{(2k+1)}$, определенные так, как об этом говорилось во введении, представлены в табл. 1, где прочерк означает отсутствие соответствующих членов в (7) и (9).

Таблица 1

КОЭФФИЦИЕНТЫ A_m И $A_m^{(2k+1)}$ ПРИ УЧЕТЕ
ПОЛЯРИЗАЦИИ

m	A_m	$A_m^{(1)}$	$A_m^{(3)}$	$A_m^{(5)}$	k_m , [8]
1	2.23503	0.53766	-0.70504	—	0
2	—	0.33358	0.24246	—	—
3	0.46512	0.31622	0.31622	-0.51928	0.91482
4	0.48851	0.17585	-0.13467	0.17585	0.74097
5	0.24396	—	0.38133	—	0.85276

В [6] приведены значения $H^m(\eta)$, полученные при решении уравнений (3) методом итераций и с использованием квадратурной формулы Гаусса. Как показали расчеты, абсолютное значение относительного отклонения значений, полученных нами при помощи (9) и коэффициентов из табл. 1, от результатов из [6], которые можно считать точными, составляет $\leq 0.1\%$ для всех $\eta \in [0, 1]$. Напомним, что функции $H^1(\eta)$ и $H^2(\eta)$ определяют закон потемнения к краю и закон диффузного отражения для независящих от азимута двух первых параметров Стокса. Соответствующие формулы приведены в [6] и [7]. В них появляются постоянные c и q , равные

$$c = \frac{8(h_1^2 - h_1^1) + 3(2h_1^1 h_0^1 - h_1^2 h_0^2)}{3(|h_1^2|^2 + 2|h_1^1|^2)},$$

$$q = 2 \frac{4(h_1^2 + 2h_1^1) - 3(h_0^2 h_1^1 + h_0^1 h_1^2)}{3(|h_1^2|^2 + 2|h_1^1|^2)},$$

где h_m^i — моменты функций $H^m(\eta)$. Пользуясь формулой (10) и коэффициентами из табл. 1, мы получили $c = 0.87277(2 \cdot 10^{-2}\%)$, $q = 0.68978(2 \cdot 10^{-2}\%)$, где в скобках приведены относительные отклонения от точных значений из [6], $c_r = 0.87294$ и $q_r = 0.68989$.

Известно [6], что в скалярном приближении, когда не принимают во внимание поляризацию в единичном акте столкновения, рэлеевскому рассеянию соответствует индикатриса $x(\eta) = (3/4)(1 + \eta^2)$. В этой же работе показано, что закон потемнения к краю в проблеме Милна и закон диффузного отражения определяются решениями уравнений (3) при $m = 0, 1, 2$, где

$$\Psi^0(\eta) = \frac{3}{16}(3 - \eta^2), \quad \Psi^1(\eta) = \frac{3}{8}(1 - \eta^2)\eta, \quad \Psi^2(\eta) = \frac{3}{32}(1 - \eta^2)^2.$$

Уравнение (4) имеет корень $k = 0$ лишь при $m = 0$. Функциям $H^m(\eta)$ в данном случае можно поставить в соответствие функции $\Phi^m(\tau)$ так, что выполняются (5), а $\Phi^m(\tau)$ удовлетворяют уравнениям (1). Поступая так же, как и при учете поляризации, мы получили значения A_m и $A_m^{(2\lambda+1)}$, которые приводим в табл. 2.

Расчеты $H^m(\eta)$ с помощью (9) и коэффициентов из табл. 2 показали, что наибольшее значение относительного отклонения $H^0(\eta)$ от точных значений из [6] имеет место при $\eta \sim 0.1$ и составляет по модулю $\sim 0.2\%$, заметно уменьшаясь как при $\eta \rightarrow 0$, так и при $\eta \rightarrow 1$. Для $H^1(\eta)$ и $H^2(\eta)$ эта же величина составляет всего лишь несколько сотых долей процента.

До сих пор мы рассматривали лишь консервативное рассеяние, когда $\lambda = 1$. Интересно выяснить, как зависит точность предлагаемого способа от значения λ . С этой целью мы рассмотрели прежде всего случай линейной анизотропии рассеяния для нескольких значений λ .

Таблица 2
КОЭФФИЦИЕНТЫ A_m И A_m^{2k+1} БЕЗ
УЧЕТА ПОЛЯРИЗАЦИИ

m	A_m	$A_m^{(1)}$	$A_m^{(3)}$	$A_m^{(5)}$
0	1.82551	0.42127	-0.49969	—
1	—	—	0.34155	-0.29889
2	—	0.09692	-0.18670	0.09692

3. *Линейная анизотропия рассеяния, $N=1$.* Выражения для функций $\Psi^0(\eta)$ и $\Psi^1(\eta)$ приведены в [1]. Значения корней k_0 уравнения (4) при $m=0$ затабулированы для ряда λ и x_1 в [9]. Мы рассчитывали не $H^m(\eta)$, а функции Амбарцумяна $\varphi_n^m(\eta)$, связь которых с $H^m(\eta)$ имеет в данном случае вид [1]

$$\varphi_0^0(\eta) = \left[1 - \frac{\lambda}{2} (1 - \lambda) x_1 \frac{h_1^0}{1 - \frac{\lambda}{2} h_0^0} \eta \right] H^0(\eta),$$

$$\varphi_1^0(\eta) = \eta \frac{1 - \lambda}{1 - \frac{\lambda}{2} h_0^0} H^0(\eta),$$

$$\varphi_1^1(\eta) = \sqrt{1 - \eta^2} H^1(\eta).$$

Наибольшее значение относительного отклонения значений $\varphi_0^0(\eta)$, полученных нами, от результатов численного решения системы двух связанных нелинейных интегральных уравнений относительно $\varphi_0^0(\eta)$ и $\varphi_1^0(\eta)$, опубликованных в [10], достигается при $\eta \sim 0.1$ и составляет $\lesssim 0.2\%$, причем верхней границы эта величина достигает при увеличении λ . Относительное отклонение полученных нами значений $\varphi_1^0(\eta)$ и $\varphi_1^1(\eta)$ от точных значений $\varphi_1^0(\eta)$ и $\varphi_1^1(\eta)$ из [10] (значения $\varphi_1^1(\eta)$ получены в [10] при решении нелинейного интегрального уравнения, приведенного там же) составляло всего лишь несколько сотых долей процента, слабо завися от значений λ , x_1 и λx_1 соответственно. В расчетах было принято $\lambda = 0.6, 0.9$, $x_1 = -1, 1$ и $\lambda x_1 = -1.0, -0.5, -0.1, 0.1, 0.5, 1.0$.

Влияние значений λ на точность предлагаемого способа наиболее заметно проявляется в случае изотропного рассеяния, к рассмотрению которого мы и переходим.

4. *Изотропное рассеяние, $N = 0$.* В этом случае $\Psi^0(\tau) = \lambda/2$. Выражения для A_0 и $A_0^{(1)}$ из (7) при $N = 0$ легко выписываются в явном виде:

$$A_0 = \frac{0.5454 \lambda}{Q},$$

где

$$Q = 2 [|\ln(1-k)| - 0.5k^2 - k] (1 - 0.75\lambda) - k [|\ln(1-k)| - k] \times \\ \times (1 - 1.2954\lambda);$$

$$A_0^{(1)} = \frac{\lambda + \lambda [k - |\ln(1-k)|] k^{-2}}{2(1 - 0.75\lambda)}.$$

При записи последних формул мы использовали значения $J_{12} = 0.5000$ и $J_{13} = 0.2954$ из [3]. Величина k в зависимости от λ затабулирована, например, в [1]. Расчет $H^0(\tau)$ по формуле (9) при $m = N = 0$ и сравнение этих значений с точными из [1] показали, что при $\lambda \leq 0.9$ наши результаты практически совпадают с точными в пределах трех цифр после запятой. Однако при $\lambda \rightarrow 1$ точность наших расчетов начинает падать, и наибольшее значение относительного отклонения от точных результатов, имеющее место при $\eta \sim 0.1$, может достигать по модулю $\sim 0.5\%$. В этой связи при $0.9 \leq \lambda \leq 1$ предлагается вместо (7) при $N = 0$ использовать следующее выражение:

$$\Phi^0(\tau) = A_0 e^{-k\tau} + A_0^{(1)} E_1(\tau) + A_0^{(2)} E_2(\tau). \quad (11)$$

Подстановка (11) в (5) позволяет записать

$$H^0(\tau) = 1 + \frac{\tau}{1 + k\tau} A_0 + \tau \ln(1 + 1/\tau) A_0^{(1)} + \tau [1 - \tau \ln(1 + 1/\tau)] A_0^{(2)}. \quad (12)$$

Способ определения A_0 , $A_0^{(1)}$ и $A_0^{(2)}$ остается прежним. Результаты, полученные нами с помощью (12) для $\lambda = 0.9, 1.0$, совпали с точными из [1] в пределах трех цифр после запятой. Исключение составляет область $\tau \sim 0.1$ для $\lambda = 1$. Так, полученное нами для $\lambda = 1$ значение $H^0(0.1) = 1.246$, а точное $H^0(0.1) = 1.247$ [1].

Выражения (9) и (12) могут быть использованы и для расчета плоского $A(\eta_0)$ и сферического A_s альбедо полупространства. Для рассматриваемого случая $N = 0$, например, эти величины равны [1]:

$$A(\eta_0) = 1 - \sqrt{1 - \lambda} H^0(\tau_0), \quad A_s = 1 - 2\sqrt{1 - \lambda} h_1^0. \quad (13)$$

Если используется (9), то для расчета h_1^0 следует взять формулу (10), положив в ней $N=0$, а $n=1$. Приближению же (12) соответствует следующее выражение для h_n^0 :

$$h_n^0 = \frac{1}{n+1} + A_0 L_{n+1}^0 + A_0^{(1)} M_{n+2} + A_0^{(2)} \left(\frac{1}{n+2} - M_{n+3} \right), \quad (14)$$

где L_n^0 и M_n приведены во введении. Достаточно простые приближенные формулы для A_* и $A(\eta_0)$ получены в [11]. Точность формулы для $A(\eta_0)$ из [11] оказывается хорошей лишь при $\eta_0 \gtrsim 0.4$, а при $\eta_0 < 0.4$ она заметно уступает точности вычислений по первой из формул (13), в которой используется, например, (12). Так, для $\lambda = 0.9$ относительное отклонение приближенных значений $A(\eta_0)$ из [11] от точных значений, которые приведены там же, при $\eta_0 < 0.4$ составляет по модулю $\sim 2\%$, в то время как полученные нами значения совпадают с точными из [11] для всех $\eta_0 \in [0, 1]$. Точность формулы для A_* из [11] падает по мере уменьшения λ . Для иллюстрации приводим табл. 3, во втором столбце которой приведены значения A_* , полученные нами с помощью второй из формул (13) и выражений (10), где $N=0$ и $n=1$, при $\lambda = 0.5$ и (14) при $\lambda = 0.9$. В третьем столбце этой же таблицы приведены приближенные значения A_*^n из [11], а в четвертом — точные значения A_*^* , данные по той же работе.

Таблица 3
СФЕРИЧЕСКОЕ АЛЬБЕДО A_*

λ	A_*	A_*^n [11]	A_*^* [11]
0.9	0.479	0.472	0.479
0.5	0.146	0.139	0.147

Простая формула для $H^0(\eta)$ при $N=0$ получена в [12]. Однако по точности она существенно уступает формулам (9) при $N=0$ и (12), особенно при $\lambda \sim 1$. Известны также асимптотические по λ формулы теории переноса излучения (см., например, [13]), которые позволяют вычислять вспомогательные функции для таких λ , для которых имеет место неравенство $1 - \lambda \ll 1$, с помощью этих же вспомогательных функций, но для $\lambda = 1$. Мы не проводили сравнения предлагаемых нами формул с подобными выражениями, так как не преследовали целей асимптотического по λ анализа.

Выражения (7) или (11) могут использоваться не только для получения приближенных формул для функций $H^m(\eta)$ или $\varphi_m^m(\eta)$, определяю-

щих угловые характеристики. Они могут быть полезными и при описании пространственной зависимости функций источников, соответствующих различным распределениям первичных источников излучения. Известно, например, что функция источников для постоянных первичных источников целиком определяется [1] знанием функции $\Psi(\tau)$, которая, в свою очередь, для случая $N = 0$ связана с $\Phi^0(\tau)$ соотношением

$$\Psi(\tau) = 1 + \int_0^{\tau} \Phi^0(\tau) d\tau. \quad (15)$$

Если подставить в это соотношение выражение (11), получим

$$\Psi(\tau) = 1 + A_0 \frac{1 - e^{-k\tau}}{k} + A_0^{(1)} [1 - E_2(\tau)] + A_0^{(2)} \left[\frac{1}{2} - E_3(\tau) \right]. \quad (16)$$

При использовании (7) при $N = 0$ необходимо положить в этой формуле $A_0^{(2)} = 0$. Расчеты, проведенные нами для $\lambda = 1.0, 0.9, 0.5$ при помощи (16), показали, что соответствующие значения хорошо согласуются с точными, полученными в [14] на ЭВМ: во всей области изменения τ из [14] относительное отклонение наших значений от точных составляет по модулю $< 0.1\%$ и точность увеличивается с ростом τ , хотя и при $\tau = 0$ значения $\Psi(\tau)$, получаемые по формуле (16), совпадают с точными.

Для функции источников, соответствующей падению на свободную поверхность полупространства параллельного светового потока под углом $\arccos \eta_0$ к внешней нормали, используя ее связь с $\Phi^0(\tau)$ для случая $N = 0$ (см., например, [14]) и подставляя вместо $\Phi^0(\tau)$ приближение (11), получим

$$B(\tau, \eta_0) = \frac{\lambda}{4} H^0(\eta_0) \left[e^{-\tau/\eta_0} + \eta_0 \frac{e^{-\tau/\eta_0} - e^{-k\tau}}{k\eta_0 - 1} A_0 + e^{-\tau/\eta_0} F_1(\tau, \eta_0) A_0^{(1)} + e^{-\tau/\eta_0} F_2(\tau, \eta_0) A_0^{(2)} \right]. \quad (17)$$

Здесь

$$F_n(\tau, \eta_0) = \int_0^{\tau} E_n(\tau) e^{\tau/\eta_0} d\tau.$$

Таблицы $e^{-\tau/\eta_0} F_1(\tau, \eta_0)$ для ряда значений τ и η_0 приводятся в [15, 16]. Расчеты можно проводить по формуле

$$e^{-\tau/\eta} F_1(\tau, \eta) = \eta \left[E_1(\tau) - \ln \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) e^{-\tau/\eta} + Ei \left(\left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) \tau \right) e^{-\tau/\eta} \right],$$

и подробные таблицы $Ei(\tau)$ имеются в [17]. Для расчетов $e^{-\tau/\eta} F_2(\tau, \eta)$ необходимо использовать формулу

$$e^{-\tau/\eta} F_2(\tau, \eta) = \eta \left[\eta E_1(\tau) + E_2(\tau) - \eta \ln \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) e^{-\tau/\eta} - \right. \\ \left. - e^{-\tau/\eta} + \eta Ei \left(\left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) \tau \right) e^{-\tau/\eta} \right].$$

Мы провели расчеты по формуле (17), где в качестве $H^0(\eta)$ использовали приближение (12), для $\lambda = 1$, $\eta_0 = 0.1, 0.5, 1.0$ и для всех значений τ из [14], где на ЭВМ были получены точные значения $B(\tau, \eta_0)$. Относительное отклонение наших значений от точных из [14] во всей области исследованных значений τ и η_0 составляло по модулю $\leq 0.1\%$, слабо завися от τ и η_0 .

Выражения (7) при $N=0$ и (11) могут быть использованы и для приближенного расчета вспомогательных функций теории переноса излучения при изотропном рассеянии в конечном слое оптической толщины τ_0 , если использовать при этом результаты работ [18, 19]. Так, в [18] получена следующая приближенная формула для резольвентной функции $\Phi(\tau, \tau_0)$ в конечном слое при изотропном рассеянии для случая $\lambda=1$:

$$\Phi(\tau, \tau_0) = \Phi^0(\tau) - \\ - \frac{\bar{F}(\tau_0, 1)}{2\Psi(\tau_0) - \tau_0 \bar{F}(\tau_0, 1)} [\Psi(\tau) - \Psi(\tau_0 - \tau) + \Psi(\tau_0) - \tau \bar{F}(\tau_0, 1)], \quad (18)$$

где $\Phi^0(\tau)$ — решение уравнения (1) при $m=N=0$, $i=1$, $\Psi(\tau)$ связано с $\Phi^0(\tau)$ соотношением (15), а $\bar{F}(\tau, \eta)$ определяется формулой

$$\bar{F}(\tau, \eta) = e^{\tau/\eta} \int_0^\infty \Phi^0(\tau) e^{-\tau/\eta} d\tau.$$

В случае $\lambda=1$ и при $N=0$ определенные нами значения коэффициентов в (11), где $k=0$, равны: $A_0 = 1.7321$, $A_0^{(1)} = 0.4339$, $A_0^{(2)} = -0.4056$. Подстановка (11) с этими коэффициентами в последнее соотношение позволяет записать:

$$\bar{F}(\tau, \eta) = \eta \{ 1.7321 + 0.4339 [E_1(\tau) - E_1((1 + 1/\eta)\tau) e^{\tau/\eta}] - \\ - 0.4056 [E_2(\tau) - \eta E_1(\tau) + \eta E_1((1 + 1/\eta)\tau) e^{\tau/\eta}] \}. \quad (19)$$

Используя связь функций Амбарцумяна $\varphi(\eta, \tau_0)$ и $\psi(\eta, \tau_0)$ с $\Phi(\tau, \tau_0)$ (см., например, [1]), с помощью (18) можно получить

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi(\eta, \tau_0) &= \varphi(\eta) - \frac{\tilde{F}(\tau_0, \eta)}{2\Psi(\tau_0) - \tau_0\tilde{F}(\tau_0, 1)} [\varphi(\eta) + F(\tau_0, \eta) - \tilde{F}(\tau_0, \eta)], \\ \psi(\eta, \tau_0) &= F(\tau_0, \eta) - \tilde{F}(\tau_0, \eta) + \varphi(\eta) - \varphi(\eta, \tau_0), \end{aligned} \right. \quad (20)$$

где $\varphi(\eta) \equiv H^0(\eta)$. Первая из этих формул получена в [18]. Функция $F(\tau, \eta)$ связанa [18] с функцией источников $B(\tau, \eta)$, соответствующей падению на свободную поверхность полупространства параллельного светового потока под углом $\arccos \eta$ к внешней нормали, соотношением

$$F(\tau, \eta) = 4 \frac{B(\tau, \eta)}{\varphi(\eta)}. \quad (21)$$

Мы провели расчеты $\varphi(\eta, \tau_0)$ и $\psi(\eta, \tau_0)$ для $\lambda = 1$, используя в (20) и (21) для описания $\varphi(\eta) \equiv H^0(\eta)$ выражение (12), для описания $\Psi(\tau)$ выражение (16), выражение (19) и, наконец, в (21) использовали (17). Мы ограничили значениями $\tau_0 = 0.2, 0.4, 1.0, 2.0$ и 3.0 . Полученные нами значения $\varphi(\eta, \tau_0)$ вплоть до $\tau_0 = 0.2$ имеют относительное отклонение от точных значений из [1] $< 0.5\%$, причем наибольшее значение эта величина принимает при $\eta \sim 0.1$ для $\tau_0 = 0.2$, уменьшаясь при $\eta \rightarrow 0, \eta \rightarrow 1$ и особенно заметно при увеличении τ_0 . Относительное отклонение полученных нами значений $\psi(\eta, \tau_0)$ от точных значений из [1] принимает наибольшее значение $\sim 3\%$ также при $\eta \sim 0.1$ и для $\tau_0 = 0.2$, заметно уменьшаясь как при увеличении τ_0 , так и при $\eta \rightarrow 0$ и при $\eta \rightarrow 1$. Указанная погрешность полученных нами значений $\varphi(\eta, \tau_0)$ для $\tau_0 = 0.2, 0.4, 1.0$ примерно совпадает с погрешностью значений, полученных в [18] с помощью первой из формул (20), но при использовании точных результатов для $\varphi(\eta), \Psi(\tau_0), \tilde{F}(\tau_0, \eta)$ и $F(\tau_0, \eta)$. При $\tau_0 = 2.0, 3.0$ относительная погрешность полученных нами значений $\varphi(\eta, \tau_0)$ и $\psi(\eta, \tau_0)$ заметно меньше погрешности асимптотических по τ_0 формул Соболева, которая приведена в [20].

До сих пор мы не оценивали точности формул (7) и (11), используя их лишь для получения приближенных выражений для различных вспомогательных функций. Хотя, как это следует из изложенного, например, в [1], в формулах теории переноса излучения участвуют лишь интегралы от $\Phi^m(\tau)$ с различными весовыми функциями, целесообразно сравнить результаты, получаемые с помощью (7) или (11), с имеющимися в литературе результатами точных расчетов $\Phi^m(\tau)$.

5. К оценке точности приближений (7), (11) для $\Phi^m(\tau)$. Рассмотрим прежде всего случай $N = 0$. Точные значения $\Phi^0(\tau)$ для

$1 \gg \lambda \gg 0.9$, $\lambda = 0.5$ и $\tau \in [0.01, 10]$ получены на ЭВМ в [14]. Расчеты показали, что относительное отклонение значений $\Phi^0(\tau)$, полученных нами для $1 \gg \lambda \gg 0.9$ с помощью (11), от точных значений из [14] составляет $\leq 0.1\%$ при $\tau \gtrsim 0.05$ и лишь при $\tau \sim 0.01$ достигает $\sim 1\%$. При $\lambda = 0.5$ мы использовали приближение (7), в котором полагали $N = m = 0$. Для всех значений τ из [14] относительное отклонение наших значений $\Phi^0(\tau)$ от точных результатов из той же работы составляло один или несколько десятых долей процента.

В [21] численно получены точные значения $\Phi^m(\tau)$ для случая, когда в (2) величина $N = 2$. Мы сочли необходимым привести табл. 4, где в числителе стоят значения $\Phi^m(\tau)$, полученные нами с помощью (7) и процедуры определения A_m и $A_m^{(2k+1)}$, описанной во введении, а в знаменателе значения $\Phi^m(\tau)$ из [21]. Было принято, что $\lambda = x_1 = x_2 = 1$, и мы считали, что при $m = 1, 2$ уравнение (4) не имеет корней.

Таблица 4

ЗНАЧЕНИЯ $\Phi^m(\tau)$ ДЛЯ ТРЕХЧЛЕННОЙ
ИНДИКАТРИСЫ ПРИ $\lambda = x_1 = x_2 = 1$

τ	$\Phi^0(\tau)$	$\Phi^1(\tau)$	$\Phi^2(\tau)$
1	1.970/1.978	0.099/0.093	0.018/0.018
2	1.937/1.944	0.026/0.026	0.0030/0.0029
3	1.933/1.938	0.0078/0.0078	0.00068/0.00057
4	1.933/1.936	0.0024/0.0024	0.00018/0.00012

Как видим, наши значения $\Phi^0(\tau)$ и $\Phi^1(\tau)$ удовлетворительно согласуются со значениями из [21] для всех τ из табл. 4. Для $\Phi^2(\tau)$ в области значений τ , где эта функция существенно меньше как $\Phi^0(\tau)$, так и $\Phi^1(\tau)$, это согласие хуже. Тем не менее, расчеты $H^2(\eta)$, проведенные нами с помощью (9) для $N = m = 2$ и при $\lambda = x_1 = x_2 = 1$ показали, что относительные отклонения от точных значений $H^2(\eta)$ из [22] составляют $< 0.1\%$.

6. **Заключение.** Фундаментальные (резольвентные) функции теории переноса излучения предложено искать в виде (7). Линейные алгебраические уравнения для неизвестных коэффициентов из (7), число которых не больше $(N + 2)$, где N — наибольшая учтенная степень полинома Лежандра $P_n(\eta)$ в разложении индикатрисы рассеяния (2), получаются при подстановке (7) в (1), интегрировании с весовыми множителями 1, τ , τ^2

и т. д. и, когда в (6) величина $\alpha_0^m = 0$, приравниванием левой и правой частей получающегося при подстановке (7) в (1) выражения в точке $\tau = 0$. При изотропном рассеянии в области значений $0.9 \leq i \leq 1$ вместо (7) необходимо использовать (11). С помощью (7) или (11) по известным формулам теории переноса излучения можно получать приближенные выражения для различных вспомогательных функций. Как показали примеры, точность таких приближенных формул хорошая и их можно использовать в практических приложениях. Удовлетворительной оказывается и точность исходных приближений (7) или (11).

Предложенный способ определения коэффициентов в (7) или (11) не является единственным. В частности, для этого мог бы быть использован вариационный метод. Однако при этом увеличивается объем вычислений, а точность остается практически той же. В [23] разложение вида (11) привлекалось для описания пространственной зависимости плотности частиц в проблеме Милна и для определения неизвестных коэффициентов использовался вариационный метод. С другой стороны, решение проблемы Милна может быть найдено с помощью резольвентной функции $\Phi^0(\tau)$ [24]. Ограничившись изотропным рассеянием и используя для получения таких решений формулы из [24], а в них приближение (11), можно показать, что точность результатов примерно соответствует точности расчетов из [23] при меньшем объеме вычислений.

В разделе 4 мы уже говорили о сравнении получаемых нами формул с некоторыми известными из литературы приближениями. Вернемся к этому вопросу в связи с некоторыми из результатов серии работ [25].

Во второй из этих работ для расчета функции источников $B(\tau, \tau_0)$, определение которой приведено в разделе 4, используется P_s — приближение метода сферических гармоник. Расчеты, проведенные нами с помощью приближения (17), полученного в разделе 4, для случая $i = 1$, в котором использовалось приближение (12) для того же значения i , оказались более точными, чем расчеты из [25], при ощутимо меньшем объеме вычислений. В последней из работ [25] получены приближенные формулы для расчета функции $H^0(\tau)$ и $\varphi(\tau, \tau_0)$, $\psi(\tau, \tau_0)$ при изотропном рассеянии. Выражение для $H^0(\tau)$, например, из [25] имеет вид

$$H^0(\tau) = 1 + 2\tau \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{1 + \beta_k \tau}, \quad (22)$$

где $\pm \beta_k$ — корни уравнения

$$1 - \lambda \sum_{k=1}^N \frac{w_k}{1 - \beta_k^2 \tau_k^2} = 0,$$

$$A_k = \frac{(-1)^{N+1}}{2 \prod_{k=1}^N \tau_k} \left[\prod_{n=1}^N (1 - \beta_k \tau_n) \right] \prod_{i=k}^N (\beta_k - \beta_i),$$

а w_k , τ_k — веса и узлы квадратурной формулы Гаусса в N -точечном приближении на отрезке $[0, 1]$. Значения β_k и A_k при $N=7$ затабулированы для ряда ϵ в [25]. Результаты, получаемые с помощью (9) при $N=m=0$ или (12), совпадают с результатами, соответствующими (22), в пределах трех цифр после запятой. Мы не проводили сравнения точности формул (20), в которых используются (12), (16), (17) и (19), с точностью приближенных формул для этих же функций из [25]. Отметим только, что, несмотря на их хорошую точность, о чем сказано в [25], этим формулам присущ недостаток, подчеркнутый в той же работе и заключающийся в необходимости знания при их использовании значений $\varphi(\tau_i, \tau_0)$ и $\psi(\tau_i, \tau_0)$ в узлах формулы Гаусса в N -точечном приближении на отрезке $[0, 1]$. В [25] эти значения предложено определять при решении системы нелинейных дифференциальных уравнений относительно $\varphi(\tau_k, \tau_0)$ и $\psi(\tau_k, \tau_0)$. С другой стороны, для использования формул, получаемых нами с помощью (7) или (11), необходимо лишь знание корней уравнений (4), и все остальные промежуточные расчеты связаны с решением линейных алгебраических уравнений.

ABOUT AN APPROXIMATE CALCULATION OF AID-FUNCTIONS IN RADIATION TRANSPORT THEORY

V. P. GORELOV, V. I. ILIYN

The method to find the analytically approximated resolvent or Sobolev's fundamental functions is suggested. The obtained expressions enable us to write down in a simple form a number of auxiliary functions of the radiation transport theory in halfspace and in a layer of finite optic thickness.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Соболев, Рассеяние света в атмосферах планет, Наука, М., 1972.
2. Д. И. Назирнер, Астрон. ж., 41, 669, 1964.
3. V. Kourganoff, Basic methods in transfer problems, Clarendon press, Oxford, 1952.

4. А. С. Аниконов, Астрон. ж., 50, 137, 1973.
5. А. К. Колесов, О. И. Смоктий, Астрон. ж., 48, 1013, 1971.
6. С. Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, М., 1953.
7. Х. Домке, Астрон. ж., 48, 341, 1971.
8. Т. W. Mullikin, Ap. J., 145, 886, 1966.
9. Von U. Haungs, Atomkernenergie, 11, 19, 1966.
10. И. Н. Минин, А. Г. Пилопосян, Н. А. Шидловская, Труды АО ЛГУ, 20, 12, 1964.
11. L. Wang, Ap. J., 174, 671, 1972.
12. Y. C. Pomraning, Ap. J., 159, 119, 1970.
13. А. К. Колесов, В. В. Соболев, Астрофизика, 5, 175, 1969.
14. А. Б. Шнейвайс, Вестн. ЛГУ (матем.-мех.-астрон.), № 7, вып. 2, 144, 1973.
15. S. Chandrasekhar, Ap. J., 108, 92, 1948.
16. H. C. van de Hulst, Ap. J., 107, 220, 1948.
17. Табл. интегр. показательной функции, АН СССР, М., 1954.
18. М. А. Мнацаканян, Астрофизика, 11, 659, 1975.
19. М. А. Мнацаканян, Астрофизика, 12, 451, 1976.
20. В. М. Лоскутоз, Астрофизика, 9, 361, 1973.
21. А. С. Аниконов, А. Б. Шнейвайс, Труды АО ЛГУ, 33, 3, 1977.
22. В. М. Лоскутоз, Труды АО ЛГУ, 29, 33, 1973.
23. Н. В. Птицына, в сб. «Некоторые математические задачи нейтронной физики», МГУ, 1960, стр. 28.
24. В. В. Соболев, Курс теоретической астрофизики, Наука, М., 1967.
25. Т. Вийк, Публ. Тартуской обс., 44, 47, 1976.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.87

Р ЛЕБЕДЯ В ДАЛЕКОМ УЛЬТРАФИОЛЕТЕ*

В. А. АМБАРЦУМЯН, Л. В. МИРЗОЯН, Т. П. СНОУ

Поступила 16 мая 1978

Описаны новые ультрафиолетовые наблюдения пекулярной звезды с потерей массы Р Лебеда, полученные с помощью спутника *Коперник*. Они свидетельствуют, что ветер от Р Лебеда показывает небольшую конечную скорость и низкую степень ионизации и совершенно непохож на ветер других сверхгигантов ранних спектральных подклассов. Это различие связано с большой протяженностью ее фотосферы и с тем фактом, что ускорение истечения материи начинается ниже ее фотосферы. Существование вокруг Р Лебеда протяженной фотосферы доказывается аномальным распределением энергии в ее спектре. Из профиля линии L_2 и интенсивностей диффузных полос выведены величина межзвездного поглощения: $E(B-V) \approx 0.35$. Это приводит к выводу, что Р Лебеда имеет внутреннее покраснение. Величина избытка цвета $E(B-V)$ приводит к расстоянию Р Лебеда от 0.6 до 1.8 клс. Для визуальной абсолютной величины это соответствует значению $-7.6 < M_v < -5.2$.

1. Введение. Звезда Р Лебеда (HD 193273) впервые наблюдалась в 1600 г. как объект около 3^m. До этого, из-за слабости, она не была доступна наблюдению невооруженным глазом. С тех пор блеск звезды мало изменился, и она оставалась ярче 5^m. В последнее время звезда имела почти постоянный блеск, равный $m_v = 4.8$ (см., например, [1]). Наблюдались только небольшие, по-видимому, периодические, колебания блеска [2]. Присутствие в спектре Р Лебеда эмиссионных линий с абсорбционными компонентами с коротковолновой стороны дало основание допустить, что вокруг звезды имеется расширяющаяся газовая оболочка, которая непрерывно заполняется за счет постоянно истекающей с поверхности звезды материи.

* Работа выполнена в рамках программы "Guest Investigator" с телескопом Принстонского университета, установленным на спутнике *Коперник*, субсидированном и действующем с помощью Национального управления по авиации и исследованию космического пространства (США).

Например, еще в 1929 г. Мак Кри [3], обсуждая явление Новых, и Билс [4], рассматривая спектры звезд типа Вольф—Райе, а также Р Лебеда, поняли, что наблюдаемые в спектрах этих объектов своеобразные профили линий свидетельствуют об истечении вещества с поверхностей этих звезд. Они показали, что в этом случае эмиссионные линии возникают во всей расширяющейся сферической околосредной оболочке, а абсорбционные компоненты, смещенные в коротковолновую сторону, в той части оболочки, которая прямо направлена к наблюдателю.

Спектр Р Лебеда в видимой части содержит более сотни линий с характерными для нее профилями. Смещения абсорбционных компонент спектральных линий соответствуют доплеровским скоростям истечения материи до ~ 300 км/сек [5—7]. Этот спектр характеризуется как В1 (см., например, [8]), хотя в нем имеются некоторые признаки, соответствующие более поздним спектральным подразделениям (см., например, [5]).

Работы Струве [5], Билса [9] и Струве и Роча [6], посвященные изучению Р Лебеда, показали, что истекающая материя ускоряется во всей наблюдаемой области, так как линии низкого возбуждения, которые, надо полагать, формируются на самых высоких уровнях, систематически имеют более высокие скорости истечения. Более подробный анализ соотношений скорость — возбуждение был выполнен де Грутом [10] и Хатчингсом [11]. Предполагая, что возбуждение эмиссионных линий вызывается ультрафиолетовым непрерывным излучением фотосферы звезды и используя интенсивности этих линий, Струве и Роч [6] заключили, что наблюдаемая материя находится внутри сферы с радиусом $2.5 R$, где R — радиус звезды.

Вопрос о зависимости скорости истечения материи от высоты в последнее время был пересмотрен Куаном и Кухи [12]. В попытке согласовать вычисленные профили линии H_α с наблюдаемым профилем они вынуждены были заключить, что ветер от Р Лебеда имеет зону торможения. В противном случае вычисленные профили эмиссионных линий все оказываются чересчур широкими. Однако представление о ветре, имеющем отрицательное ускорение, очень трудно примирить с наблюдаемым соотношением возбуждение — скорость и в особенности с инфракрасным спектральным индексом [13, 14], который совместим только с ускоряющимся истечением. Совсем недавно ван Блеркому [15] удалось согласовать вычисленные профили бальмеровских эмиссионных линий с их наблюдаемыми профилями при ускоряющемся потоке. Он получил хорошее согласие, принимая более медленное ускорение, чем ускорение, вытекающее из исследования Кастора, Аббота и Клайна [16], чей закон изменения скорости с высотой был использован Куаном и Кухи. При законе изменения скорости с высотой, принятом ван Блеркомом [15], представляющим собой простую линейную зависимость от высоты (что, вероятно, не яв-

ляется единственной возможностью), максимальная скорость истечения ~ 300 км/сек достигается на высоте $10 R$.

Светимость Р Лебеда очень высокая. Копылов [17] и Хатчингс [11, 18], используя эмпирические корреляции между светимостью и эквивалентными ширинами абсорбционных компонентов спектральных линий, для визуальной абсолютной величины Р Лебеда получили $M_v = -8.4$, а для ее болометрической абсолютной величины: $M_{bol} = -10.8$. Отсюда следует, что Р Лебеда по светимости превышает другие сверхгиганты класса В1 более, чем на 2^m .

Необходимо подчеркнуть, однако, что эквивалентные ширины абсорбционных линий в спектре Р Лебеда сильно искажены в результате их блендирования с эмиссионными компонентами. Вследствие этого применение в этом случае существующих калибровок абсолютных звездных величин, основанных на эквивалентных ширинах абсорбционных линий нормальных, не имеющих эмиссионных линий звезд, едва ли обосновано, в особенности, если учесть, что речь идет о применении соотношения, полученного из наблюдений обычных звезд к столь пекулярному объекту. По-видимому, оценки Копылова и Хатчингса светимости Р Лебеда следует считать завышенными.

Темпы потери массы Р Лебеда были определены Хатчингсом [18] на основе градиента соотношения скорость — возбуждение. Полученная им оценка потери массы в $3.5 \cdot 10^{-4} M_{\odot}/год$ несколько меньше более ранней оценки $5 \cdot 10^{-4} M_{\odot}/год$ [11], основанной на согласовании наблюдаемых профилей линий. Недавно Хатчингс [19], используя ультрафиолетовые наблюдения линии $\lambda 1175$ СIII, выполненные с помощью спутника Коперник, подкрепил свой вывод о высоких темпах потери массы Р Лебеда, предполагая, что отсутствие эмиссионных линий СIII обусловлено высокой плотностью материи в ветре, вследствие чего снятие возбуждения атомов в результате столкновений преобладает над снятием возбуждения под влиянием излучения из верхнего уровня перехода. Основываясь на этом допущении, он получил для потери массы Р Лебеда оценку в $5 \cdot 10^{-4} M_{\odot}/год$.

Хотя нет никаких сомнений в том, что плотность ветра в случае Р Лебеда столь значительна, что формируется большое число профилей типа Р Лебеда в видимой области спектра, кажется маловероятным, чтобы она была настолько высока, как предполагает Хатчингс [19]. Дело в том, что в недавней работе Барлоу и Коэна [14], основанной на инфракрасных радиоизмерениях, дающих информацию об излучении истекающей из Р Лебеда материи, приводится значительно меньшая оценка потери массы: $1.5 \cdot 10^{-5} M_{\odot}/год$. А данные радионаблюдений, позволяющих непосред-

ственно измерять количество материн, находящейся за зоной ускорения. обеспечивают более точную оценку потери массы.

Резкое поярчание на долгое время, а также профили типа Р Лебеда, как выяснилось недавно, характерны для несомненно молодых объектов типа FU Ориона—фуоров (см., например, [20]). Хотя в настоящее время нам известны только два типичных представителя этого класса, однако их исследование уже показало огромное значение этих объектов для эволюции звезд.

Кривая блеска Р Лебеда за весь период после 1600 г. весьма напоминает кривые блеска фуоров. При этом на нынешней фазе интенсивность излучения все еще находится на значительно более высоком уровне, чем до поярчания [20]. Очевидно, мы имеем дело со своеобразным сверхфуором. В связи с этим, значительный интерес представляют наблюдения Р Лебеда в далеком ультрафиолете.

Вследствие такой особой эволюционной истории, Р Лебеда представляет первостепенный научный интерес. Эта звезда отличается от других сверхгигантов ранних подразделений спектрального класса В и, насколько можно судить, имеет «протяженную фотосферу». Присутствие протяженной фотосферы уже означает, что существенная часть ускорения материн имеет место ниже слоя с оптической глубиной $\tau = 1$ в непрерывном спектре. Между тем, у более нормальных звезд того же спектрального класса основная часть ускорения материн происходит в значительно более высоких слоях. Поэтому в случае Р Лебеда вся спектральная картина должна быть иной.

Настоящая статья посвящена результатам ультрафиолетовых наблюдений Р Лебеда, выполненных с помощью спутника *Коперник*. В ней представлены новые данные об ультрафиолетовом спектре звезды.

2. Наблюдения. На снимке, полученном объективной призмой спутником *Скайлеб*, ультрафиолетовый спектр Р Лебеда очень слаб, и вначале казалось, что наблюдения этой звезды с помощью спутника *Коперник* полностью безнадежны. В последующем, однако, удалось получить несколько десятков записей отдельных узких участков ультрафиолетового спектра Р Лебеда. Тем не менее, спектр Р Лебеда в далеком ультрафиолете весьма слаб, и для исключения шумов многократные записи одних и тех же спектральных участков были усреднены. Это привело к уменьшению числа наблюдаемых спектральных участков.

Все записи, использованные в этой работе, были получены фотоумножителем U2, номинальное разрешение которого составляет 0.2 Å [21].

Записи, охватывающие линию $\lambda 1175$ III, которые уже были описаны Хатчингсом [19], получены 5 июня 1975 г. Последующие записи, описанные в этой статье, были получены 10 июля 1975 г. и 12 ноября 1976 г.

Фон частиц был устранен с помощью стандартных процедур, разработанных в Принстоне [22], а рассеянный свет, почти непрерывный в области спектра 1155—1270 А, — посредством алгоритма Болина [23]. Для некоторых изолированных участков спектра вблизи 1300 А, для которых эта процедура не может быть применена, рассеянный свет был принят равным 35% от общего сигнала (после устранения фона). Поскольку в этой работе не сделаны фотометрические измерения, то эта оценка рассеянного света вполне приемлема.

3. *Результаты.* На рис. 1 представлена запись области λ 1155—1270 в спектре Р Лебеда. Кроме L, она охватывает и линии λ 1175.7 CIII и λ 1238.821 и 1242.804 NV. Как уже было сообщено Хатчингсом [19], линия CIII не показывает никаких признаков эмиссии. Однако линия поглощения смещена, и центр линии соответствует скорости около — 190 км/сек в системе покоя звезды, а коротковолновый край линии — скорости — 610 км/сек. Нет никакого свидетельства наличия поглощения ионом NV в дублете 1240 А, хотя возможно, что слабые линии NV могли быть скрыты в шумах. Несомненно, однако, что никакой сильной эмиссии в этом месте нет.

На приведенной записи около длин волн 1260 А и 1264 А наблюдаются сильные линии поглощения, которые отождествляются с линиями ионизованного силиция (SiII): резонансной линией 1260.418 А и сверхтонко-возбужденной линией 1264.730 А. Центры этих линий поглощения SiII смещены и имеют скорости около — 200 км/сек. Коротковолновый край линии 1264 А соответствует скорости — 510 км/сек, а линия 1260 А так сильно блендирована с этой стороны, что полностью исключается оценка скорости ее края. Возможно, на красной стороне линии 1264 А имеется эмиссия, однако сильные шумы не позволяют быть уверенным в этом.

У длины волны 1188 А наблюдается, возможно, реальная особенность, похожая на эмиссию, шириной около 4 А. Это падает на область спектра, которая наблюдалась лишь один раз и для которой шум соответственно больше, чем в примыкающих областях. Не получается никакого очевидного отождествления для указанной особенности, если она действительно реальная. Резонансная линия 1190.206 А SIII может быть возможным кандидатом для такого отождествления, однако в этом случае эмиссионная линия должна быть существенно смещенной в сторону коротких волн, чтобы она была бы ответственна за пик, наблюдаемый вблизи 1188 А. Имеется сильная линия поглощения у 1190.2 А, которая может быть линией SIII в поглощении, с небольшим смещением или, возможно, без смещения.

Вблизи 1164 А имеется линия с профилем типа Р Лебеда, эмиссия которой значительно выше, чем фон соседних участков. Эта область хорошо сканирована, и имеется большая вероятность, что линия реальная, так как

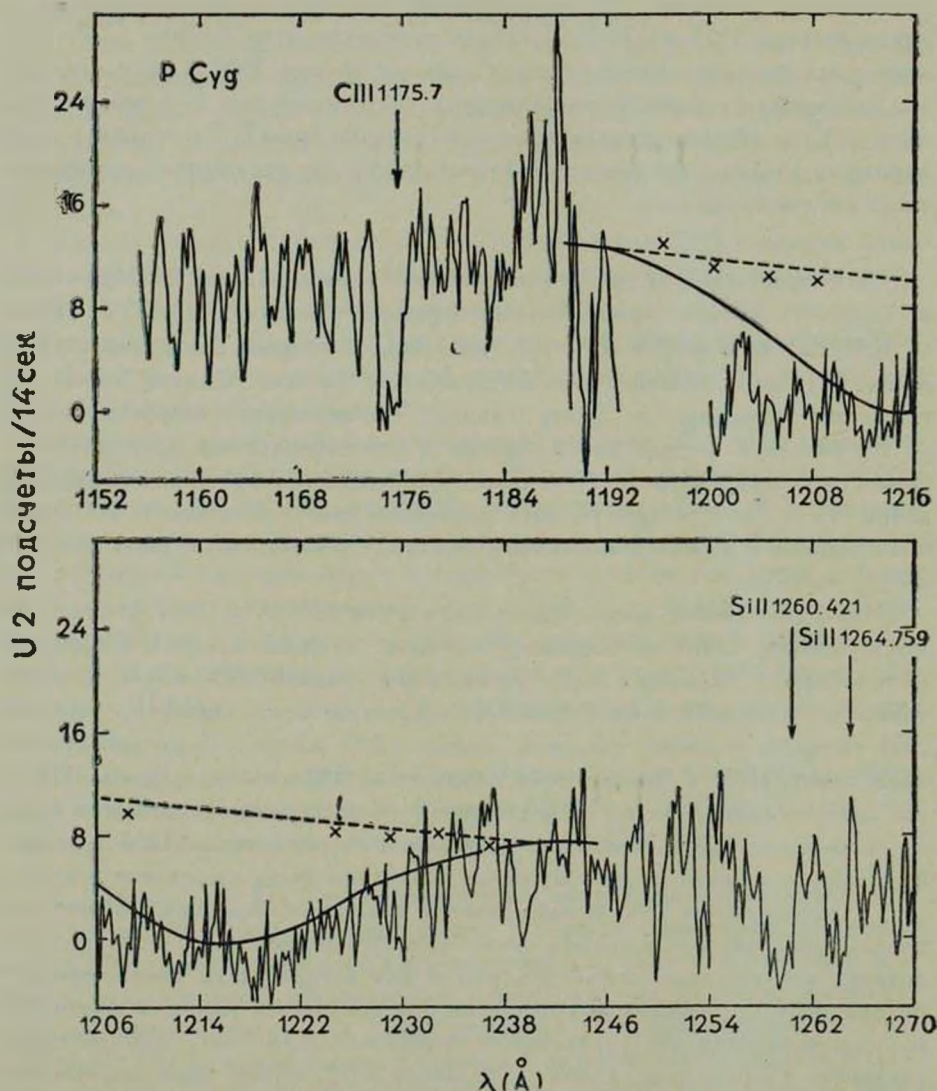


Рис. 1. Область вокруг линии L_2 в спектре Р Лебедя. Интервал от 1155 до 1184 Å был сканирован 11 раз, интервал от 1256 до 1268 Å — 16 раз. Остальная часть была сканирована от 6 до 8 раз. Вертикальные стрелки указывают на длины волн покоя для сильных линий, которые наблюдаются на смещенных положениях из-за истечения. Отмечены принятый сглаженный профиль линии L_2 и предполагаемый континуум, а также точки, наилучшим образом представляющие этот континуум, полученные методом, изложенным в тексте.

ее высота над непрерывным спектром почти в четыре раза превышает фон, обусловленный статистикой фотонов. Маловероятно отождествление этой линии с субординатной линией λ 1164.545 OIV.

Если это действительно линия OIV, то скорость абсорбционного компонента равна — 200 км/сек, а эмиссионный компонент находится в положении покоя. Профиль типа Р Лебеда, аналогично расположенный, иногда наблюдается в спектрах звезд типа Вольф—Райе [24].

После того, как стало известно, что линии SiII у 1260 А и 1264 А в спектре Р Лебеда показывают смещения, обусловленные движением, в то время как линии высокого возбуждения, например, NV в нем отсутствуют, были выполнены наблюдения на длинах волн других резонансных линий низкого возбуждения, включая линии λ 1334.531 CII и λ 1304.369 SiII (рис. 2). В обоих случаях были обнаружены линии поглощения, центры которых смещены приблизительно на — 80 км/сек для CII и — 270 км/сек для SiII. Правда, последнее значение довольно неопределенное вследствие блендов с коротковолновой стороны. Для линии CII коротковолновый край имеет скорость, равную — 420 км/сек. Резкий пик, похожий на эмиссионную линию, наблюдается с длинноволновой стороны линии CII, высота которой находится выше локального континуума, превышающего фон почти в три раза. Если эта реальная эмиссионная линия CII, то она имеет скорость, равную + 350 км/сек.

Наблюдение линии L_{α} в спектре звезды нами было использовано для оценки количества водорода в межзвездном пространстве между Р Лебедя и наблюдателем. Как видно из рис. 1, линия L_{α} широкая и имеет затухающие крылья, что характерно для межзвездного поглощения. Плотность HI в столбце с основанием в 1 см² на пути луча мы определили, следуя Болину [23], следующим образом. Принимая пробные значения $N(\text{HI})$ и умножая наблюдаемый профиль на $e^{-\tau}$, где $\tau(\lambda) = N\alpha(\lambda) = 4.26 \cdot 10^{-20} \times N(\text{HI})/[6.04 \cdot 10^{-10} + (\lambda - \lambda_0)^2]$, мы пригоняли эти значения до тех пор, пока результат не соответствовал ожидаемому уровню непрерывного спектра. На рис. 1 показан принятый уровень вместе со сглаженным профилем L_{α} , использованным для согласования. Вследствие высокого уровня шумов имеется некоторая неопределенность в положении этого сглаженного профиля, которая приводит к большей неопределенности в оценке плотности. В результате мы получили значение $N(\text{HI}) = 1.9 \cdot 10^{21}$ см⁻², с неопределенностью в 50%.

4. *Обсуждение.* Как уже нами было отмечено, в недавней работе Барлоу и Коэна [14] скорость потери массы звездой Р Лебеда определена на основе инфракрасных и радионаблюдений. Полученная ими оценка нам представляется правдоподобной и поэтому вероятнее считать, что скорость потери массы у Р Лебеда не такая большая, как это вытекает из работ

Хатчингса [11, 18]. Если использовать выведенный Барлоу и Коэном [14] закон изменения скорости истечения с высотой, а также скорость потери массы, то можно определить плотность в области, где образуются ультрафиолетовые резонансные линии, если известна высота этой области в ветре.

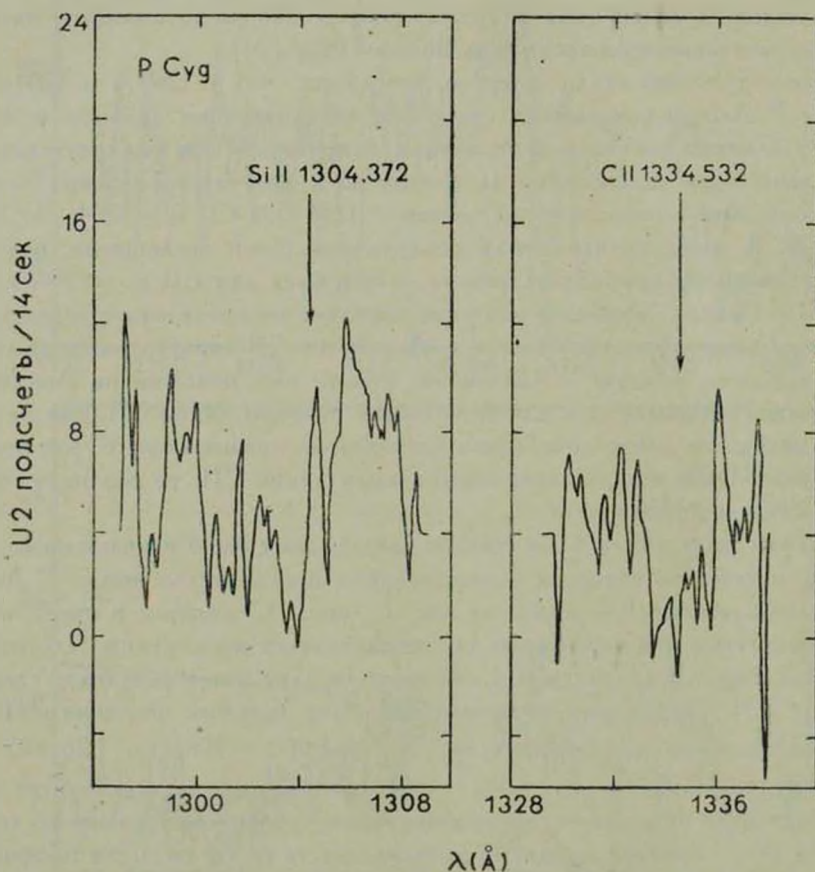


Рис. 2. Линии Si II λ 1304 и C II λ 1334. Линия Si II показывает небольшое смещение в сторону коротких волн, в то время как линия C II находится в положении покоя.

Имея в виду, что смещения центров соответствуют скоростям около 300 км/сек, следует считать, что они формируются на высоте более 1R над поверхностью. На этой высоте плотность частиц составляет $< 10^{16} \text{ см}^{-3}$, что по крайней мере в 10^5 раз меньше плотности, требуемой в случае снятия возбуждения высоких уровней наблюдаемых ультрафиолетовых переходов. Следовательно, как было отмечено ранее, отсутствие эмиссии не является результатом очень большой плотности ветра, как предполагал Хатчингс [19].

Кроме того, представленные нами данные показывают, что отсутствие сильной эмиссии не ограничивается только переходом $\lambda 1175$ СIII, наблюдаемым Хатчингсом [19], но видно также в случае смещенных линий SiII и CII.

Существуют и другие возможные объяснения отсутствия сильных эмиссионных резонансных линий в спектре Р Лебеда. Эти возможности будут подробно обсуждены Кассинелли и Сноу [25].

Очевидно, однако, что ветер от Р Лебеда плотнее, чем от других горячих сверхгигантов. Все смещенные линии поглощения в далеком ультрафиолете соответствуют, как свидетельствуют их глубокие ядра, большим оптическим толщинам. По этой причине мы не считаем, что коротковолновые края этих линий представляют максимальную скорость истечения. Более вероятно допустить, что линии расширены вследствие эффекта насыщения, что подтверждается их симметричными профилями. Если коротковолновые края линий действительно представляли бы наибольшие скорости истечения, то следовало бы ожидать асимметричности с крыльями, протянутыми с коротковолновой стороны. Этот факт находится в полном согласии с картиной, характерной для протяженных фотосфер.

Имея в виду, что ветер от Р Лебеда значительно плотнее, а ускорение истекающей материи происходит в глубоких фотосферических слоях, приходится допустить, что механизм, ответственный за истечение материи от Р Лебеда, совершенно отличен от механизмов, действующих у других звезд с потерей массы.

Другая интересная аномалия, наблюдаемая у Р Лебеда, относится к ионизационному состоянию истекающей материи. В отличие от других В-звезд ранних спектральных подклассов с истечением материи, исследованных до сих пор, в этом случае не имеется никаких свидетельств присутствия в ветре атомов высокой ионизации, таких, как, например, NV. Во всех других случаях в ветре были обнаружены ионы, которые не имеются в фотосфере [26]. Присутствие этих ионов, вероятно, связано с образованием ветра и его ускорением.

Другие сверхгиганты ранних спектральных подклассов В неизменно показывают профили типа Р Лебеда у линий, например, NV, в то время, как сама Р Лебеда вообще не показывает свидетельств присутствия этого иона. В то же время Р Лебеда имеет смещенные линии ионов SiII и CII, которые не присутствуют в ветрах нормальных сверхгигантов ранних подклассов В. Эти ионы обычно начинают появляться как индикаторы ветра у звезд спектральных классов В8 и более поздних. Таким образом, состояние ионизации истекающей материи от Р Лебеда крайне аномально, имея в некоторых отношениях сходство с состоянием звезды более холодной. Внешним слоям, очевидно, соответствует более низкая температура.

Закон изменения скорости истечения с высотой, который лучше всего согласуется с ветром от Р Лебеда [14, 15], характеризуется более медленным ускорением, чем закон, который, очевидно, управляет истечением материи от других звезд (см., например, [16, 27, 28]). Может быть, более медленное ускорение в случае Р Лебеда и обуславливает отсутствие высокоионизованных атомов в ветре. В нормальных случаях, вероятно, такие ионы, как OVI, в наиболее горячих звездах, и NV, Si IV или CIV, в более поздних типах, обеспечивают ускорение с большими скоростями, благодаря сильным ультрафиолетовым резонансным линиям, которые не формируются на более низких уровнях [26, 29]. В случае Р Лебеда, однако, где ветер во внешних частях, очевидно, холодный, не существуют такие переходы и ускорение медленное.

Во всяком случае, ясно, что истечение материи из Р Лебеда совершенно непохоже на истечение из любых других, до сих пор изученных звезд ранних спектральных классов.

С этой точки зрения кажется вполне вероятным, что механизм, приводящий к потере массы в звезде Р Лебеда, также различен. Плотность ветра исключительно высока и ответственна за большое богатство эмиссионных линий в видимой области спектра, так же, как и оптически толстых, смещенных ультрафиолетовых линий поглощения. Нет никаких свидетельств нагревания не излучательной природы, которое присутствует в любой другой звезде раннего спектрального класса с потерей массы [26]. Ускорение медленнее, чем в других звездах, вследствие чего достигается относительно низкая конечная скорость.

Наблюдаемые аномалии в линейчатом спектре Р Лебеда, так же, как и отличие наблюдаемого распределения энергии в ее спектре от распределения, наблюдаемого у нормальных звезд сверхгигантов спектрального подкласса В1, имеют, по-видимому, общую причину и она заключается в характере строения фотосферы и в высокой плотности окружающей оболочки. Оказывается, что это различие в непрерывном спектре не обусловлено межзвездным или околозвездным поглощением света звезды.

Полученная выше оценка плотности H I в направлении Р Лебеда может быть использована для определения межзвездного поглощения для нее. Корреляция между $N(\text{H I})$ и избытком цвета, опубликованная Болином, Дрейком и Саведж [30], приводит к значению в интервале 0.30—0.60, с учетом неопределенности в величине $N(\text{H I})$.

В частности, для полученного нами значения $N(\text{H I}) = 1.9 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-2}$ избыток цвета $E(B-V) = 0.40$. Это существенно меньше значения $E(B-V) = 0.67$ для межзвездного поглощения, вытекающего непосредственно из наблюдений показателя цвета Р Лебеда $B-V$ при допущении, что распределение энергии в спектре Р Лебеда совпадает с этим распределением для нормального сверхгиганта спектрального подкласса В1.

В пользу малого значения межзвездного поглощения свидетельствуют и интенсивности диффузных межзвездных полос в направлении Р Лебеда. Интенсивности полос λ 4430 и 5780 в спектре Р Лебеда с помощью корреляции, установленной Сноу, Йорком и Уелти [31], между интенсивностью межзвездных полос и избытком цвета (обусловленным межзвездным покраснением) приводят к величине $E(B-V) = 0.30$. Хотя имеются известные случаи звезд, имеющих в спектрах слабые диффузные полосы, отклоняющиеся от указанной корреляции, однако такие отклонения у звезд, расположенных в окрестностях Р Лебеда, неизвестны.

Трудно допустить, что в случае Р Лебеда существует околос звездное покраснение, вызванное пылью, которое не сопровождается формированием H_I, либо поглощением диффузных полос, вследствие чего ее избыток цвета, вызванный межзвездным покраснением, действительно соответствует $E(B-V) = 0.67$. Это допущение кажется невероятным в свете результатов инфракрасных наблюдений Барлоу и Коэна [14], хорошо согласующихся с представлением о том, что инфракрасный спектр Р Лебеда образуется свободно-свободными переходами и не связан с силикатным излучением. Кроме того, в случае присутствия вокруг звезды заметного количества пыли, вызывающей экстинкцию, напоминающую межзвездную, Р Лебеда не могла бы наблюдаться с помощью спутника *Коперник*.

Если допустить, что Р Лебеда излучает как абсолютно черное тело, то для межзвездного покраснения следует принять значение $E(B-V) = 0.35$. И тогда возможное объяснение противоречия между этим значением избытка цвета ($E(B-V)$) и значением, полученным из непосредственно наблюдаемого показателя цвета $B-V$, заключается в том, что Р Лебеда имеет протяженную фотосферу. А распределение энергии в спектрах звезд, обладающих протяженными фотосферами, согласно теории Козырева [32], должно сильно отклоняться от спектрального распределения чернотельного излучения. Это и является причиной тому, что еще в 1935 г. Струве [5], на основе исследования спектра Р Лебеда, отметил, что она холоднее своего спектрального класса В1.

Веским свидетельством в пользу наличия протяженной фотосферы у Р Лебеда являются результаты ее спектрофотометрических измерений, выполненных Шалонжем и Диван [33].

Принимая абсолютную величину Р Лебеда равной $M_v = -8.4$, для ее расстояния имеем $r = 2.7$ клс в случае $E(B-V) = 0.3$, в то время, как при $E(B-V) = 0.67$ это расстояние составляет только $r = 1.7$ клс.

Просмотр корреляции между межзвездным покраснением и расстоянием для нормальных звезд в окрестностях Р Лебеда из UBV-каталога Бланко и др. [34] показывает, однако, что все звезды, расположенные дальше 2.0 клс, имеют избытки цвета $E(B-V) \geq 1.0$.

Между тем, аргументы, приведенные выше, свидетельствуют, что межзвездное покраснение для Р Лебеда определяется избытком цвета $E(B-V) \simeq 0.35$. Это дает основание считать, что звезда находится ближе 2.0 клс. В этом случае эмпирическая корреляция межзвездное покраснение — расстояние в данном направлении для расстояния Р Лебеда указывает предельные значения 0.6 клс и 1.8 клс. Это, в свою очередь, соответствует абсолютной визуальной величине Р Лебеда в интервале значений — 5.2 и — 7.6, что несколько ниже значения, полученного Копыловым [17] и Хатчингсом [18]. Причина этого различия, как уже было отмечено, вероятно заключается в том, что для определения абсолютной величины Р Лебеда не обосновано применение калибровок, основанных на эквивалентных ширинах линий поглощения нормальных звезд.

Для понимания наблюдаемой у Р Лебеда картины, по-видимому, следует привлечь процессы внутренней динамической неустойчивости. При этом необходимо учесть ее сходство с фуорами [20]. Может быть, истечение материи от Р Лебеда является результатом первоначальной «вспышки». Может быть, звезда, подобно фуорам, находится в поворотной стадии развития, когда вследствие быстрых изменений начался выброс материи, продолжающийся в настоящее время в виде спокойного истечения.

Наблюдения спектра Р Лебеда в далеком ультрафиолете приводят к следующим основным выводам:

1. Ветер от Р Лебеда имеет аномально медленное ускорение и низкую ионизацию во внешних частях, как следует из факта отсутствия сильных эмиссионных линий в ультрафиолете, чем она более напоминает сверхгиганты поздних, чем ранних спектральных классов В.

2. Истинный избыток цвета Р Лебеда $E(B-V)$, обусловленный межзвездным покраснением, выведенный из наблюдаемой плотности H α и из интенсивностей диффузных межзвездных полос, значительно (около 0^m3) меньше, чем дают непосредственные наблюдения показателя цвета B—V. Это различие, по-видимому, обусловлено особой структурой ее протяженной фотосферы.

3. Расстояние Р Лебеда, полученное с помощью наблюдаемой корреляции между величиной межзвездного покраснения и расстоянием для нормальных звезд в направлении Р Лебеда и выведенного для межзвездного покраснения этой звезды избытка цвета $E(B-V) \simeq 0.35$, ограничено снизу и сверху значениями 0.6 и 1.8 клс, соответственно. Это приводит для абсолютной визуальной величины звезды к значениям, заключенным в интервале $M_v = -5.2 \div -7.6$, что несколько меньше принятого до сих пор значения M_v .

4. Р Лебедя показывает аномальные особенности во многих отношениях. Вполне вероятно, что в случае Р Лебедя ветер по природе совершенно отличен, чем в других звездах с потерей массы. Прежде всего это выражается в более высокой плотности ветра.

Первые два автора выражают благодарность проф. Л. Спитцеру и д-ру Д. Г. Йорку, которые сделали настоящее сотрудничество возможным. Авторы признательны также д-рам Д. ван Блеркому, Дж. Кассинелли и Х. Ламерсу за полезные обсуждения.

Часть работы, выполненная в обсерватории Принстонского университета, поддерживалась НАСА, по контракту NAS5—23576.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

Обсерватория Принстонского университета

Лаборатория атмосферной и
космической физики университета
Колорадо

P CYGNI IN FAR ULTRAVIOLET

V. A. AMBARTSUMIAN, L. V. MIRZOYAN, T. P. SNOW

New *copernicus* ultraviolet scans of the peculiar mass-losing star P Cygni are described. They show that the wind from P Cygni is quite unlike that of other early B type supergiants, displaying a low terminal velocity and low ionization. This difference is connected with the fact that the acceleration of the flow begins below the photosphere. The existence of an extended photosphere around P Cygni is proved by the abnormal energy distribution in its spectrum. From the Lyman- α profile and diffuse band strengths a value of interstellar reddening $E(B-V) \approx 0.35$ is derived. This leads to the conclusion that P Cygni is intrinsically reddened. The value of colour excess $E(B-V) \approx 0.35$ corresponds to a distance for P Cygni of 0.6 to 1.8 kpc, revising its visual absolute magnitude to a value $-7.6 \leq M_v \leq -5.2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. D. Fernie, P. A. S. P., 81, 168, 1961.
2. E. K. Kharadze, N. L. Magalushvili, Observatory, 87, 295, 1967.
3. W. S. McCrea, Z. Phys., 57, 367, 1929.
4. C. S. Beals, M. N., 90, 202, 1929.
5. O. Struve, Ap. J., 81, 66, 1935.

6. O. Struve, F. E. Roach, Ap. J., 90, 727, 1939.
7. C. S. Beals, Publ. Dom. Ap. Obs., 9, 1, 1959.
8. J. R. Lesh, Ap. J. Suppl. ser., 17, 371, 1968.
9. C. S. Beals, M. N., 95, 580, 1935.
10. M. de Groot, Bull. Astron. Inst. Netherlands, 20, 225, 1969.
11. J. B. Hutchings, M. N., 144, 235, 1969.
12. P. Kuan, L. Kuhi, Ap. J., 199, 148, 1975.
13. A. E. Wright, M. J. Barlow, M. N., 170, 41, 1975.
14. M. J. Barlow, M. Cohen, Ap. J., 213, 737, 1977.
15. D. van Blerkom, 1978, preprint.
16. J. I. Castor, D. C. Abbott, R. I. Klein, Ap. J., 195, 157, 1975.
17. И. М. Копылов, Изв. Крымской обс., 20, 156, 1958.
18. J. B. Hutchings, Ap. J., 203, 438, 1976.
19. J. B. Hutchings, Ap. J., 204, L 99, 1976.
20. В. А. Амбарцумян, Астрофизика, 7, 557, 1971.
21. J. B. Rogerson, L. Spitzer, J. F. Drake, K. Dressler, E. B. Jenkins, D. C. Morton, D. G. York, Ap. J., 181, L 97, 1973.
22. D. G. York, A. E. Miller, Memo to Users of Copernicus Data, Princeton, 4 December, 1974.
23. R. C. Bohlin, Ap. J., 200, 402, 1975.
24. H. M. Johnson, 1977, preprint.
25. J. P. Cassinelli, T. P. Snow, 1978, in press.
26. H. J. G. L. M. Lamers, T. P. Snow, Ap. J., in press.
27. H. J. G. L. M. Lamers, D. C. Morton, Ap. J. Suppl. ser., 32, 715, 1976.
28. H. J. G. L. M. Lamers, J. B. Rogerson, Astron. Astrophys., 1978, in press.
29. J. B. Rogerson, H. J. L. M. Lamers, Nature, 256, 190, 1975.
30. R. C. Bohlin, J. F. Drake, B. D. Savage, 1978, preprint.
31. T. P. Snow, D. G. York, D. E. Welty, A. J., 82, 113, 1977.
32. N. A. Kosirev, M. N., 94, 430, 1933.
33. D. Chalonge, L. Divan, Ann. Astrophys., 15, 201, 1952.
34. V. M. Blanco, S. Demers, G. G. Douglas, M. P. Fitzgerald, Publ. U. S. Naval Obs., 21, 1, 1968.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.038+523.12

ПРОИСХОЖДЕНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И СВЕРХПЛОТНАЯ КОСМОГЕНИЯ

Р. М. МУРАДЯН

Поступила 18 мая 1978

Рассмотрена гипотеза о том, что наблюдаемые в настоящее время магнитные поля галактик являются реликтом дипольного магнитного поля протогалактики-суперадрона.

В настоящей заметке показано, что предложенная нами ранее гипотеза о происхождении галактик за счет распада сверхтяжелых адронов с реджевским спином позволяет естественным образом объяснить источник происхождения магнитных полей галактического масштаба. Как будет показано ниже, конфигурация и величина галактических магнитных полей могут быть объяснены тем, что наблюдаемые в настоящее время магнитные поля являются реликтом дипольного магнитного поля протогалактики-суперадрона, распад и эволюция фрагментов которого приводит к образованию галактики. Это находится в согласии с космогонической концепцией В. А. Амбарцумяна [1—4] и с предложенной в работах [5, 6] гипотезой об адронной природе сверхплотного дозвездного вещества Амбарцумяна.

1. Проблема происхождения и эволюции крупномасштабных магнитных полей во Вселенной является одной из главных нерешенных проблем астрофизики. Крупномасштабные магнитные поля играют важную роль в формировании излучения активных галактических ядер, в частности в активности ядер галактик Сейферта и Маркаряна, в излучении радиогалактик и квазаров. Космические магнитные поля ответственны за изотропию космических лучей и, возможно, за стабильность спиральных ветвей (А. Альвен, Э. Ферми, С. Чандрасекар), и существенно влияют на морфологическую дифференциацию и взаимодействие галактик (Б. А. Воронцов-Вельяминов).

Было предложено несколько теорий происхождения галактических магнитных полей, основанных на конденсационной космогонической гипотезе,

однако ни одна из них не может быть признана удовлетворительной, ввиду трудностей принципиального характера [7, 8].

С другой стороны, вопрос о происхождении космических магнитных полей в рамках концепции сверхплотной космогонии Амбарцумяна до сих пор не рассматривался.

В настоящей работе рассмотрена возможность решения проблемы происхождения галактических магнитных полей, исходя из предложенной в работах [5, 6] конкретизации космогонической гипотезы Амбарцумяна. В этих работах было выдвинуто предположение о том, что сверхплотное протогалактическое вещество Амбарцумяна представляет собой сверхтяжелую элементарную частицу — суперадрон с реджевским спином, распад и эволюция фрагментов которого приводят к образованию галактики, и на этой основе было дано объяснение наблюдаемым величинам моментов вращения галактик и их скоплений.

2. Как известно, большинство астрофизических объектов — планеты, звезды, галактики и межгалактическое пространство обладают магнитными полями. Величина напряженности магнитного поля в различных объектах колеблется в широких пределах. Например, напряженность магнитного поля Земли равна примерно 0.6 гс на полюсах и 0.3 гс на экваторе. На поверхности белых карликов существуют поля с напряженностью 10^6 гс, а пульсары, возможно, обладают полями порядка 10^{12} гс. Магнитное поле большинства из перечисленных объектов аппроксимируется полем точечного диполя, помещенного почти в центре объекта, причем направление оси эквивалентного диполя, как правило, совпадает или образует небольшой угол с осью вращения данного объекта. Например, магнитное поле Земли хорошо описывается полем точечного диполя с магнитным моментом $\mu_B = 8.1 \cdot 10^{25}$ гс·см³, помещенным в центре Земли и образующим угол в 11.4° с осью вращения Земли. Напряженность галактического межзвездного магнитного поля в окрестности Солнечной системы порядка 6×10^{-6} гс, а в межгалактическом пространстве, по-видимому, существует поле с напряженностью 10^{-9} гс. Магнитное поле в нашей Галактике проявляется при измерениях поляризации света звезд, вращения плоскости поляризации поляризованных радиоисточников и зеемановского расщепления линии $\lambda = 21$ см. Исходя из наблюдательных данных о конфигурации магнитных полей некоторых активных галактик, в частности «взрывающейся» галактики M 82, в работе [9] была выдвинута гипотеза о существовании магнитных диполей галактического масштаба. В пользу возможного существования галактических магнитных диполей свидетельствует также структура магнитных полей некоторых «хвостатых» радиоисточников, например, 3C 129 и NGC 1265, двигающихся в скоплениях галактик (см. работы [10—13]).

3. В рамках сверхплотной адронной космогонии [5, 6] естественно предположить, что наблюдаемое в настоящее время галактическое магнитное поле является остатком первоначального поля протогалактики-суперадрона, аналогично тому, как момент количества движения галактики является реликтом спина суперадрона, в результате распада которого сформировалась галактика. Исходя из соответствия с классической электродинамикой и квантовой теорией частиц со спином, можно предположить, что имеет место прямая пропорциональность между магнитным μ и механическим J моментами сверхтяжелого адрона с массой m :

$$\mu = \frac{Q^*}{mc} J. \quad (1)$$

Здесь Q^* — некоторый эффективный заряд. Теоретическое вычисление этого заряда в настоящее время представляется невозможным. Однако для оценки порядка величины магнитного момента можно воспользоваться косвенными соображениями. Можно предположить, что в случае сверхтяжелых адронов эффективный заряд Q^* в основном определяется гравитационными эффектами. Тогда анализ размерностей приводит к значению

$$Q^* = \sqrt{G} m, \quad (2)$$

где $G = 6.67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{г.сек}^2$ — гравитационная постоянная, а m — масса суперадрона, порядка галактической массы (10^{14} г). Произведя в (1) замену $Q^* \rightarrow \sqrt{G} m$, получим известную формулу Блекетта [14]:

$$\mu = \frac{\sqrt{G}}{c} J. \quad (3)$$

Следует отметить, что значение заряда $Q = \sqrt{G} m$ играет особую роль в теории гравитации Эйнштейна, являясь максимальным возможным зарядом черной дыры в метрике Керра—Ньюмена, так как масса m , спин J и заряд Q черной дыры должны удовлетворять условию (см., например, [15, 16]):

$$Q^2 G m^2 + J^2 c^2 \leq G^2 m^4, \quad (4)$$

откуда следует, что максимальное значение заряда Q^* дается выражением (2). Еще одно косвенное обоснование формулы (3) можно усмотреть в следующем рассуждении. Согласно классической электродинамике намагниченная сфера радиуса R и с дипольным моментом μ обладает магнитной энергией порядка μ^2/R^3 . Кинетическая энергия вращения той же сферы по порядку величины равна J^2/mR^2 , где m — масса, а J — угловой момент вращающейся сферы. Магнитная энергия, как легко видеть, равна ки-

нетической энергии вращения при условии $\mu = \sqrt{R/m} J$. Для черной дыры, когда радиус равен гравитационному радиусу $R = Gm/c^2$, отсюда следует формула (3)*.

Выражение (2) для эффективного заряда может быть тождественно представлено в виде

$$Q^* = \sqrt{Gm} \equiv \sqrt{\frac{Gm_p^2}{e^2} \frac{m}{m_p}} e,$$

где e — элементарный заряд: $e = 4.8 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ $= 1.6 \cdot 10^{-19}$ кулон. Безразмерное выражение $\sqrt{Gm_p^2/e^2} = 10^{-18}$ представляет собой отношение гравитационного заряда протона $\sqrt{Gm_p}$ к электрическому. Таким образом

$$Q^* = 10^{-18} \frac{m}{m_p} e \approx 10^{-37} \frac{m}{m_p} \text{ кулон.}$$

В качестве примера укажем, что для Галактики и для Земли соответствующие эффективные заряды равны $Q_G = 2 \cdot 10^{31}$ кулон и $Q_\oplus = 3.6 \cdot 10^{14}$ кулон. Отметим, что электрически нейтральный объект может обладать эффективным зарядом, если по некоторой причине положительные и отрицательные заряды окажутся неравномерно распределенными внутри него. Более того, даже положительно заряженный объект может обладать отрицательным эффективным зарядом, и наоборот.

Интересно отметить, что в наружных слоях Земли имеется больше отрицательных зарядов, а во внутренних — больше положительных.

4. Как заметили Блекетт и др., соотношение (3) выполняется для некоторых астрофизических объектов (например, для Земли, Юпитера, Солнца и некоторых других звезд). Ниже, в табл. 1, сравниваются наблюдаемые значения дипольных магнитных моментов планет с предсказанными согласно формуле (3).

* Как показано в [5], момент количества движения галактик описывается формулой $J = (m/m_p)^{3/2} \hbar$, где m — масса галактики, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-24}$ г — масса протона и $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-27}$ г·см²/сек — постоянная Планка. Подставляя это значение в (3), получим следующую связь между магнитным моментом и массой галактики:

$$\mu = \frac{\sqrt{G}}{c} \left(\frac{m}{m_p} \right)^{3/2} \hbar \approx 10^{-41} \left(\frac{m}{m_p} \right)^{3/2} \text{ гс} \cdot \text{см}^3$$

Таблица 1

СПИНЫ И МАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ ПЛАНЕТ*

Планеты	Спин J (г.см ² /сек)	Магнитный момент (гс.см ³)	
		Наблюдаемый	$\mu = \sqrt{G/c} J$
Меркурий	$6.5 \cdot 10^{36}$	$2.4 \cdot 10^{22}$	$5.6 \cdot 10^{22}$
Земля	$5.9 \cdot 10^{40}$	$8.1 \cdot 10^{25}$	$5.1 \cdot 10^{26}$
Юпитер	$4.3 \cdot 10^{45}$	$1.6 \cdot 10^{30}$	$3.7 \cdot 10^{31}$
Сатурн	$7.7 \cdot 10^{41}$	$2.2 \cdot 10^{29}$	$6.6 \cdot 10^{30}$

* Наблюдательные данные взяты из работы [17].

Из табл. 1 видно, что прямая пропорциональность между магнитным моментом и спином планет удовлетворяется приближенно, однако коэффициент пропорциональности несколько меньше величины $\sqrt{G/c} = 8.6 \cdot 10^{-15}$ СГС, стоящей в формуле (3).

5. В случае галактик наблюдательные данные о величине и конфигурации магнитных полей, к сожалению, слишком скудны, чтобы построить таблицу, аналогичную табл. 1. Для нашей Галактики, спин которой согласно [18] равен $J_G = 2 \cdot 10^{75}$ г.см²/сек, из (3) получим следующее значение для дипольного магнитного момента: $\mu_G = 1.7 \cdot 10^{61}$ гс.см³, что для напряженности поля в окрестностях Солнечной системы ($r_0 \approx 9$ кпс $\approx 2.7 \cdot 10^{22}$ см) приводит к значению $H = \mu_G/r_0^3 \approx 10^{-6}$ гс, согласующемуся с наблюдаемой величиной поля.

С помощью анализа размерностей можно оценить величину возможных высших мультипольных моментов протогалактики-суперадрона. Размерности электрических $\varepsilon^{(k)}$ и магнитных $\mu^{(k)}$ мультипольных моментов выражаются через размерности электрического заряда Q и магнитного дипольного момента $\mu \equiv \mu^{(1)}$ и длины L следующим образом:

$$\begin{aligned} [\varepsilon^{(k)}] &= QL^k, \\ [\mu^{(k)}] &= \mu L^{k-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

В силу сохранения четности, элементарная частица может обладать четными электрическими ($k = 0, 2, 4 \dots$) и нечетными магнитными ($k = 1, 3, 5 \dots$) мультипольными моментами. Сделав в (5) подстановки

$$Q \rightarrow \sqrt{G}m \quad (\text{заряд} \rightarrow \text{гравитационный заряд}),$$

$$\mu \rightarrow \frac{\sqrt{G}}{c} J \quad (\text{дип. маг. момент из формулы (2)}).$$

$$L \rightarrow \frac{J}{mc} \quad (\text{длина} \rightarrow \text{„комптоновская длина“}),$$

получим следующее обобщение формулы Блекетта на высшие мультипольные моменты:

$$\left. \begin{aligned} g^{(k)} \\ u^{(k)} \end{aligned} \right\} = \sqrt{Gm} \left(\frac{J}{mc} \right)^k \begin{aligned} &k - \text{четное} \\ &k - \text{нечетное.} \end{aligned} \quad (6)$$

Значения электрических моментов следуют из (6) при четных k , а магнитных — при нечетных (с точностью до безразмерных множителей). В качестве примера оценим возможный октупольный магнитный момент для нашей Галактики:

$$\mu_G^{(3)} = \frac{\sqrt{G}}{c} J \left(\frac{J}{mc} \right)^2 \approx 10^{102} \text{ эс} \cdot \text{см}^5. \quad (7)$$

Легко видеть, что октупольный момент дает исчезающе малый вклад в окрестностях Солнечной системы:

$$H_{\text{окт}} \approx \frac{\mu_G^{(3)}}{r_0^3} \approx 10^{-11} \text{ эс},$$

и таким образом им можно пренебречь по сравнению с диполем. Однако вклад октуполя может сравниться со вкладом диполя на расстояниях порядка $r = 1$ клс. В непосредственной близости от ядра Галактики поле должно иметь довольно сложную структуру, обусловленную вкладом высших мультипольных моментов.

В активных галактиках структура магнитного поля может быть изучена путем измерения поляризации нетеплового радиоизлучения. Таким путем выявлена, например, дипольная структура магнитного поля гигантской эллиптической галактики NGC 1265, имеющего «радиохвост» длиной порядка одного светового года, который, по-видимому, является результатом выброса из активного ядра галактики вещества, взаимодействующего с межгалактической средой в скоплении, сквозь которую галактика движется со скоростью порядка 2000 км/сек [12—13].

В обычных неактивных галактиках основной способ выявления структуры магнитного поля заключается в измерении поляризации света звезд. Этим методом, помимо нашей Галактики, были изучены магнитные поля Магеллановых Облаков [19—21]. В работах [19—20] было обнаружено, что БМО и ММО погружены в общее крупномасштабное «Панмагеллановое» магнитное поле. Происхождение этого поля, по-видимому, связано с протосистемой, из которой в результате процесса взрывного характера возникли БМО и ММО.

Как показано в работе [2], магнитное поле дипольного вида наблюдается вокруг сверхассоциации 30 Doradus, играющей, по-видимому, роль

галактического ядра. Это магнитное поле наверняка имеет первичный характер, так как никакой известный динамо-механизм не в состоянии породить наблюдаемое крупномасштабное поле.

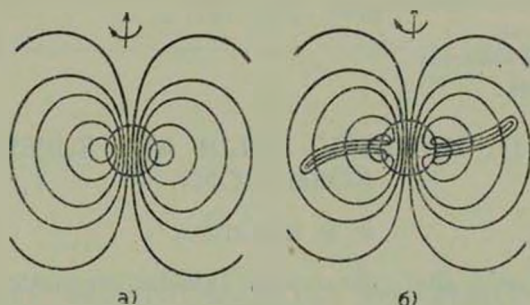


Рис. 1. Топология магнитного поля: а) дипольное магнитное поле протогалактики-суперадрона со спином J и дипольным магнитным моментом μ . Конфигурация поля в действительности намного сложнее при учете высших мультипольных моментов. б) Деформированное дипольное магнитное поле в типичной спиральной галактике. Выброшенное в результате распада протогалактики-суперадрона вещество увлекает за собой магнитные силовые линии, которые вытягиваются вдоль спиральных рукавов (ср. с работой [25]).

Учитывая рассматриваемую здесь связь между вращением и магнетизмом космических объектов, было бы чрезвычайно интересно обнаружить вращение 30 Doradus. Как показали В. А. Амбарцумян и его сотрудники [22, 23], объекты типа 30 Doradus образуют специальный класс объектов, получивших название сверхассоциаций. Большое число сверхассоциаций среди объектов Маркаряна было обнаружено в работе [24], где показано, что сверхассоциации могут быть связанными с галактиками Маркаряна или встречаться изолированно.

6. В заключение заметим, что в отличие от момента количества движения, который сохраняется в процессе эволюции, магнитный момент не сохраняется. Однако из-за высокой проводимости и значительной самоиндукции межзвездной среды первоначальное магнитное поле затухает очень медленно и время релаксации (порядка 10^{30} лет) значительно превышает возраст галактики. Таким образом, за время жизни галактики в ее магнитном поле могут произойти лишь сравнительно небольшие изменения, связанные с движениями «вмороженного» в силовые линии ионизированного межзвездного вещества (см. рис. 1).

Более детальная разработка вопроса об эволюции первичного магнитного поля, с одной стороны, прямо связана с общими вопросами эволюции галактик, с другой — с необходимостью построения фундаментальной теории суперадронов с учетом сильных и гравитационных сил.

Выражаю благодарность академику В. А. Амбарцумяну за многочисленные ценные обсуждения, академику Н. Н. Боголюбову и профессору В. А. Матвееву за интерес к работе и стимулирующие обсуждения.

Объединенный институт ядерных
исследований,

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ORIGIN OF MAGNETIC FIELDS AND SUPERDENSE COSMOGONY

R. M. MURADIAN

The hypothesis that observable galactic magnetic fields are the remnants of the dipole magnetic fields of the protogalaxies-superhadrons is considered.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. A. Ambartsumian, 11-th Solvay Conference „Structure and Evolution of Galaxies“, Stoops, Brussels, 1958, p. 241.
2. V. A. Ambartsumian, 13-th Solvay Conference “Structure and Evolution of Galaxies“, Interscience, London, 1965, p. 1.
3. V. A. Ambartsumian, Spectrum, 10, 15, 1975.
4. В. А. Амбарцумян, Научные труды, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, т. II, 1960.
5. Р. М. Мурадян, Астрофизика, 11, 237, 1975.
6. Р. М. Мурадян, Астрофизика, 13, 63, 1977.
7. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Строение и эволюция Вселенной, Наука, М., 1975.
8. E. R. Harrison, M. N., 147, 279, 1969.
9. H. D. Greyber, Quasi-stellar Sources and Gravitational Collapse, Chicago Univ. press, 1965.
10. W. J. Jaffe, G. C. Perola, Astron. Astrophys., 26, 423, 1973.
11. R. T. Schilizzi, R. D. Ekers, Astron. Astrophys., 40, 221, 1975.
12. G. K. Miley, K. J. Wellington, H. van den Laan, Astron. Astrophys., 38, 381, 1975.
13. R. G. Strom, G. K. Miley, J. Oort, Scientific American, 233, 26, 1975.
14. P. M. S. Blackett, Nature, 159, 653, 1947 (см. пер. УФН, 33, 52, 1947).
15. B. Carter, Phys. Rev., 174, 1559, 1968.
16. E. R. Harrison, Nature, 264, 525, 1976.
17. C. T. Russel, Nature, 272, 147, 1978.
18. K. H. Nordsieck, Ap. J., 184, 735, 1973.
19. Th. Schmidt, Astron. Astrophys., 6, 294, 1970.
20. D. S. Mathewson, V. L. Ford, A. J., 75, 778, 1970.
21. F. Isserstedt, M. Reinhardt, M. N., 176, 693, 1976.
22. В. А. Амбарцумян, С. Г. Искударян, Р. К. Шахбазян, К. А. Саакян, Сообщ. Бюраканской обс., 33, 3, 1963.
23. V. A. Ambartsumian, Proc. IAU Symp. No. 20, Canberra, 1964, p. 122.
24. К. А. Саакян, Э. Е. Хачикян, Астрофизика, 11, 207, 1975.
25. H. Arp, Scientific American, 208, 71, 1963.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.164.4

THE RADIO SPECTRUM OF OQ 208 — MARKARIAN 668

GABRIEL KOJOIAN*, D. F. DICKINSON, H. M. TOVMASSIAN,
ANN ST. CLAIR DINGER

Received 16 May 1978

Radio measurements were made at 1.35, 1.93, 2.8 and 3.8 cm during April 1978 and at 6 and 11 cm during August and November 1977 respectively, supplementing and extending previous work on OQ 208-Markarian 668. The radio source has a curved spectrum with a maximum at centimeter wavelengths. The spectral index $\alpha \approx -1.35$ between 3.8 and 1.35 cm and $\alpha \approx +0.65$ between 11 and 6 cm. The synchrotron source may be located within a dense ionized medium. It is suggested that OQ 208-Markarian 668 is a Seyfert I-type galaxy.

1. *Introduction.* The radio source OQ 208 has been identified as a Seyfert-type galaxy with a $z = 0.077$ [1]. This galaxy was included by Markarian and Lipovetski [2] in their list of objects manifesting strong UV excess under the number 668. The accurate position of the galaxy ($\alpha = 14^{\text{h}}04^{\text{m}}45^{\text{s}}.9$, $\delta = 28^{\circ}41'35''$, epoch 1950.0) is given in [3]. The object OQ 208-Markarian 668 has been extensively observed in the radio continuum from 49 cm to 2.8 cm [4–12]. It has been comprehensively observed for both flux density and possible linear polarization variations by Altschuler and Wardle [8], and for flux density variations by Medd et al. [9], and Dent and Kapitzky [12]. The optical brightness from this galaxy has exhibited variations of about 1^{m} , and it is suspected of being a long-term optical variable [13].

This paper presents flux density measurements of OQ 208-Markarian 668 obtained during April 1978 at short (1.35, 1.93 and 3.8 cm)

* National Academy of Sciences exchange scientist at the Byurakan Astrophysical Observatory, Armenia, USSR.

wavelengths at the Haystack Observatory USA (the Haystack Observatory is operated by the Northeast Radio Observatory Corporation (NEROC) with support from the US National Science Foundation), and at 2.8 cm at the Algonquin Radio Observatory (the Algonquin Radio Observatory (ARO) is operated by the National Research Council, Ottawa, Canada, as a national radio astronomy facility).

The 6 and 11 cm flux density observations were made at the National Radio Astronomy Observatory at Green Bank, West Virginia, USA (the National Radio Astronomy Observatory (NRAO) is operated by the Associated Universities Incorporated under contract with the National Science Foundation) during August and September 1977, respectively. These radio-continuum measurements supplement and extend the past work on this source.

2. *Observations and equipment.* The equipment used at each of the three observatories is summarized in Table 1.

Table 1

OBSERVING SYSTEM PARAMETERS

Frequency (GHz)	Antenna used	HPBW (arcminutes)	Bandwidth (MHz)	System Temperature (°K)
2.7	NRAO (91.4m)	4.7	100	130
5	NRAO (91.4m)	2.7	150	125
7.88	Haystack (36.58m)	4.4	20	120
10.5	ARO (46m)	2.7	100	140
15.5	Haystack (36.58m)	2.2	1200	900
22.2	Haystack (36.58m)	1.3	20	170

a) *The Haystack Observations.* On-off source cyclings were made at 1.35 cm (22.2 GHz), 1.93 cm (15.5 GHz) and 3.8 cm (7.88 GHz) during April 1978 with the 36.58 m paraboloid of the NERO Haystack Observatory.

The 1.35 cm measurements were obtained with a radiometer equipped with a K-band maser preamplifier. System temperature was about 170°K. The effective bandwidth was 20 MHz and the halfpower beamwidth (HPBW) at this frequency is about 1.3.

3C 273 was used as a secondary standard and was calibrated relative to DR 21. The flux density of DR 21 has been carefully measured by Dent [14]. The antenna temperature was corrected for atmospheric absorption and elevation dependent gain effects. The flux error was

determined by quadratically combining the noise error and the assumed calibration error.

The method of observation (on-off) and data reduction at 1.93 and 3.8 cm has been described in detail elsewhere [15–17].

b) *The NRAO Observations.* Observations were made with the NRAO 91.4 m transit telescope at 6 cm between August 21 and September 3, 1977 and at 11 cm from November 25 through to November 27, 1977. During this period a large sample of Markarian galaxies in Markarian's lists 6 and 7 [18, 2] were observed. Details of the observing method and calibration procedure have been given elsewhere [17, 19–21]. So only a summary is presented here.

The measurements at both wavelengths consisted of right ascension drift scans, three minutes in length, centered on the expected source position and at $\pm$ half a beamwidth in declination.

The 6 cm beam-switching radiometer system consisted of two feeds aligned in an east-west direction and separated by 7.2. The HPBW for each beam was 2.7. The radiometer system included two cooled parametric amplifiers with system temperatures of about 125 °K and bandwidths of about 150 MHz.

The 11 cm system consisted of a 3-feed, 4-receiver system arranged in line. When the central horn is located on the telescope's electrical axis, the other two horns provide beams ten arcminutes off axis, in opposite directions. The system temperatures and RF bandwidths of the 4 load-switched radiometers were about 130 °K and 100 MHz, respectively.

Observations of point sources from Kellermann et al. [22] and Kellermann et al. [23] were used for the conversion of source antenna temperatures to flux densities at 6 and 11 cm, respectively.

c) *The Algonquin Observations.* The 2.8 cm observations were made on the 46-meter antenna at ARO utilizing the on-off technique. The system employed a Dicke-switched dual feed, parametric amplifier radiometer with an effective bandwidth of about 100 MHz and system noise temperature of about 120 °K. The horns are mounted azimuthally, eliminating the effects of differential emission. Details regarding the observing technique and calibration procedure are given elsewhere [17].

3. *Results and discussion.* The results of our observations of OQ 208-Markarian 668 are presented in Table 2.

The radio spectrum of OQ 208-Markarian 668 is well defined between wavelengths $\lambda = 1.35$ cm (22.2 GHz) and $\lambda = 49$ cm (606 MHz) due to many investigators at several observatories.

Table 2

OQ 208-MARKARIAN 668 FLUX DENSITIES

Frequency GHz	Wavelength cm	Flux (mJy)*
2.7	11	1870 ± 410
5	6	2766 ± 460
7.88	3.8	3420 ± 690
10.6	2.8	2290 ± 150
15.5	1.93	1440 ± 216
22.2	1.35	850 ± 140

$$* \text{ mJy} = 10^{-29} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$$

Figure 1 is a summary of recently measured spectral data by the authors and previously published measurements by other investigators. Ryle and Pooley [10] have already stated that the spectrum is peaked with a maximum flux density at a frequency close to 5 GHz ($\lambda = 6$ cm). Medd et al. [9] have also indicated that this radio source has a curved spectrum with a single maximum at centimeter wavelengths; they further characterize this galaxy as a weak variable at 2.8 cm (10.6 GHz) and at 4.5 cm (6.6 GHz).

Our measurements confirm the curved form of the spectrum. It appears broadly peaked near $\lambda = 3.8$ cm (7.88 GHz) and falls off rapidly above this frequency and decreases with decreasing frequency. The spectral index at wavelengths shorter than the peak wavelength is $\alpha \approx -1.35$ ($S \sim \nu^{\alpha}$), manifesting the non-thermal nature of this radio source. The source has a positive spectral index $\alpha \approx +0.65$, between 6 and 11 cm. The spectral index at the shorter wavelengths was determined by measurements obtained during April 1978, and the positive index at the longer wavelengths was calculated from flux density measurements made during August and November 1977.

The segment of the spectrum shown in Figure 1 between $\lambda = 11$ cm (2.7 GHz) and 6 cm (5 GHz) appears to follow the form $S \sim \nu^{-(\alpha+2)}$ [24], suggesting that the synchrotron source may be embedded in a medium consisting of ionized hydrogen. Under these physical conditions free-free absorption may take place within the environment of the synchrotron radiation source, thus altering the synchrotron spectrum. OQ 208 was

amongst the radio sources monitored by Altschuler and Wardle [8] for linear polarization. Their results indicate that the degree of linear polarization in the emission from OQ 208 is unspectacular, thus lending some support for the concept that a dense HII-like region is contributing to the alteration of the synchrotron spectrum. A source of high density thermal electrons would tend to depolarize radiation from a synchrotron source through the influence of Faraday rotation. The synchrotron emitter associated with OQ 208-Markarian 668 may be located within an ionized medium consisting of a dense source of thermal electrons. Epstein and Petrosian [25] indicate that the observed radio spectrum of OQ 208 can be reproduced by either small pitch-angle or thermal absorption model.

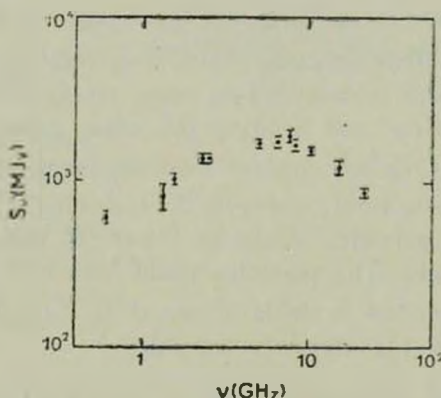


Fig. 1*. The spectrum of OQ 208-Markarian 668. Additional data points are from the following references: 8.085 GHz [8], 6.6 GHz [9], 2.7 GHz [8], 2.296 GHz [7], 1.67 GHz [6], 1.4 GHz [5] and 606 MHz [4].

The frequencies at which OQ 208 was extensively monitored are displayed with a dot and two horizontal dashes representing the extent of the uncertainty in the measurements. The monitored densities presented are the averages of the published maximum and minimum values. The corresponding error bars were established by adding the published error to the maximum and subtracting it from the minimum flux density.

At a magnetic field strength B of about 10^{-2} gauss, the total energy contained in the magnetic field and in the form of relativistic particles is minimized and is of the order of 10^{52} ergs.

The Razin-Tsytovich [26, 27] effect may probably further contribute to the alteration of the synchrotron spectrum at the lower frequencies. For a magnetic field of 10^{-2} gauss the density of thermal electrons needed to affect the spectrum below 2 GHz is about 10^6 cm^{-3} .

* Note added in proof: the scale of the ordinate of the Figure is wrong.

This value for the electron density of the ionized region in which the synchrotron source is embedded, is characteristic of Seyfert I-type galaxies [28–30]. G. T. Petrov [31], using spectrophotometry data accumulated by Osterbrock [32], has obtained a mean value of about $5 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ for the electron density of Seyfert I-type galaxies.

The form of the radio spectrum discussed herein which has a broad peak near 3.8 cm and falls off rapidly at short wavelengths and decreases with increasing wavelengths, appears to be supportive of a suggestion made by Sramek and Tovmassian [19] that the absence of detectable emission at 6 cm from some of the observed Seyfert I-type galaxies may be due to the compactness of their nuclei.

If the synchrotron model with its assumptions are invoked [33–36] and a magnetic field of the order of 10^{-2} gauss is assumed, the angular size of the synchrotron emitting region is calculated to be about 0.0002. The related linear size is about 0.4 pc, when taking $H = 75 \text{ km sec}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ and $z = 0.077$. Shaffer and Schilizzi [6] have indicated that the total flux density from OQ 208 appears to come from components ≤ 0.001 .

For a magnetic field strength B of about 10^{-3} gauss, the energy of the relativistic particles would be about 10^6 times greater than that stored in the B field. The particles could not be contained under conditions which permitted B fields of about 10^{-3} gauss or less, and the radio source would then tend to expand.

4. *Conclusion.* We confirm the turnover in the spectrum of OQ 208 indicated by Ryle and Pooley [10] and also by Medd et al. [9]. Our measurements show that the turnover is in the neighborhood of 3.8 cm (7.88 GHz). The non-thermal nature of the radio source associated with the Seyfert galaxy OQ 208-Markarian 668 is evident from the spectral data exhibited in Figure 1. This source has a spectral index $\alpha \approx -1.35$ between 3.8 cm (7.88 GHz) and 1.35 cm (22.2 GHz). The segment of the spectrum between 6 cm (5 GHz) and 11 cm (2.7 GHz) manifests a positive spectral index $\alpha \approx +0.65$.

We suggest, that the apparent alteration of the synchrotron spectrum may be attributed to a dense region of thermal electrons within the environment of the synchrotron emitter, and that OQ 208-Markarian 668 is probably a Seyfert I-type galaxy.

Optical studies, and radio measurements which supplement and extend this and previous work on the radio properties, may further help to clarify the relationship between the synchrotron source and its environment.

Acknowledgements. We wish to express our thanks to both Bruce G. Leslie of the NEROC Haystack Observatory and Dr. Paul Feldman of the National Research Council-Canada for their valuable assistance with the observations and data reduction of the radio-continuum measurements during April 1978. It is a pleasure to gratefully acknowledge both Drs. Lawrence Rudnick and Patrick Crane of the NRAO staff for their useful assistance during the observational and data reduction phases at NRAO.

One of us (G. K.) would like to record his thanks to Connie Gustman, a student at the University Wisconsin-Eau Claire; to his son Adam Kojoian, a student at the Memorial High School, Eau Claire, Wisconsin for their very valued assistance with both the observations at the 91.4 meter telescope at NRAO and with the data reduction, and the staff of the Byurakan Astrophysical Observatory for their hospitality during his visit.

Department of Physics
University of Wisconsin-Eau Claire, USA

Department of Physics
Williams College, USA

Byurakan Astrophysical Observatory

Department of Astronomy
Wellesley College, USA

РАДИОСПЕКТР OQ 208 — МАРКАРЯН 668

Г. КОДЖОЯН, Д. Ф. ДИКИНСОН, Г. М. ТОВМАСЯН,
А. С. К. ДИНГЕР

Представлены результаты наблюдений радиоизлучения сейфертовской галактики OQ 208 — Маркарян 668, выполненных на длинах волн 1.35, 1.93, 2.8, и 3.8 см в апреле 1978 г., и на 6 и 11 см в августе и ноябре 1977 г., соответственно. Спектр радиисточника выпуклый, с максимумом на сантиметровых волнах. Спектральный индекс $\alpha \approx -1.35$ между длинами волн 3.8 и 1.35 см и $\alpha \approx +0.65$ между 11 и 6 см. Предполагается, что источник синхротронного радиоизлучения расположен внутри плотной ионизованной среды. Предполагается, что OQ 208 — Маркарян 668 является галактикой типа Сейферт I.

R E F E R E N C E

1. G. M. Blake, A. N. Argue, C. M. Kenworthy, *Astrophys. Lett.*, 6, 167, 1970.
2. B. E. Markartun, V. A. Lipovetski, *Astrofizika*, 10, 307, 1974.
3. G. Kojoian, R. C. Elliott, H. M. Tovmassian, Submitted for publication.
4. D. L. Jauncey, A. E. Neill, J. J. Condon, *Ap. J.*, 162, L 31, 1970.
5. J. R. Ehman, R. S. Dixon, C. M. Ramakrishna, J. D. Kraus, A. J., 79, 144, 1974.
6. D. B. Shaffer, R. T. Schlizzi, A. J., 80, 753, 1975.
7. J. J. Broderick, K. I. Kellermann, D. B. Shaffer, D. L. Jauncey, *Ap. J.*, 172, 299, 1972.
8. D. R. Altschuler, J. F. C. Wardle, *Mem. of the RAS*, 82, 1, 1976.
9. W. J. Medd, B. H. Andrew, G. A. Harvey, J. L. Locke, *Mem. of the RAS*, 77, 109, part 3, 1972.
10. M. Ryle, G. G. Pooley, *Astrophys. Lett.*, 4, 137, 1969.
11. M. Ryle, D. M. Odell, P. C. Waggett, *M. N.*, 173, 9, 1975.
12. W. A. Dent, J. E. Kapitzky, A. J., 81, 1053, 1976.
13. E. R. Craine, J. W. Warner, *Ap. J.*, 179, L53, 1973.
14. W. A. Dent, *Ap. J.*, 177, 93, 1972.
15. W. A. Dent, G. Kojoian, A. J., 77, 819, 1972.
16. W. A. Dent, J. E. Kapitzky, G. Kojolan, A. J., 79, 1232, 1974.
17. G. Kojoian, R. A. Sramek, D. F. Dickinson, H. M. Tovmassian, C. R. Purton, *Ap. J.*, 203, 323, 1976.
18. B. E. Markartian, V. A. Lipovetski, *Astrofizika*, 9, 487, 1973.
19. R. A. Sramek, H. M. Tovmassian, *Ap. J.*, 196, 339, 1975.
20. J. W. Sulentic, *Ap. J.*, Suppl., 32, 171, 1976.
21. J. W. Sulentic, A. J., 81, 582, 1976.
22. K. I. Kellermann, I. I. K. Pauliny-Toth, P. J. Williams, *Ap. J.*, 157, 1, 1969.
23. K. I. Kellermann, I. I. K. Pauliny-Toth, W. C. Tyler, A. J., 73, 298, 1968.
24. K. I. Kellermann, *Austr. J. Phys.*, 19, 195, 1966.
25. R. I. Epstein, V. Petrosian, *Ap. J.*, 183, 611, 1973.
26. V. A. Razin, *Radiofizika*, 3, 521, 1960.
27. V. N. Tsytovich, *Non-Linear Effects in Plasma*, Nauka, Moscow, 1967.
28. D. W. Weedman, *Ap. J.*, 159, 125, 1970.
29. E. Ye. Khachtkian, D. W. Weedman, *Astrofizika*, 7, 389, 1971.
30. E. A. Dibay, V. I. Prontik, *Instability Phenomena in Galaxies*, IAU Symposium No. 29, 83, 1968.
31. G. T. Petrov, *Astrofizika* (in press).
32. D. E. Osterbrock, *Ap. J.*, 215, 733, 1977.
33. R. Q. Twiss, *Philosophical Magazine*, 45, 249, 1954.
34. E. Le Roux, *Ann. Ap.*, 24, 71, 1961.
35. V. I. Slish, *Nature*, 199, 682, 1963.
36. P. J. S. Williams, *Nature*, 200, 56, 1963.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 533.855

О МОРФОЛОГИИ КОМПАКТНЫХ ГРУПП КОМПАКТНЫХ ГАЛАКТИК

Р. К. ШАХБАЗЯН, А. С. АМИРХАНИЯН

Поступила 28 апреля 1978

На основе наблюдений, проведенных на 2.6-м телескопе Бюраканской обсерватории, приводится описание некоторых общих характеристик 27 систем из списков [2—8]. Полученные негативы помогли выявить внегалактическую природу ряда сомнительных объектов и оценить степень компактности галактик, входящих в состав просмотренных групп.

Выяснилось, что компактными группами компактных галактик можно считать только группы, приведенные в списках под номерами 2, 84 и 130. Остальные системы было бы правильнее называть системами, содержащими компактные галактики.

Поиски компактных групп компактных галактик (КГКГ) начаты в Бюраканской обсерватории в 1973 г. после выхода в свет работы Робинсона и Вамплера [1] о компактном скоплении компактных галактик № 1. Некоторые необычные свойства этого скопления побудили нас начать поиски других тесных группировок, содержащих компактные галактики, и попытаться составить их списки.

Для поисков кандидатов в такие группы представлялось целесообразным использовать уже имеющиеся снимки, охватывающие довольно большие области, например, карты Паломарского атласа. Последние покрывают большую часть неба, имеют относительно далекий и сравнительно стабильный предел и, в большинстве случаев, одинаково хорошее качество изображений. На картах в красном цвете группировки галактик легко выявляются, а наличие карт в голубых лучах помогает отличить компактную галактику от звезды, проектирующей на область.

Однако при работе с картами Паломарского атласа существует трудность, связанная с тем, что в случае вполне насыщенных и передержанных изображений трудно судить о степени компактности отдельных галактик, а

также весьма сложно отличить компактную галактику от проектирующейся на область звезды. Может случиться, что из-за передержанности изображения отдельные нормальные эллиптические, линзовидные и даже спиральные галактики покажутся компактными объектами. С другой стороны, из-за недостаточно хорошего качества изображений на соответствующей карте атласа, красная звезда может быть принята за компактную галактику.

При отборе кандидатов для включения в списки [2—8] компактными считались галактики, имеющие более или менее звездоподобное изображение на *красных картах* Паломарского атласа. Подавляющее большинство этих галактик имело на картах в голубом цвете менее компактные изображения. Чаше всего именно в голубом цвете выявлялись оболочки, придатки или другая структура галактик, помогающие отличить компактную галактику от проектирующейся на область звезды.

Заметим, что принятые в [2—8] критерии компактности групп и отдельных галактик, составляющих группы, при этом не всегда строго соблюдались. В процессе работы было выявлено и также внесено в списки большое количество относительно широких, но по той или иной причине интересных групп. В списки вошло также много групп со смешанным населением, в состав которых входили как компактные, так и некомпактные галактики, что несколько противоречило названиям этих списков. Однако об этих отклонениях почти всегда делалась оговорка в примечаниях к статьям.

Какова природа объектов, входящих в списки КГКГ? Много ли галактик высоких поверхностных яркостей среди членов этих групп? Есть ли среди них проектирующиеся звезды? В каких случаях группу, после исключения из ее состава выявленных звезд и некомпактных галактик, можно считать КГКГ? Насколько изолирована каждая система? До последнего времени только для некоторых групп из списков [2—8] были получены снимки с большим разрешением С. Р. Линдсом, Э. Е. Хачикяном [9] и В. А. Амбарцумяном и др. [10], и только относительно этих групп можно было частично ответить на эти вопросы.

С введением в строй нового 2.6-метрового телескопа Бюраканской обсерватории мы приступили к более систематическому изучению интересующих нас систем. С этой целью получены прямые снимки в первичном фокусе 2.6-м телескопа для 27 групп из списков [2—8]. В число этих групп вошло 8 систем*, которые заведомо были известны как системы, не удовлетворяющие критериям, установленным при отборе. Тем не менее, эти системы, как заслуживающие внимания, были оставлены для дальнейшего изучения.

В табл. 1 приводятся сведения о наблюдательном материале, использованном в настоящей работе.

* Номера этих систем обозначены в табл. 1 звездочкой.

Таблица 1

№ группы	Эмульсия	Светофильтр	Экспозиция (мин)	№ пла- стинки	Дата
1	2	3	4	5	6
2	Kodak 103a-D	ЖС-12	30	364	27.2.1977
	ZU-2	—	20	457	24.3.1977
10*	Kodak 103a-F	ЖС-12	50	190	30.7.1976
	" IIa-O	СС-5	40	385	17.3.1977
19	" II-F	—	30	398	19.3.1977
37	" 103a-D	—	25	887	18.9.1977
38	" "	—	15	81	14.9.1975
48	" II-F	—	30	383	17.3.1977
	" 103a-O	—	20	508	20.4.1977
58*	" II-F	—	30	396	19.3.1977
65*	" 103a-D	ЖС-12	30	397	19.3.1977
	" IIa-D	"	30	482	12.4.1977
84	" 103a-D	—	20	68	12.9.1975
	" "	—	15	78	14.9.1975
98	" II-F	—	30	367	12.3.1977
	ZU-2	—	20	453	24.3.1977
106*	Kodak 103a-O	—	25	510	20.4.1977
	" II-F ₁	—	30	421	22.3.1977
122*	" 103a-D	ЖС-12	40	365	27.2.1977
	ZU-2	—	20	459	24.3.1977
123	Kodak 103a-D	ЖС-12	40	365	27.2.1977
	ZU-2	—	20	459	24.3.1977
130	Kodak II-F	—	30	425	22.3.1977
	" "	—	40	485	12.4.1977
	" 103a-D	ЖС-12	35	522	11.5.1977
132	" II-F	—	30	400	19.3.1977
	" IIa-O	—	25	484	12.4.1977
133	" 103a-F	ЖС-12	30	427	22.3.1977
	" IIa-O	—	23	523	11.5.1977
157	" 103a-F	—	25	366	27.2.1977
	" IIa-O	—	20	481	11.4.1977
166*	" 103a-D	—	25	834	12.9.1977
168	" "	—	25	835	12.9.1977
176*	" "	—	25	883	17.9.1977
177	" "	—	20	71	12.9.1975
227	" 103a-F	—	25	375	16.3.1977
	ZU-2	—	20	452	24.3.1977

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6
230	Kodak II-F	—	30 мин	394	19.3.1977
	ZU-2	—	20	454	24.3.1977
249*	Kodak 103a-F	ЖС-12	25	378	16.3.1977
	" IIa-O	—	20	483	12.4.1977
264	" 103a-D	—	20	860	14.9.1977
265	" "	—	20	861	14.9.1977
303	" "	—	20	858	14.9.1977

Ниже приводятся замечания о структуре, степени компактности и изолированности отдельных групп, а также описание природы и некоторых общих характеристик объектов, составляющих группы.

Группа № 2. Область снята в голубом и желтом цветах. Пределы негативов в обоих цветах почти те же, что и на соответствующих картах Паломарского атласа. Группа расположена в области, богатой галактиками, среди которых много компактных объектов. К юго-востоку от группы, на расстоянии 14' от нее находится скопление Zw 11 41.9+ +51 33, содержащее компактные галактики 17—18 звездной величины. С востока к группе примыкают очень слабые объекты, часть которых галактики. Галактики № 1, 2, 3, 6 и 7 имеют вполне компактные, почти звездоподобные изображения и на картах Паломарского атласа, и на негативе, полученном в желтом цвете. На негативе в голубых лучах хорошо видно, что это галактики. Объект № 4 — очень красный и звездоподобный в обоих цветах. Он оставляет впечатление красной звезды. Объекты № 5 и 8 — слабые на негативе в голубом цвете и на фотографии, полученной в желтых лучах, отличить их от звезд нам не удалось. № 9 — слабая галактика. Галактика № 3 в голубых лучах имеет компактную центральную область и слабую, довольно обширную оболочку. Таким образом, из пяти ярких объектов (№ 1, 2, 3, 4 и 6) области — четыре компактные галактики и одна звезда. Система является компактной группой, состоящей из весьма компактных галактик.

Группа № 10. Это относительно широкая система, богатая галактиками. Размеры системы — порядка $5 \times 2'.5$. На негативе, полученном в желтых лучах, в области насчитывается около 40 объектов, подавляющее большинство которых является галактиками. Мы думаем, что правильнее назвать систему скоплением галактик. По своему виду члены системы также напоминают галактики, входящие в состав обычных скоплений галактик: у многих галактик наблюдаются ореолы, диффузные придатки и вытянутые формы. Самая яркая галактика № 1 системы имеет не вполне компактное изображение и вокруг нее наблюдается диффузный ореол. Среди ярких членов скопления компактными являются галактики № 4, 5, 10, 12 и 19. Галактики № 1, 2, 6, 17, 20, 21 — объекты высокой поверхностной яркости, вокруг которых наблюдается гало. Весьма компактными являются объекты № 15, 16, 18 и 23, однако среди них могут быть проектирующиеся на область звезды. Совершенно звездное изображение имеют объекты № 13 и голубой объект № 14. В области много слабых галактик, среди которых есть диффузные

объекты (№ 3, 7, 8, 9, 11, 24, 31 и др.). Итак, система № 10 — скопление со смешанным населением.

Группа № 19 упоминается в морфологическом каталоге Б. А. Воронцова-Вельяминова [11], а также в каталоге галактик и скоплений галактик Цвикки [12]. Система очень компактная. Ее угловые размеры не превышают $25''$. Она состоит из пяти объектов, расположенных кругом. Один из этих объектов (№ 3) может оказаться звездой. По крайней мере на негативе, полученном в желтых лучах, и на картах Паломарского атласа по изображению он от звезд не отличается. Очень компактное изображение имеет галактика № 1, которая на негативе едва отличается от звезд. Менее компактные изображения имеют галактики № 4 и 5. Галактика № 2 является спиралью раннего морфологического типа с довольно обширной центральной областью высокой поверхностной яркости. Таким образом, группа № 19 — весьма компактная группа со смешанным населением.

Группа находится в участке скопления Zw 13 29.2 + 16 21. Среди галактик поля наблюдается довольно большое число галактик 16—18 звездной величины, имеющих компактные изображения. Однако группа № 19 оставляет впечатление вполне изолированной системы и в непосредственной ее окрестности фон из слабых галактик с концентрацией к системе не наблюдается.

Группа № 37. На негативе видно, что объекты № 10 и 13 являются звездами. Объект № 3 имеет изображение очень близкое к звездному в желтых лучах, однако в голубом цвете изображение этого объекта уступает изображениям звезд по плотности. Объект № 1 — ярчайшая галактика области. Она имеет на негативе не вполне компактное изображение и окружена диффузной оболочкой. Не вполне компактными являются также галактики № 5, 6 и 7. Компактные изображения имеют галактики № 8, 11 и 12. Группа № 37 — физическая группировка галактик со смешанным населением.

Группа № 38 или III Zw 22. Система представляет собой изолированную тесную цепочку галактик, физически связанных между собой и погруженных в светящийся фон, также вытянутый вдоль системы. На фотографии хорошо видно, что объекты № 1, 2, 3 и 6 являются галактиками с довольно высокими поверхностными яркостями. Ясно видно, что объект № 4, в галактической природе которого мы раньше сомневались [3], также является галактикой. № 5 имеет нейтральный цвет и почти звездное изображение, однако возможно, что это очень компактная галактика. № 6 — слабая галактика. Таким образом, группа № 38 — компактная система, все пять ярких членов (№ 1, 2, 3, 4 и 5) которой являются галактиками с относительно высокими поверхностными яркостями.

Группа № 48 состоит из не вполне компактных галактик. Галактика № 2 имеет вытянутую форму и слабую оболочку, тоже вытянутую в направлении запад—восток. Вокруг галактик № 1 и 4 наблюдается слабый ореол. Объект № 3 похож на звезду, однако не исключено, что это очень компактная галактика. На негативе группа оставляет впечатление не столь изолированной системы, так как в ее окрестности наблюдаются слабые галактики. Если № 3 — звезда, то группу трудно считать компактной.

Группа № 58. Негатив 396 получен на прогретой эмульсии Kodak II-F. Качество негатива хорошее и предел на нем примерно на 0.5 звездной величины слабее, чем предел на красной карте Паломарского атласа. Большинство членов группы имеет на негативе маленькие размеры и столь компактные изображения, что трудно приписать им галактическую природу. Таковы объекты № 2, 3, 4, 9, 11 и 12. Несомненной звездой яв-

ляется объект № 7. № 6 — спиральная галактика раннего морфологического типа, видимая с ребра. Без сомнения, галактиками с весьма компактными изображениями являются объекты № 1, 8, 10 и яркая галактика, расположенная на расстоянии $1'.2$ к северу от галактики № 1. Интересен объект, находящийся на расстоянии $2'.4$ к северо-востоку от галактики № 9. Он едва виден на красной и голубой картах Паломарского атласа. На нашем негативе этот объект примерно на одну звездную величину ярче, чем на соответствующей карте атласа. Для уточнения внегалактической природы многих членов группы необходимо получить фотографию области с большим разрешением. Таким образом, четыре галактики области являются несомненными компактными галактиками, но если перечисленные выше звездоподобные объекты окажутся звездами, то группу все же нельзя будет считать ни КГКГ, ни системой периферического типа, как это предполагалось раньше [3].

Скопление № 65. Скопление отдаленное и довольно обширное. На негативе, полученном в желтых лучах, в области насчитывается около 50-ти в большинстве слабых галактик. Скопление расположено в поле, богатом слабыми галактиками, и хотя оно не столь изолировано (особенно с юга), все же система оставляет впечатление довольно обособленного скопления. Скопление было обнаружено В. А. Амбарцумяном, который обратил внимание на его необычную периферическую структуру, напоминающую греческую букву Ω . Примечательно, что, несмотря на то, что система богата галактиками, центральная область ее почти пустая. На картах Паломарского атласа и на негативах, где предел дальше предела карт атласа, в этой области видно всего два весьма слабых объекта. О степени компактности многих галактик скопления судить трудно, ибо большинство из них слабые объекты ~ 19 -ой звездной величины и слабее. В области скопления наблюдаются и относительно яркие галактики с весьма компактными изображениями, например, галактика № 1, которая на картах почти не отличается от звезд. На снимке виден слабый, едва заметный ореол, окружающий эту галактику. Однако нельзя быть уверенным, что ярчайшие галактики области физически связаны с системой и не являются проектирующимися на область галактиками. Наиболее замечательным свойством скопления является его необычная форма.

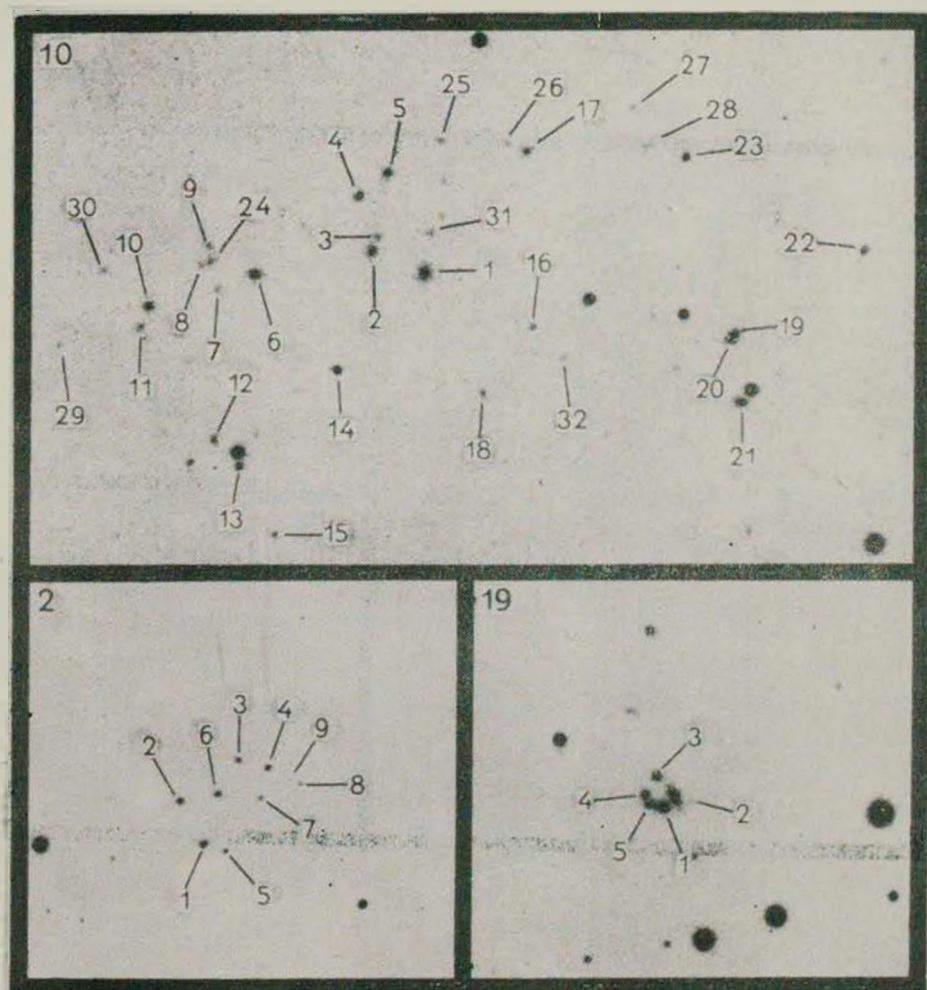
Группа № 84. Это относительно близкая группа, состоящая из галактик 16—17 звездной величины в желтых лучах. Группа довольно изолированная, и хотя к востоку от нее наблюдаются слабые галактики, однако последние расположены на некотором от нее расстоянии и к группе не примыкают. Примечательно, что полость внутри полуокружности, образованной галактиками группы, пустая, и в этом смысле группа напоминает системы с периферической структурой. Из пяти ярких объектов (№ 1, 2, 3, 4 и 6) области объект № 4, в природе которого мы раньше сомневались [3], оказался звездой. Остальные четыре объекта — галактики довольно высокой поверхностной яркости, окруженные диффузными оболочками.

Группа № 84 наблюдалась В. А. Амбарцумяном и др. [10] на 5-метровом телескопе Хейла. И на хейловских, и на наших негативах видно, что все яркие галактики группы имеют высокие поверхностные яркости и окружены диффузными оболочками. Менее отчетливо на наших негативах виден диффузный объект к северу от галактики № 3. Объект № 5 на обоих негативах не отличается от звезд. Что касается относительно слабых голубых объектов b — расположенного к югу от галактики № 6 и c — к северу от галактики № 2, то по нашим снимкам нельзя вполне уверенно приписать им внегалактическую природу. Среди галактик поля интересен объект a — очень компактный. На наших негативах объект a по плотности лишь немногим уступает плотности в изображениях звезд и едва отличается от последних. На копии 5-метрового снимка наблюдается сла-

КАРТЫ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ

Север сверху. Восток слева. Масштаб 1 мм = 3".5.

В левом верхнем углу отмечены номера, под которыми группы
приведены в списках [2—8].



65

1

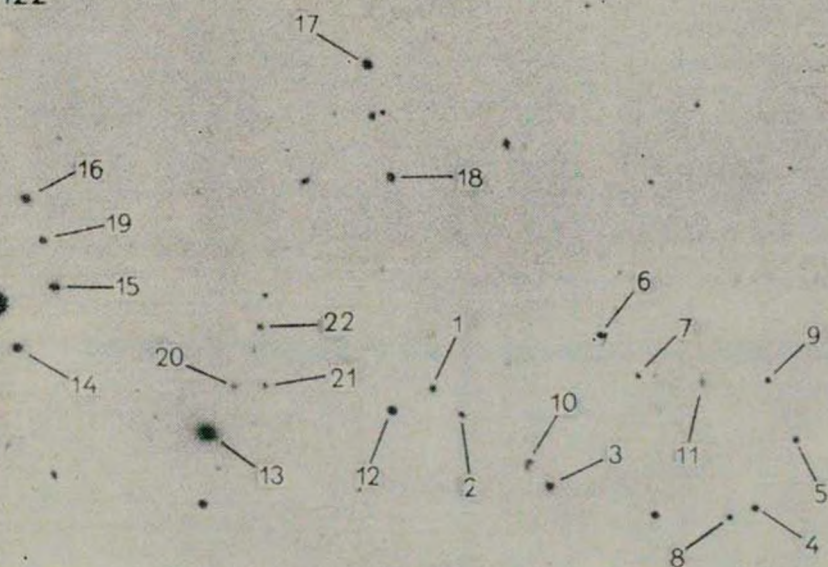
84

c
4
2
3
5
1
6
b
a

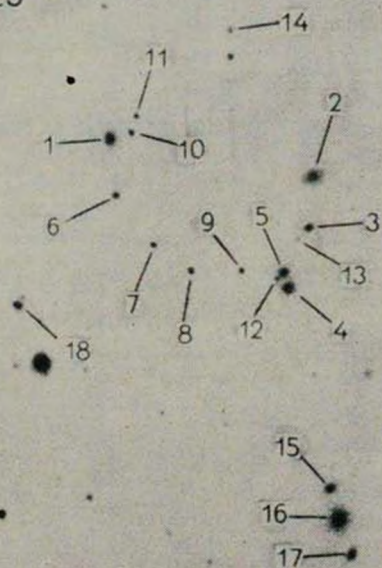
106

6
10
7
8
5
11
3
4
2
9

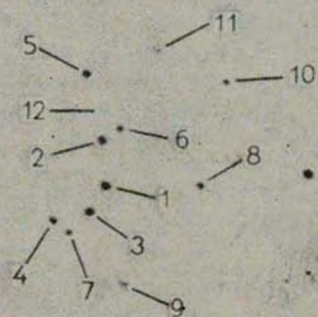
122

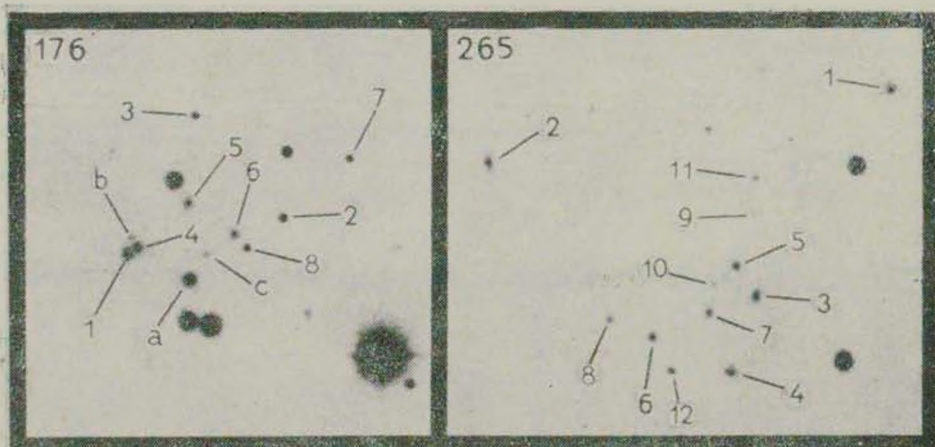


123



130





К статье Р. К. Шахбазян, А. С. Амирханяна

бая оболочка, окружающая галактику. Эта оболочка на бюраканском снимке совершенно не видна.

Группа № 98. Просмотр негативов показал, что по крайней мере три (№ 2, 3 и 7), а, возможно, и большее число объектов в области группы являются звездами. Группу № 98 следует исключить из списков КГКГ.

Группа № 106. Просмотр негативов, полученных в желтом и голубом цветах, показал, что объект, отмеченный в [4] под номером 1, является дефектом на карте Паломарского атласа в красном цвете, а объекты № 2, 3 и 7 не отличаются от звезд. № 8 — диффузная галактика. Хотя объекты № 4, 5, 6, 9, 10 и 11 — слабые и, по-видимому, компактные галактики, однако, нельзя считать, что они образуют КГКГ или группу периферического типа, как предполагалось раньше [4].

Группа № 122. В [4] отмечалось, что группа № 122 — плохо изолированная система и что она имеет периферическую структуру. Негативы, полученные для этой области в желтых и голубых лучах, показали, что периферическая структура системы не вполне реальна и если исключить проектирующиеся на область звезды (№ 4, 5, 8 и 9), которые в [4] были приняты за компактные галактики, то «периферическая» структура системы распадается. Заметим, однако, что галактики № 1, 2, 3, 10 и 12 в области группы № 122 образуют довольно тесную группировку объектов высокой поверхностной яркости. Среди них особенно компактное изображение имеет галактика нейтрального цвета — № 12, которая по изображениям на картах атласа [4] была принята за звезду. Таким образом, группу из галактик № 1, 2, 3, 10 и 12 можно считать или КГКГ — не вполне изолированной, или же группировкой, являющейся подсистемой более широкой системы: вокруг эллиптической галактики № 13, содержащей в своем составе и другие группировки галактик, имеющих компактные изображения (например, группа галактик около яркой звезды, расположенной на расстоянии $2'$ к северо-востоку от галактики № 13).

Группа № 123. Группа плохо изолирована и не исключено, что в состав ее входят три яркие галактики (№ 15, 16 и 17) на юге. На негативе в желтом цвете звездные изображения имеют объекты № 7, 8, 9, 10 и 11. Галактика № 1 имеет в желтых лучах центральную область высокой поверхностной яркости и относительно больших размеров и слабое, вытянутое в направлении север—юг гало. Оболочку имеет также не вполне компактная галактика № 4. Объект № 2 — диффузная галактика. Компактные изображения имеют галактики № 3, 5, 6, 14, 15, 17 и 18. Снимок с большим разрешением и далеким пределом (особенно в голубом цвете) может помочь уточнить периферическую структуру системы, а также выявить природу звездоподобных объектов, перечисленных выше.

Группа № 130. Это одна из наиболее примечательных КГКГ. Все яркие члены (№ 1, 2, 3, 4, 6, 7 и 8) группы имеют на негативах весьма компактные изображения. Объекты № 5 и 10 — проектирующиеся на область звезды. № 9, 11 и 12 — слабые диффузные галактики. На негативе 485 виден фон из слабых галактик к западу и к югу от группы.

Группа № 132. На фотографии области видно, что по крайней мере два объекта из пяти членов группы являются звездами красного цвета. Это объекты № 2 и 3. Звездой может оказаться также объект № 5. Таким образом вопрос о реальности физической группы в данном случае отпадает.

Группа № 133. На негативах объект № 2 от звезд не отличается. Очень близким к звездному является изображение объекта № 3. Если дальнейшее исследование покажет, что эти два объекта — звезды, то группу нельзя считать КГКГ.

Галактика № 1 имеет звездоподобное ядро и обширную сферическую оболочку. Она напоминает N-галактику. Интересно, что на расстоянии $4'.5$ к юго-западу от объекта № 1 находится другая галактика точно такой же структуры, однако более яркая и с большими размерами. Оболочки обеих галактик имеют относительно голубой цвет и хорошо видны на голубой карте Паломарского атласа. Отметим, что галактики такой структуры встречаются довольно редко и их соседство носит, возможно, не случайный характер. Интересно определить их лучевые скорости и выяснить, не связаны ли эти галактики физически.

Группа № 157. По двум фотографиям области можно сказать, что в области группы имеются по крайней мере две звезды (№ 1 и 2), остальные семь объектов компактные, однако среди них только № 3 и 8 относительно яркие галактики. В список [5] группа была включена из-за ее периферической структуры. Однако, если отбросить звезды № 1 и 2, то группу уже нельзя будет считать системой периферического типа. Она получается довольно широкой и плохо изолированной. На расстоянии $4'$ к юго-востоку от группы № 157 находится другая система, состоящая из слабых, по-видимому, компактных галактик. Эта последняя система не была включена в списки [2—8].

Группа № 166. Это вытянутая система, состоящая из близких и ярких галактик. Среди галактик высоких поверхностных яркостей можно отметить галактики № 2, 3, 4, 5 и 8, однако вполне компактной можно назвать только галактику № 5. Остальные галактики имеют более или менее ясно выраженные гало и скорее всего являются галактиками эллиптического типа. В периферических участках скопления наблюдается несколько галактик типа линзовидных и ранних спиралей, видимых *ap face* или с ребра, а также слабые галактики невысоких поверхностных яркостей.

Группа № 166. Это скопление галактик, содержащее шесть относительно ярких галактик и фон из слабых галактик, простирающийся далеко за пределы центральной области системы. Большинство ярких и слабых членов системы имеют на негативе в желтом цвете не вполне компактные изображения и сильно уступают по плотности звездам с такими же размерами изображений.

Группа № 176. Группа находится в области, богатой галактиками 18-ой величины и слабее, среди которых есть компактные галактики.

Интересен яркий объект *a*, принятый в [6] за звезду и по этой причине не включенный в состав группы. Этот объект имеет звездное изображение на картах атласа. На негативе хорошо видно, что это очень компактная галактика. Однако нельзя быть уверенным, что галактика физически связана с системой и не является проецирующейся на область галактикой. Два объекта № 2 и 3, принятые в [6] за компактные галактики, оказались звездами. № 1 и *a* — компактные галактики, № 7 и 8 — очень компактные объекты, почти не отличающиеся от звезд. № 5 и 6 — не вполне компактные галактики, а объект № 4 — диффузный. В группе два слабых объекта *b* и *c*, которые тоже галактики. Система № 176 — не вполне изолированная группа со смешанным населением.

Группа № 177. В примечании [6] указывается, что объект № 2 области может быть звездой. Снимок № 71 подтвердил звездную природу этого объекта. Галактики № 9 и 10 — вытянутые и некомпактные. Не вполне компактными являются галактики

№ 3 и 5. Объекты № 1, 4 и 7 — более или менее компактные галактики. Группа — плохо изолированная и к северо-западу и к югу от нее наблюдается много слабых галактик. Среди ярких галактик поля можно отметить довольно компактную галактику, расположенную на расстоянии 3'.5 к югу от группы. Итак, группа № 177 — система смешанного типа.

Группа № 227. Группа содержит три компактные галактики (№ 2, 4 и 5), одну не вполне компактную галактику № 1 и один весьма компактный объект № 3, который может оказаться проектирующейся на область звездой красного цвета. Объект № 6 — слабая галактика. Хотя в состав группы входят весьма компактные объекты, однако компактной назвать систему нельзя.

Группа № 230. На негативе 394 предельная звездная величина значительно слабее, чем на соответствующей карте Паломарского атласа. В окрестности группы выявилось много слабых объектов. Хорошо видно поле из слабых галактик, тянущееся к северу и к югу от группы и образующее нечто вроде слабых ветвей, начинающихся на некотором расстоянии от группы. Это поле почти незаметно на картах Паломарского атласа. Объекты № 1, 3, 4 и 5 имеют очень красный цвет и весьма компактные изображения в обих цветах. Хотя группа очень похожа на физическую систему, все же трудно до конца быть уверенным, что все ее члены — галактики. Желательно получить снимок с большим разрешением для уточнения реальности физической группировки компактных галактик в этой области.

Группа № 249. В области этой широкой группы оказалось много проектирующихся звезд, и мы думаем, что эту систему следует исключить из списков КГКГ.

Группа № 264. Это вполне изолированная, довольно компактная группировка галактик, образующих физическую систему. Из-за слабости отдельных членов группы (порядка 19—19.5 звездной величины) трудно судить о степени их компактности. По-видимому, галактики, составляющие систему, имеют не очень компактные изображения. Объект № 1 на желтом негативе трудно отличить от звезд. № 2 — вытянутая галактика, № 4 — не вполне компактная галактика. Относительно компактные изображения имеют галактики № 3, 5 и 8.

Группа № 265. Очевидно, что это физическая группировка галактик, среди ярких членов которой довольно компактные изображения имеют объекты № 5, 6, 7, 8. Сферическая галактика № 1 и спиральная галактика № 2 расположены на периферии группы и, возможно, физически с ней не связаны. Вокруг галактик № 3 и 4 наблюдаются слабые оболочки, при этом, галактика № 4 — не вполне компактная, а объект № 3 — вытянутый и, возможно, двойной. Таким образом, группу № 265 можно назвать компактной группой со смешанным населением. С северо-запада группа плохо изолирована.

Группа № 303. Это относительно близкая система, содержащая в своем составе как галактики 15—16 звездной величины, так и более слабые объекты. Наиболее примечательным свойством этой группы является цепочка в центре системы, состоящая из трех ярких галактик (2, 3 и 4) высокой поверхностной яркости, погруженных в вытянутый вдоль системы светящийся фон. Несомненно эти три галактики связаны между собой. Ярчайшая галактика № 1 области похожа на сферическую галактику. Среди остальных членов системы компактные изображения имеют галактики № 5 и 9 и частично № 6 и 8. № 7 и 10 — диффузные галактики. Возможно, что рассматриваемая система, является центральной областью более широкого скопления галактик.

Негативы, полученные на 2,6-м телескопе, помогли выявить внегалактическую природу ряда сомнительных объектов. Некоторые объекты, которые раньше считались звездами, оказались компактными галактиками. Чаще бывали случаи, когда объект, отмеченный в списках [2—8] как очень компактный, оказывался красной звездой. Изменилось первоначальное, основанное на обзоре по картам Паломарского атласа, представление о степени компактности многих объектов, составляющих группы. Вокруг некоторых групп выявился фон из слабых галактик, что изменило прежнее представление о степени компактности этих групп.

Природу некоторых объектов нам не удалось определить. Большинство компактных объектов, во внегалактической природе которых мы сомневаемся, имеет красный цвет, почти звездное изображение в желтых лучах и предельно слабы в голубом цвете. При наличии негатива с далеко идущим пределом и с большим реальным разрешением, особенно в голубом цвете, мы смогли бы более уверенно определить природу этих объектов и выявить более слабые и более компактные галактики.

Таким образом, в настоящий обзор вошли 27 систем, из которых восемь групп, отмеченных в табл. 1 звездочкой, с самого начала не удовлетворяли критериям, принятым при отборе КГКГ. Просмотр негативов показал, что из остальных 19 систем:

3 системы (№ 2, 84 и 130) — компактные группы, все яркие члены которых компактные галактики.

7 систем (№ 19, 37, 38, 176, 177, 264, 265) — компактные группы со смешанным населением.

4 системы (№ 157, 168, 227 и 303) — относительно широкие группы со смешанным населением.

3 группы (№ 48, 133 и 230) — нуждаются в уточнении природы составляющих их объектов.

2 группы (№ 98 и 132) — не могут считаться группировками галактик.

Что касается относительно широких групп (58, 106, 122, 227 и др.), принятых в [2—8] за системы с периферической структурой, то нужно сказать, что часть членов этих групп оказалась проектирующимися на область звездами, а исключение этих звезд из числа членов той или иной системы часто нарушало кажущуюся ее «периферическую» структуру, превращая группу в систему широкую и некомпактную.

Настоящий обзор показал, что подавляющее большинство объектов, входящих в списки КГКГ, содержат в своем составе, наряду с компактными галактиками, также галактики эллиптические, линзовидные и спиральные, среди которых встречаются даже объекты низких поверхностных яркостей. В этом смысле не является исключением и прототип КГКГ — скопление, получившее название Шахбазян I. Таким образом, компактные груп-

пы, состоящие исключительно из компактных галактик, встречаются редко. Из рассмотренных в обзоре, таковыми являются группы № 2, 84 и 130. Остальные системы — группы со смешанным населением — компактные, а иногда относительно широкие, хорошо или не вполне изолированные.

Для сравнения, наряду с галактиками, входящими в состав групп, просматривалось и поле в окрестностях групп. В результате был выявлен ряд одиночных галактик, ярких и весьма компактных. В составе членов некоторых групп списков также иногда наблюдаются резко выделяющиеся компактные галактики, как например, галактика № 1 в скоплении № 65, галактика № 12 в группе № 122, галактика *a* в группе № 176, однако нельзя быть уверенным, что это не одиночные яркие компактные галактики поля, проектирующиеся на область группы. Важно отметить, что компактные группы, целиком состоящие из таких ярких почти звездоподобных галактик, мы не встречали. Возможно, эти галактики по своей природе отличаются от галактик, входящих в состав групп или скоплений галактик.

Поскольку выяснилось, что название КГКГ противоречит составу большинства систем, рассмотренных в этой работе, то было бы правильное название КГКГ сохранить лишь для той части групп, в которых большинство ярких членов является компактными (номера 2, 84, 130), а остальные называть системами, *содержащими* компактные галактики.

Авторы выражают благодарность академику В. А. Амбарцумяну за интерес к работе и ценные замечания, а также профессору Л. В. Мирзояну за предоставленную в наше распоряжение копию негатива, полученного для группы № 84 на 5-метровом телескопе Хейла. Мы признательны В. С. Осканяну и В. М. Петросян за получение фотографий групп № 37, 38, 84, 176 и 177 на 2.6-м телескопе Бюраканской обсерватории.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ON THE MORPHOLOGY OF COMPACT GROUPS OF COMPACT GALAXIES

R. K. SHAHBAZIAN, A. S. AMIRKHANIAN

Using the observations carried out with the 2.6 m telescope of the Byurakan Observatory some general characteristics of 27 groups taken from lists [2—8] of compact groups of compact galaxies (CGCG) are given.

The plates obtained helped to determine in some conspicuous cases the galactic nature and the degree of compactness of some objects in the groups.

The examination of the plates showed that three systems (No. 2, 84, 130) are CGCG. The other systems can be considered as groups, *containing* compact galaxies.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. B. Robinson, E. J. Wampler, *Ap. J.*, 179, L135, 1973.
2. Р. К. Шахбазян, *Астрофизика*, 9, 495, 1973.
3. Р. К. Шахбазян, М. Б. Петросян, *Астрофизика*, 10, 13, 1974.
4. Ф. Б. Байер, М. Б. Петросян, Г. Тиш, Р. К. Шахбазян, *Астрофизика*, 10, 327, 1974.
5. М. Б. Петросян, *Астрофизика*, 10, 471, 1974.
6. Ф. Б. Байер, Г. Тиш, *Астрофизика*, 11, 221, 1975.
7. Ф. Б. Байер, Г. Тиш, *Астрофизика*, 12, 7, 1976.
8. Ф. Б. Байер, Г. Тиш, *Астрофизика*, 12, 409, 1976.
9. Э. Е. Хачикян, Частное сообщение.
10. V. A. Ambartsumian, H. C. Arp, A. A. Hoag, L. V. Mirzoyan, *Astrofizika*, 11, 193, 1975.
11. Б. А. Воронцов-Вельяминов и др., *Морфологический каталог галактик*, т. 2, 1964.
12. F. Zwicky, *Catalogue of Galaxies and of Clusters of Galaxies*, vol. II, 1963.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.855

О СЖАТИЯХ ГАЛАКТИК В СКОПЛЕНИЯХ А193 И А2255

А. Т. КАЛЛОГЛЯН

Поступила 23 апреля 1978

По эквиденситным изображениям измерены угловые размеры галактик в скоплениях А193 и А2255. Показано, что в широком диапазоне сжатий большие диаметры, интегральные величины и показатели цвета галактик в обоих скоплениях не зависят от сжатия. Внутренние изофоты в среднем более круглые, чем внешние. Распределение галактик по сжатиям следует теоретическому распределению для эллиптических галактик. В скоплениях имеется избыток галактик сферической формы, что является косвенным аргументом в пользу ранее известного факта о наличии в них большого количества компактных галактик.

Вопрос о зависимости размеров галактик от их видимых сжатий обсуждался неоднократно. Д. Эделен пришел к выводу, что связь между большими осями и сжатиями эллиптических галактик является убывающей функцией, т. е. менее сплюснутые галактики обладают большими размерами [1]. Г. Руд и Г. Састри [2], учитывая ряд факторов, не нашли никаких указаний в пользу этого или иного вида зависимости. По их данным в случае S0 галактик наблюдается даже возрастание размеров при увеличении сжатия. Подобный же результат получен ими в работе [3] для галактик в скоплении А2199. Относительно S0 галактик в скоплении Coma Г. Руд и В. Баум [4] также указывают, что зависимость между большими диаметрами и сжатиями этих галактик является возрастающей функцией.

В настоящей статье исследование распределения сжатий и их связи с различными интегральными параметрами галактик в скоплениях А193 и А2255 основано на измерениях больших и малых угловых размеров галактик на специально полученных эквиденситах. Применение метода эквиденсит позволяет определить размеры галактик до строго определенной изофоты, одинаковой для всех объектов, эквиденситы которых одновременно получают на данной пленке. Это обстоятельство устраняет необходимость

внесения поправок за субъективные ошибки, которые обычно вносятся при глазомерных оценках размеров галактик.

1. *Наблюдательный материал.* Снимки скоплений галактик А193 и А2255 были получены в цвете V в шмидтовском фокусе двухметрового телескопа Таутенбургской обсерватории. По нашей просьбе сотрудник этой обсерватории В. Хёгнер любезно подготовил несколько эквиденсит для каждого из скоплений. Из этого набора эквиденсит в настоящей работе мы использовали по две эквиденситы для каждого скопления. Эти эквиденситы соответствуют разным изофотам в галактиках. Одна из них достигает предельной поверхностной яркости, измеримой на использованных снимках ($\sim 24.0 \text{ V}/\square''$). Другая эквиденсита соответствует более ярким центральным областям галактик, но, к сожалению, в этом случае величину поверхностной яркости трудно оценить. С другой стороны, для нашей задачи это не играет сколько-нибудь важной роли.

На всех эквиденситах с точностью до ± 0.5 , были измерены большие и малые диаметры галактик в каждом из двух скоплений. По внешним эквиденситам были измерены размеры 144 галактик в скоплении А193 и 388 галактик в скоплении А2255. По внутренним эквиденситам были измерены размеры 73 и 192 галактик соответственно.

2. *Результаты измерений.* Исследуемые скопления в основном содержат эллиптические галактики. Число линзовидных и спиральных галактик не превышает нескольких процентов. Для А2255 были получены несколько снимков в первичном фокусе 2.6 м телескопа Бюраканской обсерватории (масштаб снимков около $20''/\text{мм}$). Просмотр этих снимков и снимков Таутенбургского телескопа показывает, что лишь около 5% галактик этого скопления являются спиралями. Другой особенностью исследуемых скоплений является преобладание в них компактных галактик. Исключение спиральных галактик из рассмотрения почти не меняет величину средних размеров галактик по интервалам сжатий. Поэтому в проведенной нами статистике все галактики в каждом из скоплений рассматриваются вместе, независимо от их морфологических типов.

Распределение разных интегральных параметров галактик по интервалам видимых сжатий приведено в табл. 1. В последующих столбцах таблицы приведены: интервалы видимых сжатий $\varepsilon_1 = (a_1 - b_1)/a_1$ по внешним эквиденситам, среднеарифметические значения больших осей галактик a_1 по внешним эквиденситам, среднеарифметические значения интегральных звездных величин $\bar{V}$, среднеарифметические значения показателей цвета $\bar{B}-\bar{V}$, среднеарифметические значения видимых сжатий ε_2 по внутренним эквиденситам. В скобках приведены числа галактик, по которым произведено данное усреднение. Значения V и B—V взяты из работ [5, 6].

Таблица 1

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ГАЛАКТИК В ЗАВИСИМОСТИ
ОТ ИХ ВИДИМЫХ СЖАТИЙ В СКОПЛЕНИЯХ A193 И A2255

ε_1	A193				A2255			
	a_1 (n)	$\bar{V}$ (n)	$B-V$ (n)	ε_2	a_1 (n)	$\bar{V}$ (n)	$B-V$ (n)	ε_2
0.00—0.09	10.2 (35)	17. ^m 6 (35)	1. ^m 15 (32)	0.10 (22)	8.7 (87)	17. ^m 7 (87)	1. ^m 03 (85)	0.08 (45)
0.10—0.19	11.7 (39)	17.6 (38)	1.14 (32)	0.15 (23)	8.8 (134)	17.8 (133)	0.99 (128)	0.10 (71)
0.20—0.29	9.6 (41)	17.8 (41)	1.10 (33)	0.18 (13)	8.7 (96)	17.9 (96)	0.95 (92)	0.17 (46)
0.30—0.39	11.5 (19)	17.7 (19)	1.12 (12)	0.17 (8)	8.8 (49)	17.9 (47)	0.96 (44)	0.16 (15)
0.40—0.49	16.7 (9)	17.1 (8)	1.20 (8)	0.38 (6)	13.8 (20)	17.3 (20)	1.18 (19)	0.20 (13)
0.50—0.59	25.6 (1)	15.8 (1)	1.26 (1)	0.53 (1)	14.6 (2)	16.9 (2)	1.48 (2)	0.32 (2)

Из данных табл. 1 видно, что угловые размеры галактик в скоплении A193 в среднем больше, чем галактик в A2255, хотя первое принадлежит к группе расстояния 4, а второе — к группе расстояния 3 по Эйбеллу [7]. Это несоответствие является лишь результатом неодинаковости полученных для двух скоплений эквидиссит.

Данные табл. 1 приводят к следующим выводам:

1. В интервале $\varepsilon_1 = 0.00—0.40$ большие диаметры в среднем не зависят от сжатий галактик, принадлежащих к обоим скоплениям. Вне этого интервала угловые размеры более сжатых галактик быстро возрастают. Хотя число галактик в интервале $\varepsilon_1 = 0.50—0.59$ мало, но тенденция увеличения значений a_1 начинается с предпоследнего интервала, где полученные данные, особенно для скопления A2255, являются статистически значимыми. Сказанное в полной мере относится и к линейным размерам галактик из-за малых угловых размеров скоплений (радиусы A193 и A2255, внутри которых находятся исследуемые галактики, соответственно равны 8'5 и 23').

2. Значения $\bar{V}$ постоянны в интервале $\varepsilon_1 = 0.00—0.40$. Однако галактики в обоих скоплениях становятся несколько более яркими в интервале $\varepsilon_1 = 0.40—0.59$.

3. Нет зависимости между показателем цвета и сжатием галактик. Значение $B-V$ в последнем интервале для A2255 имеет малый вес.

4. Для галактик обоих скоплений $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$. Это указывает на то, что внутренние изофоты галактик имеют более круглую форму, чем их внешние изофоты.

3. *Распределение галактик по сжатиям.* На рис. 1 приводится распределение галактик по сжатиям. По оси абсцисс отложены показатели сжатия, по оси ординат — число галактик. На рисунке приведены также теоретические распределения, взятые из работы Э. Хаббла [8] и нормированные по общему числу галактик, использованных при построении гистограмм. При этом распределение *a* относится к случаю, когда галактики равно распределены между истинными показателями сжатия от 0 до 7. Распределение *b* построено при допущении, что галактики являются плоскими системами с истинным показателем сжатия, равным 7. Как мы видим, наблюдаемые распределения для обоих скоплений качественно хорошо согласуются с распределением *a*. Этому распределению следуют эллиптические галактики. Таким образом можно утверждать, что населения обоих скоплений в основном состоят из эллиптических галактик. Нужно полагать, что наличие некоторого количества спиральных галактик приводит к росту диаметров наиболее сжатых галактик.

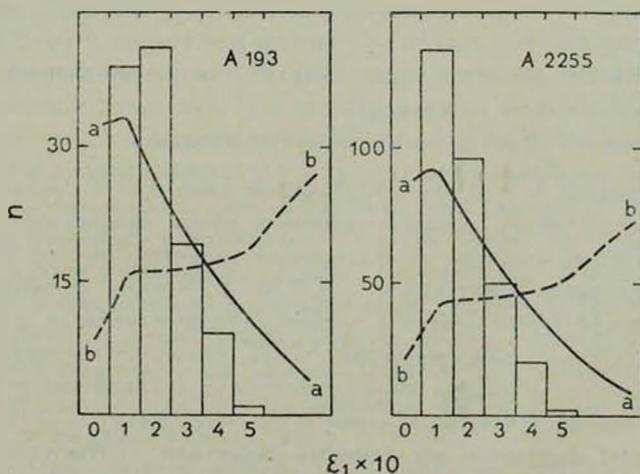


Рис. 1. Распределение галактик в скоплениях A193 и A2255 по показателям сжатия. Кривая *a*—*a* соответствует случаю, когда истинные сжатия равно распределены в интервале от 0 до 0.7, кривая *b*—*b* — случаю, когда все галактики имеют истинное сжатие, равное 0.7.

Между наблюдаемым и теоретическим распределениями имеются и существенные различия. В обоих скоплениях наблюдается избыток галактик с показателями сжатия 1 и 2 и недостаток сильно вытянутых галактик по сравнению с теоретически ожидаемым по распределению *a*. Числа же га-

лаптик с показателями сжатия 0 и 3 соответствуют этому распределению. Превышение числа менее сжатых галактик над теоретически ожидаемым находится в соответствии с ранее известным фактом о том, что в обоих скоплениях имеется большое количество компактных галактик, обладающих, обычно, наряду с высокой поверхностной яркостью, также и сферической формой.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ON THE ELLIPTICITIES OF GALAXIES IN CLUSTERS A193 AND A 2255

A. T. KALLOGLHIAN

By means of equidensity images the angular diameters of galaxies in clusters A193 and A2255 have been measured. It is shown that in a large range of ellipticities the diameters, integral brightnesses and colours of clusters galaxies are constant. The inner isophotes are in the mean more round than the outers. The distribution of ellipticities for both clusters follows the theoretical distribution for elliptical galaxies. However, an excess of spherical galaxies in clusters exists which may be considered as an indirect argument in favour of the known fact about the existence of a large number of compact galaxies in both clusters.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Edelen, A. J., 70, 747, 1965.
2. G. Rood, G. Sastry, A. J., 72, 223, 1967.
3. G. Rood, G. Sastry, A. J., 77, 451, 1972.
4. G. Rood, W. Baum, A. J., 72, 398, 1967.
5. Ф. Бёрнген, А. Т. Каллоглиан, *Астрофизика*, 12, 397, 1976.
6. Ф. Бёрнген, А. Т. Каллоглиан, *Астрофизика*, 13, 5, 1977.
7. G. Abell, Ap. J., Suppl. ser., 3, 211, 1958.
8. E. Hubble, Ap. J., 66, 1, 1926.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 524.3/4—32+524.7

МЕТОД РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ МОДЕЛЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАСС В ГАЛАКТИКАХ

С. А. КУТУЗОВ, В. О. СЕРГЕЕВ

Поступила 3 июля 1977

Пересмотрена 12 января 1978

Рассматривается модель распределения масс с изоповерхностями в виде подобных и соосных сфероидов. Интегральное уравнение, связывающее пространственную плотность с круговой скоростью, преобразовано к виду, который обеспечивает довольно быструю сходимость последовательных приближений.

При любом методе решения задачи происходит дифференцирование функции, полученной из наблюдений. Предложенный метод применим к недифференцируемым функциям и учитывает априорные предположения о гладкости точного решения.

Метод реализован на ЭВМ, опробован на теоретических примерах и применен к расчету распределения масс в галактике М 31.

Для определения распределения масс по данным о вращении галактики часто используются сфероидальные модели. При решении соответствующих этим моделям уравнений необходимо дифференцировать функцию, значения которой получены из наблюдений и известны с некоторой ошибкой. Характер ошибок требует предварительного сглаживания данных. В результате получаемое решение существенно зависит от выбранной процедуры сглаживания. Вопрос о корректности постановки задачи моделирования звездных систем по измерениям скорости вращения поднят Л. М. и И. Л. Генкиными [1, 2]. Настоящая работа, о которой докладывалось в 1976 г. [3], посвящена методу решения задачи, зависящему от априорных предположений о гладкости функции плотности массы в галактике. Разработан и реализован на ЭВМ алгоритм решения задачи, проведены численные эксперименты и получено распределение массы в галактике М 31.

1. *Интегральное уравнение для плотности.* В сфероидальной модели в качестве изоповерхностей плотности масс ρ принимаются подобные эллип-

соиды вращения с экваториальной полуосью a и отношением полуосей $\varepsilon \in [0, 1]$. Зависимость между круговой скоростью V в экваториальной плоскости на расстоянии R от оси вращения и плотностью определяется формулой (G — гравитационная постоянная):

$$V^2(R) = 4\pi G\varepsilon \int_0^R \frac{\rho(a)a^2}{\sqrt{R^2 - (1 - \varepsilon^2)a^2}} da. \quad (1)$$

Данные о вращении галактик позволяют оценить $V^2(R)$, и тогда для определения ρ следует решить интегральное уравнение Вольтерра первого рода.

Это уравнение использовалось и исследовалось во многих работах и, в частности, в работах [4—9]. При $0 < \varepsilon < 1$ решения в конечном виде для произвольных функций V не существует. Мы рассмотрим численное решение задачи. Предварительно преобразуем уравнение.

Вводя новые переменные и обозначения

$$\left. \begin{aligned} x &= R^2, \quad t = a^2, \quad \alpha = 1 - \varepsilon^2, \\ \varphi(t) &= 2\pi G\varepsilon \sqrt{t} \rho(\sqrt{t}), \quad f(x) = V^2(\sqrt{x}), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

получаем

$$\int_0^x \frac{\varphi(t)}{\sqrt{x - \alpha t}} dt = f(x), \quad x \in [0, R_0^2], \quad \alpha \in [0, 1]. \quad (3)$$

Наибольший интерес представляют сплюснутые модели с α , близкими к единице. Будем пока считать функцию $\varphi(x)$ непрерывной, а функцию $f(x)$ дифференцируемой. Дифференцируя обе части уравнения (3) по x , получим интегральное уравнение второго рода:

$$\varphi(x) - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \alpha} \sqrt{x} \int_0^x \frac{\varphi(t)}{(x - \alpha t)^{3/2}} dt = \sqrt{1 - \alpha} \sqrt{x} \frac{df}{dx}. \quad (4)$$

При $\alpha \rightarrow 1$ интегральный оператор данного уравнения стремится в пространстве непрерывных функций к единичному оператору, так что при α , близких к 1, последовательные приближения (ряд Неймана) сходятся медленно.

Для построения быстро сходящегося итерационного процесса одним из авторов [10] был предложен следующий способ. К уравнению (3) применяется оператор Абеля (этот же прием использовался в [9]). В результате получаем интегральное уравнение:

$$\frac{1}{\pi} \sqrt{1-\alpha} \int_0^x \frac{\varphi(t) \sqrt{t}}{(x-\alpha t) \sqrt{x-t}} dt = \frac{1}{\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x \frac{f(t)}{\sqrt{x-t}} dt = \varphi_1(x). \quad (5)$$

При $\alpha \rightarrow 1$ интегральный оператор этого уравнения также стремится к единичному. Складывая три уравнения: уравнение (3), умноженное на $\sqrt{1-\alpha}/2\sqrt{x}$, уравнение (4) и уравнение (5), умноженное на некоторый параметр λ , получаем

$$\varphi(x) - \sqrt{1-\alpha} \int_0^x \left(\frac{\alpha}{2\sqrt{x}} \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{x-\alpha t}} - \frac{\lambda}{\pi} \frac{1}{\sqrt{x-t}} \right) \frac{\sqrt{t}}{x-\alpha t} \varphi(t) dt = g(x), \quad (6)$$

где

$$g(x) = \frac{d}{dx} \left[\sqrt{1-\alpha} \sqrt{x} f(x) + \frac{\lambda}{\pi} \int_0^x \frac{f(t)}{\sqrt{x-t}} dt \right].$$

Заметим, что свободный член есть линейная комбинация известных решений $\varphi_0(x)$ и $\varphi_1(x)$ уравнения (3) при $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$ соответственно:

$$g(x) = \sqrt{1-\alpha} \varphi_0(x) + \lambda \varphi_1(x).$$

В случае $\lambda = 1 - \sqrt{1-\alpha}$ функция $g(x)$ совпадает с интерполяционным решением, предложенным Г. М. Идлисом [7]. Интересно, что при этом значении λ интеграл от ядра уравнения (6) равен нулю.

В дальнейшем будем полагать $\lambda = \alpha$. Можно показать, что норма интегрального оператора в уравнении (6) не превосходит величины 0.42 независимо от значения α . Таким образом, исходное уравнение (3) преобразовано в уравнение (6), для которого последовательные приближения с начальной функцией $g(x)$ сходятся достаточно быстро.

Перепишем уравнение (6) (при $\lambda = \alpha$) в операторном виде:

$$\varphi - K_\alpha \varphi = g, \quad (7)$$

Ядро интегрального оператора K_α равно

$$K_\alpha(x, t) = \begin{cases} \frac{\alpha \sqrt{1-\alpha}}{x-\alpha t} \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{x}} \left(\frac{\sqrt{t}}{2\sqrt{x-\alpha t}} - \frac{1}{\pi \sqrt{x-t}} \right), & t \in [0, x] \\ 0, & t > x. \end{cases}$$

Решение уравнения (7) получаем в виде ряда Неймана:

$$\varphi = g + K_\alpha g + K_\alpha^2 g + \dots \quad (8)$$

Функция g выражается через известную функцию f :

$$g = F_0 f, \quad (9)$$

где F_0 — оператор, включающий дифференцирование. Таким образом, согласно (8), дифференцирование проводится до итерационного процесса.

Можно перестроить итерационный процесс так, чтобы дифференцирование стало заключительной операцией. Для этого введем интегральный оператор U_a с ядром

$$U_a(x, t) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{t}} K_a(x, t) \quad (10)$$

и оператор G_a , не содержащий дифференцирования:

$$G_a f = z; \quad z(x) = \sqrt{1-a} f(x) + \frac{a}{\pi \sqrt{x}} \int_0^x \frac{f(t)}{\sqrt{x-t}} dt.$$

Тогда (8) можно переписать в виде

$$\varphi = \frac{d}{dx} \left[\sqrt{x} (z + U_a z + U_a^2 z + \dots) \right]. \quad (11)$$

Степень гладкости функций $\sqrt{x} U_a^k z$ повышается с ростом k , и при численном дифференцировании этот факт следует учитывать.

2. Метод регуляризации. В любом способе решения уравнения (3) при $\alpha \neq 1$ присутствует операция дифференцирования функции $f(x)$. Между тем, вместо дифференцируемой функции $f(x)$ мы получаем из наблюдений обремененную погрешностью $\delta(x)$ недифференцируемую функцию f_δ :

$$f_\delta(x) = f(x) + \delta(x); \quad |\delta(x)| \leq \delta. \quad (12)$$

Задача решения уравнения (3) не является корректно поставленной. При решении таких задач необходимо предполагать априори, что решение существует и принадлежит некоторому множеству M (множеству корректности [11, 12]). Это предположение позволяет выбирать методы решения уравнения.

В работе Л. М. Генкиной и Р. К. Мухаметкалиевой [13] для решения уравнения (1) применяется метод регуляризации А. Н. Тихонова [14]. По этому методу приближенное решение определяется как функция, минимизирующая функционал, который характеризует невязку и гладкость приближенного решения.

Под регуляризацией подразумеваются также методы, в которых приближенное решение определяется как решение задачи с оператором, близ-

ким к заданному [12, 14, 15]. К этим методам предъявляется единственное требование, чтобы при стремлении к нулю уровня погрешности исходных данных получаемое решение стремилось к точному решению задачи.

Рассмотрим один из таких методов [16] для решения уравнения (7) с правой частью (9).

Зададим последовательность операторов E_h , сходящуюся в пространстве непрерывных функций при $h \rightarrow 0$ к единичному оператору. В качестве приближенного решения уравнения (7) возьмем функцию φ_h , являющуюся решением уравнения

$$\varphi_h - E_h K_1 \varphi_h = E_h F_2 f. \quad (13)$$

Операторы E_h следует выбирать таким образом, чтобы произведение операторов $E_h F_2$ было определено и для недифференцируемых функций f . Обозначим через φ_h решение уравнения (13) при $f = f(x)$.

Оценим отклонение приближенного решения φ_h от точного в метрике пространства непрерывных функций:

$$\|\varphi_h - \varphi\| = \|\varphi_h - \varphi_h + \varphi_h - \varphi\| \leq C \cdot \|E_h F_2 \delta + (E_h - E)\varphi\|, \quad (14)$$

где $C = \|(E - E_h K_1)^{-1}\|$, E — единичный оператор.

Если φ — гладкая функция, то при $h \rightarrow 0$ функция $(E_h - E)\varphi$ стремится к нулю. Функция же $E_h F_2 \delta$ при $h \rightarrow 0$ стремится к бесконечности. Тогда существует оптимальное значение h , зависящее от уровня погрешности δ , от гладкости точного решения и от вида операторов E_h .

Мы будем предполагать, что точное решение φ удовлетворяет условию Липшица с показателем $1/2$:

$$|\varphi(x+t) - \varphi(x)| \leq A \cdot |t|^{1/2}, \quad A > 0, \quad 0 \leq x \leq R_0^2. \quad (15)$$

Операторы E_h зададим следующим образом:

$$E_h f = \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h (h - |t|) f(x+t) dt. \quad (16)$$

Произведение оператора E_h с оператором дифференцирования определено для интегрируемых функций:

$$E_h \left(\frac{df}{dt} \right) = \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h \text{sign}(t) \cdot f(x+t) dt.$$

Оценим функцию $(E_h - E)\varphi$:

$$(E_h - E)\varphi = \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h (h - |t|) [\varphi(x+t) - \varphi(x)] dt$$

и

$$|(E_h - E)\varphi| \leq \frac{2A}{h^2} \int_0^h (h-t) \sqrt{t} dt = \frac{8}{15} A \sqrt{h}.$$

Для $E_h F_a \delta$ получаем оценку

$$|E_h F_a \delta| \leq \beta(a) \frac{\delta}{h^2} \int_0^h (\sqrt{x+t} + \sqrt{x-t}) dt \leq 2\beta(a) \frac{\delta}{h} \sqrt{x},$$

$$\beta(a) = \sqrt{1-a} + \frac{2a}{\pi}.$$

Выберем теперь величину h таким образом, чтобы правая часть в оценке

$$|E_h F_a \delta + (E_h - E)\varphi| \leq \frac{8}{15} A \sqrt{h} + 2\beta(a) \frac{\delta}{h} \sqrt{x}$$

достигала минимума по h . Минимум достигается при h , равном

$$h = \left[\frac{15}{2} \beta(a) \right]^{2/3} A^{-2/3} \delta^{2/3} x^{1/3} \quad (17)$$

и равен

$$6 \left(\frac{2}{15} \right)^{2/3} \cdot \beta^{1/3}(a) A^{2/3} \delta^{1/3} x^{1/6}.$$

При таком выборе величины h получаем оценку

$$|\varphi_{hh}(x) - \varphi(x)| < 1.57 \cdot C \beta^{1/3}(a) A^{2/3} \delta^{1/3} x^{1/6}.$$

Величины A и δ можно оценивать лишь на отрезке $[0, x + h(x)]$. Если значения $x - h(x)$ или $x + h(x)$ выходят из области задания функции $f(x)$, то пределы интегрирования в (16) следует соответствующим образом изменить.

Таким образом, если уровень погрешности δ правой части исходного уравнения (3) стремится к нулю, то построенное приближенное решение стремится к точному решению задачи.

Операторы E_h являются сглаживающими операторами. Выбор параметра сглаживания h по формуле (17) учитывает гладкость точного решения и уровень погрешности.

Обычно сглаживание применяют только к правой части уравнения (3), перед тем как перейти к уравнению (4) или (6). Предложенный метод предусматривает также и изменение оператора уравнения. В нашем случае вычисление оператора $E_h K_\alpha$ не намного сложнее, чем вычисление оператора K_α . Ядро интегрального оператора, а также и интеграл от него можно выразить через элементарные функции. Изменяя порядок интегрирования, получаем для функции $E_h K_\alpha \varphi_{h\alpha}$ следующее выражение:

$$E_h K_\alpha \varphi_{h\alpha} = \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h (h - |\tau|) \int_0^{x+\tau} K_\alpha(x + \tau, t) \varphi_{h\alpha}(t) dt d\tau = \int_0^{x+h} L(x, t) \varphi_{h\alpha}(t) dt.$$

Ядро $L(x, t)$ можно вычислить по формуле:

$$h^2 L(x, t) = \begin{cases} -P(x+h, t) + 2P(x, t) - P(x-h, t) & \text{при } t \in [0, x-h], \\ -P(x+h, t) + 2P(x, t) - P(t) - (x-h-t) & \text{при } t \in [x-h, x], \\ -P(x+h, t) + P(t, t) + (x+h-t) & \text{при } t \in [x, x+h], \end{cases}$$

где

$$P(x, t) = \frac{2\alpha}{\pi} (x - \alpha t) \arctg \sqrt{\frac{x-t}{(1-\alpha)t}} + \\ + \sqrt{1-\alpha} \left[\sqrt{x(x-\alpha t)} - \frac{2\alpha}{\pi} \sqrt{t(x-t)} + \alpha t \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x-\alpha t}) \right].$$

Правую часть уравнения (13) представим в виде

$$E_h F_\alpha f_\alpha = H f_\alpha = \int_0^{x+h} H(x, t) f_\alpha(t) dt,$$

где функция $H(x, t)$ равна:

$$h^2 H(x, t) = \begin{cases} \frac{2\alpha}{\pi} (\sqrt{x+h-t} - 2\sqrt{x-t} + \sqrt{x-h-t}) & \text{при } t \in [0, x-h], \\ \frac{2\alpha}{\pi} (\sqrt{x+h-t} - 2\sqrt{x-t}) - \sqrt{(1-\alpha)t} & \text{при } t \in [x-h, x], \\ \frac{2\alpha}{\pi} \sqrt{x+h-t} + \sqrt{(1-\alpha)t} & \text{при } t \in [x, x+h]. \end{cases}$$

Перепишем уравнение (13) в следующем виде:

$$\varphi_{hi} - L\varphi_{hi} = v, \quad v = Hf_3 \quad (18)$$

и построим для его решения ряд Неймана:

$$\varphi_{hi} = v + Lv + L^2v + \dots \quad (19)$$

Сравнивая этот ряд с рядом (11), заключаем, что предложенный способ можно рассматривать как метод численного дифференцирования каждого члена ряда (11) с автоматическим учетом его гладкости.

3. *Решение регуляризованного уравнения.* Для решения уравнения (18) применим итерационный процесс (19). Интегральный оператор L заменим конечномерным, считая функцию φ_{hi} кусочно постоянной в окрестности заданных узлов. Особенностью рассматриваемой задачи является неравномерность сетки узлов и наличие параметра усреднения h .

Пусть $f_3(x)$ задана на упорядоченной по возрастанию последовательности точек $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_N \leq R_0^2$. Обозначим

$$x_{N+1} = x_N + \frac{1}{2}(x_N - x_{N-1}).$$

Определим число $k(i)$ как номер левой из пары точек, между которыми оказывается точка $x_i + h$:

$$x_i + h \in [x_{k(i)}, x_{k(i)+1}), \quad k(i) \leq N.$$

Пределы n и l изменения индекса i ($n \leq i \leq l$) определяются тем, что в уравнении (18) функции φ_{hi} и f_3 должны быть определены на всех отрезках $[x_i - h, x_i + h]$:

$$x_n - h \geq 0, \quad x_l + h \leq x_{N+1}.$$

Разбивая отрезок интегрирования точками

$$r_j = \frac{1}{2}(x_{j-1} + x_j), \quad 1 \leq j \leq k(i); \quad r_1 = 0, \quad r_{k(i)+1} = x_i + h,$$

заменяем (18) на систему уравнений

$$\varphi_{hi}(x_i) - \sum_{j=n}^l \int_{r_j}^{r_{j+1}} L(x_i, t) \varphi_{hi}(t) dt = \sum_{j=1}^{k(i)} \int_{r_j}^{r_{j+1}} H(x_i, t) f_3(t) dt, \quad i = n, \dots, l.$$

В левой части этой системы для равенства числа неизвестных $\varphi_{h_i}(x_i)$ числу уравнений суммирование по j ведется от n до $J = \min[k(i), I]$; в правой же части суммирование идет по всем индексам j .

Предполагая, что $f_i(x)$ постоянна на отрезках $[r_j, r_{j+1}]$ и обозначая

$$f_i(x) = c_j, \quad \varphi_{h_i}(x) = u_j, \quad x \in [r_j, r_{j+1}],$$

получим систему линейных алгебраических уравнений

$$u_i - \sum_{j=n}^J a_{ij} u_j = \sum_{j=1}^{k(i)} b_{ij} c_j, \quad i = n, \dots, J, \quad (20)$$

где

$$a_{ij} = \int_{r_j}^{r_{j+1}} L(x_i, t) dt, \quad b_{ij} = \int_{r_j}^{r_{j+1}} H(x_i, t) dt.$$

Эти величины могут быть легко вычислены, так как (при $\alpha \neq 0$)

$$\begin{aligned} \int P(x, t) dt &= \frac{\alpha}{2} \sqrt{1-\alpha^2} \ln(|x - \sqrt{x^2 - \alpha^2}| - |x - \alpha t|) - \frac{\alpha}{\pi} \sqrt{1-\alpha^2} \sqrt{(x-t)^2 - \alpha^2} - \\ &- \frac{1}{\pi} (x - \alpha t)^2 \arctg \sqrt{\frac{x-t}{(1-\alpha^2)t}} + \frac{1}{\pi} \sqrt{1-\alpha^2} x^2 \arctg \sqrt{\frac{x-t}{t}} - \\ &- \frac{1}{2\alpha} \sqrt{1-\alpha^2} \left(\sqrt{x(x-\alpha t)^3} + \sqrt{x^3(x-\alpha t)} + \frac{1}{4} \alpha^2 t^2 \right); \\ \int P(t, t) dt &= \frac{1}{8} \sqrt{1-\alpha^2} \{ 4\sqrt{1-\alpha^2} - \alpha + 4\alpha \ln[(1 + \sqrt{1-\alpha^2})\sqrt{t}] \}. \end{aligned}$$

Интегралы от функции $H(x_i, t)$ также выражаются через элементарные функции.

Пределы n, J изменения индексов и следовательно число уравнений системы (20) зависят от выбора параметра регуляризации.

Чтобы получать полную систему уравнений, можно менять величину h таким образом, чтобы $x_i - h_i \geq 0$ и $x_i + h_i \leq x_{N+1}$. Такое изменение достаточно провести только для точек x_j , близких к краям области задания f_j . Полную систему уравнений можно получить также продолжая функцию за пределы области ее задания, например положив ее равной нулю. В остальных точках x_i величину h_i можно

выбирать, учитывая особенности задания функции f_i . Например, в точках x_i величину h_i выбираем такой, чтобы на отрезках $[x_i - h_i, x_i + h_i]$ содержалось одинаковое число узлов x_j . В этом случае параметр сглаживания есть число таких узлов.

Число узлов для регуляризации в окрестности точки x_i можно определять исходя из разброса значений f_i . Обозначим через σ^2 дисперсию наблюдаемой круговой скорости:

$$\sigma^2 = M(V - MV)^2 = MV^2 - (MV)^2,$$

а через σ_f^2 дисперсию ее квадрата:

$$\sigma_f^2 = M(V^2 - MV^2) = MV^4 - (MV^2)^2.$$

Здесь M — оператор математического ожидания.

Первый член можно выразить через центральный момент четвертого порядка. Считая, что распределение имеет нулевой эксцесс, получаем:

$$M(V - MV)^4 = MV^4 - 4(MV^3)MV + 6(MV^2)(MV)^2 - 3(MV)^4 = 3\sigma^4.$$

Чтобы найти второй член, воспользуемся моментом третьего порядка, считая распределение симметричным:

$$M(V - MV)^3 = MV^3 - 3(MV^2)MV + 2(MV)^3 = 0.$$

Окончательно получаем

$$\sigma_f^2 = 4(MV)^2\sigma^2 + 2\sigma^4.$$

Определим вес значения f_i как величину, обратную σ_f^2 . Далее веса нормируются так, чтобы средний вес одного значения равнялся единице. При этом в качестве MV берется некоторое сглаженное значение наблюдаемой круговой скорости.

Теперь выбор числа узлов для регуляризации в окрестности точки x_i можно провести следующим образом. Слева и справа от точки x_i будем добавлять по одной точке одновременно, пока суммарный вес группы точек не превысит заданного значения w .

Для отработки алгоритма был предпринят численный эксперимент. Функция $\varphi(x)$ была задана некоторой непрерывной пилообразной кривой. Функция $f(x)$ вычислялась непосредственно по формуле (3) для равноотстоящих точек, а затем ее значения «портились» синусоидальной добавкой. Значения полученной функции $f_i(x)$ изображены на рис. 1 точками. Далее по $f_i(x)$ находилось решение системы (20) с различными значениями h . На рис. 2 решение для $h = \Delta x$ изображено точками а для $h = 3\Delta x$ сплошной линией. Осцилляции, сильно искажающие решение при малом h ,

исчезают с ростом h , а ход точного решения восстанавливается, хотя и в сглаженном виде.

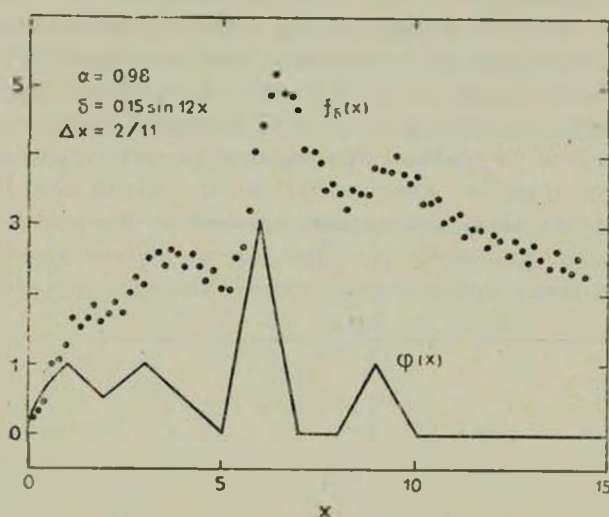


Рис. 1.

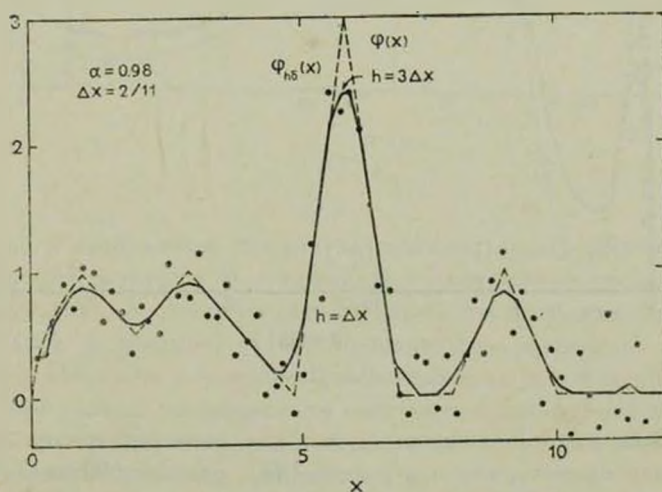


Рис. 2.

4. Модель распределения масс в галактике М 31. Разработанный выше метод был применен к наблюдательным данным о вращении плоской подсистемы эмиссионных сгущений в галактике М 31, опубликованным Ру-

бин и Фордом [17]. Всего было использовано 88 значений скорости вращения, представленных на рис. 3 точками. Для первых 29 точек с $R < 1.6$ кпс значения снимались с графиков 6 и 7 работы [17], а их стандартные отклонения σ_i были оценены нами в 30 км/сек, исходя из разброса точек и учитывая, что эти данные получены в основном по одной спектральной линии. Из 67 значений с $3.2 \text{ кпс} < R < 24 \text{ кпс}$, помещенных авторами в таблицу, мы образовали 59, заменив 8 пар значений с совпадающими расстояниями их средневзвешенными с соответствующими σ_i . Полученная скорость вращения имеет весьма нерегулярный ход. Не вдаваясь в подробное исследование кинематики, принимаем, что круговая скорость совпадает со скоростью вращения. Это должно хорошо выполняться для плоской подсистемы с пренебрежимо малыми остаточными скоростями.

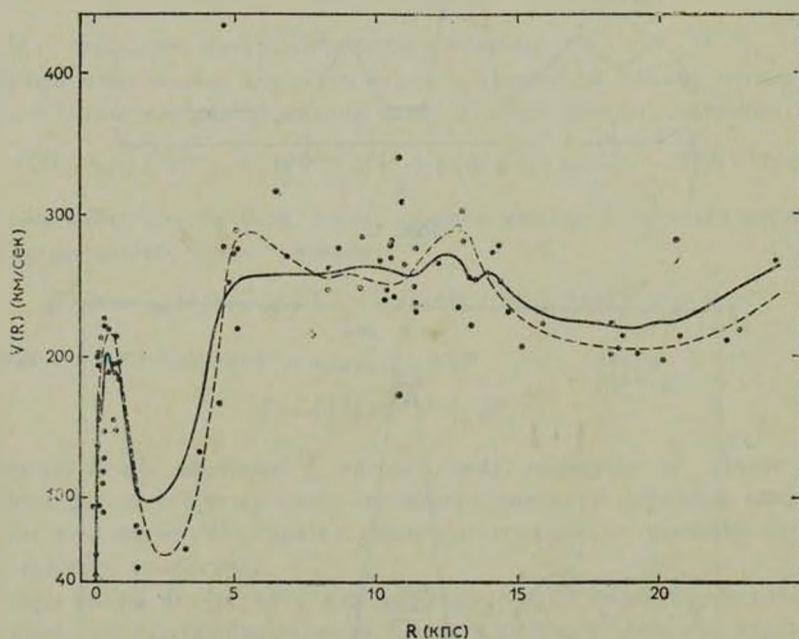


Рис. 3.

При переводе угловых расстояний в линейные расстояние до галактики М 31 было принято, как и в работе [17], равным 690 кпс. Отношение осей сфероида взято 1 : 5, то есть $a = 0.96$. Это согласуется со средней фотометрической оценкой В. С. Сизикова [18].

Для выбора параметра регуляризации вычислялись веса значений V^2 и решение системы (20) проводилось с различными значениями w . Кроме того, эта система решалась с выбором параметра регуляризации по числу точек на отрезке $[x_i - h, x_i + h]$, причем число таких точек пробегало те же

значения, что и величины w предыдущего варианта. Оказалось, что соответствующие решения отличаются незначительно, во втором варианте решение получается более гладкое. Для веса $w = 9$ среднеквадратическое отклонение круговой скорости, вычисленное подстановкой решения в исходное уравнение (3), от наблюдаемой в полтора раза больше среднеквадратического от стандартного отклонения σ . Эта сглаженная скорость изображена на рис. 3 непрерывной кривой. Соответствующее решение — кривая $\rho(a)$ — изображено на рис. 4 также непрерывной линией.

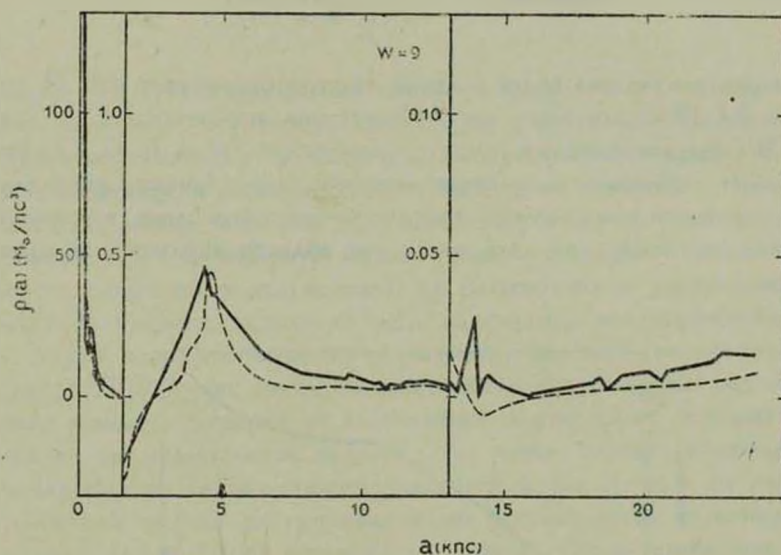


Рис. 4.

На рис. 4 изображены еще результаты следующего эксперимента: значения заданной функции V сглаживались совершенно произвольным образом (прерывистая кривая на рис. 3), строилось приближенное решение — четыре члена в формуле (11), производная заменялась разностным отношением. Полученное решение $\rho(a)$ нанесено на рис. 4 прерывистой кривой. В целом кривые распределения масс имеют одинаковый ход, но количественные расхождения велики, особенно около $R = 14$ кпс, где получены отрицательные значения плотности.

Полученное решение системы (20) показывает существование очень плотного ядра с радиусом 0.5 кпс. Ход плотности от 1.5 кпс до 2.7 кпс нельзя считать реальным несмотря на регуляризацию. У Рубин и Форда [17] в этой области также получились отрицательные плотности. Возможно, что здесь проявляется отличие наблюдаемых скоростей от круговых

вследствие большой дисперсии остаточных скоростей и расширения подсистемы эмиссионных сгущений. Тем не менее, здесь возможен локальный минимум плотности. Начиная с 3 кпс скачки в плотности хорошо сглаживаются. Интересно возрастание плотности от 16 до 24 кпс.

На рис. 5 дана масса $M(a)$, заключенная внутри сфероиды с экваториальной полуосью a (для веса $w = 9$). Будучи интегральной характеристикой:

$$M(a) = 4\pi \sqrt{1-\alpha} \int_0^a R^2 \rho(R) dR,$$

эта функция получается более гладкой. Внутри сфероиды с $a \leq 24$ кпс заключено $2.4 \cdot 10^{11}$ солнечных масс. Отсутствие асимптотического приближения $M(a)$ к постоянному пределу, отмеченное также В. С. Сизиковым [18], может указывать на наличие мощного гало. Однако сфероидальная модель, в которой игнорируется притяжение внешних слоев, в принципе не может без экстраполяции дать массу вне области наблюдаемой круговой скорости.

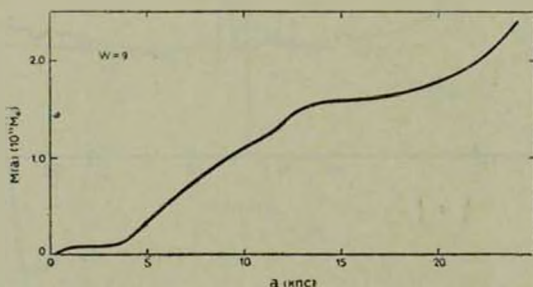


Рис. 5.

Вычисления проводились на ЭВМ М-222 по программе, составленной на языке АЛГОЛ-60 для транслятора ТА-1М. Расчеты подтверждают быструю сходимость процесса итераций — для решения системы линейных алгебраических уравнений (20) с тремя верными цифрами достаточно 5 итераций.

Недавно Рейц и Фабiani [19] численно решали уравнение типа (4) для функции $M(a)$:

$$M(\sqrt{x}) - \frac{\alpha}{2} \sqrt{1-\alpha} \sqrt{x} \int_0^x \frac{M(\sqrt{t})}{(x-at)^{3/2}} dt = \frac{1}{G} \sqrt{1-\alpha} \sqrt{x} V^2(\sqrt{x}). \quad (21)$$

Авторы сглаживают исходные данные, приведенные в работе [17], с помощью кубических сплайнов, обеспечивающих непрерывность второй производной. Процесс последовательных приближений для уравнения (21), как и для уравнения (4), вообще говоря, сходится медленно. При α , близких к единице, матрица соответствующей системы алгебраических уравнений плохо обусловлена, что и было отмечено авторами.

В работе Л. М. Генкиной [1] уравнение (1) дополнялось гидродинамическим уравнением

$$V^2(R) = W^2(R) - s^2 \frac{d \ln \rho(R)}{d \ln R}, \quad (22)$$

в котором $W(R)$ — наблюдаемая скорость вращения, s — известная дисперсия скоростей. Это уравнение дает поправку к круговой скорости. Однако плохая обусловленность системы для определения ρ приводит при α , близких к единице, к расходимости итерационного процесса.

В нашей работе уравнение (22) используется, но без последнего члена. Разумеется, более достоверную модель галактики следует строить с учетом дисперсии скоростей в подсистемах, их расширения и распределения поверхностной яркости, используя весь имеющийся наблюдательный материал. В этом направлении много сделано Я. Эйнасто с сотрудниками (см., например, [20]). У них другой подход к построению модели. Задаются выражения искоемых функций со свободными параметрами, которые определяются по наблюдательным данным. Это тоже способ сглаживания, но здесь задается не только степень гладкости функций, но и их структура. Достоинством метода регуляризации мы считаем отказ от эмпирических выражений для функции описания галактики. Здесь требуются только априорные предположения относительно гладкости решения, что значительно расширяет возможности моделирования. Исходные данные используются непосредственно в виде спектра значений. Решение также получается численно на дискретном множестве точек. Степень сглаживания автоматически регулируется величиной параметра h .

Метод регуляризации может найти применение при построении более сложных, например, гидродинамических моделей, а также моделей, состоящих из подсистем с различной сплюснутостью и различным ходом плотности. В настоящей работе эта задача не ставилась. Основная цель нашей работы состоит в демонстрации необходимости и эффективности применения метода регуляризации к задачам моделирования галактик.

THE REGULARIZATION METHOD BY CONSTRUCTING THE MASS DISTRIBUTION MODELS OF GALAXIES

S. A. KUTUZOV, V. O. SERGEYEV

A mass distribution model with similar co-axial spheroids as equi-density surfaces is considered. The space density is connected with the circular velocity by an integral equation. The latter is modified into the equation allowing fairly rapid convergence of iteration.

Any algorithm of solving the problem includes an operator of differentiation of the function known from the observations. The method for smoothing the observational data is offered. It is connected with an *a priori* supposition on a smoothness of the solution.

The method is applied to the rotational velocities of the M 31 galaxy.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Генкина, Труды Астрофиз. ин-та КазССР, 17, 56, 1971.
2. И. А. Генкин, А. М. Генкина, Труды Астрофиз. ин-та АН КазССР, 19, 3, 1972.
3. В. О. Сергеев, С. А. Кутузов, в сб. «Всесоюзная конференция по плазменной астрофизике, Иркутск», М., 1976, стр. 24, 88.
4. Г. Г. Кузмин, Публ. Тартуской обс., 32, 211, 1952.
5. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, K. H. Prendergast, Ap. J., 130, 739, 1959.
6. J. C. Brandt, Ap. J., 131, 293, 1960.
7. Г. М. Идлис, Труды Астрофиз. ин-та АН КазССР, 1, 1961.
8. Т. А. Агекян, Т. Д. Яковлева, Уч. зап. ЛГУ, № 328, 139, 1965.
9. Г. Г. Кузмин, С. А. Кутузов, Публ. Тартуской обс., 35, 316, 1966.
10. В. О. Сергеев, в сб. «Матем. проблемы геофизики», вып. 4, СО АН СССР, 1973, стр. 312.
11. А. Б. Бакушинский, ЖВМ и МФ, 8, 426, 1968.
12. М. М. Лаврентьев, О некоторых некорректных задачах математической физики, Новосибирск, 1962.
13. А. М. Генкина, Р. К. Мухаметкалиева, Труды Астрофиз. ин-та АН КазССР, 28, 19, 1976.
14. А. Н. Тихонов, ДАН СССР, 153, 1, 1963.
15. А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин, Методы решения некорректных задач, М., 1974.
16. В. О. Сергеев, Вестн. ЛГУ, № 1, 71, 1977.
17. V. C. Rubin, W. K. Ford, Jr. Ap. J., 159, 379, 1970.
18. В. С. Сизиков, Астрофизика, 5, 317, 1969.
19. A. Reiz, F. Fabiani, Astron. Astrophys., 47, 1, 1976.
20. J. Einasto, U. Rummel, IAU Symposium No. 38 "The Spiral Structure of Our Galaxy", Reidel, Dordrecht, 1970, p. 51.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.877

КОНФИГУРАЦИИ ВЫРОЖДЕННЫХ МАСС ПО БИМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Г. С. СААКЯН, А. В. САРКИСЯН, Б. В. ХАЧАТРЯН,
Э. В. ЧУБАРЯН

Поступила 1 июля 1977

Пересмотрена 15 мая 1978

На основе биметрической теории гравитации Розена рассчитаны интегральные характеристики и внутренняя структура сферически-симметричных конфигураций, состоящих из вещества в которых описывается уравнением состояния [1].

Получено, что максимальное значение массы по биметрической теории ($M_{\text{max}}^R = 16.28 M_{\odot}$) в 10.5 раз превышает соответствующее значение массы, следующее из теории Эйнштейна.

Значение центральной плотности, при которой звезда все еще устойчива в теории Розена, смещается в сторону более плотных конфигураций по сравнению с $\rho_{\text{max}}^{(0)}$ в теории Эйнштейна на 3 порядка.

1. Сингулярность Шварцшильда накладывает сильное ограничение на класс стационарных решений уравнений Эйнштейна. Массы конфигураций, состоящих из вырожденного вещества, не могут превышать некоторого предельного значения порядка $2M_{\odot}$. Звезды с массами $M > 2M_{\odot}$ по мере исчерпания своих внутренних запасов энергии должны постепенно сжаться до шварцшильдовской сингулярной поверхности, а затем замкнуться внутри нее, образуя черные дыры. Однако относительно этих результатов теории пока не имеется единого мнения и окончательных наблюдательных данных. Учитывая важное значение этих выводов для актуальных проблем космогонии, представляет определенный интерес также проведение соответствующих исследований по другим вариантам теории гравитации, дискутируемых в литературе.

С этой точки зрения большой интерес представляет биметрическая теория гравитации Розена, внешнее решение которого в случае сферически-симметричного распределения масс не имеет сингулярности [2—4].

Целью настоящей работы является вычисление параметров сверхплотных звездных конфигураций, исходя из уравнений биметрической теории гравитации. Такие расчеты уже были выполнены Розеном для некоторого модельного уравнения состояния и в случае несжимаемой жидкости [5]. В наших расчетах используется уравнение состояния, более или менее соответствующее реальной физической ситуации.

2. Рассмотрим статическое сферически-симметрическое распределение масс. Метрика пространства определяется следующими выражениями для интервалов:

$$ds^2 = e^{2\Phi} c^2 dt^2 - e^{2\psi} dr^2 - e^{2\chi} r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (1)$$

$$d\sigma^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2)$$

где Φ , ψ , χ — неизвестные функции от расстояния r до центра распределения масс. Первое описывает реальное положение дел при выбранной системе отсчета, т. е. оно помимо учета реальной искривленности четырехмерного пространства, вызванной гравитацией, иногда включает в себя также влияние фиктивного гравитационного поля, обусловленного системой отсчета. Интервал $d\sigma$ описывает только метрику, в отсутствие гравитирующих масс.

Из уравнений теории Розена с метрикой (1), (2) получается [1]

$$\Phi'' + \frac{2}{r} \Phi' = \frac{4\pi G}{c^4} (\rho + 3P) e^{\Phi + 3\psi},$$

$$\psi'' + \frac{2}{r} \psi' + \frac{2}{r^2} \operatorname{sh}(2\chi - 2\psi) = -\frac{4\pi G}{c^4} (\rho - P) e^{\Phi + 3\psi}, \quad (3)$$

$$\chi'' + \frac{2}{r} \chi' + \frac{1}{r^2} \operatorname{sh}(2\psi - 2\chi) = -\frac{4\pi G}{c^4} (\rho - P) e^{\Phi + 3\psi}.$$

Исходя из общих соображений, было показано, что $\chi \equiv \psi$ (см. приложение). Итак, гравитационное поле сферически-симметрического статического распределения масс описывается системой

$$\Phi'' + \frac{2}{r} \Phi' = \frac{4\pi G}{c^4} (\rho + 3P) e^{\Phi + 3\psi},$$

$$\psi'' + \frac{2}{r} \psi' = -\frac{4\pi G}{c^4} (\rho - P) e^{\Phi + 3\psi}, \quad (4)$$

к которой следует добавить также уравнение гидродинамического равновесия

$$P' + (P + \rho) \Phi' = 0. \quad (5)$$

Необходимо задать также уравнение состояния $P = P(\rho)$, чтобы иметь полную систему уравнений.

Вне распределения масс имеем следующее решение [2]:

$$\Phi = -\frac{M}{r}, \quad \psi = \frac{M'}{r}, \quad r > R, \quad (6)$$

где R — радиус звезды, M — ее масса, а M' — новый характерный параметр небесного тела с размерностью массы

$$M = -\frac{4\pi G}{c^4} \int_0^R (\rho + 3P) e^{\Phi + 3\psi} r^2 dr, \quad (7)$$

$$M' = \frac{4\pi G}{c^4} \int_0^R (\rho - P) e^{\Phi + 3\psi} r^2 dr.$$

Параметром M' определяется отклонение луча света и прецессия орбит пробных тел. В пределе $P/\rho \rightarrow 0$ масса $M' \rightarrow 0$.

На поверхности внутреннее решение должно непрерывным образом перейти во внешнее решение (6). Отсюда следует, что на поверхности внутренние решения должны удовлетворять условиям:

$$R\Phi'(R) + \Phi(R) = 0, \quad (8)$$

$$R\psi'(R) + \psi(R) = 0.$$

На малых расстояниях от центра функции Φ и ψ ведут себя как $C + Dr^2$, следовательно

$$\Phi'(0) = \psi'(0) = 0. \quad (9)$$

Из (4) и (5) следует, что $\Phi(r)$ является монотонно растущей, а $\psi(r)$ — монотонно убывающей функцией, причем $\Phi(0) < 0$, $\psi(0) > 0$. Из общих соображений легко убедиться, что

$$|\Phi(0)| \sim \psi(0) \sim \frac{2GM}{c^2}.$$

Удобно ввести новые переменные:

$$\Phi + 3\psi = v; \quad r^2\Phi' = \frac{Gu}{c^2}; \quad r^2v' = \frac{2G\omega}{c^2},$$

$$\theta(r) = \Phi(R) - \Phi(r); \quad \gamma(r) = 3\psi(r) - \theta(r) = v(r) - \Phi(r), \quad (10)$$

$$r = xe^{-\frac{1}{2}\Phi(R)}; \quad u = ye^{-\frac{1}{2}\Phi(R)}; \quad \omega = ze^{-\frac{1}{2}\Phi(R)},$$

тогда в системе единиц Оппенгеймера—Волкова мы получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dx} &= 4\pi (3P - \rho) x^2 e^{\gamma(x)}, \\ \frac{d\gamma}{dx} &= 2 \frac{z}{x^2}, \\ \frac{dy}{dx} &= 4\pi (3P + \rho) x^2 e^{\gamma(x)}, \\ \frac{d\theta}{dx} &= -\frac{y}{x^2}, \\ \frac{dP}{dx} &= -(P + \rho) \frac{y}{x^2}.\end{aligned}\quad (11)$$

Граничные условия в центре

$$z(0) = 0; \quad \gamma(0) = \gamma_0; \quad y(0) = 0; \quad \theta(0) = \theta_0, \quad (12)$$

на поверхности

$$x_0 \gamma(x_0) + 2z(x_0) - y(x_0) = 0, \quad (13)$$

где

$$y(x_0) = -x_0 \Phi(x_0), \quad x_0 = Re^{+\frac{1}{2}\Phi(R)}$$

3. Уравнения (11) были интегрированы численно, для ряда значений плотности энергии в центре $\rho(0)$. Параметры $\gamma(0)$ и $\theta(0)$ являются неизвестными функциями $\rho(0)$. Для каждой конфигурации, определяемой параметром $\rho(0)$, значения $\gamma(0)$ и $\theta(0)$ находились путем многократных повторных интегрирований от центра до расстояния, где $P(R) = 0$. Поиски проводились до выполнения граничного условия (13) с точностью до 0.1%.

В расчетах использовалось уравнение состояния, приведенное в [1]

$$\begin{aligned}\rho &= K_n \sum_k \left(\frac{m_k}{m_n} \right)^4 (\text{sh } t_k - t_k) + \rho_v, \\ P &= \frac{1}{3} K_n \sum_k \left(\frac{m_k}{m_n} \right)^4 \left(\text{sh } t_k - 8 \text{sh } \frac{t_k}{2} + 3t_k \right) + P_v, \\ t_k &= 4 \text{arsh} \left(\frac{p_k}{m_k c} \right); \quad K_n = \frac{m_n^4 c^5}{32 \pi^2 \hbar^3} = 5.11 \cdot 10^{35} \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-3}.\end{aligned}\quad (14)$$

Здесь суммирование ведется по всем частицам, которые имеются в среде при заданной плотности вещества.

ρ_v — часть плотности энергии, обусловленной ядерными взаимодействиями:

при $n \leq 1.5 \cdot 10^{38} \text{ см}^{-3}$

$$\rho_v = 1.02 \cdot 10^{-18} n^{4/3} - 8.75 \cdot 10^{-31} n^{5/3} - 3.91 \cdot 10^{-41} n^2; \quad (15)$$

в области $n \geq 10^{38} \text{ см}^{-3}$

$$\rho_v = 2.05 \cdot 10^{-17} n^{4/3} - 8.99 \cdot 10^{-30} n^{5/3} + 8.03 \cdot 10^{-43} n^2. \quad (16)$$

Давление барионного газа, соответствующее (15) и (16), равно

$$\begin{aligned} P_v &= 3.4 \cdot 10^{-19} n^{4/3} - 5.83 \cdot 10^{-31} n^{5/3} - 3.91 \cdot 10^{-44} n^2, \\ P_v &= 6.82 \cdot 10^{-18} n^{4/3} - 5.99 \cdot 10^{-30} n^{5/3} + 8.03 \cdot 10^{-43} n^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Однако, с целью облегчения процедуры интегрирования весь интервал значений ρ был раздроблен на отдельные участки, где зависимость $P(\rho)$ хорошо аппроксимируется соответственно выражениями:

1. $P = \rho$ при $\rho > 200$.
2. $P = a_0 + a_1 \rho + a_2 \rho^2 + a_3 \rho^3$ при $3.9 \cdot 10^{-4} \leq \rho \leq 200$.
3. $P = \rho^{4/3} (A + B \rho^{1/3})$ при $\rho \leq 3.9 \cdot 10^{-4}$.

Здесь $\rho = 4\pi\rho_{0v}$, $P = 4\pi P_{0v}$; ρ_{0v} , P_{0v} — плотность энергии и давление в единицах Оппенгеймера—Волкова, а значения a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , A и B для различных интервалов приведены в табл. 1.

Специально исследовалась конфигурация с $\rho(0) = \infty$. В этом случае интегрирование проводилось следующим образом. Уравнения (11) для центрального сверхплотного ядра, где состояние вещества описывается уравнением $P = \rho$, допускают следующие аналитические решения:

$$\begin{aligned} P = \rho &= \frac{1}{8\pi e^{\epsilon_0} r^4}, \quad \Phi(r) = -c_0 + \ln r^2, \quad v(r) = c_0 + \ln r^2, \\ \omega &= r, \quad u = 2r, \end{aligned} \quad (19)$$

c_0 — постоянная.

Задав значение c_0 в центре, были найдены физические характеристики такого ядра, которые далее использовались как начальные условия для численного интегрирования уравнений, начиная с поверхности ядра.

4. Результаты численных расчетов приведены в табл. 2 и на рис. 1—5. Сопоставление полученных результатов с соответствующими результатами — 837

Таблица 1

a_0	a_1	a_2	a_3	$P = a_0 + a_1\rho + a_2\rho^2 + a_3\rho^3$
-6.600	0.897	$3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-7}$	$100 < \rho < 200$
-4.028	0.7256	$3.09 \cdot 10^{-3}$	$-1.3 \cdot 10^{-5}$	$29.8 < \rho < 100$
0.9836	$1.79 \cdot 10^{-2}$	$3.65 \cdot 10^{-2}$	$-5.27 \cdot 10^{-4}$	$11.16 < \rho < 29.8$
0.2337	-0.127	$8.45 \cdot 10^{-2}$	$-3.12 \cdot 10^{-3}$	$2.905 < \rho < 11.16$
$3.5 \cdot 10^{-2}$	$-9.24 \cdot 10^{-2}$	0.1229	$-1.24 \cdot 10^{-2}$	$0.971 < \rho < 2.905$
$1.7 \cdot 10^{-2}$	$-9.90 \cdot 10^{-2}$	0.1984	$-6.37 \cdot 10^{-2}$	$0.381 < \rho < 0.971$
$3.47 \cdot 10^{-3}$	$-3.49 \cdot 10^{-2}$	0.1324	$-7.33 \cdot 10^{-2}$	$0.1531 < \rho < 0.381$
$8.04 \cdot 10^{-3}$	0.174	-1.1742	2.7554	$0.1048 < \rho < 0.1531$
$-2.32 \cdot 10^{-5}$	$2.59 \cdot 10^{-3}$	$1.71 \cdot 10^{-2}$	$5.57 \cdot 10^{-2}$	$2.41 \cdot 10^{-2} < \rho < 0.1048$
$2.03 \cdot 10^{-8}$	$5.98 \cdot 10^{-4}$	$7.51 \cdot 10^{-2}$	-0.5730	$5.14 \cdot 10^{-3} < \rho < 2.41 \cdot 10^{-2}$
$9.23 \cdot 10^{-7}$	$-7.12 \cdot 10^{-5}$	0.2421	-14.370	$3.9 \cdot 10^{-4} < \rho < 5.14 \cdot 10^{-3}$
A		B		$P = \rho^{4/3} (A + B\rho^{1/3})$
0.033071		0		$6.82 \cdot 10^{-5} < \rho < 3.9 \cdot 10^{-4}$
0.04487		-0.2197		$1.912 \cdot 10^{-6} < \rho < 6.82 \cdot 10^{-5}$
0.0398		0.1847		$6.22 \cdot 10^{-8} < \rho < 1.912 \cdot 10^{-6}$
0.0195		5.3224		$2.675 \cdot 10^{-9} < \rho < 6.22 \cdot 10^{-8}$
0		23.905		$\rho < 2.675 \cdot 10^{-9}$

ми, следующими из теории Эйнштейна [1], показывает, что между ними имеется заметное различие.

Рассмотрим сперва зависимость $M(\rho_0)$ (рис. 1). При $\rho(0) < 2.84 \cdot 10^{14} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ обе теории дают совпадающие результаты. При $\rho(0) > 2.84 \cdot 10^{14} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ разница между результатами обеих теории с ростом плотности быстро растет. Максимум кривой $M(\rho_0)$ смещается на 3 порядка в сторону больших плотностей, что позволяет говорить о существенном расширении класса стационарных нейтронных звезд. Так, если по теории Эйнштейна максимум массы получается при $\rho_m(0) = 3.58 \cdot 10^{15} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ ($M_{\text{max}}^* = 1.55 M_\odot$), то здесь $\rho_m(0) = 5.35 \times 10^{18} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ ($M_{\text{max}}^R = 16.28 M_\odot$). Отношение максимальных масс составляет примерно 10.5. Различны также истинные радиусы. По теории Розена они получаются чуть больше (рис. 3). В биметрической теории возможны конфигурации значительно компактнее, чем по теории Эйнштейна. Так, для конфигурации с наибольшей массой отношение гравитационного радиуса к радиусу звезды равно: $r_g/R \approx 3.66$.

Таблица 2

η	$\rho(0) \text{ г·см}^{-3}$	Биметрическая теория						Теория Эйнштейна		
		$M_{\odot}$	$R_{\text{кор. км}}$	$R_{\text{ист. км}}$	M'	$-\Phi(0)$	$\psi(0)$	$M_{\odot}$	$R_{\text{кор. км}}$	$R_{\text{ист. км}}$
-1.149	$2.13 \cdot 10^{12}$	0.951	660	660	0.951	0.0091	0.009	0.951	660	661
-0.849	$2.65 \cdot 10^{13}$	0.899	1410	1415	0.899	0.0172	0.017	0.899	1410	1415
-0.665	$5.94 \cdot 10^{13}$	0.733	3840	3850	0.733	0.0223	0.022	0.733	3840	3850
-0.620	$7.10 \cdot 10^{13}$	0.236	4500	4510	0.236	0.0253	0.025	0.236	4500	4510
-0.560	$8.62 \cdot 10^{13}$	0.125	263	264	0.125	0.037	0.027	0.125	263	254
-0.217	$2.18 \cdot 10^{14}$	0.321	18.19	19.09	0.321	0.068	0.0708	0.3198	18.14	18.335
-0.110	$2.84 \cdot 10^{14}$	0.260	17.74	18.85	0.367	0.055	0.088	0.259	17.7	18.1
0.184	$5.55 \cdot 10^{14}$	0.689	13.05	14.83	0.692	0.176	0.163	0.639	13.0	13.8
0.465	$1.15 \cdot 10^{15}$	1.309	10.61	13.53	1.050	0.412	0.313	1.18	11.8	13.2
0.690	$2.44 \cdot 10^{15}$	2.054	8.791	12.68	1.359	0.761	0.461	1.51	10.2	12.1
0.780	$3.58 \cdot 10^{15}$	2.3085	9.880	14.251	1.637	0.8553	0.5181	1.55	9.28	11.5
0.870	$5.48 \cdot 10^{15}$	3.081	8.325	12.72	1.661	1.315	0.564	1.54	8.49	10.9
0.986	$1.17 \cdot 10^{16}$	4.292	8.323	13.40	1.697	1.879	0.591	1.39	7.37	10.5
1.110	$3.53 \cdot 10^{16}$	6.777	9.237	14.43	1.854	2.752	0.533	1.17	6.51	9.33
1.160	$6.80 \cdot 10^{16}$	8.622	10.04	15.10	1.932	3.316	0.505	1.08	6.33	9.28
1.210	$1.65 \cdot 10^{17}$	11.33	11.35	16.37	1.937	3.952	0.401	1.03	6.51	9.55
1.240	$2.80 \cdot 10^{17}$	11.80	11.47	18.19	1.618	4.287	0.373	1.03	6.67	9.75
1.326	$3.60 \cdot 10^{18}$	16.21	13.17	17.20	1.616	5.915	0.293	1.095	6.975	10.397
1.340	$5.35 \cdot 10^{18}$	16.28	13.18	17.04	1.225	6.083	0.254	1.10	6.98	10.3
1.352	$1.14 \cdot 10^{19}$	15.83	12.92	15.70	1.179	6.468	0.247	1.10	6.95	10.3
1.403	$2.86 \cdot 10^{20}$	11.85	11.19	13.11	1.048	7.711	0.174	1.09	6.93	10.2
1.433	$5.72 \cdot 10^{21}$	8.908	10.04	12.60	1.158	9.058	0.223	1.09	6.93	10.2
1.449	$5.72 \cdot 10^{22}$	8.247	9.892	12.35	1.013	10.129	0.250	1.09	6.93	10.2
1.463	$5.72 \cdot 10^{23}$	8.768	10.12	13.20	1.102	11.277	0.253	1.09	6.93	10.2
1.473	$5.72 \cdot 10^{24}$	9.118	10.34	15.86	1.225	12.501	0.283	1.09	6.93	10.2
1.57	∞	8.247	9.835	11.478	1.108	∞	∞	1.09	6.89	9.48

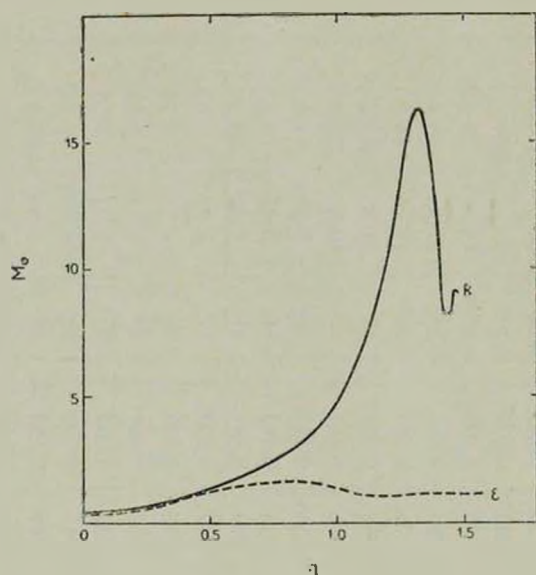


Рис. 1. Зависимость массы от центральной плотности. На оси абсцисс отложены значения параметра $\eta = \arctg \lg \frac{\rho_0}{\rho_{\text{я}}}$, где $\rho_{\text{я}} = 3.62 \cdot 10^{11} \text{ г.см}^{-3}$ — ядерная плотность. Кривая R соответствует теории Розена, кривая ε — теории Эйнштейна.

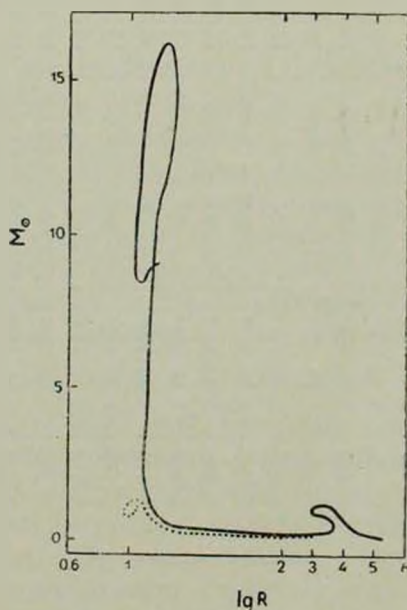


Рис. 2. Зависимость массы конфигураций от радиуса ($\lg R$) в километрах. Кривая R изображает конфигурации по теории Розена, ε — по теории Эйнштейна.

Основная физическая причина того, что массы по теории Розена получаются больше, обусловлена тем, что в ней отсутствует сингулярность Шварцшильда на гравитационном радиусе.

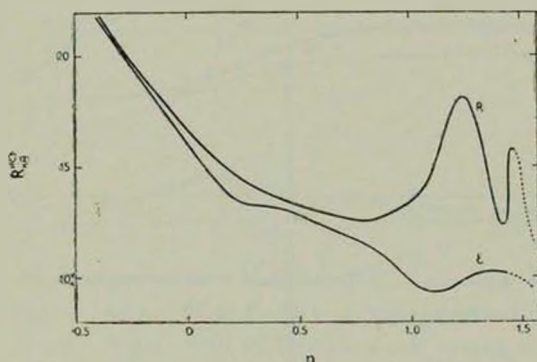


Рис. 3. Зависимость истинного радиуса сверхплотной звезды от параметра η . Кривая R относится к теории Розена, E — к теории Эйнштейна.

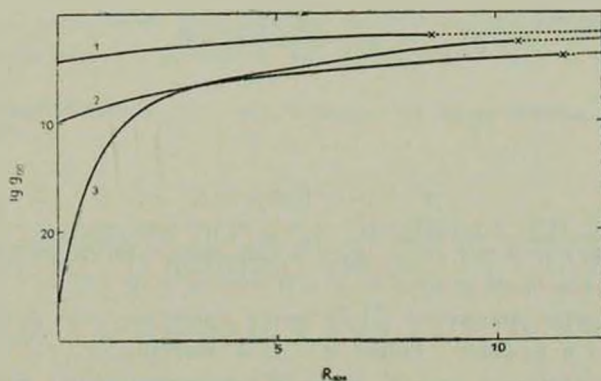


Рис. 4. Зависимость временной компоненты $g_{00}(r)$ метрического тензора от расстояния до центра для ряда конфигураций по теории Розена. Расстояние измерено в километрах. Кривая 1 относится к конфигурации с $\rho(0) = 1.17 \cdot 10^{16} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, кривая 2 относится к конфигурации с $\rho(0) = 2.86 \cdot 10^{17} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, а кривая 3 — с $\rho(0) = 5.72 \times 10^{21} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$.

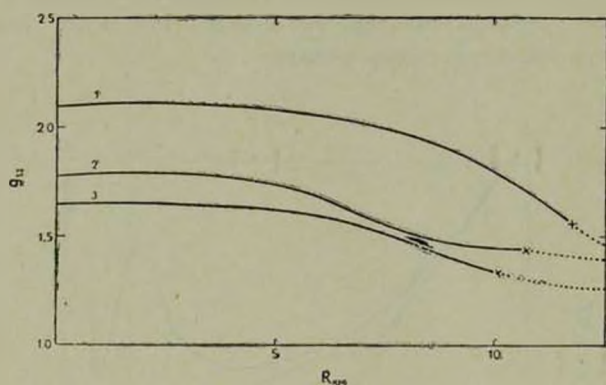


Рис. 5. График функции $g_{11}(r)$ для ряда конфигураций по теории Розена. Кривая 1 относится к конфигурации с $\rho(0)=2.86 \cdot 10^{17} \text{ г.см}^{-3}$, кривая 2 — с $\rho(0)=5.72 \cdot 10^{24} \text{ г.см}^{-3}$, а кривая 3 — с $\rho(0)=5.72 \cdot 10^{22} \text{ г.см}^{-3}$.

Приложение

Из системы (3) имеем уравнение для $y = 2(\chi - \psi)$

$$y'' + \frac{2}{r} y' - \frac{6}{r^2} \text{sh } y = 0. \quad (\text{П.1})$$

После замены переменной $r = \text{const } e^x$ ($-\infty < x < \infty$) получаем уравнение

$$y'' + y' - 6 \text{sh } y = 0. \quad (\text{П.2})$$

Поскольку при $r \rightarrow 0$ и $r \rightarrow \infty$, $y \rightarrow 0$, то мы должны решить уравнение (П.2) с граничным условием $y \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \pm \infty$.

Докажем, что уравнение (П.2) имеет единственное решение $y=0$. Если $y \neq 0$, то в какой-то точке $x = x_0$ в интервале $(-\infty < x_0 < \infty)$ (рис. 6, а: $x \rightarrow \infty$, $y \rightarrow 0$, $x \rightarrow -\infty$, $y \rightarrow 0$) функция $y(x)$ имеет максимум, т. е. в этой точке $y(x_0) > 0$; $y'(x_0) = 0$; $y''(x_0) < 0$ (или $y''(x_0) = 0$).

Но в этом случае левая сторона уравнения (П. 2) отрицательна, и следовательно в точке x_0 уравнение (П. 2) не удовлетворяется.

Пусть теперь граничные условия имеют вид $x \rightarrow -\infty$, $y \rightarrow -0$ и $x \rightarrow \infty$, $y \rightarrow -0$ (рис. 6, б). И в этом случае уравнение (П.2) не удовлетворяется: $y(x'_0) < 0$; $y'(x'_0) = 0$ и $y''(x'_0) > 0$ (или $y''(x'_0) = 0$).

Аналогично можно доказать, что функция равняется нулю и в случаях

$$\begin{aligned} x \rightarrow -\infty, y \rightarrow 0 \text{ и } x \rightarrow \infty, y \rightarrow -0, \\ x \rightarrow -\infty, y \rightarrow -0; x \rightarrow \infty, y \rightarrow 0. \end{aligned}$$

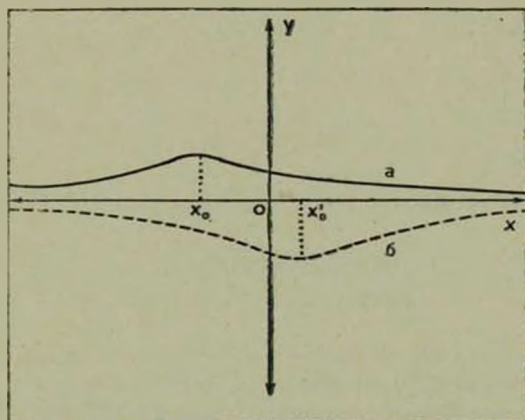


Рис. 6.

Впрочем, достаточно рассмотреть лишь 2 случая граничных условий, т. к. при замене $y \rightarrow -y$ уравнение (П. 2) не меняется.

Ереванский государственный
университет

THE CONFIGURATIONS OF DEGENERATED MASSES ACCORDING TO BIMETRIC THEORY OF GRAVITATION

G. S. SAHAKIAN, A. V. SARKISSIAN, B. V. KHACHATRIAN, E. V. CHOUBARIAN

On the basis of Rosen's bimetric theory of gravitation the integral characteristics and internal structure of spherically-symmetric configurations, where the state of substance is described by the equation of state [1], have been calculated.

It is obtained that the maximal value of mass according to bimetric theory $M_{\max}^R = 16.28 M_{\odot}$ exceeds 10.5 times the corresponding value of mass resulting from Einstein theory.

The value of central density at which the star is still stable in Rosen's theory shifts to denser configurations in comparison with Einstein's theory in an order of 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Саакян. Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Наука, М., 1972.
2. N. Rosen, III International School of Cosmology and Gravitation, Italy, 1974.
3. N. Rosen, GRG, 4, 435, 1973.
4. N. Rosen, Ann. Phys. (N. Y.), 84, 455, 1974.
5. N. Rosen, J. Rosen, Ap. J., 212, 605, 1977.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.877

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА В ЗВЕЗДАХ

О. И. БОГОЯВЛЕНСКИЙ

Поступила 11 апреля 1978

Модель взрыва звезды изучается в классической теории и в общей теории относительности. Найден ряд новых решений, в которых после прохождения ударной волны возникают колебания газа. Исследованы условия существования расширяющейся пустоты внутри газа.

1. Система автомодельных уравнений. 1. Известно большое значение автомодельных решений во многих задачах астрофизики (см. [1—4]). В данной работе изучается модель взрыва звезды, введенная в работах [1, 2], в качестве которой рассматриваются сферически-симметричные автомодельные движения идеального самогравитирующего газа, которые сопрягаются через ударную волну с равновесным состоянием. Иными словами, в области перед ударной волной плотность газа ρ , давление p , масса M газа внутри сферы радиуса r и радиальная скорость газа v имеют вид:

$$\rho = \frac{A}{r^\omega}, \quad p = \frac{2\pi A^2 G}{(\omega - 1)(3 - \omega)} r^{2(1-\omega)}, \quad M = \frac{4\pi A}{3 - \omega} r^{3-\omega}, \quad v = 0, \quad (1.1)$$

где G — постоянная тяготения, A — константа с размерностью г см^{-3} , ω — константа: $1 < \omega < 3$. В области за ударной волной движение газа является автомодельным и параметры имеют вид (обозначения работы [2]):

$$\rho = \frac{1}{Gt^2} R(\lambda), \quad p = \frac{r^2}{Gt^4} P(\lambda), \quad M = \frac{r^3}{Gt^2} m(\lambda), \quad (1.2)$$
$$v = \frac{r}{t} V(\lambda), \quad \lambda = r (AGt^2)^{-1/\omega}.$$

Движение газа является адиабатическим: $d(p/\rho^\gamma)/dt = 0$, $\gamma > 1$.

Для равновесного распределения (1.1) полная энергия (гравитационная плюс тепловая) шарового слоя $r_1 < r < r_2$ имеет вид [2]:

$$\omega \neq \frac{5}{2}: \quad E = 8\pi^2 G A^2 \frac{1 - 2(\omega - 1)(\gamma - 1)}{(\gamma - 1)(\omega - 1)(3 - \omega)(5 - 2\omega)} r^{5-2\omega} \Big|_{r_1}^{r_2},$$

$$\omega = \frac{5}{2}: \quad E = G A^2 \frac{32\pi(4 - 3\gamma)}{3(\gamma - 1)} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (1.3)$$

При $\omega < 5/2$ полная энергия E шара радиуса r конечна, а при $\omega \geq 5/2$ — бесконечна, причем $E < 0$ при $\gamma > \gamma_0$ и $E \geq 0$ при $\gamma \leq \gamma_0$, где $\gamma_0 = (2\omega - 1)/2(\omega - 1)$.

Решения задачи о взрыве звезды в рассматриваемом классе движений газа при $\omega \geq 5/2$ вследствие расходимости энергии на нижнем пределе (см. (1.3)) при применении к конкретной астрофизической ситуации являются некоторыми промежуточными асимптотиками, применяемыми вне малой окрестности центра $r = 0$. Решения с $\gamma \leq \gamma_0$ ($E \geq 0$) описывают разрушение неустойчивого равновесия звезды. Закон выделения энергии в автомодельном решении имеет вид

$$E = \alpha G^{5\omega-1} A^{5/\omega} r^{2(5-2\omega)/\omega}. \quad (1.4)$$

E не зависит от времени только при $\omega = 5/2$ или при $\alpha = 0$. Константа α вычисляется из самого решения и в некоторых случаях оказывается бесконечной. Соответствующие решения являются асимптотиками очень сильного взрыва ($E \gg 1$).

Уравнения газовой динамики с учетом ньютоновского тяготения для автомодельных решений (1.2) после замены $z = \gamma P/R$ и подстановки связи

$$R = \frac{1 - 3/\omega}{2\pi} \frac{m}{V - 2/\omega} \quad (1.5)$$

(эта связь следует из закона сохранения массы) сводятся, согласно [2], к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений на функции $z(\tau)$, $V(\tau)$, $m(\tau)$, где переменная $\tau = \ln \lambda$. Решениями задачи о взрыве звезды являются, как указано в работе [2], траектории этой системы, входящие при $\lambda = \lambda_*$ в точки на линии $Y(q)$:

$$V = \frac{4(1-q)}{(\gamma+1)\omega}, \quad z = \frac{4(2\gamma - (\gamma-1)q)(\gamma-1+2q)}{\omega^2(\gamma+1)^2},$$

$$m = \frac{8(\omega-1)}{\gamma\omega^2}. \quad (1.6)$$

Линия $Y(q)$ определяется из условий Гюгонио сшивки с решением (1.1) через ударную волну (закон движения ударной волны есть

$\lambda = \lambda_*$). Параметр $q = M^{-2}$, где $M > 1$ — число Маха движения ударной волны ($0 \leq q \leq 1$).

II. Для исследования задачи о взрыве звезды удобно рассмотреть систему автомодельных уравнений в координатах

$$v_0 = V - 2/\omega, \quad m_2 = -(V - 2/\omega) m z^{-1}, \quad \rho_0 = z^{-1/2} \quad (1.7)$$

и переменной τ_1 : $d\tau_1/d\tau = -(V - 2/\omega)^{-1}$. Эта система имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dv_0}{d\tau_1} &= \dot{v}_0 = \frac{v_0}{L} \left(\frac{6\gamma - 4(\omega - 1)}{\gamma\omega} + 3v_0 + m_2 - K_1 \right), \\ \dot{m}_2 &= \frac{m_2}{L} \left(4 \frac{3 - \omega}{\omega} + 4v_0 + \gamma m_2 - \gamma K_1 - 2K_2 + \left(2 \frac{\omega - 3}{\omega} - 3v_0 \right) v_0^2 \rho_0^2 \right), \\ \dot{\rho}_0 &= \frac{\rho_0}{L} \left(\frac{(2 - \gamma)\omega - 2}{\gamma\omega} - v_0 + \frac{\gamma - 1}{2} m_2 - \frac{\gamma - 1}{2} K_1 - K_2 \right), \quad (1.8) \\ K_1 &= v_0 (v_0 + 2/\omega) (v_0 + 2/\omega - 1) \rho_0^2, \quad L = 1 - v_0^2 \rho_0^2, \\ K_2 &= (1 + (1 - 3\gamma)\omega^{-1} + (1 - 3\gamma)v_0 2^{-1}) v_0^2 \rho_0^2. \end{aligned}$$

Очевидно, что система (1.8) гладко продолжается на плоскость $\rho_0 = 0$, соответствующую бесконечности по координате z и являющуюся инвариантным многообразием системы (1.8).

Укажем особые точки системы (1.8), лежащие в плоскости $\rho_0 = 0$ и их собственные числа λ_x (индекс x указывает соответствующее собственное направление):

$$\begin{aligned} Z_1 \left(v_0 = \alpha = \frac{4(\omega - 1) - 6\gamma}{3\gamma\omega}, \quad m_2 = \rho_0 = 0 \right): \quad \lambda_{v_0} &= 3\alpha, \\ \lambda_{m_2} &= \frac{4(4 - 3\gamma)(\omega - 1)}{3\gamma\omega}, \quad \lambda_{\rho_0} = \frac{2(\omega - 1) + 3\gamma(2 - \omega)}{3\gamma\omega}; \\ Z_2 (v_0 = m_2 = \rho_0 = 0): \quad \lambda_{v_0} &= -3\alpha, \\ \lambda_{m_2} &= 4(3 - \omega)\omega^{-1}, \quad \lambda_{\rho_0} = (2(\omega - 1) - \gamma\omega)\gamma^{-1}\omega^{-1}; \\ Z_3 (v_0 = -2/\omega, \quad m_2 &= 4(\omega - 1)/\gamma\omega, \quad \rho_0 = 0): \quad \lambda_{\rho_0} = 1, \\ \lambda_{v_0, m_2} &= \lambda_{\pm} = [2\omega - 5 \pm [(2\omega - 5)^2 - 8(\omega - 1)(4 - 3\gamma)\gamma^{-1}]^{1/2}] \omega^{-1}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Особая точка Z_1 имеет сепаратрисы, проходящие в физической области $m_2, \rho_0 > 0$ в двух случаях:

1) $2(\omega - 1)/3 < \gamma < 4/3$. Точка Z_1 неустойчива ($\lambda_{v_0} < 0$, $\lambda_{m_2} > 0$, $\lambda_{\rho_0} > 0$) и имеет двумерную выходящую (при $\lambda \rightarrow 0$) сепаратрису.

2) $\gamma > 2(\omega - 1)/3(\omega - 2)$ при $\omega > 2$ и $\gamma > 4/3$ при $\omega \leq 2$. Точка Z_1 является притягивающей при $\lambda \rightarrow \infty$. Соответствующие асимптотики (при $\lambda \rightarrow 0$ и $\lambda \rightarrow \infty$) имеют вид:

$$M = C_1 A r^{3-\omega} \lambda^a, \quad \rho = \frac{3\gamma b}{4\pi} C_1 A \lambda^a r^{-\omega},$$

$$p = C_2 A G^{2/\omega-1} t^{-4(\omega-1)/\omega}, \quad v = \frac{4(\omega-1)}{3\omega} \frac{r}{t}, \quad (1.10)$$

$$a = 2(\omega-1)b, \quad b = (3-\omega)(3\gamma-2(\omega-1))^{-1}.$$

Асимптотики (1.10) описывают разлет газа от центра ($v > 0$).

Особая точка Z_2 при $2(\omega-1)/3 < \gamma < \gamma_1 = 2(\omega-1)/\omega$ является отталкивающей. Сепаратрисы, выходящие из особой точки Z_2 , имеют при $\lambda \rightarrow \lambda_1$ устойчивую асимптотику

$$M = \frac{r^3}{Gt^2} C_1 \left(\frac{\lambda}{\lambda_1} - 1 \right)^a, \quad \rho = \frac{C_1(3-\omega)}{2\pi\omega b Gt^2} \left(\frac{\lambda}{\lambda_1} - 1 \right)^{a-1},$$

$$p = \frac{r^2}{Gt^4} C_2, \quad v = \frac{r}{t} \left(\frac{2}{\omega} - b \left(\frac{\lambda}{\lambda_1} - 1 \right) \right), \quad (1.11)$$

$$a = \gamma \frac{3-\omega}{3\gamma-2(\omega-1)}, \quad b = 2 \frac{3\gamma-2(\omega-1)}{\gamma\omega}.$$

Эта асимптотика реализуется также при $\gamma \geq \gamma_1$ для решений, выходящих из отталкивающей особой точки Z_2 , лежащей в бесконечности ρ_0 . Асимптотика (1.11) описывает решения с расширяющейся пустотой внутри газа. Законом движения внутренней границы есть $\lambda = \lambda_1$. Давление на внутренней границе $p \neq 0$, то есть газ вытесняется некоторым «сферическим поршнем» [2], моделью которого может служить бесконечно нагретый газ (температура $T = \infty$, плотность $\rho = 0$). При $\gamma > \gamma_1$ плотность газа на внутренней границе бесконечна, следовательно, температура газа $T \sim p/\rho \rightarrow 0$ при $\lambda \rightarrow \lambda_1$. Поэтому в реальном, неавтономном решении на внутренней границе возникнет интенсивный теплообмен с бесконечно горячим газом внутри полости, который приведет к заполнению пустоты газом с ненулевой плотностью.

Другой тип неустойчивости внутренней границы связан с известным механизмом возникновения релей-тейлоровской неустойчивости [14, 15]. А именно, при $\omega < 2$ ускорение внутренней границы $a_1 > 0$, то есть в системе, связанной с внутренней границей, ускорение направлено в сторону пустоты, что и приводит к релей-тейлоровской неустойчивости газа; при $\omega > 2$ этой неустойчивости нет. (Напомним о другом физическом недостатке области значений $1 < \omega < 2$ [2]: при $\omega < 2$ температура газа в равнове-

ном состоянии (1.1) $T \sim r^{2-\omega} \rightarrow 0$ в центре симметрии ($r \rightarrow 0$)). При $\gamma < \gamma_1$ (в этом случае $\omega > 2$, $\gamma < 4/3$) плотность газа $\rho \rightarrow 0$ и температура $T \rightarrow \infty$ при $\lambda \rightarrow \lambda_1$, поэтому внутренняя граница устойчива относительно рассмотренных возмущений.

Сепаратрисы, выходящие из особой точки Z_3 , имеют размерность 1, 2 и 3 соответственно при $\gamma < 4/3$, $\omega \leq 5/2$; $\gamma > 4/3$; $\gamma < 4/3$, $\omega > 5/2$. Эти сепаратрисы при $\lambda \rightarrow 0$ описывают приближение к равновесному состоянию (1.1), причем асимптотика скорости газа имеет вид:

$$\gamma > 4/3: \quad V = C_1 \exp(2^{-1/\omega} \lambda_+ \ln \lambda), \quad v = \frac{r}{t} V; \quad (1.12)$$

$$\gamma < 4/3, \omega > 5/2: \quad V = \operatorname{Re}(C_+ \exp(2^{-1/\omega} \lambda_+ \ln \lambda) + C_- \exp(2^{-1/\omega} \lambda_- \ln \lambda)).$$

При $\gamma < \gamma_2 = 4[3 + (2\omega - 5)^2/8(\omega - 1)]^{-1}$ собственные числа $\lambda_{\pm}$ (1.9) комплексные, то есть особая точка Z_3 на плоскости $\rho_0 = 0$ является фокусом и все траектории в ее окрестности (кроме одномерной выходящей сепаратрисы, отвечающей собственному числу $\lambda_{\rho_0} = 1$) вращаются вокруг этой точки. В соответствующих решениях скорость газа v колеблется около нуля и газ совершает радиальные колебания.

2. Новые решения задачи о взрыве звезды. I. Равновесному состоянию (1.1) отвечает траектория $X(\rho_0)$ системы (1.8):

$$v_0 = -2/\omega, \quad m_2 = 4(\omega - 1)/\gamma\omega, \quad 0 < \rho_0 < \infty. \quad (2.1)$$

Эта траектория является сепаратрисой, выходящей (при $\lambda \rightarrow 0$, $\tau_1 \rightarrow -\infty$) из особой точки $Z_3 = X(0)$. Траектория X (2.1) и линия Y (1.6) пересекаются в точке Y_1 ($q = 1$, $\rho_0 = \omega/2$), лежащей на поверхности $L = 0$. Поверхность $L = 0$ является поверхностью непродолжимости решений, так как с двух сторон от этой поверхности векторное поле системы (1.8) противоположно направлено и обращается в бесконечность. Исключением является линия особых точек I : $\rho_0 = -v_0^{-1}$, $m_2 = -v_0^{-1}(2v_0^2 + v_0[\omega + 2 - 4(\omega - 1)\gamma]\omega^{-1} + 2(\omega - 2)\omega^{-2})$, лежащая на поверхности $L = 0$. Точка Y_1 ($v_0 = -2/\omega$) принадлежит линии I . После (немонотонной) замены переменной $d\tau_1/d\tau_1 = \gamma^{-1}(z - v_0^2)^{-1}$ особая точка Y_1 системы (1.8) имеет собственные числа

$$\lambda_1 = 20\gamma\omega^{-3}(\omega - 2), \quad \lambda_2 = -8\gamma\omega^{-2}, \quad \lambda_3 = 0. \quad (2.2)$$

Собственные числа особых точек на линии I , близких к Y_1 , получаются из (2.2) непрерывным изменением.

Система (1.8) имеет две инвариантные двумерные поверхности L_1 и L_2 , проходящие через линию особых точек I и заполненные се-

паратрисами этих особых точек, отвечающими собственным числам λ_1 и λ_2 . Траектория X (2.1) является входящей сепаратрисой особой точки Y_1 и лежит на поверхности L_2 . Линия Y (1.6) при $\omega > 10/7$ лежит между поверхностями L_1 и L_2 (см. рис. 1).

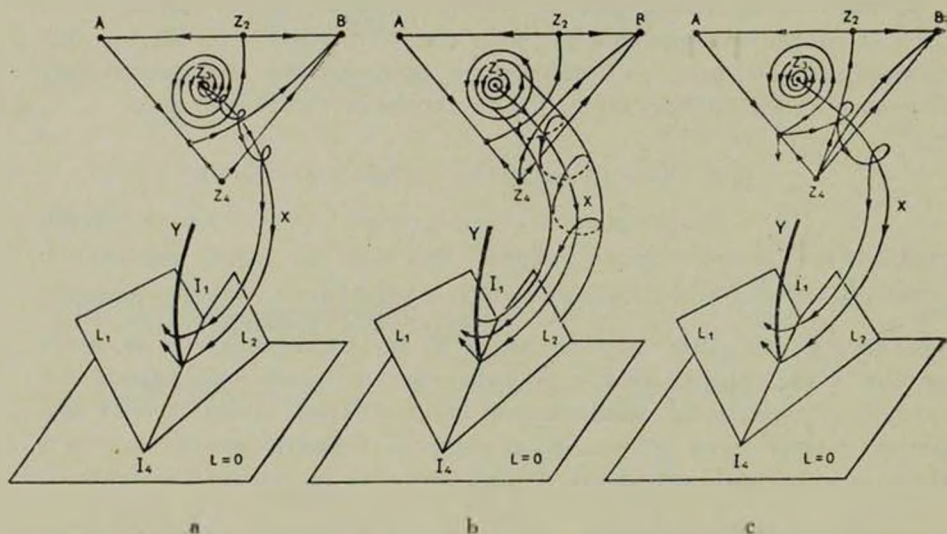


Рис. 1. К решению задачи о взрыве звезды при числах Маха движения ударной волны $M \approx 1$. а) $\gamma < \gamma_1$, $\omega > 5/2$; б) $\gamma < 4/3$, $\omega = 5/2$; в) $\gamma < \gamma_1$, $\omega < 5/2$.

Все траектории системы (1.8), идущие в окрестности траектории X и не лежащие на поверхности L_2 , при приближении к линии I при $\omega > 10/7$ отклоняются от поверхности L_2 и оказываются в малой окрестности поверхности L_1 (это следует из того, что $\lambda_1 > \lambda_2$ при $\omega > 10/7$). Поэтому некоторый отрезок $Y_1 Y(q_0)$ ($q_0 < 1$, числа Маха $M \approx 1$) на линии Y целиком пересечен траекториями, двигавшимися ранее в окрестности траектории X . Этот факт позволяет исследовать решения задачи о взрыве звезды при $M \approx 1$.

II. Особая точка Z_3 при $\gamma < 4/3$, $\omega > 5/2$ является отталкивающей. Поэтому вся окрестность траектории X заполнена сепаратрисами этой особой точки и, следовательно, все решения задачи о взрыве звезды для чисел Маха $M \approx 1$ при $\lambda \rightarrow 0$ ($t \rightarrow \infty$) стремятся к равновесному состоянию (1.1) (см. рис. 1а). При этом при $\gamma < \gamma_2$ скорость газа v , согласно (1.12), имеет бесконечное число колебаний около нуля. Таким образом, при $\gamma < \gamma_2$, $\omega > 5/2$ в решениях задачи о взрыве звезды при $M \approx 1$ газ после прохождения ударной волны начинает пульсировать, причем все частицы газа совершают бесконечное число затухающих колебаний. Найденные решения являются автомо-

дельными возмущениями, не разрушающими равновесия звезды (которое в целом при $\gamma < 4/3$, как утверждается в [5], неустойчиво). Полная энергия E шара радиуса r , согласно (1.3), в этих решениях равна $\pm \infty$ (в зависимости от соотношения γ и γ_0), причем энергия этого же шара после прохождения ударной волны также равна $\pm \infty$, поэтому вопрос о количестве выделившейся при взрыве энергии в данном случае не имеет однозначного решения. Указанные решения вероятно можно использовать для моделирования повторных взрывов (новых) звезд и для моделирования затухающих пульсаций звезд после взрыва.

III. При $\omega = 5/2$ система (1.8) имеет первый интеграл

$$F = \left[-\frac{4}{5\gamma} + \frac{v_0}{\gamma - 1} + m_2 + \frac{v_0}{2} \left(v_0 + \frac{4}{5} \right)^2 \rho_0^2 \right]^{4-3\gamma} v_0^{-1} m_2^{3(\gamma-1)}, \quad (2.3)$$

который комбинируется из найденных в работе [2] интегралов энергии и адиабатичности. Интеграл F на линии $Y(q)$ ($0 \leq q \leq 1$) монотонно возрастает от 0 до F_0 :

$$F_0 = \gamma^{-1} (4/5)^{1-\gamma} ((4-3\gamma)/(\gamma-1))^{4-3\gamma} 3^{3(\gamma-1)}, \quad (2.4)$$

$$F(Y(q)) = F_0 \frac{q(\gamma+1)^{\gamma+1}}{(2\gamma - (\gamma-1)q)(\gamma-1+2q)^{\gamma}}.$$

На траектории X интеграл F принимает постоянное значение $F = F_0 = F(Y_1)$, причем линия X состоит из экстремумов функции F , то есть первый дифференциал $dF = 0$. Второй дифференциал d^2F на линии X имеет вид:

$$d^2F = -F_0 3^{-1} \gamma^2 (\gamma-1) (5/4)^2 (4-3\gamma)^{-1} \times \\ \times [(3dv_0 + dm_2)^2 + 3\gamma^{-1} (4-3\gamma) (1 - (4/5)^2 \rho_0^2) dv_0^2]. \quad (2.5)$$

Рассмотрим отдельно два случая: $\gamma < 4/3$ и $\gamma > 4/3$. При $\gamma < 4/3$ отрезок линии X от точки Z_3 ($\rho_0 = 0$) до точки Y_1 ($\rho_0 = 5/4$) состоит, согласно (2.5), из максимумов функции F . Поэтому поверхности уровня интеграла F в окрестности отрезка $Z_3 Y_1$ на линии X являются двумерными цилиндрами и пересекают плоскость $\rho_0 = 0$ по циклам — замкнутым интегральным кривым системы (1.8). Отметим, что при $\rho_0 = 0$ в области $L_1 < 0$, $L_1 = m_2 + v_0(\gamma-1)^{-1} + 4\gamma^{-1} 5^{-1}$ все траектории системы (1.8) являются циклами, на которых значения интеграла F изменяются от 0 (при $L_1 = 0$) до F_0 (в особой точке Z_3). Отсюда с помощью (2.4) следует, что все траектории, входящие в линию $Y(q)$, лежат на двумерных цилиндрах — поверхностях уровня интеграла F .

и при убывании $\tau_1(\lambda)$ либо наматываются на предельные циклы (при $\tau_1 \rightarrow -\infty$, $\lambda \rightarrow 0$), либо при некотором конечном $\lambda = \lambda_1$ входят в поверхность $L = 0$ (последние решения невозможно продолжить при $\lambda < \lambda_1$ в классе автомодельных решений и поэтому они не имеют физического смысла). Из проведенного выше исследования особой точки Y_1 следует, что все решения задачи о взрыве звезды для чисел Маха движения ударной волны $M \approx 1$ ($q \approx 1$) при $\lambda \rightarrow 0$ наматываются на циклы $F = \text{const} \approx F_0$, $\rho_0 = 0$, лежащие в окрестности особой точки Z_3 (см. рис. 1b). Исследование системы (1.8) в окрестности точки Y_0 ($q = 0$, $M = \infty$) показывает, что при $9/7 < \gamma < 4/3$ все траектории, выходящие из точек $Y(q)$ ($q \approx 0$, $M \gg 1$), при убывании λ входят в поверхность $L = 0$. Поэтому при $9/7 < \gamma < 4/3$ в классе автомодельных решений не существует решений задачи о взрыве звезды при числах Маха $M \gg 1$. При $1 < \gamma < 9/7$ решения при всех $M \gg 1$ существуют и при $\lambda \rightarrow 0$ наматываются на предельные циклы $F = \text{const}$, $\rho_0 = 0$.

В этих решениях после прохождения ударной волны газ при $t \rightarrow \infty$ совершает незатухающие колебания. Действительно, вдоль линий тока газа

$$\frac{d \ln r}{d \ln t} = V = v_0 + \frac{4}{5}, \quad \frac{d \ln \lambda}{d \ln t} = v_0, \quad \frac{d \tau_1}{d \ln t} = -1. \quad (2.6)$$

Отсюда $d \ln r / d \tau_1 = -(v_0 + 4/5)$. В окрестности цикла изменение $\ln r$ за период одного колебания $\ln r|_0^T \approx \oint (v_0 + 4/5) d\tau_1 = A$. Обозначим $B = \oint (m_2 - 12/5\gamma) d\tau_1$. Из системы (1.8) при $\rho_0 = 0$ следует $-3A + B = 0$, $-4A + \gamma B = 0$, откуда при $\gamma \neq 4/3$ получаем $A = B = 0$ для всех циклов. Поэтому в процессе колебаний газа дрейфа не происходит.

Период колебаний в окрестности особой точки Z_3 в переменной τ_1 приближенно равен $T = 5\pi\gamma^{1/2}(12(4 - 3\gamma))^{-1/2}$. Во времени t , согласно (2.6), колебания газа замедляются: периоды последовательных колебаний возрастают в геометрической прогрессии с показателем $\exp T$. Амплитуда колебаний $\ln r - A_0$ для решений с $M \approx 1$ имеет порядок $A_0 \approx T(M - 1)^{3/2}$. В решениях с $M \gg 1$ ($\gamma < 9/7$) $A_0 \sim 2[3(\gamma - 1)(4 - 3\gamma)]^{-1} \ln M$ при $M \rightarrow \infty$.

Отметим, что описанные колебания реализуются в классе автомодельных движений газа и качественно отличаются от строго периодических колебаний однородных газовых шаров, исследованных в работе [6] в качестве модели пульсаций переменных звезд-цефеид. В частности, в найденных решениях при фиксированном t скорость газа v при $r \rightarrow 0$ имеет бесконечно много нулей и плотность газа $\rho \rightarrow \infty$, однако полная масса в окрестности центра $r = 0$ конечна и изменяется как $Cr^{1/2}$.

Указанные решения, так же, как и в исследованном выше случае, $\gamma < 4/3$, $\omega > 5/2$, являются автомодельными возмущениями, при которых звезда пульсирует в окрестности равновесного распределения (1.1), хотя полная энергия $E = +\infty$ (см. (1.3)). Найденные решения на любом конечном отрезке t и на отрезке $0 < r_1 < r < r_2$ являются устойчивыми и могут быть использованы, даже и вне связи с задачей о взрыве, в качестве модели замедляющихся пульсаций звезды (с постоянной амплитудой).

При $\gamma > 4/3$ согласно (2.5) отрезок $Z_3 Y_1$ линии X состоит из сегментов функции F , причем окрестность линии X разбита поверхностью уровня $F = F_0$ на четыре области: две области $D_\pm$, в которых $F < F_0$, $\pm = \pm 1 = \text{sign } V$ и две области D_3, D_4 , в которых $F \geq F_0$. Согласно (1.6) и (2.4) линия $Y(q)$ лежит в области D_+ . Исследование системы (1.8) методами качественной теории дифференциальных уравнений показывает, что область D_+ инвариантна относительно системы (1.8) и все траектории, проходящие внутри области D_+ , соответствуют решениям с расширяющейся пустотой внутри газа и имеют при $\lambda \rightarrow \lambda_1$ асимптотику (1.11). Поэтому все решения задачи о взрыве звезды при $\gamma > 4/3$, $\omega = 5/2$ при всех числах Маха M ($1 < M < \infty$) имеют расширяющуюся пустоту внутри газа. Такие решения впервые были найдены (численно при $\gamma = 5/3$ и аналитически при $\gamma = 4/3$) в работах [1, 2]. Отметим, что при $\gamma < 4/3$, $\omega = 5/2$ решений с образованием пустоты внутри газа не существует.

В указанных решениях полная энергия, выделившаяся при взрыве, $E = +\infty$, то есть эти решения моделируют очень сильный взрыв. В связи с этим наш результат о том, что полный разлет всей массы газа происходит при любой интенсивности ударной волны (при всех числах Маха $1 < M < \infty$) представляется физически естественным.

Проведенный анализ показывает, что поведение решений задачи о взрыве звезды в общем случае $\gamma \neq 4/3$ ($\omega = 5/2$) качественно отличается от проинтегрированного в работе [2] случая $\gamma = 4/3$, $\omega = 5/2$, где, во-первых, вообще нет колебаний газа и, во-вторых, при числах Маха $1 < M \leq 6$ все решения продолжают до центра симметрии.

IV. При $\gamma < 4/3$, $\omega < 5/2$ особая точка Z_3 на плоскости $\rho_0 = 0$ является притягивающей (при $\gamma < \gamma_2$ — притягивающий фокус). Малая окрестность особой точки Z_3 заполнена сепаратрисами особых точек Z_2 (и Z'_2 лежащей в бесконечности ρ_0 и определяющей ту же асимптотику (1.11). что и Z_2) и Z_1 . При $\gamma < \gamma_2$ двумерная сепаратриса Z , выходящая из особой точки Z_1 , пересекается с плоскостью $\rho_0 = 0$ по спирали, бесконечно наматывающейся на особую точку Z_3 . Поэтому вся двумерная сепаратриса Z бесконечное число раз обматывается вокруг сепаратрисы X , выходящей из точки Z_3 . Следовательно, в ок-

рестности особой точки Y_1 сепаратриса Z бесконечное число раз пересекает линию Y в точках $Y_i (M_i)$ (числа Маха $M_i \rightarrow 1$ при $i \rightarrow \infty$) (см. рис. 1с). Таким образом, доказано, что при $\gamma < \gamma_2$, $10/7 < \omega < 5/2$ существует бесконечная последовательность чисел Маха ударной волны $M_i \rightarrow 1$, для которых решения задачи о взрыве звезды продолжают до центра симметрии и имеют при $\lambda \rightarrow 0$ асимптотику (2.1). В этих решениях энергия массы газа за ударной волной равна энергии этой же массы газа в состоянии равновесия (поскольку в центре $r = 0$ асимптотика (1.10) не имеет особенностей и течение газа всюду является адиабатическим). Поэтому найденные решения соответствуют взрывному типу разрушения равновесия звезды без выделения энергии. Первое решение такого типа („динамический взрыв равновесия“) было указано в явном виде при $\gamma = 7/6$, $\omega = 12/5$ в работе [2], для этого решения $M^* = 15/2$.

Все решения для чисел Маха M : $M_i > M > M_{i+1}$ являются сепаратрисами особой точки Z_2 (или Z_1) и, следовательно, имеют расширяющуюся пустоту внутри газа с асимптотикой (1.11). Существенным свойством всех описанных решений является наличие в них некоторого конечного числа $N(M)$ колебаний газа, причем $N(M) \rightarrow \infty$ при $M \rightarrow 1$.

Замечание. На основе проведенного исследования системы (1.8) можно показать, что в некоторых автомодельных решениях с потерями энергии за счет нейтринного излучения (см. [7]) также происходят радиальные колебания газа.

Автомодельная аккреция самогравитирующего газа и задача о движении сходящейся ударной волны исследованы в нашей работе [8].

3. *Задача о взрыве звезды в общей теории относительности.* В данном разделе мы перенесем постановку задачи о взрыве звезды [1, 2] в общую теорию относительности и укажем аналогию между ее решением и решением этой задачи в классической теории (см. раздел 2).

Метрика пространства—времени внутри (нейтронной) звезды, как показано в известной работе [9], имеет вид:

$$ds^2 = r^{2\alpha} dt^2 - A dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (3.1)$$

где $\alpha = 2k(1+k)^{-1}$, $A = (1+6k+k^2)(1+k)^{-2}$, уравнение состояния материи $p = k\varepsilon$, $\varepsilon = 4k[r^2 8\pi k(1+6k+k^2)]^{-1}$. Метрика (3.1) является автомодельной (впервые этот факт для $k = 1/3$ был отмечен в [10]); действительно, преобразование $r \rightarrow C_1 r$, $t \rightarrow C_1^{1-\alpha} t$ преобразует метрику $ds^2 \rightarrow C_1^2 ds^2$. Поэтому автомодельная переменная $\lambda = tr^{2-1}$.

Решение задачи о взрыве (нейтронной) звезды в общей теории относительности состоит в отыскании автомодельных решений уравнений Эйнштейна, которые сшиваются на ударной волне со статической метрикой (3.1).

В нашей недавней работе [11] автомодельные решения уравнений Эйнштейна были преобразованы к конформно-статическому виду

$$ds^2 = e^{2\alpha} (e^{\gamma(r)} dt^2 - e^{\bar{\gamma}(r)} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)) \quad (3.2)$$

и подробно исследованы в координатах

$$Q = r \exp((\lambda - \nu)/2), \quad w = r d\nu/dr, \quad u, \quad (3.3)$$

где u — радиальная скорость материи, $|u| < 1$. Решение (3.1) в координатах (3.3) является сепаратрисой X , выходящей из особой точки Z_3 ($u = 0$, $Q/u = -1$, $w = 2\alpha$):

$$Q = -u = A^{1/2} (\alpha - 1)^{-1} \lambda^{-1}, \quad w = 2\alpha. \quad (3.4)$$

Решения, которые сшиваются на ударной волне со статическим решением (3.1), соответствуют траекториям, входящим в линию Y (для удобства проведения аналогии с разделом 2 мы используем те же обозначения):

$$u = -kQ^{-1}, \quad w = 2\alpha. \quad (3.5)$$

На линии Y естественным параметром является $M = Qk^{-1/2}$ — число Маха движения ударной волны в системе отсчета

$$ds^2 = U(t/R) dt^2 - V(t/R) dR^2 - R^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (3.6)$$

Траектория X , линия Y и линия особых точек I ($u = -k^{1/2}$, $w(1 - k) + 8Qk^{3/2}(1 + k)^{-1} = 4k$), лежащая на поверхности непродолжимости решений $u = -k^{1/2}$, пересекаются в одной точке Y_1 ($Q = -u = k^{1/2}$, $w = 2\alpha$) (см. рис. 2). Собственные числа системы уравнений Эйнштейна [11] в особых точках I следующие:

$$\begin{aligned} \lambda_{\pm} &= -k^{1/2}(1 - k) \pm k^{1/2}(1 - k)(1 + 2Z_0(1 - k)^{-1})^{1/2}, \quad \lambda_3 = 0, \\ Z_0 &= \frac{2k(1 + 3k)}{1 - k} Q^{-2} - \frac{2k^{1/2}}{1 - k^2} [(1 + k)^3 + 2k(3 + k^2)] Q^{-1} + \\ &+ \frac{16k^2(1 + k^2)}{(1 + k)^2(1 - k)} + 6k. \end{aligned} \quad (3.7)$$

В точке Y_1 имеем

$$\lambda_+^0 = -\frac{2k^{1/2}(1 - k)^2}{1 + k}, \quad \lambda_-^0 = -\frac{4k^{3/2}(1 - k)}{1 + k}.$$

Траектория X (3.4) является входящей сепаратрисой особой точки Y_1 и соответствует собственному числу λ_-^0 . При $k < 1/3$, $\lambda_-^0 < \lambda_-^0$; вследствие этого все траектории, идущие в окрестности сепаратрисы X (кроме сепаратрис, отвечающих собственному числу λ_-), входят в линию I , касаясь собственных направлений, отвечающих λ_- . Взаимное расположение этих направлений и линии Y показано на рис. 2. Очевидно, что некоторый отрезок линии Y в окрестности Y_1 ($M=1$) будет целиком пересечен траекториями, двигающимися ранее в окрестности траектории X .

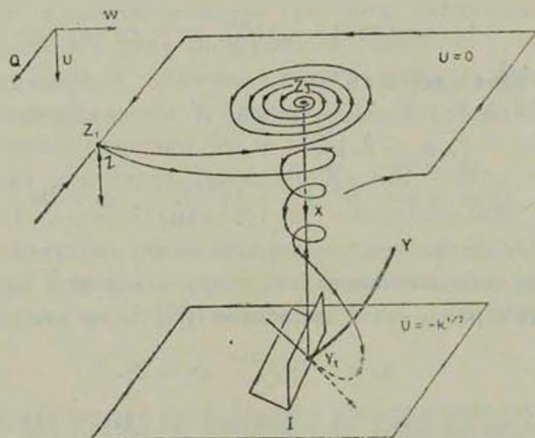


Рис. 2. К решению задачи о взрыве звезды в общей теории относительности при $k < 1/3$.

В работе [11] показано, что в окрестности траектории X (обозначенной в [11] L_3) находится обмотанная вокруг X бесконечное число раз двумерная сепаратриса Z особой точки Z_1 ($w=u=0$, $Q/u = -3(1+k)(1+3k)^{-1}$). Вследствие этого при $k < 1/3$ имеется бесконечное число решений задачи о взрыве звезды, продолжающихся до центра симметрии, отвечающих числам Маха $M_i \rightarrow 1$ ($Y(M_i)$ — точки пересечения двумерной сепаратрисы Z с линией Y). Решения, отвечающие числам Маха M : $M_i > M > M_{i+1}$ являются сепаратрисами особых точек линии I_1 ($u=w=0$, $0 \leq Q < 1$). Эти решения можно рассматривать как решения с расширяющейся пустотой, поскольку: а) поверхность $u=0$ является сохраняющейся при движении границы газа и б) эти решения в координатах (3.6) можно непрерывно склеить с пространством Минковского. Отметим, что, как показано в [11], колебаниям траектории в окрестности особой точки Z_1 отвечают радиальные колебания газа в системе отсчета (3.6). Поэтому в каждом решении задачи о взрыве звезды при $k < 1/3$, отвечающим числу Маха

движения ударной волны M , газ совершает некоторое конечное число колебаний $N(M)$, причем $N(M) \rightarrow \infty$ при $M \rightarrow 1$.

Проведенные построения указывают на глубокую аналогию между решением задачи о взрыве звезды в общей теории относительности при $k < 1/3$ и решением этой задачи в классической теории при $\gamma < \gamma_2$, $\omega < 5/2$ (см. раздел 2, рис. 1с и рис. 2).

Эта аналогия усиливается тем обстоятельством, что решения Фридмана

$$ds^2 = dt^2 - t^{2\beta} (dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)),$$

$$\beta = 2(3(1+k))^{-1}, \quad \varepsilon = Ct^{-2} \quad (3.7)$$

при всех k также являются автомодельными решениями с автомодельной переменной $\tau = rt^{\beta-1}$ (этот факт при $k = 1/3$ использовался в работах [12, 13]). В координатах (3.3) решение (3.7) является сепаратрисой особой точки Z_1 :

$$Q = \frac{u}{(\beta-1) - \beta u^2}, \quad w = -\frac{2\beta u^2}{(\beta-1) - \beta u^2}$$

и вполне аналогично следующему точному решению системы (1.8) (при $\gamma = 2(\omega-1)/\omega$): $V = 2/3$, $M = 2/9$. Это решение выходит из особой точки Z_1 и плотность газа в нем, так же, как и в решении Фридмана, постоянна по пространству: $\rho = (6\pi G t^2)^{-1}$.

Автор выражает глубокую благодарность Я. Б. Зельдовичу за плодотворное обсуждение результатов работы.

Институт теоретической
физики АН СССР

SELF-SIMILAR MOVEMENTS OF GAS IN STARS

O. I. BOGOYAVLENSKY

A model of star explosion is studied in classical and in general relativity theories. A number of new solutions has been found in which radial oscillations of gas arise after shock wave passing. Conditions of formation of expanded vacuum within gas have been investigated.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. A. Carrus, P. A. Fox, F. Haas, Z. Kopal, Ap. J., 113, 496, 1951.
2. Л. И. Седов, Методы подобия и размерности в механике, Наука, М., 1954, 1977.
3. Э. А. Дибай, С. А. Каплан, Размерности и подобие астрофизических величин, Наука, М., 1976.
4. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Теория тяготения и эволюция звезд. Наука, М., 1971.
5. С. Чандраскар, Введение в учение о строении звезд, ИЛ, М., 1950.
6. С. Росселанд, Теория пульсаций переменных звезд, ИЛ, М., 1952.
7. Д. К. Надёжин, Астрон. ж., 45, 1166, 1968.
8. О. И. Богоявленский, Письма ЖЭТФ, 27, 91, 1978.
9. J. R. Oppenheimer, G. Volkoff, Phys. Rev., 55, 374, 1939.
10. В. А. Скрипкин, ПМТФ, 4, 3, 1960; Астрон. ж., 38, 192, 1961.
11. О. И. Богоявленский, ЖЭТФ, 73, 1201, 1977.
12. M. E. Cahill, A. H. Taub. Comm. Math. Phys., 21, 1, 1971.
13. Н. Р. Субятуллин, О. Ю. Динариев, ЖЭТФ, 73, 1599, 1977.
14. G. Taylor, Proc. Roy. Soc., London, A 201, 192, 1950.
15. С. И. Анисимов, Я. Б. Зельдович, Письма ЖТФ, 3, 1081, 1977.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.877

К ВОПРОСУ О ПРОИСХОЖДЕНИИ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Ю. К. МЕЛИК-АЛАВЕРДЯН

Поступила 6 октября 1977

В работе показано, что данные о наблюдаемой распространенности изотопов свидетельствуют о преимущественной роли в их образовании процессов β^- -распада, а не нейтронного захвата.

В настоящее время распространено мнение, что образование элементов с $A \geq 60$ связано главным образом с нейтронным захватом в звездах [1]. При этом для объяснения наблюдаемой распространенности изотопов привлекаются два процесса нейтронных захватов: медленный и быстрый. Так, например, образование Pb^{207} объясняется медленным нейтронным захватом, а образование Zr^{91} — быстрым. Для эффективного протекания медленного нейтронного захвата необходимо примерно 50 нейтронов на каждый атом кремния, а для быстрого нейтронного захвата требуется примерно 10^{24} нейтронов на $см^3$. Считается, что в процессе медленного захвата участвуют нейтроны, которые могут возникнуть в реакциях соединения He^4 с C^{13} , O^{17} , Ne^{21} , Mg^{25} или Mg^{26} . Ответственность за осуществление быстрого нейтронного захвата возлагается обычно на вспышки сверхновых. Основанием для этого послужил факт экспоненциального падения светимости сверхновых 1-го типа с уменьшением светимости вдвое, как считалось, за 55 дней, что привело к появлению гипотезы об образовании при взрывах сверхновых больших количеств Cf^{254} , период полураспада которого, согласно первоначальным измерениям, оценивался в 55 дней. Однако впоследствии было установлено, что период полураспада Cf^{254} составляет 60.5 ± 0.2 дня [2], что лишило предположение о быстром нейтронном захвате в звездах наблюдательной предпосылки.

Наблюдательным тестом проверки гипотезы о нейтронном захвате может служить сопоставление наблюдаемых распространенностей изотопов с их сечениями нейтронных захватов. Эти сечения измерены для большого числа изотопов в случае захвата тепловых нейтронов и могут быть экстраполированы на большие энергии нейтронов обратно пропорционально энергии [3]. Наблюдаемые распространенности [4] изотопов от Cd до Bi с измеренными сечениями нейтронных захватов приводятся в табл. 1, где в первом столбце указан символ химического элемента, во втором — атомный вес изотопа, в третьем — логарифм распространенности по отношению к кремнию, в четвертом — химический символ экранирующего изотопа, в пятом — логарифм сечения радиационного нейтронного захвата тепловых или реакторных нейтронов. Для проверки роли предполагаемых нейтронных захватов в образовании этих изотопов был вычислен коэффициент корреляции этих величин

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}.$$

Оказалось, что коэффициент корреляции r равен -0.13 ± 0.20 , при коэффициенте доверия 95% [5]. Следовательно, роль нейтронных захватов, если они и имеют место, в образовании этих изотопов не представляется значительной.

Рассмотрим теперь отдельно изотопы, которые могли бы образоваться путем медленного нейтронного захвата, исключив, так называемые, «обойденные» изотопы и изотопы, для образования которых необходимо привлечение быстрых нейтронных захватов. И в этом случае вычисление коэффициента корреляции не подтверждает существование нейтронных захватов в масштабе, необходимом для образования изотопов: коэффициент корреляции $r = -0.3 \pm 0.3$. Построенная методом наименьших квадратов линия регрессии дает $N \sim \tau^{-0.15}$, а не $\sim \tau^{-1}$ как должно было быть в случае образования изотопов путем захвата нейтронов.

Обратимся теперь к гипотезе образования химических элементов путем деления и β^- -распада массивных сгустков ядерной материи [6]. На возможность осуществления такого рода процессов в космических масштабах указал В. А. Амбарцумян, предположивший, что хорошо известное явление вспышек звезд, заключающееся в быстром и значительном увеличении их светимости, связано с распадом сверхплотного дозвездного вещества, представляющего собой неизвестную в настоящее время форму материи, способную длительное время находиться в стабильном состоянии и переходить в обычное состояние с выделением огромной энергии [7].

Если принять эту точку зрения, то следует ожидать, что осколки дозвездного вещества при его распаде превратятся преимущественно в изо-

Таблица 1

Эле- мент	A	$\lg \frac{N}{N_{Si}}$	Экранирую- щий элемент	$\lg \tau$	Эле- мент	A	$\lg \frac{N}{N_{Si}}$	Экранирую- щий элемент	$\lg \tau$
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Cd	106	-0.46	Pd	0.00		132	1.49		-0.70
	108	-0.60	Pd			134	1.08		-0.70
	110	0.56	Pd	1.70		136	1.01		-0.82
	111	0.56			Cs	133	1.16		1.46
	112	0.83				130	-0.91	Xe	0.48
	113	0.54		4.25		132	-0.93	Xe	0.78
	114	0.91				134	0.47	Xe	
	116	0.33		0.15		135	0.90		
In	113	-0.63	Cd	0.30		136	0.97	Xe	
	115	0.73		0.72		137	1.14		
	112	-0.42	Cd	0.04		138	1.94		0.70
	114	-0.59	Cd		La	138	-1.95	Ba	
	115	-0.88	In			139	1.10		0.93
	116	0.73	Cd		Ce	136	-1.42	Ba	
	117	0.46				138	-1.31	La	-0.40
	118	0.95		-0.66		140	1.24		-0.57
	119	0.51				142	0.34		-0.07
	120	1.00			Pr	141	0.66		1.05
Sb	122	0.25		-0.52	Nd	142	0.79	Ce	1.08
	124	0.35		-0.22		143	0.44		2.38
	121	0.70		0.83		144	0.74		1.18
	123	0.58		-1.52		145	0.28		1.48
Te	120	-1.06	Sn	1.83		146	0.59		0.26
	122	0.44	Sn	0.43		148	0.11		0.57
	123	0.00	Sb	2.59		150	0.11		1.65
	124	0.72	Sn	0.81	Sm	144	-0.51	Nd	
	125	0.90		0.18		147	0.16		
	126	1.32		-0.10		148	-0.04	Nd	
	128	1.59		-0.89		149	0.09		4.70
	130	1.58		-0.66		150	-0.14	Nd	
I	127	1.35	Te			152	0.42		2.18
Xe	124	-0.96	Te			154	-0.66		0.74
	126	-0.99	Te		Eu	151	0.16		3.95
	128	0.34		0.70		153	0.20		2.62
	129	1.48		1.65	Ge	152	-1.54	Sm	
	130	0.67	Te	0.70		154	-0.61	Sm	
	131	1.39		2.08		155	0.22		2.84

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
	156	0.37				182	0.02		
	157	0.25		5.08		183	-0.25		
	158	0.45		0.60		184	0.08		0.32
	160	0.39		-0.82		186	0.05		1.60
	159	0.25			Re	185	0.47		2.00
Dy	156	-2.20	Gd			187	0.70		1.87
	158	1.96	Gd		Os	184	-2.34	W	1.30
	160	-0.56	Gd			186	-0.40	W	
	161	0.36				187	-0.38	Re	
	162	0.49				188	0.52		
	163	0.48				189	0.61		
	164	0.53		3.48		190	0.82		0.00
Ho	165	0.39				192	1.01		0.20
Er	162	-2.16	Dy		Ir	191	0.79		2.42
	164	-0.99	Dy			193	0.99		2.12
	166	0.36			Pt	190	-2.51	Os	
	167	0.22				192	-0.41	Os	1.95
	168	0.27				194	1.22		
	170	-0.01				195	1.23		
Tm	169	0.08				196	1.11		0.04
Yb	168	-2.08	Er	4.48		198	0.56		0.59
	170	-0.74	Er		Au	197	0.66		1.98
	171	0.06			Hg	196	-2.05	Pt	3.49
	172	0.12				198	-0.25	Pt	
	173	-0.01				199	-0.02		3.40
	174	0.28		1.78		200	0.12		
	176	-0.10		0.81		201	-0.12		
Lu	175	0.05		1.40		202	0.23		0.48
	176	-1.53	Yb	3.60		204	-0.41		-0.37
Hf	174	-2.38	Yb		Tl	203	0.02		0.90
	176	-0.93	Yb			205	0.40		-1.00
	177	-0.37		2.70	Pb	204	-0.37	Hg	
	178	-0.21				206	0.89		
	179	-0.20				207	-0.17		
	180	-0.09		1.00		208	1.22		-3.22
Ta	181	0.75		0.32	Bi	209	0.50		-1.50
W	180	-2.31	Hf	0.30					

топы, представляющие собой завершение цепочек β^- -распадов. И, наоборот, тех изотопов, которые защищены от цепочек β^- -распадов другими стабильными изотопами, должно образоваться меньше. В табл. 1 такие «защищенные» изотопы отмечены указанием экранирующего изотопа. Так, например, Te^{120} защищен от цепочки β^- -распадов изотопом Sn^{120} , изотоп Xe^{124} — изотопом Te^{124} , изотоп Ba^{130} — изотопом Xe^{130} и т. д. Рассмотрим теперь наблюдаемые распространенности защищенных и незащищенных изотопов. Распределение распространенностей для этих двух групп изотопов в отдельности приводится в табл. 2, где в первом столбце указан интервал относительных распространенностей, во втором — количество защищенных от цепочек β^- -распадов изотопов в данном интервале, в третьем — та же величина в процентах к общему числу защищенных изотопов.

Таблица 2

$\lg \frac{N}{N_{\text{St}}}$	n_z	$n_z \%$	n_n	$n_n \%$
$-3.0 \div -2.5$	1	2	0	0
$-2.5 \div -2.0$	7	15	0	0
$-2.0 \div -1.5$	2	4	0	0
$-1.5 \div -1.0$	8	17	0	0
$-1.0 \div -0.5$	12	26	3	3
$-0.5 \div 0.0$	5	11	18	19
$0.0 \div 0.5$	5	11	37	38
$0.5 \div 1.0$	5	11	22	23
$1.0 \div 1.5$	0	0	15	16
$1.5 \div 2.0$	1	2	1	1

В четвертом и пятом столбцах приводятся те же величины, что во втором и третьем столбцах соответственно, но для незащищенных от β^- -распада изотопов. Из этой таблицы видно, что сравнительно малые распространенности почти исключительно имеют защищенные изотопы. Так, $\lg N \leq -0.5$ имеют 64% защищенных от β^- -распада изотопов и всего 3% — незащищенных. Это дает основание полагать, что в образовании данных изотопов основную роль играет β^- -распад, а не нейтронный захват. Сравнение продуктов выхода β^- и β^+ -распадов показывает, что осколки деления дозвездного вещества содержат преимущественно нейтроны, а относительное число протонов не превышает 40—45%.

Исходя из приведенных выше соображений, можно сделать вывод, что решению вопроса о происхождении химических элементов может содействовать изучение вспыхивающих звезд, а также звезд с повышенным со-

держанием продуктов распада нестабильных изотопов, например, элементов с $A \approx 90$ и $A \approx 140$, а также содержащих в атмосфере нестабильные изотопы.

В заключение приношу благодарность академику В. А. Амбарцумяну и профессору Г. С. Саакяну за обсуждение и ценные замечания.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ON FORMATION OF ELEMENTS

Yu. K. MELIK-ALAVERDIAN

It has been shown that data about the abundance of the elements with $A > 60$ testify to the formation of these elements by means of β^- decay rather than neutron capture.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. G. Cameron, *Ap. J.*, 121, 144, 1955.
2. L. Philips, R. C. Gatt, R. Brandx, S. G. Thompson, *J. Inorg. Nucl. Chem.*, 25, 1085, 1963.
3. Э. Сегре. Экспериментальная ядерная физика, ИЛ, М., 1955.
4. H. Suess, H. C. Urey, *Revs. Mod. Phys.*, 28, 53, 1956.
5. Л. Н. Большев, Н. В. Смирнов, Таблицы математической статистики, Наука, М., 1965.
6. M. G. Mayer, E. Teller, *Phys. Rev.*, 76, 1226, 1949.
7. В. А. Амбарцумян, *Астрофизика*, 7, 557, 1971.
8. Paul W. Merrill, *Ap. J.*, 116, 21, 1952.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.163

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

КОЛОРИМЕТРИЯ КОМЕТАРНОЙ ТУМАННОСТИ ПАРСАМЯН 21

Кометарные туманности, как известно, имеют форму кометы. Наиболее ярким и интересным представителем этого класса объектов является хаббловская туманность NGC 2261. Несмотря на то, что к настоящему времени обнаружено несколько десятков объектов, которых по внешней форме относят к кометарным, в действительности многие из них по своим физическим характеристикам не являются кометарными. Поэтому для понимания механизма свечения кометарных туманностей представляет определенный интерес изучение тех из них, которые по своим физическим характеристикам наиболее близки к туманности NGC 2261.

Одной из туманностей, которая по своей внешней форме подходит к классическому определению кометарных туманностей, является туманность Парсамян 21 [1]. Она находится в созвездии Орла, в богатом звездами поле (рис. 1).

Начиная с 1966 г., туманность с перерывами наблюдалась на 40" телескопе системы Шмидта Бюраканской обсерватории одним из авторов (Э. С. П.). Снимки туманности были получены в лучах U, B, V. В качестве звезд сравнения были использованы внефокальные изображения NPS.

В табл. 1 приводятся данные об измеренном наблюдательном материале.

Кометарная туманность Парсамян 21 имеет видимые размеры вдоль оси конуса $1'1$, конус туманности узок ($\sim 15''$) и напоминает, особенно западная часть, выброс из ядра. На Паломарских картах видно, что некоторые детали, заметные в синих, не видны в красных лучах. Так, в синих лучах на расстоянии $0'5$ от туманности наблюдается наложение на основную туманность слабого туманного кольца.

Центральная часть туманности вдоль оси конуса имеет меньшую плотность, чем граничная западная, так же, как восточная у NGC 2261. Из-за малых размеров и плотности туманности нам удалось измерить лишь наиболее яркие части туманности, прилегающие к ее вершине. Туманность измерялась на микрофотометре «Шнелл» с диафрагмой, равной $94 \square''$. Измерения проделаны с точностью до $0^m 1$.

Таблица 1

№ пластины	Сорт пластины	Фильтр	Эксп. (мин)	Дата
50	Orwo Zu-2	UG 2	85	13. VIII. 1966
54	"	"	85	14. VIII. 1966
22	"	BG 13	45	25. VII. 1966
42	"	"	2	10. VIII. 1966
61	"	"	45	15. VIII. 1966
95	"	"	3	2. VIII. 1967
106	"	"	30	11. VIII. 1967
190	"	"	20	18. VII. 1968
236	"	"	20	27. VII. 1968
300	Kodak 103aO	"	20	4. VIII. 1975
301	"	"	20	4. VIII. 1975
17	Kodak OAD	GG 11	30	23. VII. 1966
28	"	"	5	26. VII. 1966
35	"	"	45	6. VIII. 1966
58	"	"	45	15. VIII. 1966
98	Orwo ZP3	"	4	2. VIII. 1967

В табл. 2 приведены последовательно величины $B/\square''$, $U-B$, $B-V$ в пяти областях, отмеченных на рис. 1 крестиками. Используемые нами комбинации пластинок и фильтров дают цветовые системы, совпадающие с системой UB $\bar{V}$.

Таблица 2

Измер. точки	$B/\square''$	$U-B$	$B-V$
1	$23^m 23$	$0^m 30$	$1^m 20$
2	23.32	0.20	1.31
3	23.63	-0.19	1.42
4	23.66	-0.24	1.74
5	23.79	—	1.14

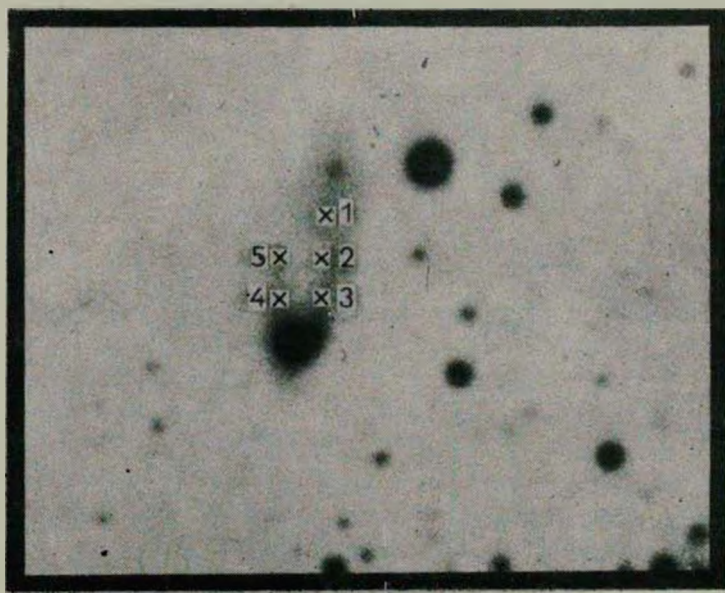


Рис. 1. Кометарная туманность Парсамян 21, снятая на ЗТА-2.6 м Бюраканской астрофизической обсерватории на пластинках Zi-2 с экспозицией 30^m , масштаб $2''/\text{мм}$. Север — сверху, восток — слева.

К ст. Э. С. Парсамян, В. М. Петросян

Интегральный цвет туманности на расстоянии до $30''$ от звездообразного ядра имеет средние значения $\overline{B-V} = 1^m37$, $\overline{U-B} = 0^m05$.

В спектре ядра, полученном Дибеем и Есиповым [2], наблюдается слабая эмиссия H_α , а H_β и H_γ находятся в поглощении. По определению Дибая и Есипова звездообразное ядро спектрального класса $A5e\alpha$, $m_{pg} = 13^m5$.

Звездные величины ядра в лучах В и V по нашим измерениям приведены в табл. 3.

Таблица 3

	1966	1967	1977
m_B	14.8	14.1	13.6
m_V	14.0	13.7	

Они показывают, что ядро туманности является переменным объектом. Приведенные данные не исправлены за общее поглощение, которое в этой области порядка 0^m8-1^m0 [3].

С целью обнаружения переменности самой туманности сравнивались пластинки № 22, 61, 190, 236, 300, 301, однако обнаружить переменность не удалось. Возможно, что для этого нужны наблюдения многих лет.

Инфракрасные наблюдения кометарной туманности Парсамян 21 были проведены Коэном [4]. Эти наблюдения относятся к туманному пятну, находящемуся у апекса. Распределение энергии по [4] у 10 μ к и 18 μ к плоское. По инфракрасному показателю цвета $K-L = 2^m3 \pm 0^m25$ звезда относится к типу II по классификации Коэна, к которому он также относит звезды, связанные с туманностями NGC 2261, Парсамян 17 и 18.

Если бы в туманности имело место чистое отражение, то выполнялось бы неравенство [5]:

$$m_T - m_* \geq -5 \lg \sin \frac{\alpha}{4}, \quad (1)$$

где $m_T = 16^m5$ — интегральная яркость измеренной части туманности, $m_* = 13^m6$ — яркость звезды, $\alpha \sim 15^\circ$ — угол раствора кометарной туманности.

Соотношение (1) для туманности Парсамян 21 нарушается больше, чем на 3^m , т. е. туманность, если бы она была отражательной, в интегральном цвете должна была быть на 3^m слабее. Если учесть, что нами измерены только наиболее яркие части туманности, то нарушение неравенства для всей туманности должно быть больше. Полученные нами результаты дают основа-

ние думать, что туманность Парсамян 21 близка по своим физическим характеристикам к кометарной туманности NGC 2261.

Считаем своим приятным долгом поблагодарить А. Амирханяна за снимок туманности на ЗТА-2.6 м Бюраканской астрофизической обсерватории и Н. Меликяна за наблюдения туманности, проведенные в 1975 г.

Colorimetry of the Cometary Nebulae Parsamian 21. It has been shown that Parsamian 21 has a variable star-like nucleus and very similar in physical features to cometary nebula NGC 2261.

18 мая 1978

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

Э. С. ПАРСАМЯН,
В. М. ПЕТРОСЯН

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. С. Парсамян, Изв. АН Арм. ССР, сер. физ.-мат. наук, 18, 146, 1965.
2. Э. А. Дибай, в сб. «Звезды, туманности, галактики», Ереван, 1969, стр. 165.
3. Т. А. Уранова, Сообщ. ГАИШ, № 163, 35, 1970.
4. M. Gohert, P. A. S. P., 86, 813, 1974.
5. Э. С. Парсамян, Сообщ. Бюраканской обс., 32, 3, 1963.

УДК 523.87

О НЕКОТОРЫХ ИЗМЕНЕНИЯХ В СПЕКТРЕ R MON

Спектр R Моп подвержен заметным изменениям, которые неоднократно описывались [1—3]. По-видимому, эти изменения связаны с переменностью физических условий в оболочке этого объекта, и накопление данных о них было бы ценным для уточнения параметров оболочки. Ниже приводится еще один пример подобных изменений.

28 марта 1978 г. с помощью телескопа ЗТА-2.6 м и дифракционного спектрографа УАГС в фокусе Нэсмита получена спектрограмма R Моп (номер U 36, эмульсия 103a0, экспозиция 75 мин) с дисперсией 133 Å/мм. По линиям спектра сравнения разрешение было оценено в 2.5—3 Å. От спектрограмм, описанных в [3], она отличается наличием сильных запрещенных линий ионизованного железа (наиболее сильные линии мультиплетов 21F и 7F). На рис. 1 приведены для сравнения регистрограммы пластинок Pe 10399 [3] и U 36. Указаны линии [Fe II] и некоторые другие. Наиболее сильна линия λ 4244, сравнимая по интенсивности с линией

4233 Fe II (27). Как на пластинке Pe 10399, так и на остальных спектрограммах R Mon, которыми мы располагали, линии [Fe II] были значительно слабее. Они даже не были включены в список отождествленных линий [3], так как их наличие вызывало сомнения. Линии [Fe II] отмечались ранее в спектре R Mon [4, 5], но их интенсивность была мала относительно Fe II [4].

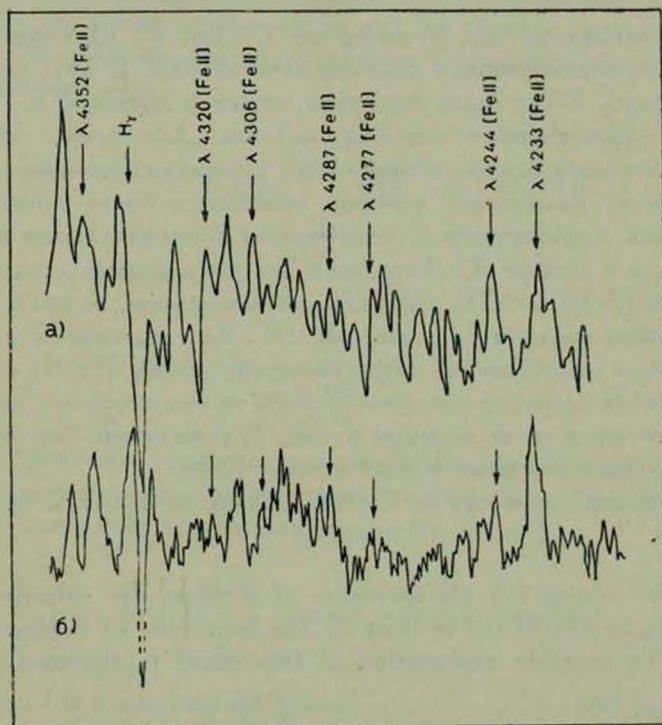


Рис. 1. Регистрограммы спектров U 36 (а) и Pe 10399 (б). Спектральная область λ 4360— λ 4220 Å.

Присутствие запрещенных линий ионизованного железа и, в частности λ 4244, позволяет применить теорию Виотти [6] для оценки n_e в оболочке R Mon. Можно предполагать, что линии [Fe II] возникают там же, где и линии Fe II, а последние принято относить к хромосфере. Другие запрещенные линии — [S II] и [O I], имеющиеся в спектре R Mon, образуются в более удаленных частях оболочки. В этом случае коэффициент дилуции W для линий Fe II и [Fe II] будет порядка 10^{-3} — 10^{-4} . Тогда ионы железа будут находиться в радиативном режиме, если $n_e \leq 10^9$, и в столкновительном, если $n_e > 10^{11}$ [6] (T_e принята 10^4 K). Как показано там же, в первом случае отношение

λ 4244/ λ 4233 не зависит от n_e и обратно пропорционально W . Тогда для объяснения усиления линий [Fe II] можно предположить, что произошло расширение излучающей области до $W \approx 10^{-4}$, чему соответствует $R/R_* = 50$. Во втором случае отношение интенсивностей линий, наоборот, зависит от n_e , а не от W . При этом λ 4244/ λ 4233 ≈ 1 при $n_e = 10^{11}$, а так как линии [Fe II] в основном слабее Fe II в спектре R Mon, то n_e должна быть еще выше. Тем не менее, такая плотность отмечалась, например, для хромосферы RU Lup [7, 8], и линии [Fe II] действительно очень слабы в спектре этой звезды. С другой стороны, для хромосферы T Tau было получено меньшее значение n_e — порядка 10^9 [9], что соответствует первому случаю. Для зоны, переходной между радиативным и столкновительным режимами, зависимость отношения линий от физических условий становится более сложной [6], и для получения однозначного ответа нужны дополнительные данные.

Поскольку в спектре RU Lup слабы все запрещенные линии [7], а у R Mon линии [S II] и [O I] сравнительно интенсивны, то представляется более вероятным меньшее по сравнению с RU Lup значение n_e в оболочке последней. Если возрастание интенсивностей линий [Fe II] произошло из-за увеличения размеров оболочки R Mon, то это, вероятно, должно было бы отразиться и на ее видимом блеске. К сожалению, нам неизвестны фотометрические наблюдения R Mon за март 1978 г.

Выражаю благодарность А. С. Амирханяну за большую помощь при наблюдениях.

On some changes in the spectrum of R Mon. The relative increase of intensities of [Fe II] (21 F) lines in the spectrum of R Mon has been observed. The possible explanation of this event is discussed.

15 июня 1978

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

Т. Ю. МАГАКЯН

ЛИТЕРАТУРА

1. J. L. Greenstein, Ap. J., 107, 375, 1948.
2. G. H. Herbig, Ap. J., 152, 439, 1968.
3. Дж. Л. Гринштейн, М. А. Казарян, Т. Ю. Магакян, Э. Е. Хачикян, Астрофизика, 12, 587, 1976.
4. A. H. Joy, Ap. J., 102, 168, 1945.
5. A. Stockton, D. Chesley, S. Chesley, Ap. J., 199, 406, 1975.
6. R. Viotto, Ap. J., 204, 293, 1976.
7. G. F. Gahm, H. L. Nordh, S. G. Olofson, N. Carlborg, Astron. Astrophys., 33, 299, 1974.
8. R. E. Gershberg, L. Luud, Preprint No. 7, Tartu Astrophys. Obs., 1975.
9. R. D. Schwartz, Ap. J., 191, 419, 1974.

УДК 523.035

О ЗАДАЧАХ ПЕРЕНОСА В БЕСКОНЕЧНОЙ СРЕДЕ

В настоящей заметке предлагается один вариант установления связи между задачами переноса излучения в бесконечной и полубесконечной средах. Мы проиллюстрируем наш подход на примере задач переноса, которые в случае бесконечной среды сводятся к решению скалярных интегральных уравнений вида

$$S(\tau) = S_0(\tau) + \int_{-\infty}^{\infty} K(|\tau - \tau'|) S(\tau') d\tau', \quad (1)$$

где

$$K(\tau) \geq 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} K(|\tau|) d\tau = \lambda \leq 1. \quad (2)$$

К таким уравнениям сводятся задачи когерентного или полностью некогерентного изотропного рассеяния в однородном пространстве. В обоих случаях $K(\tau)$ допускает представления вида (см. [1, 2])

$$K(\tau) = \int_a^b e^{-\tau s} d\sigma(s), \quad 0 \leq a < b \leq \infty. \quad (3)$$

Перепишем (1) в операторной форме:

$$(I - K) \cdot S = S_0,$$

где I — единичный оператор, а K — интегральный оператор на оси с ядром $K(|\tau - \tau'|)$, то есть

$$(Kf)_{(\tau)} = \int_{-\infty}^{\infty} K(|\tau - \tau'|) f(\tau') d\tau'.$$

Рассмотрим следующую задачу: найти функцию $U(\tau) \in L_1(0, \infty)$ такую, чтобы оператор $I - K$ был представлен в виде произведения

$$I - K = (I - L_-)(I - L_+), \quad (4)$$

где $L_{\pm}$ интегральные операторы вида

$$L_+ f = \int_{-\infty}^{\tau} U(\tau - t) f(t) dt,$$

$$L_- f = \int_{\tau}^{\infty} U(t - \tau) f(t) dt.$$

Раскрывая равенство (4) с учетом правила композиции ядер при умножении интегральных операторов, приходим к следующему нелинейному функциональному уравнению относительно $U(\tau)$:

$$U(\tau) = K(\tau) + \int_a^{\infty} U(t) U(\tau + t) dt, \quad \tau > 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) совпадает с уравнением факторизации (4) работы [3]. Итак, путем решения уравнения (5) решается задача переноса не только в полубесконечной, но и в бесконечной среде.

Уравнение (5) подробно изучено в [3], где также указано на его связь с уравнением Амбарцумяна: если $K(\tau)$ допускает представления вида (3), то

$$U(\tau) = \int_a^b e^{-\tau \varphi(s)} d\sigma(s), \quad (6)$$

где φ удовлетворяет уравнению Амбарцумяна

$$\varphi(s) = 1 + \int_a^b \frac{\varphi(s) \varphi(s')}{s + s'} d\sigma(s'). \quad (7)$$

Перейдем к уравнению (1). Его решение имеет вид

$$S(\tau) = S_0(\tau) + \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\tau - t) S_0(t) dt, \quad (8)$$

где $\Gamma(\tau) = \Gamma(-\tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\Gamma(\tau) = K(|\tau|) + \int_{-\infty}^{\infty} K(|\tau - t|) \Gamma(t) dt. \quad (9)$$

При $K(\tau) = (\lambda/2) E_1(\tau)$ уравнение (9) было получено в [4] при решении задачи о точечном источнике в бесконечной среде.

Факторизация (4) сводит (8) к уравнениям

$$F(\tau) = K(|\tau|) + \int_{-\infty}^{\infty} U(t - \tau) F(t) dt, \quad (10)$$

$$\Gamma(\tau) = F(\tau) + \int_{-\infty}^{\tau} U(\tau - t) \Gamma(t) dt. \quad (11)$$

В теории переноса в полубесконечной среде одной из основных функций является $\Phi(\tau)$, определяемая из уравнения

$$\Phi(\tau) = U(\tau) + \int_0^{\tau} U(\tau - t) \Phi(t) dt, \quad \tau > 0. \quad (12)$$

Перепишем (10) в виде

$$F(\tau) = K(|\tau|) + \int_0^{\infty} U(t) F(\tau + t) dt. \quad (13)$$

Сравнивая (13) с (5) и (11), получаем

$$F(\tau) = \begin{cases} U(\tau) & \text{при } \tau > 0, \\ \Phi(-\tau) & \text{при } \tau < 0. \end{cases} \quad (14)$$

Решение уравнения (11) имеет вид

$$\Gamma(\tau) = F(\tau) + \int_{-\infty}^{\tau} \Phi(\tau - t) F(t) dt. \quad (15)$$

С учетом четности функции $\Gamma(\tau)$ и формулы (14) получаем искомую формулу

$$\Gamma(\tau) = \Phi(\tau) + \int_0^{\infty} \Phi(t) \Phi(\tau + t) dt, \quad \tau > 0. \quad (16)$$

В частном случае задачи когерентного рассеяния формула (16) была получена в [2], исходя из физических соображений.

Уравнение (1) относится к простейшим уравнениям в свертках и допускает замкнутое аналитическое решение с помощью преобразования Фурье.

рье. Однако численные расчеты по этим формулам, как правило, сопряжены с большими аналитическими трудностями ввиду быстрой осцилляции подынтегральных функций. Иногда удается избежать этих трудностей путем перехода к новым интегралам с подынтегральными функциями более «спокойного» поведения.

Результаты настоящей заметки позволяют использовать решение полубесконечной задачи для решения аналогичной задачи в бесконечной среде. Установление связи между двумя задачами позволит также контролировать точность приближенного решения полубесконечной задачи путем вычисления с его помощью некоторых характеристик поля излучения в бесконечной среде, которые легко могут быть найдены непосредственно.

Описанный выше подход предполагается применить к задачам некогерентного рассеяния с общим законом перераспределения.

В заключение автор выражает благодарность Н. Б. Енгибаряну за постановку задачи и ценные указания.

On the transfer problems in an infinite medium. By using factorization of integral operators the relation between radiation transfer problems in an infinite and semi-infinite media is derived.

20 марта 1978

Армянский педагогический
институт им. Х. Абовяна

М. С. ГЕВОРГЯН

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
2. В. В. Иванов, Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М., 1969.
3. Н. Б. Енгибарян, А. А. Арутюнян, Мат. сборник, 97, 35, 1975.
4. В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. I, Ереван, 1960.

УДК 523.855

ИССЛЕДОВАНИЕ «ЭФФЕКТА КРАЯ ПОЛЯ» НА ОСНОВЕ ДАННЫХ МОРФОЛОГИЧЕСКОГО КАТАЛОГА ГАЛАКТИК

Использование данных Морфологического каталога галактик (МКГ) [1], составленного на основе карт Паломарского атласа неба (ПА), позволило исследовать, так называемый, «эффект края поля», который, несмотря на достоинства 48" телескопа Шмидта, должен присутствовать и в случае ПА.

Статистическим методом была изучена связь между видимостью галактики (данного блеска или морфологического класса) и положением ее на карте ПА с помощью основанного на МКГ каталога галактик на магнитной ленте [2].

С этой целью было составлено обобщенное поле (ОП), полученное суммированием видимых распределений галактик в большом количестве отдельных полей. При построении ОП случайные колебания чисел галактик взаимно компенсируются, а систематические выделяются более отчетливо.

ОП представляет собой область размерами $6 \times 6^\circ$, разделенную на неперекрывающиеся элементарные площадки $1 \times 1^\circ$. ОП составлялось из множества модифицированных полей, центры которых совпадали с геометрическим центром соответствующих карт ПА.

Изучение распределения $\sim 30\,000$ галактик МКГ выявило заметное ухудшение видимости галактик на восточном крае, а также в угловых площадках ОП. Оказалось также, что видимость галактик во всей восточной половине поля несколько хуже, чем в западной.

Явление уменьшения числа галактик с увеличением расстояния от центра пластинки, а также значительное возрастание чисел галактик в крайней восточной полосе были отмечены Шэйном и Виртаненом [3] при проведении ими подсчетов галактик.

Для выявления причины ухудшения видимости галактик к восточному краю поля была прослежена зависимость подсчетов галактик от ряда характеристик.

Заметное различие было получено при исследовании распределений галактик для каждого тома МКГ в отдельности. Наибольший эффект неоднородности, замеченный в распределении галактик для первых двух томов и в меньшей степени для IV, можно было бы объяснить за счет неравномерного включения слабых галактик с оценками звездных величин Воронцова-Вельяминова из-за ухудшения видимости галактик в отмеченных областях поля.

Анализ зависимости подсчетов галактик от звездной величины и морфологического типа показал, что найденный эффект меньше выражен у ярких галактик с величинами Цвикки [4] и с четко различимой структурой и характерен для слабых галактик с морфологией, обозначаемой в МКГ как E, N; H, N и (N).

Общее ухудшение видимости галактик в угловых площадках поля вызывается, с одной стороны, потерей в звездной величине на углах фотопластинки из-за виньетирования, оцененной в 0^m2 для звезд за пределами диаметра 5.4 по исследованию пластинок Паломарского обзора [5].

С другой стороны, небольшое искажение изображений галактик на значительном расстоянии от оптической оси возможно также уменьшает

число выявленных галактик в угловых площадках поля на пределе звездной величины каталога МКГ. Этот факт отмечался Шэйном и Виртаненом, а также Переком [6].

Таблица 1

	ОП	МКГ				n МКГ	Е галактики	N, (N) галактики
		I т.	II т.	III т.	IV т.			
χ^2 вост. кр.	84.1	59.4	65.0	14.3	12.0	60.6	24.6	71.6
χ^2 зап. кр.	52.5	27.6	24.3	16.9	7.6	24.5	2.9	42.7
л, число галактик	28946	7287	9716	6634	5309	12925	1946	8615

Для проверки статистической значимости найденного эффекта был использован критерий значимости χ^2 .

Вычисленные значения χ^2 для отмеченных областей поля в большинстве случаев распределений галактик превысили критическое значение $\chi^2 = 11.1$ (согласно Оуэну [7]) для уровня значимости $P = 0.05$, что свидетельствует о присутствии статистически значимого эффекта ухудшения видимости галактик в выделенных областях. Сравнение же значений χ^2 (табл. 1), вычисленных в отдельности для восточной и западной краевых полос поля в случае различных выборок галактик, дает возможность количественно оценить эффект восточного края.

Автор выражает глубокую благодарность Б. И. Фесенко за полезные советы и критические замечания.

On Investigation of Homogeneity of Galaxy Distribution from the Morphological Catalogue of Galaxies. Studying of counts of galaxies made in the area of 6×6 square degrees for the general field of MCG revealed statistically significant decrease of galaxy number in the Eastern edge band of the field, in some Western edge cells as well as in the corner parts.

The effect found is mainly specific to volumes I and II of MCG and to a small extent to IV one. This effect is probably due to nonuniform inclusion of elliptical and star-like galaxies fainter than $14^m.5$ in the MCG because of the deterioration of the seeing conditions of galaxies in the field places mentioned above.

5 мая 1978

Абастуманская астрофизическая
обсерватория

Н. Г. КОГОШВИЛИ

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. А. Воронцов-Вельяминов, А. А. Красногорская, В. П. Архипова, Морфологический каталог галактик, т. 1—4, 1962—1968.
2. Н. Г. Когошвили, Бюлл. Абастуманской обс., 46, 133, 1975.
3. C. D. Shane, C. A. Wirtanen, Publ. Lick Obs., 22, 1, 1967.
4. F. Zwicky, E. Herzog, P. Wild, Catalogue of Galaxies and of Clusters of Galaxies, vol. 1—6, 1961—1968, Calif. Instit. Techn.
5. National Geogr. Soc.-Pal. obs. Sky Atlas, 1954, Calif. Instit. Techn.
6. L. Perek, Bul. Astron. Inst. Czechoslov., 9, 39, 1958.
7. Д. В. Оуэн, Сборник статистических таблиц, М., 1973.

УДК 523.877

К ВОПРОСУ О ВОЗНИКНОВЕНИИ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ
ВИХРЕВОЙ СИСТЕМЫ В ЯДРАХ ПУЛЬСАРОВ

В работе [1] рассмотрена возможность генерации магнитного поля пульсаров за счет протонных сверхпроводящих квантованных вихрей.

Авторы предполагают, что протонная составляющая находится в вихревом состоянии из-за вращения, аналогично нейтронной сверхтекучей жидкости.

Согласно теории вращения сверхтекучей жидкости [2], нейтронные квантованные вихри появятся уже при вращении с частотой

$$\Omega_{c1} = \frac{\hbar}{2\pi m R_0^2} \ln \frac{R_0}{a_0}, \quad (1)$$

R_0 — радиус сосуда со сверхтекучей жидкостью, a_0 — радиус остова вихря; при $R_0 \approx 16^6$ см, $\Omega_{c1} = 10^{-14}$ сек $^{-1}$.

В работах [3, 4] получены уравнения Гинзбурга—Ландау для сверхпроводника, вращающегося с частотой $\bar{\Omega}$, которые можно свести к уравнениям для сверхпроводника в однородном магнитном поле

$$\vec{H} = \frac{2mc}{e} \vec{\Omega}. \quad (2)$$

Это говорит о том, что вращение проявляется как некоторое магнитное поле, они эквивалентны [5].

Протонная жидкость при плотностях $\sim 5 \cdot 10^{12}$ г/см 3 является лондоновским сверхпроводником, $\lambda_L = 0.9 \cdot 10^{-11}$ см, $\xi_0 = 0.9 \cdot 10^{-12}$ см.

Как известно [6], в лондоновских сверхпроводниках вихри возникают при условии $H \geq H_{c1}$, где

$$H_{c1} = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{\xi}. \quad (3)$$

Это поле эквивалентно вращению с частотой

$$\Omega_{c1} = \frac{e}{2cm} H_{c1}. \quad (4)$$

Нижнее критическое поле для протонной составляющей $H_{c1} \approx 1.6 \cdot 10^{16}$ эс, что соответствует частоте вращения $\Omega_{c1} \approx 10^{11}$ сек⁻¹. Стало быть существенная разница в условиях возникновения протонных и нейтронных вихрей обусловлена различием законов изменения плотности потоков частиц $\vec{j}$, по мере удаления от центра нити. В случае сверхтекучей, нейтральной жидкости поток спадает как $1/r$ (r — расстояние до центра нити), вихрь размыт, его взаимодействие со стенками сосуда существеннее, чем в случае сверхпроводящей заряженной жидкости, в которой при $r > \lambda$ поток спадает экспоненциально (λ — глубина проникновения магнитного поля).

В пульсарах нейтронная компонента находится в вихревом состоянии за счет вращения.

Протонные вихри при условиях, существующих в пульсарах, $H \sim 10^{12}$ эс, $\Omega \sim 10^2$ сек⁻¹, как следствие одних лишь эффектов, связанных с наличием магнитного поля и вращения, возникать не должны. Несмотря на это, протонная компонента не является полностью сверхпроводящей.

Действительно, в сердцевинах нейтронных нитей находятся нормальные нейтроны, их спин-спиновое взаимодействие с протонами ведет к распариванию последних и подавлению сверхпроводимости аналогично тому, как это происходит в случае сверхпроводника с парамагнитной примесью. Как показано в [7], критическая концентрация парамагнитной примеси, при которой исчезает сверхпроводимость, определяется из условия

$$\tau_{скр.} \approx \frac{2\tau}{\pi T_{c0}}, \quad (5)$$

где T_{c0} — критическая температура чистого образца, а $\tau_{скр.}$ — время между двумя последовательными рассеяниями протона на примеси.

Легко показать, что (5) равносильно равенству

$$l_{скр.} = v_F \tau_{скр.} = 2\pi\xi_0. \quad (6)$$

Таким образом сверхпроводимость протонов в сердцевинах нейтронных вихрей будет подавлена при концентрациях

$$n_{кр.} \simeq \frac{1}{l_{кр.} \sigma} \quad (7)$$

где σ — эффективное сечение рассеяния протонов на нейтронах при концентрациях нейтронов $\approx 10^{38} \text{ см}^{-3}$.

Используя теорию эффективного радиуса [8], получим $\sigma = 300 \text{ мбарн}$ и соответственно:

$$n_{кр.} \simeq 5 \cdot 10^{35} \text{ см}^{-3}.$$

Нейтронная жидкость сильно вырождена. Если предположить, что роль парамагнитных «примесей» играют лишь нейтроны, находящиеся вблизи поверхности Ферми, на глубине не более энергетической щели протонной компоненты, то концентрация «активных» нейтронов $n \simeq 3 \cdot 10^{35} \text{ см}^{-3}$.

При таких концентрациях парамагнитной примеси, существующих в пульсаре, магнитных полей будет достаточно для образования системы протонных вихрей, совпадающих с вихрями сверхтекучей нейтронной компоненты. В отличие от нитей в сверхпроводнике, как отмечалось в [9], нити сверхтекучей жидкости не образуют решетки, следовательно и протонные вихри будут расположены бессистемно. Возвращаясь к модели, предложенной в [1], следует отметить, что величина магнитного потока, связанного с протонными вихревыми нитями, будет определяться начальными условиями образования пульсара.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность всем участникам семинара под руководством профессора Г. С. Саакяна за полезное обсуждение работы.

On the Problem of Appearance of superconducting vortex system in the pulsar's nucleus. The work deals with possibility of appearing of proton quantised vortexes in the pulsar's nucleus in magnetic fields that are less than the first critical field, as a consequence of suppression of superconductivity in the core of neutron vortexes as a result of spin-spin neutron-proton interaction.

1 марта 1978

Кишиневский государственный
университет

В. А. ЧЕРНОБАЙ,
О. П. БЕЗЗУБ

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. М. Седралян, К. М. Шахабасян, *Астрофизика*, 8, 557, 1972.
2. И. М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Наука, М., 1971.
3. Б. Н. Веркии, И. О. Кулик, *ЖЭТФ*, 61, 2067, 1971.
4. Д. М. Седралян, Т. С. Мкртчян, К. М. Шахабасян, *Изв. АН Армянской ССР. Физика*, 11, 385, 1976.
5. Э. Штутцер, *Физика во вращающихся системах отсчета*, в сб. «Проблемы гравитации», Ереван, 1975.
6. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, М., 1968.
7. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, *ЖЭТФ*, 39, 1781, 1970.
8. В. С. Барашенков, *Сечения взаимодействия элементарных частиц*, Наука, М., 1966.
9. D. Stauffer, A. Z. Fetter, *Phys. Rev.*, 168, 156, 1968.

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 03423. Сдано в набор 11.07 1978 г. Подписано к печати 12.09 1978 г.
Тираж 955. Изд. 4853. Заказ 837. Формат бумаги $70 \times 108 \frac{1}{16}$. Печ. л. 10.75+3 вкл.
Бум. л. 5,44. Усл. печ. л. 15. Уч. изд. листов 12,06.

Издательство АН Арм. ССР, Ереван, Барекамутиян 24-г
Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Барекамутиян, 24

CONTENTS

THE DERIVATION OF THE FREQUENCY-FUNCTION OF STELLAR FLARES IN A STELLAR AGGREGATE	<i>V. A. Ambartsumian</i>	367
THE EFFECT OF ELECTRON SCATTERING ON CONTINUOUS SPECTRUM OF A STAR	<i>V. V. Sobolev</i>	383
THE DIFFUSE REFLECTION OF LIGHT FOR ARBITRARY PHASE FUNCTION	<i>A. G. Nikoghossian, H. A. Haruthyuntan</i>	393
ABOUT AN APPROXIMATE CALCULATION OF AID FUNCTIONS IN RA- DIATION TRANSPORT THEORY	<i>V. V. Gorelov, V. I. Il'yn</i>	407
P CYGNI IN FAR ULTRAVIOLET <i>V. A. Ambartsumian, L. V. Mirzoyan, T. P. Snow</i>		425
ORIGIN OF MAGNETIC FIELDS AND SUPERDENSE COSMOGONY <i>R. M. Muradian</i>		439
THE RADIO SPECTRUM OF OQ 208-MARKARIAN 668 <i>Gabriel Kojoyan, D. F. Dickinson, H. M. Tovmassian, St. Clair Dinger</i>		447
ON THE MORPHOLOGY OF COMPACT GROUPS OF COMPACT GALAXIES <i>R. K. Shahbazian, A. S. Amirkhantian</i>		455
ON THE ELLIPTICITIES OF GALAXIES IN CLUSTERS A 193 AND A 2255 <i>A. T. Kalloghlian</i>		467
THE REGULARIZATION METHOD BY CONSTRUCTING THE MASS DISTRI- BUTION MODELS OF GALAXIES	<i>S. A. Kutuzov, V. O. Sergeyev</i>	473
THE CONFIGURATIONS OF DEGENERATED MASSES ACCORDING TO BIMETRIC THEORY OF GRAVITATION <i>G. S. Sahakian, A. V. Sarkisstan, B. V. Khachatrian, E. V. Choubartan</i>		489
SELF-SIMILAR MOVEMENTS OF GAS IN STARS	<i>O. I. Bogoyavlensky</i>	501
ON FORMATION OF ELEMENTS	<i>Yu. K. Melik-Alaverdian</i>	515
NOTES		
COLORIMETRY OF THE COMETARY NEBULAE PARSAMIAN 27 <i>E. S. Parsamian, V. M. Petrosian</i>		521
ON SOME CHANCES IN THE SPECTRUM OF R MON	<i>T. Yu. Magakian</i>	524
ON THE TRANSFER PROBLEMS IN AN INFINITE MEDIUM	<i>M. S. Gevorgian</i>	527
ON INVESTIGATION OF HOMOGENITY OF GALAXY DISTRIBUTION FROM THE MORPHO- LOGICAL CATALOGUE OF GALAXIES	<i>N. G. Kogoshvili</i>	530
ON THE PROBLEM OF APPEARANCE OF SUPERCONDUCTING VORTEX SYSTEM IN THE PULSAR'S NUCLEUS	<i>V. A. Chernobay, O. P. Bessub</i>	