иислибрдрчи астрофизика

ФЕВРАЛЬ, 1972

ВЫПУСК 1

TOM 8

ФОТОМЕТРИЧЕСКОЕ И ПОЛЯРИМЕТРИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ИК-ЗВЕЗД В ВИДИМОЙ И ИНФРАКРАСНОЙ ОБЛАСТЯХ СПЕКТРА	
В. А. Домбровский, Г. В. Ховов	5
СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОМЕТАРНОЙ ТУМАН- НОСТИ NGC 2261 · · · · · · · · М. А. Казарян, Э. Е. Хачикан	- 17
СПЕКТРЫ ГАЛАКТИК МАРКАРЯНА. IV. М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. Ф. Есипое	33
МОРФОЛОГИЯ ГАЛАКТИК В СКОПЛЕНИЯХ. І. СКОПЛЕНИЕ А 262 А. Т. Каллонаян	43
К ТЕОРИИ РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛООБМЕНА В ПОЛИТРОПНЫХ АТ- МОСФЕРАХ В. П. Гринин	53
НЕКОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ. II. НЕИЗОТРОПНОЕ РАССЕЯНИЕ Н. Б. Енгибарян, А. Г. Никогосян	71
ВЛИЯНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН НА ПРОФИЛИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ ВОДОРОДА И КРИВЫЕ БЛЕСКА ЭВЕЗД ТИПА RR ЛИРЫ И •W ДЕВЫ • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	91
АККРЕЦИЯ ВЕЩЕСТВА НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДОЙ В ДВОЙНОЙ СИ- СТЕМЕ. Ш. · · · · · · · · · · П. Р. Амнуэль, О. Х. Гусейнов	107
О ПОРОГЕ РАЗВАЛА ЯДЕР В ВЫРОЖДЕННОМ ЭЛЕКТРОННО-НЕЙ- ТРОННОМ ГАЗЕ · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	117
О ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ В ВЫРОЖДЕННОЙ ЭЛЕКТРОННО-ЯДЕРНОЙ ПЛАЗМЕ · · · · · · · · · · · · · · · · · · Г. С. Саакян, Р. М. Авакян	123
ФАЗОВОЕ РАЗМЕШИВАНИЕ ВТОРОГО РОДА В ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕ- МАХ. І	139
краткие сообщения	
РАССЕЯНИЕ СВЕТА В ШАРЕ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИСТОЧНИКОВ Н.Б. Емибарян	149

EPEBAH

Խմբագրական կոլնգիա

Ա. Ա. Բոյարչուկ, Վ. Ա. Դոմբրովսկի , Յա. Բ. Ջելդովիչ, Հ. Մ. Թովմասյան, Ս. Ա. Կապլան, Վ. Հ. Համբարձումյան (գլխավոր խմբագիր), Բ. Ե. Մարգարյան, Լ. Վ. Միրզոյան (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Վ. Սորոլև

Редакционная коллегия

3 march 100

В. А. Амбарцумян (главный редактор), А. А. Боярчук, В. А. Домбровский, Я. Б. Зельдович, С. А. Каплан, Б. Е. Маркарян, Л. В. Мирзоян (зам. главного редактора), В. В. Соболев, Г. М. Товмасян

"АСТРОФИЗИКА" — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межявездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работынков, аспирантов и студентов старлики курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство "Междувародная книга", Москва, 200.

«Ասառոֆիզիկա»–ն գիաական ճանդես է, ուր նշատատակվում է Հայկական ՍՍՀ Գիաությունների ակադեմիայի կողմից։ Հանդեսը ապագշում է ինքնատիպ նոդվածնեւ ասաղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների ու միջասաղային միջավայրի ֆիզիկայի, ասաղային և աւտագալակաիկական ասաղագիտության, ինչպես նաև ասառոֆիզիկային սանմանակից բնագավառների գծով։

Հանդեսը նախաահոված է գիտական աչխատակիցների, ասպիրանաների և թարձր կուրոերի ուսանողների նամար։

Հանդեսը լույո է ածսնում աարեկան 4 անգամ, է ճամարի արժեքն է 1 ռութլի, թաժանորդագինը 4 ռութլի մեկ աարվա ճամար։ Բաժանորդագրվել կարելի է «Սոյուզպելաա»-ի բոլոր բաժանմունքներում, իսկ արտասանմանում «Մեժդունարողնայա կնիգա» գործակալության միջոցով, Մոսկվա, 200: АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 8

ФЕВРАЛЬ; 1972

ВЫПУСК 1

ФОТОМЕТРИЧЕСКОЕ И ПОЛЯРИМЕТРИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ИК-ЗВЕЗД В ВИДИМОЙ И ИНФРАКРАСНОЙ ОБЛАСТЯХ СПЕКТРА

В. А. ДОМБРОВСКИЙ , Г. В. ХОЗОВ

Поступная 10 сентября 1971

Рассмотрены результаты фотометрических и поляриметрических наблюденый в видниой и инфракрасной областях споктра четырск ИК-звезд. Найдено, что NML Суд является переменной звездой и поляризация се излучения образована наложением межзвездной поляризации на собственную. Для IK Tau = NML Tau установлены непрерывное возрастание поляризации с уменьшением длины волны в широкой споктральной области и необычно сильные ее изменения со временем. У IRC+10216 впервые измерена поляризация в полосе К, оказавшаяся много меньшей, чем в полосе I, но при том же позиционном угле. Для VY СМа найдено, что се блеск в течение последних двух лет непрерывно падал в видимой области спектра и возрастал в инфракрасной. Степень поляризации и позиционный угол найдены почти линейными функциями обратной длины волны в широкой области от 0.36 до 2.2 жк. Обнаружено непрерывное в течение последних двух лет возрастание величины поляризации в видимой области спектра и уменьшение — в красной и инфракрасной областях, при увеличении позиционного угла во всех длинах воли. Результаты наблюдений интерпретированы на основе гипотезы существования около колодных звезд пылевых образований.

В последнее время программа поляриметрических и сопровождающих их фотометрических наблюдений холодных звезд, ведущихся в АО ЛГУ уже много лет, была расширена за счет распространения наблюдений на ближнюю инфракрасную область спектра и включения в список наблюдаемых объектов так называемых ИК-звезд, то есть звезд, подавляющая часть излучения которых сосредоточена в области спектра с $\lambda > 0.8$ *мк*. Следует заметить, что наблюдения ИК-звезд, о которых идет речь в настоящем сообщении, как в видимой, так и в инфракрасной областях спектра, сопряжены с известными трудностями. В видимой области эти объекты обычно настолько слабы, что доступны исследованиям лишь с самыми крупными телескопами. В инфракрасной же области, помимо общих трудностей наблюдений, вызванных малой чувствительностью соответствующих приемников излучения, специфические затруднения поляриметрических наблюдений связаны со сложностью получения хороших анализаторов и отсутствием надлежащих поляризационных звезд-стандартов.

В АО ЛГУ для наблюдений ИК-звезд в видимой области спектра было решено использовать аппаратуру, которая применяется для наблюдений и всех других объектов — одноканальный электрофотометр с мультищелочным ФЭУ в качестве приемника излучения и поляроидом в качестве анализатора, смонтированный в кассегреновском фокусе 20" рефлектора. Инструмент и методика наблюдений уже неоднократно были описаны (например, в [1]). Было найдено полезным вести наблюдения в стандартных цветовых полосах R, V и, если возможно, В. Так как большинство ИК-звезд в видимой области спектра недоступно фотоэлектрическим наблюдениям с 20" телескопом, в последнее время были начаты их наблюдения фотографическим путем на 18" рефлекторе с поляриграфом типа Эмана. Для наблюдений же в инфракрасной области были взяты, также находящиеся в эксплуатации, два электрофотометра, в качестве приемников излучения в которых использовались кислородно-цезиевый ФЭУ и фотосопротивление PbS. Анализаторами в обоих случаях служили ИК-поляронды. В качестве питающей системы для них применяется 24" рефлектор. Эта аппаратура и выработанная применительно к ней методика наблюдений частично описаны в [2, 3]. Использование двух различных приемников излучения позволяет перекрывать инфракрасную спектральную область от полосы I до полосы К.

Программа наблюдений ИК-звезд начата в АО ЛГУ сравнительно недавно, но некоторые полученные данные уже сейчас нам представляются достаточно интересными для публикации. Здесь обсуждаются предварительные результаты наблюдений четырех ИК-объектов: NML Cyg, NML Tau, IRC+10216 и VY CMa.

NML Cyg. Природа этой ИК-звезды, открытой еще в 1965 году при двухмикронном обзоре неба в Калифорнийском технологическом институте [4], до сих пор не вполне ясна. Первоначально казалось, что распределение энергии в инфракрасной области ее спектра может быть хорошо представлено чернотельным излучением с температурой порядка 700°K, но ее спектральный класс был найден близким Мб. Для устранения этого несоответствия Г. Джонсон [5] высказал пред-

ИК-ЗВЕЗДЫ

положение, что она является звездой, которая сильно покраснела из-за межзвездного поглощения. Такое объяснение выглядело вполне прав-доподобно, так как NML Cyg действительно находится в области неба, богатой межзвездной пылевой материей. При его принятии поляризацию излучения NML Cyg, открытую в 1967 г. Ф. Форбсом [6], естественно было считать межзвездной. Однако вскоре появились более детальные данные о распределении энергии в спектре NML Cyg, опубликованные В. Штейном и др. [7], которые показали, что в действительности это распределение не может быть представлено единой чернотельной кривой, но может быть понято как получившееся при сложении трех различных излучений с температурами 250, 850 и 1500°К. Это привело к пересмотру представлений о природе объекта. Теперь он был интерпретирован как холодная звезда типа М, окруженная пылевой оболочкой, у которой в видимой области спектра наблюдается излучение самой звезды, но сильно ослабленное поглощением в оболочке; в инфракрасной же области наблюдается уже излучение оболочки, имеющей температуру от 1500°К во внутренних частях до 250°Кна периферии. Предложенная модель способна хорошо объяснить основные наблюдательные данные, но нам кажется, что ее дальнейшая разработка может быть сделана лишь после введения корректив за межзвездное покраснение звезды, которое при любых предположениях об ее природе должно быть значительным. Сейчас, для того, чтобы продвинуться вперед в понимании природы этой интересной звезды, нужны новые наблюдательные данные, в том числе полученные из фотометрических и поляриметрических наблюдений объекта.

Верхняя секция рис. 1 дает значения величины К для NML Суд, выведенные из наблюдений, выполненных в АО ЛГУ. Средняя квадратическая ошибка отдельных значений — порядка $\pm (0^m 02 - 0^m 03)$. Усредненные по каждому наблюдательному сезону значения величины К равняются $+ 0^m 60$, $+ 0^m 52$ и $+ 0^m 71$ соответственно для 1969, 1970 и 1971 гг. Сравнение их между собой и со значениями, полученными для предыдущих лет другими авторами [8, 9], указывает на очевидные медленные изменения яркости звезды в полосе К, причем в последние годы проявляется тенденция к ее ослаблению. Вместе с тем, следует признать реальными и более быстрые колебания величины К. Такие колебания прослеживаются и в наблюдениях Г. Джонсона и др. [8]. Материал для суждения о переменнности NML Суд в других цветах пока еще весьма ограничен, но из наших единичных фотографических оценок в полосе R следуют изменения заметно большие, чем в полосе К. Таким образом, NML Суд следует признать, в несогласни с утверждениями большинства других исследователей, переменной звездой.



Рис. 1. NML Суд. Величина в полосе К и поляризация в полосах К (•) и I (о) по наблюдениям АО ЛГУ в 1969—1971 гг.

На том же рис. 1 в двух нижних секциях представлены найденные нами значения параметров поляризации p и θ в полосах 1 и К. Значительная поляризация несомненна. Однако мы не уверены, что разброс отдельных точек можно трактовать как переменность поляризации. Поляризация в полосе I явно больше, чем в полосе К и плоскость преимущественных колебаний в ней имеет позиционный угол, отличающийся от угла в полосе К примерно на 30°. Предварительная оценка поляризации в полосе R, полученная из фотографических наблюдений, показывает $p > 10^{\circ}/_{0}$. Заметная зависимость поляризации от длины волны может рассматриваться как указание на то, что поляризация излучения NML Суд является собственной. Вместе с тем, изменение плоскости поляризации с длиной волны может быть понято, если признать, что мы имеем дело с наложением на поляризацию собственного происхождения межзвездной поляризации. Обращает на

ИК-ЗВЕЗДЫ

себя внимание отличие позиционного угла плоскости преимущественных колебаний в полосе К по нашим наблюдениям и наблюдениям Ф. Форбса [6]. Наблюдения оказались бы в хорошем согласии при введении в какой-либо ряд наблюдений поправки, равной приблизительно 90°. Если различие реально, то оно может быть понято в предположении переменности величины собственной поляризации, дающей в сочетании с межзвездной поляризацией изменение позиционного угла плоскости преимущественных колебаний.

NML Таи. Эта яркая ИК-звезда также была открыта в 1965 г. при двухмикронном обзоре неба [4]. Последовавшие вслед за ее открытием фотометрические наблюдения, как в инфракрасной, так и в видимой областях спектра, позволили быстро установить, что звезда является переменной типа Миры. Такой тип переменности был подтвержден и характером ее спектра. Сейчас она получила обозначение IK Tau. В 1967 г. И. Аппенцеллер и К. О'Делл [10] нашли, что ее излучение в полосе V сильно поляризовано. Известно, что излучение многих переменных звезя типа Миры поляризовано и эта поляризация одним из авторов данного сообщения [11] была интерпретирована как возникающая при рассеянии света в околозвездных пылевых облаках. Можно думать, что подобное объяснение применимо и к поляризации NML Tau. Известно, что эта звезда очень позднего спектрального типа (позже М8), но ее цвет аномально красен даже для него. Так как большая галактическая широта звезды исключает сколько-нибудь заметное межзвездное покраснение, следует допустить, что избыток ее инфракрасного излучения связан с наличием околозвезиной пылевой материи. Очевидно, дальнейшие фотометрические и поляриметрические наблюдения звезды весьма важны.

Разрозненные фотометрические оценки NML Tau, полученные в АО ЛГУ, в полосе К показывают колебания этой величины в пределах от $-0.^{m}8\,$ до $-1.^{m}3$. При этом осенью 1969 г. наблюдалась нисходящая ветвь кривой изменения блеска; в октябре 1970 г. наблюдался ее максимум, во время которого величина звезды достигла значения $-1.^{m}30$. Немногочисленные оценки в полосе V также согласуются с тем, что осенью 1970 г. звезда была в максимуме блеска и ее величина V составляла примерно $12.^{m}4$.

Поляризационные измерения в разных цветовых полосах, выполненные осенью 1970 г., дали следующие средние значения параметров поляризации: $\overline{p}_{B} = 5.7 \, \theta_{0} \qquad \overline{p}_{V} = 2.1 \qquad \overline{p}_{R} = 1.4 \qquad \overline{p}_{I} = 0.9 \qquad \overline{p}_{K} = 0.7$ $\overline{\theta}_{B} = 1^{\circ} \qquad \overline{\theta}_{V} = 177 \qquad \overline{\theta}_{R} = 172 \qquad \overline{\theta}_{I} = 145 \qquad \overline{\theta}_{K} = 65$

Заметного изменения параметров в течение указанного периода не отмечалось.

Мы не уверены, что в полосе К нам удалось до конца исключить инструментальную поляризацию и тогда, при малой величине поляризации, это могло сильно сказаться на найденном значении позиционного угла. В силу этого нам кажется, что поляризацию в полосе К обсуждать еще преждевременно. Поляризационные же измерения в остальных цветовых полосах показывают монотонный рост величины поляризации с уменьшением длины волны при небольшом изменении позиционного угла плоскости преимущественных колебаний. Такое изменение с длиной волны характерно для собственной поляризации.

Измерения поляризации в феврале 1969 года дали следующие значения параметров: $\bar{p}_{\rm R} = 3.9^{\circ}/_0$ при $\bar{\theta}_{\rm R} = 165^{\circ}$ и $\bar{p}_{\rm I} = 3.2^{\circ}/_0$ при $\bar{\theta}_{\rm I} = 161^{\circ}$. Это свидетельствует об изменении поляризации NML Tau со временем. К такому же выводу мы приходим и из сопоставления наших поляризационных измерений с измерениями других авторов. Если поляризация, найденная А. Крушевским [12], сопоставима с нашей, то Ф. Форбс [6] в инфракрасной области спектра в пределах ошибок измерений не обнаружил вообще никакой поляризации, а И. Аппенцеллер и К. О'Делл [10] в полосе[.] V нашли поляризацию ~ 12⁰/₀. Такие значительные изменения поляризации являются уникальными.

IRC + 10216. Беклин и др. [13] впервые установили, что этот объект, выходящий на красных фотографиях в виде слабого эллиптического пятнышка, размером по большой оси порядка 5", является одним из самых ярких объектов неба в инфракрасной области спектра. Они нашли, что его спектр в изученной ими области 1.5—14 мк не имеет каких-либо спектральных черт. Это позволило им предложить следующую интерпретацию объекта: центральный источник энергии окружен оптически толстой пылевой оболочкой, поглощающей и переизлучающей в инфракрасной области излучение центрального источника. Однако впоследствии [14, 15] в более коротковолновой области спектра (0.7—1.1 мк) были найдены спектральные черты, свойственные углеродным звездам. Отсюда более обоснованной представляется следующая модель объекта: поздняя углеродная звезда окружена полупро-

ИК-ЗВЕЗДЫ

зрачным пылевым облаком, рассеивающим и поглощающим излучение звезды. В красной и ближней инфракрасной областях спектра преобладает рассеянное излучение, которое вместе с ослабленным прямым излучением звезды представляется чернотельным с температурой ~1250 К. В более длинноволновой области доминирует собственное излучение оболочки, имеющей температуру около 500°К. Предложенная модель хорошо объясняет основные особенности спектра во всем изученном диапазоне и поддерживается поляризационными наблюдениями С. Шола и Б. Леллнера [16], которые нашли в полосе I поляризацию порядка 20% при позиционном угле около 120. Этот угол примерно перпендикулярен направлению вытянутости объекта и, следовательно, совпадает с ожидаемым углом преимущественных колебаний при возникновении поляризации при рассеянии света.

В АО ЛГУ 24—28 апреля 1971 г. была измерена поляризация излучения IRC + 10216 в полосе К. Она найдена равной 2.5% при позиционном угле 119°. Если исключить возможность значительного изменения поляризации со временем, то гораздо меньшее значение поляризации в полосе К сравнительно с I при том же направлении преимущественных колебаний может быть понято в рамках вышеизложенной модели следующим образом: в полосе К преобладает неполяризованное собственное излучение оболочки, в то время как в полосе I гораздо более заметный вклад вносит рассеянное излучение звезды. Этот объект интересен тем, что здесь мы, по-видимому, непосредственно наблюдаем пылевую околозвездную оболочку, ответственную за возникнобение как поляризации, так и избыточного инфракрасного излучения.

Наблюдения, выполненные в АО ЛГУ, вместе с тем подтверждают переменность источника в полосе К. Весной 1971 г. наблюдалась нисходящая ветвь кривой изменения блеска.

VY CMa = IRC — 30087. Этот пекулярный объект весьма примечателен во многих отношениях. Иррегулярная переменная звезда VY CMa (тип Lc), являющаяся вместе с тем компонентом двойной, а может быть и более сложной кратной системы, связанная с небольшой туманностью в форме выброса, недавно была идентифицирована с ярким ИК-источником IRC—30087. После этого характер излучения объекта, как в видимой, так и в инфракрасной областях спектра, был интерпретирован на основе модели холодной звезды, окруженной пылевой материей, рассеивающей, поглощающей и переизлучающей в инфракрасной области излучение центральной звезды. В модели, предложенной Г. Хербигом [17], эта материя образует диск, окружающий звезду в ее экваториальной плоскости.

К. Серковский в 1969 г. нашел [18], что излучение VY СМа необычно сильно поляризовано. При этом степень поляризации и позиционный угол плоскости преимущественных колебаний были найдены линейными функциями частоты.

С 1969 г. VY CMa изучается в АО ЛГУ, где регулярно ведутся ее фотометрические и поляриметрические наблюдения преимущественно в цветовых полосах U, B, V, R, I, K. Все измерения делаются с диафрагмой 26" (а в полосе K—21"), вследствие чего в измеряемый поток входит и излучение спутника, и излучение туманности.

На основе этих наблюдений и при привлечении немногочисленных оценок других авторов найдено, что в течение 1969—1971 гг. блеск VY СМа в видимой области непрерывно уменьшался, в то время как в инфракрасной области он медленно возрастал. На рис. 2 это иллюстрируется данными в полосе V (по наблюдениям АО ЛГУ и К. Серковского [18—20]) и в полосе К (по наблюдениям АО ЛГУ).



Рис. 2. VY СМа. Величины в полосах V (о) и К (•) по наблюдениям АО ЛГУ и К. Серковского в 1969—1970 гг.

Такое поведение блеска VY CMa становится понятным, если считать, что в видимой и инфракрасной областях спектра мы имеем дело с разными излучающими объектами — звездой и околозвездной пылевой

ИК-ЗВЕЗДЫ

материей. Тогда, если допустить, что в рассматриваемый период происходило увеличение оптической толщи оболочки, видимое излучение звезды должно было бы ослабевать, но зато должно было возрастать собственное излучение оболочки.



 Рис. 3. VY СМа. Зависимость нормированной величны поляризации и позиционного угла плоскости преимущественных колебаний от обратной длины волны по данным АО ЛГУ, К. Серковского и С. Шола, отнесенная к 1969 г.

Распространение поляризационных наблюдений VY CMa на инфракрасную область спектра позволило нам проследить зависимость поляризации от длины волны в интервале длин волн примерно вдвое большем, чем раньше. На рис. З представлена зависимость нормированных значений степени поляризации $p_{\lambda}/p_{\rm B}$ и значений позиционного угла плоскости преимущественных колебаний θ от обратной длины волны $1/\lambda$ по данным АО ЛГУ и наблюдениям К. Серковского [18, 19] и С. Шола. Видно, что во всей рассматриваемой области спектра величина поляризации монотонно и почти линейно уменьшается с уменьшением обратной длины волны. Также видно, что позиционный угол испытывает непрерывный и опять почти линейный поворот с

STATIST ON CONTRACTOR

обратной длиной волны более чем на 100°. Некоторая аномалия в этом ходе поляризации наблюдается лишь в районе $\lambda \approx 1.5 \ msc.$

Одновременно было прослежено изменение поляризации со временем. Найдено, что степень поляризации в видимой области спектра в период 1969—1971 гг. непрерывно возрастала, а в красной и инфракрасной областях — уменьшалась. Позиционный же угол плоскости преимущественных колебаний во всех областях спектра непрерывно возрастал. Это иллюстрируется рис. 4, на котором представлены данные о поляризации в цветовых полосах В, R и K с апреля 1969 г. по февраль 1971 г. по наблюдениям АО ЛГУ с привлечением данных К. Серковского [18—20].



Рис. 4. VY СМа. Поляризация в полосах В (о), R (×) и К (•) по наблюдениям АО ЛГУ, К. Серковского и С. Шола в 1969—1970 гг.

Особенности поляризации VY CMa естественно попытаться понять, исходя из представления о рассеянии света в околозвездных пылевых облаках, так как именно таким образом удалось объяснить поляризацию красных и, как было показано выше, ИК-звезд. Модель

Хербига, предполагающая существование около VY СМа пылевого слоя, продолжением которого, вероятно, является и видимая туманность, может служить хорошей основой для такого рассмотрения. Исходя из нее, в наблюдаемом излучении от звезды и пылевого слоя следует ожидать поляризацию с плоскостью колебаний, перпендикулярной вытянутости туманности. И, действительно, в коротковолновой области спектра, где вклад рассеянного излучения наиболее значителен, именно такая поляризация у VY CMa и наблюдается. Более того, прямые измерения К. Серковским [19] поляризации излучения туманности также подтверждают, что излучение звезды, рассеянное на околозвездных пылевых облаках, может явиться источником наблюдаемой поляризации. Поворот плоскости преимущественных колебаний с увеличением алины волны может быть понят лишь при допущении наложения некоторого иного механизма поляризации. Следует также иметь в виду, что в красной и инфракрасной областях спектра существенным и даже доминирующим становится излучение околозвездной материи, условия поляризации которого иные, чем для звезды.

Хенинградский государственный университет

PHOTOMETRIC AND POLARIMETRIC STUDY OF IR-STARS IN THE OPTICAL AND INFRARED PARTS OF THE SPECTRUM

V. A. DOMBROVSKY |, G. V. KHOZOV

The paper presents the results of photometric and polarimetric observations of four IR-stars in the optical and infrared parts of the spectrum.

The NML Cyg proved to be a variable star and the polarization of its radiation was found to have been formed by superimposing interstellar polarization over its intrinsic polarization.

In the wide spectral region the polarization of IR Tau = NML Tau steadily increases with the decrease of the wavelength and is strongly variable with time.

The polarization of IRC + 10216 was measured in the K band for the first time and it turned out to be lower than in the I band, the position angle being the same in both cases.

For VY CMa it was found that its magnitude steadily decreased in the optical part and increased in the infrared part of the spectrum during the last two years. The degree of polarization and position angle were found to be almost linear functions of the inverse wavelength within the wide range of the wavelengths, i.e. $0.36-2.2\mu$. The percentage of polarization rose in the optical part and fell in the red and infrared parts of the spectrum with the increase of the position angle in all the wavelengths.

The interpretation of the results of observations is based on the hypothesis of cool stars having dust circumstellar envelopes.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. В. А. Домбровский и др., Труды АО ЛГУ, 22, 83, 1965.
- 2. Г. В. Хозов, Труды А.О ЛГУ, 25, 69, 1968.
- 3. Г. В. Холов, Н. А. Минаев, Труды АО ЛГУ, 26, 55, 1969.
- 4. G. Neugebauer, D. E. Martz, R. B. Leighton, Ap. J., 142, 399, 1965.
- 5. H. L. Johnson, Sky and Telescope, 32, 73, 1966,
- 6. F. F. Forbes, Ap. J., 147, 1226, 1967.
- 7. W. A. Stein et al., Ap, J., 155, L177, 1969.
- 8. H. L. Johnson, F. J. Low, D. Steinmetz, Ap. J., 142, 808, 1965.
- 9. W. Z. Wientewski et al., Ap. J., 148, L29, 1967.
- 10. J. Appenzeller, C. R. O'Dell, Ap. J., 149, L5, 1967.
- 11. В. А. Дожбровский, Астрофизика, 6, 207, 1970.
- 12. A. Kruszewski et al., A. J., 73, 667, 1968.
- 13. E. E. Becklin et al., Ap., J., 158, L133, 1969.
- 14. J. S. Miller, Ap. J., 161, L95, 1970.
- 15. G. H. Herbig, R. R. Zappala, Ap. J., 162, L15, 1970.
- 16. S. J. Shawl, B. Lallner, Ap. J., 162, L19, 1970.
- 17. G. H. Herbig, Contr. Lick. Obs., No. 302, 1969.
- 18. K. Serkowski, Ap. J., 156, L139, 1969.
- 19. K. Serkowski, Ap. J., 158, L107, 1969.
- 20. K. Serkowski, Contr. Kift Peak Obs., NK 1084, 1971.

and the second of the second s

the sign of the second beautiful and a sign of the second beautiful and

where the state of the state of

and the second s

Article in the set in a the set i water .

it was a new and a set of a

1001-0075 Link 5 . 3. 1 M S. 4

21. S. J. Shawl, Ap. J., 157, L57, 1969.

2 1 BT -

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 8

ФЕВРАЛЬ, 1972

ВЫПУСК 1

СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОМЕТАРНОЙ ТУМАННОСТИ NGC 2261

М. А. КАЗАРЯН, Э. Е. ХАЧИКЯН Поступила 23 сентября 1971

Приведены результаты детальной спектрофотометрии кометарной туманности NGC 2261 и ее ядра R Mon. Использованы спектры, полученные на 200°, 84°, 120° и 36° телескопах обсерваторий Хэлл, Кит Пик и Лик с дисперсиями, изменяющимися в пределах от 85 до 420 А/мм. В спектрах этих объектов наблюдены около 100 эмиссионных линий и линий поглощения, отождествленных с лениями H I, Fe I, Fe II, Ti I, Cr II, Ca II и Sc II. Определены их эквивалентные пирины (табл. 2). В спектре туманности обнаружена запрещеникая линия / 3727 [OII], которая появляется примерно на расстоянии 40° к северу от R Мов и постепенно усиливается к периферии туманности. Эмиссионные линии H₂, H₃ и λ 3727 наблюдаются также к югу от R Mon, причем в втой области λ 3727 наблюдается уже в испосредственной близости от R Mon. Делается заключение о существования в туманности некоего источника, генерирующего L_c-кванты. Непрерывный спектр туманности в общих чертах имеет отражательную природу.

Введение. Известная кометарная туманность NGC 2261 в течение многих лет подвергалась почти непрерывному наблюдению и исследованию разными авторами. В ходе этих исследований выявлены важные характеристики как NGC 2261, так и освещающей ее звезды R Mon, расположенной в головной части туманности.

Туманность интересна тем, что ее яркость и форма иногда меняются со временем. Переменность ее была обнаружена Э. Хабблом в 1916 г. [1], но более обстоятельно она изучалась К. Лампландом [2]. R Mon является в свою очередь переменной звездой, переменность которой открыта еще в 1861 г. И. Шмидтом [3].

В 1960 г. на 120" телескопе Ликской обсерватории Г. Хербиг получил ряд фотографий туманности [4] с различными экспозициями. Он отмечает, что при маленьких экспозициях (20 сек) в "голове"

2-39

туманности выявляются, кроме яркого ядра, два сгущения на расстоянии 2" и 1.5, соответственно, от наиболее яркой части ядра. При увеличении экспозиции (до одной минуты) ядро принимает несколько диффузную форму, напоминающую треугольник с размерами сторон 5", включающий в себя упомянутые два сгущения.

На расстоянии 8' к северу от R Mon и около оси симметрии туманности Г. Хербиг обнаружил звездообразные объекты, которые, по его мнению, возможно, являются объектами Хербига-Аро, однако их физическая связь с туманностью пока неясна. На снимке NGC 2261, полученном одним из авторов (Э. Е. Х.) на 48" телескопе Шмидта обсерватории Хвлл, на пластинке 103а-Е + На-интерференционный фильтр с экспозицией 4 часа, между этими объектами Хербига-Аро и туманностью не заметна какая-либо связь посредством волокон или перемычки (рис. 1).

Относительно физической природы туманности нет единого мнения. Поляриметрические наблюдения указывают на радиальный характер поляризации туманности относительно R Mon [5—10]. Согласно же фотометрическим наблюдениям, в NGC 2261 нарушается соотношение Хаббла, а распределение цвета по туманности заметно отличается от такового для отражательных туманностей [11].

По спектральным исследованиям Дж. Гринстейна [12] водородные линии H₄ и H₃ в спектре NGC 2261 в 1948 наблюдались в эмиссии, а H₇—как в эмиссии, так и в поглощении. Остальные линии бальмеровской серии, начиная от H₆, находились в поглощении. По эквивалентным ширинам водородных линий (до H₆) Дж. Гринстейн пришел к выводу, что линии поглощения более интенсивны в туманности, чем у R Mon. К такому же выводу пришел и Э. Дибай '[13]. Спектрофотометрические градиенты туманности относительно R Mon показывают, что туманность голубее освещающей звезды. Интересно отметить, что R Mon с уменьшением яркости краснеет. Прямой корреляции между изменением яркости R Mon и NGC 2261 не наблюдалось.

Спектральные наблюдения Г. Хербига [14] указывают, что около минимума блеска в спектре R Mon наблюдаются сильные эмиссионные линии HI, CaII, FeII. Очень сильна эмиссионная линия K, а линия H сливается с линией поглощения H. Около максимума блеска эмиссионные линии слабеют, а интенсивная линия K исчезает вообще. Линии же поглощения водорода начинают доминировать в спектре и становятся более сильными и глубокими. Дж. Гринстейн наблюдал обратную картину [12]: около максимума в спектре R Mon появлялись сильные эмиссионные линии, в том числе линии CaII. Когда звезда находилась около минимума, эмиссионные линии CaII исчезли, а эмиссионные линии других элементов ослабли. Интерес к туманности NGC 2261 возрос после того, как Е. Мендоза [15] показал, что у R Моп имеется сильное инфракрасное излучение, приводящее к избытку цвета $E_{V-M} = 8^{m}5$. Он сделал предположение, что излучение такого характера можно объяснить наложением друг на друга излучений двух или более звезд.

В 1966 г. Ф. Лоу и Б. Смит также наблюдали сильное инфракрасное излучение у R Mon вблизи 20 µ [16]. Они предполагают, что R Mon окружена плотной пылевой оболочкой, которая под воздействием ее излучения нагревается и переизлучает в инфракрасной области спектра. В этом случае требуется, чтобы освещающая звезда была типа G или K. Однако, как показал Г. Хербиг [4], у R Mon не наблюдаются признаки, характерные для спектральных типов G или K. Повтому инфракрасный избыток этой звезды трудно объяснить механизмом, предложенным Ф. Лоу и Б. Смитом.

В 1954 г. В. А. Амбарцумян показал, что излучение некоторых кометарных туманностей не может быть объяснено в рамках обычных тепловых механизмов и, по-видимому, имеет нетепловой характер [17]. Однако он отмечает, что в свечении кометарных туманностей, связанных со звездами высокой светимости, значительную роль может играть также отражение. По мнению В. А. Амбарцумяна, NGC 2261 можно отнести к объектам такого типа.

Для лучшего понимания физической природы NGC 2261, сведения о которой во многом противоречивы, требуются новые наблюдательные данные. В настоящей работе приведены результаты детального спектрофотометрического исследования NGC 2261.

Наблюдательный материал в основном получен в 1967—1968 гг. одним из авторов (Э. Е. Х.) на крупнейших телескопах США в сочетании со щелевыми спектрографами. Кроме того, Г. Хербиг любезно предоставил в распоряжение авторов по одному спектру R Mon и NGC 2261, полученных им на 120" телескопе Ликской обсерватории с дисперсией 98 А/мм. Сведения об использованных спектрах приведены в табл. 1. Все наблюдения спектров на 200" и 84" телескопах выполнены с помощью ЭОП-ов.

Отождествление и эквивалентные ширины спектральных линий. В спектре R Mon и NGC 2261 нами наблюдены около 100 эмиссионных линий и линий поглощения, которые отождествлены с линиями H I, Fe I, Fe II, Ti I, Ti II, Cr II, Ca II, Sc II и [OII].

Список этих линий приведен в табл. 2, в последних двух столбцах которой представлены эквивалентные ширины линий, соответственно для R Mon и NGC 2261. При составлении табл. 2 использованы результаты измерений двух спектров: ES-361A (для линий R Mon) и C 175 (для линий туманности) (см. табл. 1). Отметим, что спектр ES-361A исследован в интервале длин волн от H₃ до H₁₇, а C175—). 5316 Fell до). 3727 [OII]. Крестик в табл. 2 означает, что линия слаба и ее эквивалентную ширину трудно было определить; черточка означает, что линия в спектре отсутствует. Приведенные в первом столбце наблюденные длины волн являются средними из измерений вышеуказанных двух спектров. Отождествление длин волн производилось с точностью до 1—2 анистрем. В третьем столбце после символа элемента в скобках приведен номер мультиплета. Отождествление линий производилось с помощью таблиц А. Зайделя и др. [18]

Таблица 1

№ пла- стинии	Дата Объект		Телескоп	Экспо- энция в мин.	Диспер- сня в А'лли	Направление щели
546-0	4.12.1967	R Mon + NGC 2261	84" (Кит Пик)	5	2.10	i-S (через RMon)
546-1	17	15	12	10	11	11
546-2	19	19	93	20	99	11
546—3	- 11		11	2.5	11	11
546-4	и	11	н	1.3		17
C 174	1.1.1968	R Mon+NGC 2251	200" (Хвал)	5	85	N-S (vepes RMon)
C 175		NGC 2261	91	8	•	(1' к западу от RMon)
5711	23.3.1968	R Mon	36" (Кросслей, Лик)	23	430	E-W
5711	31	NGC 2261		45	11	E-W (10" R ce- Bepy or RMon)
ES_361 A	19.1.1963	R Mon	120" (Ank)	47	98	N-S
ES_373A	13	R Mon+NGC 2261	53	57	91	11

СПЕКТРАЛЬНЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ NGC 2251 И R MON

с использованием работ П. Меррилла [19—21] и Е. Гавиолы [22]. В тех случаях, когда интенсивности соседних линий по данным [18] мало отличаются друг от друга и при отождествлении трудно отдать предпочтение какой-либо одной из них, в табл. 2 приведены все линии. Обычно в таких случаях они оказываются более широкими. Довольно широкая полоса поглощения с эффективной длиной волны около λ 3988 А осталась неотождествленной ввиду отсутствия в [18—22] подходящих интенсивных линий.

Из табл. 2 видно, что эмиссионные линии Fell и Till в спектре R Mon в основном более интенсивны, чем в той части туманности,

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМЕТАРНОЙ ТУМАННОСТИ NGC 2261

Таблица 2

ЭМИССИОННЫЕ ЛИНИИ И ЛИНИИ ПОГЛОЩЕНИЯ, НАБЛЮ ДЕННЫЕ В СПЕКТРАХ R MON И NGC 2261

.

			P	Ψ _λ		
1.	1.0	JAENCHT	Вид линия	R Mon 1963	NGC 2261 1968	
1	2	3	4	5	6	
	5316.61	Fell (49)	винссконный		1.00	
	15316.78	FeII (48)		1.0	4.00	
5285	5284.09	FeII (41)			1.10	
-5274	5275.99	Fell (49)	u		4.00	
5064	15274.99	Cril (43)	11		1.65	
5204	5097 94	('-11 (43)	12	1.	1.05	
5234	5234 62	Fall (49)	19		2.40	
5228	5226.53	Till (70)			0.60	
5199	5197.57	FeII (49)			4.45	
5187	5188.70	Till (70)			3.20	
5167	5169.03	FeII (42)	11		3.00	
5016	5018.43	Fell (42)	11		4.70	
4923	4924.92	FeII (42)	91		2.60	
4895	40(1 22		11	5.00	2.35	
4947	9001.33 4942.24	C-11 (20)	11	5.00	10.20	
4047	4040.24	$C_{\rm rII}(30)$	аосороционным		0.30	
4823	4874 13	CrII(30)	OMACCAUNHDA	1.40	0.40	
4813	4812.37	Crll (30)		0.75	_	
4804	4805.10	CrII (92)	11	0.55	+	
4800	(4799.80	Til	11	0.50		
1000	14800.66	Fel	**	0.90	0.25	
4759	4759.28	Til	33	. 0.50	0.30	
4730	4731.44	Fell (43)	19	0.65	+	
4/13	4600 77	T:I		0.35	0.30	
4697	4696 93	Til	11	-	0.20	
1077	4691 41	Fel	11			
4692	14691.34	Til	17	_	0.20	
4666	4666.75	Fell (37)		0,75	1.05	
4651	(4648.93	FeII (25)		0.65	0.85	
1031	14656.97	FeII (43)				
4635	14635.32	FeII (186)	*1	1.05	0.45	
4600	4634.10	Crll (44)		0,90	0.25	
4629	4629.33	Fell (37)	15	0.80	+	
4020	4620.51	Fell (30)	11	0.65	0.75	
4583	4583 85	Fell (38)		1.75	0.65	
1550	(4558.66	CrII (44)		1.55	0.65	
4558	4555,89	Fell (37)				
4540	14549.63	Till (82)	13	2.60	0.55	
1347	14549.47	Fell (38)	93			
4523	4522.63	FeII (38)	- 11	1.25	_	
4520	4529.24	Fell (37)	13	0.45	-	
4500	4515.34	Fell (37)	**	0.95	+	
4509	4308.28	Fell (38)	**	0.40	+	
4490	14489 18	Fell (37)	91	0.80	+	
	(1107.10	1 011 (57)	"			

				A GOMMING &	продолжение
1	2	3	4	5	6
4467	4468.49	Till (31)	BNHCCHOHUNA	0.50	-+-
4461	14461.43	Fell (26)	11	0.30	0.50
	4459.12	Fel TUI (91)		0.50	0.50
4443	14443.80	Till (19)		0.50	0.60
	4417.72	Till (40)		1.00	-
	4416.82	Fell (27)		1000	
4415	4413.60	Fell (32)		1 15	0.75
	4411.94	Till (61)	11	1.15	0.75
	4411.08	Till (115)	11		1
4394	4409.22	$T_{111}(61)$		0.55	
4909	(4385.38	Fell (27)	"	0.55	Ŧ
4303	14384.21	FeII (36F)		0.85	-
4366	4307.00	1111 (104) Fall (75)	Π	0.45	
4357	4358.37	Fell (21F)		1.10	
	4357.57	FeII (4)			·
4351	4351.76	FeII (27)	11	1.05	C
4335	4340.47	H5	абсорбинонный	1.65	1.80
4918	(4319.62	Fell (21F)	эмиссионный	1.50	T
4310	4316.81	Till (94)	89	0.30	0.30
4306	4307.91	1111(41)	11	0.95	+
	(4303.17	FeII (27)	51	and the second s	
4300	4301.93	Till (41)		1.05	_
	(4300.05	$\begin{array}{c} \text{Till} (41) \\ \overline{\mathbf{F}}_{2} U (28) \end{array}$			
4296	4294.10	Till (20)		0.40	0.60
4268	4266.97	Fel	- 11.2	-	0.40
4257	4258.16	FeII (28)	95	0.70	+
4207	4206.70	$ \begin{array}{c} \text{FeI} (27) \\ \text{FeI} (3) \end{array} $		0.90	0.75
	(4198.31	Fel		т	0,75
4197	4196.21	Fel	п	—	0.65
	(4195.34	rel Fall (28)			
4177	\$4177.60	Fel		0.85	1.00
	4176.57	FeI (7)			
4171	4173.45	Fell (27)	17	0.85	_
4168	4167.86	Fel	11	_	0.35
4164	4163.64	Till (105)		1	0.75
4144	4147.67	Fel	11		1 66
4144	4143.42	Fel (50)	n	+	1.55
4119	4119.53	Fell (21)	11	0.50	_
4110	4111.01	CrII(18, 26)	¹¹	0.75	+
4107	4101 74	Crii(18, 26)	аосороднонный	0.20	0.35
4097	4101.74	H6	абсорбционный	1.05	_
4072	(4072.55	CrII (26)	эмисснонный	1.00	0.60
	(4071.74	Fel (43)	11	1.00	0.00

Таблица 2 (продолжени





К ст. М. Казаряна, Э. Хачикяна

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМЕТАРНОЙ ТУМАННОСТИ NGC 2261

1	2	3	4	5	6
4063	4063.60	FeI (43)	элиссконный	0.80	-4-
4045	4045.82	FeI (43)		0.60	с
4033	4042.95	FeII (126)	11	0.30	_
4000	4001.67	FeI (72)	11	0.80	+
3988			абсорбционный	-	1.75
3984	3983.96	Fel	змиссионный	0.50	
	3970.07	H7	19	0.35	
.3965	3970.07	H7	абсорбционный	0.85	
3968	3968.47	Call (1)	эмиссионный	0.35	
3964	3968.47	Call (1)	абсорбционный	+	1.65
3938	(3940.88	FeI (20)	ВИНССНОННИЙ	-	1 45
	13938.29	Fell (3)	11		1.10
3935	3935.94	Fell (173)	57	0.45	-
3932	3933.67	Call (1)	11 11	0.95	0.60
3930	3933.67	Call (1)	абсорбционный	0.40	
3929	13930.30	Fei (4)	эмиссионный	_	0.90
	13929.88	Til	11		
3917	13917.18	Fel (20)	11		0.70
0011	13910.73	rel (D)	11	1	0.05
3911	3911.32	Cril (3)	11	1.55	0.25
2004	3009.03		аосороционным	1.55	-
	,3005.32	rei (20)	эмиссионный		
	3039.91	rei Fal	19		
2050	3039.22	Fel .	11	4	0 90
3039	3030.37	Fel (79)	83	Ŧ	2.30
	3634.37	Fel (73)	11		
	3330,02	Fel (22)	11		
2021	2025 20	LIO	11	1.05	
9704	3033.30	L17 L10	аосороционные	1.00	_
2760	3/3/.30	LI10	11	0.35	
3700	3770.03	111	17	0.35	_
2720	2724 27	L12	33	0.20	
3728	3737.37	IOUI	11 DVWOQUOUUST	0.50	14 50
3718	3721 04	H14	a foon furous a	0.15	14.50
3710	3711 07	HIS	аосородновным	0.20	
9701	3703 85	HIG	91	0.15	
3695	3697 15	H17	n	0.15	_
and the second					

Таблица 2 (продолжение)

с-сливается с линией неба.

*-сливается с широкими линиями поглощения $\lambda_{eff} = 3988$ или H (Call).

которая находится от нее на расстоянии 1'. Линии же Fel, как и H₃, более интенсивны в спектре туманности. Следует отметить, что на всех имеющихся у нас спектрах вквивалентные ширины линий H_α и H₃ больше в туманности, чем в R Mon. Это хорошо видно из табл. 3, в которой приведены эквивалентные ширины линий для обоих объектов. Что же касается других линий водорода, то, начиная от H₈, они в спектре туманности вообще не видны.

В спектре R Mon линии H₁, H₆ и H, наблюдаются как в эмиссии, так и в поглощении, причем компонента поглощения смешена относительно эмиссионной в сторону коротких волн (табл. 2). Профили этих линий весьма сходны с таковыми линий, наблюдаемых в оболочках Новых, поэтому естественно предположить, что у R Mon (аналогично Новым звездам) имеется расширяющаяся оболочка. В этом случае, по величине отклонения поглощенной компоненты от эмиссионной, можно судить о величине скорости расширения оболочки. Средняя скорость оболочки R Mon, измеренная таким способом по линиям Н., Н. и Н., оказалась порядка 350 км/сск. Однако здесь следует отметить возможное влияние вращения звезды вокруг своей оси на профили линий. При таком вращении эмиссионные линии расщепляются на две симметричные компоненты, и если при этом оболочка имеет заметную скорость расширения (как в нашем случае), то влияние смещенной в коротковолновую область поглощенной компоненты привелет к тому, что профиль линии станет асимметричным. Этот эффект зависит от угла наклона оси вращения звезды к лучу зрения и величины скорости вращения. Судя по профилям линий Н7, Н8 и Н., влияние этого эффекта в нашем случае небольшое.

Таблица З

	DI	1	NOO	00.61	
No management	RM	Лоп	NGC 2261		
ластинки	Wa	Wβ	Wα	W _β	
5460	45	9	60	10	
5711	-	8	-	10	
ES-361	-	5		-	
ES-373	_	-	-	10	
C175	-	_	_	11	
				1	

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ШИРИНЫ Н₃ И H₃ B

Весьма интересным является обнаружение в туманности эмиссионной линий λ 3727 [OII] [23], которая наблюдается, начиная с углового расстояния 40" к северу от ядра туманности, и по мере удаления от нее усиливается и даже становится ярче, чем H₃. Это хорошо заметно на рис. 2, на котором приведена зависимость отношения интенсивностей линий λ 3727 и H₈ от расстояния до R Mon. На рис. 3 приведена регистрограмма спектра C175 (см. табл. 1), на которой также ясно видна сильная эмиссионная линия λ 3727, эквивалентная ширина которой приведена в табл. 2.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМЕТАРНОЙ ТУМАННОСТИ NGC 2261

Как видно на рис. 1, к югу от R Mon наблюдается слабое зеркальное отображение туманности относительно ядра. На всех пластинках, полученных на 84" телескопе, и на пластинке № С 174, полученной на 200" телескопе, одновременно со спектрами северной части



Рис. 2. Кривая зависимости Ізтат/Іна от расстояния до R Mon.

туманности получены также спектры южной от ядра области. Значительный интерес представляет обнаружение в ней эмиссионных линий H_{α} , H_{β} , а также линии λ 3727 [OII]. Интенсивности этих линий были измерены для области, расположенной на расстоянии $\sim 10^{\prime\prime}$ к югу



Рис. 3. Регистрограмма спектра NGC 2261 (№ С 175, табл. 1).

от R Mon. Для сравнения в табл. 4 приведены отношения интенсивностей H₃, H_β и λ.3727, измеренных для южной области туманности, к интенсивностям тех же линий для областей, находящихся на расстоянии 10" (r_1) и 100" (r_2) к северу от R Mon по измерениям спектров, полученных на 84" телескопе. Как видно из этой таблицы, указанные линии в южной части туманности на расстоянии порядка 10" от ядра довольно интенсивны. Черточка во втором столбце таблицы указывает на отсутствие линии λ 3727 в северной части туманности на расстоянии 10" от ядра. Примерно то же самое получается и по измерениям пластинки C174 для λ 3727: на расстоянии \sim 20" к югу от ядра ее интенсивность составляет 0.3 интенсивности λ 3727 в области, находящейся на расстоянии \sim 80" к северу от R Mon. Интересно отметить, что слабые следы этих линий прослеживаются примерно до расстояния одной минуты к югу от R Mon.

> $T_{a \delta \lambda u \mu a} 4$ ОТНОШЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ЛИНИЙ H_{α} , $H_{\beta} \approx \lambda$ 3727 ДЛЯ ЮЖНОЙ ОБЛАСТИ (НА РАССТОЯНИИ 10" ОТ R MON) К ИНТЕНСИВ-НОСТИ ТЕХ ЖЕ ЛИНИЙ ДЛЯ ДВУХ СЕВЕР-НЫХ ОБЛАСТЕЙ НА РАССТОЯНИИ 10" (r₁) И 100" (r₂) ОТ R MON.

Линия	r ₁	r2
3727		0.4
H _β	0.6	2.5
Η _α	0.6	2.7

Непрерывный спектр. Для изучения относительного распределения энергии в непрерывном спектре NGC 2261 на различных расстояниях от R Моп использованы спектры, полученные на 84" телескопе обсерватории Кит Пик. Они охватывают широкий спектральный интервал (приблизительно от λ 3400A до λ 7500A), что позволяет получить более полные сведения о распределении энергии непрерывного спектра, и, кроме того, захватывают периферийные области туманности. При этих наблюдениях в щель одновременно попадали четыре ярких сгущения, спектры которых хорошо видны на рис. 4.

На рис. 5 приведены кривые распределения энергии непрерывных спектров разных разрезов туманности — I_f относительно непрерывного спектра области в непосредственной близости от R Mon— I₀. Они охватывают спектральный интервал приблизительно от λ 6800A до λ 3400A. Более длинноволновые части спектра трудно было обработать из-за его искривления (рис. 4). На рис. 6 представлены кривые распределения энергии непрерывных спектров четырех сгущений — Ic, от-



Рис. 4. Спектры NGC 2261 (№ 546-2, 546-3, табл. 1).

К ст. М. Казаряна, Э. Хачикяна

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМЕТАРНОЙ ТУМАННОСТИ NGC 2261

несенные к непрерывному спектру примыкающего к ним фона туманности — I_ф. Все кривые на рис. 5 и 6 построены по средним значениям из трех наблюдений.



 $\lambda^{-1}(\mu)$

Рис. 5. Относительное распределение энергии непрерывного спектра NGC 2261 на различных расстояниях от R Mon (рядом с кривыми указаны расстояния области туманности от R Mon в свк. дуги).

Из этих графиков видно, что с удалением от ядра туманность синеет приблизительно до расстояния 30" от нее, после чего туманность начинает краснеть и на периферии становится такого же цвета, как сама звезда. Таким образом, в периферийных областях распределение энергии непрерывного спектра у NGC 2261 примерно такое же, как у R Mon. Распределение же энергии в непрерывном спектре сгущений подобно таковому в остальной туманности. Нами определен также абсолютный спектрофотометрический градиент R Mon по спектрам, полученным на 36" крослеевском спектрографе Ликской обсерватории. Определенный относительно звезды типа A0 (λ Boo), он в интервале \dot{h} 4870—3950A оказался равным $\Phi=2.6$, а с учетом межзвездного поглощения $\Phi_0=2.3$. Это значение градиента соответствует спектральному классу F8 или спектрофотометрической температуре T_e=6000 К. Вычислен также бальмеровский скачок R Mon, который оказался равным D=0.12, что соответствует спектральному классу F8. Если же мы учтем влияние оболочки, то это приведет к уменьшению спектрофотометрического градиента и к увеличению бальмеровского скачка, т. е. R Mon должна оказаться более раннего спектрального типа. По всей вероятности, она окажется близкой к типу A, к которому она причисляется по линиям поглощения бальмеровской серии.



 $\lambda^{-1}(\mu)$

Рис. 6. Относительное распределение выергии четырех сгущений в NGC 2261. (рядом с кривыми указаны расстояния сгущений от R Моп в сек. дуги).

Модифицированным методом Занстра определена также температура R Mon в спектральном интервале $\lambda < 912A$ [24]. Ее среднее значение, вычисленное с помощью эмиссионных линий H_{α} , H_{β} , H_{γ} и H_{δ} , оказалось равным 19 000°K.

Заключение. Как уже отмечалось выше, согласно В. А. Амбарцумяну [17], NGC 2261 относится к тем кометарным туманностям, в которых наряду с нетепловым излучением значительную роль играет

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМЕТАРНОЙ ТУМАННОСТИ NGC 2261

и отражение. За этой работой [17] В. А. Амбарцумяна последовал ряд работ, посвященных туманности NGC 2261, в которых обсуждался вопрос о природе ее излучения, причем высказывались совершенно разные мнения относительно механизма излучения этой туманности. Некоторые авторы придерживаются той точки зрения, что NGC 2261 является типичной отражательной туманностью [13, 25]; другие, как и В. А. Амбарцумян, считают, что одним механизмом отражения невозможно объяснить наблюдательные данные [12, 26]; третьи пытаются объяснить наблюдательные данные синхротровным излучением [27].

Результаты, полученные в настоящей работе, дают возможность следать некоторые конкретные выводы относительно природы издучения NGC 2261. С этой точки зрения весьма существенным является наблюдение в спектре этой туманности запрещенной линии і. 3727 [OII], которая излучается вследствие возбуждения однажды ионизованных атомов кислорода свободными электронами, как это наблюдается в планетарных и диффузных туманностях. Для излучения этой линии требуются особые условия: малая плотность материи и излучения. Такие условия, по-видимому, вполне могут иметь место в туманности. Необходимо также существование достаточного количества ионизованных атомов кислорода и свободных электронов для возбуждения последних до соответствующего метастабильного уровня. Как известно, в газовых туманностях свободные электроны возникают вследствие ионизации водородных атомов L.-квантами. Возникает вопрос: откуда берутся Le-кванты в туманпости NGC 2261? Можно было бы предположить, что источником этих квантов является R Mon. Однако иля обеспечения свечения своей оболочки, согласно вышеприведенным расчетам (при $\tau_c \sim 1$), она должна иметь температуру не менее 19000°К. Для обеспечения же туманности достаточным количеством Lc-квантов, в особенности на больших расстояниях от ядра, ее температура должна быть намного выше — порядка. 40 000°К. Если бы R Моп действительно имела такую температуру, то оптическая толщина оболочки в частотах L_с-излучения была бы меньше единицы, и L_с-кванты, пройдя через оболочку, ионизовали бы вещество туманности. Таким образом, для окончательного решения этого вопроса необходимо иметь точные данные о температуре ядра и оптической толщины оболочки в частотах Le-излучения. Если окажется, что R Mon не может обеспечить ионизацию туманности, то остается предположить, что возбуждающий агент находится в самой туманности.

Итак, мы приходим к выводу (в полном согласии с идеей В. А. Амбарцумяла [17]), что в свечении NGC 2261, кроме отражения, заметную роль играет некий источник излучения, генерирующий L_c-кванты. В пользу этого вывода говорят также следующие факты:

1. Эквивалентные ширины эмиссионных линий H_α и H_β у NGC 2261 всегда больше, чем у R Mon.

2. В туманности нарушается соотношение Хаббла примерно на 4^m [11].

3. Не наблюдается корреляции между изменениями блеска звезды и туманности.

Что же касается эффекта отражения, то наряду с рядом наблюдательных данных, говорящих в его пользу (радиальная поляризация излучения туманности относительно ядра, уменьшение показателя цвета с удалением от ядра и т. д.) наши данные относительно распределения энергии непрерывного спектра также не противоречат этому. Непрерывный спектр туманности (рис.5) в общих чертах имеет отражательную природу.

Один из авторов (Э. Е. Х.) выражает глубокую благодарность дирекциям обсерваторий Хвлл, Кит Пик и Лик за предоставленную возможность наблюдать на телескопах этих обсерваторий, а также Р. Линдсу и Х. Арпу за помощь при наблюдениях.

Авторы выражают глубокую благодарность профессору Г. Хербигу за предоставление двух спектров R Mon и NGC 2261 и академику В. А. Амбарцумяну за ценные указания и большой интерес к работе.

Бюраканская астрофизическая обсерватория

THE SPECTROPHOTOMETRIC INVESTIGATION OF COMETARY NEBULA NGC 2261

M. A. KAZARIAN, E. Ye. KHACHIKIAN

The results of detailed spectrophotometry of cometary nebula NGC 2261 and its nucleus R Mon are presented. The spectra obtained with the 200", 84", 120" and 36" telescopes of the Hale, Kitt Peak and Lick observatories with dispersions varying from 85 to 420 A/mm have been used.

In the spectra of these objects about 100 emission and absorption lines indentifed with HI, Fe I, Fe II, Ti I, Ti II, Cr II, Ca II and Sc II have been observed. The equivalent widths of these lines have been determined (table 2). The forbidden line λ 3727 [OII] has been detected in the spectra of the nebula. This line becomes visible beginning with the distance of about 40" north of the nuclei and its intensity gradually increases towards the pheriphery of nebula. The emission lines H_{π} , H_{3} and λ 3727 have also been observed south of R Mon. It has been concluded that there is a certain source of energy in the nebula, which generates L_c -quanta.

The continous spectrum of the nebula has generally a reflection nature.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. E. P. Hubble, Ap. J., 45, 351,1917.
- 2. J. Duncan, P. A. S. P., 68, 517, 1956.
- 3. J. F. J. Schmidt, Astr. Nachr., 55, 91, 1861.
- 4. G. H. Herbig, Ap. J., 152, 439, 1968.
- 5. Э. Е. Хачикан, Сообщ. Бюр. обс., 25, 67, 1958.
- 6. Н. А. Размадзе, Бюлл. Абастуманской обс., 24 25, 1959.
- 7. H. M. Johnson, P. A. S. P., 72, 10, 1960.
- 8. Э. Е. Хачикян, Э. С. Парсамян, Сообщ. Бюр. обс., 35, 71, 1964.
- 9. R. Hall, Ap. J., 139, 759, 1964.
- 10. Э. Е. Хачикян, Н. Л. Каллоглян, Сообщ. Бюр. обс., 30, 45, 1962.
- 11. Э. С. Парсамян, Сообщ. Бюр. обс., 30, 51, 1962.
- 12. J. L. Greenstein, Ap. J., 107, 375, 1948.
- 13. Э. А. Дибай, Астрон. ж., 43, 903, 1966; Докторская диссертация, М., 1969.
- 14. G. H. Herbig, Ap. J., Suppl. ser., 4, No. 43, 337, 1960.
- 15. E. Mendoza, Ap. J., 143, 1010, 1966.
- 16. F. J. Low, B. J. Smith, Nature, 212, No. 5063, 675, 1966.
- 17. В. А. Амбарцумян, Сообщ. Бюр. обс., 13, 1954.
- А. Н. Зайдель, В. К. Прокофьев, С. М. Райский, В. А. Славный, Е. Я. Шрейдер, Таблицы спектральных линий, М., 1969.
- 19. P. W. Merrill, Ap. J., 106, 274, 1947.
- 20. P. W. Merrill, Ap. J., 114, 37, 1951.
- 21. P. W. Merrill, Ap. J., 118, 453, 1953.
- 22. E. Gaviola, Ap. J., 118, 234, 1953.
- 23. М. А. Казарян, Э. Е. Хачикян, Астрон. цирк., № 592, 1970.
- 24. H. Zanstra, BAN, 15, 237, 1960.
- 25. R. C. Hall, P. A. S. P., 77, 158, 1965.
- 26. H. M. Johnson, A. J., 71, 224, 1966.
- 27. Г. А. Гурзадян, Сообщ. Бюр. обс., 27, 73, 1959.



АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 8

ФЕВРАЛЬ, 1972

ВЫПУСК 1

СПЕКТРЫ ГАЛАКТИК МАРКАРЯНА. IV

М. А. АРАКЕЛЯН, Э. А. ДИБАЙ, В. Ф. ЕСИПОВ Поступила 14 декабря 1971

Приводены результаты спектральных наблюдений восьмидесяти пяти объектов из списков [4, 5] галактик с ультрафиолетовым континуумом. В спектрах семидесяти объектов обнаружены вмиссионные линии.

В настоящем сообщении, являющемся продолжением публикаций [1—3], приведены результаты спектральных наблюдений галактик с ультрафиолетовым континуумом из списков [4, 5], произведенных осенью 1970 г. и весной 1971 г. со 125 см рефлектором Крымской станции ГАИШ. Применяемая аппаратура описана в [1]. Наблюдения, результаты которых приведены в настоящем сообщении, производились в интервале длин волн 5800—7500 А. Эти результаты представлены в нижеследующей таблице, где, в отличие от аналогичных таблиц в предыдущих сообщениях, даны глазомерные оценки интенсивности эмиссионных линий в трехбалльной системе. Сокращения "s", "m" и "w" обозначают соответственно сильную, умеренную и слабую эмиссии. Следует отметить, что красные смещения пятнадцати объектов, внесенных в табл. 1, были опубликованы ранее Э. К. Денисюком [6].

Ниже перечислены морфологические характеристики и дано краткое описание спектров исследованных галактик с эмиссионными линиями.

Маркарян 74. Вероятно, тесно-двойная система. В спектре имеется наклонная Н_а умеренной интенсивности.

Маркарян 75. Компактный объект с наклонными Н_а умеренной интенсивности и слабым дублетом [N II] № 6548/83.

Маркарян 86. Объект сложной структуры, состоящий из сгущений различной яркости. Н_α исключительно сильна, дублеты [N II] λλ 6548/83 и [S II] λλ6717/31 умеренной интенсивности. Все линии очень узки. 3-39

М. А. АРАКЕЛЯН, Э. А. ДИБАЙ, В. Ф. ЕСИПОВ

Таблица 1

_			Интенсивность эмиссионных линий			Спектраль-
Ng	mpg	Ĩ	[S II] λλ 6717/31	[N II] λλ 6548/83	Ha	ный тип
1	2	3	4	5	6	7
74	16	0.037		-	m	d3
75	16	0.030	_	eu	m	ds3
86	12.0	0.0015	m	m	8	dle+d3e
90	14	0.014		w	യ	s3
91	15.5	0.017	-			sd2
94	16.5	0.0025	w	m		dle
97	15.5	0.024	W	2		ds3
103	16.5	0.032	_		8	s3
107	15	0.012	120	m		d3e
109	16	0.030	m	w	8	d3
114	14	0.020	-	æ	w	s3
118	15.5	0.008		w	w	d3
120	17	0.070	12	W	m	ds2e
123	15.5	0.026	ബ	ໝ	m	ds3
125	15	0.025	Ø	- 199 - 19	m	d3e
128	16	0.031	യ	TU III	w	d3
129	15.5	0.016		w	w	sd3
134	17	0.018	-	-	w	d3e
138	16	0.015		_	m	d2
143	16	0.031	- 1 - 1 - 1	m	m	d3
145	16	0.036		m	8	d3e
147	15.5	0.024	(2)	W	m	d3
148	16	0.024		m	m	d3e
154	16	0.043	eu			d3e
163	17.5	0.025			m	sd3e
164	17	0.010	-	- · · ·	120	d3e
168	16	6.034	_	eu	w	dle
170	16	0.0035	_	_	m	ds2e
173	16.5	0.028	ť	W		d3e
174	16.5	0.051		W	യ	s3e
176	15	0.026				sd2e
177	16	0.006	_	ev	w	ds2
181	14.5	0.021		10	m	ds3
185	13	0.010	TU TU	W	en e	sd3
187	17.5	6.032		100	æ	ds3e
188	13	0.008	_	U	Ð	sd3
190	13	0.003	m	m		sd2

СПЕКТРЫ ГАЛАКТИК МАРКАРЯНА. IV

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7
192	17	9.012	1 <u>2</u>		m	s3e
196	17	0.058	- 2 20	100	w	d3
200	17	0.015		120		d3e
202	16.5	0.021	20	m	w	d2e
211	17	0.041	1 2 - 1	w	m	d3e
212	15	0.023	- 24	e	m	ds3
214	16	0.031		TU I	m	d2
216	16.5	0.034	_	20	m	d3
219	16	0.010		- 34	10	ds2
222	16.5	0.016	-		# . · ·	d2
224	16	0 004	· _			d3
229	. 17	0.024				d2e
230	16	0.071.		m	m	d3
234	16.5	0.007	e e	eu		d3e
236	17	0.050	-	m	m	d3e
237	15 и 16	0.031	m	m		d3 # d3
238	16.5	0.050	120	10	. <i>m</i>	sd2e
241	16	0.026	20	ev	m	d3e
242	16	0.025		w	m	d3e
243	16	0.028		eu	m	d2
246	16	0.041			w	d2e
248	15	0.036	a - 14.			sle
250	16	0.028	· · · ·	m	m	sd3e
253	16	0.022	- 2	w	m	d3
254	15.5	0.030	17 - 18	m	8	d2
262a			m	m	· #	
2626	16	0.030		eu	m	52
269	17.5	0.049	ല	m	m	d2e
275	16	0.027	-	eu	w	ds2e
283a	17		e	W	m	s2
2836	17	0_035	-		100	d3
288	15	0.025		140V - · ·	e e	d2
289	16.5	0.040	m	m		d3e
292	16.5	0.033	The second	12	10	ds2e
299	17.5	0.037		e	m	ds3e
·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				1	0.00

Маркарян 90. Пекулярная спираль, по-видимому, имеющая звездоподобное ядро. Спектр содержит слабые Н_а и [N II] 1. 6548/83.

Маркарян 91. Сфероидальный объект со слабой короной и сильными наклонными линиями Н₄ и [N II]). 6548/83.

Маркарян 94. Очень компактный объект. Сильная эмиссия в Н_α, H_β, [O III] 1). 4959/5007 и [O II] 1). 3726/29 наблюдалась Б. Е. Маркаряном [4] на снимках, полученных с объективной призмой. Нами наблюдались исключительно сильная H_α, умеренной интенсивности [S II] 1). 6717/31 и слабый дублет [N II] 1). 6548/83. Непрерывный спектр на нашей спектрограмме проследить не удается. Подобно объектам № 116, 178 и 209 обладает крайне низкой светимостью: М_{рк} ≈ -13.

Маркарян 97. Объект со слабо выраженными признаками спиральных рукавов. Н_α и дублет [N II] 12. 6548/83—сильные, дублет [S II] 12. 6717/31 слаб.

Маркарян 103. Небольшая галактика с искривленным хвостом, подобным спиральному рукаву. Н₂ и дублет [N II] і. 6548/83—сильные.

Маркарян 107. Тесная пара в общей оболочке. Н₄ сильна, дублет [N II] D. 6548/83—умеренной интенсивности, дублет [S II] D. 6717/31 слаб.

Маркарян 109. Пара слабых сфероидальных объектов с сильной На, слабым дублетом [N II])). 6548/83 и умеренной интенсивности дублетом [S II])). 6717/31.

Маркарян 114. Спираль с перемычкой, звездоподобным ядром и слабыми, но развитыми рукавами. Н₂ и [N II]). 6548/83 едва намечаются.

Маркарян 118. Объект со значительным хвостом, оканчивающимся сгущениями. Н_а слаба, [N II] 12. 6548/83 едва намечается.

Маркарян 120. Очень компактный, практически звездоподобный объект с большим красным смещением. Умеренной интенсивности На и крайне слабые [N II] 1. 6548/83 и [S II] 1. 6717/31.

Маркарян 123. Линзовидная галактика со слабым голубым спутником. Н_а умеренной интенсивности, [N II]). 6548/83 и [S II]). 6717/31 слабы. В спектре имеется также слабая линия [OI]). 6300. Данные относятся к самой галактике.
Маркарян 125. Сфероидальный компактный объект с Н₂ умеренной интенсивности и очень слабым дублетом [S II] 1. 6717/31.

Маркарян 128. Линзовидная галактика без центрального сгущения. Н₇, [N II] 13. 6548/83 и [S II] 13. 6717/31 очень слабы и значение красного смещения неуверенное.

Маркарян 129. Компактный объект со слабой короной и слабыми Н_« и [N II] 1. 6548/83.

Маркарян 134. Компактный объект с очень слабой Ha.

Маркарян 138. Двойной объект с клинообразным хвостом. В спектре имеется лишь диффузная Н_а умеренной интенсивности.

Маркарян 143. Сфероидальный объект со слабой короной. Н₂ и дублет [N II] 1). 6548/83 умеренной интенсивности и несколько диффузны.

Маркарян 145. Сфероидальный объект с отростком. В спектре имеются сильная Н₄ и умеренной интенсивности дублет [N II] № 6548/83.

Маркарян 147. Возможный двойной объект. Н₂ умеренной интенсивности, дублет [N II] № 6548/83 слаб. Возможно, что присутствует также дублет [S II] № 6717/31.

Маркарян 148. Объект с двумя выбросами в противоположных направлениях. Н_α и дублет [N II] λλ. 6548/83 умеренной интенсивности и диффузные.

Маркарян 154. Компактный, несколько вытянутый объект. На и [N II] Л. 6548/83 сильны, дублет [S II] Л. 6717/31 слаб.

Маркарян 163. Незначительно вытянутый компактный объект. Н_∗ умеренной интенсивности.

Маркарян 164. Сферическая галактика с небольшим выступом. Слабая H_a.

Маркарян 168. Сфероидальный компактный объект со слабыми На и [N II] 12. 6548/83.

Маркарян 170. Пекулярная галактика, возможно состоящая из нескольких сгущений. Н_а умеренной интенсивности и наклонная. Объект низкой светимости: М_{ре} ~ 15.

Маркарян 173. Компактный объект с сильной Н_а и слабыми [N II] 12. 6548/83 и [S II] 12. 6717/31.

Маркарян 174. Компактное образование с резкими краями и слабой оболочкой. Линии Н. и [N II] λ 6548/83 слабы, но, возможно, диффузны.

Маркарян 176. Взаимодействующая система VV 150 [7]. Ранее было отмечено, что линии водорода у ярчайшей компоненты системы являются широкими [8]. Это подтверждается и нашими наблюдениями. Полная ширина бленды H_{α} и дублета [N II] λ . 6548/83 составляет примерно 70 А. В красной области спектра присутствуют также дублет [S II] λ . 6717/31 и линия [OI] λ . 6300. Нами был получен также спектр объекта в фотографической области. Он содержит широкие H_3 и H_7 и узкие линии [O III] λ . 4959/5007. Наконец, в спектре имеется линия поглощения с длиной волны $\lambda = 6880$ А.

Маркарян 177. Компактный, хотя и несколько вытянутый объект. В спектре, по-видимому, имеются слабме, но диффузные H_α и [S II] λλ 6717/31.

Маркарян 181. Эллиптическая галактика с широким отростком. В спектре имеются умеренной интенсивности Н_α и слабый дублет [N II] λλ 6548/83.

Маркарян 185. Спиральная галактика со звездообразным ядром и слабыми линиями H_a, [N II] λλ 6548/83 и [S II] λλ 6717/31.

Маркарян 187. Очень компактный объект со слабыми H_a и [N II] D. 6548/83.

Маркарян 188. Спиральная галактика с конденсированным ядром. Спектр содержит слабые линии Н_α и [N II] λλ 6548/83.

Маркарян 190. Яркий конденсированный объект с сильной H_α и умеренной интенсивности дублетами [N II] λλ 6548/83 и [S II] λλ 6717/31.

Маркарян 192. Сфероидальный, незначительно вытянутый объект с Н_а умеренной интенсивности.

Маркарян 196. Слабая эллиптическая галактика малых угловых размеров, со слабыми линиями Н_α и [N II] № 6548/83. Линии накловные.

Маркарян 200. Компактный объект с сильной Н_а и слабыми [N II] № 6548/83 и [S II] № 6717/31. Маркарян 202. Сфероидальный компактный объект со слабой короной, в. спектре которого наблюдается необычное соотношение интенсивностей линий водорода и ионизованного азота—Н_а слаба, [N II] //. 6548/83—умеренной интенсивности.

Маркарян 211. Компактный, но малохонденсированный объект с Н₄ умеренной интенсивности и слабым дублетом [N II] 12. 6548/83.

Маркарян 212. Двойной объект. Обе компоненты содержат умеренной интенсивности H_{α} и слабый дублет [N II]). 6548/83. Приведенное в таблице значение z относится к диффузной компоненте. Красное смещение более компактной компоненты на 0.001 больше.

Маркарян 214. Сфероидальный компактный объект с H_a умеренной интенсивности и слабым дублетом [N II] 1.6548/83.

Маркарян 216. Компактный эллиптический объект с Н_а умеренной интенсивности и слабым дублетом [N II] 1. 6548/83.

Маркарян 219. Несколько вытянутый объект или пара галактик. Спектр содержит лишь слабую Н_а.

Маркарян 222. Кометовидная галактика с ярким хвостом. Слабый непрерывный спектр с сильной Н_α.

Маркарян 224. Возможная пара объектов со слабым непрерывным спектром и очень сильной H_z. Объект низкой светимости: M_{PR} ~ -15.

Маркарян 229. Компактный объект с небольшим хвостом. Очень сильная H_a на слабом непрерывном спектре.

Маркарян 230. Сфероидальный объект с небольшим выступом. Спектр содержит умеренной интенсивности Н_α и очень близкий по интенсивности дублет [N II] № 6548/83.

Маркарян 234. Эллиптический объект со слабой короной. Спектр содержит сильную Η_α и слабые дублеты [N II] λλ 6548/83 и [S II] λλ 6717/31.

Маркарян 236. Компактный объект эллиптической формы. В спектре содержится широкая эмиссионная деталь умеренной интенсивности. Красное смещение вычислено в предположении, что эта деталь является блендой Н_α и дублета [N II] $\lambda\lambda$ 6548/83. В случае правильности сделанного предположения следует рассматривать объект как относящийся к сейфертовскому типу. Маркарян 237. Пара объектов с несколько отличными красными смещениями. Красное смещение более яркой (компактной) компоненты несколько больше. В спектрах обеих компонент содержатся сильная Н_а и умеренной интенсивности дублеты [N II] D. 6548/83 и [S II] D. 6717/31.

Маркарян 238. Компактная и более слабая компонента тесной пары. Спектр содержит умеренной интенсивности Н_α и слабые дублеты [N II] 10.6548/83 и [S II] 10.6717/31.

Маркарян 241. Компактный объект эллиптической формы. Спектр содержит диффузную Н_в умеренной интенсивности и слабые дублеты [N II] №6548/83 и [S II] №6717/31.

Маркарян 242. Компактный объект с Н_а умеренной интенсивности и слабым дублетом [N II] 1).6548/83.

Маркарян 243. Сфероидальный компактный объект с Н_а умеренной интенсивности и слабым дублетом [N II] 12.6548/83.

Маркарян 246. Компактный, хотя и несколько вытянутый объект. Слабая Н_а блендируется с линией ночного неба.

Маркарян 248. Компонента тесной двойной системы. Спектр содержит сильные линии H_a, [N II])).6548/83 и [S II])).6717/31. Слабая H_a с тем же красным смещением имеется, по-видимому, и в спектре другой компоненты, не внесенной в список [5].

Маркарян 250. Сфероидальный объект. Спектр содержит умеренной интенсивности Н_а и [N II] 1).6548/83.

Маркарян 253. Компактный объект эллиптической формы с Н_а умеренной интенсивности и слабым дублетом [N II] D.6548/83. Н_а диффузная.

Маркарян 254. Эллиптический объект с сильной Н₂ и умеренной интенсивности [N II] 1).6548/83 и [S II] 1).6717/31.

Маркарян 262. В [5] отмечен как объект эллиптической формы. Однако в фокусе 125-см телескопа он разрешается на две компоненты с одинаковыми красными смещениями. В спектре яркой компоненты присутствуют сильная H_a и умеренной интенсивности [N II] λ .6548/83 и [S II] λ .6717/31, а в спектре слабой—умеренной интенсивности H_a и слабый дублет [N II] λ .6548/83. Маркарян 269. Сфероидальный объект со слабой короной. В спектре имеются умеренной интенсивности Н_x и дублет [N II] 12.6548/83, а также слабые [OI] 26300 и [S II] 12.6717/31.

Маркарян 275. Эллиптический объект с выбросами. Спектр содержит слабую Н_« и очень слабый дублет [N II] №6548/83.

Маркарян 283. Пара компактных галактик. В спектре более яркой компоненты присутствуют умеренной интенсивности H_{α} и слабые [N II] λ . 6548/83 и [S II] λ .6717/31. Спектр второй компоненты содержит лишь слабую H_{α} с несколько большим красным смещением, чем у яркого объекта.

Маркарян 288. Объект с плотным центральным сгущением и ядром. В спектре имеется лишь слабая наклонная H_a.

Маркарян 289. Несколько вытянутый объект со спутником. Спектр содержит сильную Н₄ и умеренной интенсивности дублеты [N II] Л. 6548/83 и [S II] Л. 6717/31.

Маркарян 292. Сфероидальный объект без резких границ. В спектре имеются очень слабые H₂ и [N II] 12.6548/83, причем дублет [N II] сильнее H₄.

Маркарян 299. Сфероидальный объект с Н_а умеренной интенсивности и слабым дублетом [N II] λ .6548/83.

Эмиссионные линии не были обнаружены в спектрах следующих объектов: №№ 72, 80, 112, 130, 131, 137, 160, 167, 184, 189, 199, 204, 218, 227 и 240.

Как следует из приведенных выше результатов, лишь один из 85-и рассмотренных объектов — VV 150 — обладает ярко выраженными спектральными характеристиками ядер сейфертовских галактик. С этой точки зрения результаты настоящей серии наблюдений резко отличаются от результатов более ранних наблюдений галактик с ультрафиолетовым континуумом. Это отличие легко понять, поскольку подавляющее большинство перечисленных в данной статье объектов относится к типам d2 и d3 по классификации Б. Е. Маркаряна [4]. Между тем, объекты, обладающие спектральными особенностями ядер сейфертовских галактик и квазизвездных объектов, отнесены к типам s1. и s2.

Бюраканская астрофизическая обсерватория Государственный астрофизический ин-т им. П. К. Штериберга

THE SPECTRA OF MARKARIAN GALAXIES. IV

M. A. ARAKELIAN, E. A. DIBAY, V. F. YESIPOV

The results of spectral observations of eighty five objects from the lists [4, 5] of galaxies with ultraviolet continuum are presented. The emission lines are detected in the spectra of seventy objects.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов, Астрофизика, 6, 39, 1970.
- 2. М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов, Б. Е. Маркарян, Астрофизика, 6, 357, 1970.
- 3. М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов, Б. Е. Маркарян, Астрофизика, 7, 177, 1971.
- 4. Б. Е. Маркарян, Астрофизика, 5, 443, 1969.
- 5. Б. Е. Маркарян, Астрофизика, 5, 581, 1969.
- 6. Э. К. Дениски, Астрон. пирк., № 621, 7, 1971.
- 7. Б. А. Воронцов-Вельяминов, Атлас и каталог взаимодействующих галактик, М., 1958.
- 8. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, A. J., 66, 544, 1961.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 8

ФЕВРАЛЬ, 1972

ВЫПУСК 1

МОРФОЛОГИЯ ГАЛАКТИК В СКОПЛЕНИЯХ. І. СКОПЛЕНИЕ А262

А. Т. КАЛЛОГЛЯН Поступила 15 октября 1971

На снижках двухмотрового телескопа Таутенбургской обсерватории определены морфологические типы галактик в скоплении Эйбелл 262 до 16^m8. 75% всех классифицриованных галактик являются спиралями и лишь 20% принадлежат к типам вллипических и линзовидных. 80% всех спиралей являются нормальными, остальные — с перемычкой. Имеется ревко выраженная сегрегация галактик по типам: внешние области скопления почти целиком состоят из спиральных галактик. Дисперсия интегральных величии галактик с перемычкой в два раза меньше, чем в случае нормальных спиральных галактик. Это объясняется тем, что перемычки наблюдаются преимущественно у абсолютно более ярких галактик. В скоплении нет сегрегации галактик по яркости в симсле преобладания слабых при удалении от центра. Вместо этого в среднем наблюдается увеличение яркости галактик на некотором расстояние от центра скопления.

1. Введение. Как известно, правильные и неправильные скопления галактик существенно отличаются друг от друга по составу населения. Правильные скопления, в основном, содержат эллиптические и линзовидные галактики, а в неправильных скоплениях преобладают спиральные галактики. Тем не менее количественные данные относительно распределения галактик в скоплениях по морфологическим типам очень скудны. Наиболее детально изучены скопления галактик в Деве, в Волосах Вероники и в Геркулесе (Эйбелл 2151). По данным Г. Руда и В. Баума [1], из 189 классифицированных галактик с V ≤ 17.5 в скоплении Соша эллиптические и линзовидные галактики типа S0 составляют 82 %, имеется только одна спиральная галактика типа Scp, 4 галактики с перемычкой и 20 галактик типа SB0. В скоплении Virgo спиральные галактики составляют уже около 50% всех галактик. Дж. Барбидж и М. Барбидж установили еще более высокий процент спиральных галактик в неправильном скоплении Эйбелл 2151 в Геркулесе [2]. Из 61 классифицированной галактики этого скопления 69%, являются спиральными галактиками и только 31%, — эллиптические или типа S0. Дальнейшее накопление аналогичных данных относительно других скоплений галактик представляет определенный интерес. Одним из важных вопросов является установление зависимости изменения состава населения от других параметров, например, от богатства скопления данного типа. В этом отношении использование скоплений галактик из списка Эйбелла [3] представляется наиболее целесообразным. В работе [4] автором этой статьи была построена функция светимости галактик в скоплении №262 из списка Эйбелла (мы обозначили его А262). При этом были определены интегральные звездные величины для 192 галактик до 18^m0, находящихся в области скопления. В настоящей статье приводятся результаты морфологического исследования галактик в скоплении А262.

2. Классификация галактик. Классификация галактик проведена на снимках, полученных нами в шмидтовском фокусе двухметрового универсального телескопа Таутенбургской обсерватории. Масштаб снимков 51.3 на жж. Получены два снимка скопления — один в красных лучах на пластинках Кодак 103а-Е через светофильтр RG1, а другой — в синих лучах на пластинках ZU—2 через светофильтр GG13. Классификация галактик на обоих снимках проводилась по два раза. При этом были использованы также снимки метрового телескопа системы Шмидта Бюраканской обсерватории и соответствующие карты Паломарского атласа. Сравнение двух независимых определений типов показало, что ошибка допускалась для менее чем 10% галактик. В этих случаях при повторном просмотре были уточнены типы соответствующих галактик. Уверенное определение морфологических типов оказалось возможным для галактик до 16.8 фотографической величины. Всего было классифицировано 95 галактик. Видимые величины и морфологические типы этих галактик приводятся в табл. 1. Номера галактик взяты из работы [4]. Отметим, что в оценках подтипов спиральных галактик возможны случайные ошибки. Ниже при статистическом исследовании использованы только главные типы галактик (E - S0, S, SB, I).

3. Распределение галактик по типам и изменение состава населения с расстоянием от центра скопления. По данным табл. 1 была составлена табл. 2, где приводится распределение галактик по морфологическим типам в области скопления A262 с диаметром в 2.4. У нас не было возможности исключить влияние галактик, проектирую-

Таблица 1 МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ ТИПЫ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ ГАЛАКТИК

No	Тип	m _{pg}	No	Тип	m _{pg}	N₂	Тип	mpg
1	Se	13.02	33	Sc	15.21	65	Sc	16.06
2	Sa	13.51	34	Sb	15.23	66	SBb	16.06
3	E	13.55	35	SBc	15.23	67	Sa	16.06
4	E	13.61	36	SBc	15.25	68	SBc	16.07
5	E	13.75	37	IB	15.26	69	E	16.08
6	Е	13.78	38	SBb	15.39	70	Sa	16.08
7	Se	14.01	39	Sc	15.43	71	S0	16.09
8	SBc	14.03	40	Sc	15.49	72	Sa	16.11
9	Е	14.03	41	SB(?)c	15.57	73	Se	16.12
10	Sa	14.12	42	Sc	15.61	74	Sa	16.16
11	SBep	14.15	43	Sc	15.62	75	SBc	16.16
12	Se	14.24	44	Sb	15.63	76	E	16.21
13	Sb	14.29	45	Sb	15.64	77	Sc	16.34
14	Sc	14.32	46	I	15.64	78	Sb	16.36
15	S0	14.39	47	E	15.68	79	Sc	16.39
16	SBb	14.52	48	Sb	15.70	80	Sc	16.39
17	S0	14.53	49	S0	15.72	81	Se	16.42
18	Sc	14.54	50	Sc	15.81	82	Sb	16.42
19	SBb	14.66	51	Se	15.81	83	Sc	16.43
20	Sa	14.72	52	E	15.83	84	Sb	16.49
21	Е	14.77	53	Se	15.84	85	Sa	16.49
22	Sa	14.81	54	S0	15.86	86	Sc	16.55
23	Sb	14.82	55	Двойна я	15.86	87	Sb	16.51
24	Sb	14.87	56	Sc	15.9	88	E	16.57
25	SBc	14.91	57	Sa	15.94	89	E	16.58
26	Е	14.93	58	Sc	15.94	90	Sb	16.60
27	SBa	15.09	59	I	15.97	91	Se	16.65
28	Sc	15.11	60	Sc	15.97	92	I	16.67
29	Se	15.12	61	I	16.00	93	E	16.73
30	Sa	15.14	62	Sb	16.03	94	Se	16.74
31	Sa	15.18	63	pec.	16.04	95	Sc	16.75
32	SBa	15.20	64	Se	16.05			
-	0.2 22.1							2.1.01

А. Т. КАЛЛОГЛЯН

щихся на область скопления, поскольку нет надежных данных о распределении галактик по морфологическим типам в поле до предельной звездной величины классифицированных галактик.

		1	аолица 2
РАСПРЕЛЕЛЕНИЕ	ГАЛАКТИК	ПО	ТИПАМ

	E	SO	S	SB	I	pec.	Bce
n	14	5	55	15	4	1	94
%	14.9	5.3	58.5	16.0	4.2	1.1	100

Из данных таблицы видно, что 75% всех классифицированных галактик принадлежат к типу спиральных, как нормальных, так и с перемычкой. Эллиптические и линзовидные галактики, вместе взятые, составляют всего 20%. По сравнению со скоплениями галактик в Деве и A2151 в Геркулесе, скопление A262 гораздо обильнее спиральными галактиками, хотя все три скопления принадлежат к типу неправильных. В списке Эйбелла скопление A2151 отнесено ко второй группе по богатству, а A262—к нулевой. Из сравнения этих двух скоплений можно придти к выводу, что в данном случае чем беднее неправильное скопление, тем оно богаче спиральными галактиками.

Из данных табл. 2 следует также, что в скоплении А262 нормальные спиральные галактики встречаются намного чаще, чем галактики с перемычкой. Выявление классических перемычек на наших снимках не представляет затруднения до предельной величины классифицированных галактик. Повтому мы считаем, что наблюдаемое соотношение количества двух типов спиральных галактик (SB и S) соответствует действительности. Таким образом, почти 80% спиралей обоих типов являются нормальными спиральными галактиками и лишь 20°/0галактиками с перемычкой. Для сравнения укажем, что по данным де Вокулера [5] из всех спиральных галактик, включенных в его выборку, галактики с перемычкой типа SB составляют около 37%, а галактики типов SA и SAB, вместе взятые, -59%. Аналогичная картина наблюдается в скоплении Virgo, где среди спиралей всех типов до 13-й фотографической величины галактики типа SB составляют 35%/0. Если допустить, что масштаб наших снимков не позволяет отличить тип SAB от SA, то и в этом случае процент галактик типа SB в скоплении A262 значительно ниже, чем в выборке де Вокулера и в скоплении Virgo.

Для исследования изменения состава населения при удалении от центра скопления, область скопления с диаметром 2.4 была разделена на четыре концентрических кольца (зоны) площадью 1.1 кв. градуса каждый. Внутренние и внешние радиусы колец следующие: 1) 0—0°6, 2) 0.6—0.85, 3) 0.85—1.03, 4) 1.03—1.2. Ради удобства в дальнейшем мы используем номерные обозначения зон. Процентное содержание разных типов галактик в зонах, относительно общего числа галактик в тех же зонах, дается в табл. 3.

мон м Тип	1	2	3	4
E, S0	29.2 14.	18.1 4	6.7 1	0
S	52.0 25	68.2 15	60.0 9	75.0
SB	14.6 7	9.1 2 ·	33.3 5	12.5 1
I	4.2	4.6	0	12.5 1

Таблица З СЕГРЕГАЦИЯ ГАЛАКТИК ПО ТИПАМ

Как видно из таблицы, относительное число эллиптических галактик вместе с линзовидными постепенно падает с удалением от центра скопления. Что касается спиральных галактик обоих типов, то наблюдается обратная картина, указывающая на наличие в скоплении резко выраженной сегрегации галактик по типам. Внешние области скопления почти целиком состоят из спиральных галактик. Отметим, что учет проектирующихся галактик мало повлияет на полученный результат. Действительно, по данным работы [4] автора в поле вокруг скопления имеются 22 галактики в одном квадратном градусе до 18-й фотографической величины. Следовательно, до предельной величины классифицированных галактик (16^{тв}) можно ожидать 4-5 галактик в квадратном градусе или, что одно и то же, в каждой зоне. Принимая, согласно статистике де Вокулера [5], что спиральные галактики составляют 60°/0 всех галактик, из данных табл. З нетрудно видеть, что обнаруженная сегрегация галактик по типам является особенностью самого скопления.

Раздельное рассмотрение двух типов спиральных галактик показывает, что эффект сегрегации, в основном, обуславливается нормальными спиральными галактиками. Относительное число галактик с перемычкой меняется нерегулярно с расстоянием от центра скопления. Бросается в глаза высокий процент этого типа спиралей в

А. Т. КАЛЛОГЛЯН

зоне 3. Однако подобное распределение может быть следствием естественных флуктуаций. Из-за малочисленности неправильных галактик трудно сказать что-нибудь определенное об их поведении.

4. Средние яркости залактик данного типа и о сегрегации галактик по яркости. По данным табл. 1 были вычислены средние интегральные величины галактик данного морфологического типа. Результаты приведены в табл. 4, где во второй строке даются дисперсии интегральных звездных величин. Отметим, что поскольку упомянутые величины вычислены для галактик до 16.8 видимой величины, данные табл. 4 носят некоторый условный характер.

> Таблица 4 СРЕДНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ДИСПЕРСИИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТИПА ГАЛАКТИК

	E, S0	S	SB	I
m _{pg}	14.7	15.2	15.0	16.0
D	0.65	0.90	0.46	0.16

Из данных табл. 4 видно, что в среднем наиболее яркими галактиками в скоплении являются эллиптические и линзовидные. Галактики с перемычкой в среднем слегка ярче нормальных спиральных галактик. Как и следовало ожидать, иррегулярные галактики значительно слабее остальных типов. Особый интерес представляет сравнение значений дисперсии интегральных звездных величин разных морфологических типов. По данным таблицы, дисперсия интегральных звездных величин регулярно убывает вдоль последовательности S-E, SO-SB-I. При этом примечательно, что дисперсия для SB-галактик в два раза меньше, чем для нормальных спиральных галактик. Очевидно, это является следствием того, что перемычки наблюдаются у сравнительно абсолютно более ярких галактик. В сущности то же самое в какой-то мере следует из сравнения средних интегральных величин двух типов спиральных галактик. Однако это более наглядно видно при сравнении количества галактик разных мофологических типов в первой (47 более ярких галактик) и во второй (47 более слабых галактик) половинах табл. 1. Это отношение "k" для разных типов имеет следующие значения: $k_{ee} = 4$, $k_e = 0.8$, $k_{ESO} = 1.1$, $k_i = 0.3$. Из сравнения этих чисел с очевидностью следует преобладание галактик с перемычкой среди ярких. В случае иррегулярных галактик имеет место обратное. Небезынтересно отметить, что по исследованию автора дисперсия абсолютных величин ядер галактик с перемычкой также в два раза меньше той же величины для нормальных спиральных галактик [6]. Мы приходим к выводу, что как интегральные светимости, так и светимости ядер галактик с перемычкой находятся в более узком интервале звездных величин, чем это наблюдается у нормальных спиральных галактик. По-видимому, для образования перемычек необходимы более жесткие начальные условия.

С целью исследования эффекта сегрегации ярких и слабых галактик в скоплении, были вычислены средние интегральные величины галактик данного морфологического типа (кроме неправильных) в каждой зоне (табл. 5). Во вторых строках таблицы даются количества галактик в зонах, по которым произведено усреднение яркостей.

ГАЛАКТИК В ЗОНАХ							
THU DIAL	1	2	3	4			
E, S0	14.8 14	14.7 4	14.0 1	-			
S	15.5 25	15.4 15	14.4 9	15.4 6			
SB	15.0 7	15.3	15.0 5	16.2 1			
Все типы	15.1 46	15.2 21	14.6 15	15.5 7			

Таблица 5 Средние интегральные величины Галактик в зонах

Из данных табл. 5 видно, что в скоплении A262 не обнаруживается сегрегация галактик по яркости в смысле того, что наблюдается, например, в скоплении Coma. Более того, в скоплении A262 в среднем наблюдается увеличение яркости галактик на некотором расстоянии от центра (зона 3). Такой результат, по-видимому, не может быть следствием проектирования на зону 3 близлежащих ярких галактик. Правда, первые две ярчайшие галактики из табл. 1, которые могут повысить средние яркости галактик, попадают в зону 3, однако по своей радиальной скорости—4938 км/сек—первая из них (NGC 753), по всей вероятности, является членом скопления. Отметим, что грубая оценка радиальной скорости скопления по данным Эйбелла [3] приводит к значению около 6000 км/сек. К тому же, согласно результатам работы [4], учет плотности галактик фона не влияет на яркую часть функции светимости галактик скопления. 5. Результаты. Морфологическое исследование галактик в области скопления A262 приводит к следующим выводам:

1. 75% галактик до 16^{тв} являются спиралями обоих типов (SB и S). Эллиптические и линзовидные галактики составляют лишь 20%. Среди спиральных галактик до 80% являются нормальными спиралями, остальные—спиралями типа SB.

2. Имеется резко выраженная сегрегация галактик по типам. Внешние области скопления почти целиком состоят из спиральных галактик.

3. В исследованном интервале абсолютных звездных величин эллиптические и линзовидные галактики в среднем на 0.^m4 ярче спиралей, а дисперсия интегральных звездных величин уменьшается вдоль последовательности S—E, S0—SB-I. При этом дисперсия для галактик с перемычкой в два раза меньше, чем для нормальных спиральных галактик. Это является результатом появления перемычек у относительно более ярких спиральных галактик.

4. В скоплении не наблюдается сегрегация ярких и слабых галактик в смысле преобладания слабых при продвижении к краю. Галактики всех морфологических типов в среднем становятся ярче на некотором расстоянии от центра скопления ($r \sim 1^{\circ}$).

Автор глубоко благодарен руководству Центрального института астрофизики Германской АН в Берлине за предоставление возможности наблюдать на двухметровом телескопе Таутенбургской обсерватории, д-ру Ф. Бёрнгену за содействие в наблюдениях и академику В. А. Амбарцумяну за полезную дискуссию.

Бюраканская астрофизическая обсерватория

MORPHOLOGY OF GALAXIES IN THE CLUSTERS. I. THE CLUSTER A262

A. T. KALLOGHLIAN

On the plates obtained with two-meter telescope of the Tautenburg observatory morphological types of galaxies in the cluster Abell 262 have been determined. The plates of one meter Shmidt type telescope of the Byurakan observatory and Palomar charts were also used. Seventy five per cent of all the galaxies brighter than 16.8 mag. are spirals of both types (S and SB), while only $20^{0}/_{0}$ are ellipticals or S0 galaxies. Among spirals 80 $^{0}/_{0}$ are normal, the remainders are barred spirals. A well marked segregation of morphological types exists in the cluster: the outer parts of it consist almost entirely of spiral galaxies. The dis-

морфология галактик в скоплениях. І

persion of integral magnitudes of barred spirals is about half of that of normal spirals. This must be due to the fact that the bars occur in the relatively brighter galaxies. There is no segregation of faint and bright galaxies in the sense of predominance of fainters at the boundaries of the cluster. On the contrary there is a definite increase of the average brightness of all types of galaxies at some distance from the cluster center.

ЛИТЕРАТУРА

H. J. Rood, W. A. Baum, A. J., 72, 398, 1967.
 G. R. Burbidge, E. M. Burbidge, Ap. J., 130, 629, 1959.
 G. Abell, Ap. J., Suppl. ser., No. 31, 211, 1958.
 A. Т. Каллоглян, Сообщ. Бюр. обс., 40, 3, 1969.
 G. de Vaucouleurs, Ap. J., Suppl. ser., No. 74, 31, 1963.
 A. Т. Каллоглян, Астрофизика, 7, 189, 1971.

51



академия наук армянской сср АСТРОФИЗИКА

TOM 8	февраль, 1972	ВЫПУСК 1	
- 12		and the second second	

К ТЕОРИИ РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛООБМЕНА В ПОЛИТРОПНЫХ АТМОСФЕРАХ

в. п. гринин

Поступила 10 сентября 1971 Пересмотрена 8 октября 1971

На основе линеаризованного уравнения топлопроводности исследуется температурный режям в политропных атмосферах, возмущаемых сосредоточенными источниками тепла. Наряду с оптической неоднородностью атмосферы учитывается возмущение со оптических свойств. Получены формулы, определяющие температурное возмущение, создаваемое стационарным точечным источником тепла. Для случая нестационарных возмущений приводятся соотношения, определяющие скорость распространения тепловых волн. Показано, что скорость движения тепловой волны в глубь атмосферы V_s убывает обратно пропорционально шкале давлений: $V_z \sim P_g^{-1}(z)$. По такому же закону проясходит движение фронта волны в радиальном направления. Определяется среднее время выхода внергии из слоя, расположенного на некотором расстояния z_o от границы атмосферы наружу. Приводятся основные характеристики температурных возмущений для атмосферы Солнца.

Введение. Задача о радиационном теплообмене в среде, находящейся под действием возмущающих источников тепла, возникает при решении ряда проблем физики атмосфер звезд и планет и рассматривалась в работах [1—6]. Процесс распространения тепла в холодной среде с учетом изменения ее теплопроводности, а также близкие в математическом отношении вопросы теории фильтрации жидкостей исследовались в работах Я. Б. Зельдовича и А. С. Компанейца [1], Г. И. Баренблатта [2], Р. Маршака [3]. Решение отдельных задач и более подробную библиографию на вту тему можно найти в книге Я. Б. Зельдовича и Ю. П. Райзера [7].

В значительно меньшей степени исследован радиационный теплообмен в условиях звездных атмосфер, то есть в среде с градиентом температуры и отличным от нуля потоком излучения. Здесь следует прежде всего отметить работу В. В. Соболева [4], посвященную определению среднего времени выхода энергии из центра звезды наружу, а также работу Л. Хеньи и Дж. Лекьера [5], посвященную определению временной шкалы диффузии энергии в недрах звезд.

Основная особенность радиационного теплообмена в звездных атмосферах состоит в том, что наряду с оптической неоднородностью среды уже в линейном относительно возмущения приближении необходимо учитывать изменения ее оптических свойств. Влияние этих двух факторов особенно сильно сказывается в поверхностных слоях атмосферы, поскольку здесь характерные размеры температурных возмущений, как правило, того же порядка, что и характерный масштаб температурной неоднородности среды. Поэтому именно этот случай был рассмотрен в работе автора [6], где на основе одномерного уравнения теплопроводности исследовались основные характеристики плоских тепловых волн в политропных атмосферах.

Представляет интерес (в частности, в связи с изучением температурных возмущений в атмосфере Солнца) рассмотрение соответствующих трехмерных задач с сосредоточенными источниками тепла. Решению некоторых из них посвящена пастоящая работа. В первой ее части рассматривается радиационный теплообмен в атмосфере, возмущаемой стационарным точечным источником тепла. Полученные здесь результаты частично используются во второй части работы при исследовании нестационарных возмущений.

1. Основные уравнения. В состоянии лучистого равновесия перенос энергии в атмосфере определяется уравнением теплопроводности

$$\nabla \cdot K_0 \nabla T_0 = 0, \tag{1}$$

где K_0 — коэффициент лучистой теплопроводности: $K_0 = 16 \sigma T_0^3/3 x_0 \rho_0$, σ — константа излучения, x_0 — коэффициент поглощения на 1 г вещества, T_0 и ρ_0 — температура и плотность в невозмущенном состоянии.

Допустим теперь, что в среде имеются возмущающие источники тепла мощностью q(r, t), создающие температурное возмущение *T*. Предполагая возмущение малым $(T/T_0 \ll 1)$, в уравнении (1) выполним линеаризацию относительно *T*:

$$\nabla \cdot K_0 \left(a \, \frac{T}{T_0} \, \nabla T_0 + \nabla T \right) + q = \frac{\partial E}{\partial t}. \tag{2}$$

Здесь параметр а характеризует реакцию среды на температурное возмущение: $a = (d \ln K_0/d \ln T_0)_n$. Величина E представляет собой

РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ПОЛИТРОПНЫХ АТМОСФЕРАХ 55

полную внутреннюю энергию в 1 см³: $E = E_{\tau} + E_{r}$, где E_{τ} и E_{r} соответственно тепловая и лучистая энергия в 1 см³ и, следовательно,

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \left(\rho_0 c_v + \frac{16 \sigma}{c} T_0^3 \right) \frac{\partial T}{\partial t}.$$
(3)

В этом выражении принято, что процесс распространения тепла происходит в неподвижной среде, плотность которой не меняется с течением времени. Как известно, это условие выполняется в тех случаях, когда скорость распространения тепловой энергии *v*, значительно превышает скорость звука в среде *v*₃₈. В противном случае, то есть при *v*₃₈ » *v*_r, практически одновременно с изменением температуры среды происходит выравнивание давления. Поэтому все производные от термодинамических величин (в частности, удельную теплоемкость в выражении (3)) необходимо брать при постоянном давлении.

В условиях звездных атмосфер вклад тепловой и лучистой энергий в полную энергию неодинаков и зависит от соотношения газового p_g и лучистого p, давлений. В атмосферах с преобладающим газовым давлением ($p_g \gg p_r$) изменение полной внутренней энергии происходит в основном за счет изменения температуры вещества. Наоборот, в атмосфере с $p_r \gg p_g$ (горячие гиганты и сверхгиганты [8]) величина $E \simeq E_r$ и изменение полной внутренней энергии происходит в основном за счет изменения плотности радиации.

Используя терминологию, введенную В. В. Соболевым [4], можно сказать, что в первом случае в процессе диффузии основную часть времени излучение проводит в поглощенном состоянии, во втором случае — в пути между последовательными рассеяниями.

Рассмотрим сначала радиационный теплообмен в атмосферах, возмущенных стационарным точечным источником тепла $(\partial E/\partial t = 0)$. Поскольку в этом случае температурное возмущение обладает аксиальной симметрией, в уравнении (2) удобно использовать цилинарическую систему координат (z, r); эдесь z — расстояние по нормали к слоям, отсчитываемое от границы в глубь атмосферы, r—расстояние до оси симметрии. Для определения функции $K_0(z)$ и параметра a, характеризующих степень оптической неоднородности атмосферы и ее реакцию на температурное возмущение, так же, как и в предыдущей работе [6], примем, что коэффициент поглощения на единицу массы определяется соотношением $x_0 \sim p_0^l T_0^s$, где l и s—постоянные параметры. В этом случае параметр $(a)_v = 3 - s$. Кроме того, из уравнений лучистого и гидростатического равновесия, а также из уравнения состояния следует (см., например, [9]), что в глубоких слоях атмосферы давление и плотность связаны между собой политропной зависимостью: $P_0 \sim p_0^{\Gamma}$; $T_0 \sim p_0^{\Gamma-1}$, где Γ — политропный индекс: $\Gamma = (4 + l - s)/(3 - s)$. С учетом этого получаем, что в указанной области атмосфера характеризуется следующими свойствами: $K_0 = \text{const}$; $T_0 \sim z$. Для того, чтобы включить в рассмотрение также поверхностные слои атмосферы, расширим класс политропных зависимостей допустив, что индекс политропы является произвольным. Очевидно, что такое допущение эквивалентно введению некоторого параметра µ, характеризующего поведение коэффициента лучистой теплопроводности: $K_0(z) \sim z^{\mu}$. В этом случае, согласно уравнению (1),

$$K_0(z) \sim z T_0^{-1}(z),$$
 (4)

а так как температура $T_0(z)$ является монотонно возрастающей функцией расстояния z, то отсюда следует, что параметр μ должен удовлетворять неравенству $\mu < 1$.

Принимая во внимание соотношение (4), в уравнении (2) перейдем к относительному температурному возмущению $\theta = T/T_0$. Если далее исключить из рассмотрения ближайшую окрестность источника радиусом порядка средней длины пролета кванта, то в оставшейся области* можно пренебречь излучением, приходящим непосредственно от источника. С учетом этого уравнение (2) примет вид

$$(1+2\gamma)\frac{1}{z}\frac{\partial\theta}{\partial z}+\Delta\theta=0.$$
 (5)

Здесь

$$\nu = \frac{1}{2} (1 + \alpha) (1 - \mu), \qquad (6)$$

△ — оператор Лапласа в цилиндрической системе координат:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right).$$

Сравнение уравнений (2) и (5) показывает, что запись уравнения теплопроводности в относительных отклонениях θ в политропных атмосферах обладает по крайней мере двумя преимуществами по сравнению с обычной формой записи (2). Во-первых, уравнение (5) не содержит в явном виде коэффициента лучистой теплопроводности $K_0(z)$. Во-вторых, из него следует, что характер изменения величины θ зависит только от одного параметра v, который связан с параметрами *а* и μ соотношением (6).

• Эта область, по существу, совпадает с областью прихелимости уравнения теплопроводности.

РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ПОЛИТРОПНЫХ АТМОСФЕРАХ 57

Следует отметить, что в некоторых случаях (см., например, [6]) вместо уравнения теплопроводности (2) или эквивалентного ему уравнения (5), определяющих температурное возмущение T, используется уравнение, описывающее возмущение поля излучения в среде. Последнее уравнение получается из уравнения (2), если в нем перейти к возмущению функции источника ($S_0 \sim T_0^4$; $S \sim 4T_0^3 T$) и безразмер-

ным оптическим расстояниям с и ρ : $\tau = \sqrt{3} \int_{0}^{z_0} (z) dz; \rho = \sqrt{3} z_0(0) r.$

Можно показать, что в атмосфере с $K_0(z) \sim z^{\mu}$ переменные (z, r) и (z, p) связаны между собой соотношением

$$\frac{z}{z} = 4 (1-\mu) \frac{z}{2} \frac{1}{\rho}$$
(7)

2. Метод решения. К уравнению (5) необходимо добавить еще соответствующие граничные условия. Однако специфика задачи состоит в том, что в общем случае (при произвольном значении параметра a) условие на границе z = 0 нам неизвестно. Вместо этого воспользуемся следующим приемом: введем в рассмотрение функцию $\theta(z)$, определяемую соотношением

$$\theta(z) = 2\pi \int_{0}^{\infty} \theta(z, r) r dr \qquad (8)$$

и представляющую собой решение соответствующей задачи с плоским источником. В предыдущей работе [6] для определения функции $\theta(z)$ было получено одномерное интегральное уравнение, решение которого может быть легко найдено при любом расположении источников в среде. Поэтому функцию $\theta(z)$ можно считать известной, а соотношение (8) следует рассматривать как недостающее нормированное соотношение, содержащее в неявном виде условие на границе z = 0. В частности, из него можно определить структуру предполагаемого решения $\theta(z, r)$. Если $\theta(z)$ — одно из двух линейно-независимых решений задачи с плоским источником, то из (8) следует, что соответствующее решение в случае точечного источника должно иметь вид

$$\theta(z, r) = \frac{\theta(z)}{2\pi r^2} f(\xi'), \qquad (9)$$

В. П. ГРИНИН

где ξ' — безразмерная переменная: $\xi' = z/r$, и функция $f(\xi')$ нормирована так, что

$$\int_{0}^{\infty} f(\xi') \frac{d\xi'}{\xi'} = 1.$$
⁽¹⁰⁾

Очевидно, что, используя такой прием, мы тем самым ограничиваем множество допустимых решений $\theta(z, r)$ классом функций, убывающих при $r \to \infty$ быстрее, чем r^{-2} . Однако, как будет показано ниже, это условие выполняется, по-видимому, во всех атмосферах, для которых приближение чисто радиаттивного переноса энергии можно считать разумным приближением.

Для нахождения решения уравнения (5) воспользуемся методом интегральных преобразований. Применим к нему преобразование Ганкеля нулевого порядка K_0 [10], которое обладает тем свойством, что преобразует радиальную составляющую оператора Лапласа по формуле $K_0(\Delta_r) = -k^3$, где k — параметр преобразования. В результате получим уравнение

$$(D^{2}+2vD+k^{2}z^{2}) \theta(z, k) = 0, \qquad (11)$$

где D = z (d/dz). В пределе, при $k \to 0$ это уравнение переходит в уравнение, соответствующее плоскому возмущению. Учитывая это, вместо (8)—(10) можем написать $\theta(z, k) = (2\pi)^{-1} \theta(z) f(z)$, где z = zk, и функция f(z) такая, что $\lim_{x \to 0} f(z) = 1$.

Наконец, следует отметить, что решение уравнения (11), являющееся для нас промежуточным звеном, тесно связано с решением задачи для случая возмущающего источника типа плоской волны: $q \sim \exp(ik_x x + ik_y y)$, где $k = \sqrt{k_x + k_y^2}$ — поперечное волновое число, $r^2 = x^2 + y^2$. Действительно, представляя возмущение $\theta(z, r)$ в виде $\theta(z, r) \sim \theta(z, k) \exp(ik_x x + ik_y y)$ и подставляя это выражение в уравнение (5), получаем, что зависящая от глубины z компонента $\theta(z, k)$ должна удовлетворять уравнению (11).

3. Стационарные возмущения в политропных атмосферах. Общее решение уравнения (11) имеет следующий вид:

$$\theta(z, k) = z^{-\gamma} [C_1(k) I_{\gamma}(\xi) + C_2(k) K_{\gamma}(\xi)].$$
(12)

Здесь I, и K_{v} — модифицированные функции Бесселя. Для определения входящих в (12) неизвестных функций C_{1} и C_{2} воспользуемся нормировочным соотношением, полученным в предыдущем разделе. Рас-

РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ПОЛИТРОПНЫХ АТМОСФЕРАХ 59

смотрим сначала случай, когда источник возмущения находится на границе атмосферы.

a) q (r) ~ (r). В этом случае, согласно [6], решение соответствующей одномерной задачи имеет вид

$$\theta(z) \sim z^{-2\nu}. \tag{13}$$

Отбрасывая в (12) экспоненциально возрастающее на бесконечности решение ($C_2 = 0$), с учетом сказанного выше получаем

$$\theta(z, k) = \frac{\theta(z)}{\pi\Gamma(v)} \left(\frac{\xi}{2}\right)^{*} K_{v}(\xi), \qquad (14)$$

где Г — гамма-функция. После обращения это дает

$$\theta(z, r) = \frac{\nu \theta(z)}{\pi r^2} \left(\frac{z}{R}\right)^{2*} \sim R^{-2-2*} .$$
 (15)

Здесь R — расстояние от источника: $R^2 = z^2 + r^2$.

Из выражения (15) прежде всего следует, что применение нормировочного соотношения (8), связывающего решения задач с точечным и плоским источниками, возможно лишь при условии, что величина у > 0. Поскольку µ<1, то, согласно (6), для выполнения этого условия необходимо, чтобы величина а удовлетворяла неравенству: a > -1. Этот вывод, по-существу, следует из решения задачи с плоским источником (13), так как при v < 0 относительное температурное возмущение $\theta(z)$ с удалением от границы монотонно возрастает, что приводит к нарушению условия линеаризации исходного уравнения теплопроводности. Такая реакция атмосферы на температурное возмущение вполне понятна: при a < -1 повышение температуры приводит к быстрому уменьшению коэффициента лучистой теплопроводности. В результате возмущенная область частично экранирует внутренние, более горячие слои атмосферы, что в конечном счете и приводит к ее перегреву. Следует, однако, отметить, что условия, подобные описанным выше, могут иметь место лишь в атмосферах холодных звезд с T_{эфф} ~ 3000°, в которых, как известно, большую роль в переносе энергии играет конвекция. По этой причине сделанные выше выводы требуют дальнейшего уточнения.

Учитывая это, ограничимся исследованием радиационного теплообмена в атмосферах с a > -1. Рассмотрим кратко основные свойства полученного решения.

Из (15) следует, что независимо от значений параметров α и μ относительное температурное возмущение в политропной атмосфере с источником на границе сферически симметрично в полупростран-

стве $z \ge 0$. При этом скорость убывания возмущения $\theta(R)$ с удалением от источника определяется тремя факторами: выходом излучения через границу, оптической неоднородностью среды и возмущением ее оптических свойств. Очевидно, что в "чистом виде" влияние границы сказывается тогда, когда коэффициент лучистой теплопроводности в среде постоянен ($\mu = 0$) и не меняется при температурном возмущении (a = 0). В этом случае, согласно (6), величина v = 1/2 и, следовательно, $\theta(R) \sim R^{-3}$ (напомним, что в бесконечной среде $\theta \sim R^{-1}$). При этом, согласно (2), уравнение баланса энергии совпадает с уравнением Лапласа: $\Delta T = 0$, а это означает, что при a = 0 и $\mu = 0$ радиационный теплообмен в политропных атмосферах происходит точно так же, как и в однородной изотермической среде.

Последний случай был рассмотрен ранее Дж. П. Эллиотом [11], получившим точное решение задачи о диффузии нейтронов в однородной полубесконечной атмосфере с точечным источником. Сравнение результатов показывает, что температурному возмущению T при $\mu = a = 0 (T \sim z R^{-13})$ в [11] соответствует первый член в асимптотическом разложении, определяющем плотность нейтронов в аналогичной задаче.

В случае, если a < 0, повышение температуры приводит к уменьшению теплопроводности среды. В результате излучение, идущее из более глубоких слоев атмосферы, частично экранируется возмущенной областью и стремится обойти ее. Это приводит к более медленному спаду температурного возмущения по сравнению со случаем, когда a = 0. Наоборот, при a > 0 в окрестности источника образуется область с повышенной теплопроводностью, которая способствует выходу избыточного излучения. Следствием втого будет более быстрый спад температурного возмущения.

К тому же результату приводит уменьшение параметра µ, то есть переход к атмосферам с более быстрым уменьшением теплопроводности с глубиной.

Пусть теперь источник возмущения находится в самой атмосфере на некотором расстоянии z_* от границы.

б) $q(r) \sim \delta(r - r_*)$. Следуя [6], можно показать, что решение соответствующей одномерной задачи в этом случае имеет вид

$$\theta(z_*, z) \sim \begin{cases} \left(\frac{z_*}{z}\right)^{2*} + Az^{-2*} & \text{при } z > z_*, \\ 1 + Az^{-2*} & \text{при } z \leqslant z_*, \end{cases}$$
(16)

где A — некоторая константа, зависящая от параметров a и μ , а так-

же от значения средней длины пролета кванта L на границе атмосферы $(L = 1/\sqrt{3} \alpha_0)$. Используя его в нормировочном соотношении $\lim_{k \to 0} \theta(z_*, z, k) = \frac{\theta(z_*, z)}{2\pi}$, из общего решения (12) получаем

$$\theta(z_*, z, k) \sim \left(\frac{\xi_*}{\xi}\right)^* \times \begin{cases} f(\xi_*, \xi) & \text{при } z > z_* \\ f(\xi, \xi_*) & \text{при } z \leqslant z_* \end{cases}$$
(17)

Здесь

$$f(\xi, \xi_*) = K_{\nu}(\xi_*) \left[\nu I_{\nu}(\xi) + 2A\Gamma^{-2}(\nu) z^{-2\nu} \left(\frac{\xi}{2}\right)^{2\nu} K_{\nu}(\xi) \right]$$
(18)

В общем случае выражение (17) в замкнутом виде не обращается. Поэтому ограничимся исследованием асимптотик.

Рассмотрим сначала температурное возмущение в области $z \gg L$ и $z^* \gg L$. В этом случае основной вклад в (18) вносит первый член в квадратных скобках: $f(\xi, \xi_x) \simeq v K_{v1}(\xi_*) I$, (ξ). С учетом этого после обращения получаем

$$\theta(z_*, z, r) \sim z_*^{-2} \left(\frac{z_*}{z}\right)^{1+\nu} \frac{(u-\sqrt{u^2-1})^{\nu}}{\sqrt{u^2-1}},$$
 (19)

где

$$2u = \frac{z}{z_{*}} + \frac{z_{*}}{z} + \frac{r^{2}}{zz_{*}}$$
(20)

Отсюда следует, что в окрестности источника ($R \ll z_*$, $u - 1 \ll 1$) поведение температурного возмущения определяется соотношением $\theta(z_*, R) \sim (z_*R)^{-1}$ и не зависит от параметра у.

В промежуточной области, при $R \sim z_*$, на поведение температурного возмущения начинает сказываться влияние границы, а также (через параметр v) неоднородность атмосферы и возмущение ее оптических свойств. Для иллюстрации характера этого влияния на графиках рис. 1 приведены линии постоянных значений величины θ , полученные на основании формулы (19) для трех значений параметра v = 0, 3, 5.

Мы видим, что общим свойством семейства кривых во всех трех случаях является их вытянутость по направлению к границе атмосферы. При v = 0 линии $\theta = \text{const}$ образуют так называемые "овалы Кассини", и это свойство выражено довольно слабо. С увеличением параметра v линии $\theta = \text{const}$ становятся более вытянутыми. Одновременно с этим происходит смещение центра тяжести возмущенной области из точки, где находится источник, по направлению к границе атмосферы. Такое поведение температурного возмущения обусловлено тем, что, согласно (б), увеличению параметра у соответствует либо переход к атмосферам с более быстрым уменьшением коэффициента теплопроводности с глубиной, либо переход к атмосферам, в которых повышение температуры приводит к более заметному повышению теплопроводности. По этой причине отток тепла из возмущенной области, который происходит преимущественно в направлении наименьшей непрозрачности, приводит к наблюдаемой на рис. 1 деформации границ возмущенной области.



Рис. 1. Линии постоянных значений относительного температурного возмущения (0 = const) для трех значений параметра v = 0, 3, 5.

Наконец, в области $R \gg z_*$ температурное возмущение, согласно формуле (19), определяется соотношением $\theta(z_*, R) \sim z_*^{2*} R^{-2-2*}$, то есть ведет себя так же, как и в задаче с источником на границе.

Рассмотрим теперь температурный режим в поверхностных слоях атмосферы, считая по-прежнему $z_* \gg L$. В этом случае при обращении функции $\theta(z_*, z, k)$ основной вклад вносит область интегрирования, в которой $\xi \ll 1$. Заменяя в этой области функции Бесселя *I*, и *K*,, стоящие в квадратных скобках выражения (18), соответствующими асимптотическими разложениями, после обращения получаем

$$\theta(x_*, 0, r) \sim z_*^{-2} \left(1 + \frac{r^2}{x_*^2}\right)^{-1-v}$$
 (21)

Таким образом, температурное возмущение на границе атмосферы в точке, лежащей на оси симметрии, обратно пропорционально квадрату расстояния z_* . При этом скорость спада возмущения с удалением от оси симметрии определяется параметром у. Если в качестве эффективного радиуса возмущенной области принять расстояние, на котором температурное возмущение уменьшается в два раза, то согласно формуле (21) $r_{aфф} \simeq z_* / \sqrt{1 + y}$.

На этом мы заканчиваем рассмотрение радиационного теплообмена в атмосферах, возмущаемых стационарными источниками тепла, и переходим к исследованию нестационарных возмущений.

РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ПОЛИТРОПНЫХ АТМОСФЕРАХ 63

4. Тепловые волны. Начнем с рассмотрения радиационного теплообмена в атмосферах с преобладающим газовым давлением $(p_g \gg p_r)$ — случай, который осуществляется в атмосферах большинства звезд главной последовательности. Будем считать, что температурное возмущение вызвано мгновенным точечным источником: $q(r, t) \sim c(r - r_*) \delta(t)$. Исключая из рассмотрения ближайшую окрестность источника радиусом порядка средней длины пролета кванта, уравнение баланса энергии можно записать в виде

$$(1+2\nu)\frac{1}{z}\frac{\partial\theta}{\partial z}+\Delta\theta=\chi_0^{-1}(z)\frac{\partial\theta}{\partial t}.$$
 (22)

Здесь λ_0 — коэффициент лучистой температуропроводности: $\lambda_0 = K_0/\rho_0 c_v$. В политропных атмосферах это есть, очевидно, степенная функция расстояния z: $\lambda_0(z) \sim z^{\intercal}$, где γ — некоторая константа, зависящая от индекса политропы Γ и параметра μ . Принимая во внимание соотношение (4), получаем

$$\lambda_0(z) \sim z p^{-1}(z), \qquad (23)$$

а так как в силу условия гидростатического равновесия давление в атмосфере всегда монотонно возрастает, то отсюда следует, что величина $\gamma < 1$.

Так же, как и в случае стационарных возмущений, недостающее условие на границе z = 0 заменим нормировочным соотношением

$$\theta(z) = 2\pi \int_{0}^{\infty} dt \int_{0}^{\infty} \theta(z, r, t) r dr. \qquad (24)$$

Используя это соотношение, определим структуру решения $\theta(z, r, t)$. Из величин z, r, t и χ_0 можно образовать две независимые безразмерные комбинации: $\xi' = z/r$ и $\lambda' = z^2/\chi_0(z) t$. Поэтому с учетом (24) Функцию $\theta(z_*, r, t)$ можно записать в виде

$$\theta(z, r, t) = \frac{\theta(z)}{2\pi r^2} t^{-1} f(\xi', \lambda'), \qquad (25)$$

где функция f нормирована так, что

$$\int_{0}^{\infty} \frac{d\xi'}{\xi'} \int_{0}^{\infty} f(\xi', \lambda') \frac{d\lambda'}{\lambda'} = 1.$$
 (26)

Допустим сначала, что источник температурного возмущения находится в поверхностных слоях атмосферы: $q(r, t) \sim \delta(r) \delta(t)$, коэффициент лучистой температуропроводности которой постоянен ($\chi_0 = \text{const}$). В этом случае уравнение (22) допускает решение в замкнутой форме. Для его нахождения так же, как и в предыдущем случае, воспользуемся методом интегральных преобразований. К уравнению (22) применим преобразование Лапласа L по переменной t. Поскольку в рассматриваемой области в начальный момент времени возмущение равно нулю, то применение оператора L к производной d/dt дает L(d/dt) = p, где p— параметр преобразования Лапласа. Применяя далее к нему преобразование Ганкеля K_0 , мы получим обыкновенное дифференциальное уравнение типа уравнения Бесселя. Согласно (24)—(26), решение этого уравнения должно иметь вид: $\theta(z, k, p) = (2\pi)^{-1}\theta(z) f(\xi, \lambda)$, где $\xi = kz$, $\lambda = z^2 p/_0^{-1}$ и функция f такая, что $\lim_{\xi, \lambda = 0} f(\xi, \lambda) = 1$. Принимая это во внимание, после обращения

получаем

$$\theta(R, t) \sim t^{-2-\nu} \exp\left(-\frac{R^2}{4\chi_0 t}\right)$$
 (27)

Из этого выражения следует, что в атмосфере с $\chi_0 = \text{const}$ волна излучения распространяется в глубь атмосферы изотропно во всех направлениях со скоростью

$$V_{R} = \sqrt{2 + \nu} \left(\frac{\chi_{0}}{t}\right)^{1/2} = 2(2 + \nu)\chi_{0}R^{-1}$$
(28)

так, что фронт волны остается все время сферически симметричным относительно центра возмущения. Кроме того, из формулы (27) следует, что профиль тепловой волны (пространственное сечение в фиксированный момент времени) в атмосфере с градиентом температуры и $\chi_0 = \text{const}$ ничем не отличается от профиля тепловой волны, распространяющейся в изотермической среде.

В общем случае, при произвольных значениях параметра γ уравнение (22) в замкнутом виде не решается. Тем не менее, используя представления функции $\theta(z, r, t)$ в виде (25), можно выяснить основные характеристики тепловых волн и для этого случая. Действительно, из выражения (25) следует, что координаты фронта тепловой волны, распространяющейся от источника в глубь атмосферы, определяются соотношениями $z_{\phi} \sim r_{\phi} \simeq (\chi_0(z) t)^{1/2}$. Отсюда получаем, что скорость движения фронта волны в глубь атмосферы по порядку величины равна

$$V_{s} \simeq (\chi_{0}(z)/t)^{1/2} \sim z^{-1} \chi_{0}(z) \sim z^{\tau-1}.$$
 (29)

РАДИАЦИОННЫИ ТЕПЛООБМЕН В ПОЛИТРОПНЫХ АТМОСФЕРАХ 65

По такому же закону изменяется скорость движения фронта волны в радиальном направлении:

$$V_r \sim r^{\gamma - 1}.\tag{30}$$

Из соотношений (23) и (29) видно, что скорость V_z изменяется обратно пропорционально шкале давлений в атмосфере: $V_z \sim p^{-1}(z)$. Отсюда следует, что процесс распространения тепловых волн в глубь атмосферы происходит с замедлением.

Для оценки максимального значения скорости распространения излучения v_r можно воспользоваться следующим очевидным соотношением: $v_r = L/t_r$. Здесь t_r — характерное время релаксации оптически тонкой температурной флуктуации. Согласно Е. А. Шпигелю [12], величина $t_r = c_v/16 \pi_0 T_0$, где z — константа излучения. Отсюда получаем, что с точностью до множителя, близкого к единице, $v_r = cp_r/p_g$, где c — скорость света.

Очевидно, что наряду с изменением скорости движения будет происходить деформация фронта волны, характер которой также зависит от поведения коэффициента лучистой температуропроводности среды. В атмосферах с $\gamma > 0$, в которых величина $\chi_0(z)$ растет с глубиной, скорость движения фронта в глубь атмосферы будет больше скорости движения в радиальном направлении ($V_z > V_r$). В этом случае фронт тепловой волны будет вытянут в направлении оси z. Наоборот, при $\gamma < 0$ имеет место обратное неравенство: $V_z < V_r$. В результате тепловая волна будет вытянута в радиальном направлении.

Наконец, из формулы (28) следует, что наряду с оптической неоднородностью среды, скорость распространения тепла в атмосфере зависит также от характера возмущения ее оптических свойств. Просветление среды повышает скорость движения тепловой волны и, наоборот, повышение непрозрачности приводит к уменьшению ее.

5. Свечение газа за фронтом волны. Зная скорость движения тепловой волны по поверхности атмосферы V_r , можно определить характер высвечивания поверхностных слоев в области за фронтом волны. Действительно, из предыдущей работы [6] нам известно поведение возмущенной составляющей потока излучения для случая плоского возмущения на границе: $\overline{H(t)} \sim t^{-1-\beta}$, где $\beta = 2\nu/(2-\gamma)$; с другой стороны,

$$H(t) = 2\pi \int_{0}^{\infty} H(r, t) r dr = \pi r_{\phi}^{2} \overline{H(t)}.$$
 (31)

Принимая во внимание, что $r_{\phi} \sim t^{1/(2-\gamma)}$, отсюда получаем

$$\overline{H(t)} \sim t^{-1-\beta - \frac{2}{2-\gamma}}.$$
(32)

Из этого выражения видно, что при прочих равных условиях высвечивание газа происходит быстрее, если с повышением температуры происходит просветление среды и наоборот. Далее, так как по условию задачи величина γ ограничена неравенством $\gamma < 0$, то, согласно (32), наиболее быстрый спад возмущения с учетом диффузии тепла в радиальном направлении будет соответствовать закону $\overline{H(t)} \sim t^{-3-3}$. Отсюда следует, что изменение возмущенной составляющей потока излучения на границе атмосферы в случае сосредоточенных источников тепла ограничено неравенством

$$t^{-3-\beta} < \overline{H(t)} < t^{-1-\beta}. \tag{33}$$

В частности, полагая в формуле (32) $\gamma = 0$, получаем, что в атмосфере с $\chi_n = \text{солst}$ величина $\overline{H(t)} \sim t^{-2-\gamma}$, что находится в согласии с выражением (27).

6. Среднее время выхода энергии из среды. Обратимся теперь к случаю, когда источник возмущения находится в самой атмосфере, на некотором расстоянии z_* от границы: $q(r, t) \sim (r - r_*) \delta(t)$, и ограничимся здесь определением средних характеристик тепловых волн, таких, как среднее время \overline{t} выхода энергии из точки z_* и средняя скорость движения фронта волны \overline{V}_{ψ} .

По определению

$$\overline{t} = \frac{\int_{0}^{\infty} r dr \int_{0}^{\infty} H(r, t) t dt}{\int_{0}^{\infty} r dr \int_{0}^{\infty} H(r, t) dt} = \frac{\int_{0}^{\infty} H(t) t dt}{\int_{0}^{\infty} H(t) dt}$$
(34)

Подставляя сюда выражение для потока излучения, полученное в [6],

$$H(t) = -\frac{d}{dt} \int_{0}^{\infty} \rho_0 c_v T(z, t) dz, \qquad (35)$$

где T(z, t) — решение соответствующей задачи с плоским источником, получаем

$$\overline{t} = \frac{1}{H} \int_{0}^{\infty} \varphi_{0} c_{v} T(z) dz = \frac{E}{H}.$$
(36)

Таким образом, для определения среднего времени выхода энергии из какой-либо точки атмосферы достаточно найти температурное возмущение T(z), создаваемое стационарным плоским источником, расположенным на таком же расстоянии от границы. Из формулы (36) видно, что среднее время \bar{t} равно отношению дополнительной внутренней энергии E, которую получает атмосфера при заданном расположении источников тепла, к соответствующему приращению потока излучения на границе H. Подставляя в нее выражение (16) для температурного возмущения T(z), получаем при $z \gg L$

$$\overline{t} = z^* \lambda_0^{-1}(z) \sim z^{2-1}.$$
(37)

Это соотношение справедливо при условии $\beta > 1$, которое, как легко понять, обеспечивает сходимость интеграла в числителе формулы (34). Если оно не выполнено, то в этом случае возмущенная составляющая потока излучения на границе H(t) при $t \to \infty$ убывает медленнее, чем t^{-2} и величина $\overline{t} = \infty$.

Следует отметить, что для грубых оценок можно обойтись без нахождения функции T(z). Учитывая физический смысл соотношения (36), в нем можно заменить величины H и T соответствующими невозмущенными значениями H_0 и T_0 (аналогичный прием был использован в работе В. В. Соболева [4] при оценке среднего времени выхода внергии из центра звезды наружу). Заменяя также верхний предел интегрирования в (36) на получаем, что характерное время температурной релаксации слоя толщиной z_* по порядку величины равно

$$\overline{t} = \frac{1}{H_0} \int_0^{t} \rho_0 c_v T_0(z) dz \simeq H_0^{-1} z_* P_z(z_*).$$
(38)

Очевидно, что соотношение (38) может быть использовано также и в тех случаях, когда перенос энергии в атмосфере осуществляется путем конвекции. Из него, в частности, следует, что средняя скорость движения тепловой волны от источника к границе обратно пропорциональна шкале давлений в атмосфере: $V_{\phi} \sim p^{-1}(z_{*})$, что находится в согласии с полученным ранее результатом (29).

В. П. ГРИНИН

7. Тепловые волны в атмосферах с $p_r \gg p_g$. Как уже отмечалось в начале статьи, изменение внутренней энергии в таких атмосферах происходит в основном за счет изменения плотности радиации. Принимая это во внимание, нетрудно показать, что уравнение баланса энергии в этом случае совпадает с уравнением (34) с той лишь разницей, что теперь в правой части уравнения будет стоять выражение $\frac{16}{c} z^{-1} T_0 \frac{\partial \theta}{\partial t} \sim z^3 K_0^{-4}(z) \frac{\partial \theta}{\partial t}$. Следовательно, все характеристики тепловых волн для атмосфер с преобладающим газовым давлением после замены $\tilde{i} \rightarrow 4\mu - 3$ переносятся на случай, когда $p_r \gg p_s$.

8. Атмосфера Солнца. Полученные выше представления о характере температурных возмущений рассмотрим применительно к атмосфере Солнца. Согласно данным бильдербергской модели [13], она характеризуется следующими значениями параметров: (a)_p = 0.4; µ ≈ - 1.3; т ≈ - 4.5; v ≈ 2.75, которые представляют собой результат усреднения по всей атмосфере. При этом значение параметра (а), получено на основе расчетов коэффициента поглощения Э. Бем-Витензе [14]. Подставляя значение параметра и в выражение (9), получаем что в атмосфере Солнца т~ 29.2. Это свидетельствует о чрезвычайно быстром росте непрозрачности с глубиной и обусловленным этим обстоятельством резким несоответствием геометрических и оптических масштабов в атмосфере. Согласно результатам раздела 3, стационарные температурные возмущения в такой атмосфере должны быть заметно вытянуты по направлению к границе. Как следует из рис. 16, линейный размер возмущений по вертикали (ось z) может в 1.5-2 раза превышать линейный размер по горизонтали.

Другим следствием сильной оптической неоднородности в атмосфере является быстрый спад температурных возмущений на ее поверхности. Так, если источник возмущения находится в самой атмосфере на расстоянии z_* от границы, то, согласно формуле (32), на ее поверхности $\theta(z_*, 0, r) \sim z_*^{-x} (1 + r^*/z_*^2)^{-3.75}$. Если источник находится в поверхностных слоях, то тогда из формулы (22) получаем, что с удалением от него температурное возмущение убывает пропорционально $R^{-7.5}$. Столь быстрое уменьшение температурных возмущений в обоих случаях обусловлено практически полным отсутствием радиационного теплообмена с нижележащими слоями и может быть одной из причин, по которой различного рода образования на Солнце (пятна, поры и т. д.) имеют, как правило, довольно четкие и резкие границы.

At a constant and a most of a loss of

68

РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ПОЛИТРОПНЫХ АТМОСФЕРАХ 69

Соответствующие оценки для случая нестационарных возмущений показывают, что скорость радиационного переноса тепла *v*, на глубине = 1 равна приблизительно 3 км/сек. Это в 2—3 раза меньше скорости звука, составляющей 5—10 км/сек.

Таким образом, в начальные моменты времени фронт тепловой волны распространяется со скоростью $V_{\phi} \simeq V_{,} \simeq 3 \ \kappa m/cek$. Если источник возмущения находится в поверхностных слоях атмосферы, то с удалением от него скорость движения фронта, согласно формуле (46), убывает пропорционально $R^{-5.5}$. Так же, как и в случае стационарных источников такое поведение температурных возмущений обусловлено быстрым ростом непрозрачности с глубиной, вследствие чего температурная релаксация возмущенной области происходит в основном за счет оттока тепла через границу атмосферы.

Тот факт, что движение тепловых волн в атмосфере Солнца происходит с дозвуковыми скоростями, свидетельствует о том, что в процессе распространения температурных возмущений важную роль должны играть газодинамические эффекты, такие, как диссипация акустических шумов и т. д.

Наконец, в табл. 1 приведена временная шкала температурной релаксации в оболочке Солнца, полученная на основе соотношения (38) с использованием данных о давлении p_{α} , приведенных в [15].

Таблица 1

т. км	200	500	103	5.103	104	5.104
t cen	17	2.102	8.103	4.105	2.108	109

Из нее следует, что характерное время релаксации слоя толщиной z_* быстро возрастает от значения $8 \cdot 10^2$ сек при $z_* = 10^3$ до 10^9 при $z_* = 5 \cdot 10^4$ км, т. е. более чем на шесть порядков. Интересно отметить, что согласно этим оценкам одиннадцатилетнему циклу солнечной активности соответствует время температурной релаксации слоя толщиной $z_* = 4 \cdot 10^4$ км. Из современных представлений о структуре оболочки Солнца известно, что именно такого порядка толщина конвективной зоны.

Крымская астрофизическая обсерватория

В. П. ГРИНИН

ON THE THEORY OF THE RADIATION HEAT-EXCHANGE IN THE POLYTROPIC ATMOSPHERES

V. P. GRININ

On the basis of a linearized heat conductivity equation the temperature regime in polytropic atmospheres perturbed by concentrated source of heat is considered. The perturbation of the optical properties of the atmosphere as well as its optical nonhomogeneity is taken into account. The formulae for temperature perturbation, produced by the point heat source are obtained.

The heat-wave propagation velocity relations for the case of nonstationary perturbations are given. It is shown that the velocity of the heat-wave propagation into the atmosphere V varies inversely proportional with the pressure scale: $V_z \sim P^{-1}(z)$. The law of the wave front propagation in the radial direction is of the same form. The mean time of the energy output from the layer, placed at some distance z from the boundary of the atmosphere, is evaluated. The main characteristics of the temperature perturbations in the solar atmosphere are given.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Я. Б. Зельдович, А. С. Компаневц, Сборник, посвященный 70-летию А. Ф. Иоффе, 1950.
- 2. Г. И. Баренблатт, Прикладная математика и механика, 16, 67, 1952.
- 3. R. Marshak, Phys. Fluid., 1, 24, 1958.
- 4. В. В. Соболев, Астрон. ж., 37, 387, 1960.
- 5. L. Henyey, J. L'Equyr, Ap. J., 156, 549, 1969.
- 6. В. П. Гринин, Астрофизика, 7, 5, 1971.
- 7. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, Физика ударных волн, Наука, М., 1966.
- 8. О. П. Голландский, Изв. КрАО, 37, 127, 1964.
- 9. K. H. Bohm, R. Richter, Z. Astrophys., 48, 16, 1959.
- 10. Г. Н. Ватсон, Теория Бесселевых функций, ИЛ., М., 1949.
- 11. J. P. Elliott, Proc. R. Soc., ser. A, 228, 424, 1955.
- 12. E. A. Spiegel, Ap. J., 126, 202, 1957.
- 13. O. Gingerich, C. de Jager, Proc. of the Bilderberg conference, 5, 1968.
- 14. E. Vitense, Z. Astrophys., 28, 6, 1957.
- 15. К. У. Аллен, Астрофизические величины. ИЛ., М., 1960.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 8

ФЕВРАЛЬ, 1972

ВЫПУСК 1

НЕКОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ. II. НЕИЗОТРОПНОЕ РАССЕЯНИЕ

Н. Б. ЕНГИБАРЯН, А. Г. НИКОГОСЯН Поступила 29 января 1971 Поресмотрена 1 июля 1971

Рассматривается линейная задача некогерентного рассеяния в плоскопараллельном слое конечной толщипы, с учетом зависимости функции перераспределения от угла рассеяния и песферичности индикатрисы рассеяния. Функция перераспределения по частотам при данном угле рассеяния аппроксимируется суммой специального вида.

Получаются системы интегральных уравнений, которые в одном частном случае сводятся к решению функциональных уравнений. Некоторые конкретные вычисления проведены в случае доплеровского уширения линии.

При рассмотрении диффузии излучения в спектральной линии следует учесть, что излучаемое некоторым объемом количество энергии в какой-либо частоте зависит от количества, поглощенного данным объемом во всех других частотах. Таким образом, при решении задач переноса лучистой энергии возникает необходимость учета перераспределения излучения по частотам, а поле излучения приходится искать для всех частот одновременно. Поэтому весьма естественно, что целый ряд авторов обращался к вопросу о перераспределении излучения по частотам. Еще в 1944 г. Спитцер [1] привел достаточно полный перечень физических причин, приводящих к некогерентному рассеянию света атомами. Помимо того, целый ряд авторов [2-4] обращался к указанному вопросу, рассматривая при этом различные эффекты, обуславливающие некогерентность рассеяния. В частности, Унно [4], Томасом [5], Фильдом [6] была рассмотрена функция перераспределения по частотам при доплеровском уширении линии, к которой мы не раз будем обращаться в настоящей работе. В последнее время большая работа в этом направлении была проделана Хаммером [7], Хаммером и Авреттом [8], рассмотревшими вопрос некогерентного рассеяния при различных видах функции перераспределения.

На первом этапе развития теории некогерентного рассеяния, естественно, приходилось прибегать к тем или иным упрощениям с тем, чтобы выявить в общих чертах роль процесса перераспределения излучения по частотам. Основным и общепринятым является предположение о полном перераспределении по частотам, заключающееся в допущении полной независимости частот поглощенного и излученного квантов. Функция источника при этом предположении оказывается не зависящей от частоты, что ведет к значительным упрощениям при решении соответствующих задач переноса излучения. По-видимому, предположение о полном перераспределении по частотам является разумным в случае высоких плотностей, когда доминируют эффекты давления. В общем же случае вопрос о том, насколько указанное приближение является близким к реальному закону перераспределения, требует самого тщательного исследования и обсуждался в ряде работ [5, 9].

Другое предположение, являющееся в известном смысле противоположным по отношению к указанному приближению, заключается в допущении неизменности частоты кванта при рассеянии. В отличие от первого случая, когда у атомов полностью отсутствовала "память" в процессе рассеяния (коэффициент корреляции равен нулю), здесь атомы "помнят" полностью (коэффициент корреляции равен единице) и имеет место когерентное рассеяние. Предположение о когерентности в задачах переноса излучения в спектральных линиях является довольно грубым, и в настоящее время указанное приближение может служить разве лишь для качественного описания перераспределения энергии излучения между различными линиями данного атома или иона.

При настоящем уровне развития теории переноса излучения естественно возникает стремление подвергнуть разбору случаи с достаточно общим видом функции перераспределения. В первой части данной работы, выполненной одним из авторов [10], была рассмотрена задача переноса резонансного излучения при произвольном виде функции перераспределения, не зависящем от угла рассеяния. Математический аппарат, разработанный на основе принципа инвариантности В. А. Амбарцумяна, позволяет свести решение данной задачи к некоторым функциональным уравнениям. Следует отметить, однако, что учет зависимости функции перераспределения от угла рассеяния в ряде случаев является весьма важным, как, например, в случае доплеровского механизма уширения линии, при неиготропности поля излучения внутри среды.
Настоящая статья является второй из серии работ, посвященных задаче переноса излучения в спектральной линии при более общих предположениях о функции прераспределения, с учетом зависимости функции перераспределения от угла рассеяния и несферичности индикатрисы рассеяния. В наших исследованиях мы будем пользоваться следующим представлением для функции $r(x', x, \gamma)$, представляющей собой произведение индикатрисы рассеяния $X(\gamma)$ и функции перераспределения излучения по частотам при заданном угле рассеяния $r(x', x, \gamma)$:

$$4\pi \bar{r}(x', x, \gamma) = \sum_{i=0}^{n} P_{i}(\cos \gamma) \sum_{k=1}^{N} a_{ik} a_{k}^{i}(x) a_{k}^{i}(x') \qquad (E)$$

где P_i — полиномы Лежандра, $a_{ik} = \pm 1$.

В первом разделе мы обсудим вопрос об аппроксимации произвольной функции перераспределения суммой указанного вида. Затем приведем данное разложение в случае доплеровского закона перераспределения. Далее будет рассмотрена задача переноса излучения в плоском слое конечной толщины в общем случае, когда функция перераспределения $r(x', x, \gamma)$ задается (E). Уравнения составляются применением вероятностного метода В. В. Соболева [11]. В одном частном случае полученная система интегральных уравнений применением принципа инвариантности В. А. Амбарцумяна сводится к решению некоторых функциональных уравнений. В конце статьи приводятся таблицы для влементов матриц-ядер, которые нам понадобятся в дальнейших вычислениях.

1. Разложение функции перераспределения по частотам и направлениям. Из дальнейшего изложения станет ясно, что функцию $\overline{r}(x', x, \gamma)$ целесообразно представить в виде разложения по полиномам Лежандра от соз γ :

$$4\pi \bar{r}(x', x, \gamma) = \sum_{i=0}^{n} r_i(x', x) P_i(\cos \gamma), \qquad (1.1)$$

причем

$$\frac{1}{4\pi}r_{i}(x', x) = \frac{2i+1}{2}\int_{0}^{x} P_{i}(\cos\gamma)\bar{r}(x', x, \gamma) d\cos\gamma.$$
(1.2)

Для получения представления (E) функцию $r_i(x', x)$ заменим суммой вида

$$r_{i}(x', x) = \sum_{k=1}^{N} a_{ik} a_{k}^{i}(x) a_{k}^{i}(x'). \qquad (1.3)$$

Как и в работе [10], такое представление можно осуществить, разлагая функцию $r_i(x', x)$ по своим собственным функциям на $(-\infty, \infty)$. Для приближенного построения собственных функций ядер $r_i(x', x)$ можно воспользоваться методом моментов [12], являющимся особенно эффективным в случае доплеровского уширения линии, когда функция перераспределения $r(x', x, \gamma)$ имеет вид (см. [13])

$$r(x', x, \gamma) = \frac{1}{4\pi^{3/2} \sin \gamma} e^{-\frac{x^3 + x'^2 - 2xx' \cos \gamma}{\sin^2 \gamma}}, \quad (1.4)$$

а индикатриса рассеяния является релеевской

$$X(\gamma) = \frac{3}{4} \left(1 + \cos^2 \gamma\right). \tag{1.5}$$

В качестве координатных функций целесообразно выбрать

$$\sigma_{k}^{i}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^{\varepsilon_{i}} e^{-kx^{3}}, \qquad (1.6)$$

где

 $\mathbf{e}_i = \begin{cases} 1, & \text{если } i - \text{нечетно,} \\ 0, & \text{если } i - \text{четно.} \end{cases}$

Такой выбор координатных функций обусловлен следующими соображениями:

Функции (1.6) являются линейно независимыми. Для указанных функций имеет место соотношение $\sigma_k^i(-x) = (-1)^i \sigma_k^i(x)$, что согласуется со свойством четности собственных функций $\alpha_k^i(x)$ ядер $r_i(x', x)$. Действительно, из (1.2) и (1.4) видно, что $r_i(x', x)$ является линейной комбинацией интегралов вида

$$\overline{\omega}_{s}(x', x) = \int_{0}^{\pi} \cos^{s} \gamma e^{-\frac{x^{2}+x'^{2}-2xx'\cos\gamma}{\sin^{2}\gamma}} d\gamma, \qquad (1.7)$$

причем четность s совпадает с четностью *i*. Из приведенной формулы нетрудно убедиться, что $\overline{\omega_s}(x', -x) = (-1)^* \overline{\omega_s}(x', x)$. Остается теперь лишь заметить, что четность симметрического ядра по одному из аргументов совпадает с четностью его собственных функций. Поведение собственных функций ядер $r_i(x', x)$ обеих четностей при

74

 $x \rightarrow 0$, как нетрудно убедиться, совпадает с поведением выбранных координатных функций. Далее, при $x \rightarrow \infty$, $r(x, x, \gamma) \rightarrow 0$ не медленнее, чем $\exp(-x^{B})$, что в одинаковой мере относится к собственным функциям ядер $r_{,}(x', x)$.

Согласно методу моментов, собственные функции $a_k^i(x)$ представляются в виде линейной комбинации координатных функций $\sigma_k^i(x)$:

$$\ddot{a}_{k}^{i}(x) = \sum_{m=1}^{N_{1}} c_{km}^{i} \sigma_{m}^{i}(x),$$
 (1.8)

причем коэффициенты с¹_{km} удовлетворяют следующим линейным однородным уравнениям:

$$\sum_{m=1}^{N_1} c_{km}^i (\mathbf{x}_{ms}^i - \lambda_k^i \, \beta_{ms}^i) = 0, \qquad (1.9)$$

где

$$\mathbf{x}_{ms}^{i} = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{m}^{i}(\mathbf{x}) \, \sigma_{s}^{i}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} = \frac{\sqrt{\pi}}{(1 + \varepsilon_{i}) \left(m + s\right)^{\frac{1}{2} + \varepsilon_{i}}}, \qquad (1.10)$$

a

$$\beta_{ms}^{i} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r_{i}\left(x', x\right) \sigma_{m}^{i}\left(x'\right) \sigma_{s}^{i}\left(x\right) dx' dx. \qquad (1.11)$$

Собственные значения) и являются корнями уравнения

$$\Delta_t(\lambda) = 0, \tag{1.12}$$

где $\Delta_i(\lambda)$ — определитель системы (1.9) при определенном *i*.

Применение метода моментов предполагает знание значений интегралов (1.11), которые представляют собой известные линейные комбинации интегралов вида

$$\omega_{km}^{s} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{k}^{s}(x') \sigma_{m}^{s}(x) \overline{\omega}_{s}(x', x) dx' dx. \qquad (1.13)$$

Подставляя вместо w_s , σ_k их выражения соответственно из (1.7) и (1.6), меняя порядок интегрирования и производя соответствующие вычисления, для w_{km}^s получаем следующие явные выражения:

$$\omega_{km} = \frac{2 - \varepsilon_{s}}{4} \frac{\left[(k+1) \left(m+1 \right) \right]^{\frac{s-\varepsilon_{s}}{2}}}{(km)^{\frac{s+\varepsilon_{s}}{2}}} \int_{0}^{A} \frac{\left[\sin t \right]^{s+\varepsilon_{s}}}{\left[\cos t \right]^{2\varepsilon_{s}}} dt, \quad (1.14)$$

= arc sin $\left[\sqrt{\frac{km}{2\varepsilon_{s}}} \right]^{\frac{1}{2\varepsilon_{s}}} dt,$

rae $A = \arcsin \sqrt{\frac{km}{(k+1)(m+1)}}$

Интегралы, стоящие в правой части (1.14), легко вычисляются последовательно. Приведем значения нескольких из указанных интегралов:

$$\begin{split} \omega_{km}^{0} &= \frac{1}{2 \sqrt{km}} A; \qquad \omega_{km}^{1} = \frac{1}{4 (km)^{3/2}} \left(\sqrt{\frac{km}{k+m+1}} - A \right); \\ \omega_{km}^{2} &= \frac{(k+1)(m+1)}{4 (km)^{3/2}} \left[A - \frac{\sqrt{km}(k+m+1)}{(k+1)(m+1)} \right]; \\ \omega_{km}^{3} &= \frac{(k+1)(m+1)}{4 (km)^{5/2}} \times \\ \times \left[\sqrt{\frac{km}{k+m+1}} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{km}(k+m+1)}{(k+1)(m+1)} - \frac{3}{2} A \right]; \end{split}$$
(1.15)
$$\omega_{km}^{4} &= \frac{3 (k+1)^{2} (m+1)^{2}}{16 (km)^{5/2}} \times \\ \times \left[A - \frac{\sqrt{km}(k+m+1)}{(k+1)(m+1)} - \frac{2km}{3} \frac{\sqrt{km}(k+m+1)}{(k+1)^{2} (m+1)^{2}} \right]. \end{split}$$

Приведем далее значения величин $10^{\circ} \beta_{km}^{i} / \sqrt{\pi}$ и $10^{\circ} x_{ms}^{i} / \sqrt{\pi}$

k, m	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	3.3
0	528578191	441018521	386379338	371870353	327863071	290234122
1	98533513	59819442	41221691	38439402	27434849	20045898
2	319231405	284849546	258368626	264003362	244711562	229841588

m, s i	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	3.3
0.2	707106783	577350266	500000000	500000000	447213593	408248290
1	17677669600	9622504400	6250000000	6250000000	447213593	3402069000

76

При раскрытии определителей $\Delta_i(\lambda)$, ковффициенты при λ^3 , которые суть значения определителей $|\mathcal{G}_{km}^i|$, оказываются меньше 10^{-10} (при i = 0, 1, 2), что указывает на слишком большие значения собственных чисел λ_k^i при k > 3. Это означает, что в разложениях функций $r_i(x^i, x)$ по собственным функциям практически можно ограничиться двумя первыми членами.

Если в качестве координатных функций взять σ_1^i , σ_2^i , σ_3^i , то вычисления дают следующие (приближенные) значения для собственных чисел:

$\lambda_1^0 = 1.324947,$	$\lambda_1^1 = 1.624040$	$\lambda_1^2 = 1.634473$	
$\lambda_2^0 = 7.015423,$	$\lambda_2^1 = 4.343880$	$\lambda_1^2 = 3.575257$	(1.16)
$\lambda_{3}^{0} = 185.81$	$\lambda_3^1 = 11.084911$		

Для соответствующих нормированных собственных функций будем иметь следующие выражения:

$$\pi^{1/4} \alpha_1^{0} (x) = 0.04483 e^{-x^3} - 1.08479 e^{-2x^3} + 0.60890 e^{-3x^3}$$

$$\pi^{1/4} \alpha_2^{0} (x) = 0.05471 e^{-x^4} + 0.11770 e^{-2x^4} - 0.20832 e^{-3x^3}$$

$$\pi^{1/4} \alpha_3^{0} (x) = 0.16529 e^{-x^3} - 0.23943 e^{-2x^3} - 0.04596 e^{-3x^4}$$

$$\pi^{1/4} \alpha_1^{1} (x) = 0.77100 x e^{-x^4} + 0.28824 x e^{-2x^3} + 2.30650 x e^{-3x^3}$$

$$\pi^{1/4} \alpha_2^{1} (x) = 0.08484 x e^{-x^4} + 7.29155 x e^{-2x^4} - 10.41829 x e^{-3x^3}$$

$$\pi^{1/4} \alpha_3^{1} (x) = 3.23610 x e^{-x^3} - 12.42770 x e^{-2x^4} + 10.34980 x e^{-3x^3}$$

$$\pi^{1/4} \alpha_1^{2} (x) = 0.89364 e^{-x^4} - 2.13489 e^{-3x^4}$$

$$\pi^{1/4} \alpha_2^{2} (x) = 0.45108 e^{-x^4} - 0.46225 e^{-3x^4}$$

Таблица (1.16) дает представление о степени точности замены функций одними первыми членами в разложениях по собственным функциям.

2. Плоскопараллельная среда конечной толщины. Рассмотрим задачу переноса резонансного излучения в плоскопараллельной среде оптической толщины τ_0 для центра спектральной линии ν_0 при сделанных во введении предположениях относительно влементарного акта рассеяния. Следуя вероятностному методу В. В. Соболева [11], введем форму $P(\tau, x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) dx d\eta d\varphi$, представляющую собой вероятность того, что квант, имеющий при поглощении на оптической глубине τ безразмерную частоту x', направление (ζ, φ_0), после ряда

рассеяний, выйдет из границы среды $\tau = \tau_0$ в виде кванта с частотой, лежащей в интервале x, x + dx и имеющего направление, заключенное в телесном угле (η , $\eta + d\eta$; φ , $\varphi + d\varphi$).

Тогда относительно функции $P(\tau, x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_{\eta})$ получаем следующее уравнение:

$$P(\tau, x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) = \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x)} \overline{g}(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau_0 - \tau_0}{\eta} \phi(x', \chi, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0)}$$

$$+\frac{\lambda}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}dx''\int_{0}^{2\pi}d\varphi'\left[\int_{-1}^{0}\frac{d\eta'}{\eta'}\int_{0}^{z}e^{-\frac{|z-z'|}{\eta'}|\alpha(x')}\overline{g}(x', x'', \eta', \zeta, \varphi'-\varphi_{0})\right]\times$$

$$\times \alpha (x'') P(\tau, x'', x, \eta', \eta, \varphi - \varphi') d\tau' +$$
 (2.1)

$$\int_{0}^{1} \frac{d\eta'}{\eta'} \int_{0}^{\pi_{0}} e^{-\frac{|\pi-\tau'|}{\eta'} \epsilon(x^{*})} \overline{g}(x', x'', \eta', \zeta, \varphi - \varphi_{0}) \times$$

$$\times \alpha (x'') P(\tau', x'', x, \eta', \eta, \varphi - \varphi') d\tau' \bigg|,$$

где

$$\overline{g}(x', x, \eta, \zeta, \varphi) = X(\gamma) g(x', x, \gamma), \qquad (2.2)$$

а γ — угол рассеяния: $\cos \gamma = \eta_{s}^{s} + \sqrt{1-\eta^{s}}\sqrt{1-\zeta^{s}}\cos{(\varphi-\varphi_{0})}$.

Величина $g(x', x, \gamma) dx$ представляет собой вероятность переизлучения атомом кванта частоты, лежащей в интервале (x, x + dx), при условии, что поглотившийся квант имел частоту x' и рассеяние произошло под углом γ .

Введем новую неизвестную функцию \overline{P} , связанную с P следующим образом:

$$\overline{P}(\tau, x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) = \alpha(x') e^{\frac{\tau_0}{|\eta|} \alpha(x)} P(\tau, x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0). \quad (2.3)$$

Кроме того, очевидно, что

$$4\pi r(x', x, \gamma) = 4\pi x(\gamma) r(x', x, \gamma) = a(x') g(x', x, \gamma). \quad (2.4)$$

Теперь уравнение (2.1) перепишется в виде

$$\overline{P}(\tau, x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) = \lambda e^{\frac{\tau}{\eta} z(x)} \overline{r}(x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) +$$

$$+ \lambda \int_{-\infty}^{\infty} dx'' \int_{0}^{2\pi} d\varphi' \int_{0}^{1} \frac{d\eta'}{\eta'} \left[\int_{0}^{\tau} e^{-\frac{|\tau - \tau'|}{\eta} z(x')} \overline{r}(x', x'', -\eta', \zeta, \varphi' - \varphi_0) \times \overline{P}(\tau', x'', x, \eta_0 - \eta', \varphi - \varphi') d\tau' + \right]$$

$$+ \int_{\tau}^{\tau_0} e^{\frac{|\tau - \tau'|}{\eta'} z(x')} \overline{r}(x', x'', \eta', \zeta, \varphi' - \varphi_0) \overline{P}(\tau', x'', x, \eta_0, \eta', \varphi - \varphi') d\tau'.$$

$$(2.5)$$

Прежде чем подставить вместо r его выражение из (E) в полученное уравнение, представим функцию $4\pi r(x', x, \gamma)$ в виде (см. [12])

$$4\pi \bar{r}(x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) = \sum_{m=0}^{n} q_m(x', x, \eta, \zeta) \cos m(\varphi - \varphi_0), \quad (2.6)$$

где

$$q_{m}(x', x, \eta, \zeta) = (2 - \delta_{0m}) \sum_{i=m}^{n} r_{i}(x', x) \overline{P}_{i}^{m}(\eta) \overline{P}_{i}^{m}(\zeta) =$$

$$= (2 - \delta_{0m}) \sum_{i=m}^{n} \overline{P}_{i}^{m}(\eta) \overline{P}_{i}^{m}(\zeta) \sum_{k=1}^{N} a_{ik} a_{k}^{i}(x) a_{k}^{i}(x'),$$
(2.7)

причем $\overline{P}_{i}^{m}(\eta) = \sqrt{\frac{(i-m)!}{(i+m)!}} P_{i}^{m}(\eta)$, где $P_{i}^{m}(\eta)$ -присоединенные функции Лежандра.

Аналогично, функцию $\overline{P}(\tau, x', x, \eta, \zeta, \phi - \phi_0)$ представим в форме

$$\overline{P}(\tau, x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) = \sum_{m=0}^n f_m(\tau, x', x, \eta, \zeta) \cos m(\varphi - \varphi_0). \quad (2.8)$$

Тогда для функций f_m получим следующие уравнения:

Н. Б. ЕНГИБАРЯН, А. Г. НИКОГОСЯН

$$f_{m}(\tau, x', x, \eta, \zeta) = \frac{\lambda}{4\pi} e^{\frac{\tau}{\eta} a(x)} q_{m}(x', x, \zeta, \eta) +$$

$$+\frac{\lambda}{4}(1+\delta_{0m})\int_{-\infty}^{\infty}dx''\int_{0}^{1}\frac{d\eta'}{\eta'}\left[q_{m}(x',x'',-\eta',\zeta)\times\right]$$

$$\times \int_{0}^{\tau} e^{-\frac{|\tau-\tau'|}{\eta'} \alpha(x')} f_m(\tau', x'', x, \eta, -\eta') d\tau' +$$

(2.9)

$$+ q_{m}(x', x'', \eta', \zeta) \int_{\tau}^{\tau_{0}} e^{-\frac{|\tau-\tau'|}{\eta'}\alpha(x')} f_{m}(\tau', x'', x, \eta, \eta') d\tau' \bigg]$$

Здесь необходимо обратить внимание на то обстоятельство, что переменные x, η , а также индекс m выступают в роли параметров.

После подстановки вместо q_m их выражений из (2.7) уравнения (2.9) примут вид

$$f_{m}(\tau, x', x, \eta, \zeta) = \frac{\lambda}{4\pi} \sum_{i=m}^{n} \overline{P}_{i}^{m}(\zeta) \sum_{k=1}^{N} a_{ik} a_{k}^{i}(x') Q_{ik}^{m}(\tau, x, \eta), \quad (2.10)$$

где

$$Q_{ik}^{m}(\tau, x, \eta) = (2 - \delta_{0m}) e^{\frac{\tau}{\eta} a(x)} \overline{P}_{i}^{m}(\eta) a_{k}^{i}(x) + + 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} a_{k}^{i}(x'') dx'' \int_{0}^{1} \overline{P}_{i}^{m}(\eta') \frac{d\eta'}{\eta'} \Big[(-1)^{i+m} \int_{0}^{\tau} e^{\frac{|\tau - \tau'||}{\eta'} a(x'')} \times (2.11)^{i+m} \Big]$$

$$\times f_m(\tau', x'', x, \eta, -\eta') d\tau \int_{\tau}^{\tau_0} e^{-\frac{|\tau-\tau'|}{\eta'}a(x'')} f_m(\tau', x'', x, \eta, \eta') d\tau' \bigg]$$

Для определения функций Q_k^m имеем следующие системы интегральных уравнений:

$$Q_{ik}^{m}(\tau, x, \eta) = (2 - \hat{\mathbf{o}}_{0m})e^{\frac{\tau}{\eta} \mathbf{a}(x)} \overline{P}_{i}^{m}(\eta) a_{k}^{i}(x) + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=m}^{n} \sum_{q=1}^{N} \int_{0}^{\lambda} Q_{jq}^{m}(\tau', x, \eta) K_{ijkq}^{m}(\tau - \tau') d\tau',$$

$$i = 1, \ 2 \cdots n, \ k = 1, \ 2 \cdots n$$
(2.12)

причем элементы матрицы-ядра задаются формулой

$$\mathcal{K}_{ijkq}^{m}(\tau) = a_{jq} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{k}^{i}(x'') \alpha_{q}^{j}(x'') dx'' \int_{0}^{1} \overline{P}_{i}^{m}(\eta') \left[\frac{\tau}{|\tau|}\right]^{t+j} e^{-\frac{|\tau|}{\eta}\tau(x'')} \frac{d\eta'}{\eta'}.$$
(2.13)

Эти величины можно представить в виде

$$K_{ijkq}^{m}(\tau) = \int_{0}^{\infty} G_{ijkq}^{m}(s) e^{-\tau s} \left| \frac{\tau}{|\tau|} \right|^{i+j} ds, \qquad (2.14)$$

где

$$G_{ijkq}^{m}(s) = \frac{a_{jq}}{s} \int_{x(s)}^{\infty} \left[a_{k}^{i}(x) a_{q}^{j}(x) + a_{k}^{i}(-x) a_{q}^{i}(-x)\right] \overline{P}_{i}^{m} \left[\frac{a(x)}{s}\right] \overline{P}_{j}^{m} \left[\frac{a(x)}{s}\right] dx$$

$$\mathbf{x}(s) = \begin{cases} 0 & \text{при } s > 1 \\ \alpha[\mathbf{x}(s)] = s & \text{при } s < 1 \end{cases}$$
(2.15)

Здесь важным является тот факт, что произведение $\overline{P}_{i}^{m}(\eta) \overline{P}_{j}^{m}(\eta)$ является полиномом.

Полученная система интегральных уравнений существенно упрощается при выполнении условия (K), заключающегося в том, что четность функций $a_k^t(x)$ совпадает с четностью индекса *i*, как, например, это имеет место в случае доплеровского уширения линии, когда функция перераспределения по частотам и направлениям задается формулой (1.4). Тогда, учитывая также четность функции $\alpha(x)$, заключаем, что

$$K_{ijkq}^{m}(\tau) = \begin{cases} 0, & ecam i + j \text{ нечетно} \\ & \\ 2a_{jq} \int_{0}^{\infty} \alpha_{k}^{i}(x'') \, z_{q}^{i}(x'') \, dx'' \int_{0}^{1} \overline{P}_{i}^{m}(\eta') \overline{P}_{i}^{m}(\eta') \, e^{-\frac{|\tau|}{\eta'}a(x^{\tau})} \frac{d\eta'}{\eta'}, \end{cases}$$
(2.16)

если i+j четно.

6-39

Таким образом, в этом частном случае элементы матрицы-ядра оказываются зависящими от модуля разности аргументов.

3. Сведение к функциональным уравнениям. В этом разделе рассмотрим более детально тот простейший случай, когда в разложении функции $r_i(x', x)$ ограничиваемся одним членом (N = 1), а также считаем, что выполняется условие (K). В этом случае функция Q_{lk}^m не зависит от второго нижнего индекса, а влементы матрицы-ядра $K_{l|kq}^m$ — от последних двух индексов; тогда уравнение (2.12) упрощается и принимает вид

$$Q_{l}^{m}(\tau, x, \eta) = (2 - \delta_{0m}) e^{\frac{\tau}{\eta} a(x)} \overline{P}_{l}^{m}(\eta) a_{l}(x) + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=m}^{n} \int_{0}^{\pi} Q_{j}^{m}(\tau', x, \eta) K_{lj}^{m}(|\tau - \tau'|) d\tau', \qquad (3.1)$$

где

a

$$K_{ij}^{m}(\tau) = \begin{cases} 0, & \text{если } i+j \text{ нечетно} \\ \int_{0}^{\infty} G_{ij}^{m}(s) e^{-\tau s} ds, & \text{если } i+j \text{ четно,} \end{cases}$$
(3.2)

$$G_{ij}^{m}(s) = \frac{2\alpha_{j}}{s} \int_{x(s)}^{\infty} \alpha_{i}(x) \alpha_{j}(x) \overline{P}_{i}^{m} \left[\frac{\alpha(x)}{s} \right] \overline{P}_{j}^{m} \left[\frac{\alpha(x)}{s} \right] dx.$$
(3.3)

Займемся теперь вопросом сведения рассматриваемой задачи к функциональным уравнениям. Для этого наряду с системой интегральных уравнений

$$U_{il}^{m}(\tau, s, \tau_{0}) = \delta_{ll} e^{\tau s} + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=m_{0}}^{n} \int_{0}^{\pi} U_{jl}^{m}(\tau', s, \tau_{0}) K_{ij}^{m}(|\tau - \tau'|) d\tau'. \quad (3.4)$$

Как нетрудно убедиться, функции $Q_i^m(\tau, x, \tau_i)$ выражаются через функции $U_{il}^m(\tau, s, \tau_0)$ следующим образом:

$$Q_{l}^{m}(\tau, \tau_{l}, x) = (2 - \delta_{0m}) \sum_{l=m}^{n} \overline{P}_{l}^{m}(\tau_{l}) \alpha_{l}(x) U_{ll}^{m} \left[\tau, \frac{\alpha(x)}{\tau_{l}}, \tau_{0}\right]$$
(3.5)

Система, аналогичная системе (3.4), была рассмотрена в вышеупомянутой работе [10]. Напомним основные результаты, полученные в указанной работе, в применении к рассматриваемой задаче.

Вводятся вспомогательные функции $\varphi_{ll}^m(\tau_0, s)$ и $W_{ll}^m(z, s, \tau_0)$, связанные с функциями U_{ll}^m следующим образом:

$$\varphi_{ll}^{m}(\tau_{0}, s) = U_{ll}^{m}(\tau_{0}, s, \tau_{0})$$
(3.6)

$$W_{il}^{m}(z, s, \tau_{0}) = \int_{0}^{\infty} U_{il}^{m}(\tau, s, \tau_{0}) e^{-s} d\tau, \qquad (3.7)$$

причем связь между этими функциями дается соотношениями

$$W_{il}^{m}(z, s, \tau_{0}) = \sum_{p=m_{0}}^{n} \int_{0}^{\tau_{0}} \varphi_{pi}^{m}(r, z) \varphi_{pl}^{m}(r, s) dr.$$
(3.8)

Для определения функций φ_{II}^m можно воспользоваться какой-либо одной из следующих двух систем:

$$\varphi_{ll}^{m}(\tau_{0}, s) = \hat{o}_{ll}e^{\tau_{0}s} + \frac{\lambda}{2}\sum_{p=m_{0}}^{n}\int_{0}^{\tau_{0}}\varphi_{tl}^{m}(r, s)\psi_{pl}^{m}(r, \tau_{0}) dr \qquad (3.9)$$

$$\psi_{\rho l}^{m}(r, \tau_{0}) = \int_{0}^{\infty} \left[\sum_{k=m}^{n} G_{k l}^{m}(s') \varphi_{\rho k}^{m}(r, s') \right] e^{-\tau_{0} s'} ds', \qquad (3.10)$$

причем функции $\psi_{pl}^{m}(r, -)$, входящие в соотношение (3.9), находятся из следующих интегральных уравнений типа Вольтерра:

$$\psi_{pl}^{m}(\tau_{0}, z) = K_{pl}^{m}(z - \tau_{0}) + \frac{\lambda}{2} \sum_{k=m_{0}}^{n} \int_{0}^{\tau_{0}} \psi_{pk}^{m}(r, \tau_{0}) \psi_{lk}^{m}(r, z) dr. \quad (3.11)$$

После определения функций Ψ_{pl}^{m} из уравнений (3.11) система (3.9) становится линейной системой Вольтерра относительно функций Ψ_{ll}^{m} . Из уравнений же (3.10) указанные функции определяются обращением преобразования Лапласа и решением системы алгебраических уравнений.

Энание функций φ_{ll}^m позволяет решить задачу диффузного отражения и прохождения. Действительно, введем форму $\rho(\tau_0, x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) dx d\eta d\varphi$, представляющую собой вероятность того, что квант частоты x', падающий на границу среды $\tau = \tau_0$ под углом агс соз к нормали и с азимутом φ_0 , диффузно отразится в интервале частот x, x + dx, внутри телесного угла (η , $\eta + d\eta$; φ , $\varphi + d\varphi$). Теперь нетрудно убедиться, что введенную функцию р можно выразить через вероятность выхода кванта из среды P:

$$\rho(\tau_0, x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) = \int_0^{\zeta_0} e^{-s[(x')\frac{\zeta_0 - \tau}{\zeta}} \frac{\alpha(x')}{\xi} P(\tau, x', x, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) d\tau =$$

$$=\frac{\lambda}{2\zeta}e^{-\frac{\tau_0}{\tau_0}\left[\frac{a(x)}{\eta}+\frac{o(x')}{\zeta}\right]}\sum_{m=0}^n(2-\hat{\delta}_{0m})\cos m\,(\varphi-\varphi_0)\,\times\tag{3.12}$$

$$\times \sum_{i=m}^{n} P_{i}^{m}(-\zeta) a_{i} a_{i}(x') \sum_{l=m}^{n} \overline{P}_{l}^{m}(\eta) a_{l}(x) W_{il}^{m} \left[\frac{a(x')}{\zeta}, \frac{a(x)}{\eta}, \tau_{0} \right].$$

Для определения внутреннего режима поля излучения при любом распределении внутренних и внешних источников приходится решить еще одну систему линейных интегральных уравнений Вольтерра, матрицей-ядром которого, как и в (3.9), служит [4].

При рассмотрении системы уравнений (3.11) необходимо обратить внимание на тот факт, что поскольку $K_{pl}^{m}(\tau) = 0$ при нечетной сумме p + l, то подобным свойством обладают также и элементы матрицы ψ_{m}^{m} .

Действительно, если сумма p + l нечетна, то при каждом k одно из двух чисел p + k и l + k также является нечетным, так что в этом случае система (3.11) имеет решение, для которого $\psi_{pl}^m = 0$, если p + lнечетно. Оно единственное. При четности суммы в системе (3.11) суммирование распространяется на те значения k, для которых четности чисел k, p и l совпадают.

4. Табулирование функций $K_{ij}(\tau)$. Как мы видели, функции $a_i^k(x)$ представляют собой в частном случае доплеровского уширения линейные комбинации функций вида e^{-kx^*} или xe^{-kx^*} . Подставляя тогда выражения $a_k^i(x)$ в (2.16), получаем, что элементы матрицы-ядра $K_{ij}(\tau)$ представляются в виде линейной комбинации следующих интегралов:

$$N_{km}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-kx^2} E_m(\tau e^{-x^2}) dx \qquad (4.1)$$

$$\widetilde{N}_{km}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-kx^2} E_m(\tau e^{-x^2}) dx, \qquad (4.2)$$

где E_m (-) — *m*-я интегрально-показательная функция.

Для вычисления приведенных интегралов удобно воспользоваться рекуррентными соотношениями, позволяющими свести их вычисление к определению интегралов N_{k1} (τ) и \tilde{N}_{k1} (τ) (см. также [14])

$$N_{km}(\tau) = \frac{1}{m-1} M_k(\tau) - \frac{\tau}{m-1} N_{k+1, m-1}(\tau) \qquad (4.3)$$

И

$$\widetilde{N}_{km}(\tau) = \frac{1}{2k} N_{km}(\tau) + \frac{\tau}{k} \widetilde{N}_{k+1, m-1}(\tau), \qquad (4.4)$$

где

$$M_{k}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-kx^{2} - \tau e^{-x^{2}}} dx.$$
 (4.5)

Для функций $M_k(\tau)$, $N_{k1}(\tau)$ и $N_{k1}(\tau)$ справедливы следующие разложения:

$$M_{k}(\tau) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^{m} \tau^{m}}{m! \sqrt{k+m}}$$
(4.6)

$$N_{k1}(\tau) = -\frac{\gamma}{\sqrt{k}} - \frac{\ln \tau}{\sqrt{k}} + \frac{1}{2k^{3/2}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1} \tau^m}{m \cdot m! \sqrt{k+m}}$$
(4.7)

$$\widetilde{N}_{k1}(\tau) = -\frac{\gamma}{2k^{3/2}} - \frac{\ln \tau}{2k^{3/2}} + \frac{3}{4k^{5/2}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1} \tau^m}{2m \cdot m! (k+m)^{3/2}}$$
(4.8)

где $\gamma = 0.577215...$ -постоянная Эйлера.

Разложения (4.6)—(4.8) сходятся достаточно быстро и потому были применены нами для табулирования указанных функций при $\tau \leq 3.5$ (см. табл. 1 и 2 в Приложении). Таблицы функции $N_{21}(\tau)$ содержатся в работе [14].

В заключение выражаем глубокую благодарность академику В. А. Амбарцумяну за многократные обсуждения и полезные советы.

Институт математики АН Армянской ССР Бюраканская астрофизическая обсерватория

NONCOHERENT SCATTERING. II. ANISOTROPIC SCATTERING

N. B. YENGIBARIAN, A. G. NICOGHOSSIAN

The linear problem of noncoherent scattering in a plane-parallel layer of finite thickness has been discussed. The dependence of the redistribution function on scattering angle and nonsphericity of the phase function is taken into account.

The redistribution function for frequency at a given scattering angle is approximated by the sum of special form. Systems of integral equations have been received, which in one particular case are reduced to the solving of certain functional equations. Some concrete calculations in the case of Doppler broadening of line have been carried out.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. L. Spttzer, Ap. J., 99, 1, 1944.
- 2. L. Spitzer, M. N., 96, 794, 1936.
- 3. H. Zanstra, M. N., 106, 225, 1946.
- 4. W. Unno, P.A.S. Japan, 3, 158, 1952.
- 5. R. N. Thomas, Ap. J., 125, 260, 1957.
- 6. G. B. Field, Ap. J., 129, 551, 1959.
- 7. D. G. Hummer, M. N., 125, 21, 1962.
- 8. D. G. Hummer, E. H. Avrett, M. N., 130, 295, 1965.
- 9. A. G. Hearn, Proc. Phys. Soc., 84, 11, 1964.
- 10. Н. Б. Енгибарян, Астрофизика, 7, 573, 1971.
- 11. В. В. Соболев, Перенос лучистой внергии в втиссферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
- 12. Б. П. Демидович и др., Численные методы анализа, Физматгиз, М., 1968.
- 13. В. В. Иванов, Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М., 1969.
- 14. В. В. Иванов, В. Т. Щербаков, Астрофизика, 1, 22, 31, 1965.

86

. НЕКОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ. 11

	Приложение ФУНКЦИИ Пер 105 Таблица 1								
. /	(k, m)	(2,1)	(4,1)	(6,1)	(8,1)	(2,3)	(4,3)	(6,3)	
-	1	2	3	4	5	6	7	8	
	0.05	56489	17680	9212	5850	8391	2919	1577	
	0.05	44705	13566	6984	4408	7989	2737	1469	
	0.15	38000	11245	5733	3600	7622	2573	1371	
	0.20	33369	9656	4880	3050	7283	2423	1283	
	0.25	29872	8467	4245	2641	6968	2285	1203	
	0.30	27090	7529	3745	2321	6675	2159	1129	
	0.35	24799	6764	3339	2061	6400	2041	1061	
	0.40	22866	6124	3001	1845	6142	1932	998	
	0.45	21205	5579	2715	1663	5900	1830	940	
	0.50	19757	5109	2468	1506	5671	1735	885	
	0.55	18480	4698	2254	1370	5456	1647	835	
	0.60	17345	4335	2065	1251	5252	1564	788	
	0.65	16326	4013	1899	1146	5059	1486	744	
	0.70	15407	3725	1751	1052	4876	1413	703	
	0.75	14572	3466	1618	969	4702	1344	665	
	0.80	13811	3232	1498	894	4537	1280	629	
	0.85	13113	3020	1390	827	4380	1219	596	
	0.90	12471	2826	1292	766	4231	1161	564	
	0.95	11879	2649	1203	711	4088	1107	.534	
	1.00	11331	2487	1122	660	3953	1056	507	
	1.05	10822	2338	1048	614	3823	1008	480	
	1.10	10348	2201	979	572	3700	962	456	
	1.15	9907	2074	917	533	3581	918	433	
	1.20	9494	1956	859	498	3469	877	411	
	1.25	9107	1847 [.]	805	465	3360	839	390	
	1.30	8744	1746	756	435	3257	802	370	
	1.35	8403	1652	710	407	3158	767	352	
	1.40	8081	1564	668	382	3063	734	335	
	1.45	7778	1482	629	358	2972	702	318	
	1.50	7493	1406	592	336	2885	672	303	
	1.55	7222	1334	558	315	2801	644	288	
	1.60	6967	1267	526	296	2721	617	274	
	1.65	6724	1204	496	278	2643	591	261	
	1.70	6494	1145	469	262	2569	567	249	
	1.75	6276	1089	443	246	2498	543	237	
							•		

87

				I done	ga / (/	гродол	кение)
1	2	3	4	5	6	7	8
1.80	6068	1037	419	232	2429	521	226
1.85	5871	988	396	218	2363	500	215
1.90	5683	942	375	206	2299	480	205
1.95	5504	898	355	194	2238	460	195
2.00	5333	857	336	183	2179	442	186
2.05	5170	818	318	173	2122	425	178
2.10	5014	781	302	163	2067	408	170
2.15	4865	746	286	154	2014	392	162
2.20	4722	713	271	146	1963	377	154
2.25	4586	682	257	138	1914	362	147
2.30	4455	652	244	130	1866	348	141
2.35	4330	624	232	123	1820	335	134
2.40	4210	597	220	116	1776	322	128
2.45	4094	572	209	110	1733	310	123
2.50	3984	548	199	104	1691	298	117
2.55	3877	525	189	98	1651	287	112
2.60	3775	503	180	93	1612	276	107
2.65	3672	482	171	88	1574	266	102
2.70	3581	462	162	83	1538	256	98
2.75	3490	443	154	78	1502	247	93
2.80	3402	425	146	74	1467	238	89
2.85	3317	408	139	70	1434	229	85
2.90	3235	391	132	66	1401	221	82
2.95	3155	375	125	62	1369	212	78
3.00	3079	360	119	58	1338	205	75
3.05	3005	345	112	54	1307	197	71
3.10	2933	331	106	51	1278	190	68
3.15	2864	317	100	47	1248	182	65
3.20	2796	304	95	44	1219	175	62
3.25	2731	291	89	41	1191	169	59
3.30	2668	278	83	37	1163	162	56
3.35	2606	266	78	34	1135	156	54
3.40	2546	254	72	31	1107	149	51
3.45	2488	242	67	27	1079	143	48
3.50	2431	230	61	24	1051	137	46
						1	

НЕКОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ. П

Таблица 2

ФУНКЦИИ N_{km} (-).10⁵

and the second data is not	-	100 Lat.					_			-	
(k, m)	(1,1)	(4,1)	(6,1)	(8,1)	(10,1)	(2,3)	(4,3)	(6,3)	(2,5)	(4,5)	(6,5)
. 1 .	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.05	295351	129386	104005	89364	79551	32722	22968	18599	16745	11779	9597
0.10	229466	96890	77533	66466	59086	30426	21209	17219	15871	11105	9029
0.15	192281	78730	62763	53702	47685	2837t	19646	15907	15050	10474	8498
0.20	166808	66413	52762	45067	39976	26523	18240	14731	14277	9884	8002
0.25	147725	57277	45356	38679	34276	24838	16967	13667	13551	9329	7537
0.30	132661	50139	39580	33700	29836	23295	15808	12701	12867	8810	7102
0.35	120353	44367	34916	29684	26257	2187 9	14747	11819	12222	8321	6693
0.40	110048	39584	31059	26366	23301	20573	13775	11011	11614	7863	6311
0.45	101261	35549	27810	23573	20815	19367	12880	10270	11041	7432	5952
0.50	93660	32096	25035	21190	18695	18250	12054	9587	10500	7027	5614
0.55	87009	29108	22638	19133	16866	17213	11292	8958	9989	6645	5298
0.60	81153	26498	20548	17342	15274	16249	10586	8376	9507	6286	5000
0.65	75907	24201	18712	15770	13877	15351	9931	7838	9050	5948	4720
0.70	71222	22167	17088	14381	12644	14514	9324	7339	8619	5630	4457
0.75	66 9 99	20354	15645	13147	11550	13732	8759	6876	8211	5330	4210
0.80	63175	18732	14355	12046	10574	13001	8233	6446	7825	5047	3977
0.85	59695	17273	13198	11059	9699	12317	7743	6046	7460	4781	3758
0.90	56518	15957	12156	10171	8913	11676	7286	5674	7113	4529	3551
0.95	53605	14766	11214	9370	8204	11075	6859	5328	6786	4292	3357
1.00	50927	13684	10361	8644	7562	10511	6461	5004	6475	4068	3173
1.05	48458	12700	9586	7986	6930	9982	6088	4703	6180	3856	3001
1.10	46175	11801	8880	7387	6451	9484	5740	4421	5901	3656	2838
1.15	44059	10978	8235	6840	5969	9015	5418	4153	5636	3468	2685
1.20	42094	10225	7646	6341	5528	8574	5108	3912	5384	3289	2540
1.25	40266	9533	7106	5884	5125	8159	4821	3682	5146	3121	2403
1.30	38561	8897	6610	5465	4756	7768	4552	3467	4919	2961	2274
1.35	36968	8310	6154	5081	4418	7398	4300	3265	4704	2811	2153
1.40	35477	7769	5735	4727	4107	7050	4063	3076	4499	2668	2038
1.45	34031	7259	5348	4401	3820	6721	3841	2899	4305	2534	1939
1.50	32770	6807	4991	4101	3556	6410	3532	2732	4120	2406	1827
1.55	31538	6379	4660	3823	3313	6116	3435	2576	3944	2285	1731
1.60	30379	5981	4355	3567	3088	5838	3250	2430	3777	2171	1630
1.65	29286	5613	4072	3330	2880	5575	3076	2293	3618	2063	1553
1.70	28256	5270	3810	3111	2688	5326	2912	2163	3467	1960	1472
1.75	27283	4951	3567	2907	2510	5091	2757	2042	3323	1863	1395

Таблица 2 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.80	26363	4654	3341	2719	2345	4867	2612	1928	3186	1772	1322
1.85	25492	4378	3131	2543	2191	4656	2475	1821	3056	1684	1253
1.90	24667	4120	2936	2381	2049	4455	2345	1720	2931	1602	1188
1.95	23884	3879	2754	2229	1917	4264	2224	1625	2813	1524	1126
2.00	23142	3655	2584	2089	1794	4084	2108	1535	8700	1449	1068
2.05	22436	3446	2426	1957	1680	3912	2000	1451	2592	1379	1013
2.10	21765	3248	2279	1835	1574	3749	1897	1372	2490	1312	961
2.15	21127	3064	2142	1722	1475	3594	1800	1297	2392	1249	911
2.20	20519	2892	2013	1615	1382	3447	1709	1227	2298	1189	855
2.25	19940	2731	1893	1516	1296	3307	1623	1161	2209	1132	820
2.30	19387	2579	1781	1424	1216	3174	1541	1098	2124	1078	778
2.35	18859	2438	1676	1337	1141	3047	1464	1039	2043	1027	739
2.40	18355	2304	1578	1257	1071	2927	1391	983	1966	978	701
2.45	17874	2179	1486	1181	1006	2812	1321	931	1892	932	666
2.50	17413	2062	1400	1111	144	2703	1256	881	1821	888	632
2.55	16972	1951	1319	1044	887	2599	1194	835	1753	846	600
2.60	16550	1848	1243	983	834	2499	1136	791	1689	807	570
2.65	16145	1750	1172	925	784	2405	1080	749	1627	769	541
2.70	15757	1658	1106	870	737	2314	1028	710	1568	733	514
2.75	15385	1571	1043	819	693	2228	978	673	1511	699	488
2.80	15028	1490	984	772	652	2146	931	638	1457	667	464
2.85	14684	1413	929	727	613	2068	886	605	1406	636	441
2.90	14354	1341	877	685	577	1993	844	573	1356	607	419
2.95	14037	1272	829	645	543	1922	804	544	1309	580	399
3.00	13732	1208	783	603	512	1854	767	516	1264	564	379
3.05	13438	1147	740	574	482	1789	731	490	1221	529	361
3.10	13155	1089	699	541	454	1827	697	465	1180	505	343
3.15	12883	1035	661	510	428	1668	665	442	1140	483	327
3.20	12620	984	625	481	403	1611	635	421	1103	462	312
3.25	12367	935	591	454	380	1557	607	400	1067	443	297
3.30	12122	890	559	429	358	1505	580	381	1033	424	284
3.35	11836	846	529	405	338	1458	555	364	1001	407	272
3.40	11658	805	501	382	318	1412	532	347	971	391	261
3.45	11438	767	474	361	300	1368	510	333	943	377	251
3.50	11225	730	449	341	284	1327	491	319	916	364	243
ALC: NO DESCRIPTION OF											

90

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 8

ФЕВРАЛЬ, 1972

ВЫПУСК 1

ВЛИЯНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН НА ПРОФИЛИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ ВОДОРОДА И КРИВЫЕ БЛЕСКА ЗВЕЗД ТИПА RR ЛИРЫ И W ДЕВЫ

В. И. ГОЛИНЬКО

Поступила 10 мая 1971 Пересмотрена 19 октября 1971

Выведена формула для вычисления вмиссии из-за ударного фронта в частотах спектральных линий и в частотах непрерывного спектра.

Учитывая излучение из-за ударного фронта, рассчитаны профили спектральной линии H_γ с учетом и без учета поглощения в вышележащих слоях. Показано, что ударная волна является ответственной за ультрафиолетовый избыток. Горбы же кривых блеска являются результатом нагрева атмосферы звезды волной сжатия, движущейся за ударной волной. Сделано заключение о том, что в атмосферах цефеид II-го типа населения возникают ударные волны, сила которых составляет несколько единиц.

1. Введение. Важной особенностью спектров звезд типа RR Лиры и W Девы является наличие в них эмиссии в линиях бальмеровской серии водорода. Наиболее полно явление эмиссии у звезд типа RR Лиры изучено в работах [1—4], а у звезд типа W Девы—в работах [5, 6].

Развитие явления эмиссии водорода у обоих типов звезд очень похоже и обычно протекает следующим образом. При определенных фазах, соответствующих восходящей ветви кривой блеска, в коротковолновых крыльях линий поглощения появляются эмиссионные компоненты. С течением времени, когда интенсивности коротковолновых эмиссионных компонентов растут, появляются длинноволновые компоненты, интенсивности которых также растут. Достигнув максимума, интенсивности обоих компонентов уменьшаются до полного исчезновения. Профили спектральных линий водорода в присутствии эмиссии приведены на рис. 1 для звезд типа RR Лиры и на рис. 2 — для звезд типа W Девы, взятых из работ [1] и [5], соответственно. Для рассматриваемых выше звезд наибольшее распространение получила интерпретация эмиссионных линий, исходящая из теории ударных волн, которые движутся в атмосфере звезды [7, 8]. Однако количественные расчеты влияния ударных волн на профили спектральных линий водорода отсутствуют.



Рис. 1. Профили спектральной линие Н. у звезя типа RR Лиры.

Как показали одновременные спектральные и фотометрические наблюдения, возникновение эмиссии в спектральных линиях сопровождается появлением на кривых блеска и цвета дополнительных горбов. Повтому можно предположить, что ударные волны и движущиеся за ними волны сжатия являются ответственными за горбы на кривых блеска и цвета. Отметим здесь, что ударные волны, согласно [9], образуются в голове волны сжатия, движущейся от зоны двухкратной критической ионизации гелия наружу, которая, согласно работам С. А. Жевакина [10—12], является ответственной и за поддержание пульсаций звезды.

2. Влияние ударных волн на профили спектральных линий водорода. Для количественных расчетов эмиссии из-за ударного фронта используется приближенная формула для градиента температуры за фронтом ударной волны, выведенная в работе [13] и имеющая вид

$$\frac{dT}{dx} = a (T_0^4 - T^4) k(T), \qquad (1)$$

где x — расстояние, отсчитываемое от фронта ударной волны в глубь высокотемпературной области по нормали к поверхности ударного





фронта, T_0 — поверхностная температура звезды, k(T) — коэффициент поглощения, рассчитанный на 1 г звездного вещества.

$$a = \frac{4\sigma \left(\gamma - 1\right) \mu(T)}{R_{g} \gamma D},$$
(2)

где σ — постоянная Стефана-Больцмана, γ — отношение удельных теплоемкостей, $\mu(T)$ — средний молекулярный вес, R_s — газовая постоянная, D — скорость ударного фронта.

Поскольку среда за ударным фронтом нагревается, то из-за ударного фронта будет излучаться в прозвольной длине волны λ внутри спектральной линии больше энергии, чем это имело место до прихода ударной волны. Вычислим интенсивность излучения среды из-за ударного фронта, выходящего под углом θ к нормали в произвольной длине волны λ внутри спектральной линии. Для этого воспользуемся известной формулой, которая верна для неподвижной среды:

$$J_{\lambda}(\theta) = \int_{0}^{y} B_{\lambda}(T) k_{\lambda}(T) \rho_{1} \cdot \exp\left\{-\int_{y'}^{y} k_{\lambda}(T) \rho_{1} dy''\right\} dy', \qquad (3)$$

где ρ_1 — плотность среды за ударным фронтом, а y — расстояние, отсчитываемое от фронта ударной волны в глубь высокотемпературной области под углом θ к нормали. Для движущейся среды формула (3) примет несколько иной вид. Предположим, что излучение в длине волны λ_i излучается неподвижным объемом. Тогда в формуле (3) для интенсивности излучения, испускаемого движущимся с лучевой скоростью $v_1 \cos \theta$ объемом, необходимо брать в результате доплеровского смещения коэффициент поглощения зависящим не от λ_i , а от длины волны λ_1 , которая определяется формулой

$$\lambda_1 = \lambda_t \left(1 + \frac{v_1 \cos \theta}{c} \right),$$

где v_1 — сумма двух скоростей: скорости движения среды в результате пульсаций звезды v_2 и дополнительной скорости среды, которую она приобретает от воздействия ударного фронта. Тогда для интенсивности излучения, выходящего из-за ударного фронта, можно записать:

$$J^{0}_{\lambda_{i}}(\theta) = \int_{0}^{y} B_{\lambda_{i}}(T) k_{\lambda_{i}}(T) \rho_{1} \cdot \exp\left\{-\int_{y'}^{y} k_{\lambda_{i}}(T) \rho_{1} dy''\right\} dy'.$$
(4)

Так как в рассматриваемом случае, учитывая малую толщину высокотемпературной области по сравнению с радиусом звезды, можно пренебречь сферичностью ударной волны и считать ее плоской, то

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos \theta}.$$
 (5)

Сделаем замену переменной интегрирования в формуле (4) с помощью формулы (1) и учитывая (5). Получим:

$$J_{ii}^{0}(\theta) = \int_{T_{2}}^{T_{1}} \frac{B_{i_{1}}(T) k_{i_{1}}(T) \rho_{1}}{a \cos^{\theta}(T_{0}^{4} - T^{4}) k(T)} \exp\left\{-\int_{T_{2}}^{T} \frac{k_{i_{1}}(T_{j}) \rho_{1}}{a \cos^{\theta}(T_{0}^{4} - T_{j}^{4}) k(T_{j})} dT_{j}\right\} dT, (6)$$

где T_2^6 — начальная температура сразу же за ударным фронтом, T_1 — некоторая температура слоя после его высвечивания, причем для T_1 необходимо принять значение из интервала

$$T_0 < T_1 < T_2^0$$
.

Мы используем при расчетах, в качестве первого приближения, формулу Планка. Излучение, испускаемое высокотемпературной областью, ослабляется за счет поглощения в вышележащем слое, толщина которого, как легко вычислить, определяется формулой

$$S = \sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 \theta} - r \cos \theta, \tag{7}$$

где R — радиус звезды, r — расстояние от центра звезды до фронта ударной волны. Необходимо также учесть, что поглощающий слой движется с лучевой скоростью $v_2 \cos \theta$. Тогда для интенсивности излучения, выходящего под углом θ к нормали в длине волны λ_1 можно приближенно записать

$$J_{\lambda_i}(\theta) = \int_{\lambda_i}^0 (\theta) \exp\left[-k_{\lambda_i} (T_0) \varphi_0 \left(\frac{1}{R^2 - r^2 \sin^2 \theta} - r \cos \theta \right) \right], \quad (8)$$

где ρ_0 — плотность среды перед ударным фронтом, а величина λ_2 определяется формулой

$$\lambda_2 = \lambda_i \left(1 + \frac{v_2 \cos \theta}{c} \right)$$
 (9)

Полный поток излучения в длине волны λ_i , идущий от всей поверхности диска звезды, можно вычислить по формуле

$$H_{i_i} = 2\pi r^2 \int_{0}^{\pi/2} J_{i_i}(\theta) \sin \theta \cos \theta d\theta.$$
 (10)

Принимая, что звезда в рассматриваемом интервале длин волн излучает в непрерывном спектре как абсолютно черное тело с температурой, равной $T_s = \sqrt{2} T_0$, мы можем вычислить поток в длине волны λ_t в единицах непрерывного спектра E_{λ} .

В качестве примера вычислим профили спектральной линии H_{γ} , причем необходимые для расчетов значения k(T) и $\mu(T)$ были взяты из работы [14], а $k_{\lambda}(T)$ —из работы [15]. Предполагая, что фронт

ударной волны находится на оптической глубине с=0.01, нами были выбраны для расчетов следующие основные параметры: R = 3.168.10¹¹ см, $r = 3.128 \cdot 10^{11}$ cm, $T_s = 6800$ °K, $v_1 = 7 \cdot 10^8$ cm/cer, $v_2 = 5 \cdot 10^8$ cm/cer, р₀ = 0.15 · 10⁻⁸ г/см³. Вычисленные выше потоки необходимо прибавить к потокам внутри линии поглощения Н., расчеты которой выполнены в работе [16] и которые не учитывают присутствия в атмосфере звезды ударной волны. Рассчитанные нами потоки в единицах непрерывного спектра для трех значений силы ударной волны приведены в табл. 1, где в первой колонке даны расстояния в ангстремах от центра линии поглощения, во второй даны потоки BHVтри линии Н_т, взятые из работы [16], в третьей и четвертой колонках даны потоки внутри линии H₁, вычисленные для случая, когда $T_2^0 =$ 13 200, без учета и с учетом поглощения в них, соответственно. В последующих колонках даны те же величины, но для другого значения силы ударной волны.

Таблица 1

Δλ	Έλ	$T_{2}^{0} = 1$	$T_2^0 = 13.200$		$T_2^0 = 9000$		$T_2^0 = 7500$	
		E_{λ}^{0}	E_{λ}	E_{λ}^{0}	$ E_{\lambda} $	E_{λ}^{0}	E	
-16	0.843	0.066	0.066					
- 8	0.702	0.195	0.195	0.022	0.022	-	-	
- 4	0.586	0.587	0.580	0.065	0.065			
- 2	0.049	1.530	1.508	0.339	0.332	0.068	0.067	
- 1	0.438	6.465	5.222	3.849	3.034	2.154	1.384	
0.5	0.390	6.744	0.075	3.579	0.040	1.202	0.019	
-0.25	0.383	4.625	1.516	2.228	0.533	0.727	0.176	
0	0.383	2.800	2.067	1.171	0.756	0.428	0.232	
+0.25	0.383	1.955	1.854	0.583	0.538	0.142	0.136	
+0.5	0.390	1.565	1.536	0.365	0.358	0.076	0.075	
+ 1	0.438	1.114	1.096	0.187	0.184	0.035	0.035	
+ 2	0.489	0.711	0.699	0.082	0.082	100		
+ 4	0.586	0.339	0.333	0.031	0.031			
+ 8	0.702	0.140	0.140				1 2	
+16	0.843	0.055	0.055					
				-		10		

При использовании данных табл. 1 необходимо учитывать, что длина волны, соответствующая центру линии поглощения, которая формируется в предударной среде, равна $\lambda_0 - 0.5$ А, где $\lambda_0 - - дли$ - на волны излучения, испускаемого неподвижным объемом. Это легко получить, если воспользоваться формулой

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = -\frac{(17/24) v_2}{c}.$$
 (11)

Учитывая, что $v_2 = 5.10^6 \, cm/cek$, получим $\Delta \lambda = -0.5A$. Аналогичный результат следует и из данных табл. 1 для величины потока E_{λ} , который вычисляется с учетом поглощения в вышележащих слоях и который должен иметь наименьшее значение как раз в центре линии поглощения, где поглощение наиболее сильное.

Это обстоятельство было учтено при построении рис. 3—5, т. е. контур линии поглощения был смещен таким образом, чтобы его центр совпадал с минимальным значением величины E_{λ} . На рис. 3—5 мы приводим профили спектральной линии H_{τ} , которые построены по данным табл. 1, причем пунктирная кривая соответствует контуру эмиссионной линии без учета поглощения в вышележащих слоях. На втих же рисунках показаны также профили спектральной линии H_{τ} в случае отсутствия в атмосфере звезды ударной волны.



Рис. 3. Профиль линии H_{γ} для случая, когда $T_2^0 = 13200^{\circ}$ К.

Вычисленные профили спектральной линии H₇ хорошо согласуются с данными наблюдений [1, 5], наблюдаемые профили представлены на рис. 1 и 2. Проведенные выше расчеты показывают, что наблюдаемые две эмиссионные компоненты являются остатками 7-39

более широкой эмиссионной линии, которая возникает благодаря излучению среды из-за ударного фронта. Очевидно, что интенсивности обеих эмиссионных компонент растут по мере приближения ударной волны к поверхности звезды, когда растет ее сила и уменьшается оптическая толщина предударной среды. Вероятно, при выходе ударной волны в самые наружные слои атмосферы звезды ее сила уменьшается в результате диссипации энергии ударной волны, а поэтому интенсивности обеих компонент уменьшаются до полного исчезновения.



Рис. 4. Профиль линии H, для случая, когда $T_2^0 = 9000^{\circ}$ K.

Из табл. 1 и рис. 3—5 видно, что смещение пика коротковолновой компоненты эмиссии значительно больше, чем смещение реального центра эмиссионной линии, а следовательно, скорость, определяемая по коротковолновой компоненте эмиссии, является фиктивной и не соответствует скорости движения слоя, ответственного за эмиссионные линии. В связи с этим скорость, определяемую по коротковолновой компоненте эмиссии, нельзя использовать для определения силы ударной волны, которая движется в атмосфере звезды.

Таким образом, профили спектральной линии водорода у звезд типа RR Лиры и W Девы и их изменение с течением времени можно объяснить движением в атмосферах этих звезд ударных волн, сила которых составляет несколько единиц. У классических цефеид C_{δ} , как это было показано в работе [17], спектральные особенности объясняются движением ударных волн, сила которых меньше единицы.

98

3. Влияние ударных волн на кривые блеска и показатели цвета цефеид. Для вычисления эмиссии в частотах непрерывного спектра из-за ударного фронта воспользуемся формулой (6), которую запишем так:

$$J_{*}(\theta) = \int_{T_{2}}^{T_{1}} \frac{B_{*}(T) k_{*}(T) \rho_{1}}{a \cos \theta (T_{0}^{4} - T^{4}) k(T)} \exp \left\{ -\int_{T_{2}}^{T} \frac{k_{*}(T_{j}) \rho_{1}}{a \cos \theta (T_{0}^{4} - T_{j}^{4}) k(T_{j})} dT_{j} \right\} dT.$$
(12)

В формуле (12) учтено, что смещением частоты в результате доплеровского смещения можно пренебречь, так как $k_{*}(T)$ изменится из-за





этого пренебрежения мало. Поток излучения в частоте у из-за ударного фронта вычислим, используя формулу

$$H'_{v} = r^{2} \int_{0}^{\pi/2} f_{v}(\theta) \cos \theta d\omega.$$
 (13)

Введем обозначения:

$$\varphi_{*}(T) = \frac{B_{*}(T) k_{*}(T) \rho_{1}}{a \left(T_{0}^{4} - T^{4}\right) k(T)};$$
(14)

$$\tau_{*}(T) = \int_{T_{2}^{0}}^{I} \frac{k_{*}(T_{j}) \rho_{1}}{a \left(T_{0}^{4} - T_{j}^{4}\right) k \left(T_{j}\right)} dT_{j}.$$
 (15)

По формуле (15), считая $T = T_1$, можно вычислить оптическую толщину $\tau_{\nu}(T_1)$ высокотемпературной области по направлению нормали к фронту ударной волны.

Тогда формулу (13) перепишем так:

$$H'_{*} = 2\pi r^{2} \int_{T_{2}}^{T_{1}} \varphi_{*}(T) \left[\int_{0}^{\pi/2} e^{-\frac{\tau_{*}(T)}{\cos \theta}} \sin \theta d\theta \right] dT.$$
(16)

Интеграл в квадратных скобках можно вычислить, введя замену переменных:

$$z = \frac{1}{\cos \theta}; \tag{17}$$

$$\frac{dz}{z^2} = \sin \theta d\theta,$$

Получим

$$\int_{0}^{\pi/2} e^{-\frac{\tau_{v}(T)}{\cos \theta}} \sin \theta \, d\theta = \int_{0}^{\infty} e^{-\tau_{v}(T)z} \, \frac{dz}{z^{2}} = E_{2}[\tau_{v}(T)], \qquad (18)$$

где $E_2[\tau_v(T)]$ — табулированная функция интегральных экспонент. С учетом (18) получим для H_v формулу

$$H_{*} = 2 \pi r^{2} \int_{T_{2}^{0}}^{T_{1}} \varphi_{*}(T) E_{2}[\tau_{*}(T)] dT.$$
(19)

Используя формулу (19), мы вычислили потоки от высокотемпературной области в U, B, V лучах, причем для расчетов были выбраны значения $T_0 = 5500$ K и $\rho_0 = 0.75 \cdot 10^8 \ i/cm^3$, где ρ_0 — плотность среды перед фронтом ударной волны. Значения $k_r(T)$ были взяты из работы [18]. Результаты вычислений приведены в табл. 2, где в первом столбце указана температура за ударным фронтом, во втором и третьем столбцах приведены значения оптической толщины – (T_1) и величина потока с 1 с m^2 излучающего диска звезды в ультрафиолетовых лучах, в четвертом и пятом столбцах—те же величины для синих лучей, а в двух последних столбцах для визуальных лучей. Видно, что с ростом силы ударной волны потох в ультрафиолетовых лучах возрастает значительно сильнее, чем потоки в синих и визуальных лучах.

Приведенные в табл. 2 потохи из-за ударного фронта и оптические толщины высокотемпературной области можно использовать для оценки влияния ударной волны на кривые блеска и показатели цвета звезды.

				-	uonagu z	
U		B		V		
$=, (T_1)$	$H_{y} \cdot 10^{5}$	$=, (T_1)$	$H_{\rm v} \cdot 10^5$	$= (T_1)$	H, 10 ⁵	
0.084	0.145	0.025	0.077	0.032	0.138	
0.108	0.485	0.028	0.150	0.038	0.266	
0.143	0.995	0.032	0.250	0.045	0.429	
0.196	2.89	0.042	0.757	0.063	1.21	
	U =, (T ₁) 0.084 0.108 0.143 0.196	U τ_{γ} (T_{1}) $H_{\gamma} \cdot 10^{5}$ 0.084 0.145 0.108 0.485 0.143 0.995 0.196 2.89	U B $\overline{\tau_*}(T_1)$ $H_* \cdot 10^5$ $\overline{\tau_*}(T_1)$ 0.084 0.145 0.025 0.108 0.485 0.028 0.143 0.995 0.032 0.196 2.89 0.042	U B $\overline{\tau_*}(T_1)$ $H_{\nu} \cdot 10^5$ $\overline{\tau_*}(T_1)$ $H_{\nu} \cdot 10^5$ 0.084 0.145 0.025 0.077 0.108 0.485 0.028 0.150 0.143 0.995 0.032 0.250 0.196 2.89 0.042 0.757	U B V $\overline{\tau_*}(T_1)$ $H_{\nu} \cdot 10^5$ $\overline{\tau_*}(T_1)$ $H_{\nu} \cdot 10^5$ $\overline{\tau_*}(T_1)$ 0.084 0.145 0.025 0.077 0.032 0.108 0.485 0.028 0.150 0.038 0.143 0.995 0.032 0.250 0.045 0.196 2.89 0.042 0.757 0.063	

Согласно [9], непосредственно за высокотемпературной областью движется волна сжатия большой длины, простирающаяся до оптических глубин $\tau \gg I$. Поэтому можно считать, что эта, возмущенная волной сжатия, среда излучает согласно формуле Планка B. ($T_* + T'$), где T' — возмущенная температура в волне сжатия, причем

$$T' = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\mu_0}{\rho_0 R_g} P', \qquad (20)$$

где μ_0 , ρ_0 — невозмущенные значения среднего молекулярного веса и плотности среды, а P' — возмущенное давление, которое может быть вычислено по формулам из работы [9]. Для интенсивности излучения, выходящего на поверхность звезды из возмущенной волной сжатия среды, можно записать формулу

$$B_{v}(T_{s}+T')\exp\left(\frac{-\tau_{v}(T_{1})-\tau_{v}(T_{n})}{\cos\vartheta}\right), \qquad (21)$$

где т, (T₀) — оптическая толщина предударной среды по направлению нормали к фронту ударной волны.

Полный поток излучения равен:

$$H_{\tau} = 2\pi r^{2}B_{\tau} (T_{e} + T') \int_{0}^{\pi/2} e^{-[\tau_{\tau}(T_{1}) + \tau_{\tau}(T_{0})] \frac{1}{\cos \theta}} \sin \theta \cos \theta d\theta =$$

= $2\pi r^{2}B_{\tau} (T_{e} + T') E_{3}[\tau_{\tau} (T_{1}) + \tau_{\tau} (T_{0})].$ (22)

Излучение, выходящее из высокотемпературной области, также испытывает поглощение в вышележащих слоях. Его можно учесть приближенно, умножив H_* на $E_3[\tau_*(T_0)]$. Таким образом, с учетом излучения высокотемпературной области и среды, возмущенной волной сжатия, можно записать следующую формулу для оценки их влияния на монохроматические кривые блеска:

$$\Delta H_{\nu} = H_{\nu} E_{3}[\tau_{\nu} (7_{0})] + H_{\nu} - H_{\nu}^{0}, \qquad (23)$$

где $H_r^0 = \pi r^s B_r (T_s)$ — невозмущенный поток энергии от звезды.

В качестве примера мы вычислим влияние ударной волны и волны сжатия на кривые блеска звезды для случаев, когда фронт ударной волны находится на оптических глубинах $\tau = 0.01$ и $\tau = 0.1$. Используя рассчитанную нами модель атмосферы звезды с $T_s = 6500^{\circ}$ К и g = 430 см/сек⁸, мы вычислим оптические толщи предударной среды в лучах U, B, V. Для случая $\tau = 0.01$ они имеют величины 0.036; 0.014; 0.014, соответственно, а для $\tau = 0.1 - 0.175$, 0.084 и 0.088, соответственно. При условии, что $T' = 200^{\circ}$ К, было вычислено влияние ударной волны и волны сжатия на кривые блеска. Результаты вычислений приведены в табл. З для $\tau = 0.01$ и в табл. 4 для $\tau = 0.1$, причем в первых колонках этих таблиц приведены температуры за ударным фронтом, во вторых—вел ичина $U_2/U_1 = (H_*^0 + \Delta H_*)/H_*^0$, в третьих и четвертых колонках — та же величина для синих и визуальних лучей, соответственно.

12-12		1	Таблица З		
T_{2}^{0}	$\frac{U_2}{U_1}$	$\frac{B_2}{B_1}$	$\frac{V_2}{V_1}$		
7500	1.14	1.14	1.09		
10000	1.26	1.14	1.10		
13200	1.52	1.17	1.14		
20170	2.48	1.32	1.30		

Как это видно из табл. З и 4, ударная волна и волна сжатия оказывают на кривые блеска влияние, которое растет с увеличе-

нием силы ударной волны и уменьшением толщины предударной области. Расчеты показали, что на кривую блеска в ультрафиолетовых лучах ударная волна влияет значительно сильнее волны сжатия, если ее сила больше единицы, в то время как на кривые блеска в синих и низуальных лучах их влияние приблизительно равно. В случае выхода на поверхность звезды волны сжатия, без ударной волны в ее голове, она влияет на все кривые блеска в одинаковой степени. Горбы на кривых блеска возникают за счет повышения температуры в волне сжатия на величину *T'*. Форма же горба на кривой блеска определяется временем выхода волны сжатия на поверхность звезды и профилем волны сжатия.

1. 1		1	Таблица 4
T_{2}^{0}	$\frac{U_1}{U_1}$	$\frac{B_2}{B_1}$	$\frac{V_2}{V_1}$
7500	1.12	1.12	1.19
0000	1.21	1.13	1.10
3200	1.40	1.16	1.13
20170	2.13	1.29	1.27

Используя данные табл. 3 и 4, вычислим влияние ударной волны на показатели цвета по формулам:

$$\Delta(B - V) = -2.5 \lg \frac{B_2 / B_1}{V_2 / V_1};$$
(24)

$$\Delta(U-B) = -2.5 \lg \frac{U_2/U_1}{B_2/B_1}.$$
 (25)

Результаты вычислений приведены в табл. 5 и 6 для случаев $\tau = 0.01$ и $\tau = 0.1$, соответственно, причем в последней колонке приведена величина

$$\Delta V = -2.5 \lg \frac{V_2}{V_1}.$$
 (26)

Видно, что ударная волна сильно влияет на показатель цвета U — В и почти совсем не влияет на показатель цвета В — V.

Полученные результаты согласуются с данными наблюдений [1, 4—7, 19, 20], которые подтверждают присутствие ультрафиолето-

вого избытка у цефеид II-го типа населения, в спектрах которых наблюдаются также и эмиссионные линии, а, следовательно, в их атмосферах движутся ударные волны. Согласно же работам [1, 21 — 23]

		1	аблица Э
T ₂ ⁰	$\Delta(U-B)$	$\Delta(B-V)$	ΔV
7 550 10 000 13 200 20 170	0 0.11 0.28 0.68	0.05 0.04 0.03 0.02	0.08 0.10 0.14 0.28

у цефеид—II-го типа населения, в спектрах которых не наблюдаются эмиссионные линии, отсутствует также и ультрафиолетовый избыток.

T ₂ ⁰	$ \Delta(U-B) $	$\Delta(B-V)$	۸۲
7 500 10 000 13 200 20 170	0 0.08 0.19 0.54	-0.05 -0.03 -0.03 -0.02	-0.08 -0.10 0.13 -0.26

Таблица б

4. Заключение. Таким образом, результаты настоящей работы и работ [9,17] показывают, что наблюдаемые спектральные и фотометрические особенности цефеид II-го типа населения могут быть объяснены движением волн сжатия от зоны двухкратной критической ионизации гелия наружу. Если в голове волны сжатия образуется ударная волна, сила которой равна нескольким единицам, то в спектрах цефеид появляются эмиссионные линии и наблюдается ультрафиолетовый избыток. Если на поверхность звезды выходит одна волна сжатия, то эмиссии нет, и ультрафиолетовый избыток отсутствует. В атмосферах цефеид I-го типа населения ударные волны если и возникают, то сила их меньше единицы, что педостаточно для появления ультрафиолетового избытка и эмиссии в линиях бальмеровской серии водорода.

Горьковский политехнический институт им. А. А. Жданова

ЗВЕЗДЫ ТИПА RR ЛИРЫ И W ДЕВЫ

INFLUENCE OF SHOCK WAVES UPON PROFILES OF H_T SPECTRAL LINES AND LIGHT CURVES FOR STARS OF RR LIRAE AND W VIRGINIS TYPES

V. I. GOLINKO

A formula is derived for calculating the emission due to the shock -wave front in the frequences of spectral lines and in the frequences of the continuous spectrum. Taking into consideration the radiation due to the shock-wave front the profiles of a H_T spectral line are calculated with and without taking into account the absorption in the above-lying layers. The shock-wave is shown to be responsible for the ultraviolet excess. Humps of the light curves are the result of heating the star atmosphere with the compression wave following the shock-wave. A conclusion is made that in the atmospheres of the population II type cepheids, shock-waves originate which have the strength of several units.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. G. W. Preston, B. Paczynski, Ap. J., 140, 181, 1964.
- 2. G. W. Preston, A. J., 142, 1262, 1965.
- 3. G. W. Preston, J. Smak, A. J., 67, 584, 1962.
- 4. H. A. Abt, R. H. Hardie, Ap. J., 131, 155, 1960.
- 5. H. A. Abt, Ap. J., Suppl. ser., 1, N 3, 63, 1954.
- 6. G. Wallerstein, Ap. J., 127, 583, 1958.
- 7. H. A. Abt, Ap. J., 130, 824, 1959.
- 8. G. Wallerstein, Ap. J., 130, 560, 1959.
- 9. В. И. Голинько, Сб. "Проблемы космической физики", вып. 2, 1967.
- 10. С. А. Жевакин, Астрон. ж., 30, 161, 1953.
- 11. С. А. Жевакин, Астрон. т., 36, 394, 1959.
- 12. С. А. Жевакин, Сб. "Памяти А. А. Авдронова", Изд. АН СССР, М., 1955.
- 13. В. И. Голинько, Астрон. ж., 47, 145, 1970.
- 14. W. S. Wardia, Ap. J., Suppl. ser., 8, N 8, 277, 1964.
- 15. C. de Jager, L. Neven, Ann. Obs. R. Belgique, 9, fasc. 2, 1962.
- 16. C. de Jager, L. Neven, BAN, Suppl. ser., 2, No. 4, 125, 1967.
- 17. В. И. Голинько, Астрофизика, 4, 15, 1968.
- 18. E. Witense, Z. Astrophys., 28, 81, 1951.
- 19. R. H. Hardte, Ap. J., 122, 256, 1955.
- 20. H. C. Arp., A. J., 62, 129, 1957.
- 21. B. Paczynski, Acta Astr., 15, 115, 1965.
- 22. W. G: Tifft, H. J. Smtth, Ap. J., 127, 591, 1958.
- 23. W. G. Tifft, Ap. J., 139, 451, 1964.



АСТРОФИЗИКА

TOM 8

ФЕВРАЛЬ, 1972

ВЫПУСК 1

АККРЕЦИЯ ВЕЩЕСТВА НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДОЙ В ДВОЙНОЙ СИСТЕМЕ. II

П. Р. АМНУЭЛЬ, О. Х. ГУСЕЙНОВ Поступила 7 июля 1970 Пересмотрена 1 сентября 1971

Рассмотрен процесс захвата набегающего потока плазмы дипольным магнитным полем нейтронной звезды (белого карлика), входящей в состав двойной системы. Рассмотрены потоки, истекающие из главной компоненты под различными угламе к линии дентров, и случаи различного наклона магнитной оси второй компоненты. Расстояние фронта захвата от центра второй компоненты ~10° см. На фронте заквата может возникнуть радноизлучение. Если вторая компонента—обычная звезда, то в спектре "горячего пятна" появляется магнито-тормозная составляющая.

В предыдущей заметке [1] было рассмотрено образование фронта захвата при аккреции на магнитную нейтронную звезду в двух случаях: а) симметричная аккреция межзвездного газа, б) захват параллельного потока частиц, набегающего на нейтронную звезду в плоскости магнитного экватора. Ниже мы рассмотрим более общую задачу образования фронта захвата при аккреции магнитной нейтронной звездой в двойной системе. Задача решается для двух случаев:

1) магнитная ось нейтронной звезды перпендикулярна линии центров компонент. Поток вещества истекает из первой компоненты под углом ү к линии центров (в плоскости, содержащей линию центров и магнитную ось нейтронной звезды);

2) магнитная ось наклонена к линии центров под углом $90^{\circ} \pm \eta$. Поток вещества истекает из первой компоненты под углом к линии центров.

Ниже приводится решение для фронта захвата в приближении отдельных частиц. Приближение это справедливо, если начальная концентрация частиц в потоке $n_0 \leq 10^{10}$ частиц/см³. Решение задачи в таком приближении представляет интерес не только для аккреции на нейтронную звезду, но и для задач типа солнечного ветра. Уравнение фронта захвата получим, решая совместно уравнение движения частицы и уравнение захвата [2]:

$$\frac{H^2}{8\pi} = 2\rho V^2 \sin^2 \theta, \qquad (1)$$

где все значения параметров находятся для точки захвата: H – напряженность магнитного поля, ρ – плотность вещества в потоке, V – скорость движения потока, θ – питч-угол между направлением скорости частицы и направлением магнитного поля.

Найдем сначала полярное сечение фронта захвата (сечение, содержащее магнитную ось нейтронной звезды и линию центров компонент).

Пусть масса нейтронной звезды M_2 , масса первой компоненты M_1 . На расстоянии R_1 от центра второй компоненты (нейтронной звезды) или на расстоянии R_1 от центра первой компоненты (рис. 1) притяжение частицы к обеим звездам одинаково. Тогда примем, что при $r > R_1$ движение частицы полностью определяется полем тяготения первой компоненты, а при $r < R_1$ движение частицы полностью опре-



Рис. 1. К расчету орбит (обозначения-в тексте).

деляется полем тяготения второй компоненты. В точке равенства сил частица имеет скорость V_1 , направленную под углом γ к линии центров. Угол между линией центров и линией, соединяющей центр второй компоненты с точкой равенства сил, есть δ . В этой точке имеем

$$\frac{GM_2}{R_1^2} = \frac{GM_1}{R_1'^2}$$

(G - постоянная тяготения), откуда
а также

$$\sin \delta = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \sin \gamma, \qquad (2)$$

причем

$$R_1 = A \frac{\sqrt{M_2}}{\sqrt{M_1}\cos\gamma + \sqrt{M_2 - M_1\sin^2\gamma}},$$
 (3)

где A — расстояние между центрами компонент. В точке равенства сил угол между скоростью частицы и направлением на центр второй компоненты равен, очевидно, $\beta = \gamma + \delta$. Согласно сделанному допущению будем считать, что при $r < R_1$ орбита частицы в поле тяготения второй компоненты кеплерова. Рассмотрим случай, когда магнитная ось нейтронной звезды перпендикулярна линии центров (магнитная



Рис. 2. Гиперболическая орбита (обозначения-в тексте).

широта равна φ). Тогда при $V_1^2 > 2GM_2/R_1$ орбита частицы есть гипербола и определяется формулой (см. рис. 2, а также формулу (9) в [1]):

$$p = -\alpha_1 - \arctan \frac{b_0 V_0^2}{GM_2} + \arctan \frac{1}{x \left(\frac{GM_2}{b_0^2 V_0^2} r - 1\right)},$$
 (4)

где

$$x = \frac{b_0 V_0}{\sqrt{2GM_2 r + V_0^2 (r^2 - b_0^2)}}.$$
 (5)

 b_0 — прицельный параметр, V_0 — скорость движения частицы на бесконечности (при аналитическом продолжении орбиты). В задаче задаются значения A, V_1 и γ . Поэтому b_0 , V_0 и a_1 в (4) нужно выразить через эти величины.

Имеем

$$V_0^2 = V_1^2 - \frac{2GM_2}{R_1}.$$
 (6)

Из [1] $x = V_t/V_r$, где V_t и V_r — тангенциальная и радиальная составляющие скорости в текущей точке траектории. Тогда при $r = R_1$ будет $x_0 = x(R_1) = tg\beta$. Исходя из этого, а также из (6), получаем

$$b_0^2 = \frac{R_1^3 V_1^2}{(R_1 V_1^2 - 2GM_2)(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta)},$$
 (7)

причем ctg β находим из $\beta = \delta + \gamma$, учитывая (2).

Величину угла a_1 определим из условия, что при $r = R_1$, $\varphi = \delta$. Тогда

$$\alpha_{1} = -\delta - \arctan \frac{b_{0}V_{0}^{2}}{GM_{2}} + \arctan \frac{1}{x_{0}\left(\frac{GM_{2}}{b_{0}^{2}V_{0}^{2}}\bar{R}_{1} - 1\right)}.$$
(8)

Таким образом, задавая массы компонент M_1 и M_2 , расстояние между центрами A, скорость в точке равенства сил V_1 и направление скорости γ , мы полностью определяем гиперболическую орбиту частицы из (3)—(8).

Рассмотрим траекторию частицы, когда ее скорость в точке равенства сил меньше $2GM_2/R_1$, то есть орбита эллиптическая. Здесь, как и выше, физический смысл имеет лишь часть эллипса при $r \ll R_1$, однако для нахождения реалистического вида орбиты нужно построить кривую полностью. Эксцентриситет [3]

$$e = 1 - \frac{R_2 V_2^2}{GM_2},$$
 (9)

где R_2 — наибольшее расстояние частицы от центра второй компоненты (при аналитическом продолжении орбиты), V_2 — скорость частицы в точке R_2 (рис. 3). Орбита [3]:

$$\frac{R_2^2 V_2^2}{GM_2 r} = 1 + \left(1 - \frac{R_2 V_2^2}{GM_2}\right) \cos \psi, \qquad (10)$$

где = 180° — φ — α₂, причем © — магнитная широта, α₂ — угол между линией центров и большой осью эллипса. Тогда

$$\varphi = -\alpha_{g} + \arccos \frac{1 - \frac{R_{2}^{2}V_{2}^{2}}{GM_{g}r}}{1 - \frac{R_{z}V_{2}^{2}}{GM_{g}}},$$
 (11)

причем а, определяется из

$$a_{2} = -\delta + \arccos \frac{1 - \frac{R_{2}^{2}V_{2}^{2}}{GM_{2}R_{1}}}{1 - \frac{R_{2}V_{2}^{2}}{GM_{2}}},$$
(12)

откуда окончательно:

$$\varphi = \delta - \arccos \frac{1 - \frac{R_2^2 V_2^2}{GM_2 R_1}}{1 - \frac{R_2 V_2^2}{GM_2}} + \arccos \frac{1 - \frac{R_2^2 V_2^2}{GM_2 r}}{1 - \frac{R_2 V_2^2}{GM_2}}.$$
 (13)



Рис. З. Эллиптическая орбита (обозначения-в тексте).

Величины V₂ и R₂ находим из сохранения момента и полной энергии частицы и получаем, соответственно,

$$V_{2} = V_{1} \frac{1 - \sqrt{1 - C(2 - C)\sin^{2}\beta}}{C\sin\beta},$$
 (14)

$$R_{2} = R_{1} \frac{1 + \frac{1}{1 - C(2 - C) \sin^{2}\beta}}{2 - C},$$
 (15)

где введено обозначение $C = R_1 V_1^2 / GM_s$, причем

$$\sin\beta = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \sin\gamma \cos\gamma + \sqrt{1 - \frac{M_1}{M_2} \sin^2\gamma} \sin\gamma.$$
(16)

Заданием выражений (3), (13)—(16) полностью определяется орбита частицы в случае эллиптического движения (при заданных M_1 , M_2 , A, V_1 и γ).

Рассматривая движение частицы в экваториальной плоскости, нужно как для эллиптической, так и для гиперболической орбит вместо ф брать долготу , отсчитываемую от линии центров.

В полярном сечении легко найти орбиту и в том случае, когда магнитный экватор наклонен к линии центров под углом ± η. Простым поворотом координатных осей получаем для гиперболической орбиты

$$\varphi = -\alpha_{1} \pm \eta - \arctan \frac{b_{0}V_{0}^{2}}{GM_{2}} + \arctan \frac{1}{X\left(\frac{GM_{2}}{b_{0}^{2}V_{0}^{2}}r - 1\right)}$$
(17)

и для эллиптической

$$\varphi = \delta \pm \eta - \arccos \frac{1 - \frac{R_2^2 V_2^2}{GM_2 R_1}}{1 - \frac{R_2 V_2^2}{GM_2}} + \arccos \frac{1 - \frac{R_2^2 V_2^2}{GM_2 r}}{1 - \frac{R_2 V_2^2}{GM_2}}.$$
 (18)

Выражения (17) и (18) определяют в общем случае траектории частиц в поле тяжести второй компоненты в полярном сечении. Для нахождения фронта захвата необходимо решать уравнения (17) или (18) совместно с уравнением (1). Здесь H^2 находим из [4]:

$$H^{2} = \frac{\mu^{2}}{r^{0}} (1 + 3 \sin^{2} \varphi), \qquad (19)$$

a $\sin^2\theta$, согласно [1],

$$\sin^2\theta = \frac{(2x \, \mathrm{tg}\,\varphi - 1)^2}{(1 + x^2) \, (1 + 4 \, \mathrm{tg}^2\,\varphi)}, \qquad (20)$$

причем для гиперболических орбит x определяется из (5), а для эллиптических

$$x = \frac{V_2 R_2^{3/2}}{V(R_2 - r) [2GM_2 r - (R_2 + r) R_2 V_2^{2}]}$$
(21)

АККРЕЦИЯ ВЕЩЕСТВА В ДВОЙНОЙ СИСТЕМЕ. П

Текущее значение скорости в случае гиперболы

$$V^2 = V_0^2 + \frac{2GM_2}{r}$$
(22)

113

и в случае эллипса

$$V^{2} = V_{2}^{2} + 2 GM_{2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_{2}}\right)$$
(23)

Значение плотности вещества в потоке ρ определим, пользуясь формулой из [5], которая при $r \ll 2GM_2/V_0^2$ имеет вид (φ — в полярном сечении, λ — в экваториальном):

$$\varphi = \gamma_0 \sqrt{\frac{GM_2}{r V_0^2 \left[1 \div \cos\left(\varphi + \alpha_1 \mp \eta\right)\right]}}.$$
 (24)

Для расчета экваториального сечения (в случае, когда магнитная ось перпендикулярна линии центров) нужно положить $\sin \theta = 1$. Во время расчета фронта захвата нужно учесть, что при $\gamma > 21^{\circ}$ вместо (1) можно использовать упрощенное выражение

$$2x \operatorname{tg} \circ = 1, \tag{25}$$

поскольку условие захвата здесь очень слабо зависит от распределения плотности вещества $\rho(r)$.

На рис. 4 показаны полярное и экваториальное сечения фронта захвата при магнитной оси, перпендикулярной линии центров. Здесь же изображено полярное сечение фронта захвата в случае, когда магнитная ось наклонена к линии центров под углом 60°.

Изменяя η , при неизменных остальных параметрах, находим, что увеличение η в полярном сечении увеличивает минимальное расстояние фронта захвата от центра второй компоненты. Для магнитных моментов нейтронной звезды $\mu \sim 10^{29} - 10^{31} \iota aycc \cdot cm^3$ при $\eta = 0$ минимальное расстояние от центра второй компоненты до фронта захвата $\sim 10^8 \, cm \, (n_0 \sim 10^{10} \, cm^{-3})$, и циклотронная частота излучения электронов на фронте захвата приходится в область радиоволи.

Предположим, что переход происходит не на нейтронную звезду, а на обычную (или карликовую) звезду, являющуюся второй компонентой в тесной паре (газодинамический расчет такого процесса без магнитного поля дан в работе [6]). В этом случае линия фронта захвата оказывается при $\eta \leq 20^\circ$ внутри второй компоненты. Поток достигает атмосферы второй компоненты, сжимая при движении ее магнитное поле, которое оказывается полностью сосредоточенным 8-39 в атмосфере. Если принять, что модель атмосферы второй компоненты аналогична модели солнечной атмосферы [7], то газовое давление в атмосфере (ρRT) не успевает уравновесить кинетическое давление потока ((1/2) ρV^2). В результате поток достигает фотосферы звезды, сжатие магнитного поля при этом может оказаться настолько значительным, что.в тормозном спектре "горячего пятна" [6] появится магнито-тормозная составляющая. В случае данных для перехода, принятых в [6], фронт захвата оказывается полностью вне второй компоненты лишь при $\eta = 89^{0.5}$, то есть при "лежачем" положении магнитной оси второй компоненты.



Рис. 4. Фронт захвата в полярном сечении (кривая 1 соответствует $\eta = 0^\circ$, кривая 1'- $\eta = 30^\circ$). Фронт захвата в экваториальном сечении при $\eta = 0^\circ$ -кривая 2.

Газовый поток сжимает и искажает дипольное поле и при движении к звездам малых радиусов (нейтронным звездам и белым карликам) это приводит к искажению найденной формы фронта захвата. Однако это искажение не очень существенно влияет на картину захвата и в первом приближении им можно пренебречь.

Шемахинская астрофизическая обсерватория

THE MASS ACCRETION BY A NEUTRON STAR IN DOUBLE SYSTEM. II

P. R. AMNUEL, O. H. GUSEINOV

The accretion of plasma flow by magnetic field of a Neutron star (white dwarf) in double system is analysed. We analyse the flows arising from the first component under different angles to the line of centres, and cases of different inclinations of magnetic axis of second component. The distance of the shock front from the centre of second component is $\sim 10^{\circ}$ cm. The radioemission may be produced on the shock front. If the second component is an ordinary star, it is the magnetic-bremstrahlung part in the "hot spot" spectra.

ЛИТЕРАТУРА

П. Р. Амнуэль, О. Х. Гусейнов, Астрофизика, 6, 397, 1970.
 Ф. Кахилл, Сб. "Космическая физика", Мир, 1960, стр. 333.
 Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика, Наука, М., 1965.
 Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Наука, М., 1967.
 В. Радзиевский, М. М. Дагаев, Астрон. ж., 48, 56, 1969.
 Ю. П. Коровяковский, Астрофизика, 5, 67, 1969.
 К. У. Аллен, Астрофизические величины, ИЛ, М., 1960.



АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 8

ФЕВРАЛЬ, 1972

выпуск 1

О ПОРОГЕ РАЗВАЛА ЯДЕР В ВЫРОЖДЕННОМ ЭЛЕКТРОННО-НЕЙТРОННОМ ГАЗЕ

Ю. Л. ВАРТАНЯН

Поступила 4 февраля 1971 Пересмотрена 27 октября 1971

Рассматривается уравнение состояния сверхплотного вырожденного вещества при плотпостях, на порядок няже ядерной. Показано, что при определении порога исчезновения ядер, погруженных в вырожденный газ электронов и нейтронов, определяющую роль играет ядерное взаимодействие между наружными нуклонами.

В последнее время в связи с физикой пульсаров возрос интерес к уравнению состояния сверхплотного вещества при плотностях порядка и ниже ядерной. Так в [1] было отмечено, что в этой области плотностей может образоваться кристаллическая решетка, разрушением которой можно объяснить внезапные изменения периода пульсара PSR 0833—45. Ниже рассматривается уравнение состояния сверхплотного вещества в окрестностях плотности, при которой энергия связи ядер приравнивается нулю.

Холодное вещество при плотности $\rho > 10^6$ г/см³ состоит из вырожденного электронного газа и атомных ядер. При увеличении плотности за счет нейтронизации (обратного 5-процесса) происходит сильное обогащение ядер нейтронами, что приводит к образованию свободного нейтронного газа. Вещество состоит из атомных ядер, погруженных в вырожденный электронно-нейтронный газ. Для краткости назовем такое состояние "Aen"-фазой. Здесь мы не будем приводить термодинамические соотношения, по которым производится расчет уравнения состояния, отсылая за справками к работам [2-4]. Укажем лишь, что из требования минимума полной энергии, приходящей на один нуклон, получается замкнутая система уравнений, которая определяет для каждого значения плотности все термодинамические величины, а также значения массового числа А и порядкового номера ядер Z. При этом оказывается энергетически более выгодным существование тяжелых элементов, предельно перегруженных нейтронами. При расчете уравнения состояния для массы ядер используется полуэмпирическая формула Вайцзекера, которая, вообще говоря, справедлива для ядер с небольшим преобладанием нейтронов. Поэтому могут возникнуть некоторые сомнения относительно возможности применения этой формулы в рассматриваемом случае. В [4] была учтена поправка в энергии асимметрии в формуле Вайцзекера, этот член был записан с точностью до четвертой степени параметра асимметрии Δ :

$$\varepsilon_{as} = 23.8 Mev. A \Delta^{s} [1 + (1/27) \Delta^{s}],$$

где Δ=(N-Z)/A, а N и Z-соответственно числа нейтронов и протонов в ядре. В [5] было рассмотрено влияние наружного нейтронного газа на изменение внутренней плотности ядер и поверхностную энергию. Однако учет всех этих эффектов приводит лишь к незначительным изменениям в уравнении состояния, что оправдывает применимость формулы Вайцзекера.

При увеличении плотности A и Z монотонно растут (эти величины связаны соотношением Z = 3. 54 A^{1/2}), а энергия связи ядра уменьшается и приравнивается нулю при $\rho = \rho_k = 2.5 \cdot 10^{13}$ z/cm^3 , где энергии Ферми вырожденных электронов и нейтронов соответственно равны $E_e = 58$ Mev, $E_n = 7.8$ Mev. Здесь в давление и плотность основной вклад уже вносит вырожденный нейтронный газ. Однако немалым является вклад ядер в плотность вещества и электронов—в давление. Так, при $\rho = \rho_k P_e/P_n = 0.44$, а $\rho_0/\rho_n = 0.68$ (P_e - и P_n -, соответственно, электронное и нейтронное давления, а ρ_0 и ρ_n —плотности ядер и нейтроннов).

После развала ядер вещество состоит из вырожденных газов нейтронов, электронов и протонов ("*пре*"-фаза). Здесь электронный газ ультрарелятивистский, а нейтроны и протоны нерелятивистские. Поэтому, воспользовавшись соотношением для химических потенциалов этих частиц

$$E_{\bullet}+E_{p}=E_{n}, \qquad (1)$$

где $E_i = c\sqrt{m_i^2c^2 + p_i^2}$ — энергия Ферми (i = e, n, p), легко получить для концентраций

$$n_{e} = n_{p} \simeq 10^{-2} \ (\rho/\rho_{t}) \ n_{n}.$$
 (2)

Здесь n_e , n_p и n_n —соответственно концентрации электронов, протонов и нейтронов, p—плотность вещества, $p_t = 3.3 \cdot 10^{14} \ i/cm^3$ — ядерная плотность. Из (2) мы замечаем, что концентрация нейтронов в момент развала ядер ($a = p_k = 2.5 \cdot 10^{13} \ i/cm^3$) на три порядка превосходит концентрацию электронов и протонов. Поэтому в "пре"-фазе как плотность, так и давление определяются нейтронами.

Если теперь приравнять суммарную плотность нейтронов и ядер в "Aen"-фазе при развале ядер плотности нейтронов в "пре"-фазе, то в этой фазе давление будет выше, чем в фазе "Aen"

$$q = P_1 / P_2 = 0.61, \tag{3}$$

 P_1 и P_2 — значения давления, соответственно, в "Aen" и "пре" фазах, соответствующие плотности ρ_k . Причина этого заключается в том, что при $\rho = \rho_k$ заметная часть нуклонов еще находится в ядрах и не вносит вклада в давление. Поэтому в "пре"-фазе при том же числе барионов, когда уже все нуклоны вносят вклад в давление, последнее оказывается выше, чем в "Aen"-фазе. Происходит весьма крутой, почти скачкообразный рост давления.

Значение q = 0.61 можно непосредственно получить из вида уравнения состояния. Как уже было отмечено выше, при $\rho = \rho_k$ давление вырожденного электронного газа равно 0.44 давления нейтронного газа, т. е. для суммарного давления имеем: $P_1 = P_e + P_n =$ 1.44 P_{1n} . Имея в виду также, что нейтронный газ нерелятивистский, для его уравнения состояния имеем $P_{1n} = A \rho_{1n}^{5/3}$, где $A = 5.9 \cdot 10^9$ дин. см⁸, т. е. $P_1 = 1.44 A \rho_{1n}^{5/8}$, а ρ_{1n} — плотность нейтронов в "Aen"фазе в момент развала ядер. С другой стороны, в этой точке суммарная плотность $\rho_1 = \rho_0 + \rho_{1n} = 1.67 \rho_{1n}$. Таким образом, давление в точке $\rho = \rho_k$ запишется в виде

$$P_1 = 1.44 \ A \ (\rho_1/1.67)^{5/3}. \tag{4}$$

Для давления в "пре"-фазе имеем

$$P_{2} = A \rho_{2}^{5/3} \,. \tag{5}$$

Приравнивая $\rho_1 = \rho_2 = \rho_k$, получим $P_1/P_3 = 0.61$.

Рассмотренный случай относится к наивероятным ядрам — ядрам с минимальной энергией связи. Если же учесть, что в веществе в действительности будет присутствовать определенный спектр ядер, то рост давления будет происходить не скачкообразно при одной и той же плотности, а весьма круто в определенной узкой области плотности. Так, в [4] были рассмотрены ядра с массовым числом $A_1 = 56$

до $A_2 = 238$. В "Aen"-фазе за счет конденсации нейтронов с увеличением плотности массовые числа увеличиваются, а энергия связи уменьшается и приравнивается нулю, соответственно, при $\rho_1 = 1.8 \cdot 10^{13} \ i/cm^3$, когда $A_1 = 128$, и при $\rho_2 = 1.3 \cdot 10^{13} \ i/cm^3$, когда $A_2 = 547$. Из этих данных видно, что при рассмотрении спектра ядер их энергия связи приравнивается нулю в узкой области плотности. Поэтому и рост давления будет происходить не скачкообразно, а с конечной, но весьма большой крутизной.

Однако имеется ряд обстоятельств, в силу которых условие равенства нулю средней энергии связи, приходящей на один нуклон ядра. в модели идеального газа не может быть принято за условие исчезновения ядер и перехода от "Aen" к "пре"-фазе. Как это было замечено Я. Б. Зельдовичем, при крутом росте давления, которое будет иметь место при таком определении точки перехода, будет нарушаться принцип Ле-Шателье-Брауна (при р > р. давление для "пре"-фазы выше, чем для "Aen"-фазы). Кроме того, если рассмотреть энергию вешества при одном и том же заданном полном числе барионов для "Aen" и "пре" фаз, то оказывается, что эта величина для "Aen"-фазы ниже, чем для "пре"-фазы, причем не только в области, где энергия связи ядер отрицательна, но и при $\rho > \rho_L$, когда уже B > 0 (B энергия связи ядер). Поэтому в модели идеального газа энергетически более выгодным является сохранение "Aen"-фазы и при p >p, с B>0. Но при приближении плотности вещества к ядерной уже не имеет смысла рассматривать существование отдельных ядер.

Указанная ситуация показывает, что модель идеального газа при исследовании порога исчезнования ядер является неудовлетворительной. Для данного вопроса весьма существенным является учет ядерного взаимодействия между вырожденными нуклонами, находящимися вне ядра [3, 5].

В рассматриваемой области плотностей ядерные силы имеют притягивающий характер, поэтому одному и тому же значению химического потенциала свободных нейтронов здесь будет соответствовать более высокая концентрация нейтронов, чем в случае идеального газа. Расчет показывает [4, 5], что в этом случае доля ядер в плотности вещества составляет лишь несколько процентов. Поэтому в моделях с учетом вваимодействия соответственно уменьшится и различие между "Aen" и "пре" фазами.

О ПОРОГЕ РАЗВАЛА ЯДЕР В ВЫРОЖДЕННОМ ГАЗЕ

Выражаю глубокую благодарность В. А. Амбарцумяну, Я. Б. Зельдовичу, Д. А. Киржницу и Г. С. Саакяну за обсуждения и ценные замечания.

Ереванский государственный университет Бюраканская астрофизическая обсерватория

THE THRESHOLD OF DISINTEGRATION OF NUCLEI IN DEGENERATE ELECTRON-NEUTRON GAS

Yu. L. VARTANIAN

Equation of the state of superdense matter is considered. It is shown, that the threshold of disintegration of nuclei, which are in degenerate electron-neutron gas, strongly depends on the interaction between external nucleons.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Ruderman, Nature, 223, 598, 1969.

- 2. Дж. Уиллер. Б. Гаррисон, М. Вакано, К. Торн, Теория гравитации и гравитациониый коллапс, Мир, М., 1967.
- 3. W. D. Langer, L. C. Rosen, J. M. Cohen, A. G. W. Cameron, Astrophys. and Space Sci., 5, 259, 1968.

4. Ю. Л. Вартанян, Н. К. Овакимова, Астрон. ..., 49, 306, 1972.

5. H. A. Bethe, G. Borner, K. Sato, Astron. astrophys., 7, 279, 1970.

6. J. S. Levinger, L. M. Simmons, Phys. Rev., 124, 916, 1961.

7. R. Ried, Ann. Phys., 50, 411, 1969.



АСТРОФИЗИКА

TOM 8

ФЕВРАЛЬ, 1972

выпуск 1

О ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ В ВЫРОЖДЕННОЙ ЭЛЕКТРОННО-ЯДЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

Г. С. СААКЯН, Р. М. АВАКЯН Поступная 19 нюля 1971

Известно, что в вырожденной электронно-ядерной плазме возможны два типа состояний термодинамического равновесия. Один из них соответствует абсолютному минямуму энергии (массовые числа A в этом случае вависят от плотвости: $A = A_0(p)$). Второй соответствует относительному минямуму энергии при любом спектре масс атомных ядер. В последнем случае времена релаксации для установления равновесия очень малы, так как оно осуществляется благодаря β -процессам.

В настоящей работе показано, что достижение состояния абсолютного термодинамического равновесия может осуществиться за счет обмена ядер нейтронами. Для жидкой и твердой фаз вычислена вероятность такого обмена, в предположении, что вещество находится на поздних втапах эволюции, когда массовые числа ядер мало отличаются от $A_0(\rho)$.

1. Рассмотрим плазму, состоящую из атомных ядер и вырожденного электронного газа. Следуя принятой терминологии, будем называть, ее электронно-ядерной плазмой или просто "Ae"-фазой вещества. В таком состоянии находится вещество в белых карликах и в оболочках барионных звезд. Хорошо известно, что в "Ae"-фазе свойства атомных ядер определяются значением плотности масс или, можно сказать, граничной энергией Ферми для влектронов. Это проявляется в том, что параметры A, Z (A -массовое число, Z -порядковый номер) и энергия связи нуклонов в ядре зависят от граничной энергии влектронов E_{\bullet} . Благодаря пикно-ядерным реакциям легкие ядра быстро исчезают из среды, не говоря уже о том, что существование легких ядер в недрах белых карликов исключается также по чисто космогоническим мотивам. Таким образом, в белых карликах и "Ae"-оболочке барионных звезд могут существовать только средние и тяжелые ядра. Благодаря β -процессам термодинамическое равновесие устанавливается очень быстро, при любом спектре масс ядер. Однако в этом состоянии в плазме еще имеются достаточно большие запасы внутренней энергии, а именно ядерной энергии, поэтому внутренняя энергия в ней имеет только относительный минимум (при заданном числе барионов в звезде и массовых чисел A_k).

Абсолютный минимум энергии достигается лишь после исчерпания всех запасов внутренней энергии. В этом состоянии

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial A}\right)_{n,Z} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial Z}\right)_{n,A} = 0, \qquad (1)$$

где ρ — плотность полной энергии, n — плотность числа барионов. Здесь не только Z, но и A являются однозначной функцией плотности. Допустим, что звезда полностью израсходовала все запасы внутренней энергии, т. е. уже достигла состояния абсолютного равновесия. Тогда, продвигаясь от поверхности к центру барионной звезды, мы будем наблюдать изменения A и Z от значений $A_0 = 56$, $Z_0 = 26$ у поверхности до значений $A_0 = 122$, $Z_0 = 39$ на границе раздела "Ae" и "Aen"-фаз. Для этого состояния хэрэктерно то, что энергия связи нуклонов является наибольшей по сравнению с другими, в которых $A \neq A_0(\rho)$.

Теперь рассмотрим "Ае"-плазму, в которой синтез легких ядер уже закончен и имеются только средние и тяжелые ядра. В работе [1] показано, что в такой плазме еще содержится количество энергии, необходимое для поддержания сверхплотного небесного тела в нагретом состоянии достаточно долгое время. В частности, при постепенном выделении энергии этих запасов достаточно для обеспечения наблюдаемой светимости белых карликов в течение миллиарда лет. Однако этот остаток ядерной энергии, очевидно, не будеть иметь той важной роли, которую мы думаем приписывать ей, если время релаксации для установления наиустойчивого состояния окажется очень большим или очень малым по сравнению с характерными звездными космогоническими временами. Для выяснения этого важного вопроса необходимо указать и исследовать каналы, через которые вырожденная плазма может стремиться к конечному состоянию, в котором имеются только ядра A₀(ρ), являющиеся наиболее компактными образованиями при заданной плотности. Синтез средних ядер между собою и с тяжелыми исключается, так как вероятность соответствующего туннельного эффекта очень мала даже при плотностях, достигающихся в конце "Ае"-фазы вещества [2-4]. Наивероятные процессы, через которые ядра с $A < A_0$ и $A > A_0$ могут стремиться к предельному значению A₀ (ρ), — это обмен ядер нейтронами и α-частицами благодаря туннельному эффекту. Вероятность туннельного эффекта даже для нейтронов оказывается очень маленькой (соответствующие времена оказываются очень большими по сравнению с космогоническими). Только благодаря тепловому движению ядра иногда сближаются настолько близко, что становится возможным переход нейтропов и 2-частиц между ними. Вероятность туннельного перехода этих частиц при определенных условиях оказывается такой, что может обеспечить выделение ядерной энергии с умеренной скоростью.

2. Прежде чем перейти к вычислению вероятности вышеупомянутых процессов, посмотрим какая энергия выделяется при обмене ядер нейтронами. Пусть нейтрон совершает переход из ядра с массой $M(A_1, Z_1)$ в ядро с массой $M(A_2, Z_2)$, причем вещество находится в состоянии термодинамического равновесия (речь идет о локальном термодинамическом равновесии). Выделенная при этом энергия равна

$$Q = B(A_2 + 1, Z_2) - B(A_2, Z_2) + B(A_1 - 1, Z_1) - B(A_1, Z_1), \quad (2)$$

где B(A, Z) — энергия связи ядра с параметрами A и Z,

$$B(A, Z) = C_0 A - C_1 A^{2/3} - C_2 Z^2 A^{-1/3} - C_3 A \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2, \quad (3)$$

а $C_0 = 15.75 M_{9B}$; $C_1 = 17.8 M_{9B}$; $C_2 = 0.71 M_{9B}$; $C_3 = 23,7 M_{9B}$. Подставляя (3) в (2), получаем

$$Q \approx \frac{\partial B(A_2, Z_2)}{\partial A_2} - \frac{\partial B(A_1, Z_1)}{\partial A_1} =$$

$$= \frac{2}{3} C_1 (A_1^{-1/3} - A_2^{-1/3}) - \frac{1}{3} C_2 (y_1^2 A_1^{2/3} - y_2^2 A_2^{2/3}) - 4C_3 (y_1^2 - y_2^2), \qquad (4)$$

где y = Z/A. В том случае, когда $A_1 = A_2 = A$, в (2) необходимо в разложении $B(A \pm 1, Z)$ в ряд по степеням 1/A учитывать члены до порядка $(1/A)^2$, тогда получим

$$Q \approx \frac{2}{9} C_1 A^{-4/3} - 4y^2 \left(2 \frac{C_3}{A} + C_2 A^{-1/3} \right)$$
 (5)

В последнем случае при всех A энергия Q < 0. Следовательно, переход нейтронов между одинаковыми ядрами невозможен.

Исследуем формулу (4), при значениях A, близких к наиустойчивому: $|A - A_0|/A_0 \ll 1$. В этом случае для y = Z/A можно использовать формулу Г. С. СААКЯН, Р. М. АВАКЯН

$$y_1^2 = \frac{C_1}{2C_2A_1}, \qquad y_2^2 = \frac{C_1}{2C_2A_2}.$$

Подставим эти значения y1 и y2 в выражение (4):

$$Q = \frac{C_1}{2} \left(A_1^{-1/3} - A_2^{-1/3} \right) - \frac{2C_1C_3}{C_2} \left(A_1^{-1} - A_2^{-1} \right); \quad \frac{|A_k - A_0|}{A_0} \ll 1.$$
(6)

Сделав замену $A_k = A_0 + x_k$ и разложив $(A_0 + x_k)^n$ в ряд по степеням малого параметра x_k/A_0 , мы приходим к следующему результату

$$Q \approx \frac{1190}{A_0^2} (x_1 - x_2).$$

Напомним, что этот результат относится к переходу $(A_1, Z_1) + (A_2, Z_2) \rightarrow (A_1 - 1, Z_1) + (A_2 + 1, Z_2)$. Таким образом, Q > 0, если $x_1 > x_2$, т. е. всегда нейтрон переходит из ядра с большим A к ядру с меньшим A. Иначе говоря, ядерные реакции, обусловленные переходами нейтронов, приводят к уменьшению дисперсии спектра массовых чисел A вокруг наивероятного значения A_0 . Путем численного расчета можно показать, что эта тенденция вволюции спектра масс ядер имеет место и в общем случае, для произвольных A_k , т. е. Q > 0, если только $x_1 > x_2$. В этом смысле самый выгодный случай тот, когда ядро с $A_1 > A_0$ передает нейтрон ядру с $A_2 < A_0$.

Впредь "ядерные реакции, обусловленные туннельным переходом нейтронов от тяжелого ядра к легкому, будем называть "*n*-реакциями". При вычислении энергии *Q*, выделенной в этих процессах, необходимо учитывать также изменения энергии вырожденного электронного газа [1].

3. Для исследования "п-реакций" необходимо иметь ясное представление о состоянии частиц в "Ae"-фазе. Здесь электроны образуют сильно вырожденный идеальный газ. Из-за большой массы ядер явление вырождения, обусловленное принципом Паули (мы имеем в виду ядра с полуцелым значением момента), никогда не приобретает заметного значения. В отличие от электронов, кулоновские взаимодействия для ядер являются существенными. В белых карликах условия (плотность и температура) такие, что в основной части звездного вещества совокупность ядер находится в жидком или твердом состояниях. По-видимому, впервые в работах [5, 6] было обращено внимание на это важное обстоятельство. Такая ситуация может возникать в том случае, если энергия плазменных колебаний ядер за-

метно превышает их тепловую энергию. Предположим, что имеет место вариант твердого тела и установим условия, при которых он в самом деле может реализоваться. Среду можно представить разделенной на сферические ячейки радиуса (см. рис. 1)

$$R = \left(\frac{3}{4\pi n_A}\right)^{1/3},\tag{7}$$

где n_A — плотность числа ядер. Ради простоты предполагается, что имеются только одинаковые ядра. В среднем у ядра имеется облако электронов, которые можно считать равномерно распределенными в ячейке. Тогда энергия взаимодействия ядра с электронным облаком ячейки равна

$$U(r) = -\frac{3Z^2 e^2}{2R} + \frac{Z^2 e^2}{2R^3} r^3, \qquad (8)$$

где r — расстояние ядра от центра ячейки. Мы замечаем, что ядро находится в потенциальной яме с глубиной $U_0 = -(3Z^2e^2)/(2R)$ и совершает колебания с частотой

$$\omega^2 = \frac{Z^2 e^2}{m_A R^3} = \frac{4\pi n_A Z^2 e^3}{3m_A}.$$
 (9)

Как следовало ожидать, частота осцилляционного движения ядер с точностью множителя 1/3 совпадает с их плазменной частотой. Амплитуда колебаний порядка

$$a = \sqrt{\frac{h}{m_A^{\omega}} (2n+3)} = \sqrt{\frac{3h^{\omega}}{4\pi n_A Z^2 e^2} (2n+3)},$$
 (10)

где h = 0, 1, 2, 3... — квантовое число осциллятора. Возбужденные состояния появляются при температурах $kT \gg h\omega$. При $kT \ll h\omega$ ядра совершают нулевые колебания вокруг фиксированных точек пространства. В этом случае $h\omega/U_0 \ll 1$ и $a \ll R$. Переход от твердой фазы к жидкой происходит лишь при достаточно высоких температурах. При $kT \approx h\omega$ амплитуда (10) по порядку равна дебаевскому радиусу ядерной компоненты плазмы

$$a \approx \sqrt{\frac{3kT}{4\pi n_A Z^2 e^2} (2n+3)} = D.$$
 (11)

Очевидно разрушение твердой фазы наступает, когда амплитуда (дебаевский радиус) становится сравнимой с радиусом ячейки $\alpha \approx R$. Отсюда получаем условие осуществления твердой фазы

$$T \leqslant \left(\frac{4\pi}{3m_n A}\right)^{1/3} \frac{Z^2 e^2}{(2n+3) k} \approx 5 \cdot 10^5 \left(\frac{5}{2n+3}\right) \rho^{1/3}.$$
(12)

Здесь m_n — масса нуклона, ρ — плотность массы в i/cm^3 . При получении численного результата мы подставили $Z = 3.54\sqrt{A}$, что, строго говоря, справедливо лишь для наикомпактных ядер с массовым числом $A_0(\rho)$. Поскольку в твердой фазе множитель 5/(2n+3) порядка единицы, можно утверждать, что граница твердой и жидкой фаз вещества белых карликов определяется уравнением

$$T \approx 5 \cdot 10^5 \, \rho^{1/3}$$
. (13)

В "Ae"-фазе вещества мы имеем дело с плотностями $10^3 < \rho < < 3.18 \cdot 10^{11} \cdot cm^{-3}$. Линия на рис. З представляет зависимость (13). Область, расположенная выше этой линии, относится к жидкому, а область под кривой — к твердому состояниям электронно-ядерной плазмы. Температура в центре белых карликов может достигать значений $T_0 \approx 10^8 \cdot pagycos$. Учитывая это замечание, мы приходим к заключению, что в наиболее плотных представителях звезд этого типа реализуются и та, и другая фазы: в центральной области вещество плазмы находится в твердом состоянии, в оболочке — в жидком, а в атмосфере в газообразном состоянии.



Рис. 1. К расчету вероятности обмена ядер нейтронами.

Вследствие того, что заряд ядер полностью экранируется электронным облаком, в нулевом и первом приближениях теории возмущений, взаимодействие между ними отсутствует. Однако колебания ядер в ячейках порождают дипольный момент даже при T = 0. Благодаря этому, во втором приближении между ядрами (или между ячейками) появляются дисперсионные силы. Энергия взаимодействия, соответствующая этим силам, равна

$$U(r) = -\frac{3hZ^4e^4}{4m_A\omega^3}\frac{1}{r^6} = -\frac{3}{4}h\omega\left(\frac{R}{r}\right)^6,$$
 (14)

где ω определяется формулой (9). Справедливость этой формулы ограничена условием $a \ll r$. Как мы видим, на расстоянии $r \approx R$ эта энергия—порядка энергии осцилляционного движения ядер $U(R) \approx h\omega$, но при нормальном расположении ядер, т. е. при r = 2R, она в 64 раза меньше $h\omega$.

О ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ В ВЫРОЖДЕННОЙ ПЛАЗМЕ

4. Теперь перейдем к вычислению вероятности "л"-реакций. Сперва это сделаем для твердой фазы. Если не учитывать движение ядер, считая их закрепленными в точках равновесия, то вероятности "п-реакций" оказываются очень малыми, за исключением слоя в непосредственной близости порога наступления "Aen"-фазы. Эти реакции, однако, оказываются возможными, если учесть колебательное движение ядер. А именно, благоприятное условие туннельного перехода нейтронов из одного ядра в другое появляется лишь тогда, когда при своем осцилляционном движении ядра случайно оказываются на достаточно близком расстоянии друг от друга.

Представим две соседние ячейки (рис. 1) с радиусами R_1 и R_2 , вокруг центров O_1 и O_2 которых колеблются ядра A_1 и A_2 . Тогда для волновых функций и энергий первого и второго осцилляторов (ядер) имеем

$$\begin{split} \Psi_{n_{1}, n_{2}, n_{3}}(x_{1}, y_{1}, z_{1}) &= (2^{n}n_{1}! n_{2}! n_{3}! a_{1}^{3} \pi^{3/2})^{-1/2} \times \\ &\times H_{n_{1}}\left(\frac{x_{1}}{a_{1}}\right) H_{n_{2}}\left(\frac{y_{1}}{a_{1}}\right) H_{n_{3}}\left(\frac{z_{1}}{a_{1}}\right) \exp\left(-\frac{r_{1}^{2}}{2a_{1}^{2}}\right), \\ \Psi_{m_{1}, m_{2}, m_{3}}(x_{2}, y_{2}, z_{2}) &= (2^{m}m_{1}! m_{2}! m_{3}! a_{2}^{3} \pi^{3/2})^{-1/2} \times \\ &\times H_{m_{1}}\left(\frac{x_{2}}{a_{2}}\right) H_{m_{3}}\left(\frac{y_{2}}{a_{2}}\right) H_{m_{3}}\left(\frac{z_{2}}{a_{2}}\right) \exp\left(-\frac{r_{2}^{2}}{2a_{2}^{2}}\right) \\ E_{1} &= h\omega_{1}(n+3/2), \quad n = n_{1} + n_{2} + n_{3}, \\ E_{2} &= h\omega_{2}(m+3/2), \quad m = m_{1} + m_{2} + m_{3}, \\ (n, m = 0, 1, 2, \ldots). \end{split}$$
(15)

Здесь $r_k = (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{1/2}$ — величина смещения ядра от центра ячейки, $H_n(z)$ — полиномы Чебышева-Эрмита и, наконец,

$$a_k = \left(\frac{h}{m_n A_k \omega_k}\right)^{1/2}, \quad (k = 1, 2),$$
 (16)

 m_n — масса нуклона. В рассмотренном приближении, когда движение ядер предполагается строго гармоническим ($a_k \ll R_k$), разумеется, мы должны считать, что координаты (x_k , y_k , z_k) изменяются в пределах от — ∞ до + ∞ (как вообще и полагается для гармонического осциллятора). Приведенные волновые функции соответствуют состояниям с определенным значением энергии по каждому из трех направлений движения.

9-39

Вероятность перехода одного из нейтронов ядра A_1 в ядро A_2 определяется выражением

$$V = N \sum_{n, m} w_{n, m} \int |\Psi_{n}(x_{1}, y_{1}, z_{1})|^{2} |\Psi_{m}(x_{2}, y_{2}, z_{2})|^{2} \times \\ \times P(|\vec{l} + \vec{r_{2}} - \vec{r_{1}}|) \vec{dr_{1}} \vec{dr_{2}}.$$
(17)

Здесь п и m — символическая запись трех независимых квантовых чисел $(n_1, n_2, n_3) \equiv n, (m_1, m_2, m_3) \equiv m$, суммирование и интегрирование—шестикратные, N—число ячеек, соприкасающихся с данной, $\Psi_n |^2 | \Psi_m |^2 dr_1 dr_3$ —вероятность нахождения первого ядра в элементе объема $dx_1 dy_1 dz_1$, а второго—в элементе $dx_2 dy_2 dz_2$; $P(|l+r_2-r_1|)$ вероятность туннельного перехода нейтрона из ядра A_1 в ядро A_2 , когда они находятся на расстоянии $r = |l+r_2-r_1|$ и, наконец, $w_{n,m} \equiv \equiv w (n_1, n_2, n_3; m_1, m_2, m_3)$ — вероятность нахождения осцилляторов в квантовых состояниях (n_1, n_2, n_3) и (m_1, m_2, m_3) , соответственно.

Когда массовые числа ядер не сильно отличаются друг от друга, $N \approx 14$. Для вероятности $w_{n,m}$ имеем

$$w_{n,m} = \left(1 - e^{-\frac{h\omega_1}{kT}}\right)^3 \left(1 - e^{-\frac{h\omega_2}{kT}}\right)^3 \times \exp\left[-\frac{h\omega_1(n_1 + n_2 + n_3) + h\omega_2(m_1 + m_2 + m_3)}{kT}\right].$$
(18)

В квазиклассическом приближении вероятность $P(|l+r_2-r_1|)$ можно представить в виде произведения трех множителей. Под первым из них мы подразумеваем частоту ударов нейтронов о стенки сферической потенциальной ямы, в виде которой представляется ядро

$$v = \frac{v_1}{d_1} = \frac{1}{d_1} \sqrt{\frac{2E_1}{m_n}},$$

где v_1 — средняя скорость движения нейтронов в ядре A_1 , $d_1 = 2.8 \cdot 10^{-13} A_1^{1/3}$ — диаметр ядра. Второй множитель представляет собой вероятность выхода нейтрона по направлению второго ядра, именно, внутри телесного угла

$$\frac{dQ}{4\pi} = \frac{1}{16\pi} \frac{\pi d_2^2}{(R_1 + R_2)^2},$$

под которым второе ядро видно из первого. Здесь d_2 — диаметр второго ядра, а R_1 , R_2 —, соответственно, радиусы первой и второй ячеек.

Третий множитель дает вероятность самого туннельного перехода, равного

$$\exp\left[-\frac{|\vec{l}+\vec{r_{2}}-\vec{r_{1}}|-\frac{d_{1}+d_{2}}{2}}{b}\right]$$

где $(1l+r_2-r_1)-\frac{d_1+d_2}{2})$ есть истинное расстояние между стен-

ками потенциальных ям. Далее,

$$\frac{1}{b} = \frac{2}{h} \sqrt{2m_n (U - E_1)},$$
(19)

U — глубина потенциальной ямы, \vec{E}_1 — энергия нейтрона в первой яме. В ядре A_1 имеется $(A_1 - Z_1)$ нейтронов, поэтому для получения вероятности перехода одного из нейтронов мы должны произведение вышеперечисленных факторов умножить еще на $(A_1 - Z_1)$. Итак, на основании вышеизложенного, вероятность переброса нейтрона из ядра A_1 в ядро A_2 , когда они находятся в точках (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) своих ячеек, равна

$$P(|\vec{l} + \vec{r}_{2} - \vec{r}_{1}|) = N \frac{d_{2}^{2} (A - Z_{1})}{16 (R_{1} + R_{2})^{2} d_{1}} \left(\frac{2E_{1}}{m_{n}}\right)^{1/2} \times \\ \times \exp\left[-\frac{|\vec{l} + \vec{r}_{2} - \vec{r}_{1}| - \frac{d_{1} + d_{2}}{2}}{b}\right].$$
(20)

Подставляя (20) в (17), получаем

$$W = K \left(1 - e^{-\frac{h\omega_1}{kT}}\right)^3 \left(1 - e^{-\frac{h\omega_2}{kT}}\right)^3 \sum_{n_k, m_k} J(n_k, m_k) \times \exp\left[-\frac{h\omega_1(n_1 + n_2 + n_3) + h\omega_2(m_1 + m_2 + m_3)}{kT}\right],$$
(21)

где

J(n.

$$K = N \frac{d_2^2 (A_1 - Z_1)}{16 (R_1 + R_2)^2 d_1} \left(\frac{2E_1}{m_n}\right)^{1/2} e^{\frac{a_1 + a_2}{2b}},$$

$$(22)$$

$$(m_k) = \int \left| \Psi_{n_1, n_2, n_3} \left(\frac{r_1}{a_1}\right) \Psi_{m_1, m_2, m_3} \left(\frac{r_2}{a_2}\right) \right|^2 e^{\frac{1}{b} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_1}\right)} dr_1 dr_2.$$

Напомним теперь, что нас интересуют "*п*-реакции", протекающие в "Ae"-плазме, находящейся на сравнительно позднем этапе своего развития. А именно, следуя идее, развиваемой в нашей предыдущей работе [1] о космогонической важности остатков ядерной энергии, обусловленных малыми отклонениями массовых чисел ядер от наивероятного значения $A_0(\rho)$, будем считать, что $|A_k - A_0| \ll A_0$, $|Z_k - Z_0| \ll Z_0 = 3.54 \sqrt{A_0}$. И, в соответствии с этим, с целью облегчения дальнейших расчетов, можно в полученных формулах подставить $a_1 \approx a_2 = a_0$. $R_1 \approx R_2 = R = l/2$. Разумеется, что полученный таким путем результат по порядку величины будет верным и в случае ядер с массовыми числами, заметно отличающимися друг от друга и от наиустойчивого значения $A_0(\rho)$. Учитывая эти замечания, мы можем формулу (21) записать в следующем виде:

$$W = K \left(1 - e^{-\frac{h\omega}{kT}} \right)^6 \sum_{n, m} f_{n, m} e^{-\frac{h\omega(n+m)}{kT}},$$
(23)

где

$$J_{n,m} = \int \left\{ \sum_{n_1 n_2 n_3} \frac{H_{n_1}^2 \left(\frac{x_1}{a_0}\right)}{2^{n_1} n_2 ! a_0 \sqrt{\pi}} \frac{H_{n_2}^2 \left(\frac{y_1}{a_0}\right)}{2^{n_2} n_2 ! a_0 \sqrt{\pi}} \frac{H_{n_3}^2 \left(\frac{z_1}{a_0}\right)}{2^{n_3} n_3 ! a_0 \sqrt{\pi}} \times \right. \\ \times \left. \sum_{m_1 m_2 m_3} \frac{H_{m_1}^2 \left(\frac{x_3}{a_0}\right)}{2^{m_2} m_2 ! a_0 \sqrt{\pi}} \frac{H_{m_3}^2 \left(\frac{y_2}{a_0}\right)}{2^{m_3} m_2 ! a_0 \sqrt{\pi}} \frac{H_{m_3}^2 \left(\frac{z_2}{a_0}\right)}{2^{m_3} m_3 ! a_0 \sqrt{\pi}} \right\} \times$$
(24)
$$\times \exp\left[-\frac{r_1^2 + r_2^2}{r_1^2 + r_2^2} - \frac{|\vec{l} + \vec{r_2} - \vec{r_1}|}{2^{m_2} m_3 ! a_0 \sqrt{\pi}} \right] d\vec{r} \cdot d\vec{r}$$

ħ

Здесь суммирование производится по всем возможным значениям квантовых чисел n_k и m_k , удовлетворяющих условиям: $n_1 + n_2 + n_3 = n$, $m_1 + m_2 + m_3 = m$, а затем в (23) суммирование производится по n и m от 0 до ∞ .

 a_0^2

Путем простых преобразований суммирование по n_k и m_k в выражении \int_{nm} можно свести к произведению полиномов степени 2n и 2m от аргументов r_1/a_0 и r_2/a_0 , соответственно. Как мы увидим ниже, основной вклад в интеграл (24) дают первые члены этих полиномов, которые соответственно равны

$$\frac{1}{\pi^{3/2}a_0^3} \frac{2^n}{n!} \left(\frac{r_1}{a_0}\right)^{2n} \quad \text{if } \frac{1}{\pi^{3/2}a_0^3} \frac{2^m}{m!} \left(\frac{r_2}{a_0}\right)^{2m}.$$

Вклад остальных членов достаточно мал. Вынеся в этих полиномах за скобки ковффициенты при $(r_1/a_0)^{2n}$ и $(r_2/a_0)^{-n}$, для остающихся выражений введем обозначение Φ_{2k} (;), k = n, m. Таким образом, полином Φ_{2k} (;) начинается членом ξ^{2k} , ковффициент при котором равен единице. В (24), перейдя к сферическим координатам, интегрируем по углам и затем после некоторых простых преобразований приходим к следующему результату:

$$J_{n, m} = \frac{2^{n+m}}{n!m!} \frac{1}{\pi \left(\frac{a_0}{2b}\right)^2 \left(\frac{l}{b}\right)^2} e^{-\frac{l}{b} + \frac{a_0^2}{2b^2}} \times$$

$$imes \left\{ \left(2+rac{l}{b}
ight) \left[\int\limits_{-t_0}^{\infty} \left(t+rac{a_0}{2b}
ight) \Phi_{2n} \left(t+rac{a_0}{2b}
ight) e^{-t^a} dt
ight] imes$$

$$\times \left[\int_{-z_0}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right) \Phi_{2m}\left(z + \frac{a_0}{2b}\right) e^{-z^2} dz\right] -$$
(25)

$$-\frac{a_0}{b}\int_{-t_0}^{t}\left(t+\frac{a_0}{2b}\right)^2\Phi_{2n}\left(t+\frac{a_0}{2b}\right)e^{-t^2}dt\times$$

$$\times \int_{-z_0}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right) \Phi_{2m}\left(z + \frac{a_0}{2b}\right) e^{-z^3} dz - \frac{a_0}{b} \int_{-t_0}^{\infty} \left(t + \frac{a_0}{2b}\right) \Phi_{2n}\left(t + \frac{a_0}{2b}\right) e^{-t^3} dt \times \\ \times \int_{-z_0}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \Phi_{2m}\left(z + \frac{a_0}{2b}\right) e^{-z^3} dz \bigg\},$$

где $t_0 = z_0 = a_0/2b$. Входящие в (25) интегралы мы вычисляем приближенно, но с достаточной точностью. С этой целью прежде всего нам необходимо иметь представление о численных значениях параметров l, a_0 , b.

Для среднего расстояния между центрами ячеек имеем

$$l = 2\left(\frac{3A}{4\pi n}\right)^{1/3} = 1.24\left(\frac{A}{n}\right)^{1/3} = 2.26 \cdot 10^{-10} \frac{A^{1/6}}{x},$$
 (26)

где $A \approx A_0$ -- массовое число наиустойчивого ядра, n -- число барио-

нов в единице объема, $x = p_e/m_e c$ — граничный импульс электронов в единицах $m_e c$. Величину "амплитуды" нулевых колебаний можно вычислить из (16) и (9),

$$a_0 \approx \frac{1}{1.88} \left(\frac{3}{4\pi} \frac{hc}{e^2} \frac{h}{m_n c} \right)^{1/4} (An)^{-1/4} = \frac{4.84 \cdot 10^{-4}}{(An)^{1/4}} = \frac{2.41 \cdot 10^{-11}}{(x\sqrt{A})^{3/4}}.$$
 (27)





При получении последнего выражения использовано соотношение $3.54\sqrt{A}$. Наконец, для эффективной глубины проникновения нейтрона во внутрь барьера между соседними ядрами из (19) следует

$$b = 2.27 \cdot 10^{-13} \left| \frac{\partial B}{\partial A} \right|^{-1/2}, \tag{28}$$

где

$$\left|\frac{\partial B}{\partial A}\right| = U - E_1 = \left|C_3 - C_0 + \frac{C_1}{2}A^{-1/3} - \frac{2C_2C_3}{C_2A}\right|$$

Значения постоянных C_k приведены в конце формулы (3), величина $|\partial B/\partial A|$ измеряется в *Мэв*-ах (рис. 2). В белых карликах (т. е. в "Ae"-фазе) 56 $\leq A \leq 122$, $0.1 \leq x \leq 46$. Верхние значения A и x достигаются у порога образования "Aen"-фазы, а именно, при $n=1.83 \cdot 10^{35}$ $1/cm^3$ ($\rho \approx 3.18 \cdot 10^{-11} \ i/cm^3$). У этого порога $\partial B/\partial A = 0$, но чуть ниже его, т. е. в недрах всех белых карликов $|\partial B/\partial A|^{1/2}$ есть число поряд-

ка единицы. Учитывая эти замечания, мы из (26)—(28) приходим к заключению, что

$$\frac{l}{b} \gg 1; \quad \frac{a_0}{b} \gg 1. \tag{29}$$

Рассмотрим теперь интеграл

$$J_{2n+1} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(t + \frac{a_0}{2b} \right)^{2n+1} e^{-t^2} dt.$$

Интегрируя его по частям, находим

$$J_{2n+1} = \left(n + \frac{a_0^2}{2b^2}\right) J_{2n-1} + \frac{a_0}{2b}(n-1) J_{2n-2}.$$

Как видим, $J_{2n+1} \gg J_{2n-1}$. Таким образом, в (25) наибольший вклад в интегралы дают самые высокие степени двучленов ($t + a_0/2b$) и ($z + a_0/2b$). Пренебрегая малыми членами, мы приходим к выражению

$$J_{n,m} = \frac{\exp\left[-\frac{l}{b} + \frac{a_0^2}{2b^2}\right]}{\pi \left(\frac{a_0}{2b}\right)^c \left(\frac{l}{b}\right)} \left\{ \left(2 + \frac{l}{b}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \left(t + \frac{a_0}{2b}\right)^{\frac{l}{2}} \left[\frac{2\left(t + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dt \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^{\frac{l}{2}} \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{m!}\right]^n}{m!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \qquad -\frac{a_0}{b} \int_{-\infty}^{\infty} \left(t + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(t + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right) \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{m!}\right]^n}{m!} e^{-t^2} dz - \\ -\frac{a_0}{b} \int_{-\infty}^{\infty} \left(t + \frac{a_0}{2b}\right) \left[\frac{2\left(t + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{m!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n}{n!} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2}{n!}\right]^n} e^{-t^2} dz - \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \left[\frac{a_0}{2b}\right]^2 \left[$$

Подставляя это выражение J_{nm} в формулу вероятности (23) и производя сперва суммирование по *n* и *m*, получаем

$$W = K \left(1 - e^{-\frac{h\omega}{kT}}\right)^6 \exp\left(-\frac{l}{b} + \frac{a_0^2}{2b^2}\right) \times \\ \times \left\{ \left(2 + \frac{l}{b}\right) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \left(t + \frac{a_0}{2b}\right) \exp\left[-t^2 + 2\left(t + \frac{a_0}{2b}\right)^2 e^{-\frac{h\omega}{kT}}\right] dt\right]^2 - \frac{a_0}{b} \int_{-\infty}^{\infty} \left(t + \frac{a_0}{2b}\right)^2 \exp\left[-t^2 + 2\left(t + \frac{a_0}{2b}\right)^2 e^{-\frac{h\omega}{kT}}\right] dt \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \left(z + \frac{a_0}{2b}\right) \exp\left[-z^2 + 2\left(z + \frac{a_0}{2b}\right)^2 e^{-\frac{h\omega}{kT}}\right] dt \times$$

После вычисления интегралов мы приходим к следующему конечному результату

$$W \approx N \frac{d_{s}}{16 l^{2}} (A - Z) \left(\frac{2E}{m_{n}}\right)^{1/2} \frac{\left(1 - e^{-\frac{h\omega}{kT}}\right)^{6}}{\left(1 - 2e^{-\frac{h\omega}{kT}}\right)^{3}} \times \left[1 - \frac{a_{0}^{2}}{2b^{2}\left(1 - 2e^{-\frac{h\omega}{kT}}\right)}\right] \exp\left[-\left(\frac{l}{b} - \frac{a_{0}^{2}}{2b^{2}\left(1 - 2e^{-\frac{h\omega}{kT}}\right)} - \frac{d_{s}}{b}\right)\right]^{(31)}$$

Напомним смысл величин, входящих в эту формулу: d_n — диаметр ядра (предполагается, что массовые числа ядер мало отличаются друг от друга), l — расстояние между центрами ячеек, a_0 — амплитуда нулевых колебаний ядер, b — эффективная глубина проникновения нейтронов в глубь потенциальной ямы (эти параметры определяются формулами (26)—(28) и, наконец, E — кинетическая энергия нейтронов в ядре.

Формула (31) верна лишь при $kT \ll h\omega$, так как она относится к твердой фазе. О применимости ее будет сказано ниже.

5. Теперь перейдем к вычислению вероятности "*п*-реакций" в жидкой фазе. Это довольно сложный вопрос, поэтому здесь мы ограничимся лишь следующим классическим качественным рассмотрением.



lq n

Рис. 3. Область плоскости (*n*, *T*), расположенная ниже первой кривой, представляет твердую фазу, между первой и второй—жидкую и выше второй—газообразную фазу. Здесь $T_8 = 10^{-8} T$ и л измеряется в см⁻³.

В жидкой фазе ядра совершают плаэменные колебания с амплитудой (11). Эта амплитуда существенно отлична от амплитуды нулевых колебаний a_0 , т. е. теперь предполагаются большие температуры: $kT > h\omega$ и $n \approx (kT/h\omega)$. Для вероятности "*n*-реакций" в этом случае имеем

$$W = K \int \frac{2}{\pi} \frac{dr_1}{\sqrt{a_1^2 - r_1^2}} \frac{dQ_1}{4\pi} \frac{2}{\pi} \frac{dr_2}{\sqrt{a_2^2 - r_2^2}} \frac{dQ_2}{4\pi} \exp\left[-\frac{|l + r_2 - r_1|}{b}\right]$$
(32)

Формула (32) отличается от (17) тем, что в ней квантовая вероятность $|\psi|^3 dv$ местонахождения ядра в объеме dv заменена классической вероятностью (предполагается, что осцилляторы изотропны):

$$dw = \frac{2}{\pi} \frac{dr}{\sqrt{a^2 - r^2}} \frac{dQ}{4\pi}.$$
 (33)

Элементарное приближенное интегрирование приводит к следующему результату (с учетом того, что параметры ядер мало отличаются друг от друга):

$$W \approx N \frac{d_{\mathfrak{g}} \left(A-Z\right)}{32\pi \left(\frac{l}{b}\right)^{\mathfrak{s}} \left(\frac{a}{b}\right) a^{2}} \left(\frac{2E}{m_{n}}\right)^{1/2} \left(2+\frac{l}{b}-2\frac{a}{b}\right) \exp\left[-\frac{l-2a-d_{\mathfrak{g}}}{b}\right].$$
(34)

На применимость формул (17) и (32) накладываются ограничения, связанные с переходом от одной фазы к другой. Граница раздела твердой и жидкой фаз определяется соотношением (13), а граница раздела жидкой и газообразной фаз условием $a \approx R$. На рис. 3 показаны области осуществления каждой из этих фаз и границы раздела их. Расчет вероятности для газообразной фазы не приводится, так как для реализации этой фазы необходимы большие температуры при сравнительно низких плотностях, что исключено из-за катастрофических нейтринных потерь энергии.

Ереванский государственный университет

ON NUCLEAR REACTIONS IN THE DEGENERATED ELECTRON-NUCLEAR PLASMA

G. S. SAHAKIAN, R. M. AVAKIAN

It is known, that degenerate electron-nuclear plasma can exist in two kinds of thermodynamic equilibrium. One of them corresponds to the absolute minimum of energy (in this case the massnumber A depends on the density; $A = A_0(\rho)$). The other corresponds to the relative minimum of energy for a given mass-spectrum of the atomic nuclei. In the last case the relaxation times are very small due to rapid β -processes.

It is shown in this paper, that the state of absolute thermodynamic equilibrium can be achieved through the exchange of neutrons between nucleai.

The probabilities of such reactions for the liquid and solid phases are calculated.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Р. М. Авакян, Г. С. Саакян, Астрон. ж. (в печати).
- 2. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, 33, 991, 1957.
- 3. G. W. Cameron, Ap. J., 130, 916, 1959.
- 4. Г. С. Саакян, Э. В. Чубарян, Сообщ. Бюр. обс., 34, 99, 1963.
- 5. Д. А. Киржниц, ЖЭТФ, 38, 503, 1960.
- 6. E. E. Salpeter, T. Hamada, Ap. J., 134, 683, 1961.
- 7. Р. М. Авакян, Ю. Л. Вартанян, Г. С. Саакян, Сообщ. Бюр. обс., 43, 57, 1971.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 8

ФЕВРАЛЬ, 1972

ВЫПУСК 1

ФАЗОВОЕ РАЗМЕШИВАНИЕ ВТОРОГО РОДА В ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМАХ. I.

Л. П. ОСИПКОВ Поступяла 16 декабря 1970

Вводятся различные типы фазового размешивания в звездных системах. Под размешиванием первого рода понимается достижение системой состояния, стационарного в регулярном силовом поле. Оно называется сильным при бурно нестационарном начальном состоянии и слабым—в случае рассасывания небольших флуктуаций фазовой плотности. Применение теории Хопфа—Крылова показывает, что, вероятно, слабое размешивание происходит в звездных системах крайне медленно.

Размешивание второго рода представляет фазовый аналог дифференциального вращения и проявляется в систематическом изменении средней фазовой скорости звезды при переходе от одной изолирующей интегральной поверхности на другую.

1. Введение. В последнее время многие авторы пришли к выводу, что первоначально нестационарные звездные системы за время порядка нескольких периодов кругового движения звезды достигают состояния, стационарного в регулярном поле [1-4 и др.]. Линден-Белл [4] нашел наивероятнейшую для такого состояния крупнозернистую фазовую плотность. Недавние численные эксперименты для "одномерных" и сферических звездных систем [5-9] в общем подтвердили его результаты.

Указывалось, что переход звездных систем к такому стационарному состоянию аналогичен размешиванию в 6*N*-мерном фазовом пространстве [4, 10], рассматривавшемуся (в связи с проблемой обоснования статистической физики) Гиббсом, а впоследствии — другими авторами [11, 12]. Действительно, из-за слабости иррегулярных сил 6-мерное пространство звездной динамики можно уподобить 6*N*-мерному пространству классической статистической механики, но эта аналогия во многом неполна, а уравнение Пуассона должно приводить к новым особенностям размешивания в звездных системах.

Наряду с этим, некоторые авторы [2, 13] изучали размешивание в сплющенных системах, когда орбиты звезд близки к круговым.

В данной работе автор попытался более четко сформулировать основные понятия теории фазового размешивания в звездных системах, выделить основные типы размешивания и, по возможности, исследовать их влияние на динамику галактик.

2. Основы математической теории размешивания. Напомним основные понятия теории размешивания, следуя, в основном, Хопфу [14, 15]. Рассмотрим стационарную систему, допускающую m < 5 изолирующих интегралов. Будем считать, что любое связное пересечение изолирующих интегральных поверхностей \int^{5-m} образует одно ограниченное эргодическое множество.

Уравнения движения определяют на \int^{6-m} группу автоморфизмов [16]. Обозначим через A_t образ множества $A \subset \int^{6-m}$ в момент t. В силу теоремы Лиувилля на \int^{6-m} можно ввести инвариантную меру μ , так что для любого (измеримого) множества $A \subset \int^{6-m} \mu(A) = \mu(A_t)$. Хопф [14, 15] ввел следующие определения.

Определение 1. Говорят, что на \int_{a}^{b-m} происходит размешивание (в узком смысле), если для любых измеримых множеств $A, B \subset \int_{a}^{b-m}$ существует

$$\lim_{t\to\infty} \mu(A_t \cap B) = \mu(A) \mu(B)/\mu(J^{6-m}).$$

Определение 1'. Говорят, что на \int^{6-m} происходит размешивание (в широком смысле), если для любых измеримых множеств $A, B \subset \int^{6-m}$ существует и равен 0

$$\lim_{T_{1}-T_{2}+\infty}\frac{1}{T_{1}-T_{2}}\int_{T_{1}}^{T_{1}}\left|\mu\left(A_{t}\cap B\right)-\frac{\mu\left(A\right)\mu\left(B\right)}{\mu\left(J^{6-m}\right)}\right|^{2}dt.$$

Справедлива следующая фундаментальная теорема Хопфа [14, 15].

Теорема 1. Чтобы на \int^{6-m} происходило размешивание в широком смысле, необходимо и достаточно, чтобы $\int^{6-m} \times \int^{6-m}$ было эргодическим множеством.

ФАЗОВОЕ РАЗМЕШИВАНИЕ В ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМАХ. I 141

Замечание. Условия теоремы означают, что 2 различные точки \int_{0}^{6-m} по прошествии достаточно большого интервала времени движутся независимо. Теорему 1 можно поэтому сравнить с "условием ослабления корреляции между частицами", приводящим к статистической необратимости в методе Боголюбова.

Среди всевозможных автоморфизмов \int^{5-m} перемешивание в широком смысле будет "правилом", а в узком смысле — "исключением" в смысле теории меры [16, 17]. Для некоторых простейших случаев удалось получить и более непосредственные критерии [14, 18—20]. В частности, равномерное движение точки по торовой поверхности не будет размешиванием [14, 15]. Отметим более общую теорему А. Н. Колмогорова о динамических системах на 2-мерном торе [2].

Теорема 2. Пусть иррациональное число γ —отношение средних частот двух обращений на торовой поверхности, тогда, если существуют такие постоянные C > 0, h > 0, что для любых целых l, $n l - n\gamma | > Chⁿ$, то размешивания в широком смысле на торе не будет.

3. Достаточное условие размешивания Н. С. Крылова и его применение к эвездным системам. В статистической физике обычно принимается, что единственный изолирующий интеграл — это интеграл энергии. Звездных систем, для которых было бы справедливо такое предположение, существовать не может (см., например, [1, 11, 22]), но в случае ротационной симметрии, переходя к сопутствующей плоскости и рассматривая "двумерную" систему, можно принять эту гипотезу, если только не существует третий изолирующий интеграл. Численные эксперименты (например, [23, 24]) показывают, что эту гипотезу можно принять для движущихся по сильно вытянутым орбитам. звезд сферических подсистем (хотя она заведомо неверна для звезд плоской составляющей). В этом случае основное пространство Ј³ будет представлять изоэнергетическую поверхность в 4-мерном фазовом пространстве. Если энергия звезды меньше энергии отрыва, то /³ ограничено и обладает конечной инвариантной (так называемой "эргодической") мерой, и можно применить теорию Хопфа.

Для таких систем Н. С. Крылов [12] нашел достаточное условие размешивания, применимое к системам с заданным потенциалом. Согласно вариационному принципу механики, движение консервативной системы с *n* степенями свободы—это движение по геодезической s в *n*-мерном римановом пространстве Sⁿ со специальной метрикой.

Предложение 1. Скалярная кривизна *R* пространства *S*^{*} выражается через полную *E* и потенциальную (*— U*) энергию системы формулой

$$R = \frac{-1}{n W^2} \Delta W - \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2n}\right) \frac{1}{W^3} \operatorname{grad}^2 W,$$

где W = E + U (W численно равно кинетической энергии).

Используя результаты Хопфа о размешивании геодезических потоков [14], Н. С. Крылов доказал следующее.

Теорема 3. Пусть A — та часть S^n , где R > 0, $B = S^n \setminus A$, $M^2 = \sup_A R$, $L = \sup_A s$, $(-\mu^2) = \inf_B R$, $l = \inf_B s$. Чтобы геодезический поток на S^n был размешивающимся, достаточно, чтобы 1) выполнялись неравенства $ML < \pi/2$, $M \operatorname{tg} ML < \mu \operatorname{th} \mu l$, 2) производная dR/dsбыла ограничена.

Применение предложения 1 позволило Н. С. Крылову заключить, что для всех практически интересных случаев взаимодействия частиц условия теоремы 3 выполнены.

Попытаемся применить этот критерий к исследованию размешивания в сопутствующем фазовом пространстве (ρ , P, z, Z) ротационносимметричных звездных систем. Тогда $W = (1/2) (P^2 + Z^2) = E +$ $+ U(\rho, z) - h^2/(2\rho^2)$, где $h = \rho \Theta$ — интеграл кинетического момента, а (P, Θ, Z) — проекции вектора скорости звезды на оси цилиндрической координатной системы. При применении предложения 1 получается

Предложение 2. Скалярная кривизна пространства S^2 (сметрикой $ds^2 = W(\rho, z) (d\rho^2 + dz^2)$) равна

$$R = \frac{1}{2W^{2}} \left[4\pi G \delta + \frac{U_{\rho}}{\rho} + \frac{3h^{2}}{\rho^{4}} + \frac{1}{W} \left(\left(U_{\rho} + \frac{h^{2}}{\rho^{3}} \right)^{2} + U_{x}^{2} \right) \right]$$

где G — гравитационная постоянная, $\delta(\rho, z)$ — динамическая плотность материи в системе, а буква внизу означает частное дифференцирование.

Следствие 1. Если существует однородный вллипсоид вращения плотности \overline{b} и с потенциалом на внутреннюю точку \overline{U} такой, что 1) $U_{\rho} > \overline{U}_{\rho}$, 2) $\overline{b} \to \overline{b}$, то R > 0.

Доказательство. Предположим противное. Тогда получается, что $4 \pi G \delta < -(U_{\rho}/\rho) < (-\overline{U}_{\rho}/\rho)$. С другой стороны, из формул для притяжения вллипсоида вытекает [22], что $(-\overline{U}_{\rho}) < \pi^2 G \delta \overline{\epsilon} \rho$, где

 $\varepsilon \in (0,1]$ — отношение полуосей вллипсоида. Тогда $\delta/\delta < (\pi \varepsilon/4) < 1$, при сколь угодно малых ε , что противоречит построению вллипсоида.

Следствие 2. Пусть τ_i — один из таких моментов, когда W=0(звезда подошла к кривой нулевых скоростей), $\tau = \inf |\tau_i - \tau_{i+1}|$. Тогда для любого *i* и для любого $t \in (\tau_i, \tau_i + \tau)$ существует такое число k > 0, что $R < \frac{2 k = G \delta}{W^2}$.

Замечание. Отсюда уже ясно, что условия теоремы 3 выполнены только в течение некоторого ограниченного интервала времени длительностью меньше т.

Предложение 3. Длина отрезка геодезической, пройденного звездой за интервал времени длительностью t, не превосходит $(1/\sqrt{2}) v_{e}^{2}t$, где v_{e} — верхняя граница скорости отрыва для системы (существующая при разумных распределениях масс [22]).

Теперь оценим промежуток времени, в течение которого применима теорема 3. Так как R > 0, то условия этой теоремы свелись к выполнению неравенства $M^2 L^3 < \pi^2/4$. Учитывая предложения 2, 3, получаем, что теорема применима при

$$t^2 < \frac{k\pi}{4 G \delta} \left(\frac{P^2 + Z^2}{v_e^2} \right).$$

Поэтому, положив

$$T = \left(\frac{k\pi}{4G\delta}\right)^{1/2},$$

мы получаем, что при t > T теорема 3 заведомо не применима. Полагая для типичных звезд сферических подсистем k = 2, найдем T порядка 10^8 лет^{*}, что несколько меньше предполагаемого времени фактического размешивания. Хотя теорема 3 дает лишь достаточное условие размешивания, но замечание к предложению 2 показывает, что при отсутствии третьего изолирующего интеграла условия для размешивания в смысле определений 1, 1' могут существовать лишь сравнительно непродолжительное время в звездных системах. На случай же третьего интеграла сам метод Крылова не может быть распространен в принципе. Но так как тогда пересечение изолирующих интегральных поверхностей образует фигуру, гомеоморфную тору [21], по которому звезда движется равномерно, то и в этом случае размешивания не будет (см. раздел 2).

• Проведенные более точные оценки Т не изменили порядка втой величины.

4. Размешивание первого рода в звездных системах. На самом деле теория, изложенная в разделе 2, может иметь лишь весьма ограниченное применение в звездной динамике. Действительно, в определениях 1, 1' предполагалось, что пересечение изолирующих интегральных поверхностей J^{6-m} неизменно во время размешивания. Однако в самогравитирующих звездных системах даже небольшие флуктуации фазовой плотности (рассасывающиеся во время размешивания) вызовут, вообще говоря, деформацию J^{6-m} , и изложенные выше методы применимы только, если заранее известна устойчивость системы относительно возмущений данного типа. В случае же размешивания первоначально бурно нестационарной системы, изучавшегося Эноном [3] и Линден-Беллом [4], инвариантные изолирующие поверхности вообще не существуют.

В связи с этим введем более общее определение. Рассмотрим наряду с фазовым пространством Ω 7-мерное пространство координат, скоростей и времени $\Omega_x(t)$, иногда называемое пространством состояний. Будем считать его метрическим пространством. В силу теорем Лиувилля и Джинса [25] в этом пространстве можно построить 6 интегральных поверхностей S_t^{\prime} .

Определение 2. Если для 5 поверхностей S_t^i существуют такие цилиндры вдоль t-оси sⁱ, что расстояние между любыми точками $(P_1, t_1) \in S_t^i$, $(P_2, t_2) \in S^i$ стремится к 0 при $|t_1 - t_2| \to \infty$ равномерно для P_1 , $P_2 \in \Omega$, и сечения *m* из S^i плоскостью t = const будут изолирующими поверхностями в Ω , то будем говорить, что на каждом пересечении \int_t^{6-m} таких поверхностей происходит размешивание первого рода.

Аналогично можно ввести размешивание первого рода в широком смысле. Теория таких явлений пока не разработана, но уже сейчас можно сформулировать некоторые общие предложения.

Если вспомнить теорему Джинса [25] — Линден-Белла [26] о независимости фазовой плотности f стационарных звездных систем от неизолирующих интегралов, то станет очевидной

Теорема 4. Пусть H(p, q, t) — функция Гамильтона системы. В системе происходит размешивание первого рода тогда и только тогда, когда существуют такие канонические переменные (p, q), что $\lim_{t\to\infty} \left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)(p, q, t)$ существует и равен 0, а значит существует и равен 0 $\lim_{t\to\infty} \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)(p, q, t)$.
Замечание 1. Теорема 4 показывает, что размешивание первого рода означает достижение состояния, стационарного в регулярном поле. По существу, именно так понимал размешивание еще Линдблад [13].

Замечание 2. Практически в теореме 4 можно было бы говорить или о стационарности в твердотельно вращающихся координатах, или об обычной стационарности при ротационной или сферической симметрии.

Определение 3. Пусть существуют такие канонические переменные (p, q), что фазовая плотность представима в виде

$$f(p, q, t) = f_0(p, q) + f_1(p, q, t),$$

причем $(|f_1|f_0) \leq M < 1$. Если существует такое M_0 , что при $M < M_0$ происходит размешивание первого рода, причем $f_1(p, q, t) \rightarrow 0$, то такое размешивание будем называть слабым, а в противном случае будем говорить о сильном размешивании первого рода.

Теорема 5. Чтобы в системе происходило слабое размешивание первого рода, необходимо и достаточно, чтобы система была асимптотически устойчива.

К настоящему времени строгий анализ устойчивости звездных систем удалось провести лишь для простейших случаев [27, 28]. Если же заранее предположить, что система устойчива, то для приближенного исследования слабого размешивания можно применить теорию разделов 2—3. Если число степеней свободы равно числу изолирующих интегралов, то орбиты звезд являются условно-периодическими, и слабого размешивания не будет [14]. Это, вероятно, справедливо для плоских подсистем Галактики [2]. Ввиду сравнительной молодости этих подсистем, к ним, вероятно, не применимо и представление о сильном размешивании. Результаты раздела 3 указывают, что слабого размешивания не будет и при отсутствии третьего изолирующего интеграла.

5. Понятие о фазовом размешивании второго рода. До сих пор рассматривалась фиксированная инвариантная поверхность \int^{6-m} Рассмотрим теперь набор таких вложенных друг в друга поверхностей. На каждой из пих звезды движутся со своей средней скоростью, разной для разных поверхностей. В результате, если рассмотреть слой таких поверхностей малой, но конечной толщины, то даже при отсутствии (слабого) размешивания первого рода флуктуации в рас-10-39

145

пределении по неизолирующим интегралам (вернее, по фазам колебаний) сгладятся, и крупнозернистая фазовая плотность, получающаяся усреднением по слою, будет со временем стремиться к постоянному значению.

Определение 4. Пусть фазовое пространство системы представимо в виде объединения связных изолирующих инвариантных поверхностей \int^{6-m} , а x_i (i = 1, ..., 6 - m) — гауссовы координаты на каждой поверхности. Если хоть одна из x_i , усредненных по \int^{6-m} , будет различна для разных поверхностей, то будем говорить, что в системе происходит размешивание второго рода.

Как и размешивание первого рода, размешивание второго рода приводит к стационарной в регулярном поле фазовой плотности, но в первом случае речь идет о мелкозернистом распределении, а во втором — о крупнозернистом. Размешивание второго рода, вероятно, играет важную роль в динамике галактик. В то же время его исследование сравнительно просто. Оценки, приводимые во второй части работы, показывают, что такое размешивание заметно проявляется в нашей Галактике за время порядка 10[°] лет.

Особо надо подчеркнуть, что размешивание второго рода, как и слабое размешивание первого рода, не меняет распределения звезд по изолирующим интегралам. Однако может быть, как заметил И. Л. Генкин, размешивание ускоряет действие иррегулярных сил [10]. Если этот механизм действует, то наибольшее значение имело бы именно размешивание второго рода.

Автор признателен профессору К. Ф. Огородникову за руководство работой и многие полезные замечания.

Ленинградский государственный университет

THE PHASE-MIXING OF THE SECOND KIND IN STELLAR SYSTEMS. I.

L. P. OSSIPKOV

Various types of phase mixing should be distinguished in stellar systems. The mixing of the first kind is an approach of the system to the state stationary in the field of regular forces. It is called strong in the case of the violently non-steady initial conditions and weak in the case of damping of small fluctuations of the phase density. The application of the E. Hopf—N. S. Krylov theory shows that the latter does not occur in stellar systems.

The mixing of the second kind presents the phase analogy with differential rotation. It is manifested in the differences between mean phase velocities of stars for various integral hypersurfaces.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Иданс, Труды Астрофиз. ин-та АН КазССР, 1, 1961.

- 2. Г. Г. Кувмин, Сообщ. Тартуской АО, № 6, 19, 1963.
- 3. M. Hénon, Ann. Astrophys., 27, 83, 1964.
- 4. D. Lynden-Bell, M. N., 136, 101, 1967.
- 5. L. Cohen, M. Lecar, Bull. Astr. (Paris), 3, 215, 1968.
- 6. M. Feix, F. Hohl, Bull. Astr. (Paris), 3, 289, 1968.
- 7. S. Goldstein, S. Cuperman, M. Lecar, M. N., 143, 209, 1969.
- 8. M. Hénon, Bull. Astr., (Paris) 3, 241, 1968.
- 9. M. Lecar, IAU Symposium No. 25, 1966, p. 46.
- 10. И. Л. Генкин, Астрон. цирк., № 507, 4, 1969; Астрон. ж., 46, 1228, 1969.
- 11. Г. М. Идлис, Труды Астрофия. ин-та АН КазССР, 5, 133, 1965.
- Н. С. Крылов, Работы по обоснованию статистической физики, изд. АН СССР, М.-Л., 1950; Nature, 153, 709, 1944.
- 13. Б. Линдблад, Сб. "Строение звездных систем", ИЛ, М., 1962, стр. 39.
- 14. Э. Хопф, УМН, 4, 1, 113, 1949; 4, 2, 129, 1949.
- 15. E. Hopf, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 18, 204, 1932.
- 16. В. А. Рохлин, ДАН СССР, 60, 349, 1948.
- 17. В. А. Рохлин, УМН, 4, 2, 57, 1949; 15, 4, 3, 1960.
- 18. P. Halmos, Am. J. Math., 64, 153, 1942.
- 19. P. Halmos, J. von Neumann, Ann. Math., 43, 332, 1942.
- 20. G. Hedland, Ann. Math., 40, 370, 1939.
- 21. А. Н. Колмолоров, ДАН СССР, 93, 763, 1953; сб. "Международный математический конгресс в Амстердаме 1954 г.", ГИФМА, М., 1961, стр. 187.
- 22. К. Ф. Огородников, Динамика звездных систем, ГИФМА, М., 1958.
- 23. S. Aarseth, Nature, 212, 57, 1966.
- 24. L. Perek, D. Peterson, IAU Symposium No. 25, 1966, p. 112.
- 25. J. Jeans, M. N., 76, 70, 1915.
- 26. D. Lynden-Bell, M. N., 124. 1, 1962.
- В. А. Антонов, Астрон. ж., 37, 918, 1960; Вестн. ЛГУ, № 7, 135, 1962; Труды АО ЛГУ, 25, 98, 1968; 28, 1971.
- 28. D. Lynden-Bell, M. N., 144. 189, 1969; IAU Symposium No. 25, 1966, p. 18.



АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 8

ФЕВРАЛЬ, 1972

ВЫПУСК 1

краткие сообщения

РАССЕЯНИЕ СВЕТА В ШАРЕ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИСТОЧНИКОВ

При рассмотрении задач переноса излучения в среде, оптические свойства которой обладают сферической симметрией, обычно предполагается, что распределение источников также является сферически симметрическим. Такие задачи имеют широкий круг астрофизических применений (протяженные фотосферы, планетарные туманности и т. д.). Однако не менее важные применения имеет задача переноса в сферически-симметрической среде, при произвольном распределении внутренних и внешних источников (тесные пары, атмосферы планет, вспыхивающие звезды и т. д.).

В данной статье нами будет рассмотрена простейшая задача такого рода—когерентное и изотропное рассеяние в однородном шаре.

Пусть шар S_R радиуса R равномерно заполнен рассеивающими атомами. Выделим на границе ∂S_R шара элементарную площадку d^{σ} . Нас будет интересовать определение вероятности того, что квант, поглощенный в некоторой внутренней точке M, после ряда рассеяний выйдет из шара через данную площадку d^{σ} . Обозначим эту вероятность через $P(x, y, z) d^{\sigma}$, причем x, y, z суть декартовые координаты точки M (измеряемые, как и R, в единицах оптической длины) относительно любой такой системы координат, начало которой совпадает с центром шара, а ось z проходит через площадку d^{σ} .

Знание функции P(x, y, z) позволяет определить распределение по поверхности сферы ∂S_R выходящего из среды излучения при произвольном распределении внутренних и внешних источников.

150 КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Рассуждения, обычные для применения вероятностного метода В. В. Соболева (см. [1]), приводят нас к следующему интегральному уравнению относительно функции P(x, y, z): I MOVEL

$$P(x, y, z) = \frac{\lambda}{4\pi} \frac{(R-z)e^{\gamma x^2 + y^2 + (R-z)^2}}{[x^2 + y^2 + (R-z)^2]^{3/2}} +$$
(1)

$$+\frac{\lambda}{4\pi}\int_{S_R}\frac{e^{-V(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}{(x-x')^3+(y-y')^2+(z-z')^3}P(x',y',z')dv',$$

где λ — вероятность выживания кванта при элементарном акте рассеяния. В уравнении (1) перейдем к сферическим координатам

$$(x, y, z) \rightarrow (r, \varphi, \theta); \quad (x', y', z') \rightarrow (r', \varphi', \theta').$$
 (2)

Функция P(x, y, z) не зависит от φ . Уравнение (1) в сферических координатах записывается в виде

$$Q(r, \mu) = \frac{\lambda}{2} F(r, R, \mu) + \frac{\lambda}{4\pi} \int_{0}^{R} dr' \int_{-1}^{1} Q(r', \mu') d\mu' \int_{0}^{2\pi} K(r, r', u) d\varphi', \quad (3)$$

FAC

$$\mu = \cos\theta, \quad \mu' = \cos\theta', \quad u = \mu\mu' + \sqrt{(1 - \mu^{2})(1 - \mu'^{2})} \cos(\varphi - \varphi'), \quad (4)$$

 $Q(r, \mu) = 2\pi r P(x, y, z),$ (5)

$$-\sqrt{r^3+R^3-2rR\mu}$$

$$F(r, R, \mu) = \frac{r(R - r\mu)e}{(r^2 + R^2 - 2rR\mu)^{3/2}},$$
 (6)

$$K(r, r', u) = \frac{rr'e^{-\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'u}}}{r^2 + r'^2 - 2rr'u}$$
(7)

Представим функции F(r, R, µ) и K(r, r', u) в виде суммы разложений по полиномам Лежандра от и и, соответственно,

$$F(r, R, \mu) = \sum_{i=0}^{\infty} F_i(r, R) P_i(\mu), \qquad (8)$$

$$K(r, r', u) = \sum_{i=0}^{\infty} K_i(r, r') P_i(u), \qquad (9)$$

имеем

They do. MENE.

$$F_{i}(r, R) = \left(i + \frac{1}{2}\right) \int_{-1}^{1} F(r, R, \mu) P_{i}(\mu) d\mu, \qquad (10)$$

$$K_{i}(r, r') = \left(i + \frac{1}{2}\right) \int_{-1}^{1} K(r, r', \mu) P_{i}(\mu) d\mu, \qquad (11)$$

 $K_{I}(r, r) = (1 + \frac{1}{2}) \int_{-1}^{\infty} K(r, r, u) r_{I}(u) u u.$ Простой заменой переменных под знаками интегралов (10) и (11) функции F, и K, можно выразить через элементарные функции и интегральные показательные. функции Е, Е.

Пользуясь (9) и (4), на основании теоремы сложения для полиномов Лежандра, функцию K(r, r', u) можно представить в виде

$$K(r, r', u) = \sum_{m=0}^{\infty} \Omega_m(r, r', \mu, \mu') \cos m(\varphi - \varphi'), \qquad (12)$$

· Manual Co

Louis out how all THE CIPCING animer Vacanto (

Younder (17)-(19), Arthor Department of the sector approach and

$$\Omega_m(r, r', \mu, \mu') = \sum_{i=m}^{\infty} (2 - \delta_{0m}) \frac{(i-m)!}{(i+m)!} K_i(r, r') P_i^m(\mu) P_i^m(\mu'), \quad (13)$$

 $P_{i}^{m}(\mu) - суть присоединенные функции Лежандра, <math>P_{i}^{c}(\mu) = P_{i}(\mu)$. Подставляя (12) в (3), учитывая (13), при m = 0 получаем No. 2 11 1 19

$$Q(r, \mu) = \frac{\lambda}{2} \sum_{i=0}^{\infty} P_i(\mu) Q_i(r, R), \qquad (14)$$

-ynon manne Ponsianseen converse a nosaen limenemennell - rge an onneastanto there enguerara as enterangroodung venus

$$Q_{i}(r, R) = F_{i}(r, R) + \int_{0}^{n} K_{i}(r, r') dr' \int_{-1}^{1} P_{i}(\mu') Q(r', \mu') d\mu'.$$
(15)

С учетом ортогональности полиномов Лежандра на (-1, 1), из (14) и (15) получаются следующие отдельные интегральные уравнения с симметрическими ядрами для определения функций Q_l(r, R):

$$Q_{t}(r, R) = F_{t}(r, R) + \frac{\lambda}{2} \int_{0}^{R} K_{t}(r, r') Q_{t}(r', R) dr'.$$
(16)

В ураввениях (16) отмечена зависимость решений Q_l от верхнего предела интегрирования R, фигурирующего также в выражениях свобод-

краткие сообщения

ных членов F_i. Для решения уравнений (16) применяем предложенный автором метод решения интегральных уравнений с симметрическими ядрами [2]. Применение этого метода позволяет свести решение уравнения [(16) (при заданном *i*) к последующему решению следующих уравнений:

$$\psi_{i}(r, \rho) = K_{i}(r, \rho) + \frac{\lambda}{2} \int_{0}^{r} \psi_{i}(r', r) \psi_{i}(r', \rho) dr'; \qquad (17)$$

$$V_{i}(r, \rho) = \psi_{i}(r, \rho) + \frac{\lambda}{2} \int_{r}^{r} \psi_{i}(r', \rho) V_{i}(r, r') dr'; \qquad (18)$$

$$\varphi_i(r, \rho) = F_i(r, \rho) + \frac{\lambda}{2} \int_0^r \psi_i(r', r) \varphi_i(r', \rho) dr'.$$
(19)

Уравнения [(17)—(19), легко решаемые численно, принадлежат вольтерровскому типу, причем уравнение (17) нелинейное, а уравнения (18) и (19) — линейные. В последних двух г и р, соответственно, играют роль параметра.

Функции $Q_i(r, R)$ выражаются через V_i и φ_i

$$Q_{i}(r, R) = \varphi_{i}(r, R) + \int_{r}^{K} \varphi_{i}(r', R) V_{i}(r, r') dr'.$$
(20)

Предложенный подход к решению поставленной задачи допускает распространение на следующие случаи: определение распределения выходящего из среды излучения также по направлениям; некогерентное рассеяние; [нестационарное поле излучения; учет некоторых радиальных неоднородностей среды и наличие внутренней полости и т. д. Рассмотрению втих обобщений и некоторым применениям полученных результатов будет посвящена отдельная работа.

Автор выражает _сглубокую благодарность академику В. А. Амбарцумяну за ценное обсуждение.

The scattering of light in a sphere with arbitrary source distribution. The problem of coherent and isotropic scattering of light in homogeneous sphere with arbitrary distribution of sources has been discussed. The solution of this problem is reduced to integral equations with symmetrical kernels. One can solve these equation by the application of the authors method.

24 фовраля 1971 Институт математики АН Армянской ССР

Н. Б. ЕНГИБАРЯН

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Соболев, Перенос лучистой виергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.

The second s

2. Н. Б. Еншбарян, ДАН СССР, 203, 19, 1972.

CONTENTS

5	PHOTOMETRIC AND POLARIMETRIC STUDY OF IR-STARS IN THE OPTICAL AND INFRARED PARTS OF THE SPECTRUM V. A. Dombrovsky, G. V. Khozov
17	THE SPECTROPHOTOMETRIC INVESTIGATION OF COMETARY NEBULA NGC 2261 M. A. Kazartan, E. Ye. Khachtkian
33	THE SPECTRA OF MARKARIAN GALAXIES. IV. M. A. Arakelian, E. A. Dibay, V. F. Yesipov
43	MORPHOLOGY OF GALAXIES IN THE CLUSTERS. I. THE CLUSTER A262 A. T. Kalloghlian
53	ON THE THEORY OF THE RADIATION HEAT-EXCHANGE IN THE PO- LYTROPIC ATMOSPHERES
71	NONCOHERENT SCATTERING. II. ANISOTROPIC SCATTERING N. B. Yengibarian, A. G. Nicoghossian
91	NFLUENCE OF SHOCK WAVES UPON PROFILES OF H _T SPECTRAL LINES AND LIGHT CURVES FOR STARS OF RR LIRAE AND W VIRGINIS TYPES
107	THE MASS ACCRETION BY A NEUTRON STAR IN DOUBLE SYSTEM. II. P. R. Amnuel, O. H. Guessinov
117	THE THRESHOLD -OF DISINTEGRATION OF NUCLEI IN DEGENERATE ELECTRON-NEUTRON GAS · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
123	NNUCLEAR REACTIONS IN THE DEGENERATED ELECTRON-NUCLEAR PLASMA
139	THE PHASE-MIXING OF THE SECOND KIND IN STELLAR SYSTEMS. I. L. P. Ossipkov

NOTES

THE SCATTERING OF LIGHT IN A SPHERE WITH ARBITRARY SOURCE DISTRIBUTION N. B. Yengibarian 149