ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

ЕРЕВАН

„АСТРОФИЗИКА" — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство „Международная книга", Москва, 200.

«ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ»-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակվում է Հայկական ՍՍՀ Գիտությունների ակադեմիայի կողմից: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների ու միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և արտագալակտիկայի աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային սահմանակից բնագավառների գծով:

Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Հանդեսը լույս է տեսնում տարեկան 4 անգամ, 1 համարի արժեքն է 1 ռուբլի, բաժանորդագինը 4 ռուբլի մեկ տարվա համար: Բաժանորդագրվել կարելի է «Սոյուզպեչատ»-ի բոլոր բաժանմունքներում, իսկ արտասահմանում «Մեժդունարոդնայա կնիգա» գործակալության միջոցով, Մոսկվա, 200:

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

ГАЛАКТИКИ С УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫМ КОНТИНУУМОМ VIII

Б. Е. МАРКАРЯН, В. А. ЛИПОВЕЦКИЙ

Поступила 12 мая 1976

Приводится VIII список галактик, обладающих интенсивным ультрафиолетовым континуумом. Список содержит данные для 97 галактик. У 64 из них было обнаружено или заподозрено присутствие эмиссионных линий в спектре. У объектов № 704, 705 и 721 можно уверенно ожидать, а у объектов № 716 и 734 предсказывать присутствие широких эмиссионных линий, т. е. основной особенности сейфертовских галактик (их номера в списке отмечены звездочкой).

В 1973—74 гг. в Бюраканской обсерватории продолжался проводимый нами спектральный обзор неба с 40—52" телескопом системы Шмидта в комбинации с набором объективных призм. Обзор проводится с целью поиска и изучения галактик и звездообразных объектов, обладающих избыточным ультрафиолетовым излучением.

Вся методика наблюдений, поиска, изучения спектров, отбора галактик и определение их характеристик, так же, как и все обозначения в списке остались прежними и описаны в предыдущих статьях этой серии [1, 2].

За указанный период времени при наблюдениях большей частью использовались пластинки Eastman Kodak IIaF, эмульсия которых по спектральной чувствительности несколько отличается от эмульсии использованных нами ранее пластинок Kodak IIAF и Eastman Kodak IIF. У эмульсии Eastman Kodak IIaF зеленый провал немного смещен в длинноволновую часть спектра и слегка повышена чувствительность сине-фиолетовой части спектра по отношению к красной. Из-за этого искусственно увеличивается ультрафиолетовый избыток, т. е. интенсивность и величина ультрафиолетового континуума в спектрах галактик. Для сохранения однородности обзора были сделаны дополнительные снимки ряда хорошо изученных объектов предыдущих списков для разработки критериев классификации ультрафиолетового континуума галактик. Последний в обозначениях типов галактик у нас характеризуется цифрами 1, 2, 3 (по мере ослабления интенсивности) и индексами s, sd, ds, d, характеризующими степень конденсации яркости континуума галактик.

Таблица 1

СПИСОК ГАЛАКТИК С УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫМ КОНТИНУУМОМ. VIII

№	Галактика	Координаты α_{1950}	δ_{1950}	Размеры	m_{pg}	Спектральный тип
1	2	3	4	5	6	7
701	13— 5—34	6^h45^m9	+77°28′	18″×14″	15^m	ds 2e
702	—	8 42.8	+16 16	11	16	ds 3e:
703	2718	8 56.2	+ 6 30	65 ×15	15	s 2
704*	3—24—43	9 15.6	+16 31	20 ×12	15	s 1e
705*	2—24—11	6 23.3	+12 57	11	14.5	s 1e
706	—	9 31.4	+11 14	12	15	d 2
707	—	9 34.5	+ 1 20	10 ×8	16	s 2e:
708	2966	9 39.6	+ 4 54	7	15.5	s 3e
709	—	9 46.5	+17 06	6	17	sd 1e:
710	3049	9 52.2	+ 9 30	18 ×12	15	sd 1e
711	—	9 52.5	+13 40	16 × 9	15.5	ds 3e:
712	3—26— 3	9 54.0	+15 53	20 ×10	14.5	d 3e:
713	1—26— 9	9 58.1	+ 4 58	18 ×14	15	ds 2e:
714	—	10 01.5	+ 6 45	12 ×10	16	ds 3
715	—	10 02.0	+15 01	7	16	ds 2
716*	—	10 07.4	+23 20	7	16.5	sd 1e
717	2551*	10 07.9	+24 40	11	14.5	s 2e
718	1—26—18	10 09.6	+ 5 10	20 ×17	15	ds 2
719	1—26—30	10 13.4	+ 5 12	13 ×10	15.5	ds 3
720	1—26—32	10 15.0	+ 7 13	15 ×12	15.5	d 3e:
721	606*	10 20.8	+11 13	20 ×13	15	d 1e:
722	2—27—24	10 29.6	+12 19	15	15.5	d 3e:
723	—	10 34.9	+23 56	12	16	d 3
724	—	10 38.3	+21 38	8	16.5	sd 1e
725	4—25—40	10 39.0	+21 35	12	16	sd 2e
726	5—26— 3	10 43.0	+27 53	18 ×12	15	ds 2e
727	—	10 46.1	+26 19	13	15	sd 2e
728	—	10 58.4	+11 19	13 ×11	16	sd 2
729	2—29— 6	11 07.2	+13 02	15	15	d 3e:
730	—	11 10.0	+25 46	12	15.5	sd 3
731	676*	11 10.1	+ 9 20	40 ×20	14.5	ds 3
732	2637*	11 11.2	+ 9 52	18	14	s 2e
733	—	11 15.7	+22 43	12	15	d 2e:
734*	—	11 19.2	+12 01	11	15	s 1e:
735	—	11 24.8	+20 07	12	15	d 3e:

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7
736	3687	11^h25^m3	+29°47′	7″	14^m5	sd 3e
737	—	11 32.7	+31 56	10 × 8	16	d 2e:
738	—	11 33.4	+28 29	10	15	s 2e:
739	3758	11 33.8	+21 52	19 × 17	15.5	sd 2e
740	—	11 34.4	+14 40	8	16.5	sd 3e
741	4—23— 2	11 34.8	+26 02	30 × 14	13.5	d 3e::
742	—	11 35.0	+15 45	11 × 9	15	d 3
743	3773	11 35.6	+12 24	22	14	ds 2e
744	3786	11 37.0	+32 11	7	15.5	s 2e
745	3—30—33	11 37.3	+17 14	16 × 11	14.5	sd 2e:
746	—	11 38.9	+32 37	12 × 10	15	d 2
747	3—30—47	11 39.2	+16 15	16 × 10	14.5	d 2e:
748	2961*	11 45.2	+31 38	10 × 8	15	d 3
749	—	11 46.5	+15 58	6	17	d 3
750	—	11 47.4	+15 16	9	15.5	ds 2e
751	—	11 49.4	+15 38	8 × 6	16.5	d 3e:
752	0—30—33	11 50.2	+ 2 01	10	15	s 2e:
753	—	11 53.0	+13 21	7	16	ds 3
754	—	11 54.8	+ 4 48	12	15	ds 3
755	—	11 56.4	+ 2 06	12 × 9	16	d 3e
756	2—31—16	11 58.9	+14 18	16	15.5	s 2e
757	5—29— 8	12 02.7	+31 08	13	15	d 3
758	3—31—54	12 08.1	+18 09	12	15	s 2e
759	3—31—52	12 08.1	+16 18	10	14.5	sd 3e:
760	767*	12 08.5	+12 22	20 × 15	15	d 3e:
761	4174	12 09.9	+29 25	34 × 12	14	s 3e
762	—	12 10.5	+17 22	13 × 8	15.5	sd 2
763	—	12 11.6	+27 14	10	16	s 3e:
764	3078*	12 13.5	+12 58	12	15	ds 3e
765	—	12 14.1	+28 20	10	16.5	ds 1
766	4253	12 15.6	+30 05	25 × 13	14	s 2e
767	—	12 15.8	+20 26	10	15.5	d 3
768	—	12 16.5	+12 15	7	17	s 2e:
769	4383	12 22.9	+16 45	36 × 24	13	s 2e
770	5—30 —6	12 27.0	+31 44	13	15	d 3
771*	3—32—61	12 29.5	+20 25	10 × 7	15	s 1e
772	2—32— 124	12 30.0	+ 9 26	13	16	s 3
773	4509	12 30.6	+32 22	18	14.5	d 3e:

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7
774	3533*	12^h32^m5	+26°03′	12″×7″	15^m5	ds 3
775	3592*	12 34.4	+28 09	22×13	15	ds 3e:
776	3593*	12 34.4	+28 02	16×13	15	sd 3
777	—	12 35.6	+14 37	6	16	sd 2
778	0—32—31	12 36.5	+ 0 39	12	15	d 3
779	—	12 37.0	+12 43	10	16.5	sd 3e:
780	4613	12 39.0	+26 21	12×8	15.5	ds 3
781	4779	12 51.3	+10 00	47×27	14	s 2e:
782	—	12 58.3	+14 43	7	16	ds 3e:
783	—	13 00.1	+16 39	7	16	s 2e:
784	—	13 04.6	+13 21	12×9	15.5	sd 3
785	5—31—167	13 13.9	+30 31	14	15	d 3e
786	5058	13 14.1	+12 49	16	14.5	ds 2e
787	—	13 20.0	+12 57	7	16.5	s 2e
788	3—34—25+26	13 22.2	+16 23	12+12	15+15	ds 2e:+ds 2e:
789	—	13 29.9	+11 22	13×11	14.5	ds 2
790	—	13 30.0	+14 27	9×7	16.5	d 3e:
791	—	13 30.2	+10 46	7	17	s 3
792	—	13 40.1	+15 18	6	17	sd 2
793	—	13 40.7	+22 26	11	15.5	ds 3
794	—	13 42.6	+25 27	7	16	sd 2e:
795	—	13 43.9	+23 20	8×6	16.5	ds 3
796	—	13 44.4	+14 40	18×12	15	ds 2e:
797	—	13 53.3	+12 26	10	15.5	d 2

Примечания к списку

701 — Центральная часть, по-видимому, галактики типа Sa. Намечается H_α, (N_1+N_2+H_β) и, возможно, λ 3727.

702 — Сфероидальный компактный объект с выбросом на западе с двумя сгущениями.

703 — Ядро яркой SBb галактики со сложной системой спиральных рукавов. Тип и величина относятся к ядру. Размеры — вся перемычка.

704 — Сфероидальная, с ярким звездообразным ядром, имеет оболочку. В спектре наблюдается сильная H_α, распределение энергии характерно для QSO. Не вызывает сомнения наличие сейфертовских особенностей.

705 — Весьма компактная и конденсированная галактика с внешней кольцевой структурой. Четко наблюдается H_α. Весьма вероятно, что эмиссионные линии у нее широкие. VIII Zw 47.

706 — Очень компактная, но неконденсированная галактика [3].

707 — Сфероидальная, компактная и довольно конденсированная [3].

708 — Ядро спиральной галактики с перемычкой, к которому относятся приведенные данные.
709 — Очень компактный объект, практически неотличим от звезды. Имеет слабый спутник в контакте на NE и, возможно, второй на 4′ SW.
710 — Спиральная SBbc галактика. Приведенные данные относятся к центральной части. Возможно, что имеет слабое звездообразное ядро.
711 — Сфероидальный компактный объект. Имеет слабый голубой выброс к N.
712 — На 20° отклонена от оси склонения. Имеет слабые спутники в контакте на юге и, возможно, на севере.
713 — Сфероидальная, с обширной оболочкой.
714 — Сфероидальная, компактная, но мало конденсированная галактика.
715 — Сфероидальная и компактная, слабо конденсированная.
716 — Очень компактный и слабый объект. Находится в группе слабых галактик. Не исключена возможность, что имеет широкие эмиссионные линии.
717 — Компактная и конденсированная галактика с обширной оболочкой, четко наблюдается H_α.
718 — Галактика сложной структуры, слегка вытянута по ␣. Имеет два слабых спутника на севере в контакте.
719 — Сфероидальная, компактная.
720 — Овальная, со слабой протяженной оболочкой. Имеет спутник 19^m на 18″ к N.
721 — Пекулярная галактика. На западе имеет один рукав или выброс, загибающийся к северу. Возможно, имеет ядро низкой светимости. VIII Zw 74.
722 — Сферическая, со структурной оболочкой, вытянутой по ␣.
723 — Слабо конденсированная галактика с резкими границами. Овальной формы.
724 — Сферическая и весьма компактная галактика. Наблюдаются довольно сильные эмиссионные линии H_α, $(N_1+N_2+H_\beta)$ и λ 3727
725 — Малоразвитая спираль, видимо, типа Sab. В целом вся голубая. Судя по спектральному изображению, должно быть звездообразное ядро
726 — Сфероидальное образование сложной структуры. Вытянута по ␣. В спектре наблюдается H_α. Возможно присутствие звездообразного ядра низкой светимости.
727 — Сферическая компактная галактика с нерезким краем, слабо конденсирована. Haro 25 [4].
728 — Сфероидальная компактная галактика.
729 — Ядро пекулярной галактики.
730 — Сферическая, с виду компактная.
731 — Центральная часть, по-видимому, яркой спирали.
732 — Сферическая галактика со структурной оболочкой и звездообразным ядром.
733 — Сферическая, с не очень резкими краями.
734 — Компактная и очень конденсированная галактика со слабой оболочкой. Распределение энергии в спектре типично для QSO. Возможно присутствие сейфертовских особенностей.
735 — Сферическая галактика.
736 — Ядро сравнительно яркой Sb спирали, к которому относятся приведенные данные.
737 — С виду компактная, но мало конденсированная.
738 — Сферическая и очень компактная.
739 — По-видимому, тесная двойная система, в противном случае — галактика с необычной структурой и конденсированным ядром. В спектре четко наблюдается H_α.

740 — Главный член тройной системы, вытянутой в цепочку по δ. В спектре наблюдается H_α.
741 — Вытянута по δ. Имеет изогнутый выброс на юге.
742 — Сфероидальная, компактная.
743 — Сферическая галактика с обширной асимметричной оболочкой. В спектре четко наблюдается H_α.
744 — Ядро спиральной галактики NGC 3786, к которому относятся приведенные данные. Составляет пару с NGC 3788 [5].
745 — Галактика овальной формы.
746 — Сфероидальная галактика, не исключена возможность, что иррегулярная.
747 — Сфероидальная, с оболочкой. Возможно, составляет пару с соседней, видимо, спиральной галактикой, расположенной на 2.′5 к западу. Holm 275.
748 — Сфероидальная галактика со слабым спутником в контакте на юге.
749 — Сфероидальная, компактная.
750 — Сфероидальная, в контакте спутник $18-18^m5$ на NE. В спектре четко видны главные линии бальмеровской серии, а также небулярные. В целом вид спектра весьма напоминает планетарную туманность низкого возбуждения.
751 — Сфероидальная галактика, вытянута почти по δ.
752 — Ядро пекулярной спиральной галактики, в рукавах которой наблюдаются яркие ассоциации, возможно сверхассоциации, к востоку от ядра.
753 — Сферическая, с короной.
754 — Сферическая галактика компактного вида.
755 — Сфероидальная.
756 — Ядро сфероидальной галактики с оболочкой, в которой заметны структурные детали.
757 — Сферическая.
758 — Почти сферическая. Западный компонент пары. Holm 344.
759 — Ядерная часть яркой спирали.
760 — Сфероидальная, со слабой короной.
761 — Вытянута по диагонали NW—SE. Имеет четко выделенное звездообразное ядро, в спектре которого наблюдается H_α. Вероятно, член четверной системы NGC 4169—73—74—75 [6].
762 — Галактика овальной формы, вытянута почти по α. Видимо, имеет довольно конденсированное ядро.
763 — Сферическая, компактная.
764 — Сферическая галактика с ореолом.
765 — Сферическая, довольно компактная, но мало конденсированная.
766 — Ядро спиральной галактики с перемычкой. В спектре четко наблюдается H_α и намечается $(N_1+N_2+H_\beta)$
767 — Сферическая, компактная, но конденсирована слабо.
768 — Очень компактная, конденсированная галактика с нерезкими краями.
769 — Ядро довольно яркой галактики овальной формы. В спектре выделяется H_α и слабая λ 3727.
770 — Сферическая, со слабой короной.
771 — Компактная и сильно конденсированная сфероидальная галактика. В спектре намечаются H_α и $(N_1+N_2+H_\beta)$. Присутствие широких эмиссионных линий не вызывает сомнения. Ton 1542 [7].
772 — Сфероидальная галактика с незначительной оболочкой [8].
773 — Структура неясна. На западе в контакте звездообразное образование неизвестной природы.

774 — Сфероидальная галактика, на вид компактная.
775 — Галактика овальной формы с короной. Holm 423.
776 — Овальной формы, вытянута по δ. Holm 423.
777 — Очень слабая галактика неопределенного типа. На юге как будто слабый спутник в контакте а на севере выброс. Возможно, она переменная.
778 — Сферическая, со слабой короной. Данные относятся к ядерной области.
779 — Сферическая.
780 — Двойная, в общей небольшой оболочке. Holm 439.
781 — Ядро пекулярной спирали со спутанными рукавами. Holm 497.
782 — Сферическая галактика с выбросом на востоке.
783 — По внешнему виду неотличима от звезд, но уступает по интенсивности.
784 — Сфероидальная, вытянута по δ.
785 — Сфероидальная, мало конденсированная, с заметной оболочкой.
786 — Сферическая галактика, на юге в контакте спутник.
787 — Сферическая, компактная и довольно конденсированная. VIII Zw 302.
788 — Пара сферических компактных объектов с расстоянием 18″ [9]
789 — Сфероидальная, довольно конденсированная галактика. Не исключена возможность проектирования звезды на нее. VIII Zw 323.
790 — Овальной формы, компактная.
791 — Очень компактная и конденсированная галактика, почти неотличима от звезды.
792 — Компактная, звездообразная и умеренно конденсированная.
793 — Сферическая, с короной, мало конденсированная.
794 — Сферическая, компактная галактика. На юге почти в контакте слабый спутник или выброс
795 — Сфероидальная, компактная галактика с выбросом и спутником на конце. На юге, на расстоянии 108″ находится объект типа d3⁻.
796 — Сфероидальная галактика, южный компонент двойной системы, с расстоянием 50″. Имеет конденсированное звездообразное ядро.
797 — Сферическая. VIII Zw 345.

Тем не менее, следует отметить, что среди отобранных галактик этого периода наблюдений могут быть объекты с ошибкой в классификации ультрафиолетового континуума на единицу.

На снимках вышеуказанного периода было обнаружено свыше трехсот галактик с достаточно интенсивным ультрафиолетовым континуумом. В настоящей статье приводятся данные для 97 из них, находящихся в основном в области, заключенной между координатами $\alpha = 6^h46^m - 13^h53^m$ и $\delta = +5^\circ - +32^\circ$. Необходимо отметить, что предел нашего обзора, определяемый в коротковолновой части спектра, снизился от $17-17^m5$ до $16-15^m5$ по следующим причинам: увеличение яркости фона ночного неба вследствии влияния освещения Еревана и других городов и сел Араратской долины; относительно низкое положение над горизонтом наблюдаемых областей; ряд технических причин, связанных с телескопом. В настоящем списке имеются несколько объектов слабее указанного предела. Они были отобраны после получения дополнительных снимков на несенсибилизированных пластинках, позволяющих повысить предел в синей части спектра почти на величину.

Из приведенных в таблице 97 галактик 45 отнесены к типам s-sd, т. е. обладают конденсированным звездообразным континуумом, а остальные 52 — к типам d-ds, т. е. имеют континуум диффузной природы. У 64 из рассматриваемых галактик было обнаружено или заподозрено присутствие эмиссионных линий в спектре. Из них у трех объектов, а именно у № 704, 705 и 771 можно уверенно ожидать, а у объектов № 716 и 734 заподозрить присутствие широких эмиссионных линий, т. е. основной спектральной особенности ядер сейфертовских галактик. Номера этих объектов в списке отмечены звездочкой.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Специальная астрофизическая обсерватория
АН СССР

GALAXIES WITH ULTRAVIOLET CONTINUUM. VIII

B. E. MARKARIAN, V. A. LIPOVETSKY

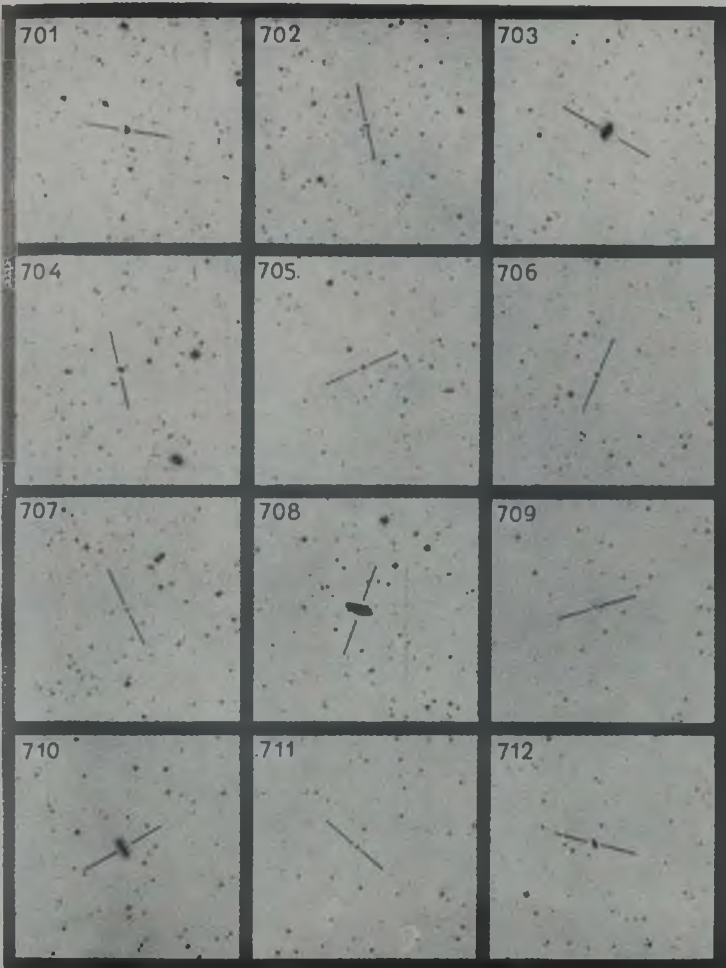
The eighth list of galaxies having intense ultraviolet continuum is presented. The list contains data for 97 objects. The presence of emission lines is either established or suspected among 64 of them. The presence of Seyfert characteristics can be certainly expected on the following objects No. 704, 705 and 771. The Seyfert characteristics may be suspected among the objects No. 716 and 734.

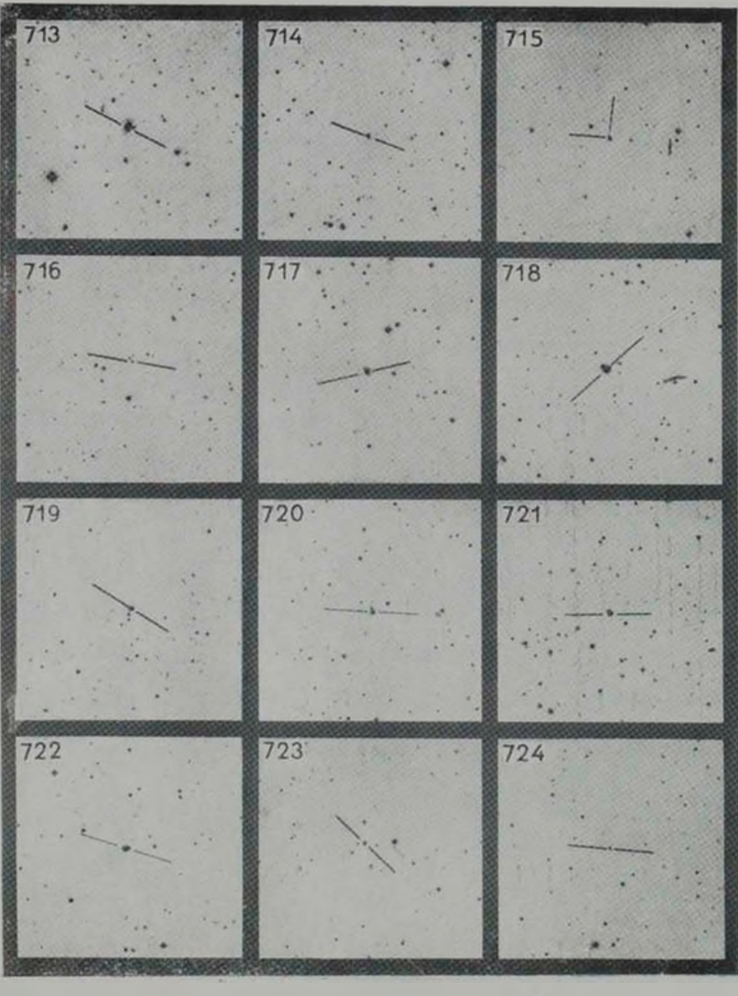
ЛИТЕРАТУРА

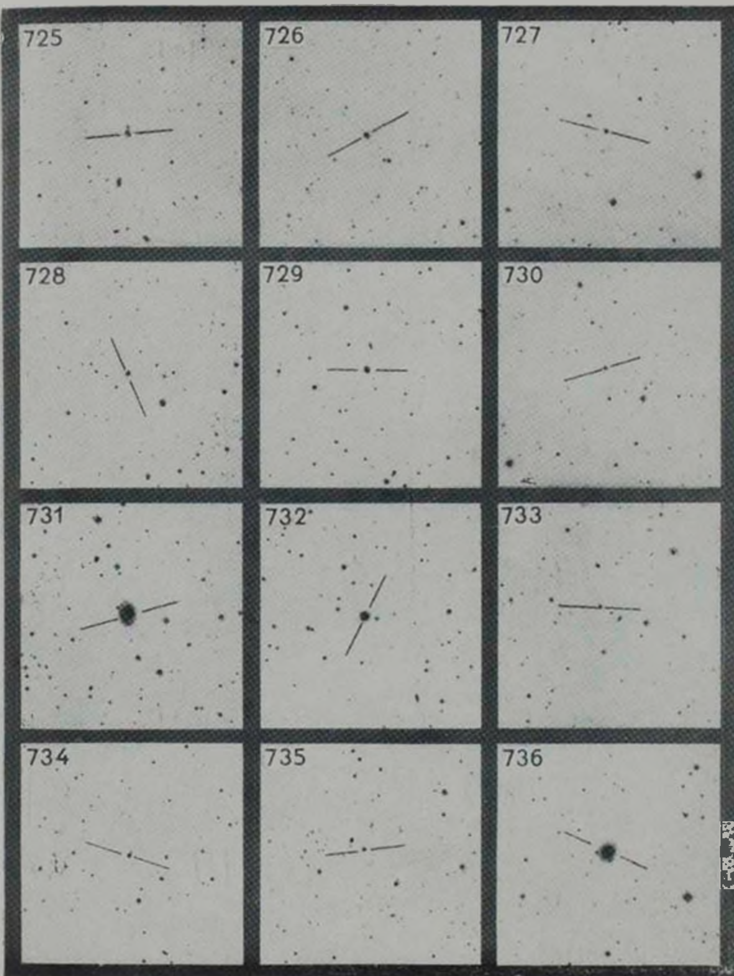
1. *Б. Е. Маркарян*, Астрофизика, 3, 55, 1967, 5, 443, 1969; 5, 581, 1969
2. *Б. Е. Маркарян, В. А. Липовецкий*, Астрофизика, 7, 571, 1971, 8, 155, 1972; 9, 487, 1973; 10, 307, 1974.
3. *M.-H. Ulrich*, Astron. Astrophys., 40, 337, 1975.
4. *D. L. DuPuy*, A. J., 75, 1143, 1970
5. *G. de Vaucouleurs, A. de Vaucouleurs*, Reference Catalogue of Bright Galaxies, Univ. of Texas, Austin, 1964.
6. *G. Chincarini, H. J. Rood*, A. J., 77, 448, 1972.
7. *E. J. Wampler*, P. A. S. P., 79, 210, 1967.
8. *M. L. Humason, N. U. Mayal, A. R. Sandage*, A. J., 61, 97, 1956.
9. *I. D. Karachentsev, V. I. Pronik, K. K. Chuvaev*, Astron. Astrophys., 41, 375, 1975.

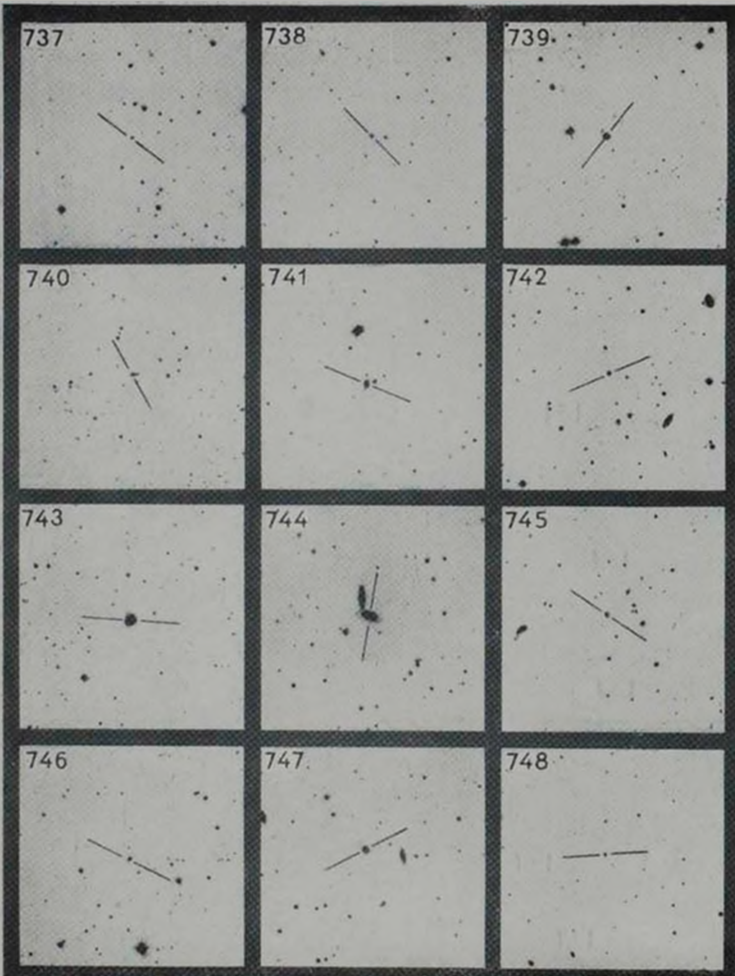
КАРТЫ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ

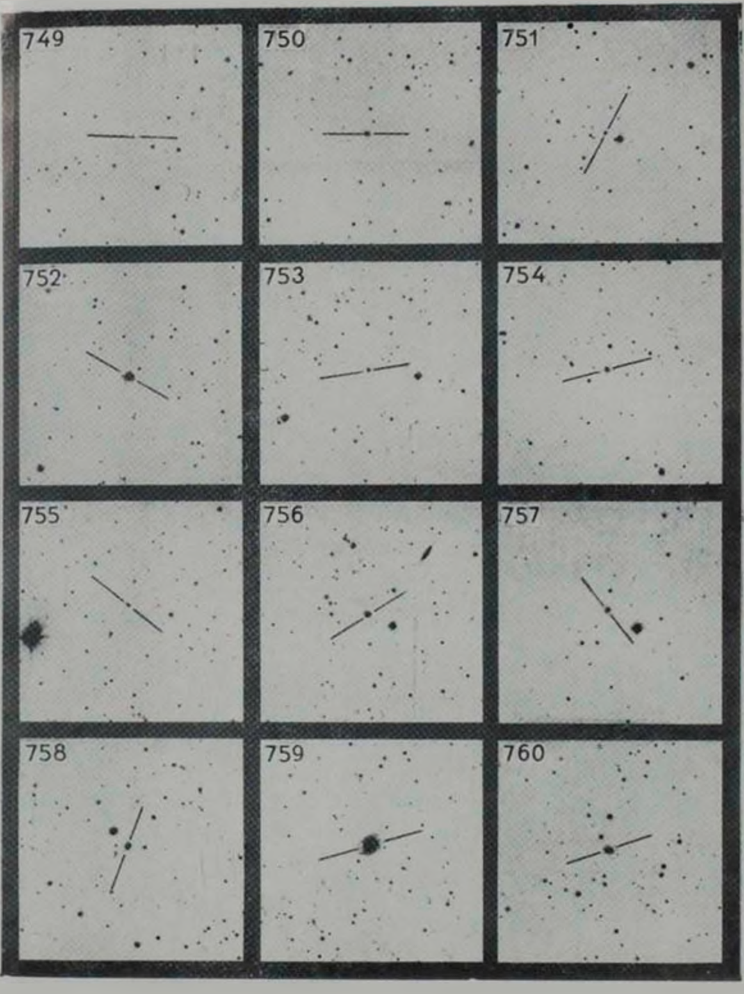
(в красных лучах). Каждая карта покрывает область 16″ · 16′.
Север сверху. Восток слева.

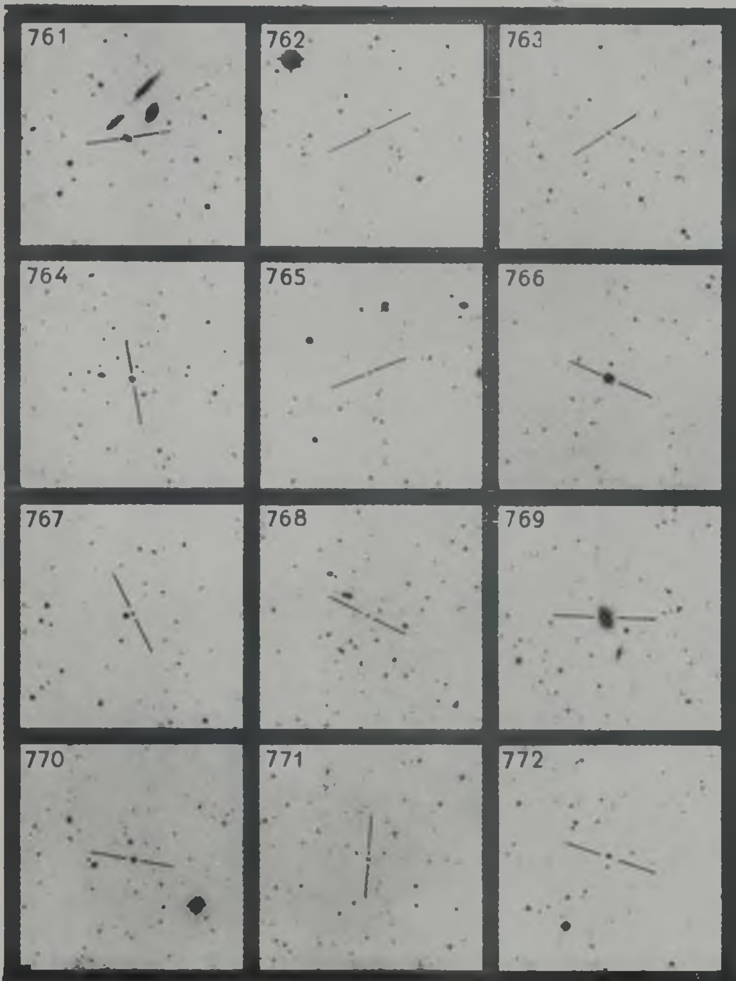


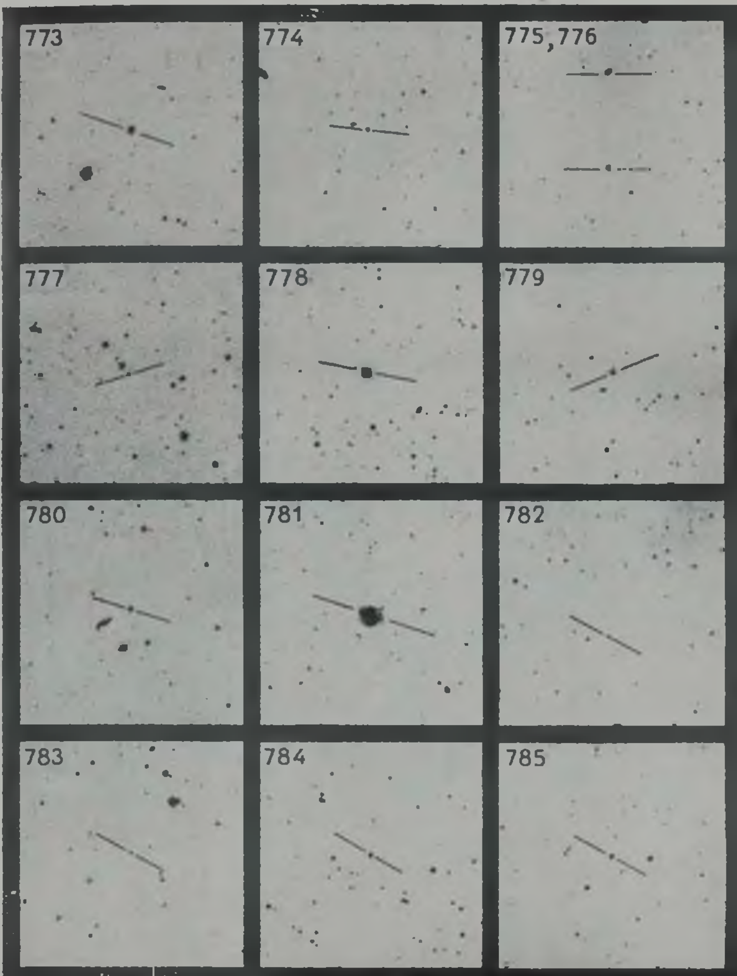

713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724

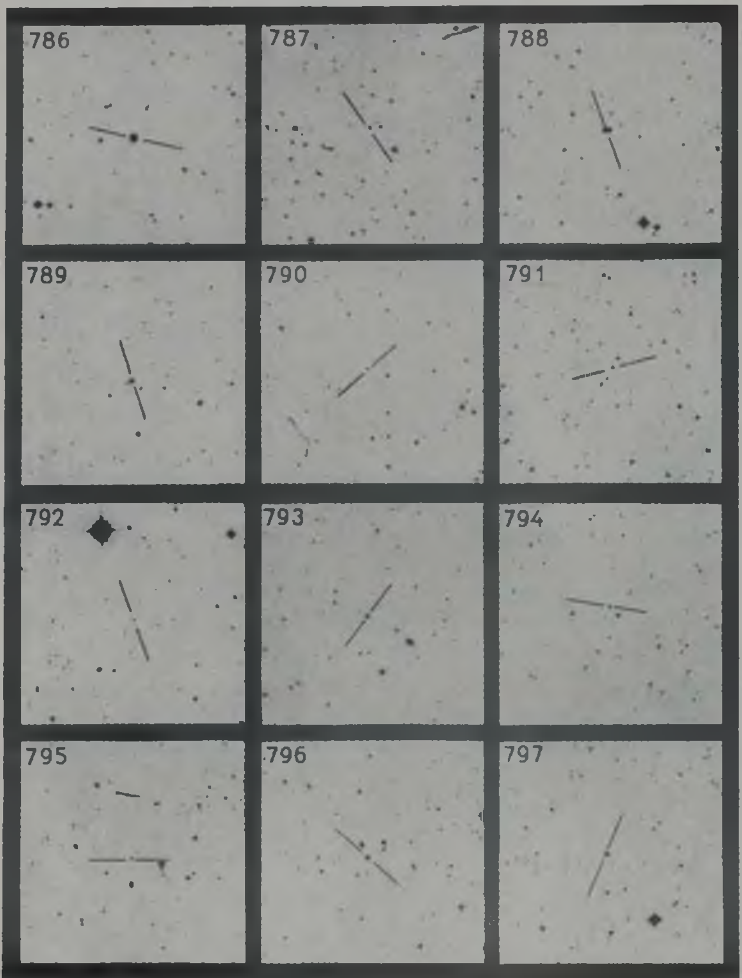

725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736


737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748


749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760


761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772


773
774
775,776
777
778
779
780
781
782
783
784
785



К ст. Б. Е. Маркаряна, В. А. Липовецкого

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

ИССЛЕДОВАНИЕ СКОПЛЕНИЯ ГАЛАКТИК А193

Ф. БЕРНГЕН, А. Т. КАЛЛОГЛЯН

Поступила 1 марта 1976

На снимках, полученных в шмидтовском фокусе двухметрового телескопа Таутенбургской обсерватории, определены интегральные V-величины для 146 и показатели цвета B—V для 125 галактик в области скопления Эйбелл 193. В функциях светимости в B и V имеются локальные максимумы при $B=18^m4$ и $V=17^m2$ соответственно (рис. 3). Логарифмические интегральные функции светимости в B и V даются уравнениями (1)—(4). В скоплении имеется сегрегация галактик по яркости: концентрация галактик к центру скопления усиливается при увеличении их яркости. Более слабые галактики имеют более низкие значения показателя цвета B—V, а средние поверхностные яркости галактик возрастают при уменьшении их диаметров. В скоплении имеются много галактик, удовлетворяющих критерию компактности.

1. *Введение.* Из отдельных скоплений галактик более или менее хорошо изучены скопления Coma [1, 2] и Virgo [3, 4] как самые доступные и как прототипы правильных и неправильных скоплений. Для многих скоплений галактик, хотя и не очень удаленных, не известны радиальные скорости даже ярчайших их членов. Очень мало данных о функции светимости скоплений, о распределении галактик по цветам, диаметрам, морфологическим типам. Между тем, накопление подобных данных для достаточно большого числа скоплений может пролить свет на эволюцию галактик вообще.

В настоящей работе построена в двух цветах функция светимости скопления галактик Эйбелл 193 (в дальнейшем А193), исследовано распределение галактик по показателям цвета B—V и средним поверхностным яркостям. Построена также функция диаметра галактик.

В каталоге Эйбелла исследуемое скопление принадлежит к первой группе богатства и четвертой группе расстояния [5]. В классификационной схеме Бауц—Моргана скопление причислено к типу II [6]. Согласно Цвикки оно является скоплением средней компактности [7]. По виду галактик на Паломарских картах в скоплении имеется много компактных объектов, что позволило Р. К. Шахбазян и М. П. Петросян включить его в список компактных галактик под номером 40 [8].

Центром скопления нами выбрана яркая галактика IC 1695 с координатами $\alpha_{1950} = 1^h22^m5$, $\delta_{1950} = +08°26'$, что совпадает с центром скопления по Эйбеллу. По данным Цвикки центр скопления находится на 0^m1 западнее и 13′ южнее IC 1695.

По Эйбеллу средний радиус скоплений четвертой группы расстояния равен 17′. В нашем исследовании охвачена область с радиусом 8′5. Как мы увидим далее, уже на этом расстоянии плотность галактик значительно падает.

2. *Наблюдательный материал и методика измерений звездных величин и угловых диаметров.* Наблюдательный материал получен в системе, близкой к стандартной системе B, V в шмидтовском фокусе Таутенбургского двухметрового телескопа. В системе B использованы пластинки ZU-2 со светофильтром GG13, а в системе V—пластинки Кодак 103a-D со светофильтром GG11. Связь нашей цветовой системы со стандартной системой B, V приведена в [9]. Стандартами послужили шаровые скопления и компактные галактики в области M31, B- и V-величины которых приведены в [10—13]. Для построения характеристических кривых были измерены объекты, находящиеся вне основного тела M31.

Измерения галактик велись на ирисовом фотометре Таутенбургской обсерватории. В каждом цвете измерены по две пластинки. Среднее отклонение от средних значений равно $\pm 0^m06$ в обоих цветах. V-величины измерялись для 146 галактик. Однако 9 из них вытянуты и звездные величины определены неуверенно. Показатели цвета B—V определены для 125 галактик. В статистике показателей цвета использованы лишь 116 галактик, после исключения вытянутых. 5 других галактик, отождествленных в исследуемой области скопления, перекрываются близлежащими объектами и учтены лишь в подсчетах галактик.

По нашей просьбе сотрудник Таутенбургской обсерватории Хёгнер получил эквиденситы всех объектов в цвете V для средних плотностей. Угловые диаметры галактик, измеренные по этим эквиденситам, соответствуют размерам, внутри которых определены V-величины галактик. Ошибка измерений угловых диаметров галактик не превышает ± 1″. Отметим, что для очень слабых галактик диаметры по полученным эквиденситам трудно измерить.

На рис. 1 приведен снимок скопления A193, сделанный в красных лучах. На снимке измеренные галактики пронумерованы по возрастающим величинам.

В сводной табл. 1 приводятся номера галактик, соответствующие номерам на рис. 1, интегральные V-величины, показатели цвета B—V, боль-

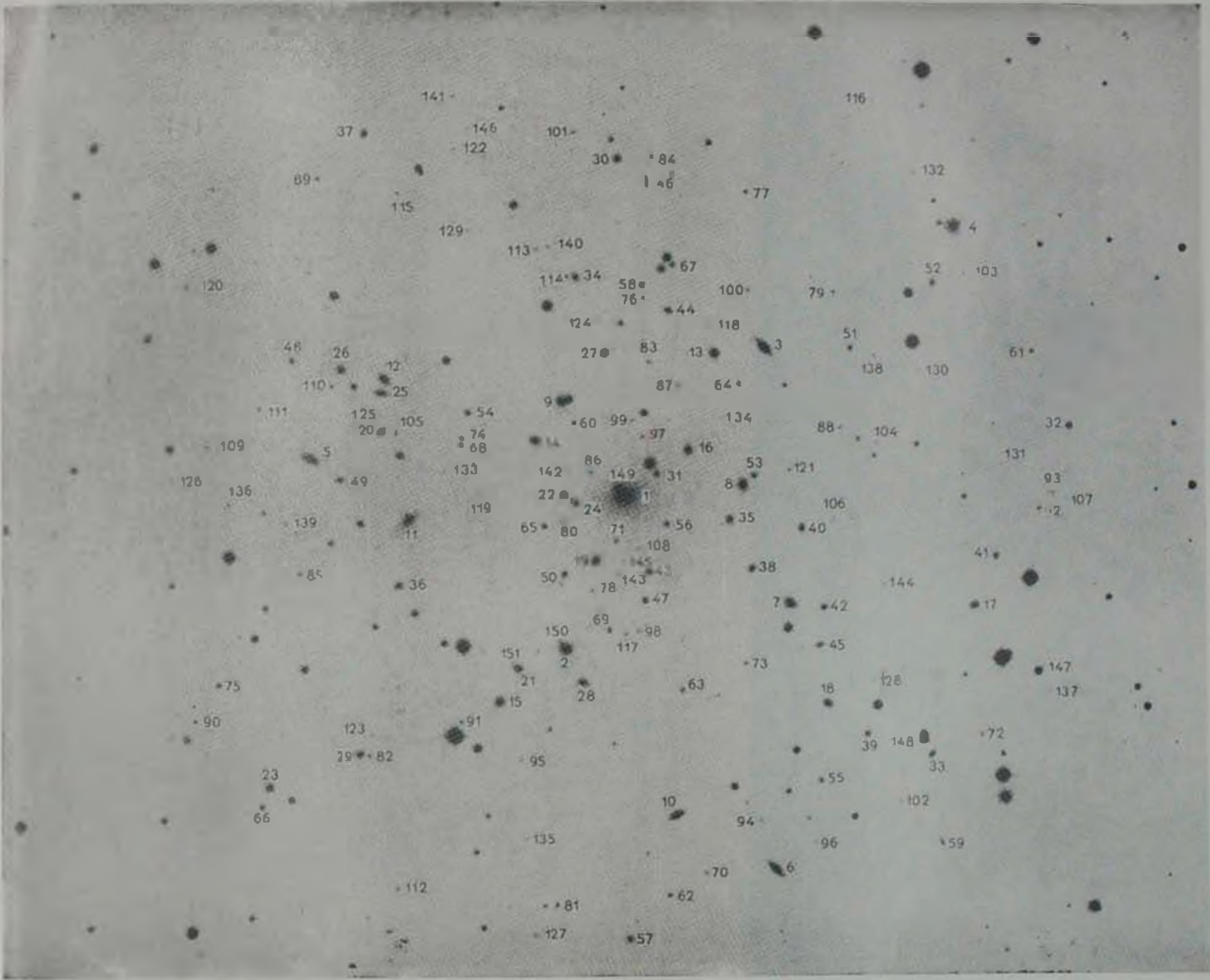


Рис. 1. Скопление галактик A193. Снимок сделан на пластинках Кодак 103a-E через светофильтр RG1. Север сверху, восток слева.

К ст. Ф. Бёргена, А. Каллогляна

Таблица 1

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГАЛАКТИК В СКОПЛЕНИИ А193

№	V	B−V	d	V [illegible]	№	V	B−V	d	V [illegible]
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	—	—	18.0	—	37	17^{m}20	1^{m}27	6.1	20^{m}89
2	15^{m}33	1^{m}48	11.7	20^{m}42	38	17.21	1.17	7.7	21.35
3*	15.39	1.36	15.3	21.03	39	17.23	1.32	6.1	20.92
4	15.68	1.42	10.7	20.57	40	17.25	1.27	9.2	21.79
5*	15.73	1.49	15.3	21.37	41	17.35	1.05	6.1	21.04
6*	15.78	1.26	17.9	21.77	42	17.36	1.38	6.1	21.05
7*	15.87	1.23	11.7	20.[illegible]6	43	17.37	1.23	5.6	20.86
8	15.90	1.46	10.7	20.79	44	17.41	1.01	5.6	20.90
9	15.92	1.34	10.2	20.71	45*	17.45	1.21	5.6	20.94
10*	16.04	1.39	15.3	21.68	46	17.48	1.3[illegible]	5.6	20.97
11*	16.07	1.44	10.7	20.96	47	17.49	0.59	6.1	21.18
12*	16.16	1.24	10.2	20.95	48	17.50	0.75	5.1	20.79
13	16.24	1.53	9.7	20.93	49	17.51	1.24	4.6	20.55
14	16.40	1.16	10.2	21.19	50	17.53	1.13	5.6	21.02
15	16.50	1.28	10.2	21.29	51	17.53	1.33	5.6	21.02
16	16.57	1.20	8.7	21.01	52	17.54	1.25	5.1	20.83
17	16.60	1.32	9.2	21.14	53	17.55	1.20	5.6	21.04
18	16.63	1.40	9.2	21.17	54	17.60	0.92	5.6	21.09
19	16.68	1.03	7.6	20.62	55	17.62	1.22	4.6	20.66
20	16.70	1.25	9.2	21.24	56	17.68	1.17	5.1	20.97
21	16.74	1.48	9.2	21.28	57	17.69	1.23	5.1	20.98
22	16.86	1.16	7.7	21.05	58	17.70	1.42	5.1	20.59
23	16.88	1.19	7.1	20.87	59	17.71	0.93	5.1	21.00
24	16.89	1.11	7.7	21.03	60	17.75	1.29	3.6	20.21
25*	16.90	1.14	10.2	21.69	61	17.75	0.73	5.6	20.24
26	16.90	1.24	7.7	21.04	62	17.75	1.25	5.1	21.04
27	17.00	1.10	6.1	20.69	63	17.78	1.01	3.1	19.97
28	17.02	1.34	8.7	21.46	64	17.79	1.41	3.6	20.28
29	17.03	1.27	7.1	21.12	65	17.82	1.18	4.1	20.61
30	17.06	1.35	7.1	21.05	66	17.82	1.29	4.1	20.61
31	17.08	1.27	6.6	20.92	67	17.85	1.19	3.1	20.04
32	17.10	0.81	6.1	20.79	68	17.88	0.93	2.5	19.62
33	17.14	1.20	8.7	21.59	69	17.88	1.20	—	—
34	17.15	1.08	6.6	20.99	70	17.89	1.22	—	—
35	17.15	1.30	7.1	21.14	71	17.90	1.30	—	—
36	17.16	1.34	7.7	21.30	72	17.94	1.14	—	—

* Вытянутые галактики.

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
73	17^{m}95	1^{m}03	—	—	111	18^{m}28	0^{m}97	—	—
74	17.98	1.16	4.1	20^{m}77	112	18.28	0.99	2.6	20^{m}07
75	17.98	1.06	4.6	21.02	113	18.29	0.94	—	—
76	18.01	1.02	—	—	114	18.30	0.75	—	—
77	18.01	1.06	3.1	20.20	115	18.30	0.96	—	—
78	18.02	1.11	—	—	116	18.30	—	—	—
79	18.03	1.37	—	—	117	18.31	—	—	—
80	18.05	1.11	—	—	118	18.32	—	—	—
81	18.06	1.21	3.6	20.55	119	18.33	—	—	—
82	18.07	1.18	—	—	120	18.33	—	—	—
83	18.09	1.16	—	—	121	18.34	0.96	—	—
84	18.09	1.22	—	—	122	18.35	0.92	—	—
85	18.13	0.98	—	—	123	18.35	1.07	—	—
86	18.14	—	—	—	124	18.36	1.02	—	—
87	18.14	1.03	—	—	125	18.36	—	—	—
88	18.14	0.91	—	—	126	18.36	0.84	2.6	20.15
89	18.14	1.20	3.1	20.33	127	18.36	0.92	—	—
90	18.15	1.14	—	—	128	18.37	—	—	—
91	18.16	1.04	—	—	129	18.38	0.97	—	—
92	18.17	0.96	3.1	20.35	130	18.40	0.92	—	—
93	18.18	1.13	—	—	131	18.40	—	—	—
94	18.19	1.03	—	—	132	18.40	0.94	—	—
95	18.20	1.14	—	—	133	18.41	—	—	—
96	18.21	1.02	—	—	134	18.41	—	—	—
97	18.21	1.15	—	—	135	18.42	0.80	—	—
98	18.21	—	—	—	136	18.42	0.82	—	—
99	18.22	1.09	—	—	137	18.45	—	—	—
100	18.22	1.15	—	—	138	18.47	0.81	—	—
101	18.22	1.06	2.6	20.01	139	18.47	—	—	—
102	18.22	—	—	—	140	18.48	0.95	—	—
103	18.22	1.05	—	—	141	18.48	0.84	—	—
104	18.23	0.98	—	—	142	18.50	—	—	—
105	18.24	0.78	—	—	143	18.50	—	—	—
106	18.24	1.19	—	—	144	18.50	—	—	—
107	18.25	0.97	—	—	145	18.51	—	—	—
108	18.26	1.02	—	—	146	18.6	0.70	—	—
109	18.27	—	—	—	147	18.6	—	—	—
110	18.28	—	—	—					

шие диаметры в секундах дуги и средние поверхностные яркости, вычисленные по данным столбцов 2 и 4.

3. *Распределение галактик в скоплении.* Подсчеты и измерения галактик произведены внутри радиуса 8.'5. В этой области отождествлена 151 галактика до 18^m5. С целью изучения распределения галактик область скопления разбита на четыре концентрические кольца с шириной 2' каждое. Радиальное распределение галактик показано на рис. 2. По оси абсцисс отложено расстояние середин колец от центра скопления в минутах дуги.

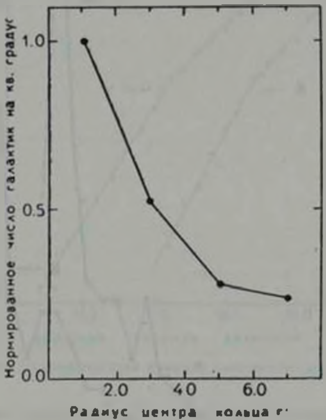


Рис. 2. Радиальное распределение галактик скопления А193.

По оси ординат отложено нормированное число галактик в соответствующих кольцах на кв. градус. На расстоянии 8' плотность галактик по сравнению с центральным кругом падает в 4 раза. Плотность же галактик в центральном круге с радиусом 2' превышает среднюю плотность по всему скоплению в радиусе 8.'5 около 3-х раз.

4. *Функции светимости скопления и о сегрегации галактик по яркости.* Дифференциальная и интегральная функции светимости скопления в B и V, не исправленные за галактики поля, приведены на рис. 3 и 4. Из рис. 3 видно, что подсчеты галактик являются полными до $B = 19^m1$ и $V = 18^m3$. Обе функции светимости возрастают не монотонно, а имеют локальные максимумы в ярких частях кривых. Вследствие этого в интегральных функ-

циях светимости имеется излом при $B = 18^m4$ и $V = 17^m2$, соответственно. Как известно, локальные максимумы или плато наблюдаются также в функциях светимости других скоплений галактик [14—16].

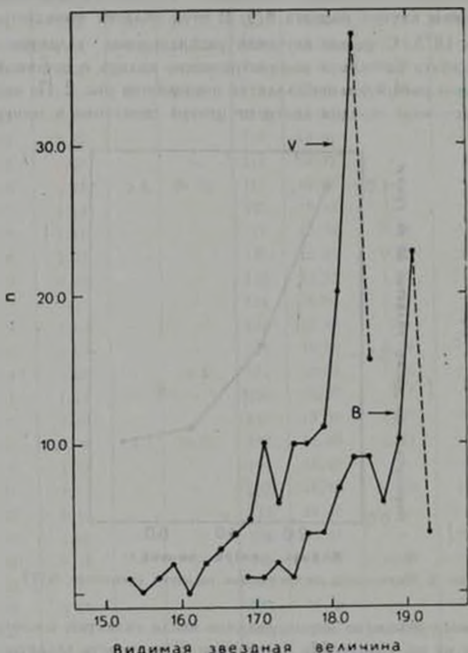


Рис. 3. Функция светимости скопления А193 в B и V.

Решение способом наименьших квадратов дало следующие уравнения для прямых в яркой и слабой частях интегральных функций в B и V:

$$\lg N_B = 0.98\,B - 15.87, \qquad B < 18^m4, \tag{1}$$

$$\lg N_B = 0.56\,B - 8.88, \qquad B > 18^m4, \tag{2}$$

$$\lg N_V = 0.82\,V - 12.66, \qquad V < 17^m2, \tag{3}$$

$$\lg N_V = 0.51\,V - 7.38, \qquad V > 17^m2. \tag{4}$$

Угловой коэффициент яркой части интегральной функции в V почти совпадает с угловым коэффициентом той же части интегральной функции светимости скопления Coma, равным 0.78 по Эйбеллу [1]. Коэффициент при B в яркой части функции светимости несколько больше, чем коэффициент при V. Это различие можно объяснить тем, что более слабые галактики скопления являются менее красными (см. ниже). В слабой части функции светимости коэффициент при B также слегка больше, чем при V.

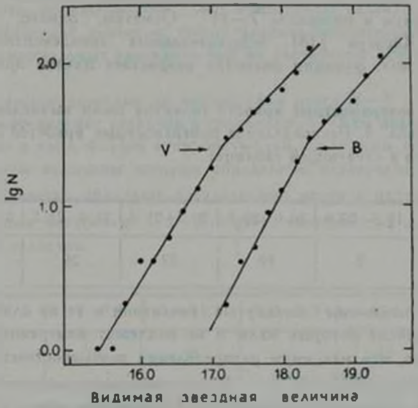


Рис. 4. Интегральная логарифмическая функция светимости скопления A193 в B и V.

Однако наклон этой части кривой существенно больше наклона слабой части кривой в случае Coma, где угловой коэффициент равен 0.23. Неучет плотности галактик поля в случае исследуемого скопления не может быть причиной подобного различия, поскольку на область скопления с общей площадью 0.063 *кв. градуса* могут проектироваться не более 4—5 галактик поля до V = 18.5.

Для исследования эффекта сегрегации галактик по яркости мы ограничились галактиками до $V = 18^m3$. Весь интервал звездных величин был разбит на две части с условным граничным значением 16^m8. Отношение чисел галактик ярче и слабее 16^m8 в центральном круге с радиусом 4′ равно 0.33, а вне этого радиуса 0.15. Отсюда следует, что более яркие галактики концентрируются к центру скопления сильнее, чем более слабые галактики.

5. *Функция диаметра и распределение поверхностных яркостей.* Кроме эквиденсит для средних плотностей, для галактик скопления были получены также эквиденситы для более низких плотностей. В последнем случае диаметры значительно превышают размеры измеренных областей галактик. На рис. 5 приведено распределение галактик по диаметрам, измеренным по обеим эквиденситам. Для сравнения на рисунке приводится также кривая для галактик Coma по данным Руда и Баума [17]. Несмотря на имеющиеся различия, общим для всех трех распределений является хорошо выраженный минимум в интервале 7—11″. Отметим, однако, что в работе Рихтера и Хёгнера [18], использовавших эквиденситные диаметры галактик в Coma, функция диаметра возрастает плавно при уменьшении диаметра.

Средние поверхностные яркости галактик были вычислены на основании данных табл. 1. Распределение поверхностных яркостей с кв. секунды дуги приведено в следующей таблице:

Таблица 2

V/□″	19.5—20.0	20.0—20.5	20.5—21.0	21.0—21.5	21.5—22.0
n	2	10	27	26	2

В таблицу не включены вытянутые галактики и те из слабых галактик, кружки эквиденсит которых малы и не подлежат измерению. Из данных таблицы видно, что максимум распределения поверхностных яркостей попадает в интервал 20^m5-21^m5. В этом интервале находятся 80% галактик. Среди галактик скопления имеется 12 объектов, яркость которых превосходит 20^m5 с кв. секунды дуги в V. Это означает, что в красном цвете они удовлетворяют критерию компактности, принятому В. А. Амбарцумяном и др. [19]. Кроме того, 27 галактик имеют поверхностную яркость лишь несколько более низкую, чем 20^m5. Поэтому скопление можно считать относительно богатым компактными объектами.

Сопоставление поверхностных яркостей галактик с их диаметрами показывает, что с уменьшением средней поверхностной яркости угловые диаметры галактик в среднем увеличиваются (табл. 3). К сожалению, число галактик с высокой и низкой поверхностной яркостью мало. Однако и в интервале от 20^m0-21^m5 размеры галактик меняются в 1.5 раза.

Таблица 3

V/□″	19.5—20.0	20.0—20.5	20.5—21.0	21.0—21.5	21.5—22.0
d''	2.8	4.9	6.2	7.3	9.0
n	2	10	27	26	2

Подобная зависимость наблюдается также в скоплении Coma. Аналогичная статистика для Coma, проведенная нами на основании данных, приведенных в [2, 17], показывает, что от среднего значения 6.7 в интервале 19^m0-19^m5 диаметры галактик доходят до 22″ для галактик с поверхностной яркостью в интервале 22^m5-23^m0. Любопытно, что от 20^m0 до 21^m5 диаметры галактик также увеличиваются в 1.5 раза от 8″ до 12″. Полученный нами результат находится в хорошем соответствии с результатом Сарджента, показывающим, что компактные галактики Цвикки с высокой поверхностной яркостью имеют значительно меньшие линейные диаметры, чем нормальные галактики той же светимости [20].

6. *Распределение галактик по показателям цвета B—V и зависимость B—V от V*. Распределение галактик в скоплении A193 по показателям цвета представлено в табл. 4. При этом опять-таки исключены вытянутые галактики, звездные величины которых определены неуверенно. По данным табл. 4, 75% галактик обладают показателями цвета в интервале от 0^m9 до 1^m3 со средним значением 1^m1. Эти цвета типичны для эллиптических и линзовидных галактик.

Таблица 4

B—V	0.5—0.7	0.7—0.9	0.9—1.1	1.1—1.3	1.3—1.5	1.5—1.7
n	2	10	39	47	17	1

В табл. 5 приведено распределение показателей цвета B—V по интервалам звездных величин. В первой строке таблицы приведены интервалы V-величин, во второй — число галактик в каждом интервале, в третьей — средние показатели цвета по соответствующим интервалам и в четвертой — среднеквадратические отклонения.

Таблица 5

V	15—16	16—17	17—18	>18
n	4	14	47	51
$\overline{B-V}$	1.43	1.24	1.16	0.96
σ	±0.051	0.141	0.184	0.142

Как видим, более яркие галактики в скоплении являются более красными. Этот эффект довольно сильно выражен и в том случае, если исключить галактики слабее $V = 18^m0$. С другой стороны, дисперсии показателей цвета в интервалах слабее 16^m0 мало отличаются друг от друга, тогда как для ярчайших галактик в интервале от $V = 15^m0$ до $V = 16^m0$ они существенно меньше. Однако в последнем случае число галактик мало. Отметим, что посинение галактик с уменьшением яркости наблюдается также и в других скоплениях, например, в Coma [2]. Небезынтересно отметить также, что показатели цвета галактик в скоплении A193 не зависят от поверхностной яркости.

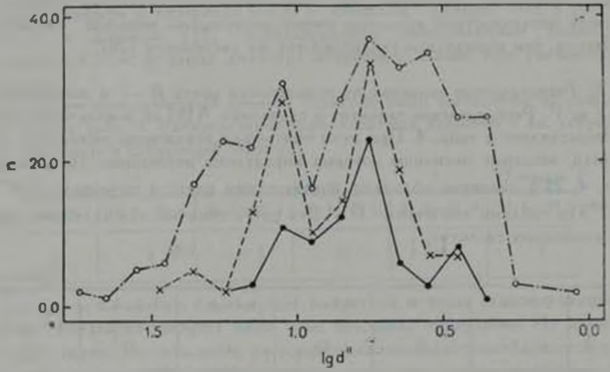


Рис. 5. Распределение галактик по диаметрам: по эквиденситным диаметрам галактик скопления A193: ● — для средних плотностей, × — для более низких плотностей, ○ — для галактик скопления Coma по данным [17].

7. *Заключение.* Исследование скопления галактик A193 приводит к следующим выводам.

а) В радиусе 8.'5 в скоплении отождествлена 151 галактика. Подсчеты являются полными до $V = 18^m3$. Яркие галактики показывают более сильную тенденцию к скучиванию к центру скопления, т. е. в скоплении имеется сегрегация галактик по светимости.

б) По сравнению с центральным кругом с радиусом 2', плотность галактик на расстоянии 8' от центра скопления падает в 4 раза. Плотность же галактик в центральном круге превышает среднюю плотность по всему скоплению в радиусе 8.'5 около 3 раз. Нужно полагать, что скопление простирается дальше этого радиуса.

в) Функции светимости скопления в B и V имеют локальные максимумы при $B = 18^m4$ и $V = 17^m2$ соответственно. Это приводит к излому в логарифмической интегральной функции светимости. Если, следуя Эйбеллу, допустить, что абсолютная звездная величина точки излома постоянна для всех скоплений и принять, согласно [2], значение $M_V = -20^m8$ при $H = 55$ *км/сек* на *Мпс*, то модуль расстояния скопления окажется равным 37.8 с учетом галактического поглощения. К сожалению, мы не смогли измерить величину центральной галактики IC 1695. Грубая оценка B-величины дала значение 15^m3 (в каталоге [7] дается значение 15^m4). Приписывая к IC 1695 показатель цвета $B-V = +1^m2$, для V-величины получим 14^m2. Тогда видимая величина точки излома относительно ярчайшей галактики IC 1695 равна 3.0. Согласно Бауц и Эйбеллу [21], этот параметр для скоплений с характеристиками скопления А193 в среднем равен 2.9.

г) Распределение галактик по диаметрам носит весьма иррегулярный характер. Характерной особенностью этого распределения является недостаток галактик с диаметрами 7—11". Поверхностные яркости при уменьшении диаметров галактик регулярно увеличиваются. В скоплении имеется много галактик, удовлетворяющих критерию компактности по [19].

д) Галактики скопления становятся менее красными при ослаблении их интегральной яркости.

Авторы благодарны академику В. А. Амбарцумяну за полезное обсуждение и В. Хёгнеру за получение эквиденсит. Один из авторов (А. Т. К.) выражает благодарность руководству и сотрудникам ЦИА АН ГДР за гостеприимство и предоставленные возможности при выполнении настоящей работы.

Центральный институт
астрофизики АН ГДР
Бюраканская астрофизическая
обсерватория

A STUDY OF CLUSTER OF GALAXIES A 193

F. BÖRNGEN, A. T. KALLOGHLIAN

V magnitudes for 146 and B—V color indices for 125 galaxies in the cluster Abell 193 are determined on the Schmidt plates of Tautenburg two-meter telescope.

There exist local peaks in the luminosity functions in B and V at B = 18.4 and V = 17.2 mag. respectively (Fig. 3). Logarithmic integral functions in B and V are given by equations (1) — (4).

There is a tendency for bright galaxies to be more concentrated to the cluster center.

The fainter galaxies tend to have smaller color indices. The mean surface brightnesses increase with the decrease of galaxy diameters. Distribution of equidensity diameters is presented. A relatively large number of cluster galaxies satisfy the compactness criterium.

ЛИТЕРАТУРА

1. *G. O. Abell*, Problems of Extra-Galactic Research, ed. G. C. McVittie, New York, 1962, p. 213.
2. *H. J. Rood*, Ap. J., 158, 657, 1969.
3. *E. Holmberg*, Medd. Lund, II, No. 136, 1958.
4. *G. de Vaucouleurs*, Ap. J. Suppl., ser., 5, 233, 1960.
5. *G. O. Abell*, Ap. J. Suppl., ser., 31, 211, 1958.
6. *L. P. Bautz*, A. J., 77, 1, 1972.
7. *F. Zwicky, M. Karpowicz, C. T. Kowal*, CGCG vol. V, Switzerland, 1965.
8. *Р. К. Шахбазян, М. Б. Петросян*, Астрофизика, 10, 13, 1974.
9. *Ф. Бернген, А. Т. Каллоглян*, Астрофизика, 10, 159, 1974.
10. *S. van den Bergh*, Ap. J. Suppl., ser., 19, 145, 1969.
11. *M. Vetesnik*, Bull. Astr. Inst. Czechoslovakia, 13, 180, 1962.
12. *А. С. Шаров*, Астрон. ж., 50, 263, 1973.
13. *А. С. Шаров*, Астрон. ж., 50, 1023, 1973.
14. *G. O. Abell*, Ann. Rev. Astr. Astrophys., 3, 1, 1965.
15. *А. Т. Каллоглян*, Сообщ. Бюраканской обс., 40, 3, 1969.
16. *T. B. Austin, J. V. Peach*, M. N., 168, 591, 1974
17. *H. J. Rood, W. A. Baum*, A. J., 72, 398, 1967.
18. *N. Richter, W. Hogner*, Astron. Nachr., 296, 221, 1975.
19. *V. A. Ambartsumian, H. C. Arp, A. A. Hoag, L. V. Mirzoyan*, Astrofizika, 11, 193, 1975.
20. *W. L. W. Sargent*, Ap. J., 160, 405, 1970.
21. *L. P. Bautz, G. O. Abell*, Ap. J., 184, 709, 1973.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

КОМПАКТНЫЕ ГРУППЫ КОМПАКТНЫХ ГАЛАКТИК. VII

Ф. В. БАЙЕР, Г. ТИРШ

Поступила 20 декабря 1974

Приводится седьмой список компактных групп компактных галактик, являющийся продолжением предшествующих списков [1—6]. В список вошли 45 новых объектов этого класса, найденных на картах зоны —12° Паломарского атласа. К статье прилагаются репродукции групп галактик списка, сделанные с карт Паломарского атласа в красных лучах.

Данный список является продолжением ранее опубликованных списков компактных групп компактных галактик [1—6], в которые вошли 260 групп. В рамках двустороннего сотрудничества между Бюраканской обсерваторией Академии наук Армянской ССР и Центральным институтом астрофизики Академии наук ГДР мы продолжали поиски таких объектов.

Настоящий список содержит 45 новых объектов, которые были найдены в зоне —12° Паломарского атласа. Условия для внесения группы в список приведены в работах [1—6].

Уже раньше мы указывали на тот факт, что компактные группы компактных галактик показывают различные ярко выраженные структуры [5]. Сегодня нам известны 305 компактных групп компактных галактик. Из этого расширенного списка ясно, что нужно конкретизировать эту структурную схему.

Мы наблюдаем:

1. Группы с очень яркой галактикой в центре.

2. Сферическо-концентрированные группы без особенно яркой центральной галактики.

3. Цепочки.

4. Вытянутые группы.

5. Периферические группы.

6. Иррегулярные группы.

Кроме этого существуют такие группы, которые состоят из двух подгрупп. Они являются двойными группами. Мы будем считать их седьмой разновидностью в структуре групп и назовем их

7. Группы-гантели.

Из работ других авторов мы знаем, что существуют различные типы скоплений галактик. Руд и Застру [7] построили классификацию богатых скоплений галактик. Если посмотреть на эту классификацию, можно увидеть сходство между структурой богатых скоплений и структурой компактных групп компактных галактик. Даже гантели мы наблюдаем у богатых скоплений галактик. Так, если мы посмотрим на скопления типа B в работе [7], мы увидим двойную галактику, то есть гантель в центре этих скоплений. Вокруг каждой из двух ярких галактик в центре скопления Coma находятся слабые галактики, таким образом, это тоже гантель.

Во время просмотра Паломарских карт мы нашли много неизолированных групп. Эти группы часто лежат в областях богатых скоплений галактик. Нам кажется, что в этом случае можно говорить о неоднократных гантелях в этих скоплениях. Это соответствует и результатам Эйнасто и сотрудников [8], которые указали на тот факт, что скопления галактик состоят из, так называемых, гипергалактик.

Пока не известны богатые периферические скопления галактик. Но сходство между структурой у богатых скоплений галактик и компактных групп компактных галактик уже показывает, что эта структура является типичной для комплексов галактик. Возможно, она определяется возникновением и эволюцией таких комплексов галактик. Поэтому очень важно дальнейшее исследование этих структур.

Данные об обнаруженных 45 новых компактных группах компактных галактик приводятся в табл. 1. В столбцах таблицы последовательно даны:

1. Порядковый номер группы.

2 и 3. Экваториальные координаты с точностью $0^{m}\!.1$ для прямых восхождений и $1'$ для склонений.

4. Число галактик, входящих в группу.

5. Размеры группы в минутах дуги.

6. Коэффициент относительной компактности, равный отношению суммы диаметров всех галактик группы к диаметру групы в целом.

К статье прилагаются репродукции групп галактик списка, сделанные с карт Паломарского атласа в красных лучах.

Таблица 1

СПИСОК КОМПАКТНЫХ ГРУПП КОМПАКТНЫХ ГАЛАКТИК. VII

№	Координаты		n	Диаметр	p
	α_{1950}	δ_{1950}			
261	$0^h\ 5^m 10^s$	— 8 44′	6	1.7	0.4
262	0 6 9	−12 15	13	3.4	0.4
263	0 11 15	— 8 58	11	3.1	0.3
264	0 19 49	−13 21	9	1.6	0.4
265	0 54 41	−14 18	11	3.0	0.4
266	1 30 10	−10 5	7	2.7	0.3
267	1 30 31	−10 21	5	1.4	0.4
268	1 33 44	−14 12	15	5.2	0.2
269	1 35 18	−10 32	13	3.7	0.3
270	2 6 15	−14 12	10	4.0	0.3
271	2 21 54	−12 45	7	1.8	0.4
272	2 29 48	−13 27	6	1.1	0.5
273	2 50 15	−13 19	7	3.1	0.2
274	3 6 52	−10 59	6	2.0	0.3
275	3 12 15	— 9 21	8	2.4	0.3
276	3 14 38	−14 6	12	2.0	0.4
277	3 23 56	−10 22	8	2.0	0.4
278	4 3 16	−13 7	7	1.2	0.6
279	4 10 30	— 8 35	7	2.1	0.4
280	9 49 3	−13 28	16	4.0	0.2
281	10 28 34	−12 35	11	3.4	0.3
282	10 50 21	−10 44	8	0.9	0.6
283	10 52 56	−14 5	6	2.5	0.2
284	11 12 57	−13 6	8	4.5	0.1
285	10 16 45	−10 6	13	2.4	0.3
286	13 12 15	−15 25	10	3.0	0.4
287	13 22 5	−15 2	5	1.4	0.4
288	13 31 57	−15 29	10	2.0	0.4
289	13 55 30	−12 38	13	1.6	0.6
290	13 58 2	−13 0	~30		
291	14 3 39	−10 14	11	3.9	0.2
292	14 13 7	−12 27	18	4.5	0.3
293	14 37 37	−13 57	5	1.2	0.3
394	14 40 57	−11 46	11	2.8	0.3
295	15 3 15	−12 14	7	0.9	0.4
296	21 37 51	−14 32	16	3.4	0.4
297	21 39 37	−11 8	10	1.7	0.4
298	22 10 4	−13 57	6	1.2	0.5
299	22 15 34	−13 55	12	2.9	0.4
300	22 21 49	−11 37	9	2.5	0.3
301	22 50 43	— 9 37	5	1.5	0.4
302	23 14 43	−11 59	9	2.2	0.4
303	23 14 52	— 9 22	11	2.7	0.5
304	23 41 5	−12 45	8	2.6	0.3
305	23 49 27	−11 46	9	2.8	0.3

Примечания к таблице

261 — Довольно компактная группа компактных галактик. Все объекты красные. На группу проектируется одна звезда. Группа хорошо изолирована.

262 — Широкая группа компактных галактик. Группа не очень изолирована. Все объекты красные.

263 — Плохо изолированная группа компактных галактик. Вокруг группы имеются и другие компактные галактики. Объект № 6 голубой и имеет звездоподобное изображение. Объекты № 9 и 10 нейтральные. Другие объекты красные. Объекты № 1, 2 и 4 вытянутые. Объекты № 3, 4, 7, 8 некомпактные, № 11 — слабый, остальные — компактные.

264 — Компактная группа компактных галактик. Объекты № 8 и 9 относительно голубые, остальные красные. Объект № 9 очень слабый, а № 1 может оказаться звездой. Группа изолирована.

265 — Группа компактная и все объекты красные. Возможно, объекты № 1 и 2 не входят в состав группы. Группа хорошо изолирована.

266 — Группа не вполне компактная. Члены не вполне компактные. Галактика № 1 нейтральная, остальные красные. Группа довольно изолирована, но в далекой окрестности наблюдаются другие некомпактные галактики. Может быть, объект № 1 не принадлежит к группе.

267 — Хорошо изолированная бедная группа компактных галактик. Все объекты красные. Объект № 5 может оказаться звездой, хотя нам кажется, что это скорее галактика. Галактика № 6 очень слабая.

268 — Вытянутая смешанная группа. Объекты № 3, 13, 14, 15 — диффузные, остальные довольно компактные. Объект № 10 голубой, а остальные красные. Группа не вполне изолирована.

269 — Периферическая группа компактных галактик. Все галактики красные. В области группы есть фон слабых объектов, однако сама группа изолирована.

270 — Не очень компактная смешанная группа. Она состоит из не вполне компактных галактик. Все объекты красные. Объекты № 5, 6, 7, 8 и 10 имеют вытянутую форму. Группа не вполне изолирована.

271 — Группа компактная и смешанная. Объект № 3 очень компактный на красной карте, объекты № 1, 4 и 6 не вполне компактные, остальные галактики диффузные. Объект № 2 имеет вытянутую форму. Группа изолирована.

272 — Компактная группа компактных галактик. Объект № 1 имеет вытянутую форму, объект № 2 может оказаться звездой. Все объекты красные. Группа не вполне изолирована.

273 — Не вполне компактная смешанная группа. Она состоит из двух компактных, двух не вполне компактных и трех диффузных объектов. Объекты № 3 и 6 нейтральные, остальные красные. Группа изолирована.

274 — Группа является цепочкой ярких компактных галактик. Объект № 6 относительно голубой, № 4 нейтральный, остальные — красные. Группа не вполне изолирована.

275 — Группа состоит из ярких компактных галактик. Объекты № 2 и 4 могут оказаться звездами. Все объекты красные. Объект № 1 имеет ореол. Группа не вполне изолирована.

276 — Очень компактная группа красных галактик. На красной карте объекты № 1, 2, 3, 4, 5 и 6 довольно компактны. № 2 имеет звездоподобное изображение на обеих картах и может оказаться звездой. Остальные объекты некомпактные. На голубой карте все объекты, кроме № 5, некомпактные. Группа не вполне изоли-

рована, в частности, в восточной окрестности группы находится несколько галактик. Эта группа может оказаться промежуточной между компактной группой компактных галактик и ядром скопления галактик.

277 — Компактная группа галактик смешанного типа. Объекты № 1, 2 и 4 компактные, остальные галактики диффузные. № 5 на голубой карте — очень компактный объект. Объекты № 5 и 9 голубые, другие галактики — красные. № 9 очень слабый и виден только на голубой карте. Группа изолирована.

278 — Компактная смешанная группа. Объект № 4 относительно голубой и имеет на голубой карте звездоподобное изображение. Он может оказаться звездой. Другие объекты красные. Группа не вполне изолирована

279 — Компактная смешанная группа. На красной карте имеются две компактные галактики (№ 5 и 6), три не вполне компактные галактики (№ 3, 4 и 7) и две некомпактные галактики (№ 1 и 2). Объект № 2 является спиральной галактикой. № 1 и 2 имеют вытянутую форму на красной карте. Объекты № 5, 6 и 7 красные, остальные — почти нейтральные. Возможно, объекты № 1, 2, 3 и 4 являются спиральными галактиками. В этом случае группа смешанная. Группа хорошо изолирована.

280 — Вытянутая группа слабых и довольно компактных галактик. Группа не вполне изолирована. Объект № 3 относительно голубой, остальные красные. Несколько членов группы могут оказаться звездами.

281 — Довольно компактная группа галактик смешанного типа. Она содержат 4 компактных объекта (№ 2, 3, 7, 8). Все объекты красные. Группа не вполне изолирована. На юге находятся очень слабые галактики.

282 — Очень компактная группа компактных галактик. Группа не вполне изолированная, так как вокруг нее много очень слабых галактик.

283 — Не вполне изолированная группа компактных галактик. Объект № 3, вероятно, звезда. № 5 несколько диффузный. Все объекты красные.

284 — Цепочка компактных и неярких галактик. Объекты № 2 и 4 относительно голубые, они могут оказаться звездами. Объект № 7 нейтральным, остальные красные. Группа изолированная.

285 — Хорошо изолированная группа красных объектов. Объекты № 1 и 2 являются яркими и очень компактными галактиками. № 3 и 4 тоже яркие, но не так компактны. № 4 — относительно слабый и компактный. Другие объекты слабее и имеют диффузные изображения

286 — Довольно компактная группа очень компактных галактик. Объекты № 6 и 7 имеют звездоподобные изображения на обеих картах и могут оказаться звездами Галактики № 5, 6 и 10 относительно голубые, объект № 7 нейтральный, остальные объекты — красные.

287 — Компактная группа очень компактных объектов. Группа бедная. Все галактики красные и группа изолирована.

288 — Не очень компактная группа компактных галактик. Объекты № 3 и 7 относительно голубые, остальные — нейтральные. № 1 и 2 могут оказаться звездами. Группа не очень изолирована. Группа может продолжаться к северу.

289 — Компактная группа из четырех компактных и двух некомпактных галактик. В области имеются и слабые объекты. Может быть, они проектируются на группу. Все галактики красные. В поле вокруг группы имеются отдельные компактные галактики.

290 — Скопление многих компактных галактик. Это скопление имеет вытянутую форму.

291 — Цепочка компактных галактик. Группа не вполне изолированная. Объекты № 7 и 8 относительно голубые, № 4 нейтральный, остальные галактики — красные.

292 — Группа не вполне компактная и не вполне изолированная. Члены группы компактные. Объекты № 2, 3 и 6 могут оказаться звездами. Объекты № 9 и 14 относительно голубые, № 6 — нейтральный, остальные красные.

293 — Не очень изолированная цепочка красных галактик. Объекты № 1, 3 и 4 компактные, № 2 нейтральный, а № 5 — слабый.

294 — Довольно компактная группа из 7-и компактных и сравнительно ярких галактик (№ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7). Объекты № 8, 9, 10, 11 — слабые. Объекты № 1 и 7 относительно голубые, остальные красные. № 7 может оказаться звездой. Группа не вполне изолированная.

295 — Очень компактная цепочка компактных галактик. Все объекты, кроме № 7, на красной карте компактные. Все галактики красные, только № 6 относительно голубая. Группа изолированная.

296 — Не очень изолированная смешанная группа. На красной карте объекты № 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11 сравнительно яркие и компактные. № 4 имеет несколько диффузное изображение. № 1, 2 и 8 — вытянутые. Другие объекты слабые. № 14, 15, 16, 12 — голубые, остальные красные. Только объекты № 14 и 15 на голубой карте компактные. Галактики № 1 и 2 — спиральные. Галактика № 4 показывает на голубой карте очень маленькое ядро и широкий ореол. Возможно, что в области этой группы находится скопление галактик.

297 — Группа смешанная и с востока не вполне изолирована. Может быть, она простирается на восток. На красной карте объекты № 1, 2, 3, 4, 5, 6 очень компактные. № 8 не вполне компактный, остальные — диффузные. Объект № 9 относительно голубой, все другие галактики красные.

298 — Компактная группа галактик красного цвета. Объекты № 2 и 4 компактные, № 1 и 3 не вполне компактные, № 5 и 6 — некомпактные. Группа, особенно с юга, не вполне изолирована. Кроме того, в области группы есть фон из слабых галактик. Возможно, что это — группа в скоплении.

299 — Группа является цепочкой компактных галактик красного цвета. Объекты № 1, 2, 3 имеют звездоподобное изображение. № 4, 5, 6, 7, 8 — компактные, остальные диффузные. Группа не вполне изолирована. В поле вокруг группы находятся слабые некомпактные галактики.

300 — Группа компактная и вытянутая. Объекты № 1, 2, 4, 5, 6 — компактные, остальные некомпактные. Галактики № 8 и 9 очень слабые. Объекты № 4, 6 и 9 относительно голубые, другие красные. Группа хорошо изолирована.

301 — Компактная группа смешанного типа. На красной карте объекты № 1, 3, 4 компактные, № 5 — не вполне компактный, а № 2 — диффузный. Объект № 1 имеет звездоподобное изображение на обеих картах. Галактики № 2 и 4 относительно голубые, остальные красные.

302 — Компактная смешанная и изолированная группа галактик. Объекты № 1, 2, 3, 4, 6 — компактные, № 5 — вытянутая диффузная галактика. Остальные объекты слабые. Галактики № 1, 2, 3 нейтральные, № 5, 6 — красные, остальные — относительно голубые. Объект № 4 может оказаться звездой.

303 — Неизолированная компактная группа галактик красного цвета. В окрестности группы много таких не вполне компактных галактик.

304 — Группа смешанная. Она состоит из одной не вполне компактной и очень яркой галактики и из четырех весьма компактных галактик. Объекты № 7 и 8 слабые. Все галактики красные. Группа хорошо изолирована.

305 — Вытянутая, изолированная группа компактных галактик красного цвета. Объекты № 1 и 5 имеют звездоподобное изображение на обеих картах и могут оказаться звездами. Объекты № 4 и 6 не вполне компактные, № 7 — диффузный, а

галактики № 8 и 9 слабые. На юге находятся две яркие компактные галактики, которые, по всей вероятности, не принадлежат к группе.

Авторы выражают глубокую признательность академику В. А. Амбарцумяну за ценную дискуссию при выборе объектов, вошедших в список. Они также признательны сотруднице Бюраканской обсерватории Р. К. Шахбазян за просмотр обнаруженных ими групп и советы и замечания при отборе групп, включенных в список.

Центральный институт
астрофизики АН ГДР

COMPACT GROUPS OF COMPACT GALAXIES. VII

F. W. BAIER, H. TIERSH

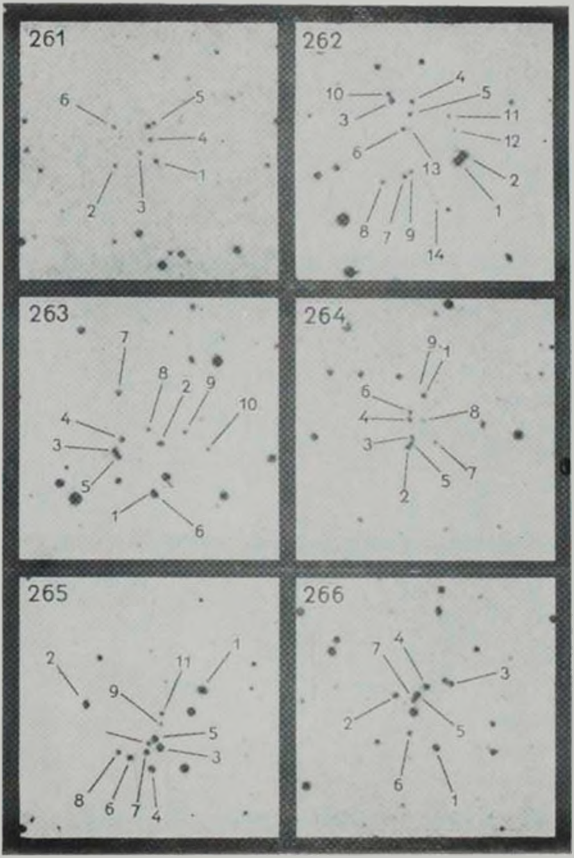
The seventh list of compact groups of compact galaxies is presented. The list contains 45 new objects of this class. The identification charts for all 45 groups of the list are given.

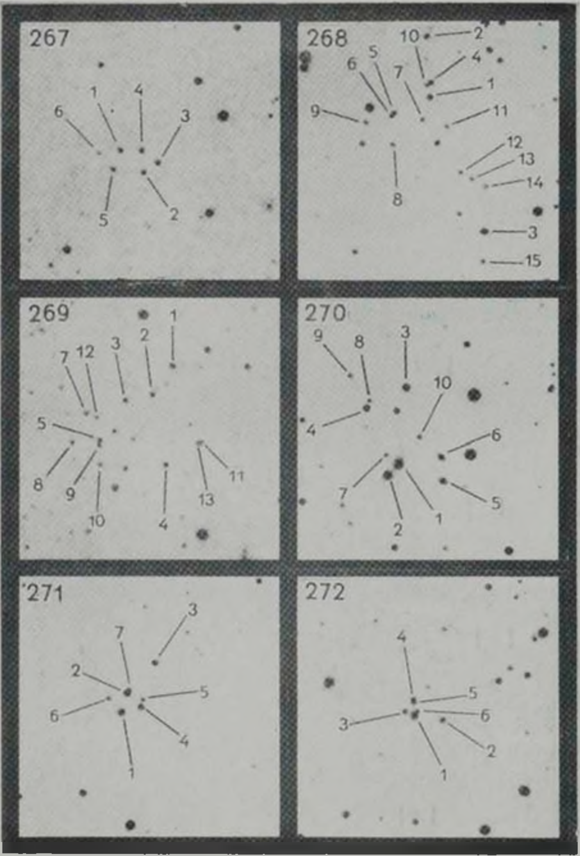
ЛИТЕРАТУРА

1. *Р. К. Шахбазян*, Астрофизика, 9, 497, 1973.
2. *Р. К. Шахбазян, М. Б. Петросян*, Астрофизика, 10, 13, 1974.
3. *Ф. Б. Байер, М. Б. Петросян, Г. Тирш, Р. К. Шахбазян*, Астрофизика, 10, 327, 1974.
4. *М. Б. Петросян*, Астрофизика, 10, 471, 1974.
5. *Ф. Б. Байер, Г. Тирш*, Астрофизика, 11, 221, 1975.
6. *Ф. Б. Байер, Г. Тирш*, Астрофизика, в печати.
7. *H. J. Rood, G. N. Sastry*, PASP, 83, 313, 1971.
8. *J. Einasto et. al.*, Hypergalaxies, Publ. of the Astr. Obs. Tartu Nr. 48, 1974.

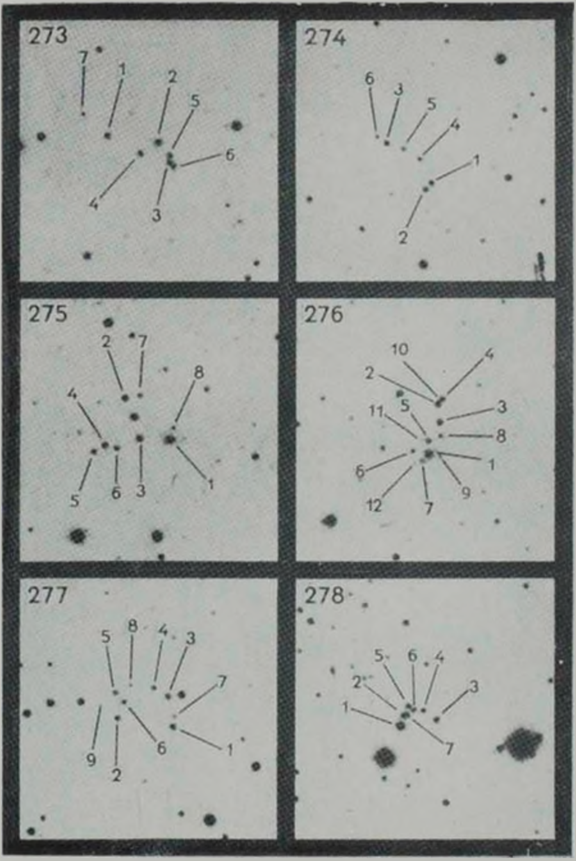
КАРТЫ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ

Север сверху. Восток слева. Масштаб 1 *мм* = $8''.9$. В левом верхнем углу отмечены номера, под которыми группы приводятся в списке.

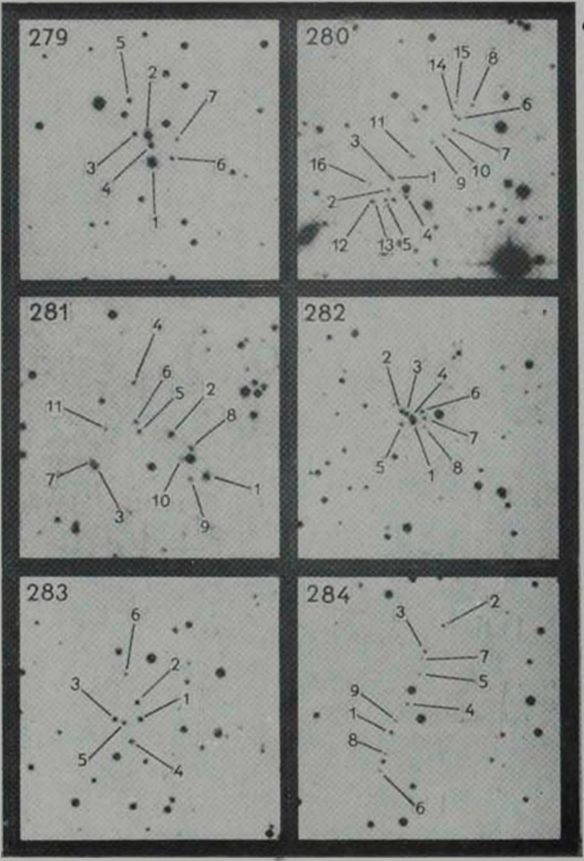




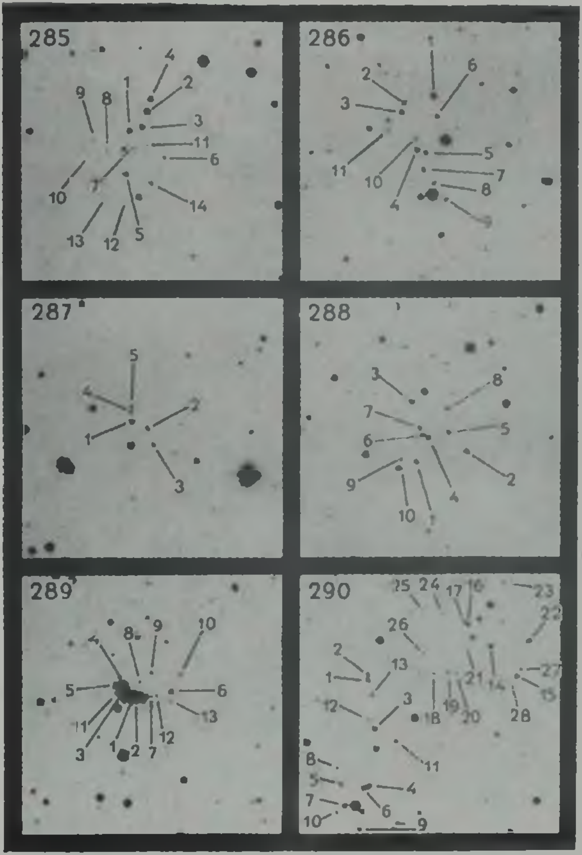
267
268
269
270
271
272

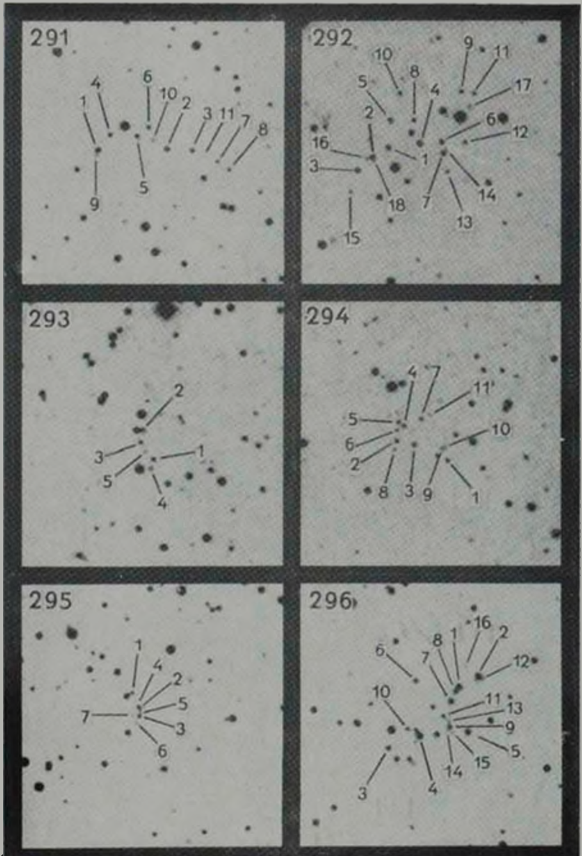


273
7 1 2 5 6 4 3
274
6 3 5 4 1 2
275
2 7 8 4 5 6 3 1
276
10 4 2 3 11 5 8 6 1 12 7 9
277
5 8 4 3 7 9 2 6 1
278
5 6 4 2 3 1 7

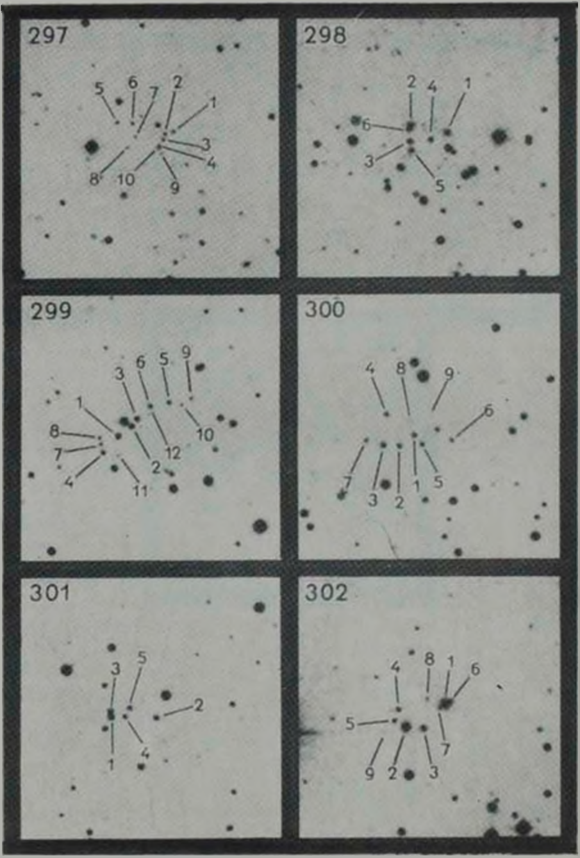


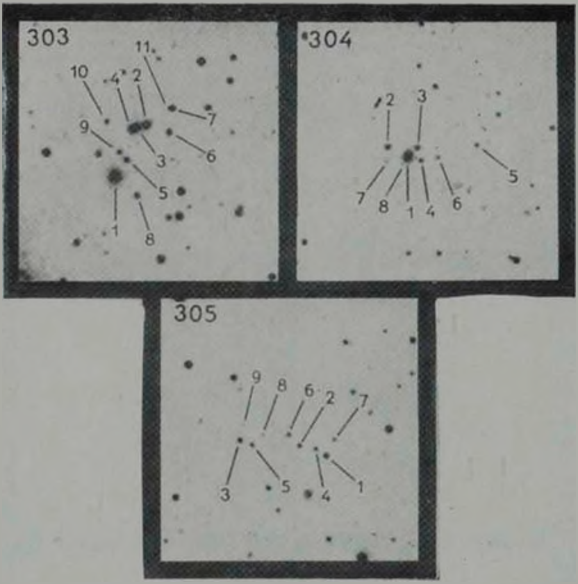
279
5
2
7
3
6
4
1
280
14
15
8
6
11
3
7
10
16
1
9
2
12
13
5
4
281
4
6
5
2
11
8
7
10
1
3
9
282
2
3
4
6
7
5
8
1
283
6
2
3
1
5
4
284
2
3
7
5
9
4
1
8
6


285
286
287
288
289
290



291
1 4 6 10 2 3 11 7 8 9 5
292
10 9 11 5 8 4 17 2 6 12 16 1 3 14 18 7 13 15
293
2 3 1 5 4
294
4 7 11 5 10 6 2 8 3 9 1
295
1 4 2 5 7 3 6
296
16 2 8 1 6 7 12 10 11 13 9 5 15 14 3 4


297
5 6 7 2 1 3 4 8 10 9
298
2 4 1 6 3 5
299
3 6 5 9 1 8 7 4 10 12 2 11
300
4 8 9 6 7 3 2 1 5
301
3 5 2 1 4
302
4 8 1 6 5 7 9 2 3



К ст. Ф. В. Байера, Г. Тирша

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

СПЕКТРАЛЬНЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ ГАЛАКТИКИ NGC 1275

В. Т. ДОРОЩЕНКО, В. Ю. ТЕРЕБИЖ, К. К. ЧУВАЕВ

Поступила 25 ноября 1975

Представлены результаты наблюдений ядра сейфертовской галактики NGC 1275, проводившихся с декабря 1973 г. по январь 1975 г. Исследована спектральная область 4450—6800 Å при дисперсии спектрограмм 58 и 110 Å/мм. В спектре галактики выделен ряд слабых эмиссионных линий, часть которых принадлежит атомам Fe, находящимся в низких стадиях ионизации. Подтверждена обнаруженная ранее Дибаем и Есиповым двойственность линий H_β и [OIII]. Сравнение спектров, полученных в разные даты, показывает, что эквивалентные ширины и контуры водородных и небулярных линий не претерпели существенных изменений за период 1972—75 гг. Обсуждается вопрос об интенсивностях линий H и Fe в спектре галактики. Показано, что эквивалентные ширины водородных линий соответствуют почти полному поглощению ультрафиолетового «хвоста» нетеплового континуума ядра. При нахождении относительных интенсивностей запрещенных и разрешенных линий FeII используется теория Соболева движущихся оболочек звезд. Вычисленные интенсивности удовлетворительно согласуются с наблюдаемыми. Сопоставлены эмиссионные спектры NGC 1275 и других галактик с яркими ядрами.

1. *Наблюдательные данные.* Известная сейфертовская галактика NGC 1275 наблюдалась нами с декабря 1973 г. по январь 1975 г. на 125-*см* рефлекторе Южной станции ГАИШ и 260-*см* рефлекторе Крымской астрофизической обсерватории. Дисперсия спектрограмм, полученных с использованием электронно-оптических преобразователей (ЭОП) типа ФКТ и УМ-92, составляет соответственно 58 и 110 Å/*мм*. Исследована спектральная область 4450—6800 Å при среднем разрешении 0.05 *мм* на экране ЭОП. Щель шириной 2″—3″ ориентировалась в направлении E—W. Приводимые ниже результаты основаны на анализе 40 спектрограмм галактики.

Помимо линий HI, [OIII], [SII], [NII], обычно присутствующих в спектрах галактик с высокой степенью возбуждения газа, на полученных спектрограммах можно выделить более слабые линии (рис. 1), часть которых мы отождествляем с линиями Fe, находящегося в различных стадиях ионизации.

Таблица 1 содержит последовательно: список длин волн линий, обнаруженных в спектре галактики, средние за период наблюдений относительные интенсивности и вероятное отождествление большинства линий. При идентификации использовались сводки Гарстанга [1—5], Пастернака [6],

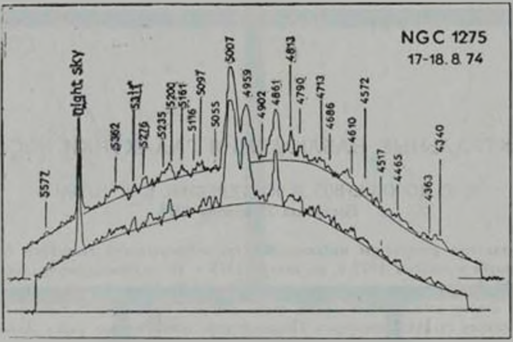


Рис. 1. Спектрограммы NGC 1275 за 17—18.8.1974 г. в области длин волн 5600—4300 А. Оригинальная дисперсия 110 А/мм.

Визе и др. [7] вероятностей атомных переходов, каталог Мейнела и др. [8], результаты наблюдений Теккерея [9] и Аллера и др. [10] пекулярных звезд η Car и RR Tel, а также данные Нетцера [11], детально исследовавшего спектр сейфертовской галактики NGC 4151. Некоторые дополнительные сведения даны в примечаниях к табл. 1. Следует отметить, что большинство спектрограмм покрывает спектральные интервалы 4500—5300 А, 5500—6000 А, 6200—6800 А. Поскольку на краях этих интервалов длины волн линий определяются с относительно большей ошибкой из-за неравномерности характеристик поля ЭОП, отождествления линий здесь менее надежны. Заметим также, что видимость слабых линий часто неодинакова на разных спектрограммах. Поэтому при отождествлении принимались во внимание те линии, которые довольно четко выделяются на большей части спектрограмм.

Еще Сейферт [12] обнаружил несимметричность профилей ярких линий в спектре NGC 1275. Дибай и Есипов [13, 14], наблюдавшие галактику в 1967 г. с дисперсией 64 и 25 А/мм, выделили на профилях линий N_1, N_2 и H_β два максимума, главный из которых соответствует красному смещению галактики ($z=0.018$), а другой смещен на 10 А в сторону коротких длин волн. Дибай и Есипов связывают наличие второго компонента с газовым облаком, движущимся относительно галактики со скоростью

Таблица 1

λ набл. (Å)	I (I_{H_β} = 10)	Отождествление	Номер примечания
1	2	3	4
6731	13.8	6730.8 [S II] 1F	
6716	12.0	6716.4 [S II] 1F	
6628	1.0	H_α системы Минковского	
6585		6583.4 [N II] 1F	
6563	84	6562.8 H_α	
6546		6548.1 [N II] 1F	
6472	3.0	—	
6366	5.6	6363.9 [OI] 1F	
6345	3.0	—	
6300	11.6	6300.2 [OI] 1F	
6278	4.1	—	
6263	3.1	—	
6051	2.1	—	
5980	—	5979.0 Si II 4	1
5964	—	5957.6 Si II 4	
5876	—	5875.7 He I 11	
5825	—	—	
5812	—	—	
5581	1.4	5577.3 [OI] 3F	
5561	—	5556.3 [Fe II] 18F:	
5399	1.2	—	
5379	1.7	—	
5362	2.7	5362.9 Fe II 48	2
5322	w	5316.6 Fe II 49	3
5311	w	5309.2 [Ca V] 1F	
5276	w	5276.0 Fe II 49, 5273.4 [Fe II] 18F	
5258	2.0	5261.6 [Fe II] 19F	4
5235	w	5234.6 Fe II 49; 5270 [Fe IV] $^4G-^2F$:	5
5200	2.8	5200.7, 5198.5 [N I] 1F	
5161	1.4	5158.8 [Fe II] 19F; 5158 [Fe II] 18F:; 5169 Fe II 42:	6
5116	w	5111.6 [Fe II] 19F	
5098	w	5093.5 Fe II 205	7
5071	w	5074.0 Fe II 205; 5072.4 [Fe II] 19F:	
5055	0.7—1.1	5006.8 [OIII] 1F системы Минковского	
5033	1.3	5089, 5097 [Fe IV] $^4G-^2F$:	8
5007	36.	5006.8 [OIII] 1F	
4959	12.	4958.9 [OIII] 1F	

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4
4922	0.8	4918.9 [Fe IV] $^4G-^4F$; 4923.9 [Fe II] 42:	9
4908	1.1	4905.4 [Fe IV] $^4G-^4F$; 4905.4 [Fe II] 20F	
4902	1.2	4901.8 [Fe IV] $^4G-^4F$	
4885	0.8	4889.6 [Fe II] 4F	
4861	10	4861.3 H	
4813	1.3	4814.6 [Fe II] 20F; 4815.5 S II 9:	10
4790	1.1	4788.1 N II 20	11
4778	w	4774.7 [Fe II] 20F; 4779.7 N II 20	
4749	vw	4745.5 [Fe II] 20F	
4726	<1.2	4728.1 [Fe II] 4F; 4724.2, 4725.6 [Ne IV] 1F	
4713	w	4715.6, 4714.2 [Ne IV] 1F; 4716.2 S II 9:	
4687	w	4686 HeII 1	
4610	1.5	4609.3 OII 93	12
4595	w	4596.2 OII 15	12
4572	1.1	4583.8 Fe II 38:	
4517	—	4522.6 Fe II 38:	
4465	1.2	4471.5 HeI 14	
4360	2.7:	4363.2 [OIII] 2F	
4344	3.4:	4340.5 H_γ	

Примечания к таблице 1

1. Линия λ 5979.0 SiII 4 наблюдалась в спектрах газовых туманностей и звезд с обширными оболочками [8]. Другая линия λ 5957.6 SiII 4 имеет малую интенсивность.
2. Линия λ 5362.9 FeII 48 является самой яркой в мультиплете. Наблюдалась в спектрах многих звезд с обширными газовыми оболочками [8].
3. Линия λ 5316.6 FeII 49 — самая яркая в этом мультиплете. Наблюдалась в спектрах новых, новоподобных и других эмиссионных звезд [8]. Возможно, присутствуют и другие линии FeII 49, а именно: λλ 5276.0; 5234.6.
4. Наблюдаемые линии λλ 5258, 5161, по-видимому, принадлежат мультиплету [FeII] 19 F, который широко представлен в спектрах туманностей, пекулярных звезд [8] и галактики NGC 4151 [11].
5. Наряду с обсуждавшимся выше, возможно отождествление этой линии с λ 5270 [Fe IV] $^4G-^2F$ [2] (экспериментальное уточнение длины волны отсутствует).
6. Отождествление этой линии с линией λ 5169.0 FeII 42 сомнительно из-за большого расхождения в длинах волн.
7. Линии λλ 5093.5, 5074.0 FeII 205 наблюдались в спектрах новоподобных звезд [8]. Линия λ 5072.4 [FeII] 19 F, по-видимому, слишком слаба [3].
8. Отождествление предложено Гарстангом [2]. Экспериментальное уточнение длин волн линий [FeIV] $^4G-^4F$ отсутствует.
9. Наиболее вероятно отождествление с первой из указанных линий, присутствующей в спектрах симбиотических звезд [8] и RR Tel [10].
10. Вероятность перехода, соответствующего λ 4814.6 [FeII] 20F, наибольшая в муль-

триплете 20F. Линии λλ 4815.5, 4716.2 SII 9 наблюдались в спектрах новоподобных звезд [8].

11. Можно заподозрить присутствие и других наиболее ярких линий λλ 4803.7, 4779.7 мультиплета NII 20. Линии наблюдались в спектрах новых [8].

12. Линии мультиплетов OII 93, OII 15 наблюдались в спектрах планетарных туманностей [8]. Линия λ 4610 присутствует в спектре NGC 4151, но не отождествлена [11].

— 600 *км/сек*. Андерсон [15] полагает контуры симметричными; следует, однако, учесть, что использованные в [15] спектрограммы имеют меньшую дисперсию (120 и 170 A/*мм*).

Контуры линий N_1, N_2 и H_β, построенные по спектрограммам с разрешением $\simeq$ 2.5 A (рис. 2), согласуются с результатами [13, 14]. Смещение коротковолновых компонентов найдено равным 13—14 A, что соответствует лучевой скорости — 800 *км/сек;* отношение интенсивностей коротковолнового и длинноволнового компонентов равно 0.50, 0.56 и 0.30 для N_1, N_2 и H_β, соответственно. В области H_α выделить компоненты значительно сложнее из-за блендирования линий. Предполагая, что контуры и относительные интенсивности компонентов линий H_α и [NII] λλ 6548, 6583 аналогичны таковым для линий N_1, N_2 и H_β, мы построили суммарный профиль линий H_α и [NII]. Суммарный профиль хорошо согласуется с наблюдаемым.

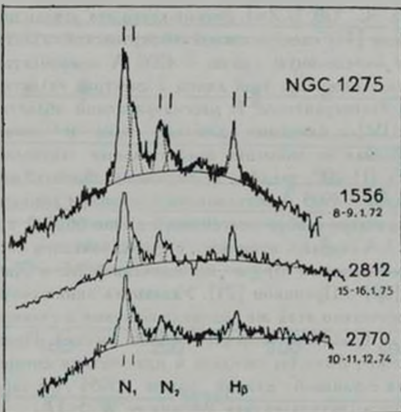


Рис. 2. Контуры линий N_1, N_2 и H_β на спектрограммах с дисперсией около 60 A/мм.

Вопрос о наличии компонентов линий в спектре NGC 1275 имеет непосредственное отношение к выделению линий [Fe VII], обнаруженных в спектрах ряда сейфертовских галактик [12, 11, 16]. В наиболее полно исследованной спектральной области находятся линии мультиплета [Fe VII] 2F $\lambda\lambda$ 4893, 4944, 4989, 5159, 5278 A. Положение второй и третьей из них совпадает с положением компонентов N_1 и N_2. Поскольку остальные линии мультиплета 2F в спектре не обнаружены и вероятности переходов для всех указанных линий одного порядка, следует полагать, что компоненты линий [OIII] не искажены блендированием. Наиболее яркие линии [Fe VII] принадлежат мультиплету 1F и имеют длины волн 5721 и 6087 A. При просмотре спектрограмм, снятых в области 6000 A, эти линии не были обнаружены.

Присутствие эмиссионной особенности вблизи λ 4905 A характерно для спектров многих сейфертовских галактик, например, NGC 3227, Маркарян 198 и 335, 3C 120, II Zw I. Весьма четко эта деталь выделяется в полученном Диснеем [17] спектре южной сейфертовской галактики IC 4329 A. Дисней считает эмиссионную линию λ 4900 A компонентом H_β, однако широкая распространенность этой линии в спектрах галактик делает такое предположение маловероятным. В рассматриваемой области расположены три линии [Fe IV] с близкими длинами волн и линия [Fe II] 20F λ 4905 A. Принимая во внимание относительные интенсивности линий мультиплета [Fe II] 20F, следует, по-видимому, считать, что эмиссионная особенность вблизи λ 4905 A обусловлена в основном линиями [Fe IV].

Наличие в спектре слабой эмиссионной линии 6628 A с эквивалентной шириной $W_\lambda \simeq 1$ A связано, возможно, с существованием системы газа, обнаруженной Минковским [18] и исследованной М. и Дж. Бербиджами [19], Линдсом [20] и Проником [21]. Указанная линия соответствует H_α, смещенной относительно этой же водородной линии в спектре основной галактики на 65 A (разность скоростей $\simeq$ 3000 *км/сек*). Принимая эту интерпретацию, можно было бы ожидать и присутствия смещенной на 50 A линии N_1. Линия с близкой длиной волны (5055 A в табл. 1) действительно наблюдается; эквивалентная ширина ее $W_\lambda \simeq$ 1A.

2. *Сопоставление спектров, полученных в разные даты.* Как известно, NGC 1275 принадлежит к группе сейфертовских галактик, испытывающих заметные колебания блеска [22]. В 1974 г. по данным Лютого [23] видимая величина галактики в фильтре B (диафрагма 27") колебалась в пределах 13^m0-13^m3. Большие вспышки яркости ядра в указанный период не отмечались.

На рис. 3 представлены значения эквивалентных ширин линий N_1, N_2 и H_β и отношения $\dfrac{W_\lambda(H_\beta)}{W_\lambda(N_1) + W_\lambda(N_2)}$ в зависимости от даты наблюдений (юлианский день). Как видно из рисунка, изменения эквивалентных ширин линий и их отношения находятся в пределах точности наших наблюдений ($\simeq 30\%$).

При сопоставлении профилей линий на спектрограммах, полученных в разное время, мы включили в рассмотрение несколько спектрограмм галактики (одна из них, № 1556, воспроизведена на рис. 2), любезно предоставленных нам Дибаем и Есиповым. Сравнение показывает, что профили линий в 1972—1974 гг. существенно не изменились.

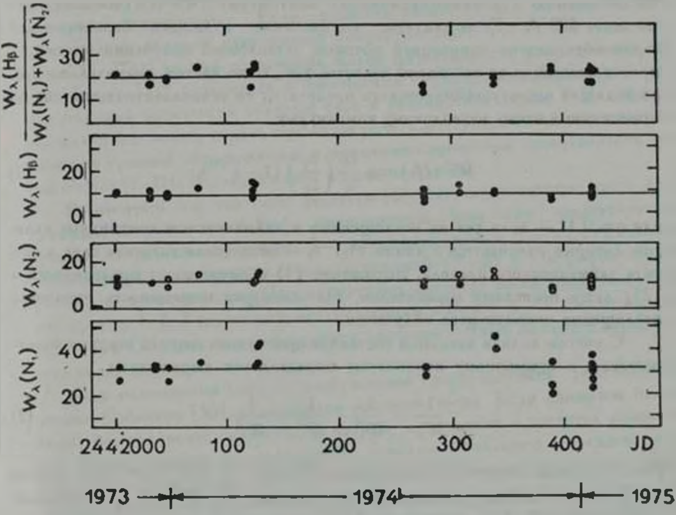


Рис. 3. Значения эквивалентных ширин (в А) линий N_1, N_2 и H_β в зависимости от даты наблюдений.

Интенсивности некоторых линий, в частности, эмиссионной особенности вблизи λ 4905 А, иногда заметно отличаются на различных спектрах, однако по нашим данным трудно судить, насколько такие изменения реальны.

3. *Интенсивности водородных линий.* В последние годы неоднократно обсуждались различные механизмы ионизации газа в ядрах сейфертовских галактик. Следуя наиболее обоснованной точке зрения, мы примем, что источником ионизации является ультрафиолетовое излучение центрального

источника, имеющего весьма малые размеры (верхний предел для NGC 4151 равен, согласно Шварцшильду [24], 7 *пс*).

В связи с вопросом об источнике ионизации Сирл и Сарджент [25] обратили внимание на то обстоятельство, что эквивалентные ширины водородных линий в спектрах объектов с широкими эмиссионными линиями слишком малы для того, чтобы и линии, и континуум можно было считать рекомбинационными. Для NGC 1275 $W_\lambda(H_\beta) = 9$ A, в то время как при характерных для зоны HII значениях T_e и N_e эквивалентная ширина только по отношению к рекомбинационному континууму $W_\lambda^R(H_\beta)$ должна быть не менее 500 A. Если считать, что свечение в линиях бальмеровской серии обусловлено ионизацией потоком нетеплового излучения $F_\nu \sim \nu^{-\alpha}$, простирающимся от некоторой частоты $\nu_0 < \nu_\beta$ до частот, значительно превосходящих частоту лаймановского предела ν_1, то эквивалентная ширина по отношению к этому нетепловому континууму

$$W_\lambda^*(H_\beta) = q\,\frac{\lambda_\beta}{\alpha}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_\beta}\right)^\alpha(1-e^{-\tau_1}), \tag{1}$$

где $q = 0.11$ — доля тех из поглощенных в лаймановском континууме квантов, которые излучаются в линии H_β; τ_1 — оптическая толщина газа в частоте лаймановского предела. Выражение (1) отличается от приведенного в [25] лишь последним множителем, учитывающим возможность неполного поглощения ионизующего излучения.

С учетом вклада звездной составляющей эквивалентная ширина по отношению к суммарному континууму определяется выражением

$$\frac{1}{W_\lambda} = \frac{1}{W_\lambda^R} + \frac{1}{W_\lambda^*} + \frac{1}{W^S}. \tag{2}$$

Если принять, следуя [25], значение $W_\lambda^R(H_\beta) = 500$ A, то доля рекомбинационного континуума вблизи H_β равна $W_\lambda / W_\lambda^R \simeq 0.02$. Фотоэлектрические наблюдения Андерсона [15] показывают, что спектральный индекс галактики в видимой области $\alpha \sim 1.8$—2.0 (вообще говоря, α меняется вместе с блеском ядра, так что принятое значение должно рассматриваться как среднее). Поскольку излучение звездной компоненты составляет около 10% всего потока в 2″—3″ диафрагме [15, 26], нетепловой континуум можно характеризовать приблизительно тем же значением спектрального индекса. При указанных выше значениях параметров из формул (1) и (2) следует, что интенсивности водородных линий в спектре NGC 1275 соответствуют почти полному поглощению ультрафиолетового «хвоста» наблюдаемого в видимой области нетеплового континуума ($\tau_1 > 1$). Присутствие в спектре линий [OI], [FeII] также указывает на существование обширной зоны HI.

4. *Интенсивности линий Fe.* Относительные интенсивности разрешенных и запрещенных линий FeII в спектрах квазаров и сейфертовских галактик меняются в широких пределах. Так, согласно Уомплеру и Оуку [27], в спектре 3C 273 линии [FeII] не видны, в то время как разрешенные линии весьма интенсивны. Для NGC 4151 по данным Нетцера [11] наблюдается противоположная картина. В исследованной нами области спектра NGC 1275 разрешенные линии FeII выделяются неуверенно (см. табл. 1). Определенно можно сказать лишь то, что разрешенные линии по крайне мере в несколько раз слабее запрещенных. Если слабость линий [FeII] легко объяснить сравнительно высокой электронной концентрацией ($N_e > 10^7$ *см*$^{-3}$ в оболочке 3C 273), то при объяснении малой интенсивности разрешенных линий Нетцер [11] столкнулся с некоторыми трудностями. Дело в том, что при большой оптической толщине газа в резонансной линии FeII диффузное излучение может играть основную роль в возбуждении высоких энергетических уровней. Это приводит к примерно одинаковой интенсивности линий FeII и [FeII]. Исследуем этот вопрос подробнее.

Рассмотрим, как это часто делается [28, 29], ограниченную часть диаграммы Гротриана атома Fe^+, включающую лишь три энергетических уровня: 1 — основной уровень, 2 — метастабильный и 3 — возбужденный, порождающий разрешенные линии в видимой (3—2) и ультрафиолетовой (3—1) областях спектра. При конкретных расчетах ниже предполагается, что уровни 1, 2, 3 соответствуют состояниям a^6D, a^6S и z^6P° (мультиплеты 3UV, 42 и 7F), для которых имеются наиболее полные данные о вероятностях переходов.

При нахождении степени возбуждения воспользуемся результатами теории Соболева [30] движущихся оболочек звезд. Если движение происходит без градиента скорости, то кванты, излученные в частотах резонансной линии, выходят из среды после довольно большого в среднем числа рассеяний. Естественно, однако, полагать, что движение газа в ядрах галактик характеризуется наличием большого градиента скорости. В этом случае из общего числа N_3A_{31} квантов, возникших в 1 *см*^{3} за 1 *сек*, некоторая часть, равная $N_3A_{31}\beta_{13}$, выходит из среды без рассеяний. Таким образом, наличие в среде градиента скорости уменьшает степень возбуждения.

Поскольку оптическая толщина газа в резонансной частоте ν_{13} может значительно превосходить 1, представим плотность излучения ρ_{13} в виде суммы плотностей диффузного и прямого излучения:

$$\rho_{13} = \rho_{13}^d + \rho_{13}^0. \tag{3}$$

Тогда, согласно [30], можно принять

$$N_3A_{31} - N_1B_{13}\rho_{13}^d = N_3A_{31}\beta_{13}. \tag{4}$$

В сферически-симметричной оболочке, движущейся со скоростью v, постоянной вдоль радиуса, вероятность выхода кванта из среды β_{13} равна

$$\beta_{13} = \frac{1}{3uN_1k_{13}}\,\frac{v}{r}, \tag{5}$$

где u — средняя тепловая скорость атомов Fe, k_{13} — коэффициент поглощения в частоте ν_{13} и r — расстояние от центрального источника. Для оболочек ядер сейфертовских галактик и квазаров β_{13} оказывается равной по порядку величины 1, так что роль диффузного излучения в возбуждении атомов невелика.

При перечисленных допущениях условия статистического равновесия для 3 и 2 уровня имеют вид:

$$\begin{cases} N_1(N_e q_{13} + B_{13}\rho_{13}^0) + N_2B_{23}\rho_{23} = N_3(A_{31}\beta_{13} + A_{32}), \\ N_1N_e q_{12} + N_3A_{32} = N_2(A_{21} + N_e q_{21} + B_{23}\rho_{23}), \end{cases} \tag{6}$$

где q_{ik} — коэффициенты вероятностей переходов при столкновениях со свободными электронами. В (6) не учтены рекомбинации, ролью которых, как легко показать, можно пренебречь по сравнению с радиативным возбуждением. Для относительной интенсивности разрешенной (3—2) и запрещенной (2—1) линий получается из (6) следующее выражение:

$$\frac{I_P}{I_F} = \frac{\nu_{32}}{\nu_{21}}\,\frac{\left(1+\dfrac{N_e q_{21}+B_{23}\rho_{23}}{A_{21}}\right)\left(1+\dfrac{B_{13}\rho_{13}^0}{N_e q_{13}}\right)+\dfrac{q_{12}}{q_{13}}\,\dfrac{B_{23}\rho_{23}}{A_{21}}}{1+\dfrac{B_{13}\rho_{13}^0}{N_e q_{13}}+\left(1+\dfrac{A_{31}\beta_{13}}{A_{32}}\right)\dfrac{q_{12}}{q_{13}}}. \tag{7}$$

Если, в частности, переходами под действием излучения можно пренебречь, мы приходим к выражению, полученному Горбацким [28] при интерпретации изменения интенсивностей линий Fe в спектрах долгопериодических переменных:

$$\frac{I_P}{I_F} \simeq \frac{\nu_{32}}{\nu_{12}}\left(1+\frac{N_e q_{21}}{A_{21}}\right)\frac{q_{13}}{q_{12}} \simeq \left(1+10^{-6}\,\frac{N_e}{\sqrt{T_e}}\right)^{-\frac{30000}{T_e}}. \tag{8}$$

При подстановке численных значений мы приняли $\beta_{13}^0 = 1$; $A_{21} = 1$ *сек*$^{-1}$ [5] для линии λ 4287 [Fe II] 7F; $A_{31} = 4.2\cdot10^8$ *сек*$^{-1}$ [31] для линии λ 2344 Fe II 3UV и $A_{32} = 8.7\cdot10^7$ *сек*$^{-1}$ [32] для линии λ 4924 Fe II 42. Использование атомных параметров для других переходов может изменить отношение (8) в несколько раз (заметим, впрочем, что в [27] принято $A_{31}/A_{32} \simeq 3000$).

В противоположном случае, когда основную роль играет возбуждение излучением в частоте ν_{13}, находим:

$$\frac{I_P}{I_F} \simeq \frac{\nu_{23}}{\nu_{13}}\left(1 + \frac{N_e q_{31} + B_{23}\rho_{23}}{A_{21}}\right) \approx 1 + 10^{-6}\frac{N_e}{\sqrt{T_e}} + 10^{-29}\frac{L_{13}}{R_{pc}^2}, \qquad (9)$$

где под L_{13} понимается монохроматическая светимость центрального источника в частоте ν_{13} и под R_{pc} — расстояние от центрального источника в парсеках. Переход от (7) к (8) или (9) осуществляется в зависимости от значения параметра

$$\delta = \frac{B_{13}\rho_{13}^0}{a N_e q_{23}} \simeq 4 \cdot 10^{-21}\frac{L_{13}}{N_e R_{pc}^2}, \qquad (10)$$

где принято $T_e = 10^4$ °К, $a = A_{21}\beta_{13}/A_{13} = 5$. Следуя [13—15], положим для NGC 1275 $L_{13} = 10^{-8}$ *эрг/сек·гц*, $N_e = 10^6 - 10^7$ *см*$^{-3}$. Из анализа свечения газа в ядре галактики в линии H_β с учетом скважности $\varepsilon \simeq 10^{-3}$[14] следует, что размеры зоны H II порядка нескольких парсек. Поскольку Fe^+ светится в основном в зоне H I, положим $R_{pc} \simeq 10$. При указанных значениях параметров находим из (10) оценку: $\delta \lesssim 1$ (заметим, что предполагаемому в [11, 27] значению $a \gg 1$ соответствует $\delta \ll 1$). Таким образом, отношение интенсивностей разрешенных и запрещенных линий Fe II в спектре NGC 1275 должно быть промежуточным между случаем $I_P \ll I_F$, предсказываемым формулой (8), и случаем $I_P \simeq I_F$, предсказываемым (9). Как уже отмечалось, приблизительно такое отношение и наблюдается.

То обстоятельство, что основная часть квантов, излучаемых NGC 4151 в линиях [Fe], обусловлена свечением Fe^+, позволило Нетцеру [11] сделать вывод о существовании большого количества нейтрального водорода в ядре этой галактики. Как показывают приведенные выше расчеты интенсивностей линий H и Fe, аналогичный вывод можно сделать и для ядра NGC 1275. Общее сопоставление эмиссионных спектров NGC 4151 и NGC 1275 указывает на несколько более низкую степень ионизации газа в ядре последней галактики.

Авторы благодарны Э. А. Дибаю и В. Ф. Есипову за содействие при выполнении данной работы и полезные обсуждения.

Государственный астрономический
ин-т им. П. К. Штернберга.
Крымская астрофизическая
обсерватория

THE SPECTRAL OBSERVATIONS OF THE GALAXY NGC 1275

V. T. DOROSHENKO, V. Yu. TEREBIZH, K. K. CHUVAEV

The galaxy NGC 1275 has been observed from December 1973 to January 1975. The observational material consists of about 40 spectrograms covering the wavelength range $\lambda\lambda$ 4400—6800 A with a dispersion of 58 and 110 A/mm.

A number of rather weak lines have been observed which mainly belong to the forbidden lines of Fe. The existence of the double structure of N_1, N_2 and H_β lines discovered by Dibay and Esipov [13] is confirmed. The equivalent widths and contours of the emission lines [O III] and H_β in the spectra that were taken during 1972—1975 have been compared. No variations have been found beyond observational errors.

The intensities of hydrogen lines indicate almost full absorbtion of the ultraviolet "tail" of the nonthermal nuclear continuum in the surrounding gas envelope. Permitted lines of FeII are weaker than forbidden ones in the spectrum of the NGC 1275. This can be accounted for in the frame of Sobolev's theory of the moving envelopes of stars.

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. H. Garstang*, M. N., 117, 393, 1957.
2. *R. H. Garstang*, M. N., 118, 572, 1958.
3. *R. H. Garstang*, M. N., 124, 321, 1962.
4. *R. H. Garstang*, N. B. S. J. Res., 68A, 61, 1964.
5. *R. H. Garstang*, IAU Symp. No. 34, ed. by D. E. Osterbrock and C. R. O'Dell, D. Reidel publ. comp. 143, 1968.
6. *S. Pasternack*, Ap. J., 92, 129, 1940.
7. *W. L. Wiese, M. W. Smith, B. M. Glennon*, Atomic Transition Probabilities, vol. I, NSRDS-NBS4-, 1966.
8. *A. B. Meinel, A. F. Aveni, M. W. Stockton*, Catalog of Emission Lines in Astrophysical Objects, Opt. Sc. Center and Steward Observ. University of Arizona, Tucson, Arizona, 1969.
9. *A. D. Thackeray*, M. N., 135, 51, 1967.
10. *L. H. Aller, R. S. Politan, E. S. Rhodes, Jr., G. W. Wares*, Astrophys. Space Sci., 20, 93, 1968.
11. *H. Netzer*, M. N., 169, 579, 1974.
12. *C. K. Seyfert*, Ap. J., 97, 28, 1943.
13. *Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов*, Астрон. цирк., № 467, 4, 1968.
14. *Э. А. Дибай*, Астрон. ж., 46, 725, 1969.
15. *K. S. Anderson*, Ap. J., 162, 743, 1970.
16. *H. Nussbaumer, D. E. Osterbrock*, Ap. J., 161, 811, 1970.
17. *M. J. Disney*, Ap. J., 181, L55, 1973.

18. *R. Minkowsky*, IAU Symp. No. 4, Cambridge Univ. Press., 107, 1957.
19. *E. M. Burbidge, G. R. Burbidge*, Ap. J., 142, 1351, 1965.
20. *R. Lynds*, Ap. J., 159, L 151, 1970.
21. *В. И. Проник*, в сб. «Звезды, туманности, галактики», Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1969, стр. 247.
22. *T. G. Barnes*, Ap. Lett., 1, 171, 1968.
23. *В. М. Лютый*, Астрон. ж., (в печати), 1977.
24. *M. Schwarzchild*, Ap. J., 182, 357, 1973.
25. *L. Searle, W. L. W. Sargent*, Ap. J., 153, 1003, 1968
26. *M. V. Penston, M. J. Penston, R. A. Selmes, E. E. Becklin, G. Neugebauer*, M. N., 169, 357, 1974.
27. *E. J. Wampler, J. B. Oke*, Ap. J., 148, 695, 1967.
28. *В. Г. Горбацкий*. Астрон. ж., 35, 748, 1958.
29. *T. F. Adams*, Ap. J., 196, 675, 1975.
30. *В. В. Соболев*, Движущиеся оболочки звезд, Изд. ЛГУ, 1947.
31. *G. E. Assousa, W. H. Smith*, Ap. J., 176, 259, 1972.
32. *S. J. Wolnik, R. O. Berthel, G. W. Wares*, Ap. J., 166, L31, 1971.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

ИЗМЕРЕНИЯ ПЕРЕМЕННОСТИ БЛЕСКА ГАЛАКТИКИ МАРКАРЯН 509

О. В. МАГНИЦКАЯ, К. А. СААКЯН

Поступила 12 апреля 1976

Приводятся данные трехцветной фотометрии галактики Маркарян 509 во время ее минимального блеска. Маркарян 509 в четыре отдаленные друг от друга эпохи имела максимальную яркость и только в один период, в течение четырех месяцев сохранила минимальную яркость: то есть имело место падение яркости порядка одной звездной величины.

Маркарян 509 является сферической, сильно конденсированной галактикой компактного вида, в спектре которой четко выделяются водородные линии, и, как предсказывали авторы [1], они должны быть широкими. Щелевой спектр, полученный на телескопе 2.6 *м* [2], подтвердил наличие широких эмиссионных линий водорода у этой галактики. Авторы [2] отмечают, что эта галактика на щели спектрографа не отличается от звезд. Водородные линии широкие, ширина линий больше 2000 *км/сек*. Красное смещение Маркарян 509 равно 0.0355. Абсолютная величина $-23^{m}2$, при значении $H = 75$ *км/сек/Мпс*. По предположению авторов этот объект является либо близким QSO, либо занимающим промежуточное положение между сейфертовскими галактиками и квазарами.

На картах Паломарского обозрения (она вышла на двух парах карт) галактика не показывает какой-либо структуры. Она состоит из очень яркого звездообразного ядра, которое окружено слабой оболочкой, вытянутой по направлению восток—запад. Оболочка больше выражена на красных картах. Маркарян 509 является изолированным объектом. Вокруг нее в круге с радиусом примерно 20 *минут дуги* нет галактик подобной яркости. Из-за своих необычных характеристик Маркарян 509 наряду с другими звездообразными объектами была включена в число галактик, наблюдаемых нами систематически на предмет выявления переменности.

Как уже было сообщено [3], на шести пластинках, полученных в период июнь—ноябрь 1974 г., блеск этой галактики был порядка 13^m в фотографических лучах. На серии пластинок, полученных в августе—октябре 1975 г., она на одну звездную величину стала слабее. У галактики произошло довольно значительное ослабление блеска. После обнаружения ослабления яркости были проведены наблюдения для выявления характера переменности этого объекта.

Наблюдения велись на 21" камере Шмидта Бюраканской обсерватории. Снимки получены на пластинках Кодак 103А-О и ORWO ZU-2 без фильтра, которые дают обычную фотографическую величину. Наряду с этим, для определения показателей цвета, производились наблюдения в ультрафиолетовых и желтых лучах. Ультрафиолетовые величины получены на пластинках ZU-2 с фильтром UG-2, а визуальные — на пластинках Кодак IIaD с фильтром GG-11. Измерения яркости галактики и звезд сравнения проводились на микрофотометре МФ-2. Так как во вторую эпоху наблюдений область галактики Маркарян 509 находилась очень низко над горизонтом, то были созданы вокруг нее стандарты из семи звезд в трех лучах. Для сравнения были использованы фотоэлектрические [4] и фотографические [5] величины звезд области избранной площадки Каптейна SA94. Яркости и цвета семи стандартных звезд приведены в табл. 1. На рис. 1 приведена карта отождествления и обозначение стандартных звезд. Звезда с обозначением «*a*» оказалась очень голубой. Ее показатели цвета, определенные нами, составляют $U - m_{pg} = -0^m86$ и $m_{pg} - V = -0^m60$. На двухцветной диаграмме она не ложится на кривую черного тела, а располагается значительно левее. Судя по спектральному изображению этой

Таблица 1

	m_{pg}	$U - m_{pg}$	$m_{pg} - V$
a	12^m86	-0^m86	-0^m60
b	13.55	−0.12	+0.41
c	12.18	+0.53	+0.90
d	13.79	−0.14	+0.43
e	14.94	+0.35	+0.91
f	12.85	+0.06	+0.45
g	15.01	−0.11	+0.53

звезды, полученному с объективной призмой, она не может быть квазаром. Поэтому ее необычные показатели цвета следует объяснить расхождением нашей цветовой системы с интернациональной в цвете B. Прибавив 0.4 звездные величины, как это делалось в [6], к полученной у нас фотографической величине, мы получим следующие цвета для исключительно голубой звезды

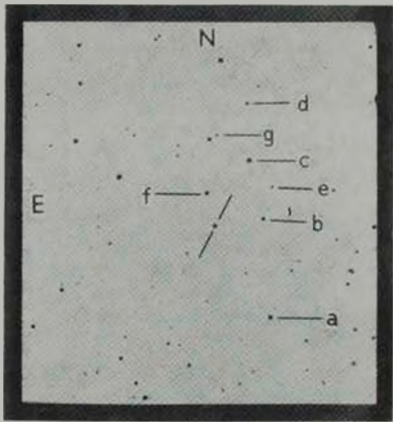


Рис. 1. Карта отождествления Маркарян 509.

К ст. О. В. Магницкой, К. А. Саакян

Таблица 2

Дата наблюдений	Юлианское время 2442000+	Величина	Средняя кв. ошибка	Система
19–20.6.1974	217.945	12^m97	±0.01	Pg
14–15.7.1974	242.847	12.95	0.01	"
23–24.7.1974	251.897	12.90	0.02	"
23–24.7.1974	251.869	13.11	0.05	"
13–14.8.1974	272.858	12.93	0.07	"
13–14.8.1974	272.861	13.08	0.03	"
18–19.9.1974	308.776	12.95	0.03	"
18–19.9.1974	308.783	13.02	0.03	"
7–8.11.1974	358.635	13.10	0.05	"
9–10.8.1975	633.868	13.62	0.02	"
5–6.10.1975	690.660	13.76	0.03	"
6–7.10.1975	691.671	13.92	0.03	"
16–17.10.1975	701.714	13.88	0.07	"
27–28.10.1975	712.690	13.88	0.01	"
28–29.10.1975	713.688	13.79	0.00	"
30–31.10.1975	715.694	13.88	0.01	"
31.10–1.11.1975	716.670	13.93	0.03	"
1–2.11.1975	717.660	13.88	0.02	"
2–3.11.1975	718.655	13.80	0.03	"
20–21.11.1975	736.656	13.77	0.07	"
21–22.11.1975	737.632	13.84	0.02	"
24–25.11.1975	740.670	13.87	0.04	"
25–26.11.1975	741.670	13.90	0.06	"
28–29.11.1975	744.653	13.88	0.01	"
29–30.11.1975	745.645	13.80	0.05	"
29–30.11.1975	745.672	13.91	0.03	"
4–5.12.1975	750.672	13.95	0.08	"
28–29.10.1975	713.667	13.00	0.03	U
30–31.10.1975	715.669	13.00	0.07	"
31.10–1.11.1975	716.649	13.10	0.07	"
1–2.11.1975	717.672	13.17	0.09	"
2–3.11.1975	718.667	13.35	0.04	"
30–31.10.1975	715.650	13.64	0.02	V
31.10–1.11.1975	716.635	13.75	0.03	"
1–2.11.1975	717.646	13.51	0.02	"
2–3.11.1975	718.642	13.53	0.01	"
4–5.12.1975	750.642	13.51	0.05	"

„a": $U-B=-1^m26$, $B-V=-0^m20$. С этими цветами звезда хорошо ложится на кривой. Остальные стандартные звезды, использованные в качестве звезд сравнения, имеют цвета, похожие на цвета звезд главной последовательности. Для них вышеуказанная поправка незначительна, так как они не голубые.

Данные измерений яркости Маркарян 509 приведены в табл. 2. Все величины являются средними из пяти измерений. В столбцах таблицы приведены юлианское время, дата наблюдений, звездная величина и средняя квадратичная ошибка. В последнем столбце указано, в каком цвете велись наблюдения.

К звездным величинам pg, приведенным в табл. 2, следует прибавить 0^m4 для приведения их к системе B.

По пластинкам, полученным в течение одной ночи, измерены также цвета рассматриваемого объекта, которые приводятся в табл. 3.

Таблица 3

Дата наблюдений	m_{pg}	$U-m_{pg}$	$m_{pg}-V$
28—29.10.1975	13^m79	-0^m79	—
30—31.10.1975	13.88	−0.88	$+0^m24$
31.10—1.11.1975	13.93	−0.83	+0.18
1—2.11.1975	13.88	−0.71	+0.36
2—3.11.1975	13.80	−0.45	+0.27
4—5.12.1975	13.95	—	+0.44

Яркость и показатели цвета этого объекта, согласно де Вокулеру, составляют: $V=13^m14$, $B-V=+0^m20$, $U-B=-1^m05$. Судя по яркости, де Вокулер наблюдал этот объект в период максимума блеска ([7], стр. 4).

Обсуждение. На картах Паломарского обозрения, как уже было отмечено, вокруг яркого ядра Маркарян 509 наблюдается слабая оболочка. Однако фотометрические измерения на наших пластинках не выявляют ее, яркость галактики не увеличивается при увеличении размеров диафрагмы микрофотометра. Фотометрические измерения ряда изображений, полученных на одной и той же пластинке с разными экспозициями, также не выявляют какой-либо разницы в яркости галактики. На основании этого мы приходим к выводу, что вклад оболочки в интегральную яркость галактики незначителен.

Как видно из данных табл. 2, Маркарян 509 примерно 4.5 месяца в 1974 году имела одинаковую максимальную яркость (в нашей системе

13^m и 13^m4 в цвете В), а в 1975 году приблизительно 4 месяца имела примерно одинаковую минимальную яркость (14^m в нашей, 14^m4 в системе В). Ее яркость на картах Паломарского обозрения, соответствующих 14/15 августа 1953 г. и 10/11 ноября 1953 г., соответствует яркости максимального блеска. Согласно [1], она имеет звездную величину 13. Де Вокулер приводит значение 13^m34 в цвете В.

Наши измерения и оценки блеска Маркарян 509 в [1] и [7] приводят к выводу, что она в четыре отдаленные друг от друга эпохи имела максимальную яркость и только в один период, в течение четырех месяцев, сохранила минимальную яркость, то есть имело место падение яркости порядка одной звездной величины.

Такое явление встречается крайне редко, в особенности в мире галактик. Большая светимость, переменность и чрезвычайно большой ультрафиолетовый избыток делают эту галактику уникальным объектом, нуждающимся в дальнейшем многостороннем исследовании.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE MEASUREMENTS OF BRIGHTNESS VARIABILITY OF MARKARIAN 509

O. V. MAGNITSKAYA, K. A. SAHAKIAN

The results of three colour photometry of galaxy Markarian 509 during its minimum light are given. It has had a maximum brightness during four seperate remote epochs and minimum brightness only in a period throughout four months was kept, i. e. a fall of luminosity took place in the order of one stellar magnitude.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Б. Е. Маркарян, В. А. Липовецкий*, Астрофизика, 9, 487, 1973.
2. *И. М. Копылов и др.*, Астрофизика, 10, 483, 1974.
3. *К. А. Саакян*, Астрон. цирк., № 902, 4, 1976.
4. *J. B. Priser*, Publ. U. S. Naval Obs., II ser., 20, 6, 1974.
5. *A. Th. Purgathofer*, Lowell Obs. Bull., 147, 98, 1969.
6. *B. Q. McGimsey and all.*, A. J., 80, 85, 1975.
7. *G. de Vaucouleurs and all.*, Ap. J., 197, 1, 1975.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

РАСШИРЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОННЫМ РАССЕЯНИЕМ. I. МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Д. И. НАГИРНЕР, В. Г. ВЕДМИЧ

Поступила 19 января 1976

Предлагаются два метода расчета профилей линий, образующихся в полубесконечной атмосфере при совместном действии резонансного и электронного рассеяний с перераспределением по частотам. Первый основан на использовании двумерного линейного интегрального уравнения для интенсивности выходящего излучения, которое при малой роли электронного рассеяния можно решать последовательными приближениями. Второй метод заключается в разделении этой интенсивности на три части, соответствующие непрерывному спектру, электронному и резонансному рассеянию. Здесь также необходимы итерации при решении двух связанных одномерных линейных интегральных уравнений. В приложении приводятся явные решения этих уравнений при известных свободных членах.

1. *Введение.* Теоретический расчет профилей спектральных линий, расширенных рассеянием на свободных электронах, представляет сравнительно трудную задачу. Ее решал Г. Мюнч приближенным методом Чандрасекара [1] при функции перераспределения Дирака. Тем же способом Ф. Эдмондс [2] изучал уширение линий электронным рассеянием (ЭР), используя для сечения рассеяния тепловыми релятивистскими электронами формулу Клейна—Нишины. Л. Ауэр и Д. Михалас [3] численно рассчитали профили уширенных линий, используя функцию перераспределения, найденную Д. Хаммером и Д. Михаласом [4]. В работе Я. Б. Зельдовича, Е. В. Левича и Р. А. Сюняева [5] численно находилась эволюция углового и частотного распределения излучения первоначально узкой линии в бесконечной среде с учетом нелинейных эффектов ЭР. Одним из авторов [6] были рассчитаны профили линий излучения и поглощения, образующихся в плоских средах, в которых отсутствует поглощение в рассматриваемых линиях ,что можно принять для субординатных линий.

В последнее время изучалось влияние ЭР на непрерывный спектр (комптоновский механизм охлаждения и нагревания электронного газа излучением и эволюция спектра [7]), в частности, в сильных магнитных полях [8]. Возросший же в конце 60-х годов [3, 4, 6, 9, 10] интерес к исследованию влияния ЭР на образование линейчатых спектров упал, т. к. утвердилось мнение, что большая ширина линий в спектрах ряда астрофизических объектов вызывается другими причинами. Тем не менее, мы считаем необходимым вновь обратиться к данной проблеме, во-первых, из методологических соображений, а во-вторых, из уверенности, что в некоторых объектах (таких, как сейфертовские галактики, квазары и др.) ЭР является достаточно эффективным механизмом расширения линий.

В настоящей статье рассматривается образование спектральных линий при совместном действии резонансного и электронного рассеяний. Предлагаются два метода расчета профилей линий. Первый предпочтителен, когда ЭР сравнительно слабо, второй—в противоположном случае. Области применимости методов перекрываются.

2. *Основные уравнения.* Пусть в полубесконечной атмосфере распространяется излучение резонансной линии. Считается, что рассеяние происходит с полным перераспределением по частоте, а поглощение и излучение в непрерывном спектре не зависят от частоты. Рассеяние на электронах изотропно и описывается функцией перераспределения, зависящей только от разности частот падающего и рассеянного фотонов. Тогда интенсивность излучения $I(\tau, \mu, x)$ определяется следующим уравнением переноса [3]:

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu, x)}{d\tau} = -[\alpha(x) + \beta] I(\tau, \mu, x) + \int_{-\infty}^{\infty} R(x, x') J(\tau, x') dx' + \alpha(x) S_L^0(\tau) + \beta_c S_c^0(\tau\beta). \quad (1)$$

Здесь τ — оптическая глубина в центре линии, μ — косинус угла между направлением распространения излучения и внутренней нормалью к слоям атмосферы, x — частота, измеренная в некоторых единицах $\Delta\nu$ (например, доплеровских ширинах $\Delta\nu_D$). Далее, $\alpha(x)$ — профиль коэффициента поглощения в линии, в центре линии $\alpha(0) = 1$, $\beta = \beta_c + \beta_e$, причем, β_c и β_e — отношения коэффициентов поглощения в континууме и рассеяния на электронах к коэффициенту поглощения в центре линии. $S_L^0(\tau)$ и $S_c^0(\tau\beta)$ — известные функции, характеризующие мощность первичных источников излучения в линии и континууме. Если по отношению к процессам в континууме выполняется предположение о ЛТР, то

$$S_L^0(\tau) = (1 - \lambda) B(\tau), \qquad S_c^0(\tau\beta) = B(\tau), \quad (2)$$

где λ — вероятность выживания фотона при рассеянии в линии, а $B(\tau)$ — функция Планка.

Наконец, в члене, описывающем рассеяние, J — интенсивность, усредненная по μ, а $R(x, x')$ дается формулой

$$R(x, x') = A\alpha(x)\alpha(x') + \frac{\beta_e}{\gamma} R\left(\frac{x-x'}{\gamma}\right). \qquad (3)$$

Первое слагаемое в (3) соответствует перераспределению при рассеянии в линии (A — постоянная, нормирующая интеграл от $A\alpha(x)$ по x на 1), а второе — томсоновскому рассеянию на тепловых электронах. Интеграл по y от $R(y)$ также равен 1. В качестве $R(y)$ может быть взята функция, найденная в [4]. Далее, $\gamma = \Delta\nu_e/\Delta\nu$, где $\Delta\nu_e$ — доплеровская ширина, рассчитанная для скоростей электронов. Если $\Delta\nu = \Delta\nu_D$, то γ — корень из отношения масс атома и электрона. Для водорода тогда $\gamma \approx 43$. К уравнению (1) следует добавить обычные граничные условия $J(0, \mu, x) = 0$ при $-\infty < x < \infty$ и $0 < \mu \leqslant 1$.

Заметим, что первое слагаемое в (3) вырожденное, а второе — «сверточное». Если либо $\alpha(x) = 0$, либо $R(y) = 0$, то в обоих случаях поставленная задача сводится к одномерным интегральным уравнениям [6, 11, 12]. В общем же случае (3) приводит к уравнениям с интегрированием по двум переменным, одной из которых является частота.

3. *Метод линейного интегрального уравнения.* Так как наибольший интерес представляет выходящее из атмосферы излучение, то получим линейное интегральное уравнение для $I(0, -\mu, x) = I(\mu, x)$. Способ его получения совпадает с примененным В. В. Соболевым [11, 13] при выводе линейных интегральных уравнений для коэффициента отражения при монохроматическом рассеянии. Мы наметим его, не выписывая формул. Разрешим уравнение (1) относительно $I(\tau, \mu, x)$, считая $J(\tau, x)$ известной функцией, затем по $I(\tau, \mu, x)$ найдем $J(\tau, x)$ и результат подставим в выражение для $I(0, -\mu, x)$. Выполнив в полученном соотношении два интегрирования по оптической глубине, придем к искомому уравнению. При этом приходится формально величине μ придавать значения большие 1. Имеющая физический смысл интенсивность $I(\mu, x)$ получается сужением найденной из уравнения $0 < \mu \leqslant 1$.

Несколько более простое уравнение, которое мы и приведем, получается из уравнения для $I(\mu, x)$, если ввести новую искомую функцию $i(z, x)$, связав ее с $I(\mu, x)$ следующим соотношением:

$$i(z, x) = [\alpha(x) + \beta] I(z[\alpha(x) + \beta], x). \qquad (4)$$

Уравнение для $i(z, x)$ имеет вид

$$
\begin{aligned}
i(z, x) = \alpha(x) I_L^0(z) + \beta_e I_e^0(\beta z) + \\
+ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R(x, x')\, dx' \int_0^{\frac{1}{\alpha(x')+\beta}} \varphi[i(z, x'), z']\, dz',
\end{aligned} \tag{5}
$$

где введены обозначения

$$
I_L^0(z) = \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{z}} S_L^0(\tau) \frac{d\tau}{z}, \qquad I_e^0(\mu) = \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau_e}{\mu}} S_e^0(\tau_e) \frac{d\tau_e}{\mu}, \tag{6}
$$

$$
\varphi[i(z, x'), z'] = \frac{z i(z, x')}{z + z'} + \frac{z i(z, x') - z' i(z', x')}{z - z'}. \tag{7}
$$

Это уравнение является обобщением обычных линейных интегральных уравнений для величин, характеризующих выходящее излучение [11, 13, 14].

Уравнение (5) можно решить численно. При малых β_e удобно применить последовательные приближения, в качестве исходного взяв решение для $R(y) = 0$ (см. (3)). При $\beta_e \sim 1$ такой метод не подходит, а непосредственное решение (1) также нецелесообразно, вследствие большой роли многократных рассеяний. Но даже когда $\beta_e < 1$ при решении (5) наталкиваемся на трудность, заключающуюся в разном масштабе изменения слагаемых (3): там, где $\alpha(x)$ пренебрежимо мало, $R(x/\gamma)$ еще близко к $R(0)$. Именно это обстоятельство, которое затрудняет совместное рассмотрение резонансного и электронного рассеяний, мы положим в основу второго метода решения нашей задачи, в котором эти рассеяния будут «разделены».

4. *Метод разделения рассеяний.* Рассматриваемая нами проблема имеет несколько характерных масштабов изменения частот. Это промежутки $\Delta\nu_c$, $\Delta\nu_e$ и $\Delta\nu$, на которых существенно изменяются функция Планка и коэффициент непрерывного поглощения ($\Delta\nu_c$), функция перераспределения при ЭР ($\Delta\nu_e$) и коэффициент поглощения в линии ($\Delta\nu$). Величина $\Delta\nu_c \gg \Delta\nu_e$ и тем более $\gg \Delta\nu$, поэтому мы β и B считаем вообще не зависящими от частоты. Отношение $\Delta\nu_e/\Delta\nu = \gamma$ имеет порядок нескольких десятков, но полностью пренебрегать зависимостью R от частоты нельзя. Кроме того, ширина образующейся при многократном резонансном рассеянии линии $\Delta\nu_l$ может быть гораздо больше $\Delta\nu$. Если $\lambda = 1$, $\beta = 0$ и глубина возникновения фотона в линии в полубес-

конечной атмосфере $\bar{\tau} = \infty$, то линия получается бесконечно широкой: $\Delta\nu_L = \infty$. При $\beta = \beta_e \neq 0$ величина $\Delta\nu_L$ определяется из условия $\alpha(\Delta\nu_L/\Delta\nu) \approx \beta_e$. Если же $\lambda < 1$, $\beta_e \neq 0$ или $\bar{\tau} < \infty$, то $\Delta\nu_L$ удовлетворяет соотношению $\alpha(\Delta\nu_L/\Delta\nu) \lesssim \beta_e$. Поэтому, если брать $\beta_e \gg \alpha(\gamma)$, то ширина образующейся линии $\Delta\nu_L$ будет порядка $\Delta\nu$ и существенно меньше $\Delta\nu_e$. Так как γ порядка нескольких десятков, то это ограничение на β_e не сильное.

Разобьем интенсивность излучения на слагаемые, соответствующие трем масштабам частоты $\Delta\nu_c$, $\Delta\nu_e = \gamma\Delta\nu$ и $\Delta\nu_L \sim \Delta\nu$:

$$I(\tau, \mu, x) = I_c(\tau\beta, \mu) + I_e(\tau\beta, \mu, x/\gamma) + I_L(\tau, \mu, x). \tag{8}$$

Заметим, что два последних члена в (8) могут быть отрицательными. Подставим (8) в уравнение переноса (1) и определим первые две составляющие интенсивности уравнениями:

$$\mu \frac{dI_c(\tau_c, \mu)}{d\tau_c} = -I_c(\tau_c, \mu) + (1 - \lambda_c) S_c^*(\tau_c) + \lambda_c J_c(\tau_c), \tag{9}$$

$$\mu \frac{dI_e(\tau_e, \mu, y)}{d\tau_e} = -I_e(\tau_e, \mu, y) + \lambda_e \int\limits_{-\infty}^{\infty} R(y-y') J_e(\tau_e, y')\, dy' +$$
$$+ \lambda_e \int\limits_{-\infty}^{\infty} R(y-y') J_L(\tau_e/\beta, \gamma y')\, dy'. \tag{10}$$

В (9) и (10) обозначено $\tau\beta = \tau_e$, $\beta_e/\beta = \lambda_e$. Уравнение для I_L следует из (8), (9), (10) и (1) (мы его не выписываем для краткости). Полученная система трех уравнений равносильна (1).

Теперь сделаем приближения, основанные на том, что $\Delta\nu_L \ll \Delta\nu_e$. В (10) в последнем интеграле вынесем $R(y-y')$ при $y' = 0$:

$$\mu \frac{dI_e(\tau_e, \mu, y)}{d\tau_e} = -I_e(\tau_e, \mu, y) + \lambda_e \int\limits_{-\infty}^{\infty} R(y-y') J_e(\tau_e, y')\, dy' +$$
$$+ \lambda_e R(y) \frac{1}{\gamma} \int\limits_{-\infty}^{\infty} J_L(\tau_e/\beta, x)\, dx. \tag{11}$$

Аналогично поступим с величинами J_e и I_e в третьем уравнении. Тогда получим его в виде

$$\mu \frac{dI_L(\tau, \mu, x)}{d\tau} = -[\alpha(x) + \beta] I_L(\tau, \mu, x) +$$

$$+ \alpha(x) \Big[S_L^0(\tau) + \lambda A \int\limits_{-\infty}^{\infty} \alpha(x') J_L(\tau, x')\, dx' + \tag{12}$$

$$+ \lambda J_c(\tau\beta) + \lambda J_c(\tau\beta, 0) - I_c(\tau\beta, \mu) - I_c(\tau\beta, \mu, 0) \Big].$$

Как обычно при рассмотрении рассеяния в линии при полном перераспределении, число переменных, от которых зависит искомая интенсивность, можно уменьшить. Для этого сделаем еще одну замену

$$I_L(\tau, \mu, x) = i_0(\tau, \mu, x) + \frac{\alpha(x)}{\alpha(x) + \beta}\, i_L\left(\tau, \frac{\mu}{\alpha(x) + \beta}\right), \tag{13}$$

где $i_0(\tau, \mu, x)$ определяется так:

$$i_0(\tau, \mu, x) = \begin{cases} -\dfrac{\alpha(x)}{\mu} \displaystyle\int\limits_0^{\tau} \exp\left\{-\dfrac{\alpha(x) + \beta}{\mu}(\tau - \tau')\right\} [I_c(\tau'\beta, \mu) + \\ \qquad + I_c(\tau'\beta, \mu, 0)]\, d\tau' \quad \text{при } \mu > 0, \\ \dfrac{\alpha(x)}{\mu} \displaystyle\int\limits_{\tau}^{\infty} \exp\left\{-\dfrac{\alpha(x) + \beta}{\mu}(\tau - \tau')\right\} [I_c(\tau'\beta, \mu) + \\ \qquad + I_c(\tau'\beta, \mu, 0)]\, d\tau' \quad \text{при } \mu < 0. \end{cases} \tag{14}$$

Тогда для $i_L(\tau, z)$ получается уравнение

$$z \frac{di_L(\tau, z)}{d\tau} = -i_L(\tau, z) + \frac{\lambda}{2} \int\limits_0^{1/\beta} G\left(\frac{z'}{1 - \beta z'}\right) [i_L(\tau, z') + i_L(\tau, -z')]\, dz' + \tag{15}$$

$$+ \frac{\lambda}{2} A \int\limits_{-\infty}^{\infty} \alpha(x)\, dx \int\limits_{-1}^{1} i_0(\tau, \mu, x)\, d\mu + S_L^0(\tau) + \lambda J_c(\tau\beta) + \lambda J_c(\tau\beta, 0).$$

Здесь $G = G_1$ — одна из стандартных функций, определяемых по профилю коэффициента поглощения [12].

$$G_k(z) = \begin{cases} A \int\limits_{-\infty}^{\infty} \alpha^{k+1}(x)\,dx, & 0 \leqslant z \leqslant 1, \\ 2A \int\limits_{x(z)}^{\infty} \alpha^{k+1}(x)\,dx, & z > 1, \end{cases} \tag{16}$$

причем $\alpha(x(z)) = 1/z$, $x(z) > 0$.

Таким образом, мы получили систему трех уравнений переноса. Одно из них, а именно (9), решается отдельно и из него определяется интенсивность излучения в непрерывном спектре I_c. Два других (11) и (15) связаны. Из (11) видно, что единственным источником «электронной части» интенсивности служит полная средняя интенсивность излучения в узкой линии, которая размазывается по промежутку частот $\sim \Delta\nu_e$. При решении уравнения (11) следует применить преобразование Фурье по частоте y

$$\bar{I}_e(\tau_c, \mu, u) = 2\int\limits_0^{\infty} \cos uy\, I_e(\tau_c, \mu, y)\,dy, \tag{17}$$

которое сводит (11) к уравнению вида (9)

$$\mu \frac{d\bar{I}_e(\tau_c, \mu, u)}{d\tau_c} = -\bar{I}_e(\tau_c, \mu, u) + \lambda_e(u)\Big[\bar{J}_e(\tau_c, u) + \frac{1}{\gamma}\int\limits_{-\infty}^{\infty} J_L(\tau_c/\beta, x)\,dx\Big], \tag{18}$$

где $\lambda_e(u) = \lambda_e \bar{R}(u)$, а $\bar{R}(u)$ — преобразование Фурье от $R(y)$. Для нахождения самой интенсивности I_e надо выполнить обратное преобразование. Как следует из (12), при совместном решении уравнений (15) и (18) достаточно находить

$$I_e(\tau_c, \mu, 0) = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\infty} \bar{I}_e(\tau_c, \mu, u)\,du. \tag{19}$$

5. *Выходящее излучение.* Теперь, как и в разделе 3, обратимся к определению выходящего излучения. Действуем таким же способом, что и при выводе уравнения (5). Тогда для $I_e(\mu) = I_e(0, -\mu)$ найдем уравнение

$$I_e(\mu) = I_e^0(\mu) + \frac{\lambda_e}{2}\int_0^1 [I_e(\mu), \mu'] \, d\mu'. \qquad (20)$$

Точно такое же уравнение получается для преобразования Фурье $\tilde{I}_e(\mu, u)$ от электронной части интенсивности $I_e(0, -\mu, y) = I_e(\mu, y)$

$$\tilde{I}_e(\mu, u) = \tilde{I}_e^0(\mu, u) + \frac{\lambda_e(u)}{2}\int_0^1 [\tilde{I}_e(\mu, u), \mu'] \, d\mu', \qquad (21)$$

где обозначено

$$\tilde{I}_e(\mu, u) = \frac{\lambda_e(u)}{\lambda_e}\frac{\beta}{\mu}\int_0^\infty e^{-\frac{z}{\mu}} dz \int_{-\infty}^{\infty} J_L(z, x)\,dx - \frac{\lambda_e(u)}{\lambda_e} v\left(\frac{\mu}{\beta}\right). \qquad (22)$$

Входящую сюда функцию $v(z)$ при помощи (13)—(15) выразим через уже введенные величины и $i(z) = I_L(0, -z)$

$$\begin{aligned} v(z) &= \frac{1}{2A}\int_0^{1/\beta} G_e\left(\frac{z'}{1-\beta z'}\right)[i(z), z'] \, dz' - \\ &- \int_{\frac{\beta}{1+\beta}}^1 x\left(\frac{1}{\beta}\frac{z'}{1-z'}\right)[I_e(\beta z) + I_e(\beta z, 0), z'] \, dz'. \end{aligned} \qquad (23)$$

Здесь $x(z)$ — та же функция, что и в (16). Наконец, после довольно длинных, но простых выкладок, из (15) выводим уравнение для определения $i(z)$:

$$i(z) = i^0(z) + \frac{\lambda}{2}\int_0^{1/\beta} G\left(\frac{z'}{1-\beta z'}\right)[i(z), z'] \, dz', \qquad (24)$$

где

$$\begin{aligned} i^0(z) &= I_L^0(z) + \frac{\lambda}{\lambda_e}[I_e(\beta z) - (1-\lambda_e) I_e^0(\beta z)] + \\ &+ \frac{\lambda}{\pi}\int_0^\infty [\tilde{I}_e(\beta z, u) - \tilde{I}_e^0(\beta z, u)] \frac{du}{\lambda_e(u)} - \\ &- \frac{\lambda}{2}\int_{\frac{\beta}{1+\beta}}^1 \left[1 - G_0\left(\frac{1}{\beta}\frac{z'}{1-z'}\right)\right][I_e(\beta z) + I_e(\beta z, 0), z'] \, dz'. \end{aligned} \qquad (25)$$

Функции $I_c^0(\mu)$ и $I_L^0(z)$ в (20) и (25) определяются выражениями (6). Интенсивность излучения $I_L(0, -\mu, x)$ находится согласно формуле (13), причем

$$i_0(0, -\mu, x) = -I_c(\mu) - I_c(\mu, 0) + \frac{\beta}{\alpha(x)+\beta}\left[I_c\left(\frac{\mu\beta}{\alpha(x)+\beta}\right) + I_c\left(\frac{\mu\beta}{\alpha(x)+\beta}, 0\right)\right]. \tag{26}$$

Решать полученные уравнения можно, например, в таком порядке. Сначала (20), из которого $I_c(\mu)$ находится сразу. Затем, задав какую-либо функцию $v(z)$, находим из (21) $I_c(\mu, u)$, а по ней $I_c(\mu, 0)$. Потом вычисляем все члены в (25) и, решая (24), определяем $i(z)$. Наконец, получаем новые значения $v(z)$ по (23) и повторяем процедуру до тех пор, пока не получим точные функции $v(z)$, $i(z)$ и $I_c(\mu, 0)$. Функция $I_c(\mu, y)$ находится после этого один раз. Хотя этот процесс кажется довольно сложным, реальное его применение вполне возможно. О решении уравнений вида (20), (21) и (24) см. Приложение. Чтобы найти $I_c(\mu, 0)$, необходимо решить уравнение (21) при всех $t_c(u) \leqslant t_c$. Но это решение трудно получить итерациями лишь при λ_c, близких к 1, и малых u. Можно также воспользоваться точным выражением $\dot{I}_c(\mu, u)$ через $v(z)$ (см. Приложение). При этом возможно использование приближенных методов типа Эддингтона.

Применение описанных методов расчета будет дано в последующих статьях этой серии.

В заключение заметим, что хотя мы считали β_c, β_L, $\alpha(x)$, t, $\Delta\nu_c$ и $\Delta\nu$ постоянными в атмосфере, метод „разделения" рассеяний применим и в случае, когда эти величины зависят от глубины в среде.

Приложение

Приведем решение уравнений (20) и (24), считая функции $I_c(\mu)$ и $i(z)$ известными. Вначале кратко скажем о способах получения этих решений на примере уравнения (20). Один из способов — воспользоваться формулой В. В. Соболева

$$I_c(\mu) = \frac{4\pi}{\lambda}\int_0^\infty p(\tau, \mu)\, S_c^0(\tau)\frac{d\tau}{\mu}, \tag{27}$$

где $p(\tau, \mu)$ — вероятность выхода фотона из полубесконечной среды с глубины τ после любого числа рассеяний [11]. Подставив в (27) явное выражение для $p(\tau, \mu)$ (см., например, [15]), получим выражение $I_e(\mu)$ через $I_e^0(\mu)$.

Другой способ заключается в следующем. Перенесем из правой части в левую члены, пропорциональные неизвестной функции. Тогда при $I_e(\mu)$ слева множителем будет стоять функция

$$T_e(\mu) = 1 - \lambda_e \mu^2 \int_0^1 \frac{d\mu'}{\mu^2 - \mu'^2} = \begin{cases} 1 - \dfrac{\lambda_e}{2}\mu \ln \dfrac{\mu + 1}{\mu - 1}, & \mu \bar{\in} [-1, 1], \\ 1 - \dfrac{\lambda_e}{2}\mu \ln \dfrac{1 + \mu}{1 - \mu}, & \mu \in (-1, 1). \end{cases} \tag{28}$$

Уравнение (20) можно рассматривать при всех комплексных μ из правой полуплоскости. Однако, если $0 < \mu < 1$, то при таком разбиении интеграла на два слагаемых каждое из них становится расходящимся и их надо понимать в смысле главного значения. При этих μ в (28) надо брать второе выражение для $T_e(\mu)$. Тогда уравнение преобразуется в сингулярное с ядром типа Коши (характеристического вида). Решить такие уравнения можно методом Карлемана [16]. При этом функция $T_e(\mu)$ при всех $0 < \lambda_e \leqslant 1$ имеет корень $\mu = 1/k$, $0 \leqslant k < 1$, то есть

$$T_e\left(\frac{1}{k}\right) = 1 - \frac{\lambda_e}{2k} \ln \frac{1 + k}{1 - k} = 0. \tag{29}$$

Вследствие этого у однородного сингулярного уравнения, соответствующего (20), есть ненулевое решение и, следовательно, решение неоднородного уравнения неединственно. Для преодоления неоднозначности необходимо вернуться к исходному уравнению (20) и положить в нем $\mu = 1/k$. Тогда множитель при $I_e(\mu)$ аннулируется и с помощью получающегося соотношения можно определить коэффициент при решении однородного уравнения и найти решение, имеющее физический смысл.

Проделав указанные операции, получим, что решение (20) можно записать в двух равносильных при $0 < \mu \leqslant 1$ формах:

$$I_e(\mu) = \varphi(\mu) \left[I_e^0(\mu) + \frac{C}{k} \frac{I_e^0(1/k) - k\mu I_e^0(\mu)}{1 - k\mu} + \right.$$
$$\left. + \frac{\lambda_e}{2} \int_0^1 \frac{R_e(\mu')}{\varphi(\mu')} \frac{\mu I_e^0(\mu) - \mu' I_e^0(\mu')}{\mu - \mu'} d\mu' \right], \tag{30}$$

$$I_e(\mu) = T_e(\mu) R_e(\mu) I_e^0(\mu) +$$
$$+ \varphi(\mu) \left[\frac{C}{k} \frac{I_e^0(1/k)}{1 - k\mu} + \frac{\lambda_e}{2} \int_0^1 \frac{R_e(\mu')}{\varphi(\mu')} \frac{\mu' I_e^0(\mu')}{\mu' - \mu} d\mu' \right]. \tag{31}$$

Здесь $\varphi(\mu)$ — функция Амбарцумяна [12, 15]

$$\ln \varphi(\mu) = -\frac{\mu}{\pi}\int_0^\infty \ln T_e\left(\frac{i_e}{u}\right)\frac{du}{1+\mu^2u^2}, \tag{32}$$

изученная и табулированная [1, 17],

$$R_e(\mu) = \left[T_e^2(\mu) + \left(\frac{\lambda_e\pi}{2}\mu\right)^2\right]^{-1}, \tag{33}$$

$$C = \left[\frac{\lambda_e}{2}\int_0^1 \frac{\mu\varphi(\mu)\,d\mu}{(1-k\mu)^2}\right]^{-1}. \tag{34}$$

Величины k и C также табулированы (см., например, [1, 11, 18]). При $\mu > 1$ первое слагаемое в (30) надо заменить на $T_e^{-1}(\mu)\,I_e^0(\mu)$. При $\mu = 1/k$ необходимо раскрыть неопределенность. Решение уравнения (21) по виду совпадает с приведенным, надо лишь заменить λ_e на $\lambda_e(u)$.

Решение уравнения (24) находится аналогично, при этом однородное уравнение решения не имеет, т. к. функция

$$\begin{aligned} T(z) &= 1 - \lambda z^2 \int_0^{1/\beta} G\left(\frac{z'}{1-\beta z'}\right)\frac{dz'}{z^2 - z'^2} = \\ &= 1 - \lambda A z \int_0^\infty \alpha^2(x)\ln\frac{z\,[\alpha(x)+\beta]+1}{z\,[\alpha(x)+\beta]-1}\,dx \end{aligned} \tag{35}$$

не обращается в нуль вне промежутка (—1/β, 1/β). На этом промежутке при вычислении $T(z)$ в (35) надо поставить под знаком логарифма знак модуля. Решение (24) представляется в таком виде:

$$i(z) = H(z)\left[i^0(z) + \frac{\lambda}{2}\int_0^{1/\beta} G\left(\frac{z'}{1-\beta z'}\right)\frac{R(z')}{H(z')}\,\frac{z i^0(z) - z' i^0(z')}{z - z'}\,dz'\right], \tag{36}$$

$$i(z) = T(z)\,R(z)\,i^0(z) + \frac{\lambda}{2}H(z)\int_0^{1/\beta} G\left(\frac{z'}{1-\beta z'}\right)\frac{R(z')}{H(z')}\,\frac{z' i^0(z')}{z' - z}\,dz'. \tag{37}$$

Функции $H(z)$ и $R(z)$ определяются формулами [12]

$$\ln H(z) = -\frac{z}{\pi}\int_0^\infty \ln T\left(\frac{i}{u}\right)\frac{du}{1+z^2u^2}, \tag{38}$$

$$R(z) = \left| T^2(z) + \left(\frac{\lambda\pi}{2}z\right)^2 G^2\left(\frac{z}{1-\beta z}\right)\right|^{-1}. \tag{39}$$

Для фойгтовского профиля H-функции табулированы [19]

Ленинградский государственный
университет

THE BROADENING OF SPECTRAL LINES BY ELECTRON SCATTERING. I. THE METHODS OF CALCULATION

D. I. NAGIRNER, V. G. VEDMICH

Two methods are proposed for calculating line profiles formed in a semiinfinite atmosphere under simultaneous action of resonance and electron scattering. Frequency redistribution is taken into account. The first method is based on the two-dimensional linear integral equation for the emergent intensity which can be solved by successive approximations when electron scattering is relatively small. The intensity of the second one is divided into three parts which correspond to continuous spectrum, electron scattering and resonance scattering. The iterations are also nesessary but in this case for the system of two coupled one-dimensional linear integral equations. In the appendix explicit expressions are given for the solutions of these equations with known free terms.

ЛИТЕРАТУРА

1. *С. Чандрасекар.* Перенос лучистой энергии, ИЛ, М., 1953.
2. *F. N. Edmonds,* Ap. J., 119, 425, 1954.
3. *L. H. Auer, D. Mihalas,* Ap. J., 153, 245, 1968.
4. *D. G. Hummer, D. Mihalas,* Ap. J., 150, L57, 1967.
5. *Я. Б. Зельдович, Е. В. Левич, Р. А. Сюняев,* ЖЭТФ, 62, 1392, 1972
6. *В. Г. Ведмич,* Астрофизика, 6, 445, 1970.
7. *А. Ф. Илларионов, Р. А. Сюняев,* Астрон. ж., 51, 698, 1974.
8. *Ю. Н. Гнедин, Р. А. Сюняев,* ЖЭТФ, 65, 102, 1973.
9. *L. H. Auer, D. Mihalas,* Ap. J., 153, 923, 1968.
10. *L. H. Auer, D. van Blerkom,* Ap. J., 178, 175, 1972.

11. *В. В. Соболев*, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, ГИТТЛ, М., 1956.
12. *В. В. Иванов*, Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М., 1969.
13. *В. В. Соболев*, ДАН СССР, 61, 803, 1948.
14. *T. W. Mullikin*, Ap. J., 139, 379, 1964.
15. *Э. Г. Яновицкий*, Астрон. ж., 51, 898, 1964.
16. *Ф. Трикоми*, Интегральные уравнения, ИЛ, М., 1960.
17. *D. W. N. Stibbs, R. E. Wier*, M. N., 119, 512, 1959.
18. *А. Б. Шнейвайс*, Вестн. ЛГУ, № 7, 144, 1973.
19. *Д. И. Нагирнер*, Уч. зап. ЛГУ, № 385 (Труды Астрон. обс. ЛГУ, 31), 3, 1975.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

КВАЗИАСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ПЕРЕНОСЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В СЛОЕ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ II. НЕКОНСЕРВАТИВНОЕ РАССЕЯНИЕ

М. А. МНАЦАКАНЯН

Поступила 29 августа 1975

Получены приближенные аналитические (квазиасимптотические) решения общей задачи о расчете внутреннего светового режима для случая монохроматического изотропного рассеяния при наличии истинного поглощения ($\lambda \leqslant 1$). Хотя эти решения и являются по существу асимптотическими по толщине слоя, но с точностью до нескольких процентов они справедливы для слоя любой толщины. При больших τ_0 они переходят в известные асимптотические решения В. В. Соболева. Квазиасимптотические решения обладают более высокой точностью, чем обычные асимптотические решения, причем относительная точность возрастает с уменьшением λ.

1. *Введение.* В предыдущей работе [1] автором были получены квазиасимптотические решения задачи об изотропном рассеянии монохроматического света в однородном плоскопараллельном слое конечной оптической толщины τ_0 для случая консервативного рассеяния $\lambda = 1$. Эти решения являются по существу асимптотическими для больших толщин τ_0, однако замечательно, что они практически справедливы для слоя любой толщины $\tau_0 \geqslant 0$. Квазиасимптотические решения являются более точными по сравнению с известными асимптотическими решениями В. В. Соболева [2—5] и при больших толщинах слоя переходят в соболевские асимптотические решения.

Аналогичные решения можно получить и в общем случае неконсервативного рассеяния $\lambda < 1$, причем, понятно, что, будучи асимптотическими, эти решения для данной толщины слоя должны выполняться тем хуже, чем меньше λ. Однако во всех случаях они по сравнению с соответствующими асимптотиками В. В. Соболева обладают большей точностью, причем эта относительная точность возрастает с уменьшением λ.

В настоящей работе мы получим квазиасимптотические решения задачи об изотропном рассеянии света в слое конечной оптической толщины для случая неконсервативного рассеяния $\lambda < 1$. При значениях λ, не слишком близких к 1, соответствующие формулы существенно упрощаются. Сначала в статье приводится вывод и обсуждение формул для этого случая, а затем, в разделе 8, дается общее решение, пригодное для произвольного $\lambda \leqslant 1$. Численные расчеты показывают, что для $\lambda > 0.5$ эти решения с точностью до нескольких процентов справедливы при любой толщине слоя.

2. *Основные уравнения.* Рассмотрим слой конечной оптической толщины τ_0 и пусть в нем на глубине τ имеется квант, летящий в направлении ζ. Обозначим посредством $y(\tau, \tau_0, \eta, \zeta)$ вероятность выхода этого кванта в направлении η через ту границу, в направлении которой он первоначально летит, а посредством $z(\tau_0-\tau, \tau_0, \eta, \zeta)$ — через противоположную границу. Те же величины для полубесконечной среды ($\tau_0=\infty$) обозначим через Y и Z. Согласно принципу обратимости оптических явлений, эти величины описывают интенсивности излучения внутри слоя при освещении его параллельным пучком.

Добавляя мысленно к рассматриваемому слою конечной толщины (с летящим внутри него квантом) полубесконечный слой справа или слева, получаем [1, 7]:

$$
\begin{aligned}
Y(\tau, \eta, \zeta) &= y(\tau, \tau_0, \eta, \zeta) + \int_0^1 Z(\tau_0, \eta, \mu)\, z(\tau_0-\tau, \tau_0, \mu, \zeta)\, d\mu, \\
Z(\tau_0-\tau, \eta, \zeta) &= z(\tau_0-\tau, \tau_0, \eta, \mu) + \int_0^1 Z(\tau_0, \eta, \mu)\, y(\tau, \tau_0, \mu, \zeta)\, d\mu.
\end{aligned} \tag{1}
$$

Этими уравнениями устанавливается связь между решениями задачи для слоя конечной толщины и соответствующей задачи для полупространства.

Складывая и вычитая уравнения (1), получаем независимые уравнения

$$
\begin{aligned}
S(\eta) &= s(\eta) + \int_0^1 Z(\tau_0, \eta, \mu)\, s(\mu)\, d\mu, \\
H(\eta) &= h(\eta) - \int_0^1 Z(\tau_0, \eta, \mu)\, h(\mu)\, d\mu.
\end{aligned} \tag{2}
$$

Здесь мы ввели обозначения для суммы и разности искомых величин

$$\begin{aligned} s(\eta) &\equiv s(\tau, \tau_0, \eta, \zeta) = y(\tau, \tau_0, \eta, \zeta) + z(\tau_0 - \tau, \tau_0, \eta, \zeta), \\ h(\eta) &\equiv h(\tau, \tau_0, \eta, \zeta) = y(\tau, \tau_0, \eta, \zeta) - z(\tau_0 - \tau, \tau_0, \eta, \zeta), \end{aligned} \tag{3}$$

и соответствующих величин для полупространства

$$\begin{aligned} S(\eta) &\equiv S(\tau, \tau_0, \eta, \zeta) = Y(\tau, \eta, \zeta) + Z(\tau_0 - \tau, \eta, \zeta), \\ H(\eta) &\equiv H(\tau, \tau_0, \eta, \zeta) = Y(\tau, \eta, \zeta) - Z(\tau_0 - \tau, \eta, \zeta). \end{aligned} \tag{4}$$

Ниже мы рассмотрим квазиасимптотическое решение задачи (1). Обсуждению же более общих задач для слоя конечной толщины посвящен раздел 10 настоящей статьи.

Если рассеяние изотропно, то ядро интегральных уравнений (2) имеет вид [1, 7, 8]:

$$Z(\tau, \eta, \zeta) = \frac{\lambda}{2}\eta\varphi(\eta)\,\frac{F(\tau, \eta) + \tilde{F}(\tau, \zeta)}{\eta + \zeta}, \tag{5}$$

где

$$F(\tau, \eta) = \frac{P(\tau, \eta)}{P(0, \eta)}, \qquad \tilde{F}(\tau, \eta) = \eta\varphi(\eta)\int_0^1 \frac{P(\tau, \mu)}{\eta + \mu}\,d\mu, \tag{6}$$

а $P(\tau, \eta)$ — вероятность выхода в направлении η кванта, поглощенного на глубине τ в полубесконечной среде, $P(0, \eta) = \frac{\lambda}{2}\varphi(\eta)$, φ — функция Амбарцумяна. Функции F и $\tilde{F}$ являются решениями дифференциальных уравнений [8]

$$\begin{aligned} &\frac{dF(\tau, \eta)}{d\tau} + \frac{F(\tau, \eta)}{\eta} = \Phi(\tau), \quad F(0, \eta) = 1, \\ &\frac{d\tilde{F}(\tau, \eta)}{d\tau} - \frac{\tilde{F}(\tau, \eta)}{\eta} = -\Phi(\tau), \quad \tilde{F}(0, \eta) = \varphi(\eta) - 1, \end{aligned} \tag{7}$$

где $\Phi(\tau)$ — введенная В. В. Соболевым резольвентная функция [3, 4].

В таблицах 1 и 2 приведены значения F и $\tilde{F}$ для различных λ (с точностью, достаточной для целей настоящей работы). Они получены численным интегрированием уравнений (7) по значениям $\Phi(\tau)$, взятым из [11]. Вычисления проведены Р. Р. Андреасяном на ЭВМ «Наири-2».

3. *Квазиасимптотика для Z.* Если ядро Z при больших τ заменить его асимптотическим выражением [1]

Таблица 1

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $F(\tau, \eta)$ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ λ

	η \ τ	0	0.1	0.2	0.4	0.7	1	2	3	5	∞
$\lambda=0.99$	0.2	1.00	0.79	0.63	0.45	0.34	0.29	0.22	0.19	0.13	
	0.4	1.00	0.98	0.93	0.82	0.70	0.62	0.47	0.39	0.27	
	0.6	1.00	1.06	1.06	1.04	0.98	0.91	0.74	0.61	0.43	
	0.8	1.00	1.10	1.14	1.18	1.17	1.14	0.99	0.81	0.59	
	1.0	1.00	1.12	1.19	1.27	1.31	1.32	1.22	1.06	0.77	
	$A(\tau)$ 0.2	4.8	3.9	3.1	2.3	1.8	1.6	1.52	1.51	1.51	1.51
	$A(\tau)$ 1.0	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.42	1.47	1.50	
$\lambda=0.95$	0.2	1.00	0.77	0.59	0.40	0.27	0.21	0.13	0.09	0.04	
	0.4	1.00	0.96	0.88	0.74	0.59	0.48	0.24	0.19	0.09	
	0.6	1.00	1.03	1.01	0.95	0.83	0.73	0.47	0.31	0.15	
	0.8	1.00	1.07	1.09	1.08	1.01	0.93	0.66	0.46	0.22	
	1.0	1.00	1.10	1.14	1.16	1.14	1.09	0.83	0.60	0.30	
	$A(\tau)$ 0.2	4.6	3.7	2.9	2.1	1.6	1.4	1.25	1.23	1.22	1.22
	$A(\tau)$ 1.0	0.6	0.7	0.8	0.8	0.9	1.0	1.10	1.16	1.22	
$\lambda=0.9$	0.2	1.00	0.75	0.56	0.36	0.22	0.16	0.08	0.05	0.016	
	0.4	1.00	0.94	0.85	0.69	0.51	0.39	0.20	0.11	0.036	
	0.6	1.00	1.01	0.98	0.88	0.74	0.62	0.34	0.19	0.061	
	0.8	1.00	1.05	1.05	1.01	0.91	0.80	0.49	0.30	0.11	
	1.0	1.00	1.07	1.10	1.09	1.03	0.94	0.64	0.41	0.16	
	$A(\tau)$ 0.2	4.5	3.5	2.8	2.0	1.4	1.20	1.04	1.01	1.01	1.00
	$A(\tau)$ 1.0	0.5	0.5	0.6	0.6	0.7	0.75	0.86	0.91	1.03	
$\lambda=0.5$	0.2	1.00	0.67	0.45	0.23	0.10	0.05	0.01	0.003	0.0004	
	0.4	1.00	0.85	0.71	0.49	0.29	0.17	0.04	0.011	0.0013	
	0.6	1.00	0.92	0.82	0.65	0.46	0.32	0.10	0.032	0.0042	
	0.8	1.00	0.95	0.89	0.75	0.58	0.44	0.17	0.066	0.011	
	1.0	1.00	0.98	0.93	0.82	0.67	0.54	0.25	0.11	0.023	
	$A(\tau)$ 0.2	3.5	3.0	2.2	1.3	0.74	0.48	0.28	0.23	0.20	0.15
	$A(\tau)$ 1.0	0.04	0.04	0.04	0.05	0.05	0.05	0.07	0.08	0.11	

$$Z(\tau, \eta, \zeta) = \frac{\lambda}{2} A e^{-k\tau} \frac{\eta\zeta\varphi(\eta)}{(1 - k\eta)(1 + k\zeta)}, \tag{8}$$

то интегральное уравнение (2) разрешается и приводит к асимптотическим решениям В. В. Соболева (см. [1]). Приближение (8) равносильно замене в (5) обеих функций, как F, так и $\bar{F}$ их асимптотиками при $\tau \gg 1$:

$$F(\tau, \eta) = C(\tau) \frac{\eta}{1 - k\eta}, \tag{9}$$

$$\bar{F}(\tau, \zeta) = C(\tau) \frac{\zeta}{1 + k\zeta}. \tag{10}$$

Здесь через $C(\tau)$ обозначена величина $Ae^{-k\tau}$.

Таблица 2

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИЙ $\bar{F}(\tau, \zeta)$, $C(\tau)$ И $A(\tau)$ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ λ

		ζ \ τ	0	0.1	0.2	0.4	0.7	1	2	3	5
$\lambda=0.99$	$\bar{F}(\tau, \zeta)$	0.2	0.400	0.34	0.32	0.29	0.27	0.25	0.21	0.17	0.12
		0.4	0.708	0.64	0.60	0.56	0.52	0.4[illegible]	0.40	0.34	0.24
		0.6	0.983	0.91	0.86	0.81	0.75	0.71	0.59	0.49	0.35
		0.8	1.237	1.15	1.11	1.04	0.97	0.91	0.76	0.64	0.45
		1.0	1.473	1.38	1.33	1.26	1.17	1.10	0.92	0.77	0.55
	$C(\tau)$	0.2	2.07	1.77	1.66	1.52	1.392	1.304	1.076	0.905	0.639
		1.0	1.73	1.63	1.56	1.47	1.373	1.294	1.077	0.905	0.639
		$1/k$	1.59	1.55	1.51	1.45	1.364	1.291	1.082	0.909	0.639
	$A(\tau)$	1.0	1.73	1.65	1.62	1.58	1.55	1.54	1.52	1.52	1.52
$\lambda=0.95$	$\bar{F}(\tau, \zeta)$	0.2	0.337	0.28	0.25	0.22	0.19	0.16	0.11	0.073	0.034
		0.4	0.571	0.50	0.46	0.40	0.35	0.30	0.20	0.137	0.064
		0.6	0.765	0.68	0.63	0.56	0.48	0.43	0.28	0.194	0.090
		0.8	0.931	0.84	0.78	0.70	0.61	0.53	0.36	0.244	0.113
		1.0	1.077	0.98	0.92	0.82	0.71	0.63	0.42	0.290	0.131
	$C(\tau)$	0.2	1.81	1.49	1.35	1.17	1.00	0.871	0.581	0.394	0.183
		1.0	1.49	1.35	1.26	1.13	0.985	0.868	0.584	0.400	0.184
		$1/k$	1.39	1.31	1.24	1.12	0.983	0.870	0.589	0.404	0.181
	$A(\tau)$	1.0	1.49	1.40	1.36	1.32	1.28	1.27	1.25	1.25	1.23
$\lambda=0.9$	$\bar{F}(\tau, \zeta)$	0.2	0.291	0.23	0.20	0.17	0.14	0.11	0.07	0.04	0.013
		0.4	0.47[illegible]	0.40	0.36	0.31	0.25	0.21	0.12	0.07	0.024
		0.6	0.626	0.54	0.49	0.42	0.34	0.29	0.16	0.10	0.033
		0.8	0.747	0.66	0.60	0.51	0.42	0.35	0.20	0.12	0.041
		1.0	0.850	0.75	0.69	0.60	0.49	0.41	0.24	0.14	0.048
	$C(\tau)$	0.2	1.61	1.28	1.13	0.94	0.763	0.630	0.357	0.204	0.072
		1.0	1.30	1.15	1.05	0.91	0.749	0.628	0.360	0.211	0.073
		$1/k$	1.23	1.12	1.03	0.90	0.748	0.631	0.365	0.217	0.073
	$A(\tau)$	1.0	1.30	1.21	1.16	1.12	1.08	1.06	1.03	1.02	1.01
$\lambda=0.5$	$\bar{F}(\tau, \zeta)$	0.2	0.113	0.078	0.062	0.044	0.028	0.019	0.006	0.0021	0.00026
		0.4	0.168	0.124	0.101	0.073	0.048	0.033	0.011	0.0037	0.00045
		0.6	0.204	0.156	0.129	0.094	0.062	0.043	0.014	0.0050	0.00058
		0.8	0.231	0.180	0.150	0.110	0.073	0.051	0.017	0.0059	0.00069
		1.0	0.251	0.199	0.166	0.122	0.082	0.057	0.019	0.0067	0.00078
	$C(\tau)$	0.2	0.67	0.47	0.37	0.261	0.169	0.115	0.0362	0.0127	0.00157
		1.0	0.491	0.392	0.325	0.239	0.160	0.112	0.0364	0.0132	0.00152
		$1/k$	0.488	0.390	0.324	0.237	0.160	0.112	0.0364	0.0132	0.00151
	$A(\tau)$	1.0	0.49	0.43	0.39	0.35	0.31	0.29	0.25	0.23	0.18

Основой квазиасимптотических решений послужила следующая находка [1, 7]. При подстановке (5) в уравнение (2) функция $F(\tau, \eta)$ выходит из-под знака интеграла, а на неизвестную функцию умножается и интегрируется лишь величина $\bar{F}(\tau, \zeta)$. Поэтому для решения уравнений (2) важную роль сыграет возможность разделения переменных в функции $\bar{F}(\tau, \zeta)$.

Как было отмечено в работе (1), величина F описывает поглощенные у границы кванты, летевшие первоначально на глубине τ (в направлении η) полубесконечной среды в сторону границы. Величина же $\bar{F}$ описывает поглощенные у границы кванты, но первоначально летевшие вглубь среды (в направлении $\zeta=-\eta$). Физически понятно, что функция $\bar{F}$ должна достигать своего асимптотического поведения (10) при сравнительно меньших τ чем F—поведения (9), так как до того, как поглотиться, квант, летевший вглубь среды, успеет достаточно глубоко проникнуть в среду.

Учитывая это обстоятельство, целесообразно в выражении (5) для Z заменить функцию $\bar{F}$ ее асимптотикой (10), сохраняя одновременно величину F точной. Такое квазиасимптотическое выражение для Z будет давать хорошую точность при гораздо меньших τ, чем асимптотическое выражение (8).

Насколько хорошо выполняется асимптотическое выражение (10) для функции $\bar{F}$, видно из таблицы 2. В ней приводится значение $C(\tau)$, определенное из (10) как «постоянная» в угловой зависимости $\bar{F}(\tau, \zeta)$ (при $\zeta=0.2$ и 1): $C(\tau)=\bar{F}(\tau, \zeta)\ (1+k\zeta)/\zeta$. Слабая зависимость $C(\tau)$ от ζ показывает, что почти при всех τ у функции $\bar{F}(\tau, \zeta)$ приближенно происходит разделение переменных τ и ζ. При этом, понятно, не важна степень зависимости C или A от τ. В последней строке таблицы 2 дается величина $A(\tau)$, определенная из соотношения (10) при $\zeta=1$:

$$C(\tau) = A(\tau)\, e^{-k\tau}. \tag{11}$$

О справедливости же приближения (9) для F можно судить по таблице 1. В последних двух строках приведены значения A, определенной из соотношений (9), (11) при $\eta=0.2$ и 1. Мы видим, что величина A в этом случае сильно зависит от η, иными словами, приближенного разделения переменных τ и η в функции $F(\tau, \eta)$ для малых τ не происходит. Оно начинает выполняться при больших τ, когда значение A близко к $A(\infty)$.

В таблице 3 приведено значение τ, при котором для F асимптотика (9) уже выполняется с той точностью, с которой для $\bar{F}$ асимптотика (10) выполняется при $\tau=0$. Наглядно видно, насколько быстрее достигается асимптотика $\bar{F}$ по сравнению с F.

Таблица 3

λ	1	0.99	0.9	0.5
τ	1	1.5	2	8

Из этой таблицы видно, что с уменьшением λ относительный эффект асимптотизации $\bar{F}$ по сравнению с F усиливается. Это означает, что точность квазиасимптотических решений по сравнению с обычными асимптотиками увеличивается с уменьшением λ, хотя при этом ошибки обоих решений (для данного значения τ), понятно, растут (см., например, табл. 5).

4. *Решение уравнений.* Заменяя в (5) $\bar{F}$ его приближением (10), представим ядро интегральных уравнений (2) в виде аппроксимации

$$Z(\tau, \eta, \zeta) = \frac{a(\tau, \eta)}{1 + k\zeta} + \frac{b(\tau, \eta)}{\eta + \zeta}, \tag{12}$$

где

$$a(\tau, \eta) = \frac{\lambda}{2} C(\tau) \frac{\eta\varphi(\eta)}{1 - k\eta}, \qquad b(\tau, \eta) = \eta[P(\tau, \eta) - a(\tau, \eta)]. \tag{13}$$

При $\lambda = 1$, то есть, $k = 0$, (12) и (13) переходят в соответствующие выражения для случая чистого рассеяния, полученные в [1]. При больших τ имеем $P(\tau, \eta) \to a(\tau, \eta)$ и $b(\tau, \eta) \to 0$, а решения уравнений (2) переходят в асимптотические решения В. В. Соболева. Поэтому величина $b(\tau, \eta)$ в (12) служит поправкой к обычным асимптотикам.

Подставляя (12) в (2), получаем

$$\begin{aligned} S(\eta) &= s(\eta) + s_k a(\tau_0, \eta) + s_\eta b(\tau_0, \eta), \\ H(\eta) &= h(\eta) - h_k a(\tau_0, \eta) - h_\eta b(\tau_0, \eta). \end{aligned} \tag{14}$$

Здесь введены обозначения

$$f_k = \int_0^1 \frac{f(\mu)}{1 + k\mu} d\mu, \qquad f_\eta = \int_0^1 \frac{f(\mu)}{\eta + \mu} d\mu.$$

Чтобы найти s_k и h_k, подействуем из (14) оператором $\int_0^1 \cdots \frac{d\eta}{1+k\eta}$

$$\begin{aligned} S_k &= s_k + a_k(\tau_0) s_k + \int_0^1 s(\mu)\, d\mu \int_0^1 \frac{b(\tau_0, \eta)\, d\eta}{(\eta + \mu)(1 + k\eta)}, \\ H_k &= h_k - a_k(\tau_0) h_k - \int_0^1 h(\mu)\, d\mu \int_0^1 \frac{b(\tau_0, \eta)\, d\eta}{(\eta + \mu)(1 + k\eta)}. \end{aligned} \tag{15}$$

В следующем разделе будет показано, что интегралы в правых частях (15) в некотором приближении можно принять равными нулю. Тогда выражения для s_k и h_k примут вид

$$s_k = \frac{S_k}{1 + a_k(\tau_0)}, \qquad h_k = \frac{H_k}{1 - a_k(\tau_0)}. \tag{16}$$

Чтобы найти s_ζ и h_ζ, подействуем на (14) оператором $\int\limits_0^1 \cdots \frac{d\eta}{\eta + \zeta}$

$$s_\zeta = S_\zeta - a_\zeta(\tau_0)\, s_k, \qquad h_\zeta = H_\zeta + a_\zeta(\tau_0)\, h_k. \tag{17}$$

В приближении (10) мы пренебрегли двойными интегралами в правых частях (17) (см. раздел 5).

Таким образом, квазиасимптотические решения уравнений (2) имеют вид

$$\begin{aligned} s(\eta) &= S(\eta) - s_k a(\tau_0, \eta) - s_\zeta b(\tau_0, \eta), \\ h(\eta) &= H(\eta) + h_k a(\tau_0, \eta) + h_\zeta b(\tau_0, \eta), \end{aligned} \tag{18}$$

где s_k и h_k определяются из (16) через соответствующие величины для полубесконечной среды, а s_ζ и h_ζ — из (17). В этих формулах участвуют интегралы

$$a_k(\tau) = \int_0^1 \frac{a(\tau, \eta)}{1 + k\eta} d\eta = \frac{\lambda}{2} C(\tau) \int_0^1 \frac{\eta\varphi(\eta)\, d\eta}{(1 - k\eta)(1 + k\eta)} = \frac{C(\tau)}{2k\varphi\left(\frac{1}{k}\right)}, \tag{19}$$

$$a_\zeta(\tau) = \int_0^1 \frac{a(\tau, \eta)}{\eta + \zeta} d\eta = \frac{\lambda}{2} C(\tau) \int_0^1 \frac{\eta\varphi(\eta)\, d\eta}{(1 - k\eta)(\eta + \zeta)} = \frac{C(\tau)}{(1 + k\zeta)\varphi(\zeta)}, \tag{20}$$

легко вычисляемые с помощью функционального уравнения Амбарцумяна для φ-функции [9, 10].

5. *Приближение для* $\tilde{F}(\tau, 1/k)$. Вычислим сначала интеграл

$$b_\zeta = \int_0^1 \frac{b(\tau, \eta)}{\eta + \zeta} d\eta = \int_0^1 Z(\tau, \eta, \zeta)\, d\eta - \int_0^1 \frac{a(\tau, \eta)}{1 + k\zeta} d\eta = Z_0(\tau, \zeta) - \frac{a_0(\tau)}{1 + k\zeta}.$$

При преобразованиях мы использовали приближение (12). Согласно формуле (П.7) работы [1],

$$b_\zeta = P_0(\tau) - \sqrt{1-\lambda}\,\tilde{F}(\tau, \zeta) - \frac{\lambda}{2} C(\tau) \frac{1}{1+k\zeta} \int_0^1 \frac{\eta\varphi(\eta)}{1-k\eta} d\eta =$$

$$= P_0(\tau) - \sqrt{1-\lambda} \left| \tilde{F}(\tau, \zeta) + \frac{C(\tau)}{k(1+k\zeta)} \right|.$$

Подставляя сюда приближенное выражение (10) для $\tilde{F}(\tau, \zeta)$, находим

$$b_\zeta = P_0(\tau) - C(\tau)\frac{\sqrt{1-\lambda}}{k}, \tag{21}$$

или, что в приближении (10) b_ζ не зависит от значения ζ.

В правых частях (17) мы пренебрегли интегралом

$$\int_0^1 \frac{b(\tau, \eta)\, d\eta}{(\eta+\mu)(\eta+\zeta)} = \frac{1}{\zeta-\mu} \left| \int_0^1 \frac{b(\tau, \eta)}{\eta+\mu}\, d\eta - \int_0^1 \frac{b(\tau, \eta)}{\eta+\zeta} d\eta \right| = \frac{b_\mu - b_\zeta}{\zeta-\mu}, \tag{22}$$

который в нашем приближении в силу (21) равен нулю.

Рассмотрим теперь интеграл из правой части (15)

$$b_{k\mu} = \int_0^1 \frac{b(\tau, \eta)\, d\eta}{(1+k\eta)(\eta+\mu)} = \frac{1}{1-k\mu} \left| \int_0^1 \frac{b(\tau, \eta)}{\eta+\mu}\, d\eta - \right.$$

$$\left. - \int_0^1 \frac{b(\tau, \eta)}{\eta+1/k}\, d\eta \right| = \frac{b_\mu - b_{1/k}}{1-k\mu}.$$

Можно было бы на основании (21) — того, что b_ζ не зависит от параметра ζ, заключить, что $b_{k\mu} = 0$, однако выясним, какова погрешность этого приближения. Для этого вычислим интеграл $b_{k\zeta}$ с помощью (12):

$$b_{k\zeta} = \int_0^1 \frac{Z(\tau, \eta, \zeta)}{1+k\eta}\, d\eta - \int_0^1 \frac{a(\tau, \eta)\, d\eta}{(1-k\eta)(1+k\zeta)} = \tilde{Z}_k(\tau, \zeta) - \frac{a_k(\tau)}{1+k\zeta}.$$

Используя интегралы (П.2) работы [1] и (19), имеем

$$b_{k\zeta} = \frac{1}{\varphi\left(\frac{1}{k}\right)} \left[\frac{\tilde{F}\left(\tau, \frac{1}{k}\right) - \tilde{F}(\tau, \zeta)}{1-k\zeta} - \frac{C(\tau)}{2k(1+k\zeta)} \right].$$

Подставляя сюда для $\tilde{F}(\tau, \zeta)$ приближение (10), получаем окончательно

$$b_k = \frac{1}{1-k\zeta}\,\frac{1}{\varphi(1/k)}\left|\tilde{F}\left(\tau, \frac{1}{k}\right) - \frac{C(\tau)}{2k}\right|. \tag{23}$$

Таким образом, пренебрежение интегралом b_k в (15) равносильно приближению

$$\tilde{F}\left(\tau, \frac{1}{k}\right) = \frac{C(\tau)}{2k}. \tag{24}$$

Вообще говоря, приближение (10) справедливо и для значений $\zeta > 1$, но если при этом $\zeta \leq 1/k$. При $\zeta = 1/k$ приближение (10) совпадает с приближением (24) и условие его справедливости соответствует условию справедливости асимптотики $\Phi(\tau) = Ae^{-k\tau}$. В этом легко убедиться, исходя из выражения (7) для $\tilde{F}$ или из

$$\tilde{F}(\tau, \zeta) = \int_{\zeta}^{\infty} e^{\frac{\zeta-\zeta'}{\tau}}\,\Phi(\zeta')\,d\zeta'.$$

О точности приближения (24) можно судить по таблице 2. В ней в предпоследней строке приведены значения $C = 2k\tilde{F}(\tau, 1/k)$, которые должны соответствовать значениям $C(\tau)$, вычисленным по (10). Мы видим, что они довольно близки друг к другу. Причем, важно подчеркнуть, что, согласно данным таблицы 2, приближение (24) выполняется тем лучше, чем меньше λ.

Таким образом, полученные выше квазиасимптотические решения соответствуют двум приближениям — (10) и (24), или приближению (10) при значениях $\zeta < 1$ и $\zeta = 1/k$. Заметим, что решить уравнения (2) можно и без предположения о справедливости приближения (24), однако эти решения очень громоздки и практически могут быть использованы лишь при λ, очень близких к 1, именно, при $1-\lambda \leq 10^{-2}$. Такое, более общее решение, справедливое при $\lambda \leqslant 1$, будет рассмотрено в разделе 8 настоящей статьи.

Поскольку разделение переменных τ и ζ у функции $\tilde{F}$ происходит приближенно, то функцию $C(\tau)$ можно определить лишь с некоторой неопределенностью, тем большей, чем меньше τ. Этой неопределенностью и определяется степень погрешности квазиасимптотических решений.

Если λ не слишком близко к 1, то функцию $C(\tau)$, удовлетворяющую одновременно двум соотношениям (10) и (24), мы определим соотношением (24). Это обусловлено тем, что приближение (24) используется выше в явном виде, в (17), в то время, как приближение (10) — только под интегралами, например в (15).

Заметим, что величину

$$\delta(\tau_0) = \frac{A(\tau_0)}{A(\infty)} - 1 \tag{25}$$

можно принять в качестве малого параметра квазиасимптотической теории. Чем больше толщина слоя τ_0, тем меньше $\delta(\tau_0)$ и тем точнее квазиасимптотические решения. Можно показать, что обычные асимптотические решения соответствуют нулевому, а квазиасимптотические — линейному приближению по этому параметру $\delta(\tau_0)$.

6. *Разные задачи.* Рассматривая задачу о расчете внутреннего светового режима в слое конечной толщины τ_0, найдем $y(\tau, \tau_0, \eta, \zeta)$. Согласно (3), она равна

$$y = \frac{1}{2}(s + h) = \frac{1}{2}(S + H) - a(\tau_0, \eta)\frac{1}{2}(s_k - h_k) -$$
$$- b(\tau_0, \eta)\frac{1}{2}(s_\eta - h_\eta). \tag{26}$$

Из (17) находим

$$\frac{1}{2}(s_\eta - h_\eta) = \frac{1}{2}(S_\eta - H_\eta) - a_\eta(\tau_0)\frac{1}{2}(s_k + h_k),$$

а из (4)

$$\frac{1}{2}(S + H) = Y(\tau, \eta, \zeta), \quad \frac{1}{2}(S_\eta - H_\eta) = Z_\eta(\tau_0 - \tau, \zeta),$$
$$\frac{1}{2}(S_k + H_k) = Y_k(\tau, \zeta), \quad \frac{1}{2}(S_k - H_k) = Z_k(\tau_0 - \tau, \zeta).$$

При помощи (16) вычисляем $\frac{1}{2}(s_k + h_k)$ и $\frac{1}{2}(s_k - h_k)$, и тогда выражение для y переписывается окончательно в виде

$$y(\tau, \tau_0, \eta, \zeta) = Y(\tau, \eta, \zeta) + a(\tau_0, \eta)\frac{Z_k(\tau_0 - \tau, \zeta) - a_k(\tau_0)\,Y_k(\tau, \zeta)}{1 - a_k^2(\tau_0)} -$$
$$- b(\tau_0, \eta)\,Z_\eta(\tau_0 - \tau, \zeta) + \tag{27}$$
$$+ a_\eta(\tau_0)\,b(\tau_0, \eta)\frac{Y_k(\tau, \zeta) - a_k(\tau_0)\,Z_k(\tau_0 - \tau, \zeta)}{1 - a_k^2(\tau_0)}.$$

Выражения Y, Y_k, Z_k и Z_η получены в работе [1]. В приближениях (10) и (24) они имеют вид

$$Z_\eta(\tau, \zeta) = \frac{C(\tau)}{\varphi(\eta)(1+k\eta)(1+k\zeta)},$$
$$Y_k(\tau, \zeta) = \frac{1}{\varphi(1/k)} \frac{C(\tau)/2k + F(\tau, \zeta)}{1+k\zeta}, \quad Z_k(\tau, \zeta) = \frac{C(\tau)}{2k\varphi\left(\frac{1}{k}\right)(1+k\zeta)}. \tag{28}$$

При $\tau = \tau_0$ величина y обращается в вероятность пропускания конечным слоем, а $y(0, \tau, \eta, -\zeta)$ — в вероятность отражения от этого слоя.

Задача о нахождении вероятности выхода кванта, поглощенного на глубине τ в слое толщины τ_0, является частным случаем задачи о расчете внутреннего светового режима, соответствующим $\zeta=0$:

$$p(\tau, \tau_0, \eta) = y(\tau, \tau_0, \eta, 0), \quad P(\tau, \eta) = Y(\tau, \eta, 0) = Z(\tau, \eta, 0). \tag{29}$$

Из (27—29) при $\zeta=0$ находим

$$p(\tau, \tau_0, \eta) = P(\tau, \eta) + a(\tau_0, \eta) \frac{a_k(\tau_0-\tau) - a_k(\tau_0)a_k(\tau)}{1-a_k^2(\tau_0)} -$$
$$- b(\tau_0, \eta)a_\eta(\tau_0-\tau) + a_\eta(\tau_0)b(\tau_0, \eta)\frac{a_k(\tau) - a_k(\tau_0)a_k(\tau_0-\tau)}{1-a_k^2(\tau_0)}. \tag{30}$$

Здесь мы учли, что согласно (6), (19), (20) и (24),

$$P_k(\tau) = \int_0^1 \frac{P(\tau, \mu)}{1+k\mu}d\mu = \frac{\bar{F}(\tau, 1/k)}{\varphi(1/k)} = \frac{C(\tau)}{2k\varphi(1/k)} = a_k(\tau), \tag{31}$$

$$P_\eta(\tau) = \int_0^1 \frac{P(\tau, \mu)}{\eta+\mu}d\mu = \frac{\bar{F}(\tau, \eta)}{\eta\varphi(\eta)} = \frac{C(\tau)}{\varphi(\eta)(1+k\eta)} = a_\eta(\tau). \tag{32}$$

Разделив (30) на η и устремив η к нулю, находим выражение для фундаментальной резольвентной функции $\Phi(\tau, \tau_0)$ [3]:

$$\Phi(\tau, \tau_0) = \Phi(\tau) + C(\tau_0)\frac{a_k(\tau_0-\tau) - a_k(\tau_0)a_k(\tau)}{1-a_k^2(\tau_0)}. \tag{33}$$

В частных случаях $\tau=0$ и $\tau=\tau_0$ из (30) получаем выражения для функций Амбарцумяна $\varphi(\tau, \eta)$ и $\psi(\tau, \eta)$ для слоя толщины τ_0

$$\frac{\lambda}{2}\varphi(\tau,\eta)=\frac{\lambda}{2}\varphi(\eta)-\frac{1}{\varphi(1/k)\left[1-a_k^2(\tau_0)\right]}\left[a_k(\tau)\,a(\tau,\eta)+a_1(\tau)\,b(\tau,\eta)\right], \tag{34}$$

$$\begin{gathered}\frac{\lambda}{2}\varphi(\tau,\eta)=P(\tau,\eta)-\frac{1}{\varphi(1/k)\left[1-a_k^2(\tau)\right]}\left[a(\tau,\eta)-a_1(\tau)\,a_2(\tau)\,b(\tau,\eta)\right]-\\ -\frac{2k}{1+k\eta}\,\frac{\varphi(1/k)-1}{\varphi(\eta)}\,b(\tau,\eta).\end{gathered} \tag{35}$$

Здесь учтено, что, согласно (24) и (7)

$$C(0)=2k\left|\varphi\left(\frac{1}{k}\right)-1\right|. \tag{36}$$

При больших толщинах слоя ($\tau\gg 1$) величина $b(\tau,\eta)\to 0$ и все полученные выше квазиасимптотические формулы переходят в соответствующие асимптотические формулы В. В. Соболева (см., например, [4], гл. III).

7. *Численные результаты*. Приведем результаты вычислений функции Амбарцумяна $\varphi(\tau,\eta)$ для слоя толщины τ по квазиасимптотической формуле (34). Приведем ее к виду

$$\begin{gathered}\varphi(\tau,\eta)=\varphi(\eta)-\frac{1}{\varphi\left(\frac{1}{k}\right)}\,\frac{C(\tau)\,\eta}{1-a_k^2(\tau)}\left\{a_k(\tau)\,\frac{\varphi(\eta)}{1-k\eta}+\right.\\ \left.+\frac{1}{1+k\eta}\left[F(\tau,\eta)-\frac{G(\tau)\,\eta}{1-k\eta}\right]\right\}.\end{gathered} \tag{37}$$

При $\tau\gg 1$ выражение в квадратных скобках, согласно (9), обращается в нуль и мы приходим к обычному асимптотическому выражению

$$\varphi(\tau,\eta)=\varphi(\eta)-\frac{e^{-2k\tau}}{1-\left|\frac{A(\infty)}{2k\varphi\left(\frac{1}{k}\right)}\right|^2 e^{-2k\tau}}\,\frac{A^2(\infty)}{2k\varphi^2\left(\frac{1}{k}\right)}\,\frac{\eta\varphi(\eta)}{1-k\eta}. \tag{38}$$

Для численных расчетов удобно, воспользовавшись приближением (10), переписать (37) в следующем виде:

$$\begin{gathered}\varphi(\tau,\eta)=\varphi(\eta)-\frac{\tilde F(\tau,\eta)}{\varphi\left(\frac{1}{k}\right)\left[1-a_k^2(\tau)\right]}\left\{F(\tau,\eta)+\right.\\ \left.+\frac{1+k\eta}{1-k\eta}\left[a_k(\tau)\,\varphi(\eta)-\tilde F(\tau,\eta)\right]\right\},\end{gathered} \tag{39}$$

что позволит использовать значения F и $\tilde F$ из таблиц 1 и 2.

Результаты вычислений для различных λ приведены в табл. 4. Там же для сравнения приводятся точные значения $\varphi(\tau, \eta)$, взятые из работы [12] (при $\tau=0.7$ точные значения в [12] не даны,— мы их получили интерполированием по значениям для $\tau=0.6$ и 0.8). Значения $\varphi(1/k)$, входящие в (39), вычислялись из соотношения (36)

$$\varphi\left(\frac{1}{k}\right) = \hat{F}\left(0, \frac{1}{k}\right) + 1 = 1 + C(0)\, 2k,$$

значения k взяты из [12], а $C(0)$ — по таблице 2. Значения $\varphi(\eta)$ можно найти в табл. 2 из условия (7).

Таблица 4

КВАЗИАСИМПТОТИЧЕСКИЕ И ТОЧНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $\varphi(\eta, \tau)$

$\tau = 0.2$

τ \ λ	0.99	0.95	0.9	0.5
0.2	1.197 1.195	1.160 1.185	1.172 1.172	1.084 1.085
0.4	1.224 1.233	1.213 1.220	1.203 1.205	1.099 1.101
0.6	1.237 1.248	1.228 1.235	1.215 1.219	1.106 1.107
0.8	1.257 1.256	1.231 1.242	1.222 1.226	1.108 1.111
1.0	1.237 1.261	1.232 1.247	1.225 1.230	1.102 1.113

$\tau = 0.4$

τ \ λ	0.99	0.95	0.9	0.5	
0.2	1.251 1.257	1.236 1.242	1.218 1.223	1.102 1.103	прибл. точн.
0.4	1.333 1.343	1.319 1.322	1.290 1.296	1.134 1.135	прибл. точн.
0.6	1.367 1.384	1.352 1.359	1.325 1.331	1.148 1.150	прибл. точн.
0.8	1.384 1.407	1.371 1.381	1.340 1.350	1.157 1.158	прибл. точн.
1.0	1.393 1.422	1.386 1.395	1.350 1.363	1.164 1.164	прибл. точн.

$\tau = 0.7$

τ \ λ	0.99	0.95	0.9	0.5
0.2	1.294 1.29	1.273 1.28	1.250 1.26	1.110 1.11
0.4	1.434 1.44	1.401 1.40	1.366 1.37	1.154 1.16
0.6	1.511 1.52	1.476 1.48	1.431 1.43	1.178 1.18
0.8	1.560 1.57	1.518 1.52	1.469 1.47	1.193 1.19
1.0	1.594 1.60	1.548 1.56	1.495 1.50	1.203 1.20

$\tau = 1$

τ \ λ	0.99	0.95	0.9	0.5	
0.2	1.318 1.320	1.293 1.295	1.265 1.267	1.112 1.112	прибл. точн.
0.4	1.493 1.499	1.453 1.455	1.406 1.409	1.162 1.163	прибл. точн.
0.6	1.605 1.611	1.550 1.557	1.492 1.497	1.192 1.193	прибл. точн.
0.8	1.680 1.686	1.619 1.624	1.551 1.556	1.211 1.212	прибл. точн.
1.0	1.733 1.739	1.663 1.672	1.592 1.597	1.226 1.226	прибл. точн.

Мы видим что для всех $\tau \geqslant 0$ и $0.5 < \lambda < 0.99$ значения $\varphi(\tau, \eta)$, вычисленные по квазиасимптотической формуле (39), дают большую точность. При этом, как видно из таблицы 4, точность возрастает с уменьшением λ. Следует, впрочем, помнить, что на деле мы вычисляем не $\varphi(\tau, \eta)$, а лишь поправку $\Delta\varphi$ в формуле (39)

$$\varphi(\tau, \eta) = \varphi(\eta) - \Delta\varphi(\tau, \eta). \tag{40}$$

Поскольку, как известно, $1 < \varphi(\tau, \eta) < \varphi(\eta)$ и $\varphi(\eta) \to 1$ при $\lambda \to 0$, то вычисляемая нами поправка $\Delta\varphi$ уменьшается по сравнению с $\varphi(\eta)$ при уменьшении λ. Этим обусловлено возрастание относительной точности $\varphi(\tau, \eta)$ при уменьшении λ. Чтобы правильно судить о точности формулы (39), мы должны оценить ошибку в вычислении непосредственно самой поправки $\Delta\varphi$. Результат будет соответствовать точности вычисления $\varphi(\tau, \eta)$. Итак, ошибка приближенных формул для $\Delta\varphi$ есть

$$\frac{\varphi_{\text{прибл.}}(\tau, \eta) - \varphi_{\text{точн.}}(\tau, \eta)}{\varphi(\eta) - \varphi_{\text{точн.}}(\tau, \eta)}. \tag{41}$$

Таблица 5 дает сведение о погрешности обычной асимптотической формулы (38) в указанном смысле (41). В ней приводится то значение толщины слоя τ, начиная с которого с данной точностью (в %) справедлива формула (38). Например, при $\lambda = 0.9$ формула (38) дает точность не менее 10%, начиная с $\tau = 2$. При $\lambda = 0.5$ даже для

Таблица 5

% \ λ	0.99	0.95	0.9
1	3.5	4.5	6
5	1.4	2	3
10	0.4	1	2

$\tau = 4.5$ ошибка формулы (38) превышает 30%.

В таблице 6 приведена погрешность (в %) квазиасимптотической формулы (39) в смысле (41). Даже при $\lambda = 0.5$ при всех $\tau = 0$ погрешность не

Таблица 6

τ \ λ	0.99—0.9	0.5
0	3%	1%
0.2—0.4	2—3	6—8
1	1—2	2

превышает 10%. С возрастанием τ погрешность, даваемая приближенными формулами, асимптотически стремится к нулю. Увеличение точности формулы (39) при $\tau = 0$ есть результат замены $C(\tau)\eta/(1 + k\eta)$ на $\bar{F}(\tau, \eta)$.

Отметим еще, что с уменьшением η точность асимптотических формул возрастает, поскольку асимптотики соответствуют условию $(1-k\eta)\tau \gg \eta$, выполняющемуся тем лучше, чем меньше η.

8. *Квазиасимптотики для произвольного* $\lambda \leqslant 1$. Квазиасимптотические решения, полученные выше для случая $\lambda \neq 1$, основывались на двух приближениях — (10) и (24). Из таблицы 2 видно, что приближение (24) выполняется тем хуже, чем ближе λ к 1. В пределе $\lambda \to 1$ приближение (24) соответствует обычным асимптотикам. Чтобы получить квазиасимптотические решения, годные и для значений λ, близких к 1, мы должны отказаться от приближения (24) и решить задачу только в приближении (10). Для этого в правых частях (15) мы сохраним интегралы, согласно (23) равные

$$\int_0^1 s(\mu)\, b_{k\nu}\, d\mu = \varepsilon s_{-k}, \qquad \int_0^1 h(\mu)\, b_{k\nu}\, d\mu = \varepsilon h_{-k}. \tag{42}$$

Здесь введены обозначения

$$\varepsilon = \frac{1}{\varphi\left(\frac{1}{k}\right)}\left[\widetilde{F}\left(\tau_0, \frac{1}{k}\right) - \frac{C(\tau_0)}{2k}\right] \tag{43}$$

и

$$f_{-k} = \int_0^1 \frac{f(\mu)\, d\mu}{1-k\mu}. \tag{44}$$

Теперь вместо (15) имеем

$$S_k = s_k + s_k a_k(\tau_0) + \varepsilon s_{-k}, \quad H_k = h_k - h_k a_k(\tau_0) - \varepsilon h_{-k}. \tag{45}$$

Чтобы найти s_{-k} и h_{-k}, подействуем на уравнения (2) оператором $\int_0^1 \cdots \frac{d\eta}{1-k\eta}$. Учитывая, что

$$Z_{-k}(\tau, \zeta) = \frac{e^{-k\tau}}{1+k\zeta} \tag{46}$$

(см. формулу (П.4) работы [1]), находим

$$S_{-k} = s_{-k} + e^{-k\tau_0} s_k, \qquad H_{-k} = h_{-k} - e^{-k\tau_0} h_k. \tag{47}$$

Заметим, что соотношения (47) являются точными, а не приближенными. При чистом рассеянии они обращаются в тождества и заменяются точными соотношениями:

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\int_0^1 \bar{F}(\tau_0, \mu)\, x(\mu)\, d\mu = S_1 - q(\tau_0), \qquad 2h_1 + h_0\tau_0 = \frac{H_0}{\sqrt{3(1-\lambda)}}\Big|_{\lambda=1} - H_1 \tag{48}$$

следующими из (2) действием операторов $\int_0^1 \cdots d\eta$ и $\int_0^1 \cdots \eta\, d\eta$.

Сравнивая (47) с (45), находим

$$s_k = \frac{S_k - \varepsilon S_{-k}}{1 + a_k - \varepsilon e^{-k\tau_0}}, \qquad h_k = \frac{H_k + \varepsilon H_{-k}}{1 - a_k - \varepsilon e^{-k\tau_0}}. \tag{49}$$

Таким образом, искомые квазиасимптотические решения, основывающиеся на единственном приближении (10) ($\eta \leqslant 1$), даются выражением (18), где s_1 и h_1 определяются из (17), а s_k и h_k — из (49). Величину $C(\tau)$ (как и в случае чистого рассеяния [1]) определим из соотношения (10) при $\eta = 1$:

$$C(\tau) = (1 + k)\, \bar{F}(\tau, 1). \tag{50}$$

Из полученных решений можно, в частности, найти квазиасимптотическое выражение для резольвентной функции

$$\Phi(\tau, \tau_0) = \Phi(\tau) + C(\tau_0)(h_k - s_k), \tag{51}$$

где

$$h_k - s_k =$$
$$= \frac{(1 - \varepsilon e^{-k\tau_0})[\varepsilon P_{-k}(\tau) - P_k(\tau_0 - \tau)] + a_k(\tau_0)[P_k(\tau) - \varepsilon P_{-k}(\tau_0 - \tau)]}{(1 - \varepsilon e^{-k\tau_0})^2 - a_k^2(\tau_0)}.$$

Приведем два полезных для вычислений интеграла (см. [1])

$$Y_{-k}(\tau, \zeta) = \frac{e^{-k\tau}}{1 - k\zeta}, \qquad Y_\eta(\tau, \zeta) = \frac{F(\tau, \zeta) + \bar{F}(\tau, \eta)}{\varphi(\eta)(\eta + \zeta)}. \tag{52}$$

Заметим, что квазиасимптотические решения, полученные в настоящем разделе, практически имеет смысл использовать только при значениях λ, близких к 1. Для этого можно получить разложение квазиасимптотических формул по степеням малого k, тем самым выразив их через величины, соответствующие случаю чистого рассеяния и полученные в работе [1].

При $\lambda \to 1$ формулы этого раздела переходят в соответствующие формулы работы [1].

9. *Линейные сингулярные уравнения.* Уравнения (2) легко свести к линейным сингулярным уравнениям. Рассмотрим первое уравнение для s. Действуя на него оператором $\int\limits_0^1 \cdots \frac{d\eta}{\eta - \nu}$ и используя выражение (П.3) работы [1] для интеграла $Z_{-\nu}$ (сингулярное уравнение для Z) и само уравнение (2), получаем

$$S_{-\nu} = s_{-\nu} + \frac{2}{\lambda} \frac{\Lambda(\nu)}{\nu} [S(\nu) - s(\nu)] - e^{-\tau_0/\nu} s_\nu, \tag{53}$$

где $\Lambda(\nu) = 1 - \frac{\lambda}{2} \nu \ln \frac{1+\nu}{1-\nu}$. Если же на уравнение (2) подействовать оператором $\int\limits_0^1 \cdots \frac{d\eta}{\eta + \nu}$ и учесть формулу (П.2) работы [1], то получим другое уравнение

$$S_\nu = s_\nu - \frac{\bar{F}(\tau_0, \nu)}{\lambda\varphi(\nu)} s_{-\nu} + \frac{1}{\varphi(\nu)} \int\limits_0^1 \frac{s(\mu) \bar{F}(\tau_0, \mu)}{\mu - \nu} d\mu. \tag{54}$$

Исключая s_ν из (53) и (54), получаем линейное сингулярное интегральное уравнение

$$\Lambda(\nu) s(\nu) - \frac{\lambda}{2} \nu \int\limits_0^1 A(\tau_0, \mu, \nu) \frac{s(\mu)}{\mu - \nu} d\mu = \frac{\lambda}{2} f(\tau, \tau_0, \nu, \zeta), \tag{55}$$

где

$$A(\tau, \mu, \nu) = 1 + e^{-\tau/\nu} \frac{\bar{F}(\tau, \mu) - \bar{F}(\tau, \nu)}{\varphi(\nu)},$$

$$\frac{\lambda}{2} f = \Lambda(\nu) S(\nu) - \frac{\lambda}{2} \nu (S_{-\nu} + e^{-\tau_0/\nu} S_\nu).$$

Правую часть уравнения f можно упростить с помощью интегралов, приведенных в Приложении работы [1].

Аналогично, можно получить сингулярное уравнение для h из второго уравнения (2). Из этих двух сингулярных уравнений в частности следует уравнение для $p(\tau, \tau_0, \nu)$ — оно имет вид (55) с правой частью

$$f(\tau, \tau_0, \nu) = e^{-\tau/\nu} - e^{-\tau_0/\nu} \frac{\bar{F}(\tau_0 - \tau, \nu)}{\varphi(\nu)}. \tag{56}$$

Сингулярное уравнение (55) не определяет однозначно искомую функцию, а только функциональную зависимость от углового аргумента ν, с точностью до произвольной функции, зависящей от параметров, входящих в уравнение. В частности, в случае уравнения для $p(\tau, \tau_0, \nu)$ эта произвольная функция $c(\tau, \tau_0)$ зависит от τ и τ_0.

Если вспомнить, что $\Phi(\tau, \tau_0) = \lim\limits_{\nu \to 0} \frac{p(\tau, \tau_0, \nu)}{\nu}$, то нетрудно убедиться, что знание $c(\tau, \tau_0)$ равносильно знанию резольвентной функции $\Phi(\tau, \tau_0)$. Знания же резольвентной функции, как хорошо известно, уже достаточно для определения $p(\tau, \tau_0, \nu)$. В этом смысле уравнение (55) для нашей физической задачи казалось бы, не содержит полезной информации.

Для однозначного решения сингулярного уравнения (55) необходимы дополнительные условия. Если рассмотреть известные линейные уравнения для более частных задач, то легко видеть, что во всех случаях (за исключением уравнения для σ, [3], формула (62), гл. IV) дополнительное условие может быть интерпретировано как требование отсутствия полюса у искомой функции в точке $\nu = 1/k$. Налагая требование ограниченности неизвестной функции в точке $\nu = 1/k$ и учитывая, что $\Lambda(1/k) = 0$, из уравнения (55) непосредственно находим условие

$$I\left(\tau, \tau_0, \frac{1}{k}, \zeta\right) = \frac{\lambda}{2} \int_0^1 A\left(\tau_0, \mu, \frac{1}{k}\right) \frac{s(\tau, \tau_0, \mu, \zeta)}{1 - k\mu} d\mu. \tag{57}$$

Из сингулярного уравнения (55) и дополнительного условия (57) известными методами (см., например, [13]) следуют полученные выше квазиасимптотические решения. Для этого нужно использовать приближение (10) для $\overline{F}_\nu$ — тогда (55) сводится к уравнению с ядром Коши, а некоторые появляющиеся при этом вспомогательные интегралы вычисляются с помощью самого уравнения (55). Асимптотические решения В. В. Соболева соответствуют $\tau_0 \gg 1$ или пренебрежению в решениях величинами типа $e^{-\tau_0/\mu}$ и сохранению членов $e^{-k\tau_0}$, $e^{-\tau_0/\eta}$ и $e^{-k\tau}$.

10. *Другие задачи для слоя конечной толщины.* Выше была рассмотрена задача (1) о нахождении вероятности $x(\tau, \tau_0, \eta, \zeta)$ выхода из слоя конечной толщины кванта, первоначально летевшего на глубине τ в данном направлении ζ. В зависимости от знака ζ для этой величины были введены отдельные обозначения y или z:

$$x(\tau, \tau_0, \eta, \zeta) = \begin{cases} y(\tau, \tau_0, \eta, \zeta), & \zeta > 0, \\ z(\tau, \tau_0, \eta, \zeta), & \zeta < 0. \end{cases} \tag{1}$$

Более общей является задача о нахождении функции Грина $\Gamma(\tau', \tau, \tau_0, \eta, \zeta)$ — вероятности того, что квант, первоначально летевший на глубине τ в направлении ζ, когда-либо пролетит на глубине τ' в направлении η. Величина x является частным значением функции Грина: $x(\tau, \tau_0, \eta, \zeta) = \Gamma(\tau_0, \tau, \tau_0, \eta, \zeta)$ (поверхностная функция Грина).

Используя предлагаемый автором в [7] метод, можно задачу о нахождении функции Грина для слоя конечной толщины свести к задаче о нахождении функции Грина $\Gamma(\tau', \tau, \eta, \zeta)$ для полупространства. **Для этого** добавляем мысленно к слою конечной толщины полубесконечный слой и получаем [1]:

$$\Gamma(\tau', \tau, \eta, \zeta) = \Gamma(\tau', \tau, \tau_0, \eta, \zeta) + \int_0^1 \Gamma(\tau', \tau_0, \eta, \mu)\, x(\tau, \tau_0, \mu, \zeta)\, d\mu. \qquad (\text{II})$$

Это соотношение означает, что, если известна поверхностная функция Грина $x(\tau, \tau_0, \eta, \zeta)$ для слоя конечной толщины, то более общая величина $\Gamma(\tau', \tau, \tau_0, \eta, \zeta)$ явным образом выражается через функцию Грина для полубесконечной среды.

В свою очередь, функцию Грина $\Gamma(\tau', \tau, \eta, \zeta)$ для полубесконечной среды можно выразить через ее частное значение $X(\tau, \eta, \zeta) = \Gamma(0, \tau, \eta, \zeta)$ и аналогичную функцию Грина для бесконечной среды Γ_∞. Действительно, разрезая мысленно бесконечную среду на два полубесконечных слоя, легко находим

$$\Gamma_\infty(\tau', \tau, \eta, \zeta) = \Gamma(\tau', \tau, \eta, \zeta) + \int_0^1 \Gamma_\infty(\tau', 0, \eta, \mu)\, X(\tau, \mu, \zeta)\, d\mu.$$

Замечая, что $\Gamma_\infty(\tau', \tau, \eta, \zeta)$ зависит от разности аргументов $\tau' - \tau$, перепишем полученное выражение в виде

$$\Gamma(\tau', \tau, \eta, \zeta) = \Gamma_\infty(\tau' - \tau, \eta, \zeta) - \int_0^1 \Gamma_\infty(\tau', \eta, \mu)\, X(\tau, \mu, \zeta)\, d\mu \qquad (\text{III})$$

Поверхностная функция Грина $X(\tau, \eta, \zeta)$ в зависимости от знака ζ совпадает с одной из величин Y и Z, рассматриваемых выше в статье:

$$X(\tau, \eta, \zeta) = \begin{cases} Y(\tau, \eta, \zeta), & \zeta > 0, \\ Z(\tau, \eta, \zeta), & \zeta < 0. \end{cases} \qquad (\text{IV})$$

Знание поверхностной функции Грина позволяет находить выходящее из слоя излучение при заданных внутренних полях (а также, в силу принципа обратимости), внутренний световой режим при освещении слоя параллельным пучком). Общая же функция Грина позволяет решить задачу о внутреннем световом поле при заданном распределении первичного излучения внутри среды. Соотношения (II—III) можно интерпретировать также как выражение решения задачи о внутреннем световом режиме через величины, описывающие выходящее из среды излучение.

Аналогично обстоит дело и в задаче о внутреннем световом режиме при заданных источниках внутри среды. Если речь идет о кванте, первоначально не летевшем, а поглощенном, то величина $r^*(\tau', \tau, \tau_0, \eta, \zeta)$, имеющая тот же смысл, что и r, но для кванта, поглощенного в направлении ζ, получается из r умножением на индикатрису рассеяния $p(\zeta, \nu)$ и интегрированием по ζ. (В случае сферической индикатрисы можно это сделать, полагая также $\zeta = 0$). Для нее, очевидно, имеет место соотношение

$$\Gamma^*(\tau', \tau, \eta, \zeta) = r^*(\tau', \tau, \tau_0, \eta, \zeta) + \int_0^1 \Gamma(\tau', \tau_0, \eta, \mu)\, x^*(\tau, \tau_0, \mu, \zeta)\, d\mu, \tag{V}$$

причем x^* удовлетворяет уравнению типа (1):

$$\begin{aligned} Y^*(\tau, \eta, \zeta) &= y^*(\tau, \tau_0, \eta, \zeta) + \int_0^1 Z(\tau_0, \eta, \mu)\, z^*(\tau_0 - \tau, \tau_0, \mu, \zeta)\, d\mu, \\ Z^*(\tau_0 - \tau, \eta, \zeta) &= z^*(\tau_0 - \tau, \tau_0, \eta, \zeta) + \int_0^1 Z(\tau_0, \eta, \mu)\, y^*(\tau, \tau_0, \mu, \zeta)\, d\mu. \end{aligned} \tag{VI}$$

Вместо (III) в случае первоначально поглощенного кванта имеем

$$\Gamma^*(\tau', \tau, \eta, \zeta) = \Gamma^*_-(\tau' - \tau, \eta, \zeta) - \int_0^1 \Gamma_-(\tau', \eta, \mu)\, X^*(\tau, \mu, \zeta)\, d\mu. \tag{VII}$$

Пусть $g(\tau, \zeta)$ — распределение первичных квантов, как поглощенных, так и движущихся, внутри слоя толщины τ_0. Тогда внутреннее световое поле $i(\tau, \eta)$ определяется из соотношения

$$I(\tau, \eta) = i(\tau, \eta) + \int_0^1 \Gamma(\tau', \tau_0, \eta, \mu)\, i(\mu)\, d\mu, \tag{VIII}$$

где $i(\eta)$ — распределение выходящих через границу слоя квантов, а $I(\tau, \eta)$ — внутреннее поле в полубесконечной среде с тем же распределением $g(\tau, \zeta)$ первичных квантов в пограничном слое толщиной τ_0. Распределение же выходящих через каждую границу слоя квантов $i^+(\eta)$ или $i^-(\eta)$ определяется уравнениями

$$I^{+}(\tau_i)=i^{+}(\tau_i)+\int_0^1 Z(\tau_0,\tau_i,\mu)\,i^{-}(\mu)\,d\mu,$$
$$I^{-}(\tau_i)=i^{-}(\tau_i)+\int_0^1 Z(\tau_0,\tau_i,\mu)\,i^{+}(\mu)\,d\mu. \tag{IX}$$

Эти соотношения следуют из (I) и (II) умножением на g и интегрированием, а также непосредственно из физических соображений [7].

Складывая и вычитая уравнения (IX), приходим к раздельным уравнениям (2), где под s и h нужно подразумевать величины

$$s=i^{+}+i^{-},\qquad S=I^{+}+I^{-},\qquad h=i^{+}-i^{-},\qquad H=I^{+}-I^{-}. \tag{X}$$

Все квазиасимптотические формулы настоящей статьи, в которых фигурируют величины s,S и h,H, без конкретизации обозначений (3) и (4), справедливы в общем случае (X) — при произвольном распределении первичных квантов, как поглощенных, так и движущихся.

Заметим теперь, что в уравнениях (I—II) толщина слоя τ_0 является параметром (таковыми были и τ и ζ). Это обстоятельство позволяет решить задачу для слоя данной толщины τ_0, не прибегая к решениям задачи для других значений толщины τ_0, в отличие от того, как это делается в случае применения к слою конечной толщины принципа инвариантности Амбарцумяна.

Автор выражает благодарность проф. В. В. Иванову за полезное обсуждение результатов работы.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE QUASIASYMPTOTIC SOLUTIONS OF THE RADIATIVE TRANSFER PROBLEM IN AN OPTICALLY FINITE LAYER. II. NONCONSERVATIVE SCATTERING

M. A. MNATSAKANIAN

The approximate analytic (quasiasymptotic) solutions of the radiative transfer problem for an optically finite layer are obtained in the case of monochromatic isotropic nonconservative ($\lambda \leqslant 1$) scattering. Although the solutions are asymptotic, practically they can be applied to a layer of arbitrary thickness. If the thickness of the layer is large, they are reduced to the well-known V. V. Sobolev's asymptotic solutions. The quasiasymptotic solutions have higher accuracy as compared with usual asymptotic ones, and their relative accuracy increases as λ decreases.

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. А. Мнацаканян*. Астрофизика, 11, 659, 1975.
2. *В. В. Соболев*. ДАН, 155, 316, 1964.
3. *В. В. Соболев*. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, ГИТТЛ, М., 1956.
4. *В. В. Соболев*. Рассеяние света в атмосферах планет, Наука, М., 1972.
5. *Б. В. Иванов*. Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М., 1969.
6. *М. А. Мнацаканян*. Сообщ. Бюраканской обс., 42, 93, 1975.
7. *М. А. Мнацаканян*. ДАН, 225, 1049, 1975.
8. *Э. Х. Даниелян, М. А. Мнацаканян*. Сообщ. Бюраканской обс., 46, 101, 1975.
9. *В. А. Амбарцумян*. ДАН, 38, 257, 1943.
10. *В. А. Амбарцумян*. Научные труды, т. 1, Ереван, 1960.
11. *А. Б. Шнейвайс*. Вести ЛГУ, № 7, 144, 1973.
12. *J. L. Carlstedt, T. W. Mullikin*. Ap. J., Suppl. ser., 113, 449, 1966.
13. *К. Кейз, П. Цвайфель*. Линейная теория переноса, Мир, М., 1972.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

О ВОЗМОЖНОСТИ КОНВЕКТИВНОГО ОБМЕНА ЭНЕРГИЕЙ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ КОНТАКТНОЙ ДВОЙНОЙ СИСТЕМЫ

Л. Н. ИВАНОВ

Поступила 5 сентября 1975
Пересмотрена 26 февраля 1976

Рассматривается конвекция в окрестности точки Лагранжа L_1 контактной двойной системы звезд. Оказалось, что критерий конвективной неустойчивости на фоне гравитационного поля, меняющего направление, остается тем же, что и в обычных условиях. Однако анализ траекторий конвективных элементов на нелинейной стадии развития возмущений показал, что конвективный поток энергии между компонентами системы невозможен. Тем самым доказывается, что перемычка между звездами в месте их контакта не может обеспечить такой обмен энергией, который объяснил бы наблюдаемые уклонения звезд типа W UMa от стандартной зависимости масса—светимость.

1. *Введение*. Самой распространенной разновидностью двойных систем являются звезды типа W UMa. Длительное изучение вскрыло целый ряд труднообъяснимых свойств этих звезд. Таковыми, в частности, являются значительное потемнение приливных выступов и отклонения от стандартной зависимости масса—светимость.

При построении теоретических моделей звезд типа W UMa принято исходить из двух предположений [1]:

а) звезды, составляющие пару, должны иметь возраст, близкий к нулевому, следовательно, ложиться на начальную главную последовательность.

б) осевое и орбитальное вращения звезд синхронны.

Звезды типа W UMa обладают внешними конвективными зонами. Как показано в [2], степень гравитационного потемнения у них равна 0.08. Именно малость этого числа заставляет предполагать сильную эллиптичность звезд, которая возможна, если только звезды значительно выступают за пределы внутренней критической поверхности Лагранжа. Таким образом, пара оказывается контактной, имеющей форму гантели.

По распространенным представлениям [3, 4] перемычка между звездами выполняет роль канала, по которому значительная доля энергии, вырабатывающейся в одной из звезд, транспортируется в другую звезду и только после этого излучается в пространство. Это гипотетическое явление призвано объяснить тот факт, что звезды типа W UMa не лежат на самом деле на главной последовательности нулевого возраста.

Ранее в работе [5] было показано, что несинхронность осевого и орбитального вращения звезд типа W UMa могла бы привести к существенному увеличению степени гравитационного потемнения, что смягчило бы требование на эллиптичность звезд и, вероятно, сделало бы излишним предположение о непосредственном контакте между ними.

Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы продемонстрировать невозможность конвективного обмена энергией между компонентами контактной двойной системы с синхронным вращением.

В разделе 2 будет выведено приближенное выражение для ускорения силы тяжести в окрестности точки L_1, а также построена статичная политропная модель перемычки между звездами равных масс.

В разделе 3 приводится анализ конвективной неустойчивости перемычки.

В разделе 4 на основе теории длины перемешивания исследованы траектории конвективных элементов в перемычке.

2. Политропная модель перемычки в контактной системе. Общеизвестно (см., например, [6]) выражение для гравитационного потенциала в двойной системе звезд:

$$\phi = G\frac{(M_1+M_2)}{2r_0}\left[\frac{2}{1+q}\frac{1}{r_1}+\frac{2q}{1+q}\frac{1}{r_2}+x^2+y^2\right], \tag{1}$$

где r_0 — большая полуось, q — отношение масс компонентов, r_1, r_2, — расстояния до центров звезд, центры звезд лежат на оси x, ось y в плоскости орбиты. Все расстояния выражены в единицах r_0.

При помощи этого выражения легко получить формулу для ускорения силы тяжести. Нас интересует только область в окрестности точки Лагранжа L_1, и мы предполагаем, что нет систематического перетекания массы от одной звезды к другой. Как будет видно из дальнейшего, отношение масс q не должно влиять на результат исследования. Поэтому для определенности возьмем $q=1$. Если начало координат поместить в точку L_1, то из (1) получим при малых x, y, z:

$$\frac{2r_0^2}{G(M_1+M_2)}\vec{g} = \{34x,\ -14y,\ -16z\}. \tag{2}$$

В случае любого, не слишком малого q ускорение силы тяжести в районе «конусной» точки L_1 имеет приблизительно следующие проекции:

$$\vec{g} = \{2ax,\ -ay,\ -az\},\quad a>0. \tag{2'}$$

В дальнейшем за исходную будем принимать статичную политропную модель перемычки, т. е. в ней соблюдаются соотношения:

$$P = C\rho^{\Gamma}, \tag{3}$$

$$\frac{1}{\rho}\operatorname{grad} P = -\vec{g}, \tag{4}$$

$$P = \frac{R^*}{\mu}\rho T, \tag{5}$$

откуда получаем зависимость параметров газа от координат

$$T = \left[r_0 a \frac{\mu}{R^*}\frac{\Gamma-1}{\Gamma}\left(x^2 - \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{2}\right) + T_0\right], \tag{6}$$

$$\rho = \left[a r_0 \frac{\Gamma-1}{C\Gamma}\left(x^2 - \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{2}\right) + \rho_0^{\Gamma-1}\right]^{\frac{1}{\Gamma-1}}, \tag{7}$$

где T_0, ρ_0 — значения параметров в точке Лагранжа L_1. Таким образом, уровни одинаковых значений параметров представляют собой гиперболоиды вращения вокруг оси x. Поверхность перемычки совпадает с уровнем $T = 0$.

3. *Конвективная неустойчивость в перемычке.* Конвективная неустойчивость в звездах изучалась неоднократно. Поэтому нет нужды останавливаться на подробностях вывода уравнений, описывающих поведение малых возмущений.

Нас интересует главным образом то обстоятельство, что внутри перемычки лежит точка L_1, в которой меняется преимущественное направление ускорения силы тяжести. Поэтому учтем только основные факторы, а именно, силу плавучести, действующую на возмущения, а также отличие сверхадиабатического градиента $\vec{\beta}$ от нуля. Тем самым, пренебрежем вязкостью и теплопроводностью жидкости. Кроме того, в уравнении движения пренебрежем членами, содержащими флуктуации давления. Обоснование этого отложим до конца раздела. При перечисленных ограничениях имеем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -T'\frac{\vec{g}}{T}; \tag{8}$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = \vec{\beta}\vec{v}; \tag{9}$$

Дифференцируя (9) по времени и используя (8), получим уравнение для флуктуаций температуры:

$$\frac{\partial^2 T'}{\partial t^2} = -\frac{T'}{T}\vec{\beta}\vec{g}. \tag{10}$$

Его решение

$$T' \sim \exp\sqrt{-\frac{\vec{\beta}\vec{g}}{T_0}} \tag{11}$$

описывает рост малых возмущений при условии, что

$$(\vec{\beta}\vec{g}) < 0. \tag{12}$$

Так как перемычка построена в соответствии с формулами (3)—(5), то

$$\vec{\beta} = (\nabla T)_{ад} - \nabla T = \frac{\vec{g}}{c_p} - \frac{\vec{g}\mu\Gamma}{R^*(\Gamma - 1)}. \tag{13}$$

Из условия (12) следует классический критерий Шварцшильда конвективной неустойчивости:

$$\gamma < \Gamma. \tag{14}$$

Таким образом, присутствие точки L_1 никак не сказывается на конвективной устойчивости перемычки.

Оценим размер окрестности точки Лагранжа r_1, в которой флуктуации давления могут оказаться существеннее сил плавучести. Рассмотрим для определенности проекцию уравнения движения на ось x:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -g_x\frac{T'}{T} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P'}{\partial x}. \tag{15}$$

Интересующая нас окрестность определяется соотношением

$$\left|2ax_1\frac{T'}{T}\right| < \left|\frac{1}{\rho}\frac{P'}{r_0 x_1}\right|, \tag{16}$$

или

$$x_1^2 < \left|\frac{R^* T}{2\mu a r_0}\right| \cdot \left|\frac{\frac{T'}{T} + \frac{\rho'}{\rho}}{\frac{T'}{T}}\right|. \tag{17}$$

Положив последний сомножитель в этой формуле равным 1, можно только завысить оценку x_1. Учтем, что ускорение силы тяжести на поверхности невозмущенной звезды g_* можно представить в виде (на основании формул (2) и (2′)):

$$g_* \approx a/17. \tag{18}$$

Отсюда имеем

$$x_1 < \sqrt{\frac{K^2 T r_0}{34\,\nu G M}}. \tag{19}$$

При подстановке в эту формулу величин, характерных для звезд типа W UMa ($T \approx 10^4$ K, $r_0 \approx 10^{10}$ *см*, $M \approx 10^{33}$ *г*), получаем, как было сказано, завышенную оценку: $x_1 < 10^{-2}$.

Поскольку предполагается, что перемычка между звездами имеет толщину, сравнимую с радиусом звезды, то вывод о конвективной неустойчивости в ней справедлив везде, кроме области, имеющей размеры на два порядка меньше перемычки.

4. *Развитая конвекция в перемычке.* Поскольку критерий Шварцшильда в перемычке может быть выполнен, там начнется рост малых возмущений. Как только возмущения скорости и температуры возрастут достаточно сильно, линейное приближение перестает быть справедливым. Так как нас интересует роль конвективного потока, то следует рассмотреть конвекцию в нелинейном режиме. Точной теории этого вопроса, как известно, нет. Одной из наиболее развитых полуэмпирических теорий турбулентной конвекции является теория длины перемешивания, основой которой является представление процесса конвекции в виде хаотического движения конвективных элементов некоторого размера R.

Если пренебречь теплообменом конвективных элементов с окружающей средой, то их температура $\tilde{T}$ и скорость $\tilde{v}$ описываются уравнениями (см. (7), (8))

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{\bar{g}\,\bar{T}}{2T} - \frac{\bar{v}^2}{R}\,\frac{\bar{v}}{|\bar{v}|}, \tag{20}$$

$$\frac{d\bar{T}}{dt} = \beta\bar{v} - \frac{|\bar{v}|\,\bar{T}}{R}. \tag{21}$$

Физический смысл линейных членов ясен из сравнения уравнений (20), (21) с уравнениями (8), (9). Квадратичные члены представляют турбулентное трение и турбулентную температуропроводность.

Вначале, для простоты, рассмотрим случай, когда ускорение силы тяжести и сверхадиабатический градиент зависят лишь от координаты x, т. е.

$$\vec{g} = \{2ax,\ 0,\ 0\},\qquad b > 0. \tag{22}$$
$$\vec{\beta} = \{-bx,\ 0,\ 0\},$$

В соответствии с этим в уравнении (20) возьмем только его проекцию на ось x. Далее будет проанализирован и случай, когда ускорение силы тяжести задается общей формулой (2′).

Не производя пока учет влияния квадратичных членов, получим на основе уравнений (20), (21) следующую систему:

$$\dot{x} = -\frac{a}{T} x \cdot \bar{T}; \tag{23}$$

$$\dot{\bar{T}} = -bx\dot{x}. \tag{24}$$

(Здесь и далее точкой обозначено дифференцирование по времени).

Исключая из нее $\bar{T}$, имеем соотношение

$$x\ddot{x} - \dot{x}\dot{x} - \frac{ab}{T} x^3 \dot{x} = 0. \tag{25}$$

Интегрируя, получим формулу

$$\dot{x} = \pm\sqrt{\frac{ab}{T} x^4 + c_1 x^2 + c_2}\,. \tag{26}$$

Для определения значений произвольных постоянных зададимся начальными условиями:

при $t = t_0$

$$x = x_0,\quad \dot{x} = v_0,\quad \dot{x} = -\frac{a}{T} x_0 \bar{T}_0. \tag{27}$$

Окончательно можно получить

$$\dot{x} = \pm\left\{v_0^2 + \frac{a\bar{T}_0}{T}(x_0^2 - x^2) - \frac{ab}{4T}(x_0^2 - x^2)^2\right\}^{1/2}. \tag{28}$$

Формула (28) задает траекторию избранного конвективного элемента на фазовой плоскости $(x,\ v)$. Каждому из произвольных наборов начальных условий (27) соответствует своя кривая. На рис. 1 изображена одна из таких траекторий, ее выбор осуществлялся таким образом, что она проходит через точку (x_0, v_0) и имеет в ней определенное направление касательной (вдоль стрелки).

Замкнутая часть траектории на рис. 1 соответствует гармоническим колебаниям, которые совершает «горячий» конвективный элемент около нейтральной точки L_1. Раскрытые ветви траектории соответствуют монотонному удалению «холодного» конвективного элемента от начала координат или его приходу из бесконечности.

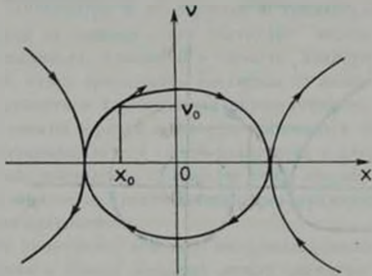


Рис. 1.

Конвективный элемент, находясь в точках безразличного равновесия (в местах пересечения траектории с осью x), может поменять ветви траектории, например, сменить режим гармонических колебаний на монотонное движение.

Учет квадратичных членов в уравнениях (20), (21) существенным образом меняет характер траекторий на фазовой плоскости (см. рис. 2). Турбулентные трение и теплопроводность, во-первых, препятствуют безграничному возрастанию скорости монотонного удаления конвективного элемента от начала координат и, во-вторых, заменяют гармонические колебания «горячих» элементов на затухающие (чему соответствует пунктирная спираль на рис. 2). Затухание колебаний приводит к тому, что в той области, где ускорение силы тяжести меняет знак, происходит накопление конвективных элементов с температурой, превышающей температуру окружающей среды. Если нет достаточно эффективного отвода тепла из района точки L_1, то это накопление приведет к изменению знака сверхадиабатического градиента, а значит, и к прекращению конвекции.

Для того, чтобы учесть ограниченность поперечного сечения перемычки, достаточно рассмотреть случай зависимости ускорения силы тяжести и сверхадиабатического градиента от двух пространственных координат:

$$\vec{g} = \{2ax,\ -ay\},$$
$$\vec{\beta} = \{-bx,\ by\}. \tag{29}$$

Выше было установлено, что при учете турбулентных вязкости и температуропроводности положительная температурная флуктуация, развившаяся в конвективный элемент, не может стать отрицательной. Поэтому для качественного анализа движения «горячего» конвективного элемента можно пренебречь изменениями его температуры и считать, что она превышает температуру окружающей среды на фиксированную величину ΔT.

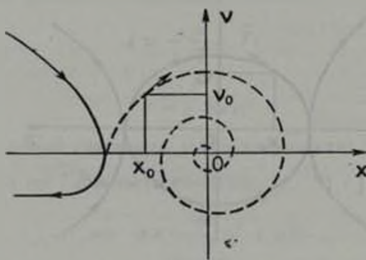


Рис. 2.

Тогда получим систему уравнений

$$\dot{x} = -2\frac{a}{T}\Delta T\cdot x, \tag{30}$$

$$\dot{y} = \frac{a}{T}\Delta T\cdot y. \tag{31}$$

Из этих уравнений следует, что движение вдоль оси y не зависит от движения вдоль оси x. Таким образом, на упомянутые выше колебания конвективного элемента около линии изменения знака g_x накладывается прогрессирующее смещение элемента вдоль оси y «наружу», к поверхности перемычки.

По-видимому, учет квадратичных членов и непостоянства величины ΔT не может изменить качественной стороны процесса.

5. *Заключение.* Проведенный анализ показывает, что перемычка между контактными звездами обладает свойством «отражать» конвективные элементы, движущиеся вдоль линии, соединяющей центры звезд, и «заворачивать» их к поверхности перемычки. Главное внимание уделялось поведе-

нию горячих элементов, и это понятно, так как переход только таких объемов вещества от одной звезды к другой мог бы осуществить предполагаемый обмен энергией между звездами. Движение «холодных» элементов также обладает рядом интересных особенностей, на которых, однако, нет нужды здесь останавливаться. Для «горячих» же элементов, принадлежащих первоначально какой-либо из звезд, недра другой звезды оказываются недоступными.

Помимо теоретического анализа это легко понять и на следующем наглядном примере. Рассмотрим два плоскопараллельных слоя жидкости, имеющие разную температуру и помещенные в гравитационное поле, меняющее знак как раз на границе слоев. Нетрудно видеть, что элемент объема холодной жидкости, попавший в область, занятую первоначально горячей жидкостью, будет продолжать удаляться от линии раздела. Казалось бы, должна развиться конвективная неустойчивость, но это не так. Дело в том, что элементы горячей жидкости, попавшие в область холодной жидкости, будут затормаживаться силой плавучести и скапливаться возле линии раздела. Такое накопление приведет к тому, что образуется «буферный» слой горячей жидкости, препятствующий продвижению холодного вещества, и конвекция прекратится.

В связи с этим приходится отметить несостоятельность оценок эффективности конвективного обмена энергией между звездами через перемычку, которые делались ранее в [3].

Для объяснения наблюдаемой картины затмений звезд типа W UMa допускалось также, что перенесенная энергия находится достаточно долго в поглощенном состоянии и поэтому успевает распределиться равномерно по поверхности второй звезды и только после этого высвечивается.

Выше было показано, что «горячие» элементы, движущиеся даже в наиболее глубоких областях перемычки, не могут долго задерживаться там и всплывают в районе точки L_1. Так что ни о каком равномерном распределении переносимой энергии по поверхности второй звезды не может быть и речи.

Таким образом, можно заключить, что как канал транспортировки энергии перемычка между контактными звездами не оправдывает тех надежд, которые на нее возлагались.

По-видимому, объяснение уклонения звезд типа W UMa от стандартного соотношения масса — светимость нужно искать не в процессах обмена энергией между звездами, а в особенностях внутреннего строения этих звезд.

Ленинградский государственный
университет

ON THE POSSIBILITY OF CONVECTIVE ENERGY TRANSFER BETWEEN THE COMPONENTS OF CONTACT BINARY SYSTEMS

L. N. IVANOV

A convection in the vicinity of the Lagrangian point L_1 of contact binaries systems is considered. It is found, that Schwarzchild criterion of convective instability is independant of a variety of gravitation fields near L_1.

An analysis of the motion of the convective elements in nonlinear stage indicates that convective energy transfer between the components of the system is impossible. Thus, the contact of stars cannot explain the deviation of W UMa type systems from the standart mass-luminosity relation.

ЛИТЕРАТУРА

1. *L. B. Lucy*, Ap. J., 851, 1123, 1968.
2. *L. B. Lucy*, Z. Astrophys., 65, 2, 89, 1967.
3. *P. Biermann, H.-C. Thomas*, Model for Contact Binaries, Veroffentlichungen der Remeis Sternwarte Bamberg. Bd. IX, Nr. 100, 285—288, 1971.
4. *L. B. Lucy*, Astrophys. Space Sci., 22, 381, 1973.
5. *Л. Н. Иванов*, ПЗ, 20, 99, 1975.
6. *S. M. Rucinski*, Acta Astronomica, 23, 2, 79, 1973.
7. *W. Unno*, P. A. S. Japan, 19, 2, 140, 1967.
8. *Л. Н. Иванов*, Астрофизика, 7, 1, 1971.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

КОЭФФИЦИЕНТЫ ЯРКОСТИ ДВУСЛОЙНОЙ АТМОСФЕРЫ ПРИ НЕИЗОТРОПНОМ РАССЕЯНИИ. II

А. К. КОЛЕСОВ

Поступила 8 июля 1975

Исследуются вспомогательные функции, являющиеся обобщением функций Амбарцумяна φ и ψ на случай анизотропно рассеивающей двуслойной атмосферы. Показано, что при заданных значениях индексов i и m независимыми являются три вспомогательные функции. Для них получены линейные интегральные уравнения. Ядро и свободные члены этих уравнений выражаются через оптические характеристики слоев, составляющих рассматриваемую атмосферу.

1. *Постановка задачи.* В предыдущей работе автора [1] была рассмотрена задача об определении коэффициентов яркости двуслойной атмосферы, состоящей из верхнего слоя оптической толщины τ_1 и нижнего слоя оптической толщины τ_2. Считалось, что вероятности выживания квантов при элементарных актах рассеяния в этих слоях равны соответственно λ_1 и λ_2, а индикатрисы рассеяния — $x_1(\gamma)$ и $x_2(\gamma)$. Оптическая глубина τ точек атмосферы отсчитывалась от внешней границы верхнего слоя. Предполагалось, что атмосфера освещена параллельными лучами, падающими под углом $\arccos \zeta$ к нормали при азимуте $\varphi_0=0$ либо сверху на поверхность $\tau=0$ ($j=1$), либо снизу на поверхность $\tau=\tau_1+\tau_2$ ($j=2$), либо на поверхность $\tau=\tau_1$, сверху ($j=3$) или снизу ($j=4$) и создающими освещенность πS перпендикулярной к ним площадки. Интенсивности $I_{jk}(\tau, \eta, \zeta, \varphi)$ диффузного излучения, распространяющегося на оптической глубине τ под углом $\arccos \eta$ к внутренней нормали при азимуте φ, и соответствующей функции источников $B_{jk}(\tau, \eta, \zeta, \varphi)$ приписывались индексы j и k, обозначающие соответственно номер задачи ($j=1, 2, 3, 4$) и номер среды ($k=1$ — верхний слой, $k=2$ — нижний слой).

Если индикатрисы рассеяния $x_k(\gamma)$ разложены в ряды по полиномам Лежандра $P_i(\cos \gamma)$, т. е.

$$x_k(\gamma) = \sum_{l=0}^{n_k} x_{lk} P_l(\cos\gamma), \tag{1}$$

то интенсивности диффузно отраженного излучения $I_{j1}(0, -\eta, \zeta, \varphi)$, диффузно пропущенного излучения $I_{j2}(\tau_1+\tau_2, +\eta, \zeta, \varphi)$ и диффузного излучения на границе двух слоев $I_{j1}(\tau_1, \pm\eta, \zeta, \varphi) = I_{j2}(\tau_1, \pm\eta, \zeta, \varphi)$ представляются в виде

$$I_{j1}(0, -\eta, \zeta, \varphi) = S\zeta \left[V_j^0(\eta, \zeta) + 2\sum_{m=1}^{n} V_j^m(\eta, \zeta) \cos m\varphi \right], \tag{2}$$

$$I_{j2}(\tau_1+\tau_2, +\eta, \zeta, \varphi) = S\zeta \left[W_j^0(\eta, \zeta) + 2\sum_{m=1}^{n} W_j^m(\eta, \zeta) \cos m\varphi \right], \tag{3}$$

$$I_{jk}(\tau_1, -\eta, \zeta, \varphi) = S\zeta \left[v_j^0(\eta, \zeta) + 2\sum_{m=1}^{n} v_j^m(\eta, \zeta) \cos m\varphi \right], \tag{4}$$

$$I_{jk}(\tau_1, +\eta, \zeta, \varphi) = S\zeta \left[w_j^0(\eta, \zeta) + 2\sum_{m=1}^{n} w_j^m(\eta, \zeta) \cos m\varphi \right], \tag{5}$$

где n — наибольшая из величин n_1 и n_2, а коэффициенты яркости $V_j^m(\eta, \zeta)$, $W_j^m(\eta, \zeta)$ $v_j^m(\eta, \zeta)$ и $w_j^m(\eta, \zeta)$ определяются формулами:

$$V_j^m(\eta, \zeta) = \frac{1}{S\eta\zeta}\int_0^{\tau_1} B_{j1}^m(\tau, -\eta, \zeta)\, e^{-\frac{\tau}{\eta}} d\tau + \frac{1}{S\eta\zeta}\int_{\tau_1}^{\tau_1+\tau_2} B_{j2}^m(\tau, -\eta, \zeta)\, e^{-\frac{\tau}{\eta}} d\tau, \tag{6}$$

$$\begin{gathered} W_j^m(\eta, \zeta) = \frac{1}{S\eta\zeta}\int_0^{\tau_1} B_{j1}^m(\tau, \eta, \zeta)\, e^{-\frac{\tau_1+\tau_2-\tau}{\eta}} d\tau + \\ + \frac{1}{S\eta\zeta}\int_{\tau_1}^{\tau_1+\tau_2} B_{j2}^m(\tau, \eta, \zeta)\, e^{-\frac{\tau_1+\tau_2-\tau}{\eta}} d\tau, \end{gathered} \tag{7}$$

$$v_j^m(\eta, \zeta) = \frac{1}{S\eta\zeta}\int_{\tau_1}^{\tau_1+\tau_2} B_{j2}^m(\tau, -\eta, \zeta)\, e^{-\frac{\tau-\tau_1}{\eta}} d\tau, \tag{8}$$

$$w_j^m(\eta, \zeta) = \frac{1}{S\eta\zeta}\int_0^{\tau_1} B_j^m(\tau, \eta, \zeta)\, e^{-\frac{\tau_1-\tau}{\eta}} d\tau. \tag{9}$$

Здесь $B_{jk}^m(\tau, \eta, \zeta)$ — коэффициенты разложения функций источников $B_{jk}(\tau, \eta, \zeta, \varphi)$ в ряды по косинусам углов, кратных азимуту φ, а именно,

$$B_{jk}(\tau, \eta, \zeta, \varphi) = B_{jk}^0(\tau, \eta, \zeta) + 2\sum_{m=1}^{\infty} B_{jk}^m(\tau, \eta, \zeta)\cos m\varphi. \tag{10}$$

Для коэффициентов яркости в работе [1] были выведены формулы, выражающие эти функции двух угловых переменных через следующие вспомогательные функции одной угловой переменной:

$$F_{ij}^m(\zeta) = P_i^m(\zeta)\, b_{j1}(0, \zeta) + 2\zeta(-1)^{(i+m)j}\int_0^1 P_i^m(\eta)\, V_j^m(\eta, \zeta)\, d\eta, \tag{11}$$

$$G_{ij}^m(\zeta) = P_i^m(\zeta)\, b_{j2}(\tau_1 + \tau_2, \zeta) + 2\zeta(-1)^{(i+m)(j+1)}\int_0^1 P_i^m(\eta)\, W_j^m(\eta, \zeta)\, d\eta, \tag{12}$$

$$f_{ij}^m(\zeta) = P_i^m(\zeta)\, b_{j2}(\tau_1, \zeta) + 2\zeta(-1)^{(i+m)j}\int_0^1 P_i^m(\eta)\, v_j^m(\eta, \zeta)\, d\eta + 2\zeta(-1)^{(i+m)(j+1)}\int_0^1 P_i^m(\eta)\, w_j^m(\eta, \zeta)\, d\eta, \tag{13}$$

$$g_{ij}^m(\zeta) = f_{ij}^m(\zeta) + (\delta_{j4} - \delta_{j3})\, P_i^m(\zeta), \tag{14}$$

где $P_i^m(\zeta)$ — присоедененные функции Лежандра, δ_{jl} — символы Кронекера, а функции $b_{jk}(\tau, \zeta)$ равны

$$b_{11}(\tau, \zeta) = b_{12}(\tau, \zeta) = e^{-\frac{\tau}{\zeta}}, \quad b_{21}(\tau, \zeta) = b_{22}(\tau, \zeta) = e^{-\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau}{\zeta}},$$
$$b_{31}(\tau, \zeta) = 0, \quad b_{32}(\tau, \zeta) = e^{-\frac{\tau - \tau_1}{\zeta}}, \quad b_{41}(\tau, \zeta) = e^{-\frac{\tau_1 - \tau}{\zeta}}, \quad b_{42}(\tau, \zeta) = 0. \tag{15}$$

В настоящей работе будут получены интегральные уравнения для вспомогательных функций. Будет показано также, что при заданных значениях i и m из 12 вспомогательных функций независимыми являются три, через которые выражаются остальные 9 функций.

2. *Связь функций источников двуслойной атмосферы с функциями источников однородных атмосфер.* Обозначим через $C_k(\tau, \eta, \zeta, \varphi)$ $(k=1; 2)$

функции источников однородных атмосфер с оптическими толщинами τ_k, вероятностями выживания кванта при элементарном акте рассеяния λ_k и индикатрисами рассеяния $x_k(\gamma)$ при условии, что эти атмосферы освещены параллельными лучами, падающими сверху, а через $D_k(\tau, \eta, \zeta, \varphi)$ — соответствующие функции источников при условии, что атмосферы освещены снизу.

При помощи известных методов теории переноса излучения, изложенных, например, в книге В. В. Соболева [2], для коэффициентов $C_k^m(\tau, \eta, \zeta)$ и $D_k^m(\tau, \eta, \zeta)$ разложений величин $C_k(\tau, \eta, \zeta, \varphi)$ и $D_k(\tau, \eta, \zeta, \varphi)$ в ряды по функциям $\cos m\varphi$ $(m = 0;\ 1;\ 2;\dots;\ n)$ можно получить следующие интегральные уравнения:

$$C_k^m(\tau, \eta, \zeta) = \frac{\lambda_k}{2}\int_0^{\tau} d\tau' \int_0^1 p_k^m(\eta, \eta')\, C_k^m(\tau', \eta', \zeta)\, e^{-\frac{\tau-\tau'}{\eta'}} \frac{d\eta'}{\eta'} +$$
$$+ \frac{\lambda_k}{2}\int_{\tau}^{\tau_k} d\tau' \int_0^1 p_k^m(\eta, -\eta')\, C_k^m(\tau', -\eta', \zeta)\, e^{-\frac{\tau'-\tau}{\eta'}} \frac{d\eta'}{\eta'} + \tag{16}$$
$$+ \frac{\lambda_k}{4} S p_k^m(\eta, \zeta)\, e^{-\frac{\tau}{\zeta}},$$

$$D_k^m(\tau, \eta, \zeta) = \frac{\lambda_k}{2}\int_0^{\tau} d\tau' \int_0^1 p_k^m(\eta, \eta')\, D_k^m(\tau', \eta', \zeta)\, e^{-\frac{\tau-\tau'}{\eta'}} \frac{d\eta'}{\eta'} +$$
$$+ \frac{\lambda_k}{2}\int_{\tau}^{\tau_k} d\tau' \int_0^1 p_k^m(\eta, -\eta')\, D_k^m(\tau', -\eta', \zeta)\, e^{-\frac{\tau'-\tau}{\eta'}} \frac{d\eta'}{\eta'} + \tag{17}$$
$$+ \frac{\lambda_k}{4} S p_k^m(\eta, -\zeta)\, e^{-\frac{\tau_k-\tau}{\zeta}},$$

где

$$p_k^m(\eta, \eta') = \sum_{i=m}^{n} c_{ik}^m P_i^m(\eta)\, P_i^m(\eta'), \qquad c_{ik}^m = x_{ik}\,\frac{(i-m)!}{(i+m)!}. \tag{18}$$

При выводе уравнений (16) и (17) учитывалось отсутствие внешнего диффузного излучения, падающего на граничные поверхности рассматриваемых однородных атмосфер.

Получая аналогичные уравнения для функций $B^m_{jk}(\tau, \eta, \zeta)$, следует учитывать, что каждый из слоев двуслойной атмосферы освещается не только прямым внешним излучением, но и диффузным излучением, выходящим из другого слоя. В результате находим, что величины $B^m_{jk}(\tau, \eta, \zeta)$ удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} B^m_{j1}(\tau, \eta, \zeta) = {} & \frac{\lambda_1}{2}\int_0^{\tau} d\tau' \int_0^1 p_1^m(\eta, \eta') B^m_{j1}(\tau', \eta', \zeta) e^{-\frac{\tau-\tau'}{\eta'}} \frac{d\eta'}{\eta'} + \\ & + \frac{\lambda_1}{2}\int_{\tau}^{\tau_1} d\tau' \int_0^1 p_1^m(\eta, -\eta') B^m_{j1}(\tau', -\eta', \zeta) e^{-\frac{\tau'-\tau}{\eta'}} \frac{d\eta'}{\eta'} + \\ & + \frac{\lambda_1}{2} S\zeta \int_0^1 p_1^m(\eta, -\eta') v_j^m(\eta', \zeta) e^{-\frac{\tau_1-\tau}{\eta'}} d\eta' + \\ & + \frac{\lambda_1}{4} S p_1^m(\eta, (-1)^{j+1}\zeta) b_{j1}(\tau, \zeta), \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} B^m_{j2}(\tau, \eta, \zeta) = {} & \frac{\lambda_2}{2}\int_{\tau_1}^{\tau} d\tau' \int_0^1 p_2^m(\eta, \eta') B^m_{j2}(\tau', \eta', \zeta) e^{-\frac{\tau-\tau'}{\eta'}} \frac{d\eta'}{\eta'} + \\ & + \frac{\lambda_2}{2}\int_{\tau}^{\tau_1+\tau_0} d\tau' \int_0^1 p_2^m(\eta, -\eta') B^m_{j2}(\tau', -\eta', \zeta) e^{-\frac{\tau'-\tau}{\eta'}} \frac{d\eta'}{\eta'} + \\ & + \frac{\lambda_2}{2} S\zeta \int_0^1 p_2^m(\eta, -\eta') w_j^m(\eta', \zeta) e^{-\frac{\tau-\tau_1}{\eta'}} d\eta' + \\ & + \frac{\lambda_2}{4} S p_1^m(\eta, (-1)^{j+1}\zeta) b_{j2}(\tau, \zeta). \end{aligned} \tag{20}$$

Интегральные уравнения (19) и (20) отличаются от уравнений (16) и (17) свободными членами, причем свободные члены уравнений (19) и (20) являются суперпозициями свободных членов уравнений (11) и (12), следовательно, величины $B^m_{jk}(\tau, \eta, \zeta)$ связаны с величинами $C^m_k(\tau, \eta, \zeta)$ и $D^m_k(\tau, \eta, \zeta)$ следующим образом:

$$\begin{aligned} B^m_{j1}(\tau, \eta, \zeta) = {} & 2\zeta \int_0^1 D_1^m(\tau, \eta, \eta') v_j^m(\eta', \zeta) d\eta' + \\ & + C_1^m(\tau, \eta, \zeta) b_{j1}(0, \zeta)(\delta_{j1} + \delta_{j3}) + D_1^m(\tau, \eta, \zeta) b_{j1}(\tau_1, \zeta)(\delta_{j2} + \delta_{j4}). \end{aligned} \tag{21}$$

$$B_{f2}^m(\tau, \tau_1, \zeta) = 2\pi \int_0^1 C_2^m(\tau, \tau_1, \tau_1') w_f^m(\tau_1', \zeta)\, d\tau_1' +$$
$$+ C_2^m(\tau, \tau_1, \zeta) b_{f2}(\tau, \zeta)(\delta_{f1} + \delta_{f3}) + D_2^m(\tau, \tau_1, \zeta) b_{f2}(\tau_1 + \tau_2, \zeta)(\delta_{f2} + \delta_{f4}). \tag{22}$$

Отметим, что подстановка выражений (8) и (9) в формулы (21) и (22) приводит к системам интегральных уравнений для функций $B_{f1}^m(\tau, \tau_1, \zeta)$ и $B_{f2}^m(\tau, \tau_1, \zeta)$.

3. *Связь коэффициентов яркости двуслойной атмосферы с коэффициентами яркости однородных атмосфер.* Обозначим коэффициенты отражения и пропускания света для верхнего слоя исследуемой двуслойной атмосферы через $\rho_1(\eta, \zeta)$ и $\sigma_1(\eta, \zeta)$, а соответствующие величины для нижнего слоя — через $\rho_2(\eta, \zeta)$ и $\sigma_2(\eta, \zeta)$. Если $\rho_k(\eta, \zeta)$ и $\sigma_k(\eta, \zeta)$ $(k = 1; 2)$ представлены в виде

$$\rho_k(\eta, \zeta) = \rho_k^0(\eta, \zeta) + 2\sum_{m=1}^{\infty} \rho_k^m(\eta, \zeta) \cos m\varphi, \tag{23}$$

$$\sigma_k(\eta, \zeta) = \sigma_k^0(\eta, \zeta) + 2\sum_{m=1}^{\infty} \sigma_k^m(\eta, \zeta) \cos m\varphi, \tag{24}$$

то для величин $\rho_k^m(\eta, \zeta)$ и $\sigma_k^m(\eta, \zeta)$ из уравнений переноса излучения получаются выражения

$$\rho_k^m(\eta, \zeta) = \frac{1}{S\eta\zeta}\int_0^{\tau_k} C_k^m(\tau, -\eta, \zeta)\, e^{-\frac{\tau}{\eta}}\, d\tau = \frac{1}{S\eta\zeta}\int_0^{\tau_k} D_k^m(\tau, \eta, \zeta)\, e^{-\frac{\tau_k-\tau}{\eta}}\, d\tau, \tag{25}$$

$$\sigma_k^m(\eta, \zeta) = \frac{1}{S\eta\zeta}\int_0^{\tau_k} C_k^m(\tau, \eta, \zeta)\, e^{-\frac{\tau_k-\tau}{\eta}}\, d\tau = \frac{1}{S\eta\zeta}\int_0^{\tau_k} D_k^m(\tau, -\eta, \zeta)\, e^{-\frac{\tau}{\eta}}\, d\tau. \tag{26}$$

Подставляя (21) и (22) в (6)—(9) и используя (25) и (26), находим

$$V_j^m(\tau_1,\zeta) - v_j^m(\tau_1,\zeta)\, e^{-\frac{\tau_1}{\zeta}} = \rho_1^m(\tau_1,\zeta)\, b_{j1}(0,\zeta)(\delta_{j1}+\delta_{j1}) + $$
$$+ \sigma_1^m(\tau_1,\zeta)\, b_{j1}(\tau_1,\zeta)(\delta_{j2}+\delta_{j4}) + 2\int_0^1 \sigma_1^m(\tau_1,\eta')\, v_j^m(\eta',\zeta)\,\eta' d\eta', \qquad (27)$$

$$W_j^m(\tau_2,\zeta) - w_j^m(\tau_2,\zeta)\, e^{-\frac{\tau_2}{\zeta}} = \sigma_2^m(\tau_2,\zeta)\, b_{j2}(\tau_1,\zeta)(\delta_{j1}+\delta_{j3}) + $$
$$+ \rho_2^m(\tau_2,\zeta)\, b_{j2}(\tau_1+\tau_2,\zeta)(\delta_{j2}+\delta_{j4}) + 2\int_0^1 \sigma_2^m(\tau_2,\eta')\, w_j^m(\eta',\zeta)\,\eta' d\eta', \qquad (28)$$

$$v_j^m(\tau_2,\zeta) = \rho_2^m(\tau_2,\zeta)\, b_{j2}(\tau_1,\zeta)(\delta_{j1}+\delta_{j3}) + $$
$$+ \sigma_2^m(\tau_2,\zeta)\, b_{j2}(\tau_1+\tau_2,\zeta)(\delta_{j2}+\delta_{j4}) + 2\int_0^1 \rho_2^m(\tau_2,\eta')\, w_j^m(\eta',\zeta)\,\eta' d\eta', \qquad (29)$$

$$w_j^m(\tau_1,\zeta) = \sigma_1^m(\tau_1,\zeta)\, b_{j1}(0,\zeta)(\delta_{j1}+\delta_{j3}) + $$
$$+ \rho_1^m(\tau_1,\zeta)\, b_{j1}(\tau_1,\zeta)(\delta_{j2}+\delta_{j4}) + 2\int_0^1 \rho_1^m(\tau_1,\eta')\, v_j^m(\eta',\zeta)\,\eta' d\eta'. \qquad (30)$$

Формулы (27)—(30) связывают коэффициенты яркости $V_j^m(\tau_1,\zeta)$, $W_j^m(\tau_2,\zeta)$, $v_j^m(\tau_2,\zeta)$ и $w_j^m(\tau_1,\zeta)$ двуслойной атмосферы с коэффициентами яркости $\rho_k^m(\tau_k,\zeta)$ и $\sigma_k^m(\tau_k,\zeta)$ однородных атмосфер.

4. *Уравнения для вспомогательных функций.* Выведем уравнения для функций $F_{ij}^m(\eta)$, $G_{ij}^m(\eta)$, $f_{ij}^m(\eta)$ и $g_{ij}^m(\eta)$, определяемых формулами (11)—(14). Умножая обе части уравнений (27)—(30) на $P_i^m(\zeta)$, интегрируя по ζ от 0 до 1 и используя формулы (11)—(14), получаем:

$$F_{i1}^m(\eta) = \varphi_{i1}^m(\eta) + F_{i3}^m(\eta)\, e^{-\frac{\tau_1}{\eta}} + 2\eta\int_0^1 \sigma_1^m(\eta,\eta')\, F_{i3}^m(\eta')\, d\eta', \qquad (31)$$

$$F_{i2}^m(\eta) = F_{i4}^m(\eta)\, e^{-\frac{\tau_1}{\eta}} + 2\eta\int_0^1 \sigma_1^m(\eta,\eta')\, F_{i4}^m(\eta')\, d\eta', \qquad (32)$$

$$F_{i3}^m(\eta) = 2\eta(-1)^{i+m}\int_0^1 \rho_2^m(\eta, \eta')\, F_{i4}^m(\eta')\, d\eta', \tag{33}$$

$$F_{i4}^m(\eta) = \psi_{i1}^m(\eta) + 2\eta(-1)^{i+m}\int_0^1 \rho_1^m(\eta, \eta')\, F_{i3}^m(\eta')\, d\eta', \tag{34}$$

$$G_{i1}^m(\eta) = G_{i3}^m(\eta)\, e^{-\frac{\tau_0}{\eta}} + 2\eta\int_0^1 \sigma_1^m(\eta, \eta')\, G_{i3}^m(\eta')\, d\eta', \tag{35}$$

$$G_{i2}^m(\eta) = \varphi_{i2}^m(\eta) + G_{i4}^m(\eta)\, e^{-\frac{\tau_0}{\eta}} + 2\eta\int_0^1 \sigma_2^m(\eta, \eta')\, G_{i4}^m(\eta')\, d\eta', \tag{36}$$

$$G_{i3}^m(\eta) = \psi_{i1}^m(\eta) + 2\eta(-1)^{i+m}\int_0^1 \rho_2^m(\eta, \eta')\, G_{i4}^m(\eta')\, d\eta', \tag{37}$$

$$G_{i4}^m(\eta) = 2\eta(-1)^{i+m}\int_0^1 \rho_1^m(\eta, \eta')\, G_{i3}^m(\eta')\, d\eta', \tag{38}$$

$$f_{i1}^m(\eta) = f_{i3}^m(\eta)\, e^{-\frac{\tau_0}{\eta}} + 2\eta\int_0^1 \sigma_1^m(\eta, \eta')\, f_{i3}^m(\eta')\, d\eta', \tag{39}$$

$$g_{i2}^m(\eta) = g_{i4}^m(\eta)\, e^{-\frac{\tau_0}{\eta}} + 2\eta\int_0^1 \sigma_2^m(\eta, \eta')\, g_{i4}^m(\eta')\, d\eta', \tag{40}$$

$$f_{i3}^m(\eta) = P_i^m(\eta) + 2\eta(-1)^{i+m}\int_0^1 \rho_2^m(\eta, \eta')\, g_{i4}^m(\eta')\, d\eta', \tag{41}$$

$$g_{i4}^m(\eta) = P_i^m(\eta) + 2\eta(-1)^{i+m}\int_0^1 \rho_1^m(\eta, \eta')\, f_{i3}^m(\eta')\, d\eta', \tag{42}$$

где $\varphi_{ik}^m(\eta)$ и $\psi_{ik}^m(\eta)$ — функции Амбарцумяна—Чандрасекара (см., например, [2]), связанные с величинами $\rho_k^m(\eta, \zeta)$ и $\sigma_k^m(\eta, \zeta)$ соотношениями

$$\varphi_{i4}^{m}(\eta) = P_i^m(\eta) + 2\eta \int_0^1 P_i^m(-\zeta)\,\rho_2^m(\eta, \zeta)\,d\zeta, \tag{43}$$

$$\psi_{i4}^{m}(\eta) = P_i^m(\eta)\,e^{-\frac{\tau_0}{\eta}} + 2\eta \int_0^1 P_i^m(\zeta)\,\sigma_2^m(\eta, \zeta)\,d\zeta. \tag{44}$$

Подставляя (33), (38) и (42) соответственно в (34), (37) и (41), приходим к следующим линейным интегральным уравнениям для функций $F_{i4}^m(\eta)$, $G_{i3}^m(\eta)$ и $f_{i3}^m(\eta)$:

$$F_{i4}^m(\eta) = \psi_{i1}^m(\eta) + 2\eta \int_0^1 F_{i4}^m(\eta')\,Q^m(\eta, \eta')\,d\eta', \tag{45}$$

$$G_{i3}^m(\eta) = \psi_{i3}^m(\eta) + 2\eta \int_0^1 G_{i3}^m(\eta')\,Q^m(\eta', \eta)\,d\eta', \tag{46}$$

$$f_{i3}^m(\eta) = \varphi_{i3}^m(\eta) + 2\eta \int_0^1 f_{i3}^m(\eta')\,Q^m(\eta', \eta)\,d\eta', \tag{47}$$

где

$$Q^m(\eta, \zeta) = 2 \int_0^1 \rho_1^m(\eta, \eta')\,\rho_2^m(\zeta, \eta')\,\eta'\,d\eta'. \tag{48}$$

Таким образом, мы видим, что при фиксированных значениях i и m независимыми являются только три вспомогательные функции, а именно, $F_{i4}^m(\eta)$, $G_{i3}^m(\eta)$ и $f_{i3}^m(\eta)$. Через них выражаются остальные девять вспомогательных функций.

Следовательно, если известны оптические свойства двух однородных сред, составляющих рассматриваемую нами двуслойную атмосферу, то коэффициенты яркости этой атмосферы можно найти следующим образом. Решая линейные интегральные уравнения (45), (46) и (47), мы определяем величины $F_{i4}^m(\eta)$, $G_{i3}^m(\eta)$ и $f_{i3}^m(\eta)$. Затем по формулам (32), (33), (35), (38), (39) и (42) вычисляем функции $F_{i2}^m(\eta)$, $F_{i3}^m(\eta)$, $G_{i1}^m(\eta)$, $G_{i4}^m(\eta)$, $f_{i1}^m(\eta)$ и $g_{i4}^m(\eta)$. Зная функции $F_{i3}^m(\eta)$, $G_{i4}^m(\eta)$ и $g_{i4}^m(\eta)$, по формулам (31), (36) и (40) находим величины $F_{i1}^m(\eta)$, $G_{i2}^m(\eta)$ и $g_{i3}^m(\eta)$. После вычисления всех указанных вспомогательных функций по формулам, выведенным в работе [1], рассчитываем коэффициенты яркости $V_1^m(\eta, \zeta)$,

$W_1^m(\eta, \zeta)$, $v_1^m(\eta, \zeta)$ и $w_1^m(\eta, \zeta)$, а по формулам (2)—(5) — интенсивности диффузно отраженного и диффузно пропущенного излучения, т. е. $I_{11}(0, -\eta, \zeta, \varphi)$ и $I_{12}(\tau_1 + \tau_2, \eta, \zeta, \varphi)$, а также интенсивности излучения на границе двух слоев, т. е. $I_{12}(\tau_1, -\eta, \zeta, \varphi)$ и $I_{11}(\tau_1, \eta, \zeta, \varphi)$.

Отметим, что если в выведенных в работе [1] и в настоящей статье формулах положить $\lambda_1 = \lambda_2$ и $x_1(\gamma) = x_2(\gamma)$, то их можно использовать для расчета интенсивности излучения внутри однородной среды.

В дальнейшем автор предполагает обобщить полученные результаты учтя эффекты отражения и преломления света на границе между слоями.

Ленинградский государственный
университет

BRIGHTNESS COEFFICIENTS FOR TWO-LAYER ATMOSPHERE AT ANISOTROPIC SCATTERING. II

A. K. KOLESOV

The auxiliary functions which are a generalisation of Ambartsumian's functions φ and ψ for the case of anisotropically scattering two-layer atmosphere are considered. It is found that at given values of indices i and m there are three independant auxiliary functions. The linear integral equations for these functions are derived. The kernal and the free terms of these equations are expressed in terms of optical characteristics of the atmospheric layers.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. К. Колесов*, Астрофизика, 12, 93, 1976.
2. *В. В. Соболев*, Рассеяние света в атмосферах планет, Наука, М., 1972.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ЭФФЕКТА ЭКРАНИРОВАНИЯ ПРИ ТЕРМОЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ. I. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ПЛАЗМА

Ю. Н. РЕДКОБОРОДЫЙ

Поступила 19 мая 1975

Данная работа посвящена обобщению на релятивистский случай квантовой теории электронного экранирования [8]. С помощью квантового кинетического уравнения с самосогласованным взаимодействием для матрицы плотности найдено выражение для продольной диэлектрической проницаемости релятивистского квантового газа электронов. Поправка к кулоновской энергии взаимодействия реагирующих ядер вычисляется как энергия возмущения в окружающей первоначально однородной электронной плазме и оказывается зависящей только от зарядов сталкивающихся ядер и продольной диэлектрической проницаемости электронного газа. Получено выражение для поправочного множителя на экранирование как функции плотности, температуры и химического состава среды.

1. *Введение.* В настоящее время представляется очевидным, что теория электронного экранирования в астрофизической плазме должна строиться на основе квантовой механики. В работе [8] было указано на невыполнимость условия квазиклассичности в экранирующем облаке электронов и, тем самым, на некорректность обычных статистических методов, использованных в ранних работах [1—4] по теории данного эффекта. В работах [5—7] при расчете поправки к энергии кулоновского взаимодействия полностью игнорируется вклад электронной компоненты плазмы — на том основании, что возмущения плотности электронного газа весьма малы. Однако оценка показывает, что энергия этих возмущений, будучи малой по сравнению с кинетической энергией электронов, сравнима все же с энергией кулоновского взаимодействия, т. е. «малые» неоднородности, возникающие в электронном газе, играют существенную роль в формировании экранирующего облака зарядов.

Целью данной работы является обобщение развитой в [8] квантовой теории электронного экранирования на релятивистский случай.

2. *Квантовая функция распределения.* Следуя работе [8], рассмотрим в одночастичном приближении квантовый газ электронов. В отличие от [8], электронный газ предполагается, вообще говоря, релятивистским. Для квантовой плазмы необходимо иметь квантовый аналог классического кинетического уравнения. В условиях, когда можно говорить о газе, корреляцией частиц, так же, как и в классической плазме, можно пренебречь и учитывать лишь эффекты взаимодействия, обусловленные самосогласованным полем. При этом каждой частице можно приписать свою волновую функцию $\Psi_s(\vec r, t)$ или, в общем случае, матрицу плотности $\rho_{sl}(\vec r, \vec r\,', t)$*.

В настоящей работе мы отказались от принятого в [8] энергетического представления и пользуемся смешанным представлением (представлением Вигнера) для матрицы плотности [9, 10]:

$$f_{sl}(\vec p, \vec r, t) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\vec\tau \exp\{-i\vec\tau\vec p\}\rho_{sl}\left(\vec r - \frac{\hbar}{2}\vec\tau,\ \vec r + \frac{\hbar}{2}\vec\tau,\ t\right), \qquad (1)$$

которое позволяет сделать теорию более наглядной и существенно упрощает все расчеты.

Функция $f_{sl}(\vec p, \vec r, t)$ называется квантовой функцией распределения, поскольку она во многом аналогична классической функции распределения. В частности, интегрирование ее по импульсам или координатам дает соответственно вероятности распределения координат или импульсов частицы и т. д. Функцию $f_{sl}(\vec p, \vec r, t)$ мы будем нормировать условием:

$$\sum_{s}\int d\vec p\, d\vec r f_{ss}(\vec p, \vec r, t) = N, \qquad (2)$$

где N — полное число частиц в системе. Вычисление среднего значения одночастичного оператора $\hat A(\hat{\vec p}, \hat{\vec r})$ производится по правилу [9, 10]:

$$\langle A(t)\rangle = \int d\vec p\, d\vec r A_{sl}(\vec p, \vec r) f_{sl}(\vec p, \vec r, t), \qquad (3)$$

где $A(\vec p, \vec r)$ — классическая функция, соответствующая оператору $\hat A$, являющемуся функцией квантовых канонически сопряженных операторов $\hat{\vec p}$ и $\hat{\vec r}$.

Уравнение, определяющее изменение квантовой функции распределения, может быть найдено аналогично тому, как делается в нерелятивистском

* В релятивистском случае функция Ψ_s является четырехкомпонентной, т. е. индексы s и l пробегают значения от 1 до 4.

случае [11]. Исходя из уравнения для матрицы плотности в координатном представлении

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{sl}(\vec{r}, \vec{r}', t) = (\hat{H} - \hat{H}^{*}) \rho_{sl}(\vec{r}', \vec{r}, t),$$

где $\hat{H}$ — релятивистский гамильтониан (т. е. фактически, исходя из уравнения Дирака), получаем следующее кинетическое уравнение с самосогласованным взаимодействием для функции $f_{sl}(\vec{p}, \vec{r}, t)$:

$$\frac{\partial}{\partial t} f_{sl}(\vec{P}, \vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{i}{\hbar} \int d\vec{\tau}\, d\vec{\eta}\, d\vec{p}'\, d\vec{r}' \exp\{i[\vec{\tau}(\vec{p}' - \vec{P}) + \vec{\eta}(\vec{r}' - \vec{r})]\} \cdot$$

$$\times \left\{ \left| H_{qs}\left(\vec{p}' + \frac{\hbar\vec{\eta}}{2}, \vec{r}' - \frac{\hbar\vec{\tau}}{2}\right) \right| f_{ql}(\vec{p}', \vec{r}', t) - \right. \quad (4)$$

$$\left. - \left| H_{lq}\left(\vec{p}' - \frac{\hbar\vec{\eta}}{2}, \vec{r}' + \frac{\hbar\vec{\tau}}{2}\right) \right| f_{sq}(\vec{p}', \vec{r}', t) \right\},$$

где $\vec{P}$ — канонический импульс электрона; H_{sl} — гамильтониан в форме Дирака

$$H_{sl} = c\vec{\alpha}_{sl}\left(\vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A}\right) - e\varphi + mc^2\beta_{sl}; \quad (5)$$

$\vec{\alpha}_{sl}, \beta_{sl}$ — матрицы Дирака [12]; φ и $\vec{A}$ — соответственно скалярный и векторный потенциалы самосогласованного поля (здесь и всюду далее e означает абсолютную величину заряда электрона).

Уравнение (4) является релятивистским квантовым аналогом классического уравнения Лиувилля для одночастичной функции распределения и в предельном нерелятивистском случае переходит в известное уравнение [9, 11] для нерелятивистской матрицы плотности $f(\vec{p}, \vec{r}, t)$.

Мы можем ограничиться далее случаем продольного электрического поля в электронной плазме. Именно такой характер имеет поле в продольной плазменной волне или при наличии статических возмущений («волн поляризации») в первоначально однородном изотропном газе [9]. В этом случае

$$\vec{A} = 0 \quad (6)$$

и канонический импульс электрона совпадает с обычным (кинематическим) импульсом. Как показано в работе [13], возмущения в электронной плазме при расчете экранирующего эффекта можно считать весьма малыми.

Это тем более справедливо для релятивистского газа электронов. Поэтому решение уравнения (4) мы можем искать в виде:

$$f_{sl}(\vec{p}, \vec{r}, t) = f_{sl}^{(0)}(p) + \delta f_{sl}(\vec{p}, \vec{r}, t), \tag{7}$$

где $\delta f_{sl}(\vec{p}, \vec{r}, t)$ — малое отклонение от исходного однородного изотропного состояния $f_{sl}^{(0)}(p)$. Подчеркнем, что возмущение δf_{sl} связано с появлением в плазме скалярного потенциала φ — в исходном равновесном состоянии поле отсутствует, так как кулоновское поле электронов компенсируется однородным фоном положительно заряженных ядер. В силу (6) и (7), удерживая в (4) лишь члены порядка не выше первого по δf_{sl}, приходим к следующему линеаризованному уравнению для возмущения δf_{sl}:

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta f_{sl} = \frac{i}{\hbar} c\vec{p}\,[\vec{\alpha}_{sq}\delta f_{ql} - \vec{\alpha}_{lq}\delta f_{sq}] - \frac{c}{2}\left[\vec{\alpha}_{sq}\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\delta f_{ql} + \vec{\alpha}_{lq}\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\delta f_{sq}\right] -$$

$$- \frac{e}{(2\pi)^3}\frac{i}{\hbar}\int d\vec{\tau}\, d\vec{p}'\exp\{i\vec{\tau}(\vec{p}' - \vec{p})\}\left[\varphi\left(\vec{r} - \frac{\hbar\vec{\tau}}{2}, t\right) - \varphi\left(\vec{r} + \frac{\hbar\vec{\tau}}{2}, t\right)\right] \times$$

$$\times f_{sl}^{(0)}(\vec{p}') + \frac{i}{\hbar} mc^2[\beta_{sq}\delta f_{ql} - \beta_{lq}\delta f_{sq}]. \tag{8}$$

В последующих расчетах нам будет удобнее иметь дело со «шпуром» уравнения [8]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta f_{ss}(\vec{p}, \vec{r}, t) + c\vec{\alpha}_{sl}\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\delta f_{ls}(\vec{p}, \vec{r}, t) =$$

$$= -\frac{e}{(2\pi)^3}\frac{i}{\hbar}\int d\vec{\tau}\, d\vec{p}'\exp\{i\vec{\tau}(\vec{p}' - \vec{p})\} \times \tag{9}$$

$$\times\left[\varphi\left(\vec{r} - \frac{\hbar\vec{\tau}}{2}, t\right) - \varphi\left(\vec{r} + \frac{\hbar\vec{\tau}}{2}, t\right)\right] f_{ss}^{(0)}(\vec{p}')$$

В (8), (9) и всюду в дальнейшем по повторяющимся индексам подразумевается суммирование от 1 до 4.

3. *Продольная диэлектрическая проницаемость релятивистского электронного газа.* Переходя в уравнении (9) к фурье-компонентам:

$$\delta f_{sl}(\vec{p}, \vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d\vec{k}\, d\omega\exp\{i\vec{k}\vec{r} - i\omega t\}\,\delta f_{sl}(\vec{p}, \vec{k}, \omega)$$

и т. д., получим следующее соотношение между фурье-компонентами функции распределения $\delta f_{sl}(\vec{p}, \vec{k}, \omega)$ и поля $\varphi(\vec{k}, \omega)$:

$$-\omega\delta f_{sl}(\vec{p}, \vec{k}, \omega) + c(\vec{\sigma}_{sl}\vec{k})\,\delta f_{sl}(\vec{p}, \vec{k}, \omega) = \tag{10}$$

$$= -\frac{e}{h}\varphi(\vec{k}, \omega)\left| f^{(0)}_{sl}\left(\vec{p} + \frac{h\vec{k}}{2}\right) - f^{(0)}_{sl}\left(\vec{p} - \frac{h\vec{k}}{2}\right)\right|.$$

Для вычисления продольной диэлектрической проницаемости $\varepsilon^{l}(\vec{k}, \omega)$ воспользуемся методом, подробно изложенным в [9], обобщив его на случай релятивистской плазмы. В релятивистском случае выражение для плотности тока имеет вид [12, 14]

$$\vec{j}(\vec{k}, \omega) = -ec\int d\vec{p}\,\vec{\alpha}_{sl}\,\delta f_{sl}(\vec{p}, \vec{k}, \omega). \tag{11}$$

Далее, в последовательной одночастичной теории все макроскопические величины, как известно [12], должны выражаться через четные части соответствующих операторов. Справедливость одночастичного подхода в релятивистском случае требует, разумеется, дополнительного обоснования. Физически это связано с эффектами взаимодействия релятивистского электрона с внешними полями и вакуумом, приводящими к рождению и уничтожению реальных и виртуальных частиц. Однако в области температур, интересной в смысле астрофизических приложений, а именно при $T < 6\cdot 10^{9}\,°K$, число реальных электронно-позитронных пар экспоненциально мало [15] (особенно при высоких плотностях, когда газ электронов является вырожденным). Что же касается взаимодействий с виртуальными полями других частиц, то возникающая при этом «поляризация вакуума» приводит к весьма незначительному искажению кулоновского поля электрона [16] и на интересующих нас расстояниях ею вполне можно пренебречь. Математически сказанное выше означает, что в состояниях, описывающихся волновой функцией, мы можем пользоваться лишь функциями, соответствующими положительному значению энергии, а операторы $\vec{\alpha}$ и β заменить их четными частями

$$[\vec{\alpha}] = \frac{c\vec{p}}{E(p)}\Lambda; \qquad [\beta] = \frac{mc^2}{E(p)}\Lambda, \tag{12}$$

где $E(p) = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$, а Λ — так называемый знаковый оператор [12]. Для состояний, описывающихся матрицей плотности, действие операторов $\vec{\alpha}$ и β на величину $\delta f_{s l}$ сведется к умножению ее на диагональную матрицу:

$$
\begin{gathered}
[\vec{\alpha}]_{sl}\,\delta f_{sl} = \frac{c\vec{p}}{E(p)}\,\delta f_{ss};\\
[\beta]_{sl}\,\delta f_{sl} = \frac{mc^2}{E(p)}\,\delta f_{ss}.
\end{gathered} \tag{13}
$$

Заменяя, таким образом, в выражениях (10) и (11) $\vec{\alpha}$ на $[\vec{\alpha}]$ и пользуясь тем, что [9]

$$
\varphi(\vec{k}, \omega) = \frac{i}{k^2}\vec{k}\vec{E}^l(\vec{k}, \omega), \tag{14}
$$

где $\vec{E}^l(\vec{k}, \omega)$ — фурье-компонента продольного электрического поля, получим из (10):

$$
\begin{gathered}
\delta f_{ss}(\vec{p}, \vec{k}, \omega) = -\frac{ie}{\hbar k^2}\,\frac{\vec{k}}{\frac{c^2}{E(p)}(\vec{p}\vec{k}) - \omega}\,\vec{E}^l(\vec{k}, \omega)\times\\
\times\left[f_{ss}^{(0)}\left(\vec{p} + \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right) - f_{ss}^{(0)}\left(\vec{p} - \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right)\right],
\end{gathered} \tag{15}
$$

так что, в соответствии с (11)

$$
\vec{j}(\vec{k}, \omega) = \left\{-\frac{ie^2}{\hbar k^2}\int d\vec{p}\,\frac{\frac{c^2}{E(p)}(\vec{p}\vec{k})}{\omega - \frac{c^2}{E(p)}(\vec{p}\vec{k})}\left[f_{ss}^{(0)}\left(\vec{p} + \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right) - f_{ss}^{(0)}\left(\vec{p} - \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right)\right]\right\}\times
$$

$$
\times\vec{E}^l(\vec{k}, \omega) \tag{16}
$$

Множитель перед $\vec{E}^l(\vec{k}, \omega)$ в правой части (16) есть не что иное, как продольная проводимость $\sigma^l(\vec{k}, \omega)$. Пользуясь известным соотношением [9]

$$
\varepsilon^l(\vec{k}, \omega) = 1 + 8\pi^2\sigma^l(\vec{k}, \omega)\,\delta_+(\omega),
$$

приходим к следующему выражению для продольной диэлектрической проницаемости релятивистского электронного газа:

$$\varepsilon^l(\vec{k}, \omega) = 1 + \frac{4\pi e^2}{\hbar k^2} \int\limits_C d\vec{p} \frac{\frac{c^2}{E(p)}(\vec{p}\vec{k})}{\omega - \frac{c^2}{E(p)}(\vec{p}\vec{k})} \left[f_{ss}^{(0)}\left(\vec{p} + \frac{\hbar \vec{k}}{2}\right) - \right.$$

$$\left. - f_{ss}^{(0)}\left(\vec{p} - \frac{\hbar \vec{k}}{2}\right) \right]. \tag{17}$$

где $E(p) = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$. Интеграл в (17) понимается в смысле главного значения и берется по контуру C, расположенному так, что особая точка обходится снизу [9]. В нерелятивистском пределе ($p \ll mc$) имеем $E(p) \cong mc^2$ и (17) переходит в известное выражение [9] для $\varepsilon^l(\vec{k}, \omega)$ квантового газа электронов. Нетрудно убедиться в том, что в случае изотропного начального состояния $f_{ss}^{(0)}(\vec{p}) \equiv f_{ss}^{(0)}(p)$ функция $\varepsilon^l(\vec{k}, \omega)$ тоже является изотропной:

$$\varepsilon^l(\vec{k}, \omega) = \varepsilon^l(k, \omega). \tag{18}$$

Как показано в работе [8], в теории эффекта экранирования возмущения в электронном газе можно считать стационарными (не зависящими явно от времени). Это означает, что можно считать $\omega = 0$ и пользоваться статической диэлектрической проницаемостью $\varepsilon^l(k, 0)$. Однако переход к $\omega = 0$ непосредственно в (17) затруднен, поэтому мы предварительно преобразуем полученное выражение для $\varepsilon^l(k, \omega)$. Пользуясь тем, что пределы интегрирования в (17) бесконечны, нетрудно получить, что

$$\varepsilon^l(k, \omega) = 1 + \frac{4\pi e^2}{\hbar k^2} \int d\vec{p} \frac{f_0\left(\vec{p} + \frac{\hbar \vec{k}}{2}\right) - f_0\left(\vec{p} - \frac{\hbar \vec{k}}{2}\right)}{\omega - \frac{c^2}{E(p)}(\vec{k}\vec{p})} \tag{19}$$

(здесь и далее введено обозначение f_0 вместо $f_{ss}^{(0)}$), откуда, делая замену переменной

$$\vec{s} = \vec{p} - \frac{\hbar \vec{k}}{2}$$

и полагая $\omega = 0$, получаем следующее выражение для статической диэлектрической проницаемости релятивистского газа электронов:

$$\varepsilon^l(k, 0) = 1 - \frac{4\pi e^2}{\hbar k^2} \int d\vec{s} \frac{f_0(\vec{s} + \hbar\vec{k}) - f_0(\vec{s})}{\dfrac{c^2}{E\left(\left|\vec{s} + \dfrac{\hbar\vec{k}}{2}\right|\right)} \left(\vec{k}\vec{s} + \dfrac{\hbar}{2} k^2\right)}, \tag{20}$$

полностью согласующееся (в нерелятивистском пределе $E(p) \sim mc^2$) с полученной ранее в [8] формулой для $\varepsilon^l(k, 0)$.

Выражения (17)—(20) носят общий характер, однако в дальнейшем нам будет достаточно знать лишь асимптотический вид зависимости $\varepsilon^l(k, 0)$ при больших значениях k. Подставляя в (20) выражения для равновесной функции распределения [15]

$$f_0(p) = \begin{cases} \dfrac{2}{(2\pi\hbar)^3} & \text{при } p < p_0; \\ 0 & \text{при } p > p_0, \end{cases}$$

и [9]

$$f_0(p) = \frac{n_e}{4\pi(mc)^3} \frac{\exp\left\{-\dfrac{c\sqrt{p^2 + m^2c^2}}{\varkappa T}\right\}}{\dfrac{\varkappa T}{mc^2} K_2\left(\dfrac{mc^2}{\varkappa T}\right)}$$

($K_2(x)$ — функция Макдональда; $\varkappa$ — постоянная Больцмана) — соответственно в полностью вырожденном и полностью невырожденном (больцмановском) случаях, получим, что при больших значениях k (вычисления полностью аналогичны вычислениям, произведенным в работе [8])

$$\varepsilon^l(k, 0) \cong 1 + \frac{16\pi e^2 n_e \sqrt{\dfrac{\hbar^2}{4} k^2 + m^2c^2}}{\hbar^2 c k^4}, \tag{21}$$

где n_e — равновесная концентрация электронного газа. Подчеркнем, что так же, как и в нерелятивистском случае [8], степень вырождения электронного газа совершенно не влияет на вид асимптотики для $\varepsilon^l(k, 0)$ при больших k. Однако условие того, что k велико, зависит от степени вырождения и меняет свой вид от

$$\hbar k \gg p_0 \tag{22}$$

(p_0 — граничный импульс электрона [15]) для полностью вырожденного газа, к виду

$$\hbar k \gg \frac{\varkappa T}{c} \tag{23}$$

— для больцмановских электронов. В нерелятивистском случае условие (23) заменяется на [8]

$$\hbar k \gg (m\varkappa T)^{1/2},$$

где $\varkappa$ — постоянная Больцмана.

В нерелятивистском пределе ($p_0 \ll \hbar k \ll mc$) (21) дает старый результат [8]

$$\varepsilon^l(k, 0) = 1 + \frac{16\pi e^2 m n_e}{\hbar^2 k^4}, \qquad (24)$$

тогда как в противоположном, ультрарелятивистском, случае ($\hbar k \gg p_0 \gg mc$)

$$\varepsilon^l(k, 0) \simeq 1 + \frac{8\pi e^2 n_e}{\hbar c k^3}. \qquad (25)$$

Отметим, что как в нерелятивистском, так и в ультрарелятивистском случаях вид функции $[\varepsilon^l(0, k) - 1]$ отличается от зависимости, характерной для дебаевского экранирования, когда

$$[\varepsilon^l(k, 0) - 1] \sim \frac{1}{k^2}.$$

В заключение данного раздела остановимся на одном важном свойстве диэлектрической проницаемости. С помощью (14) и (15) найдем, что фурье-компонента возмущения плотности электронного газа равна

$$\delta n_e(\vec{k}, 0) = \int d\vec{p}\,\delta f_{es} = -\frac{e}{\hbar}\varphi(\vec{k}, 0)\int d\vec{p}\,\frac{f_0\left(\vec{p} + \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right) - f_0\left(\vec{p} - \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right)}{\frac{c^2}{E(p)}(\vec{p}\vec{k})} \qquad (26)$$

С другой стороны, как видно из (19), интеграл в правой части (26) есть просто

$$\frac{\hbar k^2}{4\pi e^2}[1 - \varepsilon^l(k, 0)].$$

Следовательно,

$$\delta n_e(\vec{k}, 0) = -\frac{k^2}{4\pi e}\varphi(\vec{k}, 0)[1 - \varepsilon^l(k, 0)]. \qquad (27)$$

Представляя самосогласованный потенциал

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_s \qquad (28)$$

как сумму внешнего потенциала φ_0, заданного условием

$$\Delta\varphi_0 = -4\pi\rho_0, \tag{29}$$

где ρ_0 — плотность внешних (по отношению к электронному газу) зарядов и потенциала возмущения φ_e:

$$\Delta\varphi_e = +4\pi e\,\delta n_e \tag{30}$$

(в стационарном случае уравнение (30) справедливо, разумеется, и для релятивистских электронов), будем иметь в фурье-компонентах

$$k^2\varphi_0(\vec{k}, 0) = 4\pi\rho_0(\vec{k}, 0); \tag{31}$$

$$k^2\varphi_e(\vec{k}, 0) = -4\pi e\,\delta n_e(\vec{k}, 0). \tag{32}$$

С помощью (27), (28), (31) и (32) приходим к соотношению

$$\varepsilon^l(\vec{k}, 0) = \frac{\varphi_0(\vec{k}, 0)}{\varphi(\vec{k}, 0)}, \tag{33}$$

позволяющему, зная вид функции $\varepsilon^l(\vec{k}, 0)$, легко находить самосогласованное поле φ, возникающее в электронном газе под влиянием статического внешнего возмущающего потенциала φ_0.

4. *Поправка к энергии взаимодействия ядер.* Вычисление средней скорости термоядерной реакции между ядрами Z_1 и Z_2 с учетом эффекта экранирования зарядами среды сводится к расчету эффективного («экранированного») потенциала взаимодействия ядер Z_1 и Z_2:

$$U(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + \delta V(r), \tag{34}$$

т. е. к расчету добавочного слагаемого δV, учитывающего влияние окружающих зарядов (величина δV включает в себя как собственную энергию экранирующего облака зарядов, так и энергию его взаимодействия с ядрами Z_1 и Z_2) [8].

Пусть сталкивающиеся ядра Z_1 и Z_2 расположены соответственно в начале координат и в точке $\vec{r}$. Поправка δV к кулоновской энергии взаимодействия ядер Z_1 и Z_2, окружаемых электронами, равна энергии возмущения δE_e, возникающего в электронном газе под влиянием кулоновского поля ядер Z_1 и Z_2

$$\varphi_0(\vec{\xi}) = \frac{Z_1 e}{\xi} + \frac{Z_2 e}{|\vec{\xi} - \vec{r}|}, \tag{35}$$

внешнего по отношению к газу электронов. Для вычисления δE_e воспользуемся соотношением (3):

$$\delta E_e = \langle \hat{H}_* \rangle = \int H_{eff}(\vec{p}, \vec{\xi})\, \delta f_{ef}(\vec{p}, \vec{\xi})\, d\vec{p}\, d\vec{\xi},$$

где с целью исключения двукратного учета взаимодействия одной и той же пары электронов усредняемый гамильтониан выберем в виде

$$H_*(\vec{p}, \vec{\xi}) = c\vec{\alpha}\vec{p} - e\varphi_*(\vec{\xi}) + mc^2\beta, \tag{36}$$

$$\varphi_* = \frac{1}{2}\varphi_e + \varphi_i = \frac{1}{2}(\varphi + \varphi_0). \tag{37}$$

Заменяя здесь, в соответствии со сказанным в предыдущем разделе, операторы $\vec{\alpha}$ и β их четными частями $[\vec{\alpha}]$ и $[\beta]$ (см. (12)), получим

$$\delta E_e = \int [H_*]_{ef}\, \delta f_{ef}\, d\vec{p}\, d\vec{\xi} = \int [E(p) - e\varphi_*(\vec{\xi})]\, \delta f_{ef}(\vec{p}, \vec{\xi})\, d\vec{p}\, d\vec{\xi}, \tag{38}$$

где

$$E(p) = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}. \tag{39}$$

Пользуясь фурье-разложением в статическом случае

$$\delta f_{ef}(\vec{p}, \vec{\xi}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\vec{k}\, e^{i\vec{k}\vec{\xi}}\, \delta f_{ef}(\vec{p}, \vec{k}, 0)$$

и используя выражения (14) и (15) для фурье-компоненты $\delta f_{ef}(\vec{p}, \vec{k}, 0)$, получим

$$\delta f_{ef}(\vec{p}, \vec{\xi}) = -\frac{e}{\hbar c^2}\frac{1}{(2\pi)^3}\int d\vec{k}\, e^{i\vec{k}\vec{\xi}}\, \varphi(\vec{k}, 0)\, E(p)\frac{f_0\left(\vec{p} + \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right) - f_0\left(\vec{p} - \frac{\hbar\vec{k}}{2}\right)}{\vec{k}\vec{p}}, \tag{40}$$

Фурье-компонента самосогласованного поля выражается с помощью (33) через фурье-компоненту внешнего потенциала (35):

$$\varphi_0(\vec{k}, 0) = \frac{4\pi Z_1 e}{k^2} + \frac{4\pi Z_2 e}{k^2} e^{-i\vec{k}\vec{r}} \tag{41}$$

так что для самосогласованного потенциала имеем выражение

$$\varphi(\vec{\xi}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\vec{k}\, e^{i\vec{k}\vec{\xi}}\frac{\varphi_0(\vec{k}, 0)}{\varepsilon^l(\vec{k}, 0)}. \tag{42}$$

Подставляя (40) и (42) в (37), (38), приходим к следующим выражениям для энергии возмущения как функции расстояния между ядрами Z_1 и Z_2:

$$\delta E_e(r) = \delta E_e^{(1)}(r) + \delta E_e^{(2)}(r) + \delta E_e^{(3)}(r); \tag{43}$$

$$\delta E_e^{(1)}(r) = -\frac{e}{\hbar c^2}\frac{1}{(2\pi)^3}\int d\vec{k}\,d\vec{p}\,d\vec{\xi}\,e^{i\vec{k}\vec{\xi}}E^2(p)\frac{\varphi_0(\vec{k})}{\varepsilon(\vec{k})}\frac{\Delta_{\vec{k}} f_0(\vec{p})}{\vec{k}\vec{p}};$$

$$\delta E_e^{(2)}(r) = \frac{e^2}{2\hbar c^4}\frac{1}{(2\pi)^6}\int d\vec{p}\,d\vec{\xi}\,d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 e^{i(\vec{k}_1+\vec{k}_2)\vec{\xi}}\frac{\varphi_0(\vec{k}_1)\varphi_0(\vec{k}_2)}{\varepsilon(\vec{k}_1)\varepsilon(\vec{k}_2)}E(p)\frac{\Delta_{\vec{k}} f_0(\vec{p})}{\vec{k}_1\vec{p}};$$

$$\delta E_e^{(3)}(r) = \frac{e^2}{2\hbar c^2}\frac{1}{(2\pi)^6}\int d\vec{p}\,d\vec{\xi}\,d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 e^{i(\vec{k}_1+\vec{k}_2)\vec{\xi}}\frac{\varphi_0(\vec{k}_1)\varphi_0(\vec{k}_2)}{\varepsilon(\vec{k}_1)}E(p)\frac{\Delta_{\vec{k}} f_0(\vec{p})}{\vec{k}_1\vec{p}},$$

где

$$\Delta_{\vec{k}} f_0(\vec{p}) \equiv f_0\left(\vec{p}+\frac{\hbar\vec{k}}{2}\right) - f_0\left(\vec{p}-\frac{\hbar\vec{k}}{2}\right); \quad \varphi_0(\vec{k}) \equiv \varphi_0(\vec{k}, 0); \quad \varepsilon(\vec{k}) \equiv \varepsilon^l(\vec{k}, 0),$$

а функция $E(p)$ определяется выражением (39). Выполняя здесь интегрирование по $\vec{\xi}$, а затем по $\vec{k}$ и опуская не зависящие от r члены [8], найдем искомую поправку к энергии взаимодействия

$$\delta E_e(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2\pi^2}\int d\vec{k}\,e^{i\vec{k}\vec{r}}\frac{1-\varepsilon^2(k)}{k^2\varepsilon^2(k)},$$

или, после интегрирования по углам

$$\delta E_e(r) = \frac{2}{\pi}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}\int_0^\infty dk\frac{\sin kr}{k}\frac{1-\varepsilon^2(k)}{\varepsilon^2(k)}. \tag{44}$$

Выражение (44) позволяет вычислить «искажение» кулоновского потенциала $\delta V(r) = \delta E_e(r)$ за счет электронного экранирования при любом расстоянии r между ядрами Z_1 и Z_2, коль скоро известна статическая продольная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(k) \equiv \varepsilon^l(k, 0)$ электронного газа (20). Интересно отметить, что в соответствии с (34) и (44) «экранированный» потенциальный барьер между ядрами Z_1 и Z_2 получается из чисто кулоновского

$$V_0(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} - \frac{2}{\pi} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \int_0^\infty \frac{\sin kr}{k} dk \tag{45}$$

просто введением множителя $(1/\varepsilon^2(k))$ в подынтегральное выражение формулы (45).

5. *Экранировочный множитель.* Нетрудно показать, что в релятивистской электронной плазме коэффициент увеличения скорости термоядерной реакции между ядрами Z_1 и Z_2

$$f = \exp\left\{-\frac{\Delta E}{\varkappa T}\right\} \tag{46}$$

($\varkappa$ — постоянная Больцмана), как и в нерелятивистском случае [8], определяется значением энергии возмущения при малых r:

$$\Delta E = \lim_{r \to 0+} \delta E(r). \tag{47}$$

Таким образом, имея целью вычисление экранировочного множителя f, согласно (44) и (47) мы получим для ΔE выражение

$$\Delta E = \frac{2}{\pi} Z_1 Z_2 e^2 \int_0^\infty \frac{1 - \varepsilon^2(k)}{\varepsilon^2(k)} dk. \tag{48}$$

Функция $\varepsilon(k)$ в виде (20) неудобна для расчета ΔE, однако исследование интеграла в правой части формулы (48) показывает, что вклад «малых» (в смысле, указанном в п. 3) значений k интегрально мал, т. е. при вычислениях по формуле (48) для функции $\varepsilon(k)$ вместо (20) мы можем воспользоваться асимптотическим выражением (21). Это дает возможность представить выражение для ΔE в следующем виде:

$$\Delta E = Z_1 Z_2 \frac{2mce^2}{\hbar} \frac{S(\alpha)}{\alpha}, \tag{49}$$

где

$$S(\alpha) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{2t^4 \sqrt{t^2 + \alpha^2} + t^2 + \alpha^2}{t^6 + 2t^4 \sqrt{t^2 + \alpha^2} + t^2 + \alpha^2} dt \tag{50}$$

— функция безразмерного параметра

$$\alpha = \frac{2}{\lambda} \left(\frac{\hbar c}{8\pi e^2 n_e}\right)^{1/3}, \tag{51}$$

зависящего от плотности числа электронов n_e: $\lambda = \hbar/mc$ — комптоновская длина волны электрона. Зависимость $S(\alpha)$, полученная путем численного интегрирования, представлена на рис. 1.

Выражая величину n_e через плотность и химсостав среды [17]

$$n_e = \frac{1}{2}(1+X)\frac{\rho}{H}, \tag{52}$$

приходим к следующему выражению для экранировочного множителя:

$$f = \exp\left\{0.0635\,\frac{Z_1Z_2(1+X)^{1/3}\rho^{1/3}}{T_6}\,S(\rho, X)\right\}, \tag{53}$$

где T_6 — температура плазмы в миллионах градусов, а функция $S(\rho, X)$ определяется выражениями (50)—(52) (см. рис. 1). Подчеркнем, что значение $S(\rho, X)$ зависит лишь от «степени релятивизма» электронного газа и не зависит от степени его вырождения. В нерелятивистском предельном случае, например, при $\rho \lesssim 10^4$ $г/см^3$ и $T \sim 10^8$ К имеем $\alpha \gtrsim 100$, $S(\alpha) \sim [5/(4\sqrt{2})]\alpha^{1/4}$ и формула (53) дает

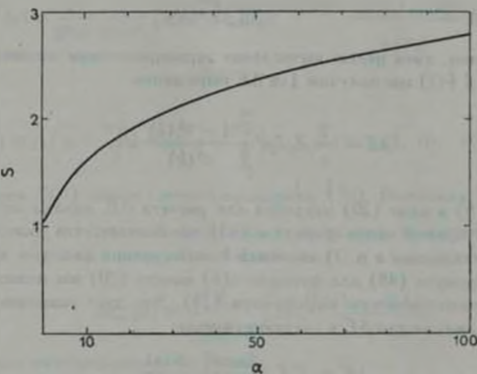


Рис. 1.

$$f = \exp\left\{0.3403\,\frac{Z_1Z_2(1+X)^{1/4}\rho^{1/4}}{T_6}\right\} \tag{54}$$

— результат, полученный ранее в [8]. В противоположном «ультрарелятивистском» пределе $\rho \gg 10^6$ г/см³ (точнее, при $p_0 \gg mc$ и $T \lesssim 6\cdot 10^9$ °K) $\varepsilon \simeq 1$, $S(\varepsilon) \simeq \dfrac{16}{9\sqrt{3}}$ и

$$f = \exp\left\{0.0652\,\frac{Z_1 Z_2 (1+X)^{1/3}\rho^{1/3}}{T_6}\right\}. \tag{55}$$

Интересно отметить, что в случае (55) зависимость от ρ, T и химсостава формально совпадает с соответствующим случаем «сильного» экранирования по Солпитеру [1, 5]: различие заключается в другом численном множителе и в совершенно иной зависимости от зарядов ядер Z_1 и Z_2.

6. *Заключение.* Перечислим кратко основные предположения, при которых получена формула (53). Представление матрицы плотности в виде (7) и переход к линеаризованному уравнению (8) возможны в силу того, что энергия возмущения в электронном газе весьма мала по сравнению со средней кинетической энергией электронов [13]. Далее, при вычислении поправки к энергии взаимодействия ядер мы полностью пренебрегаем изменением обменной энергии экранирующего облака электронов. Как известно [18], обменные поправки чрезвычайно малы для «сжатых» систем частиц с кулоновским взаимодействием (именно стакой системой является электронный газ внутри плотных звезд): это справедливо, по-видимому, и в релятивистском случае. Что же касается роли ядер-ионов в формировании экранирующего облака зарядов, то вследствие резкого различия масс электронов и ядер наиболее корректно, на наш взгляд, аппроксимировать ионную компоненту плазмы как однородный положительно заряженный фон [8]. Иными словами, эффект экранирования в астрофизической плазме должен быть, по-видимому, полностью обусловлен возмущениями в электронном газе и описываться формулой (53). Роль ионов может стать заметной при очень высоких температурах [13] или в области плотностей и температур, при которых газ ядер становится вырожденным. Исследованию возможной роли ионов будет посвящена последующая работа по данному эффекту.

Автор признателен В. В. Порфирьеву, В. С. Имшеннику, Г. С. Бисноватому-Когану и В. М. Чечеткину за интерес к даной работе и ее обсуждение.

Киевский институт народного хозяйства
им. Д. С. Коротченко

ON THE QUANTUM THEORY OF THE SCREENING EFFECT ON THERMONUCLEAR REACTIONS. I. RELATIVISTIC ELECTRON PLASMA

Yu. N. REDCOBORODY

The effect of electron screening of the Coulomb field of the nucleus is considered. It causes the increase of the thermonuclear fusion rate under high densities. In this paper the quantum theory of electron screening [8] is generalized upon the relativistic case. The screening contribution to interaction energy is derived as the energy of disturbance in the surrounding electron gas. The general expression for the dielectric permeability of relativistic quantum electron gas is obtained by means of the quantum kinetic equation for the statistical matrix. Analytic expression for the screened barier potential is derived. The screening factor is a function of the density and the temperature of the electron plasma and is independent of the degree of degeneracy.

ЛИТЕРАТУРА

1. *E. E. Salpeter*, Austral. J. Phys., 7, 373, 1954.
2. *E. Schatzman*, J. Phys. Radium, 9, 46, 1948; Ap. J., 119, 464, 1954.
3. *G. Keller*, A. J., 118, 142, 1953.
4. *E. Keller, R. E. Meyerott*, Argonne Nat. Lab., 4771, 4856, 1952.
5. *E. E. Salpeter, H. M. Van Horn*, Ap. J., 155, 1, 1969.
6. *H. G. DeWitt, H. C. Graboske, M. S. Cooper*, Ap. J., 181, 439, 1973
7. *C. Graboske, H. E. DeWitt, A. S. Grossman, M. S. Cooper*, Ap. J., 181, 457, 1973.
8. *В. В. Порфирьев, Ю. Н. Редкобородый*, Астрофизика, 5, 393, 1969
9. *В. П. Силин, А. А. Рухадзе*, Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред, Госатомиздат, 1961.
10. *В. П. Силин*, Введение в кинетическую теорию газов, Наука, М., 1971
11. *Ю. Л. Климонтович, В. П. Силин*, ЖЭТФ, 23, 151, 1952.
12. *А. С. Давыдов*, Квантовая механика, Наука, М., 1973.
13. *Ю. Н. Редкобородый*, Астрометрия и астрофизика, вып. 19, 1973
14. *А. А. Рухадзе, В. П. Силин*, ЖЭТФ, 38, 645, 1960
15. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Статистическая физика, Наука, М., 1964
16. *Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский*, Релятивистская квантовая теория, 2, Наука, М., 1971
17. *Д. А. Франк-Каменецкий*, Физические процессы внутри звезд, Физматгиз, М., 1959.
18. *Д. А. Киржниц*, Полевые методы теории многих частиц, Госатомиздат, М., 1963

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

РАСШИРЕНИЕ И ВРАЩАТЕЛЬНЫЙ МОМЕНТ БОЛЬШИХ КОСМИЧЕСКИХ МАСС

Г.-Ю. ТРЕДЕР

Поступила 22 марта 1976

В гравидинамиках, приводящих к «поглощению тяжести» (тетрадная теория гравитации) или к возрастанию эффективной инертной массы вследствие индукции инерции локальным гравитационным потенциалом, возможны равновесные состояния больших космических масс. Выведенная из состояния равновесия большая масса в этой теории должна расширяться, причем имеет место определенное асимптотическое соотношение между массой и вращательным моментом. Эта картина находится в соответствии с данными о вращательных моментах галактик и нестабильности больших космических систем (скопления и сверхскопления галактик)

Под «большой космической массой» мы будем понимать систему частиц массы M, гравитационный радиус

$$r_{\text{грав.}} = a = \frac{fM}{c^2} \tag{1}$$

(f—постоянная тяготения, c—скорость света), которой намного больше своего «барионного радиуса» b. Для определения этого «барионного радиуса» предположим, что масса M состоит из N нейтронов массы μ:

$$M = N\mu. \tag{2}$$

Тогда барионным радиусом системы

$$b \simeq N^{1/3} \frac{h}{\mu c} \tag{2a}$$

(h — постоянная Планка, $h/\mu c$ — комптоновская длина волны нейтрона) является радиус системы после сжатия ее до ядерной плотности. Для большой массы M имеет место оценка

$$a = f\frac{N\mu}{c^2} \gg b \simeq \frac{N^{1/3}h}{\mu c} \simeq \frac{M^{1/3}h}{\mu^{4/3}c}, \tag{3}$$

Отсюда получим для массы M

$$M \gg \sqrt{\frac{c^3h^3}{f^3}\frac{1}{\mu^2}} \approx 10^{34}\ г \tag{3а}$$

и для числа барионов

$$N \gg \sqrt{\frac{c^3h^3}{f^3}\frac{1}{\mu^3}} \approx 10^{58}. \tag{3б}$$

Неравенство (3) всегда удовлетворяется для галактик и для скоплений галактик.

Если такая масса обладает очень большой плотностью и, в частности, образует систему подобно нейтронной суперзвезде (т. е. система представляет собой «гипер-ядро» из ядерной материи [2]), то она сконцентрирована полностью под своим гравитационным радиусом. Говоря на языке теории относительности, масса находится целиком внутри своей сферы Шварцшильда. В релятивистской и ньютоновской теориях тяготения динамика такой системы выражается динамикой «коллапсара», образующего согласно релятивистской астрофизике центр «черной дыры». Как в теории тяготения Ньютона, так и в общей теории относительности такой объект всегда нестабилен, неизбежно сжимается и переходит в точку после прохождения конечного, очень короткого интервала собственного времени.

Устойчивость (или квазиустойчивость) больших масс ядерной плотности представляется теоретически возможной в гравидинамиках, включающих либо «поглощение тяжести» в виде зависимости эффективной постоянной тяготения f^* от локального гравитационного потенциала Φ,

$$f^* = f\left(1 - \alpha\frac{|\Phi|}{c^2}\right),$$

где α — безразмерная величина (это имеет место в обсужденной мною тетрадной теории гравитации [4]), либо же (в противоположность этому) возрастание эффективной инертной массы m^* вследствие индукции инерции локальным гравитационным потенциалом:

$$m^* = \left(1 + 2\beta\frac{|\Phi|}{c^2}\right)m.$$

Последнее утверждается в безинертной динамике доктрины Маха — Эйнштейна [5], которая объединяет принцип Маха относительности инерции с космологией Эйнштейна. В рамках классической физики эффект индукции инерции описывается заменой потенциальной гравитационной энергии Ньютона двух тяжелых масс m_1 и m_2

$$-f\frac{m_1m_2}{r} \qquad (r^2 = \vec{r}_{12}^{\,2}) \tag{4}$$

выражением Риманна

$$-f\frac{m_1m_2}{r}\left(1-\beta\frac{v^2}{c^2}\right) \qquad (v^2 = \vec{v}^{\,2}), \tag{4a}$$

$\vec{v} = \dot{\vec{r}}_{12}$ — относительная скорость масс, β — числовая постоянная, удовлетворяющая условиям

$$\beta > 0 \quad \text{и} \quad \beta \approx 1.$$

Количественное выполнение доктрины Маха—Эйнштейна требует [5, 6]

$$\beta = \frac{3}{2}. \tag{5}$$

Рассмотрим однородное облако частиц полной массы M. Представим себе это облако состоящим из N нейтронов или из n приблизительно равных частиц

$$M = N\mu = nm = nN_m m. \tag{6}$$

Пусть r — радиус облака в данный момент времени, т. е. по порядку равен среднему расстоянию двух частиц в облаке. Из принципов гравидинамики Риманна получим тогда функцию Лагранжа облака

$$L = f\frac{M^2}{r}\left(1+\beta\frac{v^2}{c^2}\right)+\frac{M}{2}v^2 = \frac{fM^2}{r}\left(1+\beta\left[\dot{r}^2+r^2\dot{\varphi}^2\right]\right)+ \\ +\frac{M}{2}\left[\dot{r}^2+r^2\dot{\varphi}^2\right]. \tag{7}$$

Здесь через $\dot{\varphi}$ обозначена средняя угловая скорость вращения системы, так что

$$v^2 = \vec{v}^{\,2} = \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2, \qquad \left(\dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt}\right).$$

Из (7) видно, что (в отличие от динамики Ньютона) внутренняя энергия облака дана выражением

$$T = \frac{1}{2}M\left(1+2\beta\frac{fM}{c^2r}\right)(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) = \frac{1}{2}M^*\dot{\vec{r}}^{\,2}. \tag{8}$$

Следовательно

$$M^* = M\left(1+2\beta\frac{fM}{rc^2}\right) \tag{8a}$$

является эффективной инертной массой облака относительно внутренних взаимодействий. Это означает, что инертные массы частиц облака равны

$$m^{*} = m\left(1 + 2\beta\frac{fM}{rc^{2}}\right), \qquad M^{*} = nm^{*}. \tag{8б}$$

Из (8б) получим, что эффективная масса m^{*} неограниченно возрастает, если радиус облака r стремится к нулю. Это действительно предотвращает — как ниже будет показано — гравитационный коллапс в духе релятивистской астрофизики, поскольку при $\beta > 1$ радиальная скорость $\dot{r}$ остается конечной и меньше c для $r \to 0$ (см. ниже).

Интеграл энергии (функция Гамильтона) для (7) имеет вид

$$H = -f\frac{M^{2}}{r}\left(1 - \frac{\beta}{c^{2}}[\dot{r}^{2} + r^{2}\dot{\varphi}^{2}]\right) + \frac{M}{2}[\dot{r}^{2} + r^{2}\dot{\varphi}^{2}] = \text{const}, \tag{9}$$

и интеграл вращательного момента

$$J = f\frac{2\beta}{c^{2}}M^{2}r\dot{\varphi} + Mr^{2}\dot{\varphi} = \text{const}. \tag{10}$$

Выражения (9) и (10) определяют динамику облака.

Рассмотрим сейчас облако в высоко конденсированном состоянии, так что имеем

$$r \approx b \ll \frac{fM}{c^{2}}.$$

Тогда интегралы (9) и (10) переходят в

$$H = -f\frac{M^{2}}{r}\left(1 - \frac{\beta}{c^{2}}[\dot{r}^{2} + r^{2}\dot{\varphi}^{2}]\right) \tag{11}$$

и

$$J = f\frac{2\beta}{c^{2}}M^{2}r\dot{\varphi} \tag{12}$$

($J = \text{const} \Rightarrow r\dot{\varphi} = k = \text{const}$) и, подставляя (12) в (11), имеем

$$H = -f\frac{M^{2}}{r} + \frac{\beta}{c^{2}}f\frac{M^{2}\dot{r}^{2}}{r} + \frac{J^{2}c^{2}}{4\beta fM^{2}r}. \tag{13}$$

Отсюда дифференцированием получим уравнение радиального движения облака при $r \ll fM/c^{2}$

$$\ddot{r} = -\frac{Hc^{2}}{2\beta fM^{2}}, \qquad r = \frac{Hc^{2}t^{2}}{4\beta fM^{2}} + At + B, \quad (A,\ B = \text{const}). \tag{14}$$

(14) описывает для положительного интеграла энергии $H>0$ расширение облака с линейно возрастающей скоростью. (Случай $H<0$ представляется физически невозможным, так как $H<0$ для больших времен ведет к отрицательным значениям r).

Связь между энергией H и вращательным моментом J получится из начального состояния системы. Предполагается, что при $t=0$ система находится в квазиустойчивом состоянии, в котором

$$r(0)=r_0\approx b,\quad \dot r(0)=0,\quad \text{т. е.}\quad A=0,\qquad B=r_0\approx b. \tag{15}$$

Используя (15), из (13) получим

$$J^2=4\beta\frac{f^2M^4}{c^2}+4\beta\frac{fM^2}{c^2}Hr_0. \tag{15а}$$

Формула (20) и предположение $r_0\approx b$ дают

$$J\approx\frac{fM^2}{c}+N^{4/3}h. \tag{15б}$$

Для конечного r_0 и $H>0$ вращательные моменты согласно (15а) всегда немного больше, чем в (15б). Учитывая $H\sim M$ (см. (20)), относительное отклонение пропорционально $M^{-2/3}$, т. е. чем больше система, тем точнее выполняется (15б).

Численно значение энергии следует из закона сохранения энергии (9) при больших r. Используя (10), получим для $r\gg fM/c^2$ приближенно

$$H\approx\frac{M}{2}\dot r^2+\frac{J^2}{2Mr^2} \tag{16}$$

и асимптотически

$$H=\frac{M}{2}\dot r^2 \text{ для } r\to\infty. \tag{16а}$$

Для определения предела $\dot r$ для $r\to\infty$ используем условие, что радиальное расширение $r(t)$ системы для больших времен должно включаться в космологическое расширение Метагалактики. Поэтому мы отождествим для $r\gg fM/c^2$ скорость $\dot r\sim v$ и скорость расширения Метагалактики $\dot R$. Пусть $R(t)$—радиус Метагалактики (или множитель расстояния). Тогда должны иметь

$$\dot r\to\dot R \text{ для } t\to\infty = \rangle\, r\to\infty = \rangle\, H=\frac{M}{2}\dot R, \tag{17}$$

где $\dot R/R$ — постоянная Хаббла.

Из динамики любой изотропно расширяющейся вселенной следует [6], что введение дополнительных масс в эту вселенную возможно только тогда, когда «полная энергия» η космологического расширения (т. е. постоянная энергии в уравнениях движения для $R(t)$ в формуле Фридмана) исчезает. Как известно, в ньютоновской и релятивистской космологиях $\eta=0$ ведет к плоской вселенной Эйнштейна—Де Ситтера с интегралом уравнения Фридмана $R\sim(t-t_0)^{2/3}$. Если рассмотрим в «безинертной динамике» с гравитационным потенциалом Риманна космос Маха—Эйнштейна, то уравнение Фридмана заменяется дифференциальным уравнением [5, 6],

$$-\frac{f\mathfrak{M}}{R}\left(1-\beta\frac{\dot{R}^2}{c^2}\right)=\eta>0, \qquad (\beta=3/2). \tag{18}$$

Из (18) следует для $\eta=0$ линейное уравнение расширения[1]

$$R=\frac{c}{\sqrt{\beta}}\,t+\text{const}. \tag{19}$$

Поэтому асимптотическое включение расширяющегося облака частиц массы M с гравидинамикой Риманна в расширение космоса Маха—Эйнштейна требует для $r\to\infty$

$$\dot{r}=\dot{R}=\frac{c}{\sqrt{\beta}}, \qquad H=\frac{M}{2}\dot{r}^2=\frac{M}{2}\dot{R}^2=\frac{Mc^2}{2\beta}. \tag{20}$$

Отсюда определяется энергия H в (9).

Суммируя наши результаты, мы получим следующую математическую модель расширяющейся системы большой массы M: Функция Лагранжа имеет вид

$$L=\frac{fM^2}{r}\left(1+\frac{3}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)+\frac{M}{2}v^2, \tag{21}$$

---

[1] Для космоса Маха—Эйнштейна (18) следует из закона сохранения энергии

$$\dot{\eta}=-\eta\frac{\dot{R}}{R}+\frac{2f\beta}{c^2}\mathfrak{M}^2\frac{\dot{R}}{R}\dot{R}-2\eta\frac{\dot{\mathfrak{M}}}{\mathfrak{M}}=0.$$

Отсюда видно, что любую массу $\Delta\mathfrak{M}=M$ можно ввести во вселенную без влияния на ее динамику именно тогда, когда η исчезает. В самом деле, тогда для любой частицы в космосе выполняется тождественно

$$m\frac{f\mathfrak{M}}{R}=m\frac{f\beta}{c^2}\frac{\mathfrak{M}}{R}\dot{R}^2,$$

т. е. сумма потенциальной и кинетической энергий исчезает для любой частицы.

интеграл энергии имеет вид

$$H = -\frac{fM}{r}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) + \frac{M}{2}v^2 = \frac{M}{3}c^2 \tag{22}$$

и вращательный момент приближенно равен

$$J = \frac{3fM^2}{c^2} r\dot{\varphi} + Mr^2\dot{\varphi} \simeq \frac{\sqrt{6}\, fM^2}{c}. \tag{23}$$

Расширение системы начинается в момент времени $t=0$ с радиуса системы $r_0 = r(0)$, который равен барионному радиусу b системы.

$$r(0) \approx b \approx N^{1/3}\frac{\hbar}{\mu c} \approx M^{1/3}\frac{\hbar}{\mu^{4/3} c}.$$

Вначале скорость расширения $\dot{r}(t)$ растет линейно, для $r \ll fM/c^2$ имеем согласно (15, 15а):

$$r \approx \frac{Hc^2}{12 fM^2} t^2 + b \approx \frac{c^4}{36 fM} t^2 + b \tag{24}$$

В области $r \gtrsim fM/c^2$ ускорение $\ddot{r}$ радиального движения уменьшается* и скорость расширения в области $r \gg fM/c^2$ асимптотически достигает своего максимального значения

$$\dot{r} = \sqrt{\frac{2}{3}}\, c \quad \text{для} \quad t \to \infty, \quad r \to \infty. \tag{25}$$

В квазиустойчивом состоянии до начала расширения (т. е. для $t<0$) большая масса M образует «гиперядро» (или сверхтяжелую элементарную частицу) массы

$$M \simeq N\mu \approx N \cdot 1.7 \cdot 10^{-24}\ г \tag{26}$$

и спина

$$J \approx \sqrt{6}\frac{fM^2}{c} \approx \sqrt{6}\, N^2 \frac{f\mu^2}{c} \approx N^2\, 10^{-65}\ г\, см^2\, сек^{-1},$$
$$\left(k = r_0\dot{\varphi} \approx b\dot{\varphi} \approx \sqrt{\frac{2}{3}}\, c\right). \tag{26a}$$

---

* По (24) имели бы $r > t$ для $r \gtrsim \frac{27 fM}{c^2} = \frac{9fM}{2c^2}$.

Представляется очень интересным и удовлетворительным в рамках обоснованных Амбарцумяном [1, 2] представлений об эволюции галактик, возникающих из плотных ядер, что соотношения (26, 26а) приближенно отражают асимптотическое поведение траекторий Редже для адронов (см. [3]). Тем самым наша математическая модель радиально расширяющейся системы большой массы M с первичной ядерной плотностью $(r(0) \approx b)$ дает простое динамическое описание космологических гипотез Амбарцумяна [1] о возникновении галактик и скоплений галактик.

Как известно [2], эволюция галактик согласно Амбарцумяну несовместима с принципами теории гравитации Ньютона или Эйнштейна, потому что как по Ньютону, так и по Эйнштейну внутренний гравитационный потенциал неограниченно растет с возрастающими массой и плотностью системы. Это неизбежно ведет к «коллапсарам». В противоположность этому в гравидинамике Римана (в соответствии с доктриной Маха—Эйнштейна) отношение инертной массы к тяжелой растет с возрастающим локальным гравитационным потенциалом так, что существует конечный предел гравитационного ускорения внутри очень больших и плотных систем [5].

Это выражается в нашей модели тем, что хотя для $\dot{r}=0$ в выражении энергии H (13) отрицательная гравитационная энергия $-fM^2/r_0$ неограниченно растет с уменьшением радиуса системы r_0, но этот же закон тоже выполняется для кинетической энергии T (которая определяется вращательным моментом J).

Используя конечную скорость вращения $v_0 = r_0\dot{\varphi} = k = c/\sqrt{\beta}$, получим для $r_0 \to 0$

$$T = \frac{fM^2}{r_0}c^2 = \frac{J^2c^2}{4\beta f M^2 r_0}.$$

Система устойчива при $r_0 \to 0$, если J имеет конечное значение

$$J = 2\sqrt{\beta}\,\frac{fM^2}{c} = 2\beta\,\frac{fM^2}{c^2}\,r_0\dot{\varphi}, \tag{27}$$

но должна расширяться после возбуждения, если

$$J \geqslant 2\sqrt{\beta}\,\frac{fM^2}{c} \quad \text{для} \quad r_0 > 0. \tag{27a}$$

В следствии (27а) имеем $H > 0$. Так как (27) можно считать выражением того, что первичные ядра галактик находятся на траекториях Редже, последнее условие гарантирует положительный знак энергии системы H, для которой получим асимптотическое выражение $H = (1/3)\,Mc^2$.

Центральный институт
астрофизики АН ГДР

THE EXPANSION AND THE ROTATIONAL MOMENTUM OF LARGE COSMICAL MASSES

H.-Yu. TREDER

In gravidynamics leading to the „absorption of gravity" (tetrade theory of gravitation) as well as in theories leading to the increase of inertial mass owing to the induction of inertia by local gravitational potential, the equilibrium configurations of large cosmical masses are possible. If such a large mass is brought out of the equilibrium this theory predicts its expansion. During the expansion a definite asymptotic relation between the mass and the rotational momentum is obeyed. This picture is in good correspondence with the existing information on the rotational momenta of galaxies and the instability of large cosmical systems (clusters and superclusters of galaxies).

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Амбарцумян*, Проблемы современной космогонии, изд. 2-е, Наука, М., 1972.
2. *В. А. Амбарцумян*, Über Entwicklungsprozesse in Kosmos, Sitzungsberichte der AdW der DDR, 15N, Berlin, 1975.
3. *Р. М. Мурадян*, Астрофизика, 11, 237, 1975.
4. *H.-J. Treder*, Gravitationstheorie und Aquivalenzprinzip, Berlin, 1971. (Русск. пер.: Теория тяготения и принцип эквивалентности, М., 1973).
5. *H.-J. Treder*, Die Relativitat der Tragheit, Berlin, 1972.
6. *H.-J. Treder*, Elementare Kozmologie, Berlin, 1975.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

К ВОПРОСУ О ПРОИСХОЖДЕНИИ И ЭВОЛЮЦИОННОЙ СТАДИИ СИМБИОТИЧЕСКИХ ЗВЕЗД

А. В. ТУТУКОВ, Л. Р. ЮНГЕЛЬСОН

Поступила 12 августа 1975

Анализ особенностей симбиотических звезд показывает, что их горячие компоненты должны быть или углеродно-кислородными карликами с тонкими водородно-гелиевыми оболочками или гелиевыми звездами с тонкими оболочками, а холодные компоненты — красными гигантами, теряющими вещество со скоростью $\sim 10^{-5} - 10^{-6}\ M_{\odot}$/год на протяжении $10^{5} - 10^{6}$ лет. Подобные системы могут образоваться из широких пар в результате потери оболочки первоначально более массивной звездой системы путем непрерывного истечения или сброса вследствие динамической неустойчивости на стадии красного гиганта, а из более тесных пар — в результате обмена веществом между компонентами. Показано, что горячие компоненты симбиотических звезд могут аккрецировать $10^{-6} - 10^{-7} M_{\odot}$/год и рассмотрены некоторые следствия аккреции на С—О карлик.

Симбиотические звезды представляют собой сравнительно немногочисленную группу неправильных переменных звезд, в спектрах которых наблюдаются полосы поглощения TiO и эмиссионные линии высокого возбуждения. Для симбиотических звезд характерны большие вспышки ($\Delta m \leqslant 5^m$), интервал между которыми составляет несколько десятков лет, и вспышки меньшего масштаба ($\Delta m \approx 1^m$), происходящие с интервалом в несколько лет. Полная сводка особенностей симбиотических звезд и их пространственно-кинематические характеристики приведены в обзоре Боярчука [1]. Боярчуком [1] рассмотрены различные модели симбиотических звезд и показано, что их наблюдаемые проявления наиболее удовлетворительно описывает модель двойной звезды, состоящей из нормального холодного гиганта (G5 III—M7 III), блеск которого обычно не испытывает заметных изменений (но иногда это мирида), и горячего карлика с $T_{eff} \sim 10^5$ K, $M_v \approx 0^m - +2^m$, изменения блеска которого и обуславливают наблюдаемую переменность симбиотических звезд. Орбитальные периоды симбиотических звезд порядка нескольких лет. Отношение массы красного гиганта к массе горячей звезды ~ 4. Обе компоненты окружены туманностью $n_e \sim 10^6 - 10^7$ *см*$^{-3}$, $T_e \sim 17000$ K, $R \sim 10^{15} - 10^{16}$ *см*. Пространственно-кинематические характеристики симбиотических звезд близки к характеристикам ядер планетарных туманностей. Оценка полного числа симбиотических звезд в Галактике $\sim 10^3 - 10^4$.

Приняв за основу модель, состоящую из красного гиганта и горячего карлика, окруженных туманностью, попытаемся выяснить, на какой эволюционной стадии находятся симбиотические звезды. Предварительно рассмотрим детальнее некоторые их характеристики.

Абсолютные визуальные величины горячих компонент, согласно Боярчуку [1], $+2^m \lesssim M_v \leq 0^m$. Учитывая большую (до -5^m) болометрическую поправку, характерную для звезд с эффективными температурами $\sim 10^5$ K, можно найти, что светимости горячих компонент симбиотических звезд $10^3 \lesssim L_H/L_\odot \lesssim 10^4$. Согласно Боярчуку [1], все холодные компоненты симбиотических звезд являются гигантами спектральных классов от G5 до M7. Массы таких гигантов 3—8 $M_\odot$ [2]. Следовательно, если отношение масс компонент близко к 4, то массы горячих компонент $\sim 1-2\, M_\odot$. Таким образом, светимости, эффективные температуры и массы горячих компонент соответствуют либо гелиевым звездам на стадии горения гелия в ядре, либо звездам с вырожденным углеродно-кислородным ядром, тонкими слоевыми источниками горения гелия, водорода и водородной оболочкой.

Если радиус туманности $\approx 10^{16}$ *см* и масса симбиотической звезды $\sim 5 M_\odot$, то скорость убегания на границе туманности ~ 3 *км/сек*. Скорость звука в туманности при $T_e \approx 17000$ K $v_s \approx 10$ *км/сек*. Запрещенные линии, образующиеся в туманности, часто показывают, что существуют еще более быстрые движения, скорость которых ~ 100 *км/сек*. Размеры туманности более чем на порядок превосходят размеры двойной системы. Следовательно, туманность нестационарна и теряет вещество в пространство. Время рассеяния туманности $\tau \sim R/v_s \approx 3 \cdot 10^4$ лет. Масса туманности $\sim 10^{-1}\, M_\odot$ [1]. Для поддержания туманности необходимо, чтобы в нее непрерывно поступало вещество со скоростью $\sim 10^{-5} - 10^{-6}\, M_\odot/$*год*. Такая скорость потери вещества характерна для красных гигантов на поздних стадиях эволюции [3, 4]. Истечение происходит при этом из атмосферы со скоростью в несколько десятков *км/сек*. Линии однократно ионизованных металлов в спектрах симбиотических звезд, образующиеся в атмосферах их холодных компонент, имеют ширину ~ 20 *км/сек* [1], как и у одиночных звезд. Если красный гигант заполняет свою полость поверхности Роша, то следует ожидать, что между компонентами происходит обмен веществом со скоростью $\sim 10^{-6}\, M_\odot/$*год* [5, 6]. По оценкам ряда авторов, в результате вспышек горячих компонент симбиотических звезд они теряют $\sim 10^{-7}\ M_\odot$/*год* при скоростях истечения порядка нескольких сот *км/сек* [7, 8]. Поскольку вспышки редки, этого вещества недостаточно для поддержания туманности.

Туманность, окружающая симбиотическую звезду, ионизуется излучением горячей компоненты. Для поддержания ее в ионизованном состоянии необходимо, чтобы число ионизующих квантов, излучаемых горячей звездой в единицу времени N_r, превышало число атомов водорода N_H, поступающих в туманность. Число ионизующих квантов ($\lambda \leqslant 912$ A):

$$N_r \approx 10^{49} \frac{L_H}{T_H},$$

где L_H — светимость горячей компоненты в $L_\odot$, T_H — ее эффективная температура. Число атомов водорода:

$$N_H \approx 10^{56} M,$$

где M — скорость поступления вещества в туманность в $M_\odot$/*год*. Условие стационарности выполняется при

$$L_H \geqslant 10 T_H M. \tag{1}$$

Поскольку $M \sim 10^{-6}\ M_\odot$/*год*, $T_H \sim 10^5$ K, $L_H \sim 10^2 - 10^4\ L_\odot$, условие можно считать выполненным.

Согласно Спитцеру [9], время рекомбинации

$$\tau_r \approx \frac{4 \cdot 10^4}{n_e} \left(\frac{T_e}{10^4} \right)^{1/2} \textit{лет}.$$

При указанных выше параметрах туманностей время τ_r много меньше времени их рассеивания, следовательно, наблюдаемые размеры туманностей определяются размерами зон Стремгрена, создаваемых горячими компонентами. Радиус зоны Стремгрена вокруг горячей звезды определяется условием равенства числа ионизаций и рекомбинаций в ее объеме и равен:

$$R_S = 10^{20} \left(\frac{L_H}{L_\odot} \right)^{1/3} T_H^{-1/3} n_e^{-2/3}. \tag{2}$$

Наблюдаемые радиусы туманностей $\sim 10^{13}$—10^{14} *см* могут быть обеспечены при $T_H \approx 10^5$ K, $n_e \approx 10^6$ *см*$^{-3}$, $L_H/L_\odot \approx 10^2 - 10^4$.

Химический состав туманностей восьми симбиотических звезд, исследованных Боярчуком [1], не отличается от химического состава солнечной атмосферы.

Таким образом, анализ модели симбиотических звезд указывает на то, что их горячие компоненты должны были в ходе эволюции потерять большую часть водородной оболочки, а их холодные компоненты должны в настоящее время терять вещество со скоростью 10^{-4}—10^{-6} $M_{\odot}$/*год*. Абсолютные размеры систем таковы, что в некоторых из них красный гигант может заполнять свою полость поверхности Роша (см. рис. 1). Однако некоторые системы настолько широки (например, R Aqr с периодом $\sim 10^4$ *дней*), что подобная возможность для них полностью исключена.

Рассмотрим возможности образования симбиотических звезд в ходе эволюции двойных систем.

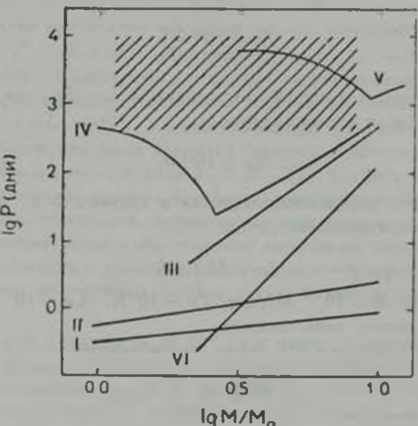


Рис. 1. Значения периодов, разграничивающие различные случаи обмена веществом в тесных двойных системах. Смысл отдельных кривых пояснен в тексте статьи.

На рис. 1 показаны в зависимости от исходной массы первичной компоненты периоды, разграничивающие различные случаи обмена веществом в двойных системах. При построении графика были использованы данные Пачинского [10] и авторов [11]. Если исходный период системы имеет значение, ограниченное кривыми I и II, то обмен веществом начнется на стадии горения водорода в ядре первичной компоненты; если значение периода ограничено кривыми II и III, то обмен начнется на стадии горения водорода в слоевом источнике первичной, до того, как первичная компонента достигнет границы Хаяши на диаграмме Герцшпрунга—Рессела; если значение периода ограничено кривыми III и IV, то первичная компонента заполнит полость Роша, находясь у границы Хаяши, но еще до загорания He в ядре; если период ограничен кривыми IV—V, то заполнение полости Роша произойдет на стадии роста углеродно-кислородного ядра. На рис. 1 заштрихована область, в которую попадают симбиотические звезды. Кривая V на рис. 1 может быть смещена вниз, так как ее положение найдено в предположении о сохранении массы звезды на стадии роста углеродно-кислородного ядра, в то время как наблюдения красных сверхгигантов обнаруживают значительную потерю ими вещества [3, 4], которая, вероятно, приводит к потере звездой оболочки прежде, чем в ядре начинается взрывной процесс горения углерода и радиус звезды достигает максимального значения. Звезда, потеряв свою оболочку, частично за счет непрерывного истечения со скоростью 10^{-4}—10^{-6} $M_{\odot}$/год, а частично путем быстрого сброса вещества вследствие динамической неустойчивости, превратится, в конечном итоге, в ядро планетарной туманности. Горячее ($T_{eff} \sim 10^5$ К) углеродно-кислородное ядро, окруженное разреженным остатком водородно-гелиевой оболочки, в которой жесткое излучение ядра перерабатывается в кванты видимого света,—объект, который относительно легко обнаружить, что и облегчает наблюдения звезд на этой стадии. Возможно, что система R Aqr, окруженная туманностью радиусом $\sim 5 \cdot 10^{17}$ см, находится на подобной стадии эволюции.

Положение симбиотических звезд на рис. 1 указывает на то, что их первичные компоненты могут потерять оболочку прежде, чем они заполнят полость Роша. Учитывая это, можно полагать, что горячие компоненты — это остатки первоначально более массивных компонент, которые уже прошли стадию красного гиганта, потеряли практически всю водородную оболочку и в настоящее время находятся на стадии ядра планетарной туманности. Вторая звезда системы находится на стадии красного гиганта и теряет вещество со скоростью 10^{-5}—10^{-6} $M_{\odot}$/год. Оценим число подобных систем в Галактике. Используя данные Тинсли [12] и учитывая, что половина всех звезд—двойные, функцию звездообразования для двойных звезд можно записать в виде:

$$dN = \frac{1}{6}\left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-2.3} d\left(\frac{M}{M_{\odot}}\right).$$

Периоды рассматриваемых нами систем должны иметь значения, больше ограниченных кривой IV на рис. 1. Согласно Ван ден Хойпелу [13] по данным не исправленным за вероятность открытия, доля систем с такими параметрами $\sim 10\%$; согласно Попову [14] (с учетом вероятности открытия) их доля меньше 4%. Примем, что доля подобных систем равна 10%. Эта оценка, вероятно, завышена, так как периоды систем должны быть ближе к значениям, соответствующим кривой V, чем к IV. Время жизни одиночных звезд в области ядер планетарных туманностей ограничено запасом ядерного горючего в очень тонких оболочках и равно $\sim 10^4$ лет. Однако в относительно тесной двойной симбиотической звезде запас ядерного горючего у горячей звезды может постоянно пополняться вследствие аккреции части вещества, выброшенного холодной компонентой.

Поэтому можно принять, что время жизни симбиотической звезды того же порядка, что и время жизни холодной компоненты на стадии роста углеродно-кислородного ядра, то есть $\sim 10^6$ лет. Нижняя граница интервала масс звезд, проходящих стадию симбиотических, оценивается из условия достижения более массивной компонентой стадии ядра планетарной туманности за время жизни Галактики: $\sim M_{\odot}$. Верхний предел интервала масс значительно менее определенен: 3—$8\ M_{\odot}$ по данным разных авторов (см. [4]), но от его точного значения численная оценка практически не зависит. С учетом указанных факторов число симбиотических звезд:

$$N_s \approx \int\limits_{3}^{8} \left[\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{10^{-6}}{(M/M_{\odot})^{2.5}} \right] d(M/M_{\odot}) \approx 10^4.$$

Другой путь образования симбиотических звезд может быть связан с обменом веществом между компонентами. Предположим, что первоначально более массивная компонента систем заполнила полость Роша на стадии красного гиганта. В этом случае в результате одного [5] или двух [6] этапов потери вещества звезда превратится в углеродно-кислородный карлик и, когда вторая компонента системы достигнет стадии красного гиганта и начнет терять вещество, образуется система, подобная уже рассмотренной выше. Число таких систем в Галактике также может быть $\sim 10^4$. В этих системах холодная компонента может терять вещество или из-за неустойчивости оболочки, уже упомянутой выше, или из-за того, что она заполняет полость Роша. Лаутерборн [5] и Плавец и др. [6] показали, что у красных гигантов с массой 5—$7\ M_{\odot}$, заполняющих полость Роша у границы Хаяши, существует относительно долгая — порядка нескольких сот тысяч лет — стадия потери вещества со скоростью $\sim 10^{-5}$—$10^{-6}\ M_{\odot}/год$. Отметим, что если отсутствует аккреция части вещества, выбрасываемого красным гигантом, время эволюции горячей компоненты будет сравнительно мало — порядка нескольких десятков тысяч лет — и оценка числа симбиотических звезд в Галактике понизится до $\sim 10^2$, что заметно ниже их наблюдаемого числа.

Возможно, что исходная система была еще более тесной и ее первичная компонента заполнила полость Роша на стадии горения водорода в слоевом источнике, но еще до того, как она стала красным гигантом (на диаграмме Герцшпрунга—Рессела звезда в это время пересекает «провал Герцшпрунга»). В результате потери вещества первичная компонента превращается в гелиевую звезду. Вторая компонента системы заполняет полость Роша на стадии красного гиганта, если период системы до первого обмена веществом имел значение большее ограниченных кривой VI на рис. 1. Можно принять, что подобные системы составляют примерно половину всех двойных звезд. Интервал масс звезд, которые могут пройти в данном случае через стадию симбиотических,— 3—10 $M_{\odot}$, так как звезды меньших масс в результате потери вещества превращаются в холодные белые карлики. Учитывая все перечисленные факторы, мы снова приходим к оценке числа симбиотических звезд в Галактике $\sim 10^{4}$.

Итак, существуют три механизма, способные превратить тесную двойную систему умеренной массы ($M \leqslant 8—10\ M_{\odot}$) в симбиотическую звезду, однако сделать между ними однозначный выбор на сегодняшний день сложно, хотя предположение о том, что симбиотическая звезда — это углеродно-кислородный карлик в паре с красным гигантом кажется более перспективным. Весьма вероятно, что группа симбиотических звезд неоднородна и включает объекты, образовавшиеся разными путями. В этой связи укажем, что с симбиотическими звездами сходны еще малоисследованные звезды типа BQ [ ] (см., например, [15]), которые отличаются от симбиотических более компактными туманностями и отсутствием фотометрической переменности. Число BQ [ ] звезд, возможно, того же порядка, что и число симбиотических, так как их известно около 70 и условия видимости сравнимы с условиями для симбиотических звезд. Возможно, что BQ [ ] и симбиотические звезды представляют собой разные стадии развития одних и тех же объектов или различаются по характеру горячей компоненты — в первом случае это гелиевые звезды, а во втором — углеродно-кислородные.

Важная нерешенная проблема — это механизм неустойчивости симбиотических звезд. Изменения яркости их горячих компонент могут быть связаны с тепловой неустойчивостью невырожденных тонких слоевых источников горения He. Однако особенность наблюдаемых вспышек горячих компонент состоит в том, что при мало изменяющейся светимости радиус звезды значительно возрастает (до двух порядков [7]) и их характерное время порядка нескольких лет, в то время как расчеты моделей звезд с вырожденными углеродно-кислородными ядрами и тонкими водородно-гелиевыми оболочками [16, 17] показывают, что для их неустойчивости характерны значительно меньшие изменения радиусов и большие изменения светимости с характерными временами порядка сотен и тысяч лет. О возможности повторных вспышек у ядер планетарных туманностей (одиночных), интервал между которыми по оценкам Калера [18] ~ 5000 лет, свидетельствует наличие у, примерно, трети из них двойных оболочек. Отличие между ядрами планетарных туманностей и горячими компонентами симбиотических звезд, возможно, в том, что на поведение последних существенно влияет аккреция, которая, вероятно, меняет тепловой режим слоевых источников таким образом, что вспышки происходят чаще и с меньшей амплитудой.

Рассмотрим некоторые особенности аккреции на горячий углеродно-кислородный карлик, входящий в состав широкой двойной звезды. Предположим, что вторая компонента—красный гигант—теряет $10^{-5}-10^{-6}\,M_\odot$/год, не заполняя полость Роша. Из этого потока карлик захватывает долю:

$$\mu = \frac{G^2 M_н^2}{v^4 R^2}, \tag{3}$$

где v — скорость истечения вещества, R — расстояние между компонентами. При R и v, характерных для симбиотических звезд, горячий карлик будет захватывать до $10^{-1}-10^{-3}$ всего вещества, теряемого гигантом. (Мы принимаем, что пыль, если она содержится в истекающей оболочке, испаряется жестким излучением горячей звезды и поэтому давление излучения не препятствует аккреции).

Таким образом, горячий карлик аккрецирует ежегодно $10^{-6}-10^{-7}\,M_\odot$ вещества, богатого водородом .Если бы карлик имел массивную водородно-гелиевую оболочку, то масса его ядра увеличивалась бы ежегодно на $\sim 10^{-6} M_\odot$ за счет горения вещества в двойном слоевом источнике. В рассматриваемом же случае, когда масса оболочки мала ($\sim 10^{-7}\,M_\odot$) скорость выгорания вещества в оболочке определяется скоростью поступления в нее вещества в результате аккреции. Светимость карлика должна быть ниже, чем светимость, генерируемая слоевыми источниками, окружающими вырожденное углеродно-кислородное ядро звезды с массивной оболочкой, задаваемая известным [16, 19] соотношением

$$\frac{L_н}{L_\odot} \approx 6\cdot 10^4 \left(\frac{M_c}{M_\odot} - 0.5\right),$$

где M_c — масса С—О ядра. При выгорании в ядерных реакциях аккрецированного вещества выделяется $\sim 10^{18}$ *эрг/г*, в то время, как выделение гравитационной энергии при дисковой аккреции на поверхность карлика с радиусом $\sim 10^{9}$ *см* составляет всего $\sim 10^{17}$ *эрг/г*, следовательно, аккреция не будет проявляться в спектре звезды.

Если светимость горячих компонент симбиотических звезд действительно обеспечивается выгоранием аккрецированного вещества, то соотношение (3) показывает, что широкие системы с $P \gtrsim 10^4$ *дней* не могут проявляться как симбиотические звезды, так как у них светимость горячих компонент из-за малого захвата вещества должна быть недостаточна для создания заметной зоны Стремгрена.

Аккреция на горячий углеродно-кислородный карлик, происходящая со скоростью $\sim 10^{-6}-10^{-7}\,M_\odot$/*год* в течение $10^4 — 10^5$ лет, может существенно повлиять на его эволюцию, так как она приводит к непрерывному увеличению массы его ядра. В частности, при определенных условиях масса ядра может превысить критическое значение, при котором происходит загорание углерода в сильно вырожденном веществе, что приведет к термоядерному взрыву Сверхновой. Подобная схема эволюции была предложена Виланом и Ибеном [20] для объяснения причин взрыва Сверхновых I типа. Отметим, что в условиях, когда скорость роста С—О ядра регулируется темпом аккреции, условия в центре звезды в момент загорания углерода должны отличаться от условий в центре звезды с «нормальной» массивной оболочкой. Кроме того, отсутствие у предсверхновой — горячей компоненты симбиотической звезды протяженной водородной оболочки, характерной для одиночных звезд, должно сказаться на форме кривой блеска Сверхновой.

Таким образом, современные представления об эволюции одиночных и тесных двойных звезд позволяют объяснить основные свойства симбиотических звезд и указать их эволюционную стадию. Однако некоторые детали предложенной выше схемы все еще неясны, в особенности картина движения вещества в оболочке, окружающей систему, и механизм неустойчивости горячих компонент.

Авторы выражают глубокую благодарность А. А. Боярчуку за обсуждение ряда вопросов.

Астросовет АН СССР

ON THE ORIGIN AND EVOLUTIONARY STAGE OF SYMBIOTIC STARS

A. V. TUTUKOV, L. R. YUNGELSON

The analysis of the parameters of symbiotic stars shows that their hot components have to be either carbon-oxygen dwarfs with thin hydrogen-helium envelopes or helium stars with thin hydrogen-helium envelopes, while the cold components red giants loose mass at the rate of 10^{-5}—10^{-6} $M_{\odot}$/*year* over the period of 10^5—10^6 *years*. Such systems may be formed from wide pairs if the envelope of the initially more massive component is lost due to continuous mass loss or due to rapid mass loss caused by the dynamical instability on the red giant stage. If the initial system is not too wide, a hot star may be formed due to mass exchange. It is shown that hot components of symbiotic stars may accrete 10^{-8}—10^{-7} $M_{\odot}$/*year*. Some consequences of accretion on C—O dwarfs are discussed.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. А. Боярчук*, в сб. «Эруптивные звезды», Наука, М., 1970, стр. 113.
2. *Trimble*, A. J., 79, 967, 1974.
3. *R. D. Gehrz, N. J. Woolf*, Ap. J., 165, 295, 1971.

4. *B. Paczynski*, IAU Symp. 66, „Late Stages of Stellar Evolution", Warsaw, 1973.
5. *D. Lauterborn*, Astron. Astrophys., 7, 150, 1970.
6. *M. Plavec, R. K. Ulrich, S. Politdan*, P. A. S. P., 85, 769, 1973.
7. *А. А. Боярчук*, в сб. «Космическая газодинамика», Мир, М., 1972, стр. 324.
8. *В. Г. Горбацкий*, Новоподобные и новые звезды, Наука, М., 1974.
9. *L. Spitzer*, Diffuse Matter in Space, Inter. Sci. Publ., 1968.
10. *B. Paczynski*, Acta Astron., 20, 2, 1970.
11. *А. В. Тутуков, Л. Р. Юнгельсон, А. Я. Клейман*, Научные информации Астрономического совета АН СССР, 27, 3, 1973.
12. *B. M. Tinsley*, Astron. Astrophys., 31, 463, 1974.
13. *E. P. J. van den Heuvel*, BAN, 19, 376, 1968.
14. *М. В. Попов*, Диссертация, ГАИШ, 1968.
15. *F. Ciatti, S. D'Odorico, A. Mammano*, Astron. Astrophys., 34, 181, 1974.
16. *B. Paczynski*, Acta Astron., 21, 4, 1971.
17. *J. I. Katz, R. C. Malone, E. E. Salpeter*, Ap. J., 190, 359, 1974.
18. *J. B. Kaler*, A. J., 79, 594, 1974.
19. *У. Х. Уус*, Научные информации Астрономического совета АН СССР, 17, 32, 1970.
20. *J. Whelan, I. Jr. Iben*, Ap. J., 186, 1007, 1973.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЫ В ОКРЕСТНОСТЯХ ПУЛЬСАРА

М. ХАКИМОВА, Ф. К. ХАКИМОВ, В. Н. ЦЫТОВИЧ

Поступила 23 апреля 1975
Пересмотрена 22 сентября 1975

В данной работе исследована модуляционная неустойчивость релятивистской турбулентной плазмы, которая, образуя когерентные сгустки, может быть использована для объяснения радиоизлучения пульсаров. Приведены оценки времени развития неустойчивости, определен уровень турбулентности, при котором неустойчивость успеет развиться, а также определены размеры неоднородности, при которых возможно когерентное излучение.

1. Известно, что радиоизлучение пульсаров обладает высокой эффективной температурой $T_{эфф} \simeq 10^{23} - 10^{25}$ °K и поэтому оно должно быть связано с когерентным механизмом излучения. Когерентное излучение возникает в сгустках частиц, размеры которых должны быть меньше длины волны излучения. Заметим, что сгустки могут образоваться при распространении в плазме сильной нелинейной волны, которая создает глубокую потенциальную яму из-за нарастания амплитуды волн при модуляционной неустойчивости. Впервые явление модуляционной неустойчивости было рассмотрено Веденовым и Рудаковым в нерелятивистской плазме [1, 2].

Задача настоящего исследования состоит в рассмотрении модуляционной неустойчивости в релятивистской турбулентной плазме, которую можно использовать для объяснения радиоизлучения пульсаров.

Насколько нам известно, модуляционная неустойчивость релятивистской плазмы ранее не рассматривалась. Есть предположение, что модуляционная неустойчивость приводит к солитонной структуре. Излучение пульсаров в этих предположениях о солитонной структуре рассмотрено в работе [3]. Однако сама модуляционная неустойчивость — более общее явление, и имеются возможности различных нелинейных стадий. В частности, нелинейная теория модуляционной неустойчивости со статистической точки зрения развита в работах [4, 5]. В работе [5] показано, что в результате взаимодействия высокочастотных и низкочастотных колебаний на нелинейной стадии происходит перекачка потока энергии в область больших значений волновых чисел (область затухания Ландау).

Поэтому этапом в исследовании модуляционной неустойчивости релятивистской плазмы должно быть создание для релятивистской плазмы линейной теории модуляционной неустойчивости. Таким образом, задача состоит: 1) в исследовании линейной стадии модуляционной неустойчивости а) без учета перенормировки заряда, учитывающей нелинейную поправку к частоте; б) с учетом перенормировки; 2) оценке времени развития неустойчивости, определения уровня турбулентности, при котором она успеет развиться; 3) определении размеров неоднородности, при которых возможно когерентное излучение.

Качественно само явление модуляционной неустойчивости может быть объяснено следующим образом: при распространении высокочастотных плазменных волн меняются средние характеристики плазмы (плотность и др.), что в свою очередь приводит к изменению частоты высокочастотных волн. Иными словами, высокочастотные колебания захватываются областями разреженной плотности, которые, увеличивая радиационное давление, выталкивают плазму из этой области, что еще больше увеличивает разрежение плотности. В работе [1, 2] показано, что модуляционная неустойчивость возникает при достижении определенного уровня турбулентности. В случае релятивистской плазмы этот критерий по аналогии можно было бы записать в виде

$$\frac{W}{n_*\varepsilon_*} > (k/k_d)^2, \tag{1}$$

где W — плотность энергии турбулентности, $n_*\varepsilon_*$ — плотность энергии частиц, n_* — концентрация частиц в области излучения, ε_* — средняя энергия частиц плазмы, k — волновое число ленгмюровских колебаний, $k_d = \frac{\omega_p}{c}$ — обратная величина дебаевского радиуса экранировки, а $\omega_p = 2\pi n_* e^2 c^2/\varepsilon_*$ — основная плазменная частота ультрарелятивистской плазмы в сильном магнитном поле. Особенностью околопульсарной плазмы является существование здесь очень сильного магнитного поля. Ультрарелятивистские частицы в сильном магнитном поле быстро теряют поперечную к магнитному полю энергию на синхротронное излучение, в результате чего движения частиц можно считать одномерными. Свойства ультрарелятивистской плазмы с одномерными функциями распределения в сильном магнитном поле исследованы в [6]. Для этого случая были найдены три ветви колебаний. Одна из них при малых частотах соответствует продольным волнам, т. е. аналогична ленгмюровской ветви. Эта ветвь является продольной только в случае распространения под малым углом

$\theta \ll \frac{m_e}{\varepsilon_e}$. Если угол $\theta \gg \frac{m_e}{\varepsilon_e}$, то такая волна оказывается продольной только в непосредственной окрестности ω_p, а при $\omega > \omega_p$ она переходит в обычную поперечную волну (рис. 1). Исходя из этого, можно предположить, что модуляционная неустойчивость приводит к сгусткам и скоплению энергии продольных возмущений на дне дисперсионной кривой. Эти модуляционные сгустки продольных волн когерентно излучают поперечные электромагнитные волны. На этом пути можно попытаться объяснить радиоизлучение пульсаров.

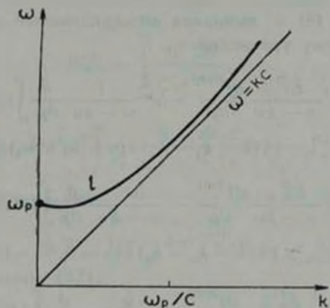


Рис. 1.

2. Задача решается методом, аналогичным рассмотренным в [7], т. е. функция распределения частиц f_p и электрическое поле E разбиваются на регулярную, описывающую низкочастотные возмущения, часть и турбулентную, описывающую высокочастотные ленгмюровские колебания

$$f_p = f_p^T + f_p^R, \tag{2}$$

$$E = E^T + E^R. \tag{3}$$

В результате усреднения по статистическому ансамблю уравнений движения и уравнений Максвелла и вычитания усредненных уравнений из исходных находятся системы уравнений для регулярных и быстроосциллирующих частей. Все величины E^T, E^R, f^T, f^R раскладываются по $E^{R(1)}$ (в случае $E^{R(0)} = 0$, $E^{R(1)} = E^R$) и оставляются лишь линейные по $E^{R(1)}$ члены, таким образом получаются системы уравнений для основного турбулентного состояния и отклонения от него.

Поскольку осуществляется условие $\omega_H \gg \omega_p$, то все движения можно считать одномерными. Исходные уравнения имеют вид

$$\frac{\partial f_p^\alpha}{\partial t} + v\frac{\partial f_p^\alpha}{\partial r} + e^\alpha E\frac{\partial f_p^\alpha}{\partial p} = 0, \tag{4}$$

где $\alpha = e, i$

$$\operatorname{div} E = 4\pi e^\alpha \int\limits_{(\infty)} f_p^\alpha dp. \tag{5}$$

Из (5) видна нормировка функции распределения $n^\alpha = \int\limits_{(\infty)} f_p^\alpha dp$. Подставляя (2), (3) в (4) и выполняя вышеуказанные операции, получаем следующую систему уравнений:

$$f_{k,\omega}^{T(0)} = -ie^\alpha \frac{E_{k,\omega}^{T(0)}}{\omega - kv}\frac{\partial f^{R(0)}}{\partial p} - ie^\alpha \frac{1}{\omega - kv}\frac{\partial}{\partial p}\int (E_{k_1,\omega_1}^{T(0)} f_{k_2,\omega_2}^{T(0)} - \\ - \langle E_{k_1,\omega_1}^{T(0)} f_{k_2,\omega_2}^{T(0)} \rangle)\,\delta(k - k_1 - k_2)\,\delta(\omega - \omega_1 - \omega_2)\,dk_1 dk_2 d\omega_1 d\omega_2, \tag{6}$$

$$f_{k,\omega}^{R(1)} = -ie^\alpha \frac{E_{k,\omega}^R}{\omega - kv}\frac{\partial f^{R(0)}}{\partial p} - \frac{ie^\alpha}{\omega - kv}\frac{\partial}{\partial p}\int (\langle E_{k_1,\omega_1}^{T(1)} f_{k_2,\omega_2}^{T(0)} + \\ + E_{k_1,\omega_1}^{T(0)} f_{k_2,\omega_2}^{T(1)} \rangle)\,\delta(k - k_1 - k_2)\,\delta(\omega - \omega_1 - \omega_2)\,dk_1 dk_2 d\omega_1 d\omega_2 \tag{7}$$

$$f_{k,\omega}^{T(1)} = -ie^\alpha \frac{E_{k,\omega}^{T(1)}}{\omega - kv}\frac{\partial f^{R(0)}}{\partial p} - \frac{ie^\alpha}{\omega - kv}\frac{\partial}{\partial p}\int (E_{k_1,\omega_1}^{T(0)} f_{k_2,\omega_2}^{R(1)} + \\ + E_{k_1,\omega_1}^{R} f_{k_2,\omega_2}^{T(0)})\,\delta(k - k_1 - k_2)\,\delta(\omega - \omega_1 - \omega_2)\,dk_1 dk_2 d\omega_1 d\omega_2 \tag{8}$$

$$E_{k,\omega}^{T(0)} = -i\frac{4\pi e^\alpha}{k}\int f_{k,\omega}^{T(0)} dp, \tag{9}$$

$$E_{k,\omega}^{T(1)} = -i\frac{4\pi e^\alpha}{k}\int f_{k,\omega}^{T(1)} dp, \tag{10}$$

$$E_{k,\omega}^{R} = -i\frac{4\pi e^\alpha}{k}\int f_{k,\omega}^{R(1)} dp. \tag{11}$$

Подставляя выражения для $f_{k,\omega}^{T(0)}, f_{k,\omega}^{T(1)}$ в (7), после соответствующих расчетов, с необходимой точностью считая $\frac{W}{n_e T_e} \ll 1$, $\frac{k_0 c}{\omega_p} \ll 1$, получаем уравнение для низкочастотных возмущений, учитывающее влияние высокочастотных колебаний:

$$-i(\omega - kv)\, f_{k,\omega}^{R(1)} - e^\alpha E_{k,\omega}^R \frac{\partial f^{R(0)}}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} D_i \frac{\partial f^{R(0)}}{\partial p}, \tag{12}$$

где

$$D_3 = -4\pi i e^4 m_e^2 \int \frac{I_{k_1, \omega_1}(\omega - kv)\, dk_1 d\omega_1}{\varepsilon^{+}_{k-k_1, \omega-\omega_1}\,\omega_1\,(\omega-\omega_1)^2} \int \frac{f^{R(1)}_{k,\omega}}{\varepsilon^3}\, d\varepsilon. \tag{13}$$

Здесь частоты ω и волновые числа „k" относятся к низкочастотным колебаниям: ω_1 и k_1 — к ленгмюровским колебаниям; $\varepsilon^{+}_{k,\omega}$ — линейная часть диэлектрической проницаемости; I_{k_1,ω_1} — корреляционная функция ленгмюровских колебаний на дне дисперсионной кривой $k_1 c / \omega_p \ll 1$ (рис. 1). Выражение для D_3 после введения следующих обозначений

$$\Psi^{(1)}_{k,\omega} = \int_{mc}^{\infty} \frac{f^{R(1)}_{k,\omega}\, d\varepsilon}{\varepsilon^3}, \tag{14}$$

$$d_1 = 4\pi e^4 m_e^2 \int \frac{I_{k_1,\omega_1}\, dk_1 d\omega_1}{\varepsilon^{+}_{k-k_1,\omega-\omega_1}\,\omega_1\,(\omega-\omega_1)^2}, \tag{15}$$

приобретает приближенный вид

$$D_3 \approx -i(\omega - kv)\,\Psi^{(1)}_{k,\omega}\, d_1 \tag{16}$$

и соответственно уравнение (12)

$$i(\omega - kv) f^{R(1)}_{k,\omega} = -eE^{R}_{k,\omega} \frac{\partial f^{R(0)}}{\partial p} + i\Psi^{(1)}_{k,\omega} d_1 \frac{\partial}{\partial p}(\omega - kv) \frac{\partial f^{R(0)}}{\partial p}. \tag{17}$$

Величина $\Psi^{(1)}_{k,\omega}$ вошла вместо изменения плотности

$$n^{(1)}_{k,\omega} = \int_{0}^{\infty} f^{R(1)}_{k,\omega}\, dv$$

в нерелятивистском случае.

Умножая уравнение (17) на ε^{-3} и проинтегрировав по $d\varepsilon$, можно получить следующее выражение:

$$\Psi^{(1)}_{k,\omega} = \frac{ieE^{R}_{k,\omega} \int_0 \frac{\partial f^{R(0)}}{\partial p} / \varepsilon^3 (\omega - kv)\, dp}{1 - d_1 \int \frac{1}{\varepsilon^3(\omega - kv)} \frac{\partial}{\partial p}(\omega - kv) \frac{\partial f^{R(0)}}{\partial p}\, dp}. \tag{18}$$

Подставляя $\Psi^{(1)}_{k,\omega}$ в уравнение (17) и используя (5), находим следующее выражение для диэлектрической проницаемости ε, характеризующей низкочастотные свойства плазмы:

$$\varepsilon_{k,\omega} = \varepsilon^{L}_{k,\omega} + \frac{\frac{4\pi e^2}{k} d_1 J_1}{1 - d_2 J_2}, \tag{19}$$

где

$$J_1 = \int \frac{dp}{\omega - kv} \frac{\partial}{\partial p} (\omega - kv) \frac{\partial f^{R(0)}}{\partial p} \int \frac{\partial f^{R(0)}/\partial p'}{\varepsilon^2 (\omega - kv')} dp',$$

$$J_2 = \int \frac{1}{\varepsilon^2 (\omega - kv)} \frac{\partial}{\partial p} (\omega - kv) \frac{\partial f^{R(0)}}{\partial p} dp.$$

Удобно использовать аналогичную [6] функцию распределения, нормированную по энергиям ε в виде

$$f_\varepsilon = \frac{n_0 \varepsilon_0}{(\varepsilon + \varepsilon_0)^2}, \qquad f_\varepsilon d\varepsilon = f_p dp, \tag{20}$$

где ε_0 выступает в роли средней энергии и согласно [8] зависит от W' — плотности энергии турбулентности следующим образом:

$$\frac{\varepsilon_0}{m_e c^2} = \frac{\omega_{He}}{\omega_p} \left(\frac{4\pi W'}{5H^2} \right)^{1/4}, \tag{21}$$

а спектр продольных колебаний в области $k \ll \omega/c$ принимает вид

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{4} k_1^2 c^2. \tag{22}$$

Для этого случая в пределе $\omega < \omega_1$, $k < k_1$, $\frac{\omega}{k} < \frac{\omega_1}{k_1}$, $\omega > kv_g$ $\Bigg($где $v_g = \frac{3}{2} \frac{k_1 c^2}{\omega_p} \ll c$ при $k_1 \ll \omega_p/c$, т. е. на дне ямы дисперсионной кривой рис. 1$\Bigg)$. Для d_1 получаем следующее выражение:

$$d_1 = \frac{3}{4} \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \frac{\varepsilon_0^2 m_e^2}{n_0^2} W' \tag{23}$$

и соответственно для диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon^{L}_{k,\omega} + \frac{\omega_{\ast}^2}{\omega^2} \frac{3}{\varepsilon^2} = 0, \tag{24}$$

где

$$\beta = \frac{3}{4} k^2 c^2 \frac{W^T}{n_a \varepsilon_a} \frac{\varepsilon_*^2}{m_e^2}. \qquad (25)$$

Решая дисперсионное соотношение (24), получаем выражения для инкремента неустойчивости для двух случаев: а) релятивистские электроны $\varepsilon_*^e > m_e$ и нерелятивистские ионы при наличии ленгмюровской турбулентности; б) релятивистские ионы $\varepsilon_*^i > m_i$ и релятивистские электроны $\varepsilon_*^e > m_e$.

Результаты, полученные в разных областях фазовых соотношений для модуляционных возмущений, отражены в табл. 1 (1-й и 2-й столбцы).

3. В турбулентной плазме появляются нелинейные поправки к функции Грина $\varepsilon^{-1}(k, \omega)$, т. е. к оператору распространения плазмона $\varepsilon(k, \omega)$, которые в первом приближении пропорциональны энергии турбулентности $I_{k,\omega}$.

Эти нелинейные поправки описывают электромагнитную шубу плазмона. Раскладывая в уравнениях (6) и (9) для соударений частиц и турбулентных пульсаций все величины по турбулентному полю E^{TM}, получаем

$$\begin{gathered}\varepsilon(k_1) I_{k_1} = e^2 I_{k_1} \int \bar{\Sigma}_{k_1, k_2, k_2, -k_1} I_{k_2} dk_2 + \\ + \frac{e^2}{2} \int I_{k_2} I_{k_3} |S_{k_1, k_2, k_3}|^2 \varepsilon^{-1}(-k_2 - k_3)\, \delta(k_1 - k_2 - k_3)\, dk_2 dk_3.\end{gathered} \qquad (26)$$

Здесь

$$\bar{\Sigma}_{k, k_1, k_2, k_3} = \Sigma_{k, k_1, k_2, k_3} - S_{k, k_1, k - k_1} \varepsilon^{-1}(k - k_1) S_{k - k_1, k_2, k_3}. \qquad (27)$$

$$S_{k, k_1, k_2} = 4\pi e^2 m^2 \int \frac{1}{\varepsilon^2(\omega - kv)} \frac{\dfrac{\partial f^{R(0)}}{\partial p} dp}{(\omega_1 - k_1 v)(\omega_2 - k_2 v)} \qquad (28)$$

$$\Sigma_{k, k_1, k_2, k_3} = 12\pi e^2 m^2 \int \frac{1}{\varepsilon^2(\omega - kv)^2} \frac{\dfrac{\partial f^{R(0)}}{\partial p} dp}{[\omega_1 - \omega_2 - (k_1 - k_2) v]} \frac{}{(\omega_3 - k_3 v)}. \qquad (29)$$

Для ленгмюровской турбулентности, которая является нераспадной, из (26) имеем вместо $\varepsilon(k) = 0$,

$$\bar{\varepsilon}(k_1, \omega_1) I_{k_1, \omega_1} = 0,$$

$$\bar{\varepsilon}(k_1, \omega_1) = \varepsilon(k_1, \omega_1) - e^2 \int \bar{\Sigma}_{k_1, \omega_1, k_2, \omega_2, k_2, \omega_2, -k_1, -\omega_1} I_{k_2, \omega_2} dk_2 d\omega_2. \qquad (30)$$

Таблица 1

ИНКРЕМЕНТЫ МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЫ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

	Без учета перенормировки		С учетом перенормировки	
	ионы релятивистские*	ионы нерелятивистские	ионы релятивистские	ионы нерелятивистские
$kv_{Ti} < \omega < kv_{Te}$	Нет области существования	$kv_{Ti} < \omega < kc$; $\gamma = \sqrt{\frac{3}{2}}kc\left(\frac{W^i}{n_*\varepsilon_*^e}\right)^{1/2}\frac{\varepsilon_*^e}{m_e}$	Нет области существования	$\gamma = 3\sqrt{\frac{3}{2}}kc\left(\frac{W^i}{n_*\varepsilon_*^e}\right)^{1/2}\frac{\varepsilon_*^e}{m_e}$
$\omega < kv_{Ti}$; $\omega < kv_{Te}$	$\omega < kc$; $\varepsilon_*^i < \varepsilon_*^e$; $\gamma = \sqrt{\frac{3}{2}}kc\left(\frac{W}{n_*\varepsilon_*^i}\right)^{1/2}\frac{\varepsilon_*^i}{m_e}$	$\omega < kv_{Ti} < kc$; $\gamma = \sqrt{\frac{3}{2}}kc\left(\frac{W}{n_*\varepsilon_*^e}\right)^{1/2}\frac{\varepsilon_*^e}{m_e}$	$\gamma = \frac{3}{\sqrt{2}}kc\left(\frac{W}{n_*\varepsilon_*^i}\right)^{1/2}\frac{\varepsilon_*^i}{m_e}$	$\gamma = \sqrt{\frac{3}{2}}kc\left(\frac{W}{n_*\varepsilon_*^e}\right)^{1/2}\frac{\varepsilon_*^e}{m_e}$
	$\varepsilon_*^i > \varepsilon_*^e$; $\gamma = \sqrt{\frac{3}{2}}kc\left(\frac{W}{n_*\varepsilon_*^e}\right)^{1/2}\frac{\varepsilon_*^e}{m_e}$		$\gamma = \sqrt{6}\,kc\left(\frac{W}{n_*\varepsilon_*^e}\right)^{1/2}\frac{\varepsilon_*^e}{m_e}$	

* Электроны всегда предполагаются релятивистскими.

Используя методику расчетов, описанную в [7], можно получить выражение коэффициента D_1, входящего в уравнение (12):

$$D_1 = -\frac{4\pi i e^4 (\omega - kv) W_k^{(1)} \int \frac{I_{k_1} dk_1}{\varepsilon (k - k_1)\, \omega_1 (\omega_1 - \omega)^3}}{1 + \frac{2e^2\omega_p^2}{m_e^2}\left(\frac{3\varepsilon_*^e + 5\varepsilon_*^i}{\varepsilon_*^e + \varepsilon_*^i}\right)\int \frac{I_{k_1} dk_1}{\varepsilon (k - k_1)\, \omega_1^2 (\omega_1 - \omega)^2}}. \qquad (31)$$

Из (31) и (12) находим диэлектрическую проницаемость:

$$\varepsilon (k, \omega) = \varepsilon_0^l (k, \omega) + (\varepsilon_0^e (k, \omega) - 1) - \frac{2\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{n_* d_1}{m_e^2 \varepsilon_*^e}}{1 + \frac{n_* d_2}{2m_e^2 \varepsilon_*^e}\left(\frac{3\varepsilon_*^e + 5\varepsilon_*^i}{\varepsilon_*^e + \varepsilon_*^i}\right) + \frac{3}{2}\frac{n_* d_1}{m_e^2 \varepsilon_*^e}}, \qquad (32)$$

где

$$d_1 = \frac{e^2\omega_p^2}{m_e^2 n_0}\int \frac{I_{k_1} dk_1}{\varepsilon (k - k_1)\, \omega_1 (\omega - \omega_1)^3}, \qquad (33)$$

$$d_2 = \frac{e^2\omega_p^2}{m_e^2 n_0}\int \frac{I_{k_1} dk_1}{\varepsilon (k - k_1)\, \omega_1^2 (\omega - \omega_1)^2}. \qquad (34)$$

В пределе $\omega \ll \omega_1$, $k \ll k_1$, $\frac{\omega}{k} \ll \frac{\omega_1}{k_1}$ получим

$$d_1 \simeq d_2 \simeq \frac{3}{4}\frac{k_1^2 c^2}{\omega^2}\frac{\varepsilon_*^2 m_e^2}{n_*^2} W^l \qquad (35)$$

и

$$\varepsilon_0^l (k, \omega) + (\varepsilon_0^e (k, \omega) - 1) - \frac{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{\beta}{\omega^2}}{1 + \frac{\beta}{\omega^2}\left(\frac{3\varepsilon_*^e + 5\varepsilon_*^i}{\varepsilon_*^e + \varepsilon_*^i}\right) + \frac{3}{2}\frac{\beta_1}{\omega^2}} = 0, \qquad (36)$$

где

$$\beta = \frac{3}{2} k^2 c^2 \varepsilon_*^2 \frac{W^l}{n_* \varepsilon_*^e}.$$

Решая это дисперсионное соотношение, получим выражения для инкрементов неустойчивости (табл. 1, 3-й и 4-й столбцы).

4. Сравним результаты, полученные с учетом перенормировки групповой скорости плазмона, учитывающей нелинейную поправку к частоте и без учета этой перенормировки. Оказывается, перенормировка существенна при $k < k_* = \frac{\omega_p}{c}\frac{W^l}{n_* \varkappa_*}$, т. е. на дне дисперсионной кривой, а при увеличении k и за точкой k_*, т. е. $k > k_* = \frac{\omega_p}{c}\frac{W^l}{n_* \varkappa_*}$, перенормировка несущественна. Следует подчеркнуть, что перенормировка меняет только численные значения коэффициентов в инкременте модуляционной неустойчивости, тогда как аналитическая зависимость от волнового числа k, энергии турбулентности W и параметра $W/n_*\varkappa_*$ остаются теми же.

В случае, когда и ионы, и электроны являются релятивистскими, основная плазменная частота, как обычно, определяется частицами с наименьшей средней энергией, т. е. если, например, средняя энергия электронов больше средней энергии ионов, $\varkappa^e_* > \varkappa^i_*$, то ионы можно считать легкими, а электроны тяжелыми. В этом случае во всех расчетах для случая релятивистских ионов электроны заменяются на ионы, и обратно, т. е. в выражении для диэлектрической проницаемости поправки, связанные с воздействием низкочастотных колебаний, появляются к ионной части, а электронная остается линейной, конечные же результаты остаются неизменными, лишь с заменой $\varkappa^e_*$ на $\varkappa^i_*$.

Теперь, принимая следующие значения параметров в пульсаре: размер области излучения $L = 10^7$ *см*, плазменная частота в области генерации радиоизлучения не больше 10^9 *сек*$^{-1}$, получаем следующие значения для характерного времени распространения электромагнитных возмущений и релятивистских частиц в пульсаре: $t \approx 3 \cdot 10^{-4}$ *сек* и для характерного времени развития модуляционной неустойчивости $\tau \approx 5 \cdot 10^{-8}$ *сек*. Из сравнения характерных времен видно, что неустойчивость за время t вполне может развиться вплоть до минимальных значений энергии

$$\frac{W}{n_* \varkappa_*} \approx 10^{-7}.$$

Для того, чтобы неустойчивость успела развиться, необходимо выполнение следующего условия:

$$\gamma \sim kc\left(\frac{W}{n_* \varkappa_*}\right)^{1/2} > \frac{1}{t} = 3 \cdot 10^3\ \text{сек}^{-1}.$$

Отсюда находим минимальное значение волнового числа k, начиная с которого, возникает модуляционная неустойчивость:

$$k > \frac{\omega_p}{c}\left(\frac{n_e \varepsilon_e}{W}\right)^{1/2} \cdot 3\cdot 10^3 \simeq k_{\min}.$$

Максимальное волновое число $k_{\max}$ при распространении по направлению поля $\vartheta < mc^2/\varepsilon_e$ равняется

$$k_{\max} \approx \frac{\omega_p}{c},$$

а при $\vartheta > mc^2/\varepsilon_e$

$$k_{\max} \approx \frac{\omega_p}{c}\,\frac{\varepsilon_e}{m_e c^2}.$$

Приведенные максимальные значения волнового числа k соответствуют области существования продольных волн, однако развитая теория модуляционных неустойчивостей справедлива в области $k \ll \frac{\omega_p}{c}$. Модуляционные возмущения ленгмюровских колебаний, согласно существующим численным экспериментам и теории, в нерелятивистской плазме создают поток от малых значений k к большим, т. е. нелинейно трансформируются в область меньших длин волн.

Нужно думать, что и в релятивистской плазме возникает такой поток энергии в сторону больших значений k, и, таким образом, вся область возможных значений k для продольных волн, вплоть до $k_{\max}$, будет заполнена колебаниями, собранными в когерентные сгустки. Хотя строгое доказательство этой картины — дело будущих исследований, при оценках возможного когерентного радиоизлучения можно пользоваться приведенным значением $k_{\max}$. Может быть, стоит подчеркнуть, что на дне дисперсионной кривой продольные колебания в релятивистской плазме образуются при любых одномерных функциях распределения в сильном магнитном поле, хотя бы из-за неустойчивости альфвеновских волн, максимальный инкремент которых приходится в области частот, близких к плазменным [8].

Обратные величины этих максимальных, минимальных и промежуточных волновых чисел дают возможные размеры неоднородностей. Зная плотность n_e и средние энергии ε_e, можно найти плазменную частоту для данного объекта и соответствующую длину волны излучения, которая при сравнении с характерным размером неоднородности позволяет определить размер того сгустка, для которого возможно когерентное излучение (используя условие $\lambda > l$). Если принять $n_e \sim 10^{10}$ $см^{-3}$, $\varepsilon_e \sim 10^3\, m_e c^2$, $\frac{W}{n_e \varepsilon_e} \approx 0.1$ [8], то длины волн когерентного радиоизлучения можно ожидать в диапазоне $\lambda \approx 3\cdot 10^{-2}$ м $\div$ 30 м. Если же $n_e \approx 10^{11}$ $см^{-3}$, $\varepsilon_e \approx$

$\approx 10^{?} m_e c^2$ [9], то наибольшая ι будет иметь тот же порядок величины, при том же уровне турбулентности. Однако минимальное значение будет существенно больше, правда, это относится к волнам, распределившимся в узком конусе углов вдоль магнитного поля. С другой стороны, при параметрах, соответствующих [9], абсолютное значение плотности энергии турбулентности W при том же отношении $W/n_e T_e$ намного больше (приблизительно в $10^{?}$ раз), поэтому наблюдаемая интенсивность радиоизлучения получится при значительно меньших значениях $W/n_e T_e$, но при этом картина станет не самосогласованной, так как при малых значениях $\frac{W}{n_e T_e} \approx 10^{-?}$ модуляционная неустойчивость развиваться не будет и когерентные сгустки плазменных колебаний, соответственно. Таким образом, в модели [9] нужно предполагать другие механизмы излучения.

В модели же [8] когерентное излучение естественно объясняется модуляционной неустойчивостью, рассмотренной в настоящей работе.

Таджикский государственный
университет

MODULATION INSTABILITY OF RELATIVISTIC PLASMA IN THE VICINITY OF PULSAR

M. KHAKIMOVA, F. Kh. KHAKIMOV, V. N. TSITOVICH

In the present paper the modul instability of relativistic turbulent plasma has been investigated in which informing coherent coagulations may be used to explain the radio radiation of pulsars. The estimations of the time development of instability is given. The level of turbulence is determined in the case of which instability can be developed. The dimensions of heterogeneity have also been determined in the case when coherent radiation may take place.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. А. Веденов, Л. И. Рудаков*, ДАН СССР, 159, 767, 1964.
2. *А. Гайлитис*, Изв. АН Латв. ССР, сер. физ.-техн. наук, 4, 13, 1965.
3. *V. I. Karpman, C. A. Norman, D. ter Haar, V. N. Tsytovich*, Department of theoretical physics, University of Oxford, Ref. 35/74.
4. *Ф. Х. Хакимов, В. Н. Цытович*, ЖЭТФ, 64, 1261, 1973.
5. *Ф. Х. Хакимов, В. Н. Цытович*, ЖТФ, 43, 2481, 1973.
6. *В. Н. Цытович, С. А. Каплан*, Астрофизика, 8, 441, 1972.
7. *В. Н. Цытович*, Теория турбулентной плазмы, Атомиздат, М., 1971.
8. *С. А. Каплан, В. Н. Цытович*, Плазменная астрофизика, Наука, М., 1972.
9. *M. A. Ruderman, P. G. Sutherland*, Department of Physics, Columbia University, New York, 10027, 1974.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

ПРОЦЕССЫ КОМПТОНИЗАЦИИ И СПЕКТРЫ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЛАЗМЕННОМ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕАКТОРЕ

Ю. А. НИКОЛАЕВ, В. Н. ЦЫТОВИЧ

Поступила 17 июля 1975

Исследуются процессы формирования степенных распределений электронов по энергии $f_\varepsilon \sim \varepsilon^{-\gamma}$ в плазменном турбулентном реакторе (ПТР) с учетом комптоновского рассеяния реабсорбированного излучения. Показана универсальность ПТР как источника релятивистских электронов со степенным спектром в условиях, близких к реальным космическим условиям при наличии магнитных полей и магнитных турбулентных мод колебаний. Исследована зависимость показателя спектра γ от параметров, характеризующих плазму турбулентного реактора для различных типов турбулентности. Найденные $\gamma \lesssim 3$ соответствуют области наиболее вероятных значений, получаемых при исследовании космических радиоисточников.

1. В [1] рассматривались два основных механизма формирующих спектр релятивистских электронов в плазменном турбулентном реакторе (ПТР). Это трансформация плазменных волн в высокочастотное излучение ($\omega \gg \omega_{pe}$) и синхротронный механизм. Было показано, что когда функция распределения электронов $f_{\varepsilon, x}$ и спектральная интенсивность электромагнитного излучения $I_{\omega, y}$ не меняются заметно на угле $\Delta\theta \approx \frac{mc^2}{\varepsilon}$, соответствующие уравнения для ПТР имеют вид

$$\frac{\partial f_{\varepsilon, x}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon}\left(\varepsilon^2 D_\varepsilon \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \frac{f_{\varepsilon, x}}{\varepsilon^2} + A_\varepsilon f_{\varepsilon, x}\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial I^\sigma_{\omega, y}}{\partial t} = -\gamma^\sigma_{\omega, y} I^\sigma_{\omega, y} + Q^\sigma_{\omega, y},$$

x и y — соответственно косинусы углов направления внешнего магнитного поля с вектором скорости электрона и с волновым вектором электромагнитной волны. При этом распределение электронов по энергии является степенным $f_\varepsilon \sim \varepsilon^{-\gamma}$ с показателем $\gamma = 3$, а спектр излучения, запертого в плазменном турбулентном реакторе ($\omega < \omega_*$), удовлетворяет универсальному закону $I_\omega \sim \omega^{5/2}$.

Дальнейшее уточнение теории ПТР проводилось в направлении учета эффектов комптонизации [2, 3], то есть рассеяния высокочастотного излучения I_ω на электронах. При этом сохраняется степенной характер спектра электронов $\varepsilon^{-\gamma}$, а значение показателя спектра γ уменьшается. Эффект комптонизации определяется плотностью энергии излучения W^{tr} в плазменном турбулентном реакторе.

Электромагнитное излучение генерируется в процессе взаимодействия электронов с турбулентными пульсациями и магнитным полем. Рассеяние этого излучения на релятивистских электронах в турбулентном реакторе приводит, вообще говоря, к определенному изменению как коэффициента реабсорбции излучения γ_ω и интенсивности спонтанного излучения Q_ω, так и диффузии частиц в энергетическом пространстве D_ε и коэффициента потерь энергии A_ε.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния процессов комптонизации на формирование спектров быстрых частиц в турбулентной плазме в условиях, близких к реальным космическим условиям, при наличии магнитных полей и магнитных турбулентных мод колебаний. Универсальность плазменного турбулентного реактора как источника быстрых электронов состоит в том, что спектры, вырабатываемые ПТР, как без комптонизации, так и при наличии комптонизации являются степенными. Влияние комптонизации состоит в изменении показателя спектра электронов γ и появлении зависимости от значения таких параметров, как напряженность магнитного поля H, уровень турбулентности W, степень изотропии распределения быстрых частиц и т. п. В отсутствии комптонизации такой зависимости нет и всегда $\gamma = 3$.

В первой части настоящей работы рассмотрены особенности комптонизации, определяющие характер основных уравнений (1), и определены условия формирования степенного спектра электронов в плазменном турбулентном реакторе. Далее анализируются особенности спектра в ПТР различного типа.

2. Рассмотрим влияние излучения, запертого в ПТР (с частотами $\omega < \omega_*$ [5]), на спектр этого же излучения. Оценим коэффициент реабсорбции излучения γ_ω и интенсивность спонтанного излучения Q_ω с учетом эффекта комптоновского рассеяния на релятивистских электронах с функцией распределения

$$f_\varepsilon \sim n_* \cdot 1/\varepsilon^\gamma, \qquad \int_{\varepsilon_*}^{\infty} f_\varepsilon \, d\varepsilon = n_*. \tag{2}$$

Не нарушая общности в оценках, угловое распределение электронов и излучения считаем изотропным, а спектр излучения $I_\omega \sim \frac{W^t}{\omega_*}\left(\frac{\omega}{\omega_*}\right)^{-5/2}$ (но не в дальнейшем при записи уравнений). Тогда получим, что вклад в коэффициент реабсорбции процессов комптонизации ($t \rightleftarrows t$ рассеяния) составит

$$\gamma_\omega^{t,t} = \int d\varepsilon\, \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial\varepsilon} \frac{f_\varepsilon}{\varepsilon^2} \int\limits_{\frac{\omega}{4} m^2/\varepsilon^2}^{4\omega\varepsilon^2/m^2} \frac{\omega - \omega_1}{\omega_1} I_{\omega_1} U^{t,t} d\omega_1, \qquad (3)$$

где достаточно использовать усредненную по углам и поляризациям вероятность рассеяния

$$U^{tt} = \frac{(2\pi)^3 e^4}{2\omega\omega_1\varepsilon^2} \Phi(q) \begin{cases} \frac{1}{\omega}, & \omega_1 < \omega, \quad q = \frac{\omega}{4\omega_1}\frac{m^2}{\varepsilon^2} \\ \frac{1}{\omega_1}, & \omega_1 > \omega, \quad q = \frac{\omega_1}{4\omega}\frac{m^2}{\varepsilon^2} \end{cases}$$

$$\Phi(q) = 1 + q - 2q^2 + 2q \ln q$$

(здесь и ниже скорость света $c = 1$).

Как γ_ω^{tt}, так и Q_ω^{tt} пропорциональны плотности энергии излучения W^t. Мы покажем, что эти величины (γ_ω^{tt} и Q_ω^{tt}) в условиях плазменного турбулентного реактора и достаточной малости W^t малы по сравнению с соответствующими величинами, определяемыми трансформацией плазменных колебаний в излучение.

Так, для γ_ω^{tt} мы имеем

$$\gamma_\omega^{t,t} \sim \frac{W^t e^4 \omega^{1/2}}{\omega_*^{7/2}} \int d\varepsilon \frac{\partial}{\partial\varepsilon} \frac{f_\varepsilon}{\varepsilon^2} \int\limits_{\frac{1}{4}\frac{m^2}{\varepsilon^2}}^{1} \left\{\left(\frac{1}{4}\frac{m^2}{\varepsilon^2}\right)^{3/2} \left[q^{-5/2} - \left(\frac{1}{4}\frac{m^2}{\varepsilon^2}\right) q^{-7/2} \right] + \right.$$
$$\left. + \left(4\frac{\varepsilon^2}{m^2}\right)^{1/2} \left[q^{-1/2} - 4\frac{\varepsilon^2}{m^2} q^{1/2} \right]\right\} \Phi(q)\, dq. \qquad (4)$$

Так как для релятивистских электронов $\varepsilon/m \gg 1$, то основной вклад в интеграл вносит последнее слагаемое. Поэтому мы получаем

$$\gamma_\omega^{tt} \sim -\frac{e^4 W^t \omega^{1/2}}{\omega_*^{7/2} m^3} \int^{(\omega_*/4\omega)^{1/2} m} \varepsilon^3 \frac{\partial}{\partial\varepsilon} \frac{f_\varepsilon}{\varepsilon^2} d\varepsilon. \qquad (5)$$

Верхний предел $(\omega_*/4\omega)^{1/2}m$ означает, что в (4) интегрирование происходит по области частот $\omega_1 \leqslant \omega_*$, для которых размеры ПТР больше оптической толщи.

Таким образом,

$$\gamma_{\omega}^{t,t} \sim \frac{W^t e^4 \omega^{1/2}}{\omega_*^{7/2} m^3} n_e. \tag{6}$$

Сравнивая (6) с коэффициентом реабсорбции из-за нелинейных эффектов трансформации колебаний плазмы в излучение [1], найдем, что $\gamma_{\omega}^{t,t} \ll |\gamma_{\omega}^{t,l}|$ (l соответствует для определенности ленгмюровским колебаниям) при условии

$$\frac{W^t}{W^l} \ll \left(\frac{T_e}{m}\right)^{\tau-1} \left(\frac{\omega_*}{\omega_{pe}}\right)^{7/2} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^{\frac{\tau+3}{2}}. \tag{7}$$

Для интенсивности спонтанного излучения при комптоновском рассеянии имеем

$$Q_{\omega}^{t,t} = \frac{\omega^3}{(2\pi)^2} \int f_e d\varepsilon \int \frac{I_{\omega_1}}{\omega_1} U^{t,t} d\omega_1. \tag{8}$$

При этом сходным путем получим оценку

$$Q_{\omega}^{t,t} \sim \frac{W^t e^4 \omega^{5/2}}{\omega_*^{7/2} m^3} \frac{m}{T_e} n_e. \tag{9}$$

Сравнение $Q_{\omega}^{t,t}$ с излучением $Q_{\omega}^{l,t}$ показывает, что $Q_{\omega}^{t,t} \ll Q_{\omega}^{l,t}$, если

$$\frac{W^t}{W^l} \ll \left(\frac{T_e}{m}\right)^{\tau} \left(\frac{\omega_*}{\omega_{pe}}\right)^{7/2} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^{\frac{\tau+4}{2}}. \tag{10}$$

Рассмотрим также содержащуюся в уравнении для I_{ω} спонтанную реабсорбцию:

$$\tilde{\gamma}_{\omega}^{t,t} = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int f_e d\varepsilon \int U^{t,t} \omega_1^2 d\omega_1. \tag{11}$$

В результате имеем $|\tilde{\gamma}_{\omega}^{t,t}| \simeq n_e \sigma_T \left(\sigma_T = \dfrac{8\pi}{3} \dfrac{e^4}{m^2}\right)$. Условие малости этого эффекта в сравнении с рассмотренными ранее накладывает ограничение снизу на уровень энергии плазменной турбулентности. Для ленгмюровской турбулентности получаем

$$\frac{W^l}{nm} \gg \frac{e^2\omega_{pe}}{m}\left(\frac{m}{\varepsilon_*}\right)^{\gamma-1}\left(\frac{\omega}{\omega_{pe}}\right)^{\frac{\gamma+4}{2}}. \tag{12}$$

Таким образом, мы действительно получили, что в плазменном турбулентном реакторе, когда W^t/W достаточно мало и уровень турбулентности выше определенного, в частности W^l удовлетворяет (12), спектр излучения определяется процессом трансформации плазменных волн и синхротронным излучением. Для излучения, запертого в плазменном котле ($\omega < \omega_*$), спектральное распределение имеет вид $I_\omega \sim \omega^{5/2}$.

Энергетический спектр электронов f_ε в плазменном турбулентном реакторе определяется темпом ускорения и скоростью потерь энергии частицами. Ускорение связано с коэффициентом диффузии в энергетическом пространстве D_ε, который описывает эффекты индуцированного рассеяния волн на частицах. Для комптоновского рассеяния электромагнитных волн имеем

$$D_\varepsilon^{t,t} = \int \frac{I_\omega d\omega}{\omega} \int \frac{I_{\omega_1}}{\omega_1}(\omega - \omega_1)^2 U^{t,t}\, d\omega_1. \tag{13}$$

С учетом спектра излучения I_ω, рассмотренного выше, получаем, что

$$D_\varepsilon^{t,t} \sim \left(\frac{m}{\varepsilon}\right)^2 \frac{e^2 nm\omega_{pe}^2}{\omega_*^3}\left(\frac{W^t}{nm}\right)^2, \tag{14}$$

в то время, как коэффициент диффузии, происходящей из-за рассеяния плазменных волн на релятивистских частицах, $D_\varepsilon^{e,l} \sim \varepsilon^2$ (1) (это же относится к синхротронному механизму). Поэтому при энергиях, удовлетворяющих условию

$$\left(\frac{\varepsilon}{m}\right)^5 \gg n\omega_*^{-3}\left(\frac{W^t}{nm}\right)^2 \frac{nm}{W^l}, \tag{15}$$

влиянием комптоновского рассеяния высокочастотных волн на ускорение частиц в ПТР можно пренебречь.

Потери энергии частицами описываются вторым членом правой части уравнения для функции распределения f_ε. Основной вклад в коэффициент потерь A_ε от процессов рассеяния электромагнитного излучения на релятивистских электронах дает спонтанное рассеяние

$$A_\varepsilon = \frac{1}{(2\pi)^2}\int\left(\frac{\omega^2}{\omega_1} I_{\omega_1} - \frac{\omega_1^2}{\omega} I_\omega\right)(\omega - \omega_1)\, U^{t,t} d\omega d\omega_1. \tag{16}$$

Легко видеть, что это приводит к $A_\varepsilon \sim W^t \varepsilon^2$. Таким образом, характер зависимости A_ε от энергии в плазменном турбулентном реакторе и с учетом комптоновского рассеяния сохраняется. Комптоновское рассеяние излучения на электронах приводит, как видно, к дополнительным потерям, поэтому стационарное степенное распределение $f_\varepsilon \sim \varepsilon^{-1}$ должно иметь показатель спектра $\gamma < 3$. Это соответствует большей интенсивности ускорения частиц $\left(\frac{d\langle\varepsilon\rangle}{dt}\right)_{D_\varepsilon} > 0$, необходимой для компенсации возросших потерь $\left(\frac{d\langle\varepsilon\rangle}{dt}\right)_{A_\varepsilon} < 0$. Относительная величина A_ε, связанная с комптоновским рассеянием, есть по порядку величины отношение плотности энергии излучения W' к плотности энергии турбулентных пульсаций W (или энергии магнитного поля H^2), поэтому малость W'/W означает малое отклонение γ от значения $\gamma = 3$. Характер зависимости γ от W'/W должен быть рассмотрен для каждого типа турбулентности отдельно.

3. Проиллюстрируем характерные особенности зависимости показателя спектра электронов γ от W'/W при различных значениях параметров, характеризующих плазму турбулентного реактора, и для различных типов турбулентности (ленгмюровской l, вистлеров w, магнитогидродинамической $A+M$; индекс A отвечает алфвеновским волнам, M — быстрым магнитозвуковым).

Уравнение для γ, учитывающее лишь механизм рассеяния с участием плазменных волн и синхротронное излучение, при формировании степенного спектра релятивистских электронов в ПТР имеет вид

$$\sum_{\sigma=1,\,2} R_3^\sigma \frac{R_{\gamma-1}^\sigma}{R_\gamma^\sigma} - \sum_{\sigma=1,\,2} R_2^\sigma = 0 \tag{17}$$

($\sigma = 1.2$ означает суммирование по двум поляризациям поперечных волн).

Учет эффекта рассеяния поперечных волн (усредненного по поляризации) в коэффициенте спонтанных потерь A_ε приводит к следующему уравнению для γ:

$$\sum_{\sigma=1,\,2} R_3^\sigma \frac{R_{\gamma-1}^\sigma}{R_\gamma^\sigma} - \sum_{\sigma=1,\,2} R_2^\sigma - R^{(t)} = 0, \tag{18}$$

где

$$R^{(t)} = \frac{8e^2\pi^2}{9\omega_{pe}^2}\,\frac{W'}{nm}.$$

Уравнение (18) для γ является трансцендентным, а функции R_i^σ определяются типом турбулентности. Мы приведем здесь эти функции, найденные в работах [1, 4], чтобы показать, как в уравнение (18) входят параметры плазменного турбулентного реактора.

Так, в случае изотропной ленгмюровской турбулентности и плазменных пульсаций больших фазовых скоростей (1)

$$R_1^{1,2} = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2}\left(\frac{W^l}{nm} a_1 + (2\varphi)^{\frac{\gamma+2}{2}} b_1^{1,2}\right), \tag{19}$$

W^l — плотность энергии турбулентности, $\varphi = 3eH\sqrt{1-x^2}/4m\omega_{pe}$, $\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi ne^2}{m}$, H — напряженность магнитного поля, x — косинус угла между скоростью электрона $\vec{v}$ и вектором $\vec{H}$ (a_1 и $b_1^{1,2}$ зависят только от γ, и мы их не будем здесь выписывать). Теперь видно, что из уравнения (18) можно найти γ как функцию W^t/W^l, причем формально при $W^t/W^l = 0$ его решением является $\gamma = 3$. На рис. 1 представлен результат численного решения этого уравнения при некоторых значениях параметров $|x|$, ω_{He}/ω_{pe}, $H^2/8\pi W^l$.

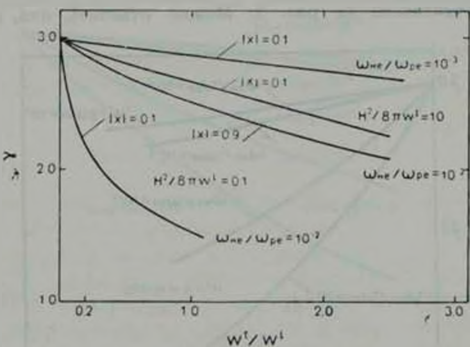


Рис. 1.

При анизотропной турбулентности появляется новый параметр p, который характеризует степень анизотропии пульсаций, распространяющихся как по направлению магнитного поля, так и против. Этот параметр выражается через плотность энергии турбулентности соответствующих волн $W =$

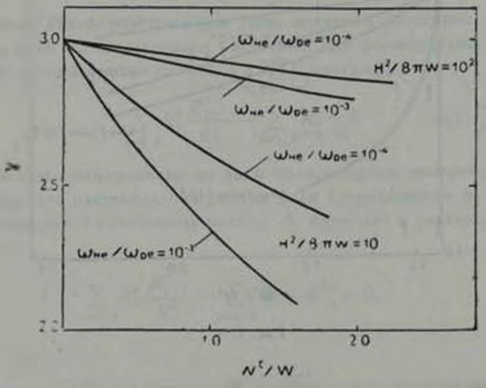
$$p = \frac{W^+ - W^-}{W^+ + W^-}, \qquad W^+ + W^- = W.$$

При этом для турбулентности вистлеровской моды колебаний

$$R_\gamma^2 = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2}\left\{\frac{W^\pm}{nm}\,\frac{1-\beta^{\frac{\gamma}{2}}}{1-\beta}\left(\frac{k_{max}|x|}{\omega_{pe}}\right)^{\frac{\gamma-2}{2}} a_\gamma^\pm(p,x) + \right.$$
$$\left. + \frac{H^2}{8\pi nm}(2\gamma)^{\frac{\gamma-2}{2}}\,\frac{9}{2}\,(1-x^2)\,b_\gamma^2\right\} \tag{20}$$

$\beta = \frac{k_{min}}{k_{max}}$, k_{min} и k_{max} определяют область волновых чисел турбулентных пульсаций соответствующей моды. Если турбулентность характеризуется параметром $p \neq 0$, то решения уравнения (18) зависят не только от $|x|$, но и от знака x, это определяется коэффициентом $a_\gamma^\pm(p, x)$ (сказанное относится к турбулентности как вистлеров, так и турбулентности магнитогидродинамических мод).

Результат решения уравнения для γ в случае турбулентности вистлеров при различных значениях параметров x, p, $H^2/8\pi W^\pm$, ω_{He}/ω_{pe}, k_{max}/ω_{pe}, β представлен на рис. 2. Можно отметить, что, как и для



$$x = 0.1, \quad p = -1, \quad \frac{k_{max}}{\omega_{pe}} = 0.1, \quad \beta = 0.1.$$

Рис. 2.

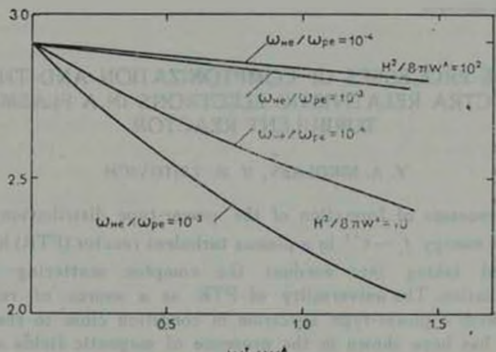
ленгмюровской турбулентности, характер зависимости $\gamma(W^t/W)$ в большей степени определяется величиной $H^2/8\pi W$ и ω_{He}/ω_{pe} и при больших значениях отношения $H^2/8\pi W$ комптонизация ПТР меньше влияет на значение γ. Зависимость от x и p является слабой.

В случае магнитогидродинамической турбулентности учет альфвеновских (A) и быстрых магнитозвуковых пульсаций (M) приводит к появлению нового параметра, отношения уровней турбулентности этих мод $\alpha = W^M/W^A$. Тогда имеем

$$R_\gamma^1 = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2}\left\{\frac{W^A}{nm}\left(\frac{K_{max}|x|}{\omega_{pe}}\right)^{\frac{\gamma-2}{2}}\left(1-\beta^{\frac{\gamma-2}{2}}\right) a_\gamma^1(p^A,\alpha,x)+(2\gamma)^{\frac{\gamma+2}{2}} b_\gamma^1\right\}$$

$$R_\gamma^2 = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2}\left\{\alpha\frac{W^A}{nm}\left(\frac{k_{max}|x|}{\omega_{pe}}\right)^{\frac{\gamma-2}{2}}\left(1-\beta^{\frac{\gamma-2}{2}}\right) a_\gamma^2(p^M,\alpha,x)+(2\gamma)^{\frac{\gamma+2}{2}} b_\gamma^2\right\}. \qquad (21)$$

Характер эффекта комптонизации подобен описанному выше. Зависимость $\gamma(W^t/W^A)$ представлена на рис. 3.



$x = 0.1, \quad \alpha = 1, \quad p^A = p^M = -1, \quad \frac{k_{max}}{\omega_{pe}} = 0.1, \quad \beta = 0.1$

Рис. 3.

4. Таким образом, рассеяние излучения на релятивистских электронах в плазменном турбулентном реакторе действительно уменьшает показатель энергетического спектра этих электронов. При этом в реальных условиях,

соответствующих слабой турбулентности ($W/nT \ll 1$, где T—температура плазмы), отклонение показателя спектра от значения $\gamma=3$ может быть весьма слабым. Это легко видеть из графиков на рис. 1—3, имея в виду, что $(W/H^2)(\omega_{He}/\omega_{pe})^2 \sim W/nm$. При одном и том же значении параметра W/nm, характеризующего уровень турбулентности, поведение γ как функции W^s/W может все-таки отличаться для турбулентности различных плазменных мод колебаний.

Следует заметить, что учет дополнительных потерь, связанных с выходом частиц из ПТР, также должен приводить к уменьшению γ по сравнению с $\gamma=3$. Объясняется это необходимостью компенсации потерь энергии в системе за счет ускорения частиц $\left(\frac{d\langle\varepsilon\rangle}{dt} \sim \langle\varepsilon^2\rangle\right)$ при формировании квазистационарных спектров. При этом показатель степенного спектра $f_\varepsilon \sim \varepsilon^{-\gamma}$ будет находиться в области $2<\gamma<3$ и зависеть от характерного размера неоднородности распределения быстрых частиц f_ε. Исследование указанного эффекта составляет предмет дальнейшего развития теории плазменного турбулентного реактора.

Московский инженерно-физический институт

THE PROCESSES OF COMPTONIZATION AND THE SPECTRA RELATIVISTIC ELECTRONS IN A PLASMA TURBULENT REACTOR

Y. A. NIKOLAEV, V. N. TSITOVICH

The processes of formation of the power-type distribution of electrons upon energy $f_\varepsilon \sim \varepsilon^{-\gamma}$ in a plasma turbulent reactor (PTR) have been investigated taking into account the compton scattering of reabsorbed radiation. The universality of PTR as a source of relativistic electrons with a power-type spectrum in condition close to real cosmic conditions has been shown in the presence of magnetic fields and magnetic turbulent modes of oscillation. The dependence of spectrum indices γ from parameters characterising the plasma of a turbulent reactor for various types of turbulences has been investigated. The obtained values of $\gamma < 3$ corresponds to the most probable value found during investigation of cosmic radio sources.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ю. А. Николаев, В. Н. Цытович, А. С. Чихачев*, ЖЭТФ, 64, 877, 1973.
2. *Ю. П. Очеляков, О. Ф. Прилуцкий*, Астрон. ж., 51, 1191, 1974.
3. *C. J. Pethick, V. N. Tsytovich*, Astronomy Space Sci. (in press).
4. *Ю. А. Николаев, В. Н. Цытович, А. С. Чихачев*, Астрофизика, 12, 107, 1976.
5. *С. А. Каплан, В. Н. Цытович*, Плазменная астрофизика, Наука, М., 1972.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА
ТОМ 12 АВГУСТ, 1976 ВЫПУСК 3

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ИНФРАКРАСНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И БЮРАКАНСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ГАЛАКТИК

Разработанная в Бюраканской обсерватории классификация центральных частей галактик [1] позволила выявить галактики, ядра которых, возможно, находятся в активной фазе своего развития. Сопоставление затем результатов оптического исследования центральных частей ряда галактик с результатами наблюдений их радиоизлучения указало на определенную корреляцию — радиоизлучением более часто обладали галактики со звездообразными ядрами (балл 5 по бюраканской классификации) и галактики с расщепленными ядрами (балл 2s по бюраканской классификации или *горячие пятна* по Моргану) [2—4]. Наличие такой корреляции показывало, что, действительно, в галактиках со звездообразными и расщепленными ядрами имеют место некоторые активные процессы, сопровождаемые сравнительно мощным нетепловым радиоизлучением [2, 3, 5].

Выполненные недавно Глассом [5, 6] инфракрасные наблюдения ряда галактик в цветах JHKL (1.25, 1.6, 2.2 и 3.4 *мкм*) позволяют проверить, имеется ли зависимость излучательной способности галактик в ИК-диапазоне от типа их центральных частей в соответствии с бюраканской классификацией. Оказывается, что, как и в радиодиапазоне, более мощное ИК-излучение наблюдается от галактик с расщепленными и звездообразными ядрами. Это следует из рассмотрения гистограмм цветов галактик различных бюраканских классов, представленных на рис. 1. Как видно из гистограмм, галактики, обозначенные баллами 2s и 5, имеют бо́льшие показатели цветов, чем галактики других классов. При этом разница в цветах сильнее ощущается на все более длинных волнах.

Следовательно, вероятность обнаружения ИК-излучения галактик, особенно в далеком ИК-диапазоне, должна быть заметно больше при наблюдениях галактик со звездообразными и ращепленными ядрами.

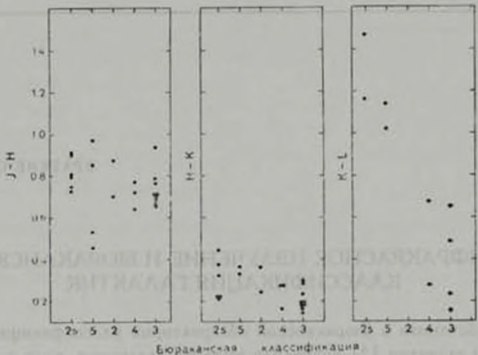


Рис. 1.

По своим цветовым характеристикам в ИК-области галактики упомянутых типов напоминают сейфертовские галактики и квазары. На двухцветных диаграммах J—H, H—K и H—K, K—L (см. рис. 1 и 2 в работе Гласса [7]) галактики со звездообразными и расщепленными ядрами (NGC 1365, 1808, 7552 и 7582) лежат вне области расположения звезд поздних типов. Их цвета, согласно Глассу, могут быть объяснены суммарным излучением звезд классов K5 III (80% излучения) и нагретой до приблизительно 800°K пыли (20%). Предполагается, что пыль может нагреваться излучением массивных горячих звезд. Не исключено, конечно, что причиной нагрева пыли может быть и нетепловое излучение, о наличии которого в указанных галактиках свидетельствует обнаруженное у них радиоизлучение.

Infrared Emission and the Byurakan Classification of Galaxies. It is shown that galaxies with starlike or split nuclei have larger colour indexes in the infrared than galaxies of other Byurakan classes and thus the probability of detection of infrared radiation should be higher in the case of observations of galaxies with prominent nuclei.

10 июня 1976
Бюраканская астрофизическая обсерватория

Г. М. ТОВМАСЯН

ЛИТЕРАТУРА

1. Сообщ. Бюраканской обс., 47, 43, 1975.
2. *Г. М. Товмасян*, Астрофизика, 2, 419, 1966.
3. *Г. М. Товмасян*, Астрофизика, 3, 555, 1967.
4. *H. M. Tovmassian*, Ap. J., 178, L 47, 1972.
5. *H. M. Tovmassian, Y. Terzian*, Astrophys. Letters, 15, 97, 1973.
6. *I. S. Glass*, M. N., 164, 155, 1973.
7. *I. S. Glass*, M. N., 175, 191, 1976.

ПОИСК ПЕРЕМЕННОСТИ 3С 48 и 3С 84 НА ЧАСТОТЕ 408 МГЦ

Как уже сообщалось в [1—3], с целью обнаружения возможной переменности потоков на частоте 408 *мгц* на радиотелескопе Бюраканской обсерватории проводятся регулярные наблюдения ряда объектов, переменных на более высоких частотах и в оптическом диапазоне. В частности, для квазара 3С 48 и сейфертовской галактики 3С 83 (NGC 1275) прдоводились две серии наблюдений: первая с 30 июня по 20 июля 1972 г. и вторая с 1 октября по 18 ноября 1975 г.

В качестве источников сравнения служили 3С 111 и 3С 123.

Результаты наблюдений приведены в табл. 1. Во втором и четвертом столбцах таблицы указано количество использованных записей в первой и второй сериях наблюдений, соответственно. В третьем и пятом — средние отношения амплитуд записей исследуемых и эталонных источников и их средне-квадратические ошибки для первой и второй серий наблюдений, соответственно. И, наконец, в шестом столбце приведены величины, показывающие во сколько раз разности отношений амплитуд записей исследуемых и эталонных источников для двух серий превышают ошибки измерений.

Таблица 1

1	2	3	4	5	6
3С48/3G111	11	1.11±0.05	11	1.12±0.05	0.35
3С48/3С123	7	0.51±0.05	11	0.60±0.05	1.3
3С84/3С111	8	0.70±0.04	11	0.82±0.04	2.1
3С84/3С123	7	0.31±0.04	11	0.43±0.04	2.4
3С111/8С123	9	0.44±0.05	12	0.52±0.04	1.25

Данные таблицы показывают, что за период примерно 3.5 года если и имели место изменения отношений амплитуд записей, то они существенно не превышают ошибки измерений.

По причине указанной в [3], отношения амплитуд записей исследуемых и эталонных источников не равны отношениям их потоков. Но это обстоятельство не может сказываться на оценке переменности потоков.

Согласно выполненным до сих пор наблюдениям, квазар 3С 48 переменен только в оптическом диапазоне.

Для 3С 84 характерно медленное непрерывное увеличение потока на сантиметровых волнах. На фоне этого роста потока на волнах 2—4 *см* имеют место также более быстрые изменения [4—7].

Факт постоянства потока 3С 84 на 408 *мгц* можно считать дополнительным доказательством того, что излучение 3С 84 на этой частоте в основном обусловлено протяженными, а не компактными компонентами 3С 84 (на это указывает также его сложный спектр), которые, по-видимому, ответственны за переменность этой галактики на более высоких частотах [8].

В заключение отметим, что после того, как нами в 1972 г. была начата первая серия наблюдений 3С 48 и 3С 84, в литературе появились данные о переменности потока 3С 111 на сантиметровых волнах [9, 10], поэтому использование нами 3С 111 в качестве источника сравнения не совсем корректно, хотя, как видно из последней строки табл. 1, нет оснований считать этот источник переменным на 408 *мгц*.

A search of Variability of 3C 48 and 3C 84 at 408 MHz. QSO 3C 48 and Seyfert galaxy 3C 84 (MGC 1275) have been observed during July 1972 and October—November 1975. These observations showed that for this period the flux densities of3C 48 and 3C 84 at 408 *MHz* were practically constant.

8 апреля 1976

Бюраканская астрофизическая обсерватория

В. Г. МАЛУМЯН, В. А. САНАМЯН
С. С. МАНАЯН

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Г. Малумян, В. А. Санамян*. Астрофизика, 10, 631, 1974.
2. *В. Г. Малумян, В. А. Санамян*. Астрофизика, 11, 153, 1975.
3. *В. Г. Малумян, В. А. Санамян*. Астрофизика, 11, 699, 1975.
4. *K. I. Kellermann, I. I. K. Pauliny-Toth*, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 6, 417, 1968.
5. *W. J. Medd et al.*, Mem. R. A. S., 77, 109, 1972.
6. *W. A. Dent, G. Kojoian*. A. J., 77, 819, 1972.
7. *R. T. Schilizzi et al.*, Ap. J., 201, 263, 1975.
8. *M. Ryle, M. D. Windram*, M. N., 138, 1, 1968.
9. *B. L. Fanaroff*, M. N., 166, 1P, 1974.
10. *M. A. Stull et al.*, A. J., 80, 559, 1975.

ЗАВИСИМОСТЬ ИНТЕНСИВНОСТИ ЭМИССИОННЫХ ЛИНИЙ ГАЛАКТИК МАРКАРЯНА ОТ ПОКАЗАТЕЛЯ ЦВЕТА

Спектральные наблюдения галактик Маркаряна, обнаружившие эмиссионные линии в подавляющем большинстве этих объектов, показали, что наличие ультрафиолетового избытка почти однозначно сопровождается присутствием эмиссионных линий, а объекты с наибольшим ультрафиолетовым избытком обладают, как правило, спектральными особенностями ядер галактик Сейферта.

Представляет интерес возможность существования корреляции между интенсивностью эмиссионных линий и ультрафиолетовым избытком галактик, не относящихся к сейфертовскому типу. Материалом для поиска подобной корреляции могут служить результаты фотографической спектрофотометрии некоторых галактик с ультрафиолетовым континуумом, полученные Э. А. Дибаем, В. Ф. Есиповым, Б. Е. Маркаряном и автором [1—3], и результаты фотоэлектрической спектрофотометрии, произведенной Д. В. Видманом [4]. Данные о показателях цвета ряда галактик Маркаряна имеются в [4—7].

В табл. 1 приведены галактики с известными из [4—7] показателями цвета, для которых в [1—4] измерены эквивалентные ширины линий [OIII] λ 5007 и H_β. В первом столбце таблицы даны номера галактик, во втором и третьем — эквивалентные ширины [OIII] λ 5007 и H_β, в четвертом и пятом — исправленные за покраснение света в Галактике показатели цвета B—V и U—B. (В случаях, когда имеется больше одной оценки показателей цвета, рассматриваются данные, полученные с наименьшей диафрагмой). В шестом столбце табл. 1 дан размер диафрагмы, в седьмом — ссылка на фотоэлектрические наблюдения. Эквивалентные ширины линий в спектрах галактик Маркарян 25, 33, 35, 36, 49, 52, 59, 178 и 220 взяты из работы Видмана [4]. Поскольку они получены фотоэлектрическим сканированием, то могут систематически отличаться от результатов, полученных фотографически. Но с точки зрения относительных интенсивностей линий [OIII] и H_β подобная систематическая разница несущественна. Отметим еще, что в [4] приведены эквивалентные ширины дублета [OIII] $\lambda\lambda$ 4959/5007 и абсолютные энергии, излучаемые в этих линиях и H_β. Эквивалентные ширины [OIII] λ 5007 вычислены нами по теоретическому соотношению между компонентами дублета, а ширины H_β — без учета изменения уровня непрерывного спектра на отрезке между [OIII] λ 5007 и H_β.

Данные таблицы свидетельствуют о том, что галактики с $W_{[O\,III]} > W_{H_\beta}$ имеют в среднем больший ультрафиолетовый избыток, чем галактики, в которых выполняется противоположное неравенство. Действительно, по 30 объектам с $W_{[O\,III]} > W_{H_\beta}$ получаем

Таблица 1

№	$W_{[O\,III]}$	W_{H_β}	$(B-V)_0$	$(U-B)_0$	A	Литература	№	$W_{[O\,III]}$	W_{H_β}	$(B-V)_0$	$(U-B)_0$	A	Литература
25	17	16	+0.48	−0.26	15″	[4]	140	45	20	+0.38	−0.43	15″	[7]
33	45	21	+0.27	−0.47	15	[4]	158	—	2	+0.64	+0.03	35	[7]
35	88	30	+0.28	−0.38	30	[4]	159	4	7	+0.37	−0.12	10	[6]
36	260	73	+0.27	−0.81	15	[4]	161	4	3	+0.49	−0.17	10	[6]
49	100	20	+0.25	−0.49	15	[4]	165	12	7	+0.43	−0.27	15	[7]
52	13	20	+0.44	−0.35	15	[7]	166	6	6	+0.26	+0.17	10	[6]
53	570	390	+0.03	−0.65	15	[4]	169	40	12	+0.44	−0.24	15	[7]
71*			+0.33	−0.69	10	[5]	171	25	45	+0.26	−0.46	30	[7]
89	20	4	+0.46	−0.47	10	[5]	178	170	—	+0.07	−0.43	30	[4]
92	10	7	+0.43	−0.48	10	[5]	186	15	4	+0.31	−0.38	15	[7]
93	30	20	+0.53	−0.36	10	[5]	195	7	10	+0.42	−0.25	15	[7]
95	30	10	+0.36	−0.41	10	[5]	197	7	3	+0.74	+0.12	15	[7]
96	10	7	+0.54	−0.66	10	[5]	201	17	10	+0.42	−0.30	15	[7]
98	12	6	+0.41	−0.24	25	[5]	206	45	20	+0.56	−0.28	15	[7]
99	20	7	+0.39	−0.45	25	[5]	215	8	3	+0.52	−0.21	15	[7]
104	45	15	+0.36	−0.44	10	[5]	220	19	9	+0.26	−0.30	15	[7]
105	10	25	+0.59	−0.14	15	[7]	247	6	7	+0.45	−0.25	15	[7]
111	20	7.5	+0.41	−0.27	25	[5]	267	4	—	+0.44	−0.20	15	[7]
133	3	1.5	+0.61	−0.04	10	[6]	297	50	20	+0.28	−0.43	15	[7]

* Эквивалентные ширины линий в спектре Маркарян 71 не измерены из-за передержки. Однако линия [O III] λ 5007 существенно интенсивнее H_β.

$$\overline{(B-V)_0} = +0.39 \pm 0.15,$$
$$\overline{(U-B)_0} = -0.37 \pm 0.19.$$

Между тем, для 8 галактик, удовлетворяющих неравенству $W_{[O\,III]} \lessdot W_{H_\beta}$, имеем

$$\overline{(B-V)_0} = +0.43 \pm 0.14,$$
$$\overline{(U-B)_0} = -0.17 \pm 0.20.$$

Как видим, при практически совпадающих показателях цвета B—V показатели цвета U—B галактик двух рассматриваемых групп заметно отличаются. Различие между показателями цвета U—B имеет статистическую значимость на уровне 2 процентов. Приведенные данные могут быть, таким образом, интерпретированы как возрастание среднего отношения интенсивности небулярных линий к интенсивности линий водорода с увеличением ультрафиолетового избытка.

Возможна, однако, и несколько иная интерпретация рассматриваемых данных, связанная с тем, что интенсивность эмиссионных линий, вообще говоря, коррелирует с величиной ультрафиолетового избытка [8]. Это обстоятельство лишний раз иллюстрируется тем, что средние показатели цвета пяти галактик (Маркарян 11, 41, 58, 81 и 180), в спектрах которых эмиссионные линии определенно не обнаружены (для других галактик Маркаряна без эмиссионных линий результатов UBV-фотометрии не имеется), таковы:

$$\overline{(B-V)_0} = +0.64 \pm 0.17,$$
$$\overline{(U-B)_0} = +0.05 \pm 0.34.$$

Поскольку интенсивность эмиссионных линий коррелирует с ультрафиолетовым избытком и в то же время имеется разница между величинами избытка для двух рассмотренных выше групп галактик, то можно заключить, что зависимость интенсивности запрещенных линий от ультрафиолетового избытка является более сильной, чем зависимость интенсивности водородных линий. В другой заметке автора [9] показано, что с точки зрения поведения относительных интенсивностей запрещенных и водородных линий галактики, не относящиеся к сейфертовскому типу, принципиально отличаются от сейфертовских галактик.

The Dependence of Emission Line Intensity of Markarian Galaxies upon Colour Index. It is shown that there exists a dependence of equivalent widths of [O III] λ 5007 and H_β of non Seyfert type Markarian galaxies upon ultraviolet excess. Thereby the correlation bet-

ween intensity of [O III] and colour index is noticeably stronger than of H_β.

15 сентября 1975
Бюраканская астрофизическая обсерватория

М. А. АРАКЕЛЯН

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов*, Астрофизика, 6, 39, 1970.
2. *М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов, Б. Е. Маркарян*, Астрофизика, 6, 357, 1970.
3. *М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов, Б. Е. Маркарян*, Астрофизика, 7, 177, 1971.
4. *D. W. Weedman*, Ap. J., 171, 5, 1972.
5. *Э. А. Дибай*, Астрофизика, 6, 350, 1970.
6. *М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. М. Лютый*, Астрофизика, 8, 473, 1972.
7. *D. W. Weedman*, Ap. J., 183, 29, 1973.
8. *И. И. Проник*, Астрон. ж., 49, 768, 1972.
9. *М. А. Аракелян*, Астрофизика (в печати).

CONTENTS