ԱՍՏՂՈՖԻԶԻԿԱ
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕМЕННОСТИ ЯДЕР ГАЛАКТИК. I. ОБ ОПТИЧЕСКОЙ ПЕРЕМЕННОСТИ 3С 371 . . . *В. И. Проник, А. Г. Щербаков* 525
ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ И ФУНКЦИЯ СВЕТИМОСТИ КВАЗИЗВЕЗДНЫХ РАДИОИСТОЧНИКОВ . . . . . *М. А. Аракелян* 531
К ВОПРОСУ О ФУНКЦИИ РАДИОСВЕТИМОСТИ РАДИОГАЛАКТИК *Ю. К. Мелик-Алавердян* 541
О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ФОРМ ГАЛАКТИК . . . . . *Б. И. Фесенко* 549
К ТЕОРИИ ВРАЩАЮЩИХСЯ ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМ . . . . *Т. А. Агекян* 559
МОДЕЛИ „ВСЕЛЕННОЙ" ФРИДМАНА В ЦЕНТРАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА . . . . . *К. П. Станюкович, О. Ш. Шаршекеев* 571
ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА ВОЗМУЩЕНИЙ И ПРОИСХОЖДЕНИЕ ВРАЩЕНИЯ ГАЛАКТИК ВО ФЛУКТУАЦИОННОЙ ТЕОРИИ *А. Г. Дорошкевич* 581
РАДИАЛЬНЫЕ ПУЛЬСАЦИИ ВРАЩАЮЩИХСЯ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ОТО И НЕЙТРОНИЗАЦИИ *Ю. Л. Вартанян, А. В. Овсепян* 601
МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД *Д. М. Седракян* 615
ПОЛЯРИМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КРАТНОЙ СИСТЕМЫ ADS 4374 *В. С. Стрельницкий* 625
ПОЛЯРИЗАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ЛИНИИ H_β В СПЕКТРЕ γ UMa *Т. Е. Дервиз* 637
СРЕДНЯЯ ДЛИНА ПУТИ ФОТОНА В РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ *В. В. Иванов* 643
УМЕНЬШЕНИЕ ЖЕСТКОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ МНОГОКРАТНОМ КОМПТОНОВСКОМ РАССЕЯНИИ . . . . . *В. Ю. Теребиж* 663
ЗАВИСИМОСТЬ МАССА-СВЕТИМОСТЬ В КРАТНЫХ ЗВЕЗДАХ *А. С. Баранов* 669

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

О ВЗАИМОСВЯЗИ КАРЛИКОВЫХ ГАЛАКТИК ТИПА СКУЛЬПТОРА И ЯРКИХ ГАЛАКТИК С ПЕРЕМЫЧКОЙ . . . . . *А. Т. Каллоглян* 683
ВТОРАЯ ВСПЫШКА EZ ТЕЛЬЦА . . . . . *Л. К. Ерастова* 686
КРИТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ХОЛОДНЫХ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С УЧЕТОМ НЕЙТРОНИЗАЦИИ . . . . . *З. Ф. Сеидов* 687

ЕРЕВАН

Խմբագրական կոլեգիա

Ա. Ա. Բոյարչուկ, Վ. Ա. Դոմբրովսկի, Ցա. Բ. Զելդովիչ, Հ. Մ. Թովմասյան, Ս. Ա. Կապլան, Վ. Հ. Համբարձումյան (գլխավոր խմբագիր), Բ. Ե. Մարգարյան, Լ. Վ. Միրզոյան (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Վ. Սոբոլև

Редакционная коллегия

В. А. Амбарцумян (главный редактор), А. А. Боярчук, В. А. Домбровский, Я. Б. Зельдович, С. А. Каплан, Б. Е. Маркарян, Л. В. Мирзоян (зам. главного редактора), В. В. Соболев, Г. М. Товмасян

„АСТРОФИЗИКА" — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство „Международная книга", Москва, 200.

«Աստղաֆիզիկա»-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակվում է Հայկական ՍՍՀ Գիտությունների ակադեմիայի կողմից: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների ու միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղային և արտագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային սահմանակից բնագավառների գծով:

Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Հանդեսը լույս է տեսնում տարեկան 4 անգամ, 1 համարի արժեքն է 1 ռուբլի, բաժանորդագինը 4 ռուբլի մեկ տարվա համար: Բաժանորդագրվել կարելի է «Սոյուզպեչատ»-ի բոլոր բաժանմունքներում, իսկ արտասահմանում «Մեժդունարոդնայա կնիգա» գործակալության միջոցով. Մոսկվա, 200:

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕМЕННОСТИ ЯДЕР ГАЛАКТИК. I. ОБ ОПТИЧЕСКОЙ ПЕРЕМЕННОСТИ 3С 371

В. И. ПРОНИК, А. Г. ЩЕРБАКОВ

Поступила 26 февраля 1970

На двухканальном электрофотометре, предназначенном для наблюдений протяженных объектов и позволяющем контролировать качество изображения, получены наблюдения N-галактики 3С 371 с диафрагмой 5″ в системе, близкой к UBV. Фотометр установлен в несмитовском фокусе 2.6 *м* рефлектора КрАО.

С 16 по 20 мая 1969 г. галактика увеличила свой блеск на $1^m.67$, $1^m.25$ и $0^m.99$ в фильтрах U, B и V соответственно. Изменение спектральных индексов ($\Delta\alpha_{UB}=-1.91$, $\Delta\alpha_{BV}=-1.04$) привело к более плоскому спектру галактики к моменту максимума блеска.

При исследовании переменности ядер галактик возникает ряд трудностей, связанных с фотометрией звездообразных объектов на ярком неравномерном фоне. При фотоэлектрических наблюдениях с большой диафрагмой (10″ и больше) вклад излучения от ядра в общий поток галактики может оказаться настолько мал, что даже значительные его изменения приведут к незначительным изменениям всего потока, находящимся в пределах ошибок измерений. Поэтому естественно выбирать наименьшую из возможных диафрагм, сравнимую с атмосферным диаметром изображения ядра галактики, что, однако, может привести к ложной переменности, так как ухудшение качества изображения вызывает размазывание изображения ядра на большую площадь. Это вызовет уменьшение потока, проходящего через диафрагму. При плохих изображениях этот эффект может быть очень большим.

В Крымской обсерватории сконструирован фотоэлектрический двухканальный фотометр, позволяющий контролировать качество изображения и тем самым наблюдать ядра галактик в малых диафраг-

мах. Фотометр устанавливается в фокусе Нэсмита 2.6-метрового телескопа и имеет набор диафрагм, окруженных зеркальными кольцами. Размеры диафрагм приведены в табл. 1.

Таблица 1

Диаметр диафрагмы (секунды дуги)	3.00	4.75	5.00	7.00	10.25	15.00
Внешний диаметр кольца (секунды дуги)	6.25	8.00	10.00	15.00	20.00	30.75

Когда центр изображения галактики находится на оптической оси фотометра, поток от ее ядра попадает в диафрагму и регистрируется фотоумножителем первого канала, а поток от ее периферии, отраженный зеркальным кольцом, — вторым каналом. В последнем, при устойчивых изображениях, трудно ожидать реальных изменений потока, поскольку в него поступает постоянное излучение от звездной компоненты галактики. Ухудшение качества изображения может только увеличить поток во втором канале за счет дополнительного излучения, выведенного из диафрагмы в кольцо. Таким образом, уменьшению потока в первом канале, вызванному ухудшением качества изображения, всегда будет соответствовать такое же увеличение его во втором, а минимальное значение потока второго канала будет достигаться в моменты с самым хорошим качеством изображения из всей серии наблюдений данного объекта. Следовательно, *изучение кривых изменения потоков в обоих каналах может позволить учесть ложную переменность, вносимую атмосферой, и, тем самым, выделить из наблюдаемой кривой блеска реальную переменность, если такая существует.*

В фотометре установлены два фотоумножителя типа EM I 9502B с сурьмяно-цезиевым фотокатодом. В регистрирующей части применена техника счета фотонов. Оптическая схема фотометра приведена на рис. 1.

В мае 1969 г. в КрАО начаты наблюдения по исследованию оптической переменности ядер сейфертовских и N-галактик, а также некоторых квазаров. Здесь приводятся предварительные результаты, свидетельствующие об изменении блеска N-галактики 3C 371. Впервые ее переменность открыл Оук [1]. За два года галактика изменила свою яркость более чем в два раза и притом немонотонно. Согласно [2], характерный цикл изменения блеска 3C 371 составляет около 70 лет. Отмечаются также колебания яркости в $0^m.1 - 0^m.2$ за несколь-

ко дней. Согласно [3], существенных изменений блеска галактики в диафрагме 7.6 в период с июня 1966 г. по сентябрь 1967 г. не замечено.

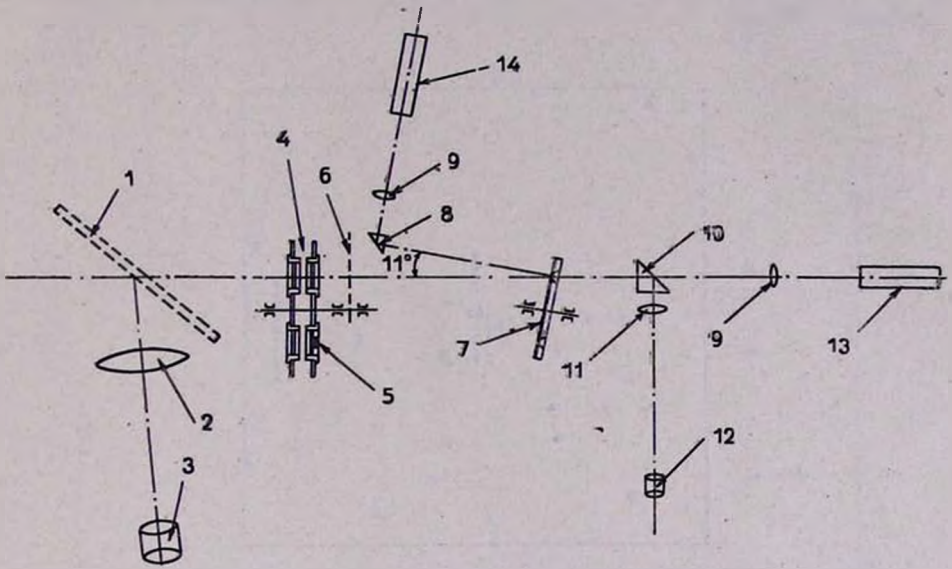

Рис. 1. Оптическая схема фотометра. 1, 2, 3 — подвижное зеркало, объектив и окуляр переднего зеркального подсмотра; 4 — блок сменных фильтров; 5 — люминофор, вмонтированный в блок фильтров; 6 — затвор; 7 — блок зеркальных диафрагм; 8 — кварцевая призма; 9 — кварцевые линзы Фабри; 10, 11, 12 — подвижная призма, объектив и окуляр подсмотра диафрагм; 13 — фотоумножитель первого канала; 14 — фотоумножитель второго канала.

Нами галактика наблюдалась с диафрагмой 5″ и кольцом 10″ в системе, близкой к UBV, в течение следующих четырех ночей: 16/17, 19/20 мая и 14/15, 17/18 июня 1969 г. Наблюдения проводились по схеме: Ф—З—Г—Ф—Г—З—Ф, где Ф — фон неба в трех фильтрах, З — звезда сравнения, Г — галактика. В качестве звезды сравнения была выбрана звезда в ближайших окрестностях галактики, наиболее подходящая по яркости и цвету. Фотометрической привязки ее к стандартным звездам пока не производилось. На рис. 2 объект 3С 371, находящийся в центре поля, и звезда сравнения отмечены штрихами. На рис. 3 представлены результаты наблюдений. По оси абсцисс отложены юлианские дни. По оси ординат — шкала звездных величин с произвольным нуль-пунктом. Сплошными линиями показана яркость ядра галактики в диафрагме 5″, пунктиром — поток во втором канале в двух фильтрах. Использовать наблюдения в фильтре U второго канала оказалось невозможным, так как поток в нем был

слишком слабым, и очень малое число зарегистрированных импульсов дало неуверенные оценки. Вертикальными штрихами на рисунке показаны величины средних квадратичных ошибок. Отсутствие штрихов у некоторых точек означает, что ошибки не превосходят размеров кружка.

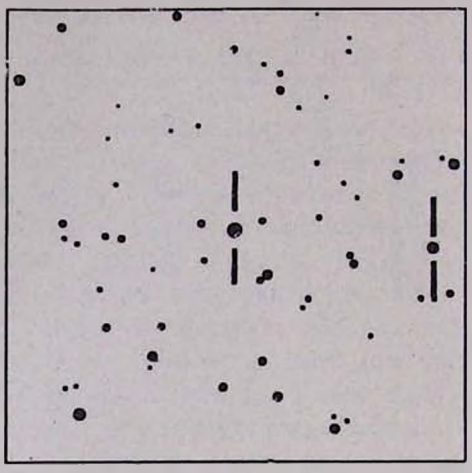

Рис. 2. Карта окрестностей 3С 371. Север вверху. Сторона квадрата составляет 10 минут.

Как видно из рис. 3, в течение первых трех дней наблюдений яркость ядра галактики увеличилась во всех фильтрах ($1^m.67$; $1^m.25$ и $0^m.99$ в фильтрах U, B, V соответственно). Удовлетворительное постоянство избыточного над фоном неба потока излучения во втором канале свидетельствует о том, что атмосферные условия в ночи наблюдений были достаточно однородными. Значительного перераспределения излучения между каналами не замечено, поэтому никаких редукций, связанных с изменением качества изображения не делалось. Следует заметить, что переменность звезды сравнения в течение наших наблюдений тоже исключается, так как в противном случае яркость галактики во втором канале изменялась бы так же, как она изменялась в первом, поскольку к звезде сравнения отнесены потоки от галактики как первого, так и второго каналов. В пользу физической переменности галактики в период 16—20 мая свидетельствует и изменение спектральных индексов в UB и BV системах ($\Delta\alpha_{UB} = -1.91$, $\Delta\alpha_{BV} = -1.04$), которое привело к более плоскому спектру галактики после увеличения ее блеска, что является характерным свойством всех переменных внегалактических объектов.

Таким образом, у объекта ЗС 371, по-видимому, можно ожидать довольно больших изменений блеска (1^m—2^m) в короткие промежутки времени.

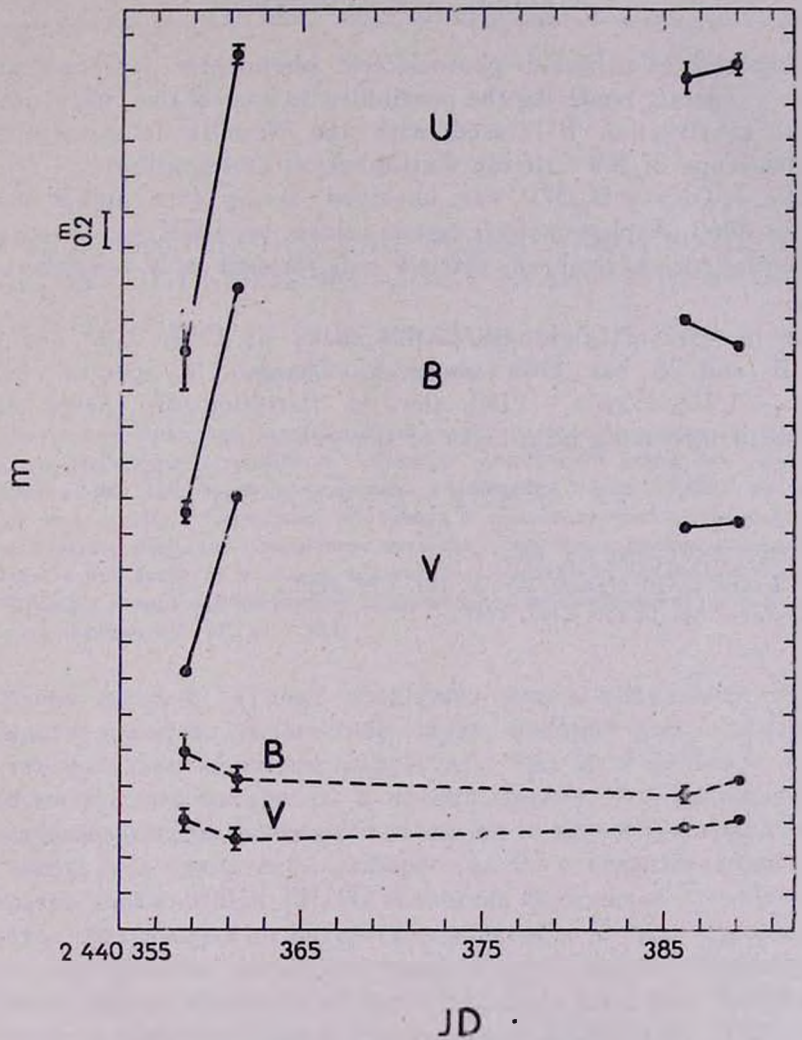

Рис. 3. Кривая блеска ЗС 371.

Авторы благодарны академику А. Б. Северному за обсуждение работы и ценные замечания, Н. А. Димову за разработку электроники и Б. П. Абражевскому за большую помощь в изготовлении фотометра.

Крымская астрофизическая
обсерватория

STUDIES OF NUCLEI VARIABILITY OF GALAXIES I. ON THE OPTICAL VARIABILITY OF 3C 371

V. I. PRONIK, A. G. SCHERBAKOV

A special two-channel photoelectric photometer for observations of diffuse objects, rendering the possibility to control the image quality, has been constructed. It is used with the Nasmith focus of the 2.6 meter telescope of the Crimean Astrophysical Observatory.

The N-Galaxy 3C 371 was observed during four nights in the spring of 1969. A photometric system close to UBV has been used. All observations have been carried out through a 5″ focalplane diaphragm.

An increase of brightness of the galaxy by $1^m.67$; $1^m.25$ and $0^m.99$ in U, B and V has been observed. Changes in spectral indices ($\Delta\alpha_{UB} = -1.91$; $\Delta\alpha_{BV} = -1.04$) show a flattering of energy distribution with increasing brightness of the galaxy.

ЛИТЕРАТУРА

1. *J. B. Oke*, Ap. J., 150, L 5, 1967.
2. *P. D. Usher, O. P. Manley*, Ap. J., 151, L79, 1968.
3. *A. Sandage*, Ap. J., 150, L177, 1967.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ И ФУНКЦИЯ СВЕТИМОСТИ КВАЗИЗВЕЗДНЫХ РАДИОИСТОЧНИКОВ

М. А. АРАКЕЛЯН

Поступила 15 февраля 1970

На основе принципа максимального правдоподобия получены формулы для оценки пространственной плотности объектов какого-либо сорта по расстояниям ближайших из них. Эти формулы применены в отношении квазизвездных радиоисточников из каталога 4С и Парксского обозрения в предположении о космологической природе красных смещений. Внутреннее согласие полученных оценок плотности рассматривается как аргумент в пользу правильности сделанного предположения.

Функция оптической светимости квазизвездных радиоисточников возможно обнаруживает максимум при $M_v = -23.0$.

Ранее автором [1] был предложен метод построения функции светимости объектов какого-либо сорта, который дает возможность получать довольно надежные результаты при использовании сравнительно небольшого материала. В предположении, что красные смещения квазизвездных радиоисточников имеют космологическую природу, этот метод был применен к выборке из 33-х квазизвездных радиоисточников каталога 3CR [2]. На основании внутренней сходимости результатов, полученных по оптическим данным, в [2] был сделан вывод о том, что красные смещения квазизвездных радиоисточников действительно имеют космологическую природу, а сами эти объекты распределены в сопутствующем пространстве равномерно. Применение аналогичной процедуры при использовании радиосветимостей выявило рост пространственной плотности квазизвездных радиоисточников с красным смещением. Позже в [3—5] были приведены свидетельства в пользу того, что в космологической интерпретации красных смещений этот факт может быть истолкован как результат эволюции радиосветимости.

Поскольку вывод о космологической природе квазизвездных радиоисточников был сделан на основании статистических соображений, то является целесообразным повторение такой работы на большем материале. В настоящем сообщении приводятся результаты, полученные на основе данных о 64 объектах из каталога 4С и 52 объектах из Парксского обозрения.

1. *Об определении пространственной плотности с помощью ближайших объектов данного сорта.* Приведенная в [1] формула для определения пространственной плотности с помощью расстояния k-того соседа, r_k, была получена посредством приближения, состоящего в замене $\overline{(1/x_k^3)}$ через $1/\overline{x_k^3}$. Здесь мы выведем более точную формулу для определения пространственной плотности и точно вычислим дисперсию этой оценки.

Если, как и в [1], через r_k обозначено расстояние k-того в порядке удаленности объекта рассматриваемого типа, а через D—значение истинной пространственной плотности этих объектов, то совместная плотность распределения расстояний n соседей при заданной плотности D будет

$$f(x_1, x_2, \cdots, x_n/D) = e^{-\frac{4}{3}\pi x_n^3 D} \prod_{k=1}^{n} (4\pi x_k^2 D), \tag{1}$$

где, очевидно,

$$0 \leqslant x_1 \leqslant x_2 \leqslant \cdots \leqslant x_n < \infty. \tag{2}$$

Тогда оценка значения плотности по всей совокупности наблюдаемых расстояний, D_n, на основе принципа максимального правдоподобия может быть получена как корень уравнения [6]

$$\frac{\partial \ln f}{\partial D} = 0. \tag{3}$$

Из этого условия получим

$$\overset{*}{D}_n = \frac{n}{\frac{4}{3}\pi r_n^3}. \tag{4}$$

Таким образом, оценка плотности по принципу максимального правдоподобия по n соседям совпадает с приведенной в [1] оценкой плотности по n-ному соседу. Эта оценка плотности не является несмещенной.

Для того, чтобы в этом убедиться, напишем совместную функцию распределения всех оценок по n ближайшим объектам, рассматривая эти оценки как функции истинной плотности D. Эта функция распределения будет вида

$$g(t_1, t_2, \cdots, t_n/D) = e^{-\frac{nD}{t_n}} \prod_{k=1}^{n} \frac{kD}{t_k^2}, \tag{5}$$

где

$$0 \leqslant \frac{t_n}{n} \leqslant \frac{t_{n-1}}{n-1} \leqslant \cdots \leqslant \frac{t_1}{1} < \infty. \tag{6}$$

Принимая во внимание (6), с помощью (5) получим моменты оценок плотности

$$M(\hat{D}_k) = \frac{k}{k-1} D \tag{7}$$

$$M(\hat{D}_k^2) = \frac{k^2}{(k-1)(k-2)} D^2 \tag{8}$$

$$M(\hat{D}_m \hat{D}_k) = \frac{mk}{(m-1)(k-2)} D^2, \quad (m < k). \tag{9}$$

Как видим, первый момент существует лишь при $k > 1$, а второй при $k > 2$.

Из (7) следует, что для получения несмещенных оценок плотности необходимо умножить смещенную оценку $\hat{D}_k$ на $(k-1)/k$.

Обозначив несмещенные оценки через D_k, будем иметь

$$M(D_k) = D, \tag{10}$$

$$M(D_k^2) = \frac{k-1}{k-2} D^2, \tag{11}$$

$$M(D_m D_k) = \frac{k-1}{k-2} D^2, \quad (m < k). \tag{12}$$

Дисперсия суммы $n-2$ несмещенных оценок плотности, соответствующих $k = 3, 4, \cdots, n$, с учетом зависимости между ними будет

$$\sigma^2\left(\sum_{k=3}^{n} D_k\right) = \left[2(n-2) - \sum_{k=3}^{n} \frac{1}{k-2}\right] D^2, \tag{13}$$

а дисперсия среднего значения

$$\sigma^2(\overline{D}) = \left[\frac{2}{n-2} - \frac{1}{(n-2)^2}\sum_{k=3}^{n}\frac{1}{k-2}\right] D^2, \tag{14}$$

где

$$\overline{D}_k = \frac{1}{n-1}\sum_{k=3}^{n} D_k. \tag{15}$$

Вычислим, наконец, среднее квадратическое отклонение от $\overline{D_k}$ среднего из отдельных оценок плотности

$$s^2 = \frac{1}{n-2} M\left|\sum_{k=3}^{n}(D_k - \overline{D}_k)^2\right| = \left[\frac{n-1}{(n-2)^2}\sum_{k=3}^{n}\frac{1}{k-2} - \frac{2}{n-2}\right] D^2. \tag{16}$$

С этой величиной мы и будем сравнивать получаемые средние квадратические отклонения наших оценок плотности от их средних значений.

2. *Функция светимости квазизвездных радиоисточников по данным каталога 4С.* Светимости 76 квазизвездных радиоисточников из каталога 4С на длине волны 2500 А в $вт\ гц^{-1}$, вычисленные по методике, использованной ранее М. Шмидтом [7], приведены в [3]. Эти данные, а также объемы в сопутствующей системе координат, соответствующие красному смещению каждого объекта, вычислены для модели Вселенной с нулевым давлением, нулевой космологической постоянной, постоянной Хаббла 100 $км\ сек^{-1}\ Мпс^{-1}$ и параметром ускорения $q_0 = +1$.

Функция светимости построена с помощью объектов, для которых плотность потока на 2500 А, $f(2500)$, больше, чем $10^{-30}\ вт\ м^{-2}\ гц^{-1}$. Эти объекты были распределены по пяти равным интервалам логарифма светимости, $\lg F(2500)$. Внутри каждого интервала объекты были пронумерованы в порядке возрастания красного смещения. Тогда несмещенные оценки пространственной плотности объектов данной светимости могут быть получены с помощью каждого из объектов этой светимости по формуле

$$D_k = \frac{4\pi(k-1)}{\omega V_k}. \tag{17}$$

Здесь k — номер объекта внутри данного интервала светимости, V_k — объем в сопутствующем пространстве, соответствующий красному смещению этого объекта, ω — телесный угол, покрытый данным каталогом. Область, покрытая каталогом 4С без галактического пояса между $b = \pm 10^\circ$ составляет 0.45 небесной сферы.

Результаты вычисления пространственных плотностей квазизвездных радиоисточников из различных интервалов светимости приведены в табл. 1. При этом в соответствии с изложенным выше принимались

Таблица 1

$23.8 < \lg F(2500) < 24.2$

4C	02.32	11.26	−04.1	06.49	−04.4	−00.47	−03.7	13.14
$D_k \times 10^9$ *Мпс*^{3}	—	—	0.17	0.26	0.23	0.28	0.33	0.38

$\overline{D}_k = 0.28 \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$; $\frac{\sigma}{\overline{D}_k} = 0.25$; $\frac{s}{D} = 0.38$.

$23.4 < \lg F(2500) < 23.8$

4C	60.24	32.33	17.68	39.48	66.13	09.74	48.46	19.44	15.76
$D_k \times 10^9$ *Мпс*^{3}	—	—	0.83	1.10	1.25	1.40	1.63	1.77	1.48
	−03.79	71.15	29.68	12.37	11.69	38.21	14.28	20.24	58.16
	1.54	1.71	1.55	1.66	1.68	1.84	1.85	1.97	1.32
	16.72	10.25	15.2						
	1.15	1.10	1.11						

$\overline{D}_k = 1.47 \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$; $\frac{\sigma}{\overline{D}_k} = 0.21$; $\frac{s}{D} = 0.30$.

$23.0 < \lg F(2500) < 23.4$

4C	13.41	77.9	11.72	32.8	15.1	02.27	39.25	−00.6	30.26
$D_k \times 10^9$ *Мпс*^{3}	—	—	2.67	2.98	2.54	1.49	1.61	1.79	1.52
	48.22	20.33	−00.50	14.31	00.34	37.24	23.43	60.18	25.43	65.9
	1.63	1.79	1.92	2.08	2.21	2.37	2.45	2.47	2.26	2.21

$\overline{D}_k = 2.12 \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$; $\frac{\sigma}{\overline{D}_k} = 0.20$; $\frac{s}{D} = 0.33$.

$22.6 < \lg F(2500) < 23.0$

4C	01.4	21.45	−02.25	21.35	−05.55	49.14	25.45	30.22	−05.35
$D_k \times 10^9$ *Мпс*^{3}	—	—	1.75	2.15	1.78	2.16	2.44	2.37	2.63
	13.38	40.28	16.12						
	2.51	2.45	2.54						

$\overline{D}_k = 2.28 \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$; $\frac{\sigma}{\overline{D}_k} = 0.13$; $\frac{s}{D} = 0.35$.

$22.19 < \lg F(2500) < 22.6$

4C	−05.6	56.20	16.26	20.7
$D_k \times 10^9$ *Мпс*^{3}	—	—	1.54	2.16

$\overline{D}_k = 1.85 \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$; $\frac{\sigma}{\overline{D}_k} = 0.17$; $\frac{s}{D} = 0.35$.

во внимание лишь объекты с $k>2$. Как следует из таблицы, полученные оценки плотности внутри каждого интервала светимости достаточно хорошо совпадают. Для иллюстрации этого в каждом случае приводится относительное среднее квадратическое отклонение

$$\frac{\sigma}{\bar{D}_k}=\frac{1}{\bar{D}}\sqrt{\frac{\sum_{k=3}^{n}(D_k-\bar{D}_k)^2}{n-2}} \tag{18}$$

и теоретическое значение этой величины согласно (16), т. е.

$$\frac{s}{\bar{D}}=\sqrt{\frac{n-1}{(n-2)^2}\sum_{k=3}^{n}\frac{1}{k-2}-\frac{2}{n-2}}. \tag{19}$$

Как видим, наблюдаемые средние квадратические отклонения не превосходят теоретических значений этой величины. Такое совпадение оценок пространственной плотности квазизвездных радиоисточников по расстояниям различных объектов свидетельствует о том, что красные смещения распределены именно так, как это должно быть в случае, когда они определяют расстояния этих объектов. Тот факт, что наблюдаемая дисперсия часто меньше теоретической, по-видимому, связан с тем, что теоретические значения средних отклонений обусловлены в основном слагаемыми с малыми k, а в единственной рассматриваемой реализации и ближайшие объекты расположены на расстояниях, близких к их ожидаемым значениям.

Конечно, возможность того, что красные смещения распределены таким образом, не будучи связаны с расстояниями квазизвездных радиоисточников, не может быть исключена. Очевидно, однако, что такое явление крайне маловероятно. Действительно, в случае отказа от космологической интерпретации мы должны полагать, что разбиение объектов по пяти рассмотренным выше группам является произвольным. Тогда становится совершенно неестественным, что в каждом из них наблюдается некоторая, общая для всех групп закономерность. При этом очень существенно то, что та же закономерность в той форме, которую следует ожидать при космологической интерпретации красных смещений, имеет место и тогда, когда рассматриваются объекты с наименьшими z безотносительно к их светимости. Это следует из того, что оценки пространственной плотности, произведенные с помощью формулы (17) по объектам с наименьшими z, также находятся в хорошем внутреннем согласии. Эти оценки по объектам с $\lg f\ (2500)>30.0$ и $z<0.45$ приведены в табл. 2.

Оценка пространственной плотности квазизвездных радиоисточников по объектам с большими z приводит к систематически убывающим значениям. В космологической интерпретации этот факт легко понять как следствие наблюдательной селекции.

Удовлетворительное согласие между суммой пространственных плотностей квазизвездных радиоисточников, которая следует из табл. 1, $(8.0 \pm 1.4) \times 10^{-9}\ Мпс^{-3}$, и их суммарной пространственной плотностью, полученной в табл. 2, также может рассматриваться как аргумент в пользу правильности космологической интерпретации красных смеще-

Таблица 2

4C	02.32	13.41	01.4	21.45	−05.6	77.9	56.20	11.72	32.8
$D_k \times 10^9\ Мпс^3$	—	—	4.37	6.34	5.95	7.28	8.02	9.35	7.94
	60.24	−02.25	16.26	20.7	21.35	15.1			
	8.67	8.74	8.48	8.64	8.96	8.90			

$\overline{D}_k = 7.82 \times 10^{-9} Мпс^{-3}$; $\frac{\sigma}{\overline{D}_k} = 0.20$; $\frac{s}{D} = 0.33$.

ний. Действительно, если красные смещения квазизвездных радиоисточников не имеют космологического происхождения, то нет никаких оснований ожидать, что после случайного разбиения этих объектов по отдельным группам будет получено согласие между суммой значений параметра $\overline{D}_k$ и средним значением, соответствующим объектам с наименьшими z.

С точки зрения приведенной интерпретации совпадения значений пространственной плотности квазизвездных радиоисточников, полученных по различным объектам, крайне существеннен характер зависимости числа источников от предельной яркости — зависимости $N(m)$ от m. Характер этой зависимости не связан с интерпретацией красных смещений. С другой стороны, подобная зависимость, построенная по оптическим данным, не выявляет неравномерности в распределении квазизвездных радиоисточников [3]. Примененный же выше метод приводит к выводу о равномерном распределении этих объектов в предположении о космологической природе их красных смещений. Именно это обстоятельство и должно рассматриваться как основной аргумент в пользу космологической природы красных смещений.

Следует отметить, что при использовании радиоданных оба упомянутых метода приводят к выводу о неравномерном распределении квазизвездных радиоисточников. Как отмечалось в [2, 3], это расхождение между результатами, полученными по оптическим и радиоданным, обусловлено эволюцией радиосветимости квазизвездных радиоисточников.

3. *Функция светимости квазизвездных радиоисточников по данным Парксского обозрения.* Табл.3, полученная с помощью квазизвездных радиоисточников Парксского обозрения, совершенно анало-

Таблица 3

$23.8 < \lg F(2500) < 24.2$

PKS	1226+02	0710+11	0859—14	0232—04	1416+06	0119—04
$D_k \times 10^9$ *Мпс*^{3}	—	—	0.26	0.35	0.43	0.40
	1148—00	0229+13				
	0.46	0.52				

$\bar{D}_k = 0.40 \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.20$; $\frac{s}{D} = 0.38$.

$23.4 < \lg F(2500) < 23.8$

PKS	1618+17	0349—14	0159—11	2344+09	1354+19	2251+15	1252+11
$D_k \times 10^9$ *Мпс*^{3}	—	—	0.79	1.15	1.41	1.26	1.48
	2216—03	0350—07	1040+12	2230+11	0850+14	1055+20	1127—14
	1.63	1.68	1.69	1.86	1.85	2.01	1.97
	2120+16	0802+10	0117+15				
	1.21	1.18	1.22				

$\bar{D}_k = 1.49 \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.23$; $\frac{s}{D} = 0.32$.

$23.0 < \lg F(2500) < 23.4$

PKS	1004+13	2251+11	1510—08	0003+15	0403—13	0155—10	0932+02
$D_k \times 10^9$ *Мпс*^{3}	—	—	2.85	2.60	2.11	2.31	2.44
	0056—00	1317—00	0922+14	0957+00	1622+23	1453—10	1328+254
	2.43	1.91	2.13	2.31	2.45	2.61	2.35

$\bar{D}_k = 2.38 \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.11$; $\frac{s}{D} = 0.34$;

$22.6 < \lg F(2500) < 23.0$

PKS	2135—14	1545+21	1049—09	1229—02	1222+21	1253—05	1634+26
$D_k \times 10^9$ *Мпс*^{3}	—	—	3.13	3.57	3.76	3.01	2.87
	1335—06	0838+13	0518+06				
	3.14	3.02	2.81				

$\bar{D}_k = 3.15 \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.10$; $\frac{s}{D} = 0.36$.

$22.2 < \lg F(2500) < 22.6$

PKS	0736+01	0903+16	1333+20
$D_k \times 10^9$ *Мпс*^{3}	—	—	1.95

$\bar{D}_k = 1.95 \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$

гична табл. 1. Соответствующие данные об оптических светимостях вычислены в [4]. При составлении таблицы принято во внимание, что область между склонениями $-20°$ и $+27°$ без галактического пояса между $b = \pm 10°$ составляет 0.33 небесной сферы. Данные о суммарной пространственной плотности квазизвездных радиоисточников по объектам Парксского обозрения с наименьшими z приведены в табл. 4.

Таблица 4

PKS	1226+02	0736+01	2135—14	1004+13	1545+21	2251+11	1049—09
$D_k \times 10^9$ *Мпс*^{3}	—	—	11.2	11.2	11.0	9.1	9.4
	1510—08	1229—02	0903+16	0133+20	1222+21	0003+15	
	9.8	9.5	9.5	9.8	10.3	10.4	

$\bar{D}_k = 10.2 \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.07$; $\frac{s}{D} = 0.34$.

Как видим, и в этом случае суммарная пространственная плотность хорошо согласуется с суммой значений, соответствующих объектам различных светимостей* $-(9.4 \pm 2.9) \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$. Значения пространственной плотности квазизвездных радиоисточников, полученные по Парксскому обозрению, несколько выше значений, полученных по 4С. Это, по-видимому, сбусловлено неточной оценкой площади области, подверженной галактическому поглощению. Эта область, очевидно, не ограничивается поясом $|b| < 10°$. При этом влияние этой неточности в случае каталога 4С должно быть больше. Поэтому результаты, полученные по данным Парксского обозрения, по-видимому, являются более точными. Это обстоятельство, очевидно, может влиять лишь на абсолютные значения пространственной плотности, но не влияет на вид функции светимости.

Существенным отличием полученных функций светимости от построенных ранее на меньшем материале [2,7] является возможное наличие максимума пространственной плотности при $\lg F(2500) = 22.8$ ($M_V \approx -23.0$) или, во всяком случае, широкого интервала светимостей с постоянной пространственной плотностью квазизвездных радиоисточников. Построенные ранее функции светимости характеризовались (хотя и не монотонным) возрастанием пространственной плотности объектов с уменьшением их светимости. Наличие максимума функции светимости позволяло бы рассматривать квазизвездные радиоисточники как некоторый отдельный класс объектов, не связанный, в частности, с радиогалактиками. С другой стороны, обнаруженный максимум функции

* При вычислении суммарного квадратического отклонения соответствующее значение для группы с $\overline{\lg F(2500)} = 22.4$ (табл. 3) принято равным полученной оценке плотности.

светимости свидетельствовал бы о том, что привлечение объектов меньшей оптической яркости не может существенно изменить полученные оценки полной пространственной плотности квазизвездных радиоисточников.

В связи с этим следует отметить, что оценка полной пространственной плотности квазизвездных радиоисточников независимо от их оптической яркости по 22 объектам с наименьшими красными смещениями из каталога 4С дает $(11.3 \pm 2.4) \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$. Аналогичная оценка по 16 объектам Паркского обозрения дает $(12.5 \pm 1.7) \times 10^{-9}$ *Мпс*$^{-3}$.

Автор благодарен В. Ю. Теребижу за ценное обсуждение.

THE SPACE DISTRIBUTION AND LUMINOSITY FUNCTION OF QUASI-STELLAR RADIO SOURCES

M. A. ARAKELIAN

The formulae for the estimation of the space density of objects of any sort by means of the distances of nearest ones are obtained by the use of principle of maximum likelyhood. They are employed to the quasi-stellar radio sources from 4C and Parkes Survey under the supposition that the redshifts are cosmological. Mutual agreement between the results obtained is considered as an argument in favour of cosmological nature of redshifts.

The optical luminosity function of quasi-stellar radio sources seems to have a maximum at $M_v \approx -23.0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. А. Аракелян*, ДАН СССР, 179, 555, 1968.
2. *M. A. Arakelian*, Nature, 219, 595, 1968.
3. *М. А. Аракелян*, Астрофизика, 5, 461, 1969.
4. *М. А. Аракелян*, Астрофизика, 5, 603, 1969.
5. *M. A. Arakelian*, Nature, 225, 358, 1970.
6. *Г. Крамер*, Математические методы статистики, М., ИЛ, 1948.
7. *M. Schmidt*, Ap. J., 151, 393, 1968.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

К ВОПРОСУ О ФУНКЦИИ РАДИОСВЕТИМОСТИ РАДИОГАЛАКТИК

Ю. К. МЕЛИК-АЛАВЕРДЯН

Поступила 12 января 1970

На основе наблюдательных данных и некоторых теоретических соображений рассматривается функция радиосветимости радиогалактик. Показано, что эта функция должна отличаться от линейной зависимости (1).

Как было установлено в [1—3] и ряде других работ, функция радиосветимости радиогалактик может быть приближенно представлена следующим выражением:

$$\lg n(M) = aM + b, \tag{1}$$

где $n(M)$ — число радиогалактик данной абсолютной радиовеличины M в единичном интервале абсолютных радиовеличин и в единице объема. Ниже будет сделана попытка уточнить функцию радиосветимости и будет показано, что распределение радиогалактик по абсолютным радиовеличинам отличается от приведенной выше линейной зависимости. Этот вывод следует как из наблюдательных данных, так и из некоторых теоретических соображений.

Обозначим через F мощность радиоизлучения радиогалактики, r — расстояние радиоизлучающего облака от ядра радиогалактики, а через $N(F, r)$ — число радиогалактик в единице объема, имеющих данные r и F. Расстояние r с возрастом радиогалактики увеличивается. С увеличением r определенным образом меняется и мощность радиоизлучения радиогалактики. При этом должно выполняться следующее соотношение:

$$\frac{d}{dF}\left[N(F, r)\frac{dF}{dr} \right] = 0, \tag{2}$$

которое можно представить иначе:

$$\frac{\partial}{\partial F}[N(F, r)] + \frac{dr}{dF}\frac{\partial}{dr}\left[N(F, r)\frac{dF}{dr} \right] = 0. \tag{3}$$

Согласно [4], по крайней мере для $2\cdot 10^4 \leqslant r \leqslant 2\cdot 10^5$ *пс* имеет место следующая эмпирическая зависимость:

$$\frac{dF}{dr} = -2.1\frac{F}{r}. \tag{4}$$

Подставляя (4) в (3), получим

$$\frac{r}{2.1}\frac{\partial}{\partial r}\left[N(F, r)\frac{F}{r} \right] - F\frac{\partial}{\partial F}\left[N(F, r)\frac{F}{r} \right] = 0. \tag{5}$$

Обозначим

$$2.1 \ln r = x, \tag{6}$$

$$\ln F = y. \tag{7}$$

В этих обозначениях уравнение (5) преобразуется к виду

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[N(F, r)\frac{F}{r} \right] - \frac{\partial}{\partial y}\left[N(F, r)\frac{F}{r} \right] = 0. \tag{8}$$

Решением уравнения (8) является произвольная функция от аргумента $(x + y)$ или, с учетом (6),

$$N(F, r)\frac{F}{r} = f(r^{2.1}F). \tag{9}$$

Сравнение (8) с эмпирической функцией радиосветимости показывает, что искомое решение должно быть степенной функцией:

$$N(F, r) = C_0\frac{r}{F}(Fr^{2.1})^C, \tag{10}$$

где C_0 и C — некоторые постоянные.

Таким образом, окончательно имеем

$$N(F, r) = C_0 r^{2.1C+1}F^{C-1}. \tag{11}$$

Функция радиосветимости получается из (11) интегрированием по r от $r_{\min}$ до $r_{\max}$. За область изменения r примем область, показанную на рис. 1.

Для определения границ этой области были использованы данные, приведенные в [5], относительно расстояний радиоизлучающих облаков от соответствующих радиогалактик. Несколько радиогалактик из [5] показаны на рис. 1. Для остальных радиогалактик из [5] при-

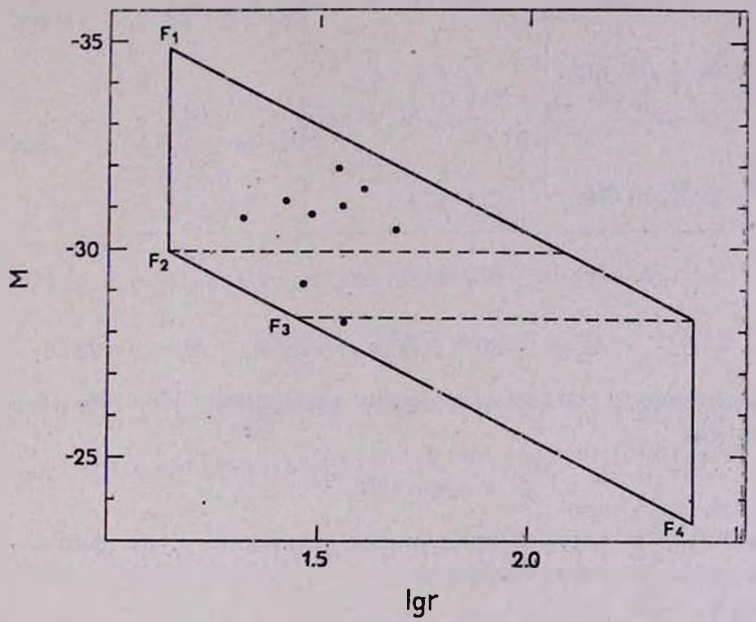

Рис. 1.

ходится учитывать влияние наблюдательной селекции. Анализ эффекта наблюдательной селекции выполнен в [4]. С учетом этого анализа получается:

$$M \leqslant 5.\,25 \lg r - 36, \tag{12}$$

$$M \geqslant 5.\,25 \lg r - 41, \tag{13}$$

$$\lg r \leqslant 2,\,4. \tag{14}$$

Очевидно, что расстояние r не может быть меньше размеров радиогалактики r_0:

$$r \geqslant r_0. \tag{15}$$

Все указанные выше предельные значения r приводятся в табл. 1.

Таблица 1

M	$r_{\min}$	$r_{\max}$
$M_1 \div M_2$	r_0	$r_0\left(\frac{F}{F_1}\right)^{-\frac{1}{2,1}}$
$M_2 \div M_3$	$r_0\left(\frac{F}{F_2}\right)^{-\frac{1}{2,1}}$	$r_0\left(\frac{F}{F_1}\right)^{-\frac{1}{2,1}}$
$M_3 \div M_4$	$r_0\left(\frac{F}{F_2}\right)^{-\frac{1}{2,1}}$	$r_0\left(\frac{F_4}{F_2}\right)^{-\frac{1}{2,1}}$

где

$$M_1 = -35^m, \quad M_2 = -30^m, \quad M_3 = -28^m4, \quad M_4 = -23^m4, \tag{16}$$

а $F_1 \div F_4$ связаны с соответствующими значениями $M_1 \div M_4$ известным соотношением:

$$F = \text{const} \cdot 10^{-0,6M}. \tag{17}$$

Для указанных в табл. 1 предельных значений r по формуле (11) получаем после интегрирования по r:

$$N(F) \simeq \begin{cases} \text{const} \cdot F^{C-1}\left[1-\left(\frac{F}{F_1}\right)^{\frac{2,1C+2}{2,1}}\right] & \text{при } M_1 \leqslant M \leqslant M_2 \\ \text{const} \cdot F^{C-1}\left[\left(\frac{F}{F_2}\right)^{\frac{-2,1C+2}{2,1}}-\left(\frac{F}{F_1}\right)^{\frac{-2,1C+2}{2,1}}\right] & \text{при } M_2 \leqslant M \leqslant M_3 \\ \text{const} \cdot F^{C-1}\left[\left(\frac{F}{F_2}\right)^{\frac{-2,1C+2}{2,1}}-\left(\frac{F_4}{F_2}\right)^{\frac{-2,1C+2}{2,1}}\right] & \text{при } M_3 \leqslant M \leqslant M_4 \end{cases} \tag{18}$$

Переходя к абсолютным радиовеличинам M, получим рассчитанную на единичный интервал абсолютных радиовеличин функцию радиосветимости радиогалактик:

$$\lg n(M) =$$

$$= \begin{cases} \text{const} - 0.4\,Mc + \lg\left[1 - 10^{0,4\frac{2,1C+2}{2,1}(M-M_1)}\right] & \text{при } M_1 \leqslant M \leqslant M_2 \\ \text{const} - 0.4\,Mc + \lg\left[10^{\frac{0,4(2,1C+2)}{2,1}(M-M_2)} - 10^{\frac{0,4(2,1C+2)}{2,1}(M-M_1)}\right] & \text{при } M_2 \leqslant M \leqslant M_3 \\ \text{const} - 0.4\,Mc + \lg\left[10^{\frac{0,4(C+4)}{2,1}(M-M_3)} - 10^{\frac{0,4(2,1C+2)}{2,1}(M_1-M_2)}\right] & \text{при } M_3 \leqslant M \leqslant M_4 \end{cases} \quad (19)$$

Подставляя в (19) численные значения (16), получаем:

$$\lg n(M) =$$

$$= \begin{cases} \text{const} - 0.4\,cM + \lg\left[1 + 10^{0,19(2,1C+2)(M+35)}\right] & \text{при } M_1 \leqslant M \leqslant M_2 \\ \text{const} - 0.4\,cM + \lg\left[10^{0,19(2,1C+2)(M+30)} - 10^{0,19(2,1C+2)(M+35)}\right] & \text{при } M_2 \leqslant M \leqslant M_3 \\ \text{const} - 0.4\,cM + \lg\left[10^{0,19(C+2)(M+30)} - 10^{1,25(2,1C+2)}\right] & \text{при } M_3 \leqslant M \leqslant M_4 \end{cases} \quad (20)$$

Согласно [4] постоянная C равна $-1,25$. Зависимость (20) при этом значении постоянной C показана на рис. 2. Для сравнения на этом же рисунке приводится прямая линия — функция радиосветимости радиогалактик, полученная в [3].

Рассмотрим теперь имеющиеся наблюдательные данные.

Для построения функции радиосветимости радиогалактик в [3] были использованы данные, которые приводятся в табл. 2 настоящей работы. Из сравнения табл. 2 с формулой (20) можно видеть, что наблюдаемая функция радиосветимости при $M = -33^m$ дает изгиб, предсказываемый выражением (20). Для самых ярких радиогалактик, то есть для $M = -34^m$, напротив, значение $\lg n(M)$, согласно табл. 2, больше, чем должно быть даже по формуле (1). Это объясняется, по-видимому, тем, что на самых ранних стадиях радиогалактики не подчиняются эволюционному закону (4). Радиосветимость может вначале убывать медленнее и какое-то время возрастать.

Что касается слабых радиогалактик, то на первый взгляд кажется, что их концентрация противоречит распределению (20). Однако

есть одно неучитываемое обстоятельство, которое может разрешить это кажущееся противоречие.

Действительно, как известно, при построении функции радиосветимости подсчитывается число радиогалактик в некотором „доступном" объеме, зависящем от абсолютной радиовеличины. При этом

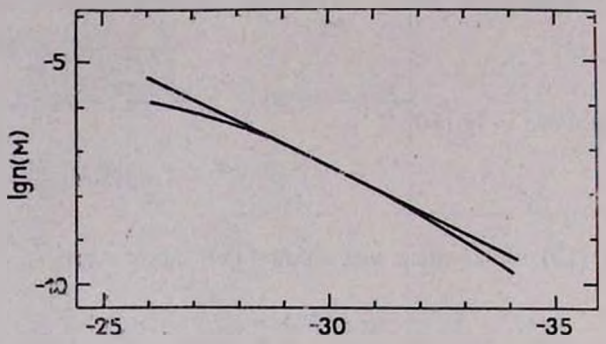

Рис. 2.

сильные и слабые радиогалактики оказываются в неодинаковых условиях: концентрация галактик в сверхскоплении более заметна при подсчетах абсолютно слабых радиогалактик.

Таблица 2

M	$\lg n(M)$
−26	−5.5
−27	−5.6
−28	−6.3
−29	−6·8
−30	−7.3
−31	−7.8
−32	−8.3
−33	−8.3
−34	−8.8

Оценку этого эффекта можно дать следующим образом. Предельное красное смещение z_{max}, от которого зависит величина „доступного" объема, определяется по формуле

$$\lg z_{max} = 0.2\,(M - m + 43,01), \qquad (21)$$

где m можно считать равным 9.

Таким образом, $z_{max} = 0.04$ для $M = -27^m$, а $z_{max} = 0.02$ для $M = -26^m$. Если размеры сверхскопления достигают 50 *Мпс*, то доля занимаемого сверхскоплением объема внутри „доступного" объема составляет 0.03 для $M = -27^m$ и 0.25 для $M = -26^m$. Если принять, что концентрация галактик в сверхскоплении на порядок выше средней, то $n(M)$ окажется за счет сверхскопления завышенным в 1.3 раза для $M = -27^m$ и в 3.3 раза для $M = -26^m$.

Следовательно, наблюдательные данные свидетельствуют в пользу приведенных выше теоретических соображений.

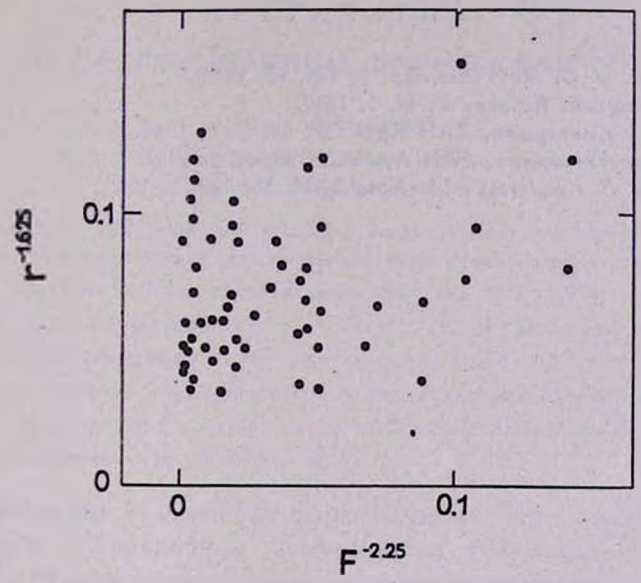

Рис. 3.

Для дальнейшего уточнения функции радиосветимости необходимо выяснить характер эволюции радиогалактик на самой ранней их стадии. Это ясно и из рис. 3, где показано распределение радиогалактик на плоскости $[r^{-1,625}, F^{-2,25}]$. Очевидно, что согласно (11) это распределение в области, свободной от селекции, должно быть равномерным. Однако отчетливо проявляется сгущение к наибольшим значениям F. Это вполне согласуется с высказанным выше предположением о замедленности темпа эволюции на ранней радиогалактической стадии.

В заключение приношу благодарность академику В. А. Амбарцумяну за помощь и обсуждение.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ABOUT FUNCTION OF RADIOLUMINOSITY OF THE RADIOGALAXIES

Yu. K. MELIK-ALAVERDIAN

The function of radioluminosity of radiogalaxies are shown on the ground of observational data and some theoretical considerations. It's has been shown that this function must differ from linear dependence (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. C. Roeder, G. C. Mc Vittie*, Ap. J., 138, 15. 1963.
2. *Г. Б. Шоломицкий*, Астрон. ж., 44, 5, 1967.
3. *Ю. К. Мелик-Алавердян*, ДАН АрмССР, 46, № 5, 1968.
4. *Ю. К. Мелик-Алавердян*, ДАН АрмССР, 48, № 3, 1969.
5. *G. McDonald, S. Kenderdine, A. Neville*, M. N., 138, 3, 1968.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ФОРМ ГАЛАКТИК

Б. И. ФЕСЕНКО

Поступила 2 февраля 1970
Пересмотрена 9 апреля 1970

Распределение сферичностей галактик рассматривается с учетом наблюдательной селекции. Распределение видимых сферичностей галактик поля сильно изменится, если учесть различие абсолютных величин (порядка $0^m.2 - 0^m.4$) одной и той же галактики при разных наклонах ее к лучу зрения. Если исключить галактики с угловыми диаметрами меньшими $0'.5$ то среди объектов с $M < -16^m$ ($H = 100$ *км/сек.мпс*), доля круглых галактик $< 5\%$. Приводится формула для вычисления среднего значения истинной сферичности $\bar{\xi}$ в случае малых выборок. У Е-галактик величина $\bar{\xi}$ почти постоянна в промежутке $-16^m > M > -21^m$.

Распределение сглаженных форм галактик исследовалось неоднократно. Наиболее подробные исследования выполнила К. В. Каврайская [1—3], которая нашла решение интегрального уравнения, связывающего распределения видимых и истинных сферичностей галактик. Недавно Т. А. Агекян и Н. К. Сумзина [4] вывели соотношение между моментами четного порядка истинных и видимых сферичностей, которое удобно применять при изучении небольших выборок галактик.

В настоящей работе приводятся некоторые дополнительные соотношения и рассматриваются многочисленные факторы, усложняющие интерпретацию результатов наблюдений.

1. Как известно, если рассматривать все галактики ярче некоторой видимой величины, то среди них будет резко увеличено число галактик с большими светимостями. Зависимость светимости галактики от наклона ее к лучу зрения понизит число галактик с малыми наклонами.

2. Если рассматривать галактики в узком интервале светимостей, то среди них также будет понижено число галактик с малыми накло-

нами. Действительно, поглощение света сильнее всего понижает видимую светимость галактики именно при таких наклонах. В данный интервал наблюдаемых светимостей попадают здесь лишь те галактики, действительная светимость которых больше видимой светимости (на величину поглощения света), но таких галактик мало вследствие резкого спадания функции светимости.

Если поглощающей материи в галактике нет (как у членов некоторых скоплений), то следует рассмотреть зависимость систематических и случайных ошибок определения видимых величин галактик от формы их изображений. Если такая зависимость есть, то появится и селекция по наклонам ввиду быстрого изменения функции светимости.

3. Распределение видимых сферичностей η искажается и при отборе галактик по линейным диаметрам. Если видимый диаметр галактики возрастает при уменьшении наклона, то в данный интервал диаметров попадут при малых наклонах лишь те галактики, истинный диаметр которых меньше, причем таких галактик будет много, ввиду возрастания числа галактик при уменьшении диаметров.

4. У некоторых галактик существует мощная полоса поглощения, наблюдающаяся при малых наклонах. С возрастанием наклона полоса начинает сходить с линии большого диаметра изображения, и в тот момент, когда она касается изнутри видимой границы центрального сгущения, сферичность галактики оказывается резко заниженной.

5. Центральное сгущение придает некоторым галактикам сатурнообразный вид, сильно отличающий их от эллипсоидов вращения. При больших наклонах видимая сферичность определяется, в основном, плоской составляющей галактики; при малых наклонах мы имеем дело с влияниями и плоской, и сферической составляющих.

6. Наличие спиральной структуры затрудняет определение большой и малой осей изображения галактики (a и b), если она наблюдается „плашмя“. Здесь результат зависит от произвола наблюдателя. Поэтому не следует придавать слишком большого значения характеру изменения частот величины $\eta = b/a$ при значениях η, близких к единице. Результат может быть искажен и небольшой примесью „иглообразных“ галактик со слабо выраженными спиралями.

7. При малых изображениях необходимо учитывать еще ошибку округления величин a и b.

Эти замечания используем при исследовании сферичностей галактик с известными лучевыми скоростями v_r по данным каталогов [5]. Этот материал был расширен за счет компонентов кратных систем, содержащих галактику с известной v_r. Для уменьшения эффекта ошибок округления рассматривались галактики с угловым диаметром,

превышающим 0.45. Так как расстояния находились по лучевым скоростям, то рассматривались галактики с $v_r > 1000$ *км/сек*. Видимые величины галактик приводились к системе [6]. Выбор именно этой системы диктовался необходимостью охвата как можно большего числа галактик, ибо для значительной доли галактик видимые величины были даны именно в этой системе. Это удобно и для сопоставления со статистическими работами, которые будут выполнены на огромном материале каталогов [6]. Поправки для перехода к величинам системы [6] приводятся в табл. 1, в последнем столбце которой указано число использованных объектов. Поправки получены по данным [5] путем сравнения определений разных авторов с величинами [6].

Таблица 1

ПОПРАВКИ ДЛЯ ПЕРЕХОДА К СИСТЕМЕ ВЕЛИЧИН [6]

Источник величин	m							
	<10	10—	11—	12—	13—	14—	15—	N
Холмберг [8]			−0.3	+0.1	+0.4	+0.5	+0.4	377
Холмберг [9]	+0.2	+0.5	+0.6	+0.4	+0.4	+0.3		115
Хьюмасон и др. [10]		−0.1	+0.1	+0.2	+0.2	0.0		83
Воронцов-Вельяминов [5]		+1.2	+0.5	+0.3	0.0	+0.2	0.0	164
Шепли и Эймс [11]		+0.2	+0.2	+0.2	+0.3			147

Обращает на себя внимание большая величина поправок для перехода от фотографических систем Холмберга [8, 9] и в то же время сравнительно небольшие поправки для перехода от фотоэлектрической системы величин [10], которая, по-видимому, более надежна с точки зрения систематических ошибок, возникающих при фотометрировании протяженных объектов.

Для уменьшения эффекта поглощения света в Галактике исследование ограничивалось областями неба с $|b| > 30°$. Для каждой галактики вычислялся вес γ по формуле

$$\gamma = -\frac{c\,10^{0.6M}}{N(\underline{m} < m < \overline{m})}, \qquad (1)$$

где c — постоянная, M и m — абсолютная и видимая величины, $\overline{m} \leqslant 15^m.25$ — предельная величина галактик с данными M и D (D — линейный диаметр) при угловом диаметре, не меньшем 0.5, $\underline{m}$ — видимая величина данной галактики в случае, когда $v_r = 1000$ *км/сек* и $N(\underline{m} < m < \overline{m})$ — число всех галактик (в нашем материале) в интер-

вале видимых величин от $\underline{m}$ до $\overline{m}$. Изучая вместо чисел галактик суммы их весов, мы учитываем селекции по светимостям, видимым величинам, угловым диаметрам и значениям v_r. Почти аналогичный метод учета селекции использован в [7].

Предположим, что рассмотренные ранее факторы 4 и 5 вызывают лишь перераспределение значений η у спиральных галактик при малых наклонах, не изменяя доли всех галактик с $\eta < 0.4$ (у нас форма спиральных галактик тогда характеризуется спиральной составляющей).

Используя известную формулу для плотности вероятности $\varphi(\eta)$ (у дискообразных галактик) при фиксированной истинной сферичности ξ:

$$\varphi(\eta) = \frac{\eta}{\sqrt{(1-\xi^2)(\eta^2-\xi^2)}}, \quad \eta > \xi,$$

мы получили выражения для доли p_1 и p_2 галактик с $\xi < 0.36$ и $\xi < 0.54$ и для среднего значения истинных сферичностей $\overline{\xi}$:

$$p_1 = \frac{3.10^2}{N} \sum_{i=1}^{4} n_i, \tag{2}$$

$$p_2 = \frac{1.92}{N} \sum_{i=1}^{6} n_i, \tag{3}$$

$$\overline{\xi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{10} \alpha_i n_i, \tag{4}$$

где N — число всех галактик, n_i — число галактик в интервале видимых сферичностей от $0.1(i-1)$ до $0.1i$, а значения α_i таковы:

i	α_i	i	α_i
1	−1.661	6	+0.264
2	−0.835	7	+0.446
3	−0.443	8	+0.618
4	−0.163	9	+0.780
5	+0.0645	10	+0.930

При выводе формулы (3) предполагалось, что плотность вероятности ξ постоянна в каждом из интервалов (0.1; 0.2),..., (0.5; 0.6), но различна в разных интервалах; при выводе (2) аналогичное допу-

щение делалось лишь в отношении первых трех интервалов. Учет галактик с $\xi < 0.1$ не изменил бы существенно результата. На распределение галактик при $\xi > 0.6$ в первом случае и при $\xi > 0.4$ во втором не накладывается ограничений. Относительные ошибки p_1 и p_2 не превышают 2%, если ξ равномерно распределены в интервалах (0.1; 0.4) и (0.1; 0.6); в остальных случаях ошибки не более 10 и 17%, соответственно. Эти приближенные формулы приходится использовать для исключения действия факторов 4 и 5.

Формула (4), удобная при изучении небольших выборок галактик, когда распределение ξ надежно определить не удается, была проверена для четырех случаев плотности вероятности ξ:

$$\frac{4}{\pi}\sqrt{1-\xi^2}, \quad 3\xi\sqrt{1-\xi^2}, \quad \frac{15}{2}\xi^3\sqrt{1-\xi^2} \text{ и } 2\xi,$$

и во всех случаях относительная ошибка $\bar{\xi}$ не превышала 2%.

Все галактики мы разделили на два класса. В первый класс вошли объекты, для которых в [5] измерены внешние области; во второй класс вошли остальные галактики, классифицируемые обычно как E или N; H*. Взаимодействующие системы не рассматривались.

Распределение η без учета селекции приводится в табл. 2. В табл. 3 галактики первого класса сгруппированы по светимостям.

Таблица 2

ЧАСТОТЫ ЗНАЧЕНИЙ η БЕЗ УЧЕТА СЕЛЕКЦИИ

η		0.0—	0.1—	0.2—	0.3—	0.4—	0.5—	0.6—	0.7—	0.8—	0.9—
Первый класс	$v_r > 1000$	0	14	24	31	24	42	45.5*	34	42.5	52
	$v_r < 1000$	1	6.5	11	21.5	13.5	11	8.5	7.5	13.5	12
Второй класс	$v_r > 1000$	0	0	2	0.5	7	12	17	30	25	8.5
	$v_r < 1000$	0	0	0	1.5	4.5	4.5	7	6.5	5	5

Дробные частоты появляются за счет галактик с круглыми значениями η (0.1; 0.2 и т. д.). Такие галактики мы относили к двум смежным интервалам, увеличивая там частоту на 0.5.

В первом столбце указаны интервалы абсолютных величин $M(H = 100$ *км/сек·мпс*); во втором даны числа галактик, в третьем —

* Сюда же включено несколько E-галактик с измеренными внешними областями.

суммарные веса ψ, причем вес галактик с $-18^m > M > -19^m$ принят за единицу (числа ψ пропорциональны функции светимости), в четвертом и пятом столбцах приводятся числа p_1 и p_2, полученные по формулам (2) и (3), и их средние ошибки. Если исключить самые слабые и самые яркие объекты (у которых велики ошибки p_1 и p_2), то при уменьшении светимостей наблюдается монотонное возрастание p_1 и p_2. Это можно объяснить тем, что действие упоминавшегося фактора 2 уменьшается при замедлении изменения функции светимости. Зная эту функцию и предполагая, что у всех рассматриваемых галиктик $\xi < 0.36$ (т. е. истинное $p_1 = 1$), мы вычислили величины Δm, показывающие, насколько следует увеличить светимости галактик с $\eta < 0.4$ (по сравнению с галактиками, имеющими $\eta > 0.4$), чтобы возросшее число галактик в данном интервале M дало бы значение $p_1 = 1$. Величины Δm и их средние ошибки даны в шестом столбце табл. 3. Эти величины следует рассматривать как усредненные по наклонам разности абсолютных величин галактики при $\beta < 20°$ и при $\beta > 20°$, где β — угол между лучом зрения и экваториальной плоскостью галактики (здесь принято $\xi = 0.2$).

Таблица 3

M	N	ψ	$p_1 \pm \sigma$	$p_2 \pm \sigma$	$\Delta m \pm \sigma$
−21 ÷ −22	3	$1.05 \cdot 10^{-3}$	1. 0±0.3	0.64±0.3	
−20 −21	30	$3.09 \cdot 10^{-2}$	0.31±0.075	0.44±0.08	0.40±0.10
−19 −20	106	$2.33 \cdot 10^{-1}$	0.61±0.07	0.82±0.07	0.29±0.08
−18 −19	122	1	0.85±0.075	0.97±0.065	0.19±0.11
−17 −18	29	1.35	1. 0±0.17	1. 1±0.13	
−16.2−17	7	2.15	1. 3±0.3	1. 1±0.3	

Таким образом, распределение видимых сферичностей галактик первого класса может быть объяснено влиянием наблюдательной селекции на распределение галактик с $\xi < 0.36$.

Если же селекции не учитывать, то при $-20^m > M > -21^m$ и $-19^m > M > -20^m$ соответственно 56 и 18% всех галактик имеют $\xi > 0.54$. Методом Хаббла без учета селекции мы нашли, что круглые галактики ($\eta > 0.9$) составляют $5 \pm 2\%$ всех объектов этого класса. Учет селекции может лишь уменьшить это значение.

В табл. 4 галактики первого класса сгруппированы по диаметрам. Для p_1 и p_2 в большинстве случаев получились значения, большие единицы (веса γ учтены). Это говорит о возрастании диаметров галактик при уменьшении наклонов.

Таблица 4

$\lg D_{кпс}$	ψ	p_1	p_2	N
1.51—1.70	$9.9 \cdot 10^{-2}$	1.9	1.4	28
1.31—1.50	$3.2 \cdot 10^{-1}$	1.3	1.3	77
1.11—1.30	1	1.0	1.1	88
0.91—1.10	1.97	0.6	1.0	86
0.71—0.90	1.93	1.2	1.2	28
0.40—0.70	3.10	—	—	9

В табл. 5 собраны данные для галактик второго класса с $M < -17.3$ (селекция учтена). Во второй и третьей строках приводятся распределения значений η и ξ. В распределении истинных сферичностей после

Таблица 5

СФЕРИЧНОСТИ Е-ГАЛАКТИК ($v_r > 1000$)

ζ, η	0.2—	0.3—	0.4—	0.5—	0.6—	0.7—	0.8—	0.9—
Видимое распределение	0.013	0.003	0.043	0.111	0.198	0.323	0.225	0.087
Истинное распределение	0.058	—0.016	0.116	0.225	0.296	0.371	0.038	—0.088

максимума при $\xi \approx 0.7$ наблюдается резкий спад. Отрицательную вероятность при $\xi > 0.9$ можно объяснить случайными ошибками. Зависимость $\overline{\xi}$ от M в этом классе галактик такова:

M	$\overline{\xi}$
$-20 \div -21$	0.52 ± 0.14
$-19 \div -20$	0.52 ± 0.08
$-18 \div -19$	0.64 ± 0.09
$-17.3 \div -18$	0.49 ± 0.24

При изменении M величина $\overline{\xi}$ практически не меняется. Для всех галактик с $M < 17^m.3$ в единице объема $\overline{\xi} = 0.57 \pm 0.055$.

Согласно [1], пространство между скоплениями галактик заполнено, в основном, круглыми галактиками. С другой стороны, в данном материале заметных следов круглых галактик не обнаружено ни в одном из классов объектов. Для выяснения ситуации у более слабых галактик мы рассмотрели еще объекты с $v_r < 1000$ *км/сек*, разбив их на два класса, как обычно; распределение видимых сферичностей приводится в табл. 2. Так как значения p_1 и p_2 в первом классе порядка 1.2 ± 0.2, влиянием селекции по наклонам в данном материале можно пренебречь. Доля круглых объектов равна $0.6 \pm 4\%$ в первом классе и $1 \pm 6\%$ — во втором. Средние абсолютные величины, вычисленные по формуле

$$M_{ср} = m_{ср} - 5\,(\lg v_r)_{ср} - 15,$$

где $(\lg v_r)_{ср}$ определялось по сглаженному распределению v_r, оказались равными $-16^m.5$ и $-16^m.7$ у объектов первого и второго классов, соответственно (ср. ошибка порядка $\pm 0^m.1$). Учитывая и результаты, полученные ранее, можно сделать вывод, что среди галактик с $M < -16^m$ круглые объекты встречаются редко, а может быть и вовсе не встречаются.

Среди галактик с известными v_r процент объектов с видимыми сферичностями $\eta \approx 1$ увеличивается с 30 до 70% при уменьшении угловых диаметров от 0.4 до 0.1. Так как средняя абсолютная величина при этом меняется слабо и составляет около $-18^m.5$, то, очевидно, здесь главную роль играют ошибки в определении форм малых изображений.

Среди эллиптических галактик с $v_r < 1000$ *км/сек* $\bar{\xi} = 0.05 \pm 0.095$ ($M_{ср} = -16^m.7$), что близко к значениям $\bar{\xi}$, полученным ранее в промежутке $-17^m > M > -21^m$. Таким образом, $\bar{\xi}$ не изменяется существенно при изменении светимостей E-галактик по крайней мере в 100 раз.

Следует отметить, что возможные систематические ошибки видимых величин галактик, зависящие от типа галактики, едва ли изменят последний вывод, так как группа эллиптических галактик сравнительно однородна. Что же касается галактик первой группы, то указанные систематические ошибки приведут к тому, что наблюдательная селекция окажется не полностью учтенной нами, а именно, представительство некоторых типов может быть занижено. Однако ошибки этого рода заметно не изменят наших выводов. Гораздо опаснее ошибки, зависящие от наклона галактики к лучу зрения. Учет их возможен

лишь при дальнейшем развитии системы классификации галактик, которая позволит среди галактик с разными наклонами уверенно выделять объекты с одинаковыми истинными абсолютными величинами (и одинаковой мощностью поглощающего слоя). С другой стороны, некоторое представление об одной из границ возможных ошибок дают результаты последнего столбца табл. 3.

Псковский педагогический
институт

THE DISTRIBUTION OF FORMS OF GALAXIES

B. I. FESSENKO

A distribution of forms of galaxies is considered taking into account observational selection. The distribution of apparent ellipticities of galaxies will change if the difference of order $0.^m2 - 0.^m4$ in absolute magnitude of galaxy at different inclination is taken into account. Among the objects with $M < -16^m$ ($H = 100$ *km/sec·Mpc*) the part of globular galaxies is no more than 5%, if one excludes the galaxies with angular diameters smaller than 0.5. The formulae for estimating the mean value of true ellipticity $\bar{\varepsilon}$ in case of a small sample is given. The value of $\bar{\varepsilon}$ is almost constant for E-galaxies with $-16^m < M < -21^m$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *К. В. Каврайская*, Вестн. ЛГУ, 1, 1958.
2. *К. В. Каврайская*, Вестн. ЛГУ, 13, 1958.
3. *К. В. Каврайская*, Вестн. ЛГУ, 7, 1959.
4. *Т. А Агекян, Н. К. Сумзина*, Астрофизика, 3, 545, 1967.
5. *Б. А. Воронцов-Вельяминов, В. П. Архипова, А. А. Красногорская*, Морфологический каталог галактик, ч. 1—IV, М., 1962—1968.
6. *F. Zwicky, E. Herzog, P. Wild*, Catalogue of Galaxies and Clusters of Galaxies, 1, 1961.
7. *Е. М. Нежинский, Л. П. Осипков*, Уч. зап. ЛГУ, №334, 117, 1967.
8. *E. Holmberg*, Ann. Obs. Lund, №6, 1937.
9. *E. Holmberg*, Lund Medd., II, №139, 1958.
10. *M. Humason, N. Mayall, A. Sandage*, A. J., 61, №3, 1956.
11. *H. Shapley, A. Ames*, Ann. Harv. Obs., 88, 43, 1932.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

К ТЕОРИИ ВРАЩАЮЩИХСЯ ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМ

Т. А. АГЕКЯН

Поступила 25 марта 1970

Написаны уравнения движения звезды, принадлежащей несферической звездной системе, стационарной в регулярном поле. Рассмотрены однофазовые звездные системы, т. е. такие системы, в которых значения трех интегралов движения одни и те же для всех звезд. Возможны однофазовые системы, в которых траектории замкнуты в сопутствующей плоскости, и, следовательно, звезды системы располагаются на некоторой двумерной поверхности. Для траекторий в таких системах найдена форма третьего интеграла движения. Эта форма третьего интеграла движения справедлива для всякого поля потенциала, создаваемого несферической стационарной в регулярном поле звездной системой. При помощи третьего интеграла движения произведен переход к уравнениям состояния звездных систем, стационарных в регулярном поле.

1. К решению основной задачи звездной динамики — построению теоретических самосогласованных моделей вращающихся звездных систем — можно идти тремя путями.

Первый путь состоит в применении гидродинамических уравнений. Совокупности дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих состояние вращающейся звездной системы, выведены в [1, 2]. Решение этих совокупностей уравнений является достижимой, но сложной задачей и еще не получено. Недостатком гидродинамического метода является то, что он не дает полного описания системы. Кроме того, он применим только к системам, достигшим квазистационарного состояния в целом. Между тем, в природе более распространены звездные системы, стационарные в регулярном поле и нестационарные в иррегулярном поле.

Второй путь — численно-экспериментальный. Метод состоит в численном решении на ЭВМ задачи n тел, n при этом можно брать небольшим. Физическое пространство системы разбивается на достаточное число малых объемов. В ходе численного решения уравнений

движения для каждого объема суммируется время пребывания в нем каждого тела. Сумма таких времен для всех тел, деленная на величину объема, принимается пропорциональной средней звездной плотности для данного объема.

Введенное понятие плотности является обобщением понятия плотности на системы с небольшим числом тел. В том случае, когда n очень велико, введенное понятие плотности совпадает с обычным понятием плотности. Аналогично обобщаются понятия скорости центроида и распределения остаточных скоростей. Этим методом можно найти распределение потенциала регулярного силового поля звездной системы и оценить характеристики иррегулярного поля.

Численно-экспериментальный метод был применен к сферическим системам в работах [3, 4] и к вращающимся системам в [5]. Именно этот метод позволил построить первую самосогласованную модель вращающейся звездной системы. Однако, если n невелико, то получаемая модель есть модель вращающейся звездной системы, квазистационарной в целом. Для построения моделей систем, стационарных в регулярном поле (и не стационарных в иррегулярном поле), n должно быть настолько большим (например > 1000), чтобы время перехода нестационарной системы в состояние, стационарное в регулярном поле, было существенно меньше времени перехода в квазистационарное состояние. Для построения такой модели требуется большое количество времени на быстродействующей машине с очень большой памятью.

В настоящей статье рассматриваются возможности третьего пути — применения фазодинамического метода. Это самый сильный метод, годный в принципе для описания любых систем и способный дать полное описание систем. Успешному применению фазодинамического метода к вращающимся системам препятствовало незнание аналитической формы третьего интеграла движения. Г. Г. Кузмин и С. А. Кутузов [6] и Линден-Белл [7] рассматривали возможность построения фазодинамических моделей вращающихся систем, стационарных в регулярном поле, в предположении, что фазовая плотность зависит только от двух интегралов движения — интеграла энергии и интеграла площадей. Однако, как известно, в общем случае фазовая плотность вращающейся стационарной звездной системы зависит от трех интегралов движения.

Пусть R, φ и z — цилиндрические координаты (ось z совпадает с осью вращения системы), а Π, τ и Z — соответствующие этим координатам компоненты скорости звезды.

Обозначим

$$I = \frac{1}{2}(\Pi^2 + \tau^2 + Z^2) - \Phi(R, z) \qquad (1)$$

$$J = R \cdot \tau \tag{2}$$

интегралы энергии и площадей и

$$K = K(R, z, \Pi, \tau, Z) \tag{3}$$

третий интеграл движения.

Задание фазовой плотности

$$\psi(I, J, K) \tag{4}$$

в принципе полностью определяет состояние системы, стационарной в иррегулярном поле. Стационарную звездную систему нужно представлять себе как совокупность траекторий, по которым непрерывной вереницей движутся звезды. Эти заполненные звездами траектории создают поле потенциала системы. Но и форма траекторий в свою очередь определяется полем потенциала системы.

Рассмотрим уравнения движения звезды

$$\frac{d\Pi}{dt} - \frac{J^2}{R^3} = F_R \tag{5}$$

$$\frac{dZ}{dt} = F_z \tag{6}$$

$$R \cdot \tau = J. \tag{7}$$

Допустим, что ось z является осью круговой симметрии системы. Тогда компоненты силы следующим образом выражаются через фазовую плотность:

$$F_R = -Gm \iiint_{(A)} \psi(I, J, K) \cdot \frac{R - \rho\cos\varphi}{r^3} \rho\, d\rho\, d\varphi\, d\zeta\, d\Pi\, d\tau\, dZ, \tag{8}$$

$$F_z = -Gm \iiint_{(A)} \psi(I, J, K) \cdot \frac{z - \zeta}{r^3} \rho\, d\rho\, d\varphi\, d\zeta\, d\Pi\, d\tau\, dZ, \tag{9}$$

где

$$r^2 = R^2 + \rho^2 - 2R\rho\cos\varphi + (z - \zeta)^2, \tag{10}$$

(A) — область фазового пространства, занимаемого системой.

Переходя к переменным интегрирования I, J, K, и написав левые части (5) и (6) в несколько ином виде, получим

$$\Pi\frac{\partial\Pi}{\partial R}+Z\frac{\partial\Pi}{\partial z}-\frac{J^2}{R^3}= \tag{11}$$

$$=-Gm\iiint\limits_{(B)}d\Phi(I,J,K)\iint\limits_{[C(I,J,K)]}\left|\Pi\frac{\partial K}{\partial\zeta}-Z\frac{\partial K}{\partial\Pi}\right|^{-1}d\rho d\zeta\int_0^{2\pi}\frac{R-\rho\cos\varphi}{r^3}\,d\varphi,$$

$$\Pi\frac{\partial Z}{\partial R}+Z\frac{\partial Z}{\partial z}= \tag{12}$$

$$=-Gm\iiint\limits_{(B)}d\Phi(I,J,K)\iint\limits_{[C(I,J,K)]}\left|\Pi\frac{\partial K}{\partial Z}-Z\frac{\partial K}{\partial\Pi}\right|^{-1}d\rho d\zeta\int_0^{2\pi}\frac{z-\zeta}{r^3}d\varphi.$$

Здесь $\psi(I, J, K)\,dI\,dJ\,dK$ заменено посредством $d\Phi(I, J, K)$, так как в общем случае $\psi(I, J, K)$ не есть интегрируемая функция. Следовательно, соответствующий тройной интеграл есть теперь интеграл Стилтьеса.

Если бы аналитическое выражение третьего интеграла движения было известно, уравнения (11) и (12) вместе с (7) можно было бы рассматривать при любой заданной $\psi(I, J, K)$ как систему интегро-дифференциальных уравнений относительно функций $\Pi(R, z, I, J, K)$, $Z(R, z, I, J, K)$, $\tau(R, z, I, J, K)=J/R$. Решение этой совокупности уравнений позволило бы получить распределения всех физических характеристик в звездной системе.

Рассмотрим простейшую систему с круговой симметрией относительно оси, в которой все звезды имеют одни и те же значения I_0, J_0, K_0 интегралов движения. Такую, стационарную в регулярном поле систему уместно назвать однофазовой. Однофазовую вращающуюся систему нужно представлять себе в виде одной, в общем случае бесконечной, траектории, по которой, заполняя ее, вереницей движутся звезды.

Уравнения движения звезды в однофазовой системе имеют, следовательно, вид

$$\frac{d\Pi}{dt}-\frac{J^2}{R^3}=-Gm\alpha_0\iint\limits_{(C)}\left|\Pi\frac{\partial K}{\partial Z}-Z\frac{\partial K}{\partial\Pi}\right|^{-1}d\rho d\zeta\int_0^{2\pi}\frac{R-\rho\cos\varphi}{r^3}\,d\varphi, \tag{13}$$

$$\frac{dZ}{dt}=-Gm\alpha_0\iint\limits_{(C)}\left|\Pi\frac{\partial K}{\partial Z}-Z\frac{\partial K}{\partial\Pi}\right|^{-1}d\rho d\zeta\int_0^{2\pi}\frac{z-\zeta}{r^3}\,d\varphi. \tag{14}$$

В общем случае траектория незамкнута, и витки ее заполняют трехмерный объем — тор, сечение которого определяется областью

(C) в уравнениях (13) и (14). Рассмотрение уравнений (13) и (14) показывает, что справедливо равенство

$$\left|\Pi(R, z)\frac{\partial K}{\partial Z} - Z(R, z)\frac{\partial K}{\partial \Pi}\right| = \frac{\alpha_0}{R \cdot D(R, z)}, \tag{15}$$

связывающее третий интеграл движения с пространственной звездной плотностью $D(R, z)$.

Аналогично, из уравнений (11) и (12) следует для третьего интеграла движения более общее уравнение

$$\left|\Pi(R, z, I, J, K)\frac{\partial K}{\partial Z} - Z(R, z, I, J, K)\frac{\partial K}{\partial \Pi}\right| = \frac{\psi(I, J, K)}{R \cdot D(R, z, I, J, K)}, \tag{16}$$

справедливое для всех значений I, J, K в этой системе. Здесь $D(R, z, I, J, K)\,dI\,dJ\,dK$ — парциальная звездная плотность тех звезд, у которых значения интегралов движения заключены в промежутках $[I, I + dI]$, $[J, J + dJ]$, $[K, K + dK]$.

Обратимся теперь к возможным частным случаям, когда в однофазовой системе траектория звезды заполняет своими витками не трехмерный объем, а двумерную поверхность. Рассмотрим движение звезды в сопутствующей плоскости ROz, то есть в плоскости, проходящей все время через ось симметрии и звезду. Каждая из координат R и z звезды в ходе ее движения, достигнув некоторого наименьшего значения, начинает возрастать, и через определенное время достигает некоторого наибольшего значения, после чего снова убывает, достигая некоторого наименьшего значения и т. д. В общем случае однофазовой системы эти наибольшие и наименьшие значения какой-либо координаты в разное время различны. Кроме того, в общем случае, момент, когда достигается наименьшее (наибольшее) значение R, не совпадает с моментом достижения наименьшего (наибольшего) значения z, (очевидно, что для z понятия наибольшее и наименьшее значение можно поменять).

При некоторых определенных соотношениях значений интегралов I_0, J_0, K_0 у траектории звезды в сопутствующей плоскости возможны две особые точки — точка возврата и точка симметрии. Точкой возврата называется точка, в которой компоненты скорости Π и Z одновременно оказываются равными нулю. Так как система стационарна в регулярном поле и имеет ось круговой симметрии, то из обратимости механического движения относительно времени следует, что, придя в сопутствующей плоскости в точку возврата, звезда остановится, а затем совершит движение по той же самой траектории в обратном направлении.

Точки симметрии могут существовать только в системах, имеющих плоскость симметрии. Точкой симметрии назовем точку на траектории звезды, в которой равны нулю координата z и компонент скорости Π. Придя в точку симметрии, звезда затем (вследствие наличия плоскости симметрии) движется по траектории, которая является зеркальным отображением относительно плоскости симметрии той части траектории, по которой звезда приближалась к точке симметрии.

Если траектория звезды имеет менее двух особых точек, то она незамкнута в сопутствующей плоскости. Витки траектории в пространстве заполняют трехмерную область -- тор некругового сечения.

Если траектория имеет две особые точки, находящиеся на конечном расстоянии (вдоль траектории) друг от друга, то в сопутствующей плоскости траектория звезды замкнута. Витки траектории в пространстве в общем случае заполняют двумерную поверхность.

Если обе особые точки являются точками симметрии, то примерами замкнутых траекторий в сопутствующей плоскости являются траектории, приведенные на рис. 1 (a, b, c). Пунктиром обозначена плоскость симметрии.

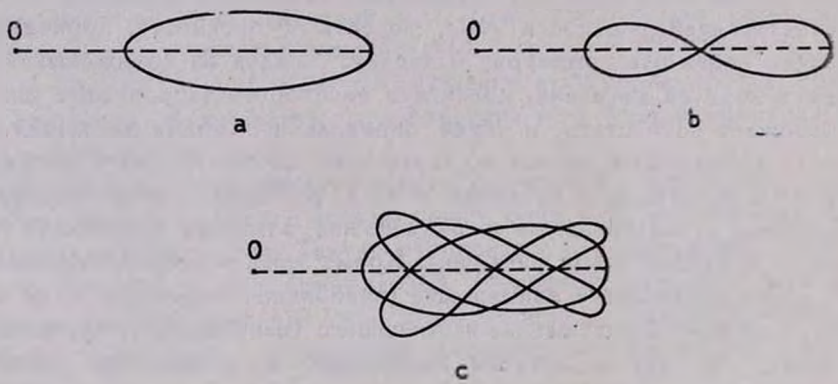

Рис. 1.

Примеры траекторий, у которых обе особые точки являются точками возврата, приведены на рис. 2 (a, b).

Пример траектории, у которой одна особая точка есть точка возврата, а другая есть точка симметрии, приведен на рис. 3. В этом случае, очевидно, должна существовать и вторая точка возврата.

Траекторий с большим числом особых точек быть не может.

При наличии двух точек возврата замкнутость траектории в сопутствующей плоскости понимается в том смысле, что приведенный

на рисунках отрезок траектории звезда попеременно проходит в прямом и обратном направлениях.

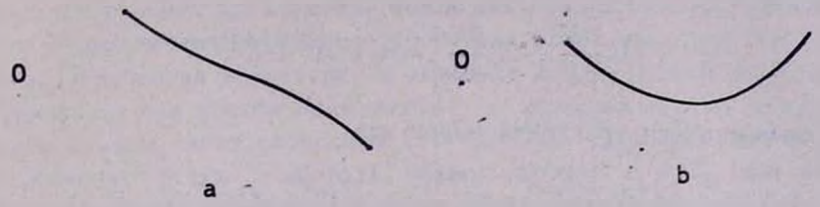

Рис. 2.

В примерах, приведенных на рис. 2 (a и b), система не имеет плоскости симметрии. Следовательно, доказательство существования у стационарных звездных систем плоскости симметрии, данное Г. М. Идлисом [9, 10] и Г. Г. Кузминым [11], справедливо лишь для систем стационарных и в иррегулярном поле. Системы, стационарные только в регулярном поле, могут и не иметь экваториальной плоскости симметрии.

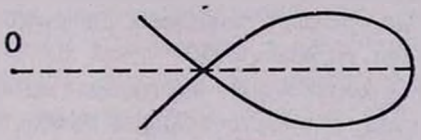

Рис. 3.

Если траектория звезды в однофазовой вращающейся системе замкнута в сопутствующей плоскости, то уравнения (13) и (14) принимают вид

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} - \frac{J^2}{R^3} = -2Gma_0 \int_{(S_1)}^{(S_2)} \left| \Pi \frac{\partial K}{\partial Z} - Z \frac{\partial K}{\partial \Pi} \right|^{-1} ds \int_0^{2\pi} \frac{R - \rho \cos \varphi}{r^3} d\varphi, \qquad (17)$$

$$\frac{\partial Z}{dt} = -2Gma_0 \int_{(S_1)}^{(S_2)} \left| \Pi \frac{\partial K}{\partial Z} - Z \frac{\partial K}{\partial \Pi} \right|^{-1} ds \int_0^{2\pi} \frac{z - \zeta}{r^3} d\varphi, \qquad (18)$$

где интеграл по переменной S есть криволинейный интеграл первого рода от особой точки (S_1) до особой точки (S_2).

Можно видеть, что выражение, стоящее в скобках в уравнениях (17) и (18), также удовлетворяет уравнению (15), в котором, однако, $R \cdot D(R, z)$ должно быть заменено проекцией линейной плотности вдоль траектории на сопутствующую плоскость. Но эта проекция обратно

пропорциональна скорости звезды в сопутствующей плоскости. Следовательно, уравнение (15) для однофазовой системы с замкнутыми в сопутствующей плоскости траекториями принимает форму

$$\left| \Pi \frac{\partial K}{\partial Z} - Z \frac{\partial K}{\partial \Pi} \right| = \alpha_0 \sqrt{\Pi^2 + Z^2}. \tag{19}$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$K = \alpha_0 \sqrt{\Pi^2 + Z^2} \operatorname{arc\,tg} \frac{\Pi}{Z} + \eta(\Pi^2 + Z^2) + \chi(\tau, R, z), \tag{20}$$

где η и χ — произвольные функции. В конкретной системе это, конечно, некоторые определенные функции.

Таким образом, для однофазовых вращающихся систем с замкнутыми в сопутствующей плоскости траекториями получена форма третьего интеграла движения. Подстановка (20) в уравнение Больцмана не приводит к тождеству, показывая, что форма (20) не есть универсальная форма третьего интеграла движения. Она справедлива лишь для звезд, движущихся в поле потенциала, создаваемом стационарной вращающейся однофазовой звездной системой с замкнутой в сопутствующей плоскости траекторией.

Перейдем к вопросу конкретного построения однофазовых вращающихся систем с замкнутыми в сопутствующей плоскости траекториями. Напишем для этого уравнения (17) и (18) в виде

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{J^2}{R^3} - a \int_{(S_1)}^{(S_2)} (\Pi^2 + Z^2)^{-\frac{1}{2}} ds \int_0^{2\pi} \frac{R - \rho\cos\varphi}{r^3} d\varphi, \tag{21}$$

$$\frac{dZ}{dt} = -a \int_{(S_1)}^{(S_2)} (\Pi^2 + Z^2)^{-\frac{1}{2}} ds \int_0^{2\pi} \frac{z - \zeta}{r^3} d\varphi, \tag{22}$$

где

$$a = 2Gm\alpha_0,$$

$$r^2 = R^2 + \rho^2 - 2R\rho\cos\varphi + (z - \zeta)^2.$$

Решение возможно методом последовательных приближений.

Для того, например, чтобы построить модель системы типа, изображенного на рис. 1, нужно задать J, a, а также значения R_1 и Z_1 в точке (S_1). Значения z и Π в этой точке равны нулю. Затем нужно на глаз вычертить траекторию, соответствующую рис. 1. Эта траек-

тория может быть принята за нулевое приближение. Она задаст значения ρ и ζ, для всех S от (S_1) до (S_2). Величину $(Z^2+\Pi^2)^{-\frac{1}{2}}$ под интегралом в нулевом приближении можно считать постоянной, равной Z^{-1}. После этого дифференциальные уравнения могут численно интегрироваться. Полученная траектория и значения Z и Π на ней должны рассматриваться как первое приближение, с которым теперь нужно вычислять правые части уравнений (21) и (22). Одновременно в новых приближениях нужно подбирать новые значения a и $\dot{z}_1$ (или J) так, чтобы траектория приходила в точку (S_2) и имела в ней $\Pi=0$.

Траектории, которые будут получены предлагаемым методом, определяются силовым полем, создаваемым звездами, движущимися по этим самым траекториям. В этом их отличие от траекторий, рассматривавшихся в литературе ранее (например [8], [12 — 16]), где силовое поле имело смысл внешнего поля и не являлось полем, которое может создать некоторая звездная система, стационарная в регулярном поле. Это, конечно, не умаляет важных результатов, полученных в упомянутых работах.

Для того, чтобы перейти к общему случаю однофазовой системы с незамкнутой в сопутствующей плоскости траекторией рассмотрим сначала такую систему с замкнутой в сопутствующей плоскости траекторией, у которой дуга $(S_1\ S_2)$ имеет очень большое число n пересечений с плоскостью $z=0$. Назовем эту систему системой I. Если n достаточно велико, то можно утверждать, что существует такая однофазовая система с незамкнутыми в сопутствующей плоскости траекториями (система II), у которой распределение фазовой плотности будет сколь угодно мало отличаться от распределения фазовой плотности в системе I. Справедливо и обратное утверждение: для любой системы II найдется система I со сколь угодно близким к ней распределением фазовой плотности.

Для систем I справедливо уравнение (19), следовательно, оно справедливо и для любых систем II, то есть однофазовых систем с незамкнутыми в сопутствующей плоскости траекториями. Сравнивая (15) и (19), мы находим, что пространственная звездная плотность в однофазовой системе с незамкнутыми в сопутствующей плоскости траекториями удовлетворяет равенству

$$D(R,z)=\frac{1}{R\sqrt{\Pi^2(R,z)+Z^2(R,z)}}. \tag{23}$$

Соответственно, уравнения движения звезды в такой системе принимают вид

$$\Pi\frac{\partial\Pi}{\partial R}+Z\frac{\partial\Pi}{\partial z}-\frac{J^2}{R^3}=$$

$$=-Gm\alpha_0\iint\limits_{(C)}(\Pi^2+Z^2)^{-\frac{1}{2}}d\rho d\zeta\int\limits_0^{2\pi}\frac{R-\rho\cos\varphi}{r^3}d\varphi, \tag{24}$$

$$\Pi\frac{\partial Z}{\partial R}+Z\frac{\partial Z}{\partial z}=$$

$$=-Gm\alpha_0\iint\limits_{(C)}(\Pi^2+Z^2)^{-\frac{1}{2}}d\rho d\zeta\int\limits_0^{2\pi}\frac{z-\zeta}{r^3}d\varphi. \tag{25}$$

Систему интегро-дифференциальных (в частных производных) уравнений (24 — 25) также можно решать, применяя последовательные приближения.

Аналогично, нетрудно заключить, что третий интеграл движения в форме (20) справедлив и для любой многофазовой системы. Этот интеграл движения не является универсальным в том смысле, что он не удовлетворяется при любом стационарном потенциале. Однако он удовлетворяется при всяком потенциале, создаваемом стационарной несферической звездной системой.

Уравнения движения (11 — 12) для общего случая многофазовой системы могут быть написаны в виде

$$\Pi\frac{\partial\Pi}{\partial R}+Z\frac{\partial\Pi}{\partial Z}-\frac{J^2}{R^3}=$$

$$=-Gm\iiint\limits_{(B)}d\Phi(I,\ J,\ K)\iint\limits_{[C(I,\ J,\ K)]}(\Pi^2+Z^2)^{-\frac{1}{2}}d\rho d\zeta\int\limits_0^{2\pi}\frac{R-\rho\cos\varphi}{r^3}d\varphi, \tag{26}$$

$$\Pi\frac{\partial Z}{\partial R}+Z\frac{\partial Z}{\partial z}=$$

$$=-Gm\iiint\limits_{(B)}d\Phi(I,\ J,\ K)\iint\limits_{[C(I,\ J,\ K)]}(\Pi^2+Z^2)^{-\frac{1}{2}}d\rho d\zeta\int\limits_0^{2\pi}\frac{z-\zeta}{r^3}d\varphi. \tag{27}$$

В заключение заметим, что возможен случай, когда траектория звезд в однофазовой вращающейся стационарной в регулярном поле системе замкнута не только в сопутствующей плоскости, но и в трехмерном пространстве. Это будет в том случае, когда период прохож-

дения всего отрезка траектории в соприкасающейся плоскости и период полного оборота около оси вращения соизмеримы. В этом случае ось z не будет осью круговой симметрии. Более того, как легко усмотреть, в этом случае стационарная в регулярном поле система может вообще не иметь оси симметрии.

Ленинградский государственный
университет

ON THE THEORY OF ROTATING STELLAR SYSTEMS

T. A. AGEKIAN

The equations of star motion in the selfgravitating nonspherical system, stationary in the regular field, are obtained. The phase density depending on three isolating integral of motion, is used. Stellar systems, cosisting of one single trajectory, are possible. In the case of trajectory closed in the meridional plane, it is found that the Jacobian of transition from the velocity space to the space of isolating integrals of motion has an analytical from

$$R^{-1}(\Pi^2 + Z^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

It is shown that this analytical form of Jacobian is exact in the general case of nonspherical systems, stationary in the regular field. Hence it becomes possible in principle to construct the model of nonspherical stationary stellar system if the phase density depending on integrals of motion is given.

The revealed analytical form of the Jacobian determines the form

$$\sqrt{\Pi^2 + Z^2}\left(\operatorname{arctg}\frac{\Pi}{Z} + \alpha\right) + \chi(\tau, R, z)$$

for the third integral of motion, the term $\chi(\tau, R, z)$ still remaining unknown.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Т. А. Агекян*, Астрон. ж.,43, 425, 1966.
2. *Т. А. Агекян, И. М. Михэиля*, Астрофизика, 5, 623. 1969.
3. *Т. А. Агекян, А. С. Баранов*, Астрофизика, 5, 305, 1969.
4. *А. С. Баранов*, Астрофизика, 6, 261, 1970.
5. *Т. А. Агекян, С. П. Якимов*, Труды АО ЛГУ (в печати).

6. *Г. Г. Кузмин, С. А. Кутузов*, Бюлл. Абастуманской астрофиз. обс., 27, 82, 1962.
7. *D. Lynden-Bell*, MN, 123, 447, 1962.
8. *A. Ollongren*, BAN, 16, No 521, 241, 1962.
9. *Г. М. Идлис*, Астрон. ж., 36, 85, 1959.
10. *Г. М. Идлис*, Изв. Астрофиз. ин-та АН Каз. ССР, 13, 3, 1962.
11. *Г. Г. Кузмин*, Публикации Тартуской астрон. обс., 34, 9, 1963/64.
12. *B. Barbanis*, A. J., 70, 285, 1965.
13. *G. Contopoulos*, Z. Astrophys., 49, 273, 1960.
14. *G. Contopoulos*, A. J., 68, 763, 1963.
15. *G. Contopoulos, L. Woltjer*, Ap. J., 140, 1106, 1964.
16. *G. Contopoulos*, A. J., 70, 526, 1965.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

МОДЕЛИ „ВСЕЛЕННОЙ" ФРИДМАНА В ЦЕНТРАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

К. П. СТАНЮКОВИЧ, О. Ш. ШАРШЕКЕЕВ

Поступила 2 марта 1970

Исследуются модели „Вселенной" Фридмана в центральной (не сопутствующей) системе отсчета (замкнутая, квазиевклидова и открытая модели). В каждой модели исследуются оба предельных случая, когда $p=0$ и $p=\varepsilon/3$.

Модели „Вселенной" (Метагалактики), предложенные Фридманом, обычно рассматриваются в синхронно-сопутствующей системе. Интервал для этих моделей в этой системе имеет вид

$$-ds^2 = -c^2d\tau^2 + a^2(d\chi^2 + A^2d\Omega^2), \tag{1}$$

где $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$, $A = \sin\chi$; χ; $\operatorname{sh}\chi$ соответственно для замкнутой пульсирующей „эллиптической" модели, для квазиевклидовой („параболической") и „гиперболической" открытых моделей. При этом обычная координата

$$r = aA, \quad a = a(\tau), \tag{2}$$

причем вид этой функции зависит как от уравнения состояния среды, заполняющей Метагалактику, так и от типа модели, χ является как бы лагранжевой координатой (для $p = 0$ χ действительно лагранжева координата).

Следует отметить, что для нахождения $a = a(\tau)$ обычно вводят параметр, зависящий от времени $\eta = \eta(\tau)$ с помощью соотношения $cd\tau = ad\eta$, тогда метрика (1) принимает вид

$$-ds^2 = a^2(-d\eta^2 + d\chi^2 + A^2d\Omega^2). \tag{3}$$

Решения для всех моделей удобно представить в виде $\tau = \tau(\eta)$, $a = a(\eta) = r/A(\chi)$, откуда, исключая η, можно найти зависимость вида

$$c\tau = F(r;\ \chi) \tag{4}$$

или вида

$$r = r(\tau;\ \chi). \tag{4a}$$

Исследования уравнений в центрально-симметричной системе отсчета показывают [1], что эти уравнения становятся наиболее удобными для анализа именно в переменных $(r;\ \chi)$. Поэтому имеет смысл метрику в этой системе отсчета из метрики (1) также искать в виде

$$ct = \Phi(r;\ \chi). \tag{5}$$

Для удобства дальнейших вычислений напишем (1) в виде

$$-ds^2 = -c^2d\tau^2 + e^{\mu}d\chi^2 + r^2d\Omega^2, \tag{6}$$

где $e^{\mu} = a^2$. Поскольку $\tau = \tau(r;\ \chi)$, $t = t(r;\ \chi)$, то

$$d\chi = \frac{dt - t_r\,dr}{t_\chi}, \qquad d\tau = \frac{1}{t_\chi}\left[\tau_\chi dt + (t_\chi\tau_r - t_r\tau_\chi)\,dr\right]. \tag{7}$$

Исключая из (6), с помощью (7), $d\tau$ и $d\chi$, придем к метрике

$$\begin{aligned} -ds^2 = &-\frac{1}{t_\chi^2}\left(\tau_\chi^2 - \frac{e^{\mu}}{c^2}\right)c^2dt^2 + \left[e^{\mu}t_r^2 - c^2(t_\chi\tau_r - t_r\tau_\chi)^2\right]\frac{dr^2}{t_\chi^2} - \\ &-\left[\frac{e^{\mu}t_r}{c} + c\tau_\chi(t_\chi\tau_r - \tau_\chi t_r)\right]\frac{2cdtdr}{t_\chi^2} + r^2d\Omega^2. \end{aligned} \tag{8}$$

Потребуем, чтобы член при $cdtdr$ обратился в нуль, тогда

$$t_r(e^{\mu} - c^2\tau_\chi^2) + c\tau_\chi c\tau_r t_\chi = 0. \tag{9}$$

Поскольку $c\tau_\chi$ и $c\tau_r$ известны, то из (9) мы можем определить $t = t(r;\ \chi)$. Обозначим

$$e^{\nu} = \frac{\tau_\chi^2}{t_\chi^2} - \frac{e^{\mu}}{c^2t_\chi^2}; \qquad e^{\lambda} = \frac{e^{\mu}t_r^2}{t_\chi^2} - c^2\left(\tau_r - t_r\frac{\tau_\chi}{t_\chi}\right)^2,$$

откуда после простых преобразований будем иметь

$$e^{\nu} = \frac{\tau_\chi \tau_r}{t_\chi t_r}, \qquad e^{\lambda} = c^2 \tau_r^2 \left(\frac{t_r \tau_\chi}{t_\chi \tau_r} - 1 \right). \tag{10}$$

Ранее нами была сделана попытка непосредственно преобразовать системы отсчета так, чтобы непосредственно определять $\nu = \nu(t; r)$, $\lambda = \lambda(t; r)$, однако явного выражения найти не удалось [2].

Анализ этой попытки и привел авторов к наиболее рациональному методу преобразования систем отсчета, так что $\nu = \nu(r; \chi)$, $\lambda = \lambda(r; \chi)$, где $t = t(r; \chi)$, причем здесь χ играет роль параметра, который явно не исключается.

Рассмотрим два простых примера.

а) Для „пылевой" эллиптической модели Фридмана имеем

$$\frac{r}{\sin \chi} = a = a_0 (1 - \cos \eta), \qquad c\tau = a_0 (\eta - \sin \eta - \pi),$$

откуда

$$c\tau = a_0 \left[\arcsin \sqrt{\frac{r}{a_0 \sin \chi} \left(2 - \frac{r}{a_0 \sin \chi} \right)} - \sqrt{\frac{r}{a_0 \sin \chi} \left(2 - \frac{r}{a_0 \sin \chi} \right)} - \pi \right] \tag{11}$$

при

$$\tau = 0, \quad \eta = \pi, \quad a = 2a_0 = R_0, \quad r = R = R_0 \sin \chi$$

и

$$\frac{v}{c} = \left(\frac{\partial a}{c \partial \tau} \right)_\chi = \sqrt{\frac{1 + \cos \eta}{1 - \cos \eta}} = \operatorname{ctg} \frac{\eta}{2} = 0.$$

Далее находим

$$c\tau_r = -\frac{1}{\sin \chi \sqrt{\frac{R_0}{r} \sin \chi - 1}}, \qquad c\tau_\chi = \frac{r \operatorname{ctg} \chi}{\sin \chi \sqrt{\frac{R_0}{r} \sin \chi - 1}}. \tag{12}$$

Теперь уравнение (9) можно написать в виде

$$r t_r \left(1 - \frac{R_0}{r} \sin^3 \chi \right) + \sin \chi \cos \chi \, t_\chi = 0, \tag{13}$$

уравнение характеристик которого имеет вид

$$\frac{dr}{r - R_0 \sin^3 \chi} = \frac{d\chi}{\sin \chi \cos \chi} = \frac{dt}{0}. \tag{14}$$

Интегрируя (14), найдем решение (13) в виде

$$r = R_0 \sin \chi - T(ct) \operatorname{tg} \chi, \tag{15}$$

где $T(ct)$—произвольная функция.

Таким образом

$$ct_r = -\frac{1}{\dot{T} \operatorname{tg} \chi}, \qquad ct_\chi = \frac{1}{\dot{T} \sin^2 \chi}(r - R_0 \sin^3 \chi). \tag{16}$$

$$e^\nu = \frac{\dot{T}^2}{\left(\frac{R_0}{r}\sin\chi - 1\right)\left(1 - \frac{R_0}{r}\sin^3\chi\right)} = \frac{\dot{T}^2 (R_0 \cos\chi - T)^2}{T(R_0 \cos^3\chi - T)},$$
$$e^\lambda = \frac{1}{1 - \frac{R_0}{r}\sin^3\chi} = \frac{R_0 \cos\chi - T}{R_0 \cos^3\chi - T}. \tag{17}$$

Итак, метрика в системе $(t; r)$ будет иметь вид

$$-ds^2 = -\frac{c^2 dt^2 \dot{T}^2 (R_0 \cos\chi - T)^2}{T(R_0 \cos^3\chi - T)} + \frac{dr^2 (R_0 \cos\chi - T)}{(R_0 \cos^3\chi - T)} + r^2 d\Omega^2, \tag{18}$$

где r, χ, t связаны соотношением (15).

Введем новую лагранжеву координату $R = R_0 \sin\chi$, тогда метрика будет иметь вид

$$-ds^2 = -\frac{c^2 dt^2 \dot{T}^2 (\sqrt{R_0^2 - R^2} - T)^2}{T\left[\sqrt{R_0^2 - R^2}\,\frac{(R_0^2 - R^2)}{R_0^2} - T\right]} +$$
$$+ \frac{dr^2 (\sqrt{R_0^2 - R^2} - T)}{\left[\sqrt{R_0^2 - R^2}\,\frac{(R_0^2 - R^2)}{R_0^2} - T\right]} + r^2 d\Omega^2, \tag{19}$$

при этом

$$r = R\left[1 - \frac{T(ct)}{\sqrt{R_0^2 - R^2}}\right]. \tag{20}$$

Поскольку при $\chi = 0$, $R = 0$, $r = 0$, $t = \tau$, $e^{\nu} = 1$, $e^{\lambda} = 1$, то $\frac{\dot{T}^2 (R_0 - T)}{T} = 1$, откуда $\dot{T} = -\sqrt{\frac{T}{R_0 - T}}$. Обозначим $\frac{T}{a_0} - 1 = \cos\eta$, тогда

$$T = a_0 (1 + \cos\eta), \tag{21}$$

$\dot{T} = -a_0 \dot{\eta} \sin\eta = -\sqrt{\frac{1+\cos\eta}{1-\cos\eta}}$, отсюда $a_0 \dot{\eta} = \frac{1}{1-\cos\eta} = a_0 \frac{d\eta}{cdt}$ интегрируя которого при условии $t = 0$, $\eta = \pi$, получим

$$ct = a_0 (\eta - \sin\eta - \pi). \tag{22}$$

Исключая из (21) и (22) η, найдем, что

$$ct = a_0 \left[\arcsin \sqrt{\frac{T}{a_0}\left(2 - \frac{T}{a_0}\right)} - \sqrt{\frac{T}{a_0}\left(2 - \frac{T}{a_0}\right)} - \pi \right]. \tag{23}$$

Поскольку $T = (R_0 - a)\cos\chi$, то при $\chi = 0$, $T = R_0 - a$ или

$$a = 2a_0 - T = 2a_0 - a_0 (1 + \cos\eta) = a_0 (1 - \cos\eta)$$

$ct = a_0 \left[\arcsin \sqrt{\frac{a}{a_0}\left(2 - \frac{a}{a_0}\right)} - \sqrt{\frac{a}{a_0}\left(2 - \frac{a}{a_0}\right)} - \pi \right] = c\tau$, т. е. действительно при $r \equiv 0$, $t \equiv \tau$.

Теперь определим скорость [1]

$$\frac{u}{c} = e^{\frac{\lambda - \nu}{2}} \left(\frac{\partial r}{c\partial t}\right)_{\chi} =$$

$$= -\frac{\operatorname{tg}\chi}{\sqrt{\frac{R_0}{T}\cos\chi - 1}} = -\sqrt{\frac{T}{r}\operatorname{tg}^3\chi} = -\frac{1}{\cos\chi}\sqrt{\frac{R_0}{r}\sin^3\chi - \sin^2\chi}.$$

Поскольку $\frac{2GM}{rc^2} = 1 - e^{-\lambda} = \frac{R_0}{r}\sin^3\chi$, то $R_0 \sin^3\chi = \frac{2GM}{c^2}$ и

$$\frac{u^2}{c^2} = \frac{1}{\cos^2\chi}\left(\frac{2GM}{rc^2} - \sin^2\chi\right). \tag{24}$$

Отсюда следует, что поскольку $T > 0$, $\cos\chi > 0$ и $0 \leqslant \chi \leqslant \pi/2$. Теперь можно интервал окончательно написать в виде

$$-ds^2=\left(-c^2dt^2\frac{\sqrt{R_0^2-R^2}-T}{R_0-T}+dr^2\right)\frac{(\sqrt{R_0^2-R^2}-T)}{\sqrt{R_0^2-R^2}\,\frac{R_0^2-R^2}{R_0^2}-T}+r^2d\Omega^2. \tag{25}$$

При этом $\varkappa\varepsilon=\frac{3}{R_0^2}\left(\frac{R}{r}\right)^3$.

в) Рассмотрим теперь ультрарелятивистский случай для эллиптической модели, когда

$$a=R_0\sin\eta,\quad c\dot{\tau}=-R_0\cos\eta=-\sqrt{R_0-a^2}, \tag{26}$$

отсюда

$$c^2\dot{\tau}^2+a^2=R_0^2,$$

при

$$\eta=\frac{\pi}{2},\quad a=R_0=2a_0,\quad r=R_0\sin\chi,\quad \dot{\tau}=0,\quad \dot{a}=-\operatorname{ctg}\eta=0.$$

Из (26) имеем

$$c\dot{\tau}=\sqrt{R_0-\frac{r^2}{\sin^2\chi}},\quad c\dot{\tau}_r=-\frac{1}{\sin\chi\sqrt{\frac{R_0^2}{r^2}\sin^2\chi-1}},$$
$$c\dot{\tau}_\chi=\frac{r\operatorname{ctg}\chi}{\sin\chi\sqrt{\frac{R_0^2}{r^2}\sin^2\chi-1}}. \tag{27}$$

Уравнение (9) для этого случая принимает вид

$$rt_r\left(\frac{\operatorname{ctg}^2\chi}{\frac{R_0^2}{r^2}\sin^2\chi-1}-1\right)+\frac{\operatorname{ctg}\chi\,t_\chi}{\frac{R_0^2}{r^2}\sin^2\chi-1}=0 \tag{28}$$

или

$$rt_r\left(\frac{1}{\sin^2\chi}-\frac{R_0^2}{r^2}\sin^2\chi\right)+\operatorname{ctg}\chi\,t_\chi=0.$$

Отсюда имеем

$$\frac{dr^2}{d\chi}=\frac{2r^2}{\sin\chi\cos\chi}-\frac{2R_0^2\sin^3\chi}{\cos\chi}.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$r = \operatorname{tg}\chi\,[T(ct) - R_0^2\sin^2\chi]^{1/2}. \tag{29}$$

Поскольку $\sin\chi = \dfrac{r}{a} = \dfrac{R}{R_0}$, то

$$r = R\sqrt{1 - \frac{R_0^2 - T(ct)}{R_0^2 - R^2}} = R\sqrt{\frac{T(ct) - R^2}{R_0^2 - R^2}}. \tag{30}$$

Отсюда находим, что

$$ct_r = \frac{2r\operatorname{ctg}^2\chi}{\dot{T}}, \qquad ct_\chi = +\frac{2\cos\chi r^2}{\dot{T}\sin^3\chi}\left(\frac{R_0^2}{r^2}\sin^4\chi - 1\right)$$

при этом

$$e^\nu = \frac{\dot{T}^2\operatorname{tg}^2\chi}{4r^2\left(\dfrac{R_0^2}{r^2}\sin^2\chi - 1\right)\left(1 - \dfrac{R_0^2}{r^2}\sin^4\chi\right)} =$$

$$= \frac{\dot{T}^2(T - R_0^2\sin^2\chi)}{4(R_0^2 - T)[T - R_0^2\sin^2\chi(1 + \cos^2\chi)]}, \tag{31}$$

$$e^\lambda = \frac{1}{1 - \dfrac{R_0^2}{r^2}\sin^4\chi} = \frac{(T - R_0^2\sin^2\chi)}{[T - R_0^2\sin^2\chi(1 + \cos^2\chi)]},$$

$$-ds^2 = -\frac{c^2dt^2\dot{T}^2(T - R_0^2\sin^2\chi)}{4(R_0^2 - T)[T - R_0^2\sin^2\chi(1 + \cos^2\chi)]} + \tag{32}$$

$$+\frac{dr^2(T - R_0^2\sin^2\chi)}{[T - R_0^2\sin^2\chi(1 + \cos^2\chi)]} + r^2d\Omega^2.$$

При $\chi = 0$, $r = 0$, $\tau = t$, $e^\nu = 1$, $e^\lambda = 1$, поэтому $\dfrac{\dot{T}^2}{4(R_0^2 - T)} = 1$,

откуда $\dfrac{dT}{2\sqrt{R_0^2 - T}} = d\sqrt{R_0^2 - T} = cdt$ и

$$T = R_0^2 - c^2t^2 = a^2. \tag{33}$$

Поскольку $a^2 = R_0^2 - \dfrac{c^2t^2}{\cos^2\chi}$, то при $\chi = 0$, $a^2 = R_0^2 - c^2t^2 = R_0^2 - c^2\tau^2$,

т. е. действительно при $r = 0$ $t = \tau$. Таким образом метрика (32) принимает вид:

$$-ds^2 = -c^2dt^2\frac{(R_0^2\cos^2\chi - c^2t^2)}{(R_0^2\cos^4\chi - c^2t^2)} + dr^2\frac{(R_0^2\cos^2\chi - c^2t^2)}{(R_0^2\cos^4\chi - c^2t^2)} + r^2d\Omega^2, \quad (34)$$

$$r = \operatorname{tg}\chi(R_0^2\cos^2\chi - c^2t^2)^{1/2} = (R_0^2\sin^2\chi - c^2t^2\operatorname{tg}^2\chi)^{1/2} = R\sqrt{1 - \frac{c^2t^2}{R_0^2 - R^2}} \quad (35)$$

Интересно отметить, что в этом случае $e^{\lambda} = e^{\nu}$.

При $\chi = \pi/2$ $t = 0$, при $t = 0$ $T = R_0^2$, $r = R$. Напишем теперь интервал в виде

$$-ds^2 = (-c^2dt^2 + dr^2)\frac{(R_0^2 - R^2 - c^2t^2)R_0^2}{(R_0^2 - R^2)^2 - R_0^2c^2t^2} + r^2d\Omega^2, \quad (36)$$

Определим

$$\frac{u}{c} = e^{\frac{\lambda-\nu}{2}}\left(\frac{\partial r}{c\partial t}\right)_{\chi} = -\frac{Rct}{\sqrt{(R_0^2 - R^2)(R_0^2 - R^2 - c^2t^2)}}.$$

Из (35) находим, что

$$R_0^2 - R^2 = \frac{1}{2}[R_0^2 - r^2 + c^2t^2 - \sqrt{(R_0^2 - r^2)^2 - 2c^2t^2(r^2 + R_0^2) + c^4t^4}],$$

исключая $R_0^2 - R^2$ из (36), окончательно напишем интервал в явном виде через $(t; r)$

$$-ds^2 = (-c^2dt^2 + dr^2)\frac{P}{Q} + r^2d\Omega^2. \quad (37)$$

$$P = [R_0^2 - r^2 - c^2t^2 - \sqrt{(R_0^2 - r^2)^2 - 2c^2t^2(r^2 + R_0^2) + c^4t^4}]R_0^2$$

$$Q = [(R_0^2 - r^2)^2 + c^4t^4 - 2c^2t^2r^2 - (R_0^2 - r^2 + c^2t^2)\times$$

$$\times\sqrt{(R_0^2 - r^2)^2 - 2c^2t^2(r^2 + R_0^2) + c^4t^4}]$$

При этом

$$\varkappa\varepsilon = \frac{3}{R_0^2}\left(\frac{R}{r}\right)^4.$$

В результате проделанных вычислений мы получаем возможность в простом параметрическом виде найти метрику пространств Фрид-

мана в центральной системе отсчета. Точно так же можно исследовать метрику для $A = \chi$ и $A = \operatorname{sh}\chi$.

с) Для случая $A = \chi$ имеем следующие результаты:

при $p = 0$, $a = a_0\left(\frac{c\tau}{c\tau_0}\right)^{2/3}$

$$-ds^2 = -c^2dt^2\frac{\gamma^4r^2}{\chi(r\gamma^2-\chi^3)}\left(\frac{2}{3ct\gamma^2}\right)^{2/3} + dr^2\frac{\gamma^2r}{(\gamma^2r-\chi^3)} + r^2d\Omega^2, \quad (38)$$

$$r = \chi\left(\frac{3ct}{2\gamma}\right)^{2/3} - \frac{\chi^3}{2\gamma^2}, \quad \text{где} \quad \gamma = \frac{3c\tau_0}{2a_0^{3/2}}; \quad \varkappa\varepsilon = \frac{3}{\gamma^2}\left(\frac{\chi}{r}\right)^3, \quad (39)$$

и при $p = \frac{\varepsilon}{3}$, $a = a_0\left(\frac{c\tau}{c\tau_0}\right)^{1/2}$,

$$-ds^2 = (-c^2dt^2 + dr^2)\frac{4k^2r^2}{(4k^2r^2-\chi^4)} + r^2d\Omega^2, \quad (40)$$

$$r = \chi\left(\frac{ct}{k} - \frac{\chi^2}{4k^2}\right)^{1/2}, \quad \text{где} \quad k = \frac{c\tau_0}{a_0^2}; \quad \varkappa\varepsilon = \frac{3}{4k^2}\left(\frac{\chi}{r}\right)^4. \quad (41)$$

д) Для случая $A = \operatorname{sh}\chi$ аналогичным образом можно получить при $p = 0$, $c\tau = a_0(\operatorname{sh}\eta - \eta)$, $a = a_0(\operatorname{ch}\eta - 1)$

$$-ds^2 = -c^2dt^2\frac{r^2\dot{T}^2}{(2a_0\operatorname{sh}\chi + r)(r - 2a_0\sin^3\chi)} + dr^2\frac{r}{r - 2a_0\operatorname{sh}^3\chi} + r^2d\Omega^2, \quad (42)$$

$$r = \operatorname{th}\chi\, T(ct) - 2a_0\operatorname{sh}\chi, \quad ct = \left[\sqrt{T^2 - 2a_0T} - a_0\,Ar\operatorname{ch}\left(\frac{T}{a_0} - 1\right)\right] \quad (43)$$

$$\varkappa\varepsilon = 6a_0\left(\frac{\operatorname{sh}\chi}{r}\right)^3.$$

и при $p = \frac{\varepsilon}{3}$, $a = a_0\operatorname{sh}\eta$, $c\tau = a_0(\operatorname{ch}\eta - 1)$

$$-ds^2 = (-c^2dt^2 + dr^2)\frac{r^2}{(r^2 - a_0^2\operatorname{sh}^4\chi)} + r^2d\Omega^2, \quad (44)$$

$$r = \operatorname{th}\chi\sqrt{c^2t^2 + 2ct\,a_0 - a_0^2\operatorname{sh}^2\chi}, \quad T = c^2t^2 + 2\,cta_0, \quad (45)$$

$$\varkappa\varepsilon = 3a_0^2\left(\frac{\operatorname{sh}\chi}{r}\right)^4.$$

В заключение отметим, что случай $A = \gamma$ при $p = 0$ ранее был рассмотрен Я. Б. Зельдовичем и И. Д. Новиковым [3]. Они получили следующие результаты:

$$e^{\nu} = \left(1+\frac{2}{9}z_*^2\right)^{-1}\left(1-\frac{4}{9}z_*^2\right)^{-1}, \qquad e^{\lambda} = \left(1-\frac{4}{9}z_*^2\right)^{-1}, \tag{46}$$

где $z_*^2 = R^2/c^2t^2$, здесь через R обозначен радиус окружности. В наших обозначениях $z_*^2 = \frac{9}{4}\frac{\chi^3}{\gamma^2 r}$, что совпадает с выражениями e^{ν} и e^{λ} в метрике (38).

Авторы весьма благодарны Я. Б. Зельдовичу за ценные замечания, сделанные им в процессе написания этой работы.

Киргизский государственный
университет

THE MODELS OF FRIEDMANS „UNIVERSE" IN THE CENTRAL SYMETRICAL SYSTEM OF COUNTING OUT

K. P. STANYOUKOVICH, O. SH. SHARSHEKEEV

Friedman's models of the „Universe" in the central system of counting out (exclusive, quasieuclidean and open models) are studied. In every model two extreme cases are analysed, when $p = 0$ and $p = \varepsilon/3$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *К. П. Станюкович*, ДАН СССР, 182, 2, 1968.
2. *К. П. Станюкович, О. Ш. Шаршекеев*, Проблемы теории гравитации и элементарных частиц, Атомиздат, 1966, стр. 241.
3. *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, Релятивистская астрофизика, Наука, М., 1967, стр. 425.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА ВОЗМУЩЕНИЙ И ПРОИСХОЖДЕНИЕ ВРАЩЕНИЯ ГАЛАКТИК ВО ФЛУКТУАЦИОННОЙ ТЕОРИИ

А. Г. ДОРОШКЕВИЧ

Поступила 8 января 1970

Рассмотрены статистические свойства возмущений плотности и скорости в рамках теории малых возмущений в однородной космологической модели Фридмана. Анализируются свойства возмущений в окрестности точек максимума возмущений плотности и тензора деформации. Обсуждается вопрос о происхождении импульса галактик и скоплений галактик.

1. С точки зрения флуктуационной теории происхождения галактик начальные возмущения плотности и скорости являются случайными функциями координат. Это необходимо учитывать и при построении нелинейной теории развития возмущений, и при выяснении связи параметров наблюдаемых галактик с характеристиками малых возмущений плотности и скорости.

Вопрос о связи статистических свойств возмущений и галактик обсуждался в ряде работ [1—5]. Однако, как было показано Я. Б. Зельдовичем [6], развитие возмущений на нелинейной стадии протекает сложнее, чем это предполагали. По-видимому, появление больших возмущений плотности и скорости приводит к возникновению хаотических ударных волн, причем возникающие области сжатого газа могут не быть гравитационно связанными. Поэтому вначале необходимо более подробно выяснить пространственную структуру возникающих ударных волн и неоднородностей плотности.

Ниже рассмотрены некоторые свойства возмущений плотности $f(\vec{r}) = \frac{\rho - \bar{\rho}}{\bar{\rho}}$ и скорости $\vec{V}(\vec{r})$ в простейших предположениях: 1) вещество распределено в пространстве в среднем однородно и расши-

ряется изотропно; 2) начальные возмущения имеют нормальный закон распределения.

Эти предположения следуют из предположения о полной однородности и изотропии вещества на ранних стадиях расширения и из предположения о возникновении флуктуаций плотности и скорости в ходе расширения. Ниже рассмотрены некоторые свойства пространственной структуры возмущений в этих предположениях. Обсуждаются свойства корреляционной функции возмущений плотности (2), пространственная структура возмущений плотности (3)—(5) и возмущений тензора деформации $D_{ik} = \partial v_i / \partial x_k$ (7), (8). В заключение (9) полученные результаты использованы для оценки момента и импульса возникающих галактик и скоплений галактик.

2. При сделанных предположениях все свойства начальных возмущений плотности и скорости определяются корреляционными функциями возмущений в двух различных точках пространства. Если к тому же ограничиться рассмотрением лишь нарастающей моды возмущений, то корреляционные функции скорости и плотности оказываются связанными между собой, и достаточно задать лишь корреляционную функцию возмущений плотности. Проще, однако, задавать не саму корреляционную функцию плотности, а ее спектр $b^2(t, k)$:

$$g(t, \vec{q}) = \overline{f(\vec{q}_1) f(\vec{q}_1 + \vec{q})} = (2\pi)^{-3/2} \int b^2(k, t) e^{i\vec{k}\vec{q}} d^3k,$$

где q — лагранжева координата точки. Теория развития малых возмущений в модели Фридмана [7—8] позволяет связать спектр возмущений на поздние моменты времени (после рекомбинации) со спектром возмущений вблизи особой точки. Вид спектра вблизи особой точки должен определяться процессами, приводящими к возникновению возмущений. Надо учесть, что вблизи особой точки нас интересует лишь длинноволновая часть спектра (малые k). Естественно предположить, что в длинноволновой области $\lambda = 2\pi k/a \gg ct$ спектр не зависит от каких-либо размерных величин (кроме скорости света и времени). Это приводит к выводу, что в модели Фридмана в области $\lambda > ct$, $b^2(k, t) \sim k^n$, где $n > -3$ из условия сходимости интеграла в (1). Различные механизмы возникновения флуктуаций приводят к различным значениям n. Так, в эвклидовом пространстве квантовые флуктуации плотности Бозе-газа дают $n = 0$, а квантовые флуктуации плотности Ферми-газа $n = 1$ [9]. Термодинамические флуктуации и в эвклидовом пространстве, и в модели Фридмана соответствуют значению $n = 4$. В модели Сахарова $n = 2$ [10]. По-видимому, в модели Фридмана наиболее вероятно зна-

чение $n \simeq 1$ [11]. В том случае, если возмущения плотности не определяются процессами, протекающими вблизи особой точки в модели Фридмана, а, например, определяются предшествующей расширению стадией сжатия, или же, если ранние стадии расширения не описываются моделью Фридмана, приведенные выше соображения не применимы и спектр возмущений не описывается степенной функцией. Ниже постулируется зависимость k^n $(n > -3)$ в области $\lambda > ct$ при $t \gtrsim 10^4 \div 10^5$ *сек*. В этом случае можно показать, что после рекомбинации спектр возмущений плотности имеет вид

$$b^2(k,\ t) \simeq b_0 k^{n-2} \sin^2(kR_y)\, e^{-k^2 R_s^2/4}, \qquad (2)$$

где произвольные параметры b_0 и $n > -3$; R_y соответствует длине волны Джинса на момент рекомбинации и R_s характеризует область влияния диссипативных процессов. Численно R_y и R_s удобно характеризовать с помощью массы барионов, заключенной в шар радиусом R_y и R_s соответственно.

При $1 \geqslant \Omega \geqslant 0.035$, $M_y \simeq 0.5 \cdot 10^{16} \Omega^{-2} M_\odot$, $M_s \simeq 1.8 \cdot 10^{11} \Omega^{5/4} M_\odot$;

при $\Omega \lesssim 0.035$, $M_y \simeq 2 \cdot 10^{20} \Omega^{1/4} M_\odot$; $M_s \simeq 5 \cdot 10^{10} \Omega^{-13/8} M_\odot$,

где $\Omega = \bar{\rho}/\rho_c$, $\rho_c = 3H^2/8\pi G \simeq 2 \cdot 10^{-29}$ *г/см*^{3} — критическая плотность, $H = 100$ *км/сек · Мпс* — постоянная Хаббла, G — постоянная тяготения.

Корреляционная функция возмущений плотности со спектром (2) равна

$$g_n(q) = b_0^* \int_0^\infty x^n \sin^2(\alpha x)\, \frac{\sin(xy)}{xy}\, e^{-x^2/4} dx, \qquad (3)$$

где $\alpha = R_y/R_s$, $y = q/R_s$. В области $n > -1$, $y \ll \alpha$ $(q \ll R_y)$ можно заменить $\sin^2(\alpha x)$ на $1/2$ и в этом случае

$$g_n(q) = \sigma_0^2 e^{-y^2}\, \Phi(1 - n/2;\ 3/2;\ y^2) = \sigma_0^2 \Phi\left(\frac{1+n}{2};\ 3/2;\ -y^2\right), \qquad (4)$$

где $\Phi(\alpha, \beta, y)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, $\sigma_0^2 = g_n(0)$ дисперсия возмущений плотности f.

В области малых $y \ll 1$ при всех $n > -1$

$$g_n(y) \simeq \sigma_0^2 \left(1 - \frac{1+n}{3} y^2 + \frac{1+n}{3} \frac{3+n}{5} \frac{y^4}{2} - \dots\right). \qquad (5)$$

При $n = 2m + 2\,(m = 0, 1, 2,\ldots)$ $g_n(y)$ выражается через полиномы Эрмита $H(y)$

$$g_n(y) = \sigma_0^2 \frac{m!\,(-1)^m}{2\,(2m+1)!}\,\frac{1}{y}\,e^{-y^2}\,H_{2m+1}(y) = \sigma_0^2\,\frac{m!\,(-1)^{m+1}}{2\,(2m+1)!}\,\frac{1}{y}\,\frac{d^{2m+1}\,e^{-y^2}}{dy^{2m+1}},$$

при $n = 0$, $n = 1$ и $n = 1/2$

$$g_0(y) = \sigma_0^2/y\sqrt{\pi}/2\Phi(y) = \frac{\sigma_0^2}{y}\int_0^y e^{-p^2}dp$$

$$g_1(y) = \sigma_0^2/ye^{-y^2}\int_0^y e^{p^2}dp$$

$$g_{1/2}(y) = \sigma_0^2\Gamma(5/4)\sqrt{2}\,y^{-1/2}e^{-y^2/2}\,I_{1/4}(y^2/2)$$

где $I_\nu(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента.

В общем случае в области $y \gg 1$ можно показать, что

$$\begin{aligned} &g_n(y) \sim y^{-(1+n)} && \text{при } n \neq 2m+2; \\ &g_n(y) \sim y^{2m}e^{-y^2} && \text{при } n = 2m+2, \quad m = 0, 1, 2,\ldots. \end{aligned} \tag{6}$$

Это показывает, что в области $y \gg 1$ вид функции $g_n(y)$ сильно зависит от показателя спектра n. Особенно интересным является быстрое убывание корреляционной функции $g_n(y)$ при $n = 2m + 2$. Следует также отметить, что при $y \gg 1$ и $-1 < n \leqslant 2$ $g_n(y) > 0$ при $2 < n \leqslant 4$ $g_n(y) < 0$, при $4 < n \leqslant 6$ $g_n(y) > 0$ и т. д.

3. Знание свойств корреляционной функции $g(y)$ позволяет выяснить некоторые особенности пространственной структуры возмущений. Естественно связывать параметры образующихся космических объектов с пространственной структурой возмущений плотности и скорости на догалактическом этапе эволюции Метагалактики. В работе [1—3] процесс образования гравитационно связанного объекта связывался с достижением возмущений плотности определенного уровня. С точки зрения нелинейной теории развития возмущений, предложенной Я. Б. Зельдовичем [6], более важным является исследование свойств тензора деформации $D_{ik} = \partial v_i/\partial y_k$, который определяет эволюцию возмущений плотности нелинейной стадии. Однако эта задача гораздо сложнее. Кроме того, исследование характера распределения

плотности имеет и самостоятельный интерес. Поэтому прежде всего остановимся на выяснении структуры возмущений плотности в рамках линейной теории.

Некоторые свойства пространственной структуры возмущений плотности могут быть получены при анализе свойств поверхностей постоянной плотности.

Важной характеристикой свойств поверхности $f(\vec{y}) = f_0 = \text{const}$ является среднее значение s — характеристики Эйлера [12—14], определяемой как среднее значение суммы числа максимумов и минимумов, минус число седловых точек поверхности $z = z(x, y)$, определяемой неявно уравнением $f(\vec{y}) = f_0$. Значение s характеристики Эйлера, очевидно, не зависит от ориентации осей координат. Для односвязной поверхности, топологически эквивалентной сфере $s = 2$, для двусвязной поверхности $s = 0$, для трехсвязной $s = -2$ и т. д. Если предположить, что все поверхности $f(\vec{y}) = f_0$ являются односвязными, что, по-видимому, справедливо для высоких уровней ($f_0 > \sigma_0$), то среднее значение s— характеристики Эйлера, отнесенное к единице объема, равно удвоенной плотности числа пересечений заданного уровня f_0 случайной функцией $f(\vec{y})$.

Вводя декартову систему координат, получим

$$s^* = \overline{|f_3|(f_{11}f_{22} - f_{12}^2)},$$

где $f_i = \partial f/\partial y_i$, $f_{ik} = \partial^2 f/\partial y_i \partial y_k$ и т. д. При сделанных выше предположениях о нормальном законе распределения $f(\vec{y})$ и однородности и изотропности невозмущенного пространства, получим

$$s^* = \frac{\sigma_1\sigma_2}{2\pi\sigma_0^2}\left(\frac{f_0^2}{\sigma_0^2} - 1\right)e^{-f_0^2/2\sigma_0^2}, \tag{7}$$

где σ_0^2, σ_1^2 и σ_2^2 — дисперсии функций $f(\vec{y})$, $f_i(\vec{y})$ и $f_{ii}(\vec{y})$. Для принятого выше спектра (2)

$$s^* = \frac{n+1}{\pi^2}\sqrt{\frac{2(n+3)}{15}}\,R_*^{-3}\left(\frac{f_0^2}{\sigma_0^2} - 1\right)e^{-f_0^2/2\sigma_0^2}, \tag{8}$$

$s^*(f_0)$ достигает максимума при $f_0^2 = 3\sigma_0^2$ и отрицательна при $f_0^2 < \sigma_0^2$. Такое поведение $s^*(f_0)$ показывает, что в области $f_0^2 > 3\sigma_0^2$ поверхности $f(\vec{y}) = f_0$ являются преимущественно односвязными. В области $f_0^2 < \sigma_0^2$, наоборот, преобладают многосвязные поверхности. Можно показать, что вблизи максимумов функции $f(\vec{y})$ случайный характер возмущений плотности почти не проявляется, и значение функции $f(\vec{y})$ при $y \ll 1$ определяется значением $f(0)$ и $f_{ik}(0)$. Поэтому вблизи точки максимума $(\vec{y} = 0)$ поверхность $f(\vec{y}) = f_0$, очевидно, является односвязной. Однако по мере удаления от точки максимума $(\vec{y} = 0)$ флуктуации возрастают и поверхность $f(\vec{y}) = f_0$ становится многосвязной. Из формулы (8) следует, что если при $f_i^2 > 3\sigma_0^2$ преобладают еще односвязные поверхности и рост $s^*(f_0)$ с уменьшением f_0 связан, главным образом, с появлением новых, более низких максимумов $f(\vec{y})$, то при $f_0^2 < 3\sigma_0^2$ структура поверхностей $f(\vec{y}) = f_0$ становится чрезвычайно сложной, многосвязной.

Предполагая, что при $f_0^2 > 3\sigma_0^2$ поверхности $f(\vec{y}) = f_0$ являются односвязными, можно оценить среднюю массу, охватываемую этими поверхностями.

$$\bar{M} = \frac{2}{s^* \sqrt{2\pi}\,\sigma_0} \int_{f_0}^{\infty} e^{-f^2/2\sigma_0^2} df \simeq$$

$$\simeq \frac{3}{2(n+1)} \sqrt{\frac{15\pi}{n+3}} \left(\frac{\sigma_0}{f_0}\right)^4 M_* \leqslant \frac{0.8 M_*}{(n+1)\sqrt{n+3}}. \qquad (9)$$

Учитывая, что для двусвязных поверхностей $s = 0$, а для более сложных поверхностей $s < 0$, можно считать, что (9) несколько завышает оценку средней массы, охватываемой поверхностями $f(\vec{y}) = f_0 > \sqrt{3}\sigma_0$.

4. Для более детального анализа пространственной структуры возмущений плотности необходимо знать совместную функцию распределения величин $f(0)$, $f_i(0)$ и $f_{ik}(0)$.

При сделанных выше предположениях об однородности и изотропии невозмущенного пространства и о нормальном законе распределения функции $f(\bar{y})$, легко показать, что условная функция распределения $f_{ik}(0)$ при условии $f(0) = \nu\sigma_0$ имеет вид

$$w(f_{ik}|\nu) = \frac{27\, e^{-N}}{16\,\pi^3 \sqrt{5\Delta}\,\sigma_2^6}, \tag{10}$$

$$N = -\frac{9}{10}\frac{\eta_1^2\nu^2}{\Delta} + \frac{3}{5}\frac{\eta_2\nu s_1}{\Delta} - \frac{3}{5\Delta}s_1^2\left(1 - \frac{3}{2}\eta_2^2\right) + \frac{3}{2}s_1,$$

где $\sigma_2 s_1 = f_{11} + f_{22} + f_{33}$; $\sigma_2^2 s_2 = f_{11}f_{22} + f_{11}f_{33} + f_{22}f_{33} - f_{12}^2 - f_{13}^2 - f_{23}^2$; $\Delta = 1 - \frac{9}{5}\eta_2^2$; $\eta_2 = -\frac{\sqrt{5}}{3}\sqrt{\frac{n+1}{n+3}}$ — коэффициент корреляции $f(0)$ и $f_{11}(0)$. Для ряда приложений удобно использовать функцию распределения главных значений тензора f_{ik}. Для этого необходимо сделать преобразование

$$f_{ik} = \alpha_i^e \alpha_k^m \lambda_{em}; \quad \lambda_{em} = \begin{Vmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{33} \end{Vmatrix} \quad \alpha_i^e = \begin{Vmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ n_1 & n_2 & n_3 \end{Vmatrix} \tag{11}$$

где λ_{em} главные значения тензора f_{ik}, l_j, m_j, n_j — направляющие косинусы новой системы координат по отношению к старой [15]. Если принять $\lambda_{11} \geqslant \lambda_{22} \geqslant \lambda_{33}$, то функция распределения (10) приводится к виду (φ, ψ и ϑ — углы Эйлера):

$$w(f_{ik}|\nu)\, d\lambda_{11}\, d\lambda_{22}\, d\lambda_{33}\, d\varphi\, d\psi\, d\vartheta =$$

$$= \frac{27e^{-N}}{16\,\pi^3\sigma_2^6\sqrt{5\Delta}}(\lambda_{11} - \lambda_{22})(\lambda_{11} - \lambda_{33})(\lambda_{22} - \lambda_{33})\sin\vartheta\, d\lambda_{11}\, d\lambda_{22}\, d\lambda_{33}.$$

После интегрирования по углам получаем:

$$w(\lambda_{ik}|\nu) = \frac{27\, e^{-N}}{8\pi\sqrt{5\Delta}\,\sigma_2^6}(\lambda_{11} - \lambda_{22})(\lambda_{11} - \lambda_{33})(\lambda_{22} - \lambda_{33}). \tag{12}$$

Интересно отметить, что вероятность совпадения или близости двух главных значений тензора f_{ik} специально мала. С помощью (12) можно показать, что

$$\bar{\lambda}_{11} = \sigma_2 \nu \eta_2 + \frac{3\sigma_2}{\sqrt{2\pi}}; \quad \bar{\lambda}_{22} = \sigma_2 \nu \eta_2; \quad \bar{\lambda}_{33} = \sigma_2 \nu \eta_2 - \frac{3\sigma_2}{\sqrt{2\pi}}; \quad \bar{s}_1 = 3\nu\eta_2,$$

$$\overline{\lambda_{11}^2} = \sigma_2^2 (\nu^2 \eta_2^2 + 6\nu\eta_2/\sqrt{2\pi} + 13/6 - \eta_2^2),$$

$$\overline{\lambda_{33}^2} = \sigma_2^2 \left(\nu^2 \eta_2^2 - 6\nu\eta_2/\sqrt{2\pi} + \frac{13}{6} - \eta_2^2 \right), \tag{13}$$

$$\overline{\lambda_{22}^2} = \sigma_2^2 \left(\nu^2 \eta_2^2 + \frac{2}{3} - \eta^2 \right); \qquad \overline{\lambda_{11}\lambda_{22}\lambda_{33}} = \sigma_2^3 \eta_2^3 \nu (\nu^2 - 3);$$

$$\overline{s_1^2} = 5 + 9\eta_2^2 (\nu^2 - 1).$$

5. Рассмотрим среднее значение и дисперсию возмущений плотности в точке, находящейся на расстоянии y от точки максимума, высотой $f(0) = \sigma_0 \nu$. Направление на рассматриваемую точку удобно выбрать в качестве одной из координатных осей (например, третьей). Это не ограничивает общности задачи, так как направления главных осей тензора f_{ik} не фиксированы. Обозначим $\xi_0 = \xi_0(y)$ — коэффициент корреляции возмущений плотности $f(0)$ и $f(\vec{y})$, $\xi_1 = \xi_1(y)$ — коэффициенты корреляции $f(y)$ и $f_i(0)$, $\xi_2(y)$ и $\xi_3(y)$ — коэффициенты корреляции $f(y)$ и $f_{11}(0)$, $f_{22}(0)$ и $f_{33}(0)$. Остальные обозначения те же, что и выше. Тогда

$$\bar{f}(y) = \sigma_0 \left[\xi_0 \nu + \frac{9}{5} \frac{\eta_2^2}{\Delta} (\nu - \bar{s}_1/3\eta_2^3) F_1 + (3\bar{f}_{33} - \sigma_2 \bar{s}_1) F_2/2\sigma_2 \right]. \tag{14}$$

$$\sum^2 = \frac{1}{\sigma_0^2} \overline{(f(y) - \bar{f}(y))^2} = 1 - \xi_0^2 - \xi_1^2 - \frac{9}{5} \frac{\eta_2^2}{\Delta} F_1^2 - F_2^2 +$$

$$+ \left(\frac{3}{5} \frac{\eta_2}{\Delta} F_1 + \frac{1}{2} F_2 \right)^2 (\bar{s}_1^2 - \bar{s}_1^2) + \tag{15}$$

$$+ \frac{9}{4} \frac{F_2^2}{\sigma_2^2} (\overline{f_{33}^2} - \bar{f}_{33}^2) - 3 \frac{F_2}{\sigma_2} \left(\frac{3}{5} \frac{\eta_2}{\Delta} F_1 + \frac{1}{2} F_2 \right) (\overline{f_{33} s_1} - \bar{f}_{33} \bar{s}_1),$$

где $\bar{f}_{33} = n_1^2 \bar{\lambda}_{11} + n_2^2 \bar{\lambda}_{33} + n_3^2 \bar{\lambda}_{33}$. Усреднение проводится по области $0 \geqslant \lambda_{11} \geqslant \lambda_{22} \geqslant \lambda_{33} > -\infty$; $F_1 = \xi_0 - 1/3\eta_2 (\xi_3 + 2\xi_2)$; $F_2 = \xi_3 - \xi_2$. Явный вид зависимости соответствует спектру (2).

В области малых y ($y \ll 1$).

$$\bar{f}(y) = \sigma_0 \left(\nu - \frac{3}{5} (n+3) \eta_2 y^2 \bar{f}_{33}/\sigma_2 \right) + \cdots$$

$$\sum^2 (y) = \frac{(n+1)(n+3)}{5\sigma_2^2} y^4 (\overline{f_{33}^2} - \bar{f}_{33}^2) + \cdots \tag{16}$$

В случае $\nu \ll 1$ (невысокий максимум) можно показать, что $\overline{\lambda_{ik}} \sim \sigma_2$. Поэтому уже на расстоянии $y \sim \nu^{1/2} \ll 1$ функция $\overline{f}(y)$ становится отрицательной. Поверхность $\overline{f}(y) = f_0 > 0$ является трехосным эллипсоидом, так как зависит от ориентации главных осей тензора $f_{ik}(0)$. Средняя масса, охваченная поверхностью $f(y) = 0$, примерно равна $\nu^{3/2} M \ll M_*$. В случае $\nu \gg 1$ (высокий максимум) $\overline{\lambda_{11}} = \overline{\lambda_{22}} \simeq \overline{\lambda_{33}} \simeq \simeq \frac{\sigma_2}{3} s_1 \simeq \sigma_2 \nu \eta_2$; $\overline{f}(y) \simeq \sigma_0 \nu \left(1 - \frac{n+1}{3} y^2\right)$ и в области $y \ll 1$ $\overline{f}^2(y) \gg \gg \sigma_0^2 \Sigma^2$, т. е. флуктуации функции $f(y)$ вокруг среднего значения $f(y)$ малы. Значение $\overline{f}(y)$ не зависит от ориентации главных осей тензора $f_{ik}(0)$.

При $y \gg 1$ $\Sigma^2 \simeq 1$ и область влияния центрального максимума ограничена условием $\overline{f}(y) \gtrsim \sigma_0$, при $\nu \gg 1$ и $y \gg 1$ в соответствии с (6)

$$\overline{f}(y) \simeq \sigma_0 \nu \Phi\left(\frac{n+1}{2};\ 3/2;\ -y^2\right) \simeq \begin{cases} \sigma_0 \nu y^{-(1+n)} & \text{при } -1 < n < 2;\ 4 < n < 6 \\ \sigma_0 \nu y^{n-2} e^{-y^2} & \text{при } n \simeq 2,\ 6,\ 10\ldots . \end{cases} \quad (17)$$

Появляется интересная зависимость массы, охваченной поверхностью $\overline{f(y)} = f_0 > 0$, от амплитуды центрального максимума и спектрального индекса n:

$$\begin{aligned} M &\simeq M_* \nu^{3/(1+n)} \quad -1 < n < 2, \quad 4 < n < 6\ldots \\ M &\simeq M_* (\ln \nu)^{3/2} \quad n = 2,\ 6,\ 10\ldots \end{aligned} \quad (18)$$

При $2 < n \leqslant 4$; $6 < n \leqslant 8$ и т. д. $\overline{f}(y) < 0$ при $y \gg 1$ и поэтому средняя масса, ограниченная поверхностью $\overline{f}(y) = f_0 > 0$, близка к M_*. Кроме того, интересно отметить, что в случае $\nu \gg 1$ $\overline{f}(y)$ очень слабо зависит от ориентации осей тензора f_{ik}. Зависящие от углов слагаемые в $\overline{f}(y)$ по отношению к главному члену имеют порядок $3y^2/(\nu\eta_2\sqrt{2\pi}) \ll 1$ при $y \ll 1$ и $3/(\nu\eta_2\sqrt{2\pi}y^2) \ll 1$ при $y \gg 1$, $n \neq 1,\ 6,\ 8\ldots$. Лишь при $n = 2,\ 4,\ 6\ldots$ и $y \gg 1$ эти члены по отношению к оставленному в (17) члену имеют порядок $3y^2/(\nu\eta_2\sqrt{2\pi})$ и могут оказаться существенными.

Таким образом анализ пространственной структуры случайных возмущений плотности в области, окружающей точки максимума возмущений плотности высотой $f(0) = \sigma_0 \nu$, приводит к следующим выводам:

При $\nu \gg 1$

1) в области, определяемой формулой (18), структура возмущений плотности полностью определяется высотой максимума ν (17);

2) поверхности $\overline{f}(y) = f_0$ близки к сферам. Возмущения плотности слабо зависят от ориентации осей тензора $f_{ik}(0)$;

3) для показателя спектра $n = 2, 4, 6, 8$ область влияния максимума возмущения плотности заметно меньше, чем при $-1 < n < 2$;

4) при $2 < n < 4$, $6 < n < 8$ и т. д. и $y \gg 1$ $\bar{f}(y) < 0$. Поэтому области, ограниченные поверхностями $\bar{f}(\vec{y}) = f_0(y)$, охватывают массу $\sim M_*$;

5) за пределами области, определяемой формулой (18), флуктуации функции $f(\vec{y})$ становятся большими и поверхности $f(\vec{y}) = f_0 < \sigma_0$ становятся многосвязными в соответствии с результатами пункта (3).

При $\nu \lesssim 1$

6) область влияния максимума возмущений плотности мала, $M \sim \nu^{3/2} M_*$ на больших расстояниях поверхности $f(\vec{y}) = f_0$ становятся многосвязными;

7) поверхности $\bar{f}(\vec{y}) = f_0$ сильно отличаются от сферы и близки к трехосному эллипсоиду;

8) в заключение приведем формулу, дающую среднюю плотность максимумов в интервале $\nu \div \nu + d\nu$ при условии $\nu \gg 1$ [12, 14]:

$$M(\nu)\, d\nu \simeq \frac{\gamma_{12}^3}{(2\pi)^2} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^3 (\nu^3 - 3\nu\gamma_{12})^{-\nu^2/2}\, d\nu. \tag{19}$$

Плотность максимумов с $\nu > \nu_0 \gg 1$

$$N(\nu_0) \simeq \frac{\nu_0^2}{3\sqrt{6}\,\pi^2} \frac{(n+1)^{3/2}}{R_*^3} e^{-\nu_0^2/2}. \tag{20}$$

С помощью формулы (18) каждое значение ν можно связать с массой, ограниченной поверхностью $\bar{f}(\vec{y}) = f_0$. Таким образом, формулы (19), (20) определяют среднюю плотность поверхностей $\bar{f}(\vec{y}) = f_0$ в зависимости от массы, охваченной этой поверхностью.

7. С точки зрения нелинейной теории развития возмущений, предложенной Я. Б. Зельдовичем [6], малые возмущения плотности и скорости приводят к возникновению ударных волн и к сжатию вещества в сильно сплюснутые эллипсоиды. Параметры областей, охваченных ударной волной, определяются свойствами тензора деформаций $D_{ik} = \partial v_i / \partial y_k = \partial v_k / \partial y_i$. Тензор деформаций предполагается симметричным в соответствии с тем, что в растущей моде возмущений скорости потенциальны. Все свойства тензора деформации определяются, как и выше, заданием спектра возмущений плотности.

Предполагая, что функция распределения шести компонент тензора D_{ik} гауссова, получим, после приведения к главным осям (поворот осуществляется так же, как и в (10)—(11))

$$w(\lambda_1\lambda_2\lambda_3)\,d\lambda_1\,d\lambda_2\,d\lambda_3\,d\varphi\,d\psi\,d\vartheta = \frac{27\,e^{-3/5s_1^2+3/2s_2}}{16\sqrt{5}\,\pi^3\sigma_3^6}\,(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)\times$$

$$\times \sin\vartheta\,d\lambda_1\,d\lambda_2\,d\lambda_3\,d\varphi\,d\psi\,d\vartheta \qquad (21)$$

$$0\leqslant\vartheta\leqslant\pi;\quad 0\leqslant\psi\leqslant\pi;\quad 0\leqslant\varphi\leqslant\pi;\quad -\infty<\lambda_3\leqslant\lambda_2\leqslant\lambda_1<\infty$$

$$\sigma_3 s=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3;\quad \sigma_3^2 s_2=\lambda_1\lambda_2+\lambda_1\lambda_3+\lambda_2\lambda_3.$$

σ_3^2 — дисперсия диагональных компонент тензора D_{ik}. Величина σ_3^2 связана с дисперсией возмущений плотности соотношением

$$\sigma_3^2=\overline{\frac{1}{5}\left(\frac{\partial}{\partial t}\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^2}.$$

В согласии с (13) можно получить

$$\overline{\lambda_1}=3\sigma_3/\sqrt{2\pi};\quad \overline{\lambda_2}=0;\quad \overline{\lambda_3}=-3\sigma_3/\sqrt{2\pi};\quad \overline{\lambda_1\lambda_2}=\overline{\lambda_2\lambda_3}=\sigma_3^2/2;$$
$$\overline{\lambda_1\lambda_3}=-\sigma_3^2;\quad \overline{\lambda_1^2}=\overline{\lambda_3^2}=13\,\sigma_3^2/6;\quad \overline{\lambda_2^2}=2\sigma_3^2/3;\quad \overline{s_1^2}=5. \qquad (22)$$

Для определения доли вещества, подвергшегося сжатию, согласно нелинейной теории, необходимо получить вероятность того, что $\lambda_1\geqslant\sigma_3\mu$. Функция распределения величины λ_1 имеет вид:

$$w(\lambda_1)\,d\lambda_1=\frac{8}{8\pi\sqrt{3}\,\sigma_3}\,e^{-\frac{9}{10}\frac{\lambda_1^2}{\sigma_3^2}}\left\{2\sqrt{\frac{16}{15}}\frac{\lambda_1}{\sigma_3}+\right.$$
$$\left.+\sqrt{\frac{8}{3}}\left[\frac{8}{5}\frac{\lambda_1^2}{\sigma_3^2}-\frac{2}{5}\right]F\left(\frac{\lambda_1}{\sigma_3}\sqrt{\frac{2}{5}}\right)+\frac{12}{5}F\left(\frac{\lambda_1}{\sigma_3}\sqrt{\frac{3}{20}}\right)\right\}d\lambda_1, \qquad (23)$$

где $F(x)=\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{x^2}(1+\Phi(x))=\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{x^2}\left(1+\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-\varphi^2}d\varphi\right)$ получим, интегрируя (23) в пределах $\sigma_0\mu\leqslant\lambda_1<\infty$,

$$\Phi(\mu)=\frac{4\mu}{3\sqrt{2\pi}}e^{\mu^2/2}+\frac{1}{2}\left[1-\Phi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mu\right)\right]-\frac{5}{6}[1-\Phi(\mu/\sqrt{2})]+\cdots$$
$$(\mu\gg 1) \qquad (24)$$

$$\Phi(\mu) \simeq \frac{1}{2\pi}\left(\pi + \frac{2\sqrt{5}}{3} + \operatorname{arctg}\sqrt{5}\right) -$$

$$- \frac{3-\sqrt{2/3}}{4\sqrt{3\pi}}\mu - \frac{25\mu^2}{24\pi\sqrt{5}} - \frac{3\mu^3}{83\pi}\left(\frac{86}{27}\sqrt{\frac{2}{3}} - 1\right) - \frac{\mu^4}{12\pi\sqrt{5}} - \cdots$$

$(\mu < 1)$

8. Выяснение пространственной структуры областей, охваченных сжатием, представляет более сложную задачу, чем в случае возмущений плотности, поскольку функция распределения (23) не гауссова. Однако некоторые параметры охваченных сжатием областей могут быть получены методами, аналогичными использованным выше. Так, рассматривая зависимость s — характеристики Эйлера поверхностей $\lambda_1 = \sigma_3\nu = \text{const}$, удается показать, что $s(\nu)$ достигнет максимума при $\nu^2 \sim 5$ и меняет знак при $\nu \sim 1$. Поэтому односвязные поверхности преобладают в области $\nu^2 > 5$. Средняя масса, охваченная такой поверхностью, несколько больше, чем в случае возмущений плотности

$$\overline{M} \simeq \frac{20\,M_*}{(n+1)\sqrt{n+3}}\,\nu^{-3}. \qquad (25)$$

Наконец, рассмотрим более подробно свойства тензора деформации $D_{ik}(\vec{y})$ в точке L, находящейся на расстоянии y от точки L_0, в которой наибольшее главное значение тензора $D_{ik}(0)$ достигает максимума высоты $\lambda_1 = \sigma_3\nu$. В области $y \ll 1$ корреляция велика, и свойства тензора $D_{ik}(\vec{y})$ полностью определяются свойствами тензора $D_{ik}(0)$. Наиболее интересно рассмотреть вид тензора $D_{ik}(\vec{y})$ при $y \gg 1$. В этой области условная дисперсия компонент $D_{ik}(\vec{y})$, очевидно, стремится к безусловной. Если $\nu \gg 1$, то среднее значение $D_{ik}(\vec{y})$ даже при $y \ll 1$ может в некоторой области превосходить безусловную дисперсию компонент $D_{ik}(\vec{y})$, и в этом случае влияние тензора $D_{ik}(0)$ сказывается и при $y \gg 1$. При $y \gg 1$ влияние вторых производных λ_1 в точке L_0 мало (по крайней мере при $n \neq 6, 8, 10\ldots$), и достаточно рассмотреть лишь поведение среднего значения $\overline{D_{ik}(\vec{y})}$ при заданной величине $\lambda_1(0) = \sigma_3\nu$. Среднее значение тензора $D_{ik}(\vec{y})$ в точке L, смещенной на расстояние y от точки максимума L_0 по третьей оси заданных значений тензора $D_{ik}(0)$ имеет вид

$$\overline{D}_{11}(y) = D_{11}(0)\,\psi_1 + 0,1\,(\sigma_3 s_1(0) - 5D_{33}(0))\,(\psi_1 - 3\psi_2),$$

$$\overline{D}_{22}(y) = D_{22}(0)\,\psi_1 + 0,1\,(\sigma_3 s_1(0) - 5D_{33}(0))\,(\psi_1 - 3\psi_2),$$

$$\overline{D}_{33}(y) = 0,3\,[\psi_2\,(3\sigma_3 s(0) - 5D_{33}(0)) - \psi_3\,(\sigma_3 s_1(0)\,5D_{33}(0))], \qquad (26)$$

$$\overline{D}_{12}(y) = \psi_1 D_{12}(0), \qquad \overline{D}_{13}(y) = 3\psi_2 D_{13}(0); \qquad \overline{D}_{23}(y) = 3\psi_2 D_{23}(0),$$

где $\psi_1(y)$, $\psi_2(y)$, $\psi_3(y)$ — корреляционные функции тензора D_{ik}.

Эти функции для спектра (2) могут быть выражены через вырожденные гипергеометрические функции. При $y \to 0$; $\psi_1 \simeq \psi_3 \simeq 1$; $\psi_2 \simeq 1/3$ и (26) превращается в тождество. Вид функций ψ_1, ψ_2, ψ_3 при $y \gg 1$ зависит от показателя спектра n.

Из (26) сразу следует интересная особенность: если тензор $D_{ik}(0)$ ориентирован так, что $D_{12}(0) = D_{13}(0) = D_{23}(0)$, то и $\overline{D}_{12}(y) = \overline{D}_{13}(y) = \overline{D}_{23}(y)$. Это означает, что главные оси тензоров $D_{ik}(0)$ и $\overline{D}_{ik}(y)$ совпадают. До тех пор, пока $\overline{D}_{ik}(y) \gg \sigma_3$ можно считать, что совпадают (или близки) и главные оси тензоров $D_{ik}(0)$ и $D_{ik}(y)$.

В общем случае компоненты тензора $D_{ik}(0)$ могут быть выражены через главные значения $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ и углы, определяющие положение главных осей тензора $D_{ik}(0)$ относительно выбранной системы координат, по формулам (11).

Если фиксировано лишь λ_1, то необходимо усреднить (26) по λ_2 и λ_3. При $\nu^0 \gg 4$ можно показать, что

$$\overline{\lambda}_2 \simeq \sigma_3\left(\frac{\nu}{3} + \nu_0 - \frac{4}{3\nu} - \frac{3}{4}\frac{\nu_0}{\nu^2} + \cdots\right)$$

$$\overline{\lambda}_3 \simeq \sigma_3\left(\frac{\nu}{3} - \nu_0 - \frac{4}{3\nu} + \frac{3}{4}\frac{\nu_0}{\nu^2} - \cdots\right) \qquad (27)$$

$$\nu_0 = \sqrt{\pi/6}\,.$$

Используя эти значения $\overline{\lambda}_2$ и $\overline{\lambda}_3$, запишем в явном виде $\overline{D}_{ik}(y)$ при $y \gg 1$ в случаях, когда направление смещения точки L относительно точки максимума L_0 совпадает с одной из главных осей тензора $D_{ik}(0)$. В области $y \gg 1$ функции $\psi_1(y)$, $\psi_2(y)$ и $\psi_3(y)$ можно приближенно записать в виде $(-1 < n < 6)$:

$$\psi_1 = 3\psi_0(y); \quad \psi_2 = -n\,\psi_0(y); \quad \psi_3 = n(n-2)\,\psi_0(y)$$

$$\psi_0(y) = \frac{\Gamma(7/2)\,y^{-(1+n)}}{\Gamma\left(\frac{6-n}{2}\right)3}. \qquad (28)$$

Для точки L, расположенной в направлении максимального главного значения, $D_{33}(0)=\lambda_1$; $D_{22}(0)=\overline{\lambda}_2$; $D_{11}(0)=\overline{\lambda}_3$ $(n\neq 0;\ 2)$

$$\overline{D}_{33}(y)=\sigma_3 n(n-2)\nu\psi_0,$$

$$\overline{D}_{22}(y)=\sigma_3(3\nu_0-n\nu)\psi_0,$$

$$\overline{D}_{33}(y)=-\sigma_3(3\nu_0+n\nu)\psi_0.$$

Случаи $n=0$, $n=2$ необходимо рассматривать отдельно.

Для $n=0$

$$\overline{D}_{33}(y)=\sigma_3\nu_1\frac{6\psi_0}{y^4};\quad \overline{D}_{22}(y)=\sigma_3\left(3\nu_0+\frac{2\nu_1}{y^2}\right)\psi_0;$$
$$\overline{D}_{11}(y)=\sigma_3\left(-3\nu_0+\frac{3\nu_1}{y^2}\right)\psi_0. \tag{30}$$

Для $n=2$

$$\overline{D}_{33}(y)=-\sigma_3\nu_{12}/y^2\psi_0;\quad \overline{D}_{22}(y)=\sigma_3(3\nu_0-2\nu_1)\psi_0;$$
$$\overline{D}_{11}(y)=-\sigma_3(3\nu_0+2\nu_1)\psi_0. \tag{31}$$

Учитывая, что $\nu_1\gg\nu_0$, из (29)—(31) получим в зависимости от показателя n:

1) при $1<n<0$ все три главных значения тензора $\overline{D}_{lk}(y)$ положительны. Область влияния точки максимума высотой $\sigma_3\nu$, $y\sim\nu^{1/1+n}$;

2) при $0<n\leqslant 2$ все три главных значения $\overline{D}_{lk}(y)$ отрицательны при $y\gg 1$ и область влияния максимума высотой ν, $y\sim 1$;

3) при $n>2$ $\overline{D}_{33}(y)>0>\overline{D}_{22}(y)>\overline{D}_{11}(y)$. Область влияния максимума высотой ν, $y\sim\nu_1^{1/(1+n)}$.

Для точки L, расположенной в плоскости $\lambda_2\lambda_3$, ортогональной к направлению максимального главного значения тензора $D_{lk}(0)$, легко получить, что направление максимального главного значения тензора $\overline{D}_{lk}(y)$ совпадает с направлением λ_1 и

$$\overline{\lambda_1(y)}\simeq 3\sigma_3\left(\nu_1-\frac{n+1}{2}\nu_0\right)\psi_0. \tag{32}$$

Область влияния точки максимума высотой $\lambda_1=\sigma_0\nu$ $y\sim\nu^{1/(1+n)}$.

Интересно отметить также, что из (27) следует, что при $y<1$ все три главных значения тензора $\overline{D}_{lk}(y)$ будут положительны. Это обеспечивает сжатие по всем трем осям в окрестности высокого максимума $\lambda_1=\sigma_3\nu$ — приводит к образованию областей повышенной плот-

ности и, очевидно, приводит к тому, что сжатая область оказывается гравитационно связанной. Возможно, что область, имеющая массу $M \sim M_s$, может рассматриваться как ядро будущих гигантских галактик.

9. Пространственная структура возмущений плотности, скорости и т. д. тесно связана с проблемой происхождения момента импульса галактик и скоплений галактик. Проблема происхождения вращения галактик является одной из важнейших в теории возникновения галактик. В рассматриваемой флуктуационной теории происхождения галактик возникновение момента импульса галактик связано, во-первых, с наличием начального „затравочного" момента, связанного с возмущениями скорости, и, во-вторых, с приливным взаимодействием сформировавшихся галактик. Этот вопрос рассматривался, в частности, в работе Пибблса [4]. Ниже рассматривается вопрос о происхождении „затравочного" момента.

В однородной и изотропной модели Фридмана на линейной стадии развития возмущений нарастающая мода возмущений плотности связана с нарастающей модой возмущений потенциальной скорости. Вихревые возмущения скорости на линейной стадии не нарастают и остаются малыми. Таким образом, к тому времени, когда возмущения становятся не малыми и происходит образование галактик и скоплений галактик, вихревые компоненты скорости пренебрежимо малы. „Затравочный" момент галактик должен быть связан с возмущениями потенциальной скорости. Это, однако, не приводит к каким-либо принципиальным трудностям.

Удельный момент конденсирующейся галактики определяется формулой

$$\vec{\mu} = \frac{1}{\bar{\rho} v} \int_V \rho [\vec{r}\vec{v}] d^3r, \tag{33}$$

где $\vec{r}$ — расстояние от центра тяжести конденсирующейся галактики и $\vec{v}$ — скорость относительно центра тяжести. Интеграл должен быть взят по объему V, охваченному конденсацией, причем величина удельного момента $\vec{\mu}$ очень сильно зависит от формы объема V. Для определения объема V необходимо, прежде всего, выработать критерии, определяющие границу области конденсации. Кроме того, из-за случайного характера возмущений граница области конденсации также является случайной функцией координат. Это обстоятельство очень сильно усложняет вопрос определения интегральных характеристик возникающих галактик и в том числе удельного момента.

В настоящее время задача определения границ конденсирующегося облака газа еще не решена. Однако анализ пространственной структуры возмущений в окрестности точек максимума показывает, что поверхности $f(\vec{y}) = f_0 > 0$ и $\overline{\lambda_1(y)} = \text{const}$ близки к эллипсоидам. Отношение полуосей этих эллипсоидов зависит от высоты максимума и от расстояния максимума. Случайный характер возмущений проявляется лишь на сравнительно больших расстояниях и приводит к тому, что поверхности $f(y) = f_0$ и $\overline{\lambda_1(y)} = \text{const}$ становятся многосвязными. Поэтому можно ожидать, что по крайней мере в начальный период конденсации галактики, когда конденсируются области, близкие к центру, граница объема V близка к эллипсоиду. Впоследствии, когда конденсация распространится и на внешние области, граница объема V станет многосвязной. Тем не менее возможно, что и в этот период объем V будет близок к эллипсоиду, тогда как отклонения объема V от эллипсоида будут поверхностным эффектом и не очень сильно изменят оценки удельного момента, сделанные для эллипсоида объема V.

Для эллипсоида с полуосями $c_1 \leqslant c_2 \leqslant c_3 < R_s$ (в лагранжевых координатах) и для спектра (2) из (33) следует (здесь и ниже система координат ориентирована по главным осям эллипсоида V)

$$\overline{\mu_i} = 0; \quad \overline{\mu_3^2} = \frac{\varphi^2(t)}{375}(c_1^2 - c_2^2)^2\left[1 - 2\frac{n+1}{49R_s^2}(3c_1^2 + 3c_2^2 + c_3^2) + \cdots\right]. \quad (34)$$

Дисперсии $\overline{\mu_1^2}$ и $\overline{\mu_2^2}$ получаются из (34) заменой индексов. Общим свойством момента, связанного с потенциальными случайными скоростями, является обращение в нуль $\overline{\mu_3^2}$ при $c_1 = c_2$. Поэтому в том случае, когда объем V является шаром, $\overline{\mu^2} = 0$ в линейном приближении. В работе Пибблса [4] рассматривается момент именно шарового объема и поэтому момент отличен от нуля лишь во втором порядке теории возмущений. Если же объем V отличается от шара, то момент конденсирующегося тела отличен от нуля и в первом порядке. Это свойство является следствием следующего более общего соотношения, указанного Я. Б. Зельдовичем: момент, рассчитанный по потенциальным скоростям в линейном приближении, тождественно равен нулю для объемов, ограниченных поверхностями постоянного потенциала скорости. Если объем V симметричен относительно центра, то формула (34) справедлива и для момента относительно центра тяжести конденсации, и в первом порядке теории возмущений в этом случае можно не учитывать возможное смещение центра тяжести конденсирующегося тела относительно центра объема.

Дисперсия момента, определяемая формулой (34), в линейном приближении растет вместе с ростом возмущений. Это вызвано, как было отмечено Пибблсом [4], действием приливных сил. Скорость роста дисперсии момента определяется функцией $\varphi^2(t) = a^4(t)\,h^2(t)$, где $a(t)$ — масштабный множитель невозмущенной модели Фридмана и $h^2(t)$ — дисперсия возмущений дивергенции скорости. Для квазиевклидовой модели Фридмана $a(t) \sim t^{2/3}$, $h(t) \sim t^{1/3}$ и $\varphi(t) \sim t$. Более быстрый закон нарастания момента ($\varphi \sim t^{5/3}$), полученный Пибблсом [4], соответствует тому, что момент вычисляется во втором порядке теории возмущений.

Интересно сравнить дисперсию момента, определяемого потенциальными скоростями (34), с дисперсией момента, полученного в предположении изотропной турбулентности. Ограничиваясь первым членом разложения в ряд по степеням c_l/R_*, в линейном приближении получим:

для потенциальных скоростей в соответствии с (34)

$$\overline{\mu^2} \sim [c_1^4 + c_2^4 + c_3^4 - c_1^2 c_2^2 - c_1^2 c_3^2 - c_2^2 c_3^2], \tag{35}$$

для случая изотропной турбулентности

$$\overline{\mu^2} \sim [4c_1^4 + 4c_2^4 + 4c_3^4 + c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2]. \tag{36}$$

В случае изотропной турбулентности максимальна дисперсия момента для шаровых объемов V. Видимо, это утверждение справедливо для произвольного объема конденсации. Этот пример хорошо иллюстрирует отсутствие каких-либо принципиальных трудностей в связи с проблемой вращения галактик во флуктуационной теории происхождения галактик.

Если центр эллипсоида объема V помещен в точку максимума плотности, причем главные оси эллипсоида совпадают с главными осями тензора $f_{ik}(0)$, то вместо (34) получим:

$$\overline{\mu_l} = 0, \qquad \overline{\mu_3^2} = \frac{\varphi^2(t)}{375}(c_1^2 - c_2^2)^2 \left[\left(1 - \frac{n+1}{4(n+3)}\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{3(n+1)}{98 R_*^2}(3c_1^2 + 3c_2^2 + 3c_3^2) + \cdots\right]. \tag{37}$$

Если главные оси эллипсоида объема V не совпадают с главными осями тензора $f_{ik}(0)$, то среднее значение компонент момента $\overline{\mu_l}$ может быть выражено через эллиптические интегралы, зависящие от c_l. Если объем V является эллипсоидом вращения, то проекция момента на ось

симметрии эллипсоида равна нулю. Для сферического объема все компоненты момента $\overline{\mu}_i = 0$. Компоненты $\overline{\mu}_i$ пропорциональны недиагональным компонентам тензора $f_{ik}(0)$.

Значительно сильнее корреляция между компонентами тензора деформации $D_{ik}(0)$ в центре объема интегрирования V и моментом μ_i. Выбирая объем V в виде эллипсоида, при заданных $D_{ik}(0)$ получим

$$\overline{\mu}_i = 0, \qquad \overline{\mu}_3^2 = \frac{(n+1)(n+3)}{47250} \frac{\varphi^2(t)(c_1^2 - c_2^2)^2}{R_s^4} \times$$
$$\times \left[4(3c_1^4 + 3c_2^4 + c_3^4) - \left(\frac{18}{7} \frac{n+1}{n+3} - 2 \right) (3c_1^2 + 3c_2^2 + c_3^2)^2 + \cdots \right] \tag{38}$$

в случае, если главные оси эллипсоида V совпадают с главными осями тензора $D_{ik}(0)$. Как и выше, $\overline{\mu}_i \neq 0$ в том случае, когда главные оси эллипсоида V и тензора $D_{ik}(0)$ не совпадают. В этом случае $\overline{\mu}_i / D_{ik}(0)$ также пропорционально недиагональным компонентам тензора $D_{ik}(0)$. Для эллипсоида вращения проекция момента на ось симметрии всегда равна нулю. Вообще говоря, необходимо учитывать, что в центре объема V должно иметь максимум наибольшее главное значение λ_1 тензора $D_{ik}(0)$. По-видимому, это еще уменьшит дисперсию удельного момента $\overline{\mu}_i$. Однако можно ожидать, что среднее значение $\overline{\mu}_i$ в этом случае будет отлично от нуля, так как, вообще говоря, главные оси тензора $D_{ik}(0)$ и тензора вторых производных от $\lambda_1(0)$ не совпадают.

Полученные результаты можно рассматривать исключительно как оценки среднего значения и дисперсии удельного момента, поскольку при усреднении не учитывался случайный характер границы объема интегрирования V.

Тем не менее, некоторые выводы, по-видимому, могут быть сделаны:

1) Можно ожидать, что удельный момент конденсаций большой массы, возникающих вокруг высоких возмущений плотности и тензора $D_{ik}(0)$, будет особо малым. Это связано с тем, что объем конденсации V в этих случаях близок к сфере (см. 6, 8).

2) Удельный момент конденсаций малой массы, возникающих вокруг малых возмущений плотности и тензора $D_{ik}(0)$, будет, напротив, сравнительно большим, так как в этом случае объем конденсации V близок к трехосному эллипсоиду.

3) По тем же причинам всегда особо мал удельный момент центральных областей конденсаций.

4) Отмеченные соотношения являются следствием потенциальности возмущений скорости и хорошо согласуются с наблюдаемой зависимостью удельного момента от массы для галактик и скоплений галактик. Следует также отметить, что, например, в случае изотропной турбулентности зависимость удельного момента от массы была бы обратная.

5) „Затравочный" удельный момент конденсаций отличен от нуля в первом порядке теории возмущений, если объем конденсации отличается от сферы. Удельный момент конденсаций растет со временем, что связано с приливным влиянием окружающих неоднородностей. Зависимость удельного момента от времени, полученная выше в первом порядке теории возмущений, согласуется с результатами Пибблса [4].

В заключение пользуюсь случаем поблагодарить Я. Б. Зельдовича за постоянное внимание и интерес к работе, а также О. В. Локуцлевского за полезные обсуждения.

Институт прикладной математики
АН СССР

THE SPACE STRUCTURE OF PERTURBATION AND THE ORIGIN OF ROTATION OF GALAXIES IN THE THEORY OF FLUCTUATION

A. G. DOROSHKEVICH

The statistical properties of density and velocity perturbations within the range of Friedman cosmological model are studied. Perturbation properties in the vicinity of points of maximum density and deformation tensor perturbations are analysed. The question of galaxies and the angular momenta origin of the cluster of galaxies is discussed.

ЛИТЕРАТУРА

1. *P. J. Peebles*, Ap. J., 147, 859, 1967.
2. *А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, Астрон. ж., 44, 295, 1967.
3. *R. H. Dicke, P. J. Peebles*, Ap. J., 194, 838, 1968.
4. *P. J. Peebles*, Ap. J., 155. 393, 1969.
5. *Л, М. Озерной, А. Д. Чернин*, Астрон. ж., 45, 1137, 1968.
6. *Я. Б. Зельдович*, Препринт ИПМ № 48, 1969; Астрофизика, 6, 320, 1970.
7. *Е. М. Лифшиц*, ЖЭТФ, 16, 587, 1946.
8. *J. Silk*, Ap. J., 151, 459, 1968.
9. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Статистическая физика, Физмат, М., 1964.
10. *А. Д. Сахаров*, ЖЭТФ, 49, 345, 1965.

11. *А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков,* Доклад на пятой конференции по ОТО, Тбилиси, 1968.
12. *Л. Э. Эльсгольц,* УМН, 5, № 6, 52, 1950.
13. *Г. Зейферт, В. Трельфалль,* Вариационное исчисление в целом, ИЛ, М., 1947.
14. *А. А. Свешников,* Прикладные методы теории случайных функций, Наука, М., 1968.
15. *И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев,* Справочник по математике, ГИТТЛ, М., 1954.
16. *Ю. К. Беляев,* ДАН СССР, 176, № 3, 1967.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

РАДИАЛЬНЫЕ ПУЛЬСАЦИИ ВРАЩАЮЩИХСЯ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ОТО И НЕЙТРОНИЗАЦИИ

Ю. Л. ВАРТАНЯН, А. В. ОВСЕПЯН

Поступила 21 ноября 1969

Энергетическим методом рассмотрены пульсации вращающихся белых карликов, находящихся вблизи точки потери устойчивости. Учтены поправки как ОТО, так и эффекта нейтронизации—зависимости числа протонов в атомных ядрах от плотности. Показано, что эффект нейтронизации приводит к уменьшению критической центральной плотности вращающихся конфигураций на два порядка, а минимальный период радиальных пульсаций увеличивается в три раза. Результаты расчетов приведены на рис. 1—4 и в табл. 1.

1. *Введение.* Строгое рассмотрение пульсаций и вопросов устойчивости сверхплотных конфигураций в рамках общей теории относительности связано с весьма сложными расчетами [1—4]. Задача еще более усложняется для вращающихся конфигураций. Отметим, что данная проблема имеет особый интерес для сверхплотных вырожденных конфигураций (белых карликов и барионных звезд), находящихся в состояниях, близких к состоянию потери устойчивости, т. е. вблизи экстремумов кривой зависимости массы от центральной плотности $M(\rho_c)$, [5]. На кривой $M(\rho_c)$ имеются три такие точки [6, 7]: максимум в области белых карликов—точка Чандрасекара ($\rho_c = 4\cdot10^9$ *г/см*^{3}), минимум в области нейтронных звезд малой массы ($\rho_c = 0.5 \div 1\cdot10^{14}$ *г/см*^{3}) и максимум в области барионных звезд ($\rho_c = 4\cdot10^{15}$ *г/см*^{3}). За этим последним максимумом имеется также целый ряд экстремальных точек [6, 8, 9], но все они лежат в области неустойчивых конфигураций и поэтому не представляют особого интереса. В настоящей работе мы сконцентрируем наше внимание на конфигурациях, расположенных около точки Чандрасекара.

Белые карлики, находящиеся в состояниях, близких к состоянию потери устойчивости (критическое состояние), имеют ряд характерных особенностей, которые могут математически сильно упростить рассмотрение вопросов их устойчивости. Во-первых, для таких конфигураций эффекты общей теории относительности весьма малы: $\varphi/c^2 \sim 10^{-3}$ (φ — гравитационный потенциал). Поэтому релятивистские эффекты могут быть учтены как поправочные члены к ньютоновскому приближению. Несмотря на относительную малость поправок ОТО, они весьма важны при рассмотрении вопросов устойчивости. Так, как это было показано впервые в [10], учет поправок ОТО в уравнениях равновесия приводит к тому, что такие конфигурации теряют устойчивость не при $\rho_c \to \infty$, как в ньютоновском приближении [11], а при конечном значении ρ_c.

Второе обстоятельство, учет которого сильно упрощает расчеты, заключается в следующем. В большей части рассматриваемых конфигураций, где сконцентрирована доминирующая часть массы звезды, вырожденный электронный газ ультрарелятивистский. Поэтому при весьма хорошей точности можно приближенно принять, что газ ультрарелятивистский во всей звезде и, следовательно, для распределения плотности принять политропное распределение с показателем $n = 3$. В этом случае задача сведется к энергетическому методу, подробное изложение которого можно найти в [7]. Данный метод при вычислениях позволяет избежать больших численных расчетов, связанных с интегрированием дифференциальных уравнений, сведя задачу к рассмотрению сравнительно простых двух алгебраических уравнений.

Энергетический метод весьма удобен при рассмотрении пульсаций вращающихся белых карликов. В этом случае учет вращения сводится к добавлению энергии вращения в выражении общей энергии [7]. В [12] этим методом с учетом эффектов ОТО были рассмотрены пульсации вращающихся холодных белых карликов, находящихся вблизи критического состояния. Однако при этом не был учтен эффект нейтронизации, т. е. зависимость числа протонов в атомных ядрах от плотности [13]. В [14] было показано, что для устойчивости белых карликов этот эффект более важен, нежели поправки ОТО. Так, из сравнения кривых 2 и 3 на рис. 1 видно, что учет нейтронизации уже в случае невращающихся конфигураций приводит к потере устойчивости при плотностях, на целый порядок более низких, чем при учете только эффектов ОТО. В случае же вращающихся конфигураций, как будет показано ниже, эта разница еще более увеличивается.

В настоящей работе мы рассматриваем радиальные пульсации вращающихся холодных белых карликов с учетом как эффектов ОТО, так и нейтронизации. Расчет проведен энергетическим методом для

нескольких серий конфигураций, вращающихся с угловой скоростью, составляющей доли предельно допускаемой, при которой начинается истечение вещества с экватора. В разделе 2 приведены основные уравнения, а в разделе 3 — результаты расчетов. Показано, что учет нейтронизации приблизительно на два порядка уменьшает критическую центральную плотность вращающихся холодных белых карликов по сравнению со случаем, когда не учтена нейтронизация. Минимальный период пульсаций при этом увеличивается почти в четыре раза.

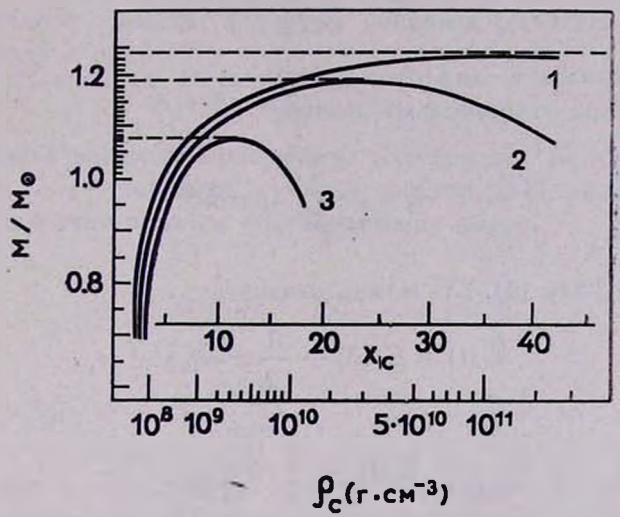

Рис. 1. Зависимость массы от центральной плотности для холодных невращающихся белых карликов. Кривая 1 — без учета нейтронизации и ОТО, кривая 2 — с учетом ОТО, кривая 3 — с учетом ОТО и нейтронизации.

Результаты расчетов приведены на рис. 1—4 и в табл. 1. Результаты аналогичного исследования для горячих белых карликов будут приведены в отдельной работе.

2. *Основные уравнения.* Вывод основных уравнений начнем с рассмотрения выражения для частоты радиальных пульсаций. При этом мы будем следовать весьма наглядному методу, предложенному в [15]. Отсылая за деталями к указанной работе, здесь мы весьма кратко приведем аналогичный вывод для холодных белых карликов.

Пусть звезда совершает радиальные колебания по подобному закону: $r(t) = \alpha(t)\, r(0)$, где r — координатный радиус произвольной частицы. В случае радиальных сферически-симметричных малых колебаний можно выбрать

$$\alpha(t) = 1 + a \sin \omega t, \quad a \ll 1. \tag{1}$$

Из закона сохранения массы с точностью до a^2 для $\rho^{1/3} \equiv y$ (ρ — плотность вещества), имеем

$$y(t) = y(0) + \delta y(t),$$

где

$$\delta y(t)/y(0) = -a \sin \omega t. \tag{2}$$

Кинетическая энергия пульсаций будет равна

$$E_n(t) = \frac{1}{2} \dot{a}^2(t) I_0, \tag{3}$$

где точка означает дифференцирование по времени, а I_0 — момент инерции звезды относительно центра

$$I_0 = 4\pi \int_0^R \rho(0) r^4 dr. \tag{4}$$

Имея в виду (1), (3) можно написать

$$E_n(t) = E_n(0) - \frac{1}{2} a^2 \omega^2 I_0 \sin^2 \omega t, \tag{5}$$

где

$$E_n(0) = \frac{1}{2} a^2 \omega^2 I_0.$$

Как будет показано ниже, в случае белых карликов, имеющих показатель политропы $n = 3$, полная энергия есть функция только от центральной плотности, т. е. y_c. Поэтому, разложив $E(y_c)$ в ряд по степеням δy, т. е. малой величины a, получим

$$E(y_c(t)) = E(y_c(0)) + \left(\frac{\partial E}{\partial y_c}\right)_0 \delta y_c + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 E}{\partial y_c^2}\right)_0 \delta y_c^2 + \cdots \tag{6}$$

Укажем, что производные берутся при постоянных энтропии S, массе M и моменте количества движения K.

Воспользуемся теперь законом сохранения энергии

$$E(0) + E_n(0) = E(t) + E_n(t). \tag{7}$$

Подставляя в (7) разложение (6) и имея в виду (5), из требования стационарности пульсаций получим

$$\left(\frac{\partial E}{\partial y_c}\right)_{S, M, K} = 0 \tag{8}$$

$$(y_c^2(0)/I_0)\left(\frac{\partial^2 E}{\partial y_c^2}\right)_{S,M,K} = \omega^2. \tag{9}$$

Условие (8) есть условие экстремума энергии (условие равновесия звезды), а (9) — условие минимума (условие устойчивости). Значению y_c, при котором $\omega^2 = 0$, будет соответствовать критическое состояние, т. е. состояние потери устойчивости.

Таким образом, для нахождения равновесных состояний и частоты пульсаций необходимо вычислить соответственно первую и вторую производные по y_c от полной энергии звезды. В случае вращающегося холодного белого карлика с учетом поправок ОТО полную энергию можно записать в виде

$$E = E_S + E_G + E_{\text{ОТО}} + E_{\text{вр.}}, \tag{10}$$

где E_S — полная энергия вырожденных электронов, E_G — гравитационная энергия, $E_{\text{ОТО}}$ — поправки к этой энергии ОТО и $E_{\text{вр.}}$ — энергия вращения. Для этих величин соответственно имеем:

$$E_S = M\int_0^1 \varepsilon\, d\nu, \qquad E_G = -1.5\,\frac{GM^2}{R},$$
$$E_{\text{ОТО}} = -5.1\,\frac{G^2M^3}{c^2R^2}, \qquad E_{\text{вр.}} = \frac{3K^2}{4I_0}. \tag{11}$$

Здесь M — масса, R — радиус звезды, а K — момент количества движения, ε — энергия вырожденных электронов на единицу массы. В случае $n = 3$ имеем

$$I_0 = 0.113\,MR^2, \tag{12}$$

а также

$$\left(\frac{4\pi}{3}\right)R^3\rho_c = 54.2\,M. \tag{13}$$

Выражая R через ρ_c и M, из (10) с учетом (11) и (12) имеем

$$\left(\frac{\partial E}{\partial y_c}\right)_{S,M,K} = 3y_c^{-4}\,M\int_0^1 P\frac{d\nu}{\varphi(\nu)} - 0.639\,GM^{5/3} -$$
$$-1.86\,\frac{G^2M^{7/3}}{c^2}y_c + 2.40\cdot K^2M^{-5/3}y_c. \tag{14}$$

$$\left(\frac{\partial^2 E}{\partial y_c^2}\right)_{S,M,K} = 9y_c^{-5} M \int_0^1 (\gamma - 4/3) P \frac{dv}{\varphi(v)} - 1.86 \frac{G^2 M^{7/3}}{c^2} + \\ + 2.40 \cdot K^2 \cdot M^{-5/3}. \qquad (15)$$

Здесь P — давление, $\gamma = (\partial \ln P / \partial \ln \rho)_S$ — показатель адиабаты, $\varphi(v)$ — функция Эмдена для $n = 3$.

Если приравнять K нулю, то мы придем к соответствующим уравнениям [16].

Для давления и плотности вырожденного электронного газа при наличии ядер (для белых карликов) имеем

$$P = \frac{m_e c^2}{24\pi^2 \lambda_e^3} f(x), \qquad \rho = \frac{m_p}{3\pi^2 \lambda_e^3} \frac{x^3}{z}, \qquad (16)$$

где

$$f(x) = x(2x^2 - 3)\sqrt{x^2+1} + 3\ln(x + \sqrt{x^2+1})$$

$$\lambda_e = \frac{\hbar}{m_e c}, \qquad z = Q/A, \qquad x = \frac{p_e}{m_e c},$$

p_e — импульс Ферми вырожденных электронов, m_e и m_p — соответственно масса электрона и протона, Q — заряд, A — массовое число ядер. В дальнейшем примем, что вещество состоит из ядер группы железа, т. е. $A = 56$.

Как известно, в условиях, имеющихся в недрах белых карликов, становится возможным соединение электронов с атомными ядрами — процесс обратного β-распада (см., например, [7, 13]). В результате величина z зависит от граничного импульса электронов. Для определения этой зависимости воспользуемся условием минимума энергии — массы [17],

$$(\partial M(A, z)/\partial z)_A = 0, \qquad (17)$$

где $M(A, z)$ — масса, приходящаяся на один нуклон, которая определяется из полуэмпирической формулы Вейцзекера для массы ядра. При наличии вырожденного газа к этой величине нужно добавить также энергию вырожденных электронов, приходящуюся на один нуклон. Тогда из условия (17) получим [18],

$$z = z_0(1 - \alpha\sqrt{x^2+1}); \qquad z_0 = 26/56; \quad \alpha = 5.317 \cdot 10^{-3}. \qquad (18)$$

Как было отмечено выше, в рассматриваемых конфигурациях электронный газ ультрарелятивистский, т. е. $x \gg 1$. Поэтому, подставляя (18) в (16) и имея в виду, что при $x \gg 1$

$$f(x) = 2x^4 - 2x^2 + \cdots,$$

для P, ρ и $(\gamma - 4/3)P$ соответственно получим

$$P = \frac{m_e c^2}{12\pi^2 \lambda_e^3} x^4 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right), \tag{19}$$

$$\rho = \frac{m_p}{3\pi^2 \lambda_e^3 z_0} x^3 (1 + \alpha x), \tag{20}$$

$$\left(\gamma - \frac{4}{3}\right) P = \frac{m_e c^2}{9\pi^2 \lambda_e^3} x^4 \left(\frac{1}{2x^2} - \frac{\alpha x}{3}\right). \tag{21}$$

Кроме этих величин в уравнения (14) и (15) входит также величина K — момент количества движения, которую можно выразить через y_c. Действительно

$$K = \frac{2}{3} I_0 \Omega, \tag{22}$$

где Ω — угловая скорость твердотельного вращения, а I_0 определяется соотношением (12). Выберем

$$\Omega = n\,\Omega_{\max}, \tag{23}$$

$$n = 0;\ 0.2;\ 0.4;\ 0.6;\ 0.8;\ 1,$$

где $\Omega_{\max}$ — предельно допускаемая угловая скорость, при которой начинается истечение вещества с экватора

$$\Omega_{\max} = \left(\frac{GM}{R^3}\right)^{1/2}. \tag{24}$$

Тогда, имея в виду (12), (13) и (24), для K^2 получим

$$K^2 = 0.0133\, G y_c^{-1} M^{13/3} n^2. \tag{25}$$

Наконец, воспользовавшись распределением $\rho = \rho_c \varphi(\nu)$, ($\varphi(\nu)$ — функция Эмдена для $n = 3$), можно определить также распределение $x = x_c \psi(\nu)$. Из (20) легко получить

$$\psi = \varphi^{1/3} \left[1 - \frac{\alpha x_c}{3} (\varphi^{1/3} - 1)\right]. \tag{26}$$

Подставляя (19), (20), (21) и (25) в (14) и (15) и имея в виду (26), после вычисления всех численных коэффициентов окончательно получим

$$0.002236\, x_c^3 m^{4/3} + (0.003608\, x_c^3 + 0.5089\, x_c^2 - \\ - 0.02545\, x_c^2 n^2)\, m^{2/3} - (0.001488\, x_c^3 + 0.58\, x_c^2 - 2.14) = 0, \tag{27}$$

$$\omega^2 = (1.227\, x_c - 0.0007518\, x_c^4 - 0.00006381\, x_c^4 m^{4/3} + \\ + 0.007279\, x_c^3 n^2 m^{2/3})/m^{2/3}. \tag{28}$$

Уравнение (27) соответствует (2) и есть условие равновесия, а (28) соответствует (3); $m = (M/M_\odot)$, $M_\odot$ — масса Солнца. Члены, подчеркнутые волнистой линией, есть вклад поправок ОТО, пунктирной линией — вклад эффекта нейтронизации и сплошной линией — вращения.

Если учесть, что в области потери устойчивости уже в случае невращающихся конфигураций $x_c \approx 10$, а $m \approx 1$, то из (28) видно, что вклад нейтронизации приблизительно на порядок превосходит вклад ОТО.

3. *Результаты численных расчетов.* Как видно, уравнение равновесия свелось к квадратному уравнению относительно $m^{2/3}$. Придавая x_c различные значения, легко вычислить соответствующие значения m, а также из (28) значения ω^2. Вычисления были проведены на ЭВМ.

Если в (27) опустить все подчеркнутые члены, т. е. не учитывать эффекты вращения, ОТО и нейтронизации, то мы придем к результату Чандрасекара [11] — кривая 1 на рис. 1. Для m будем иметь $m = 1.23\,(1 + 3.7/x_c^2)^{3/2}$. При этом, как следует из (3) и (28), $\partial^2 E/\partial y_c^2 = 0$ при $x_c \to \infty$, т. е. устойчивость теряется при бесконечно большой плотности в центре. Оставляя в (27) только эффект ОТО, получим кривую 2 рис. 1. Кривая 3 соответствует решению (27), когда учтен также эффект нейтронизации (без вращения). Максимумы кривых 2 и 3 соответствуют потере устойчивости. Как уже было отмечено, легко заметить, что нейтронизация уже в случае невращающихся конфигураций приводит к потере устойчивости при плотностях, на целый порядок более низких, чем при учете только ОТО.

На рис. 2 показана зависимость массы от центральной плотности для различных угловых скоростей вращения, составляющих доли предельно допускаемой. Линия aa' соответствует точкам максимума

массы, а линия bb' — точкам потери устойчивости (точки, в которых ω^2 обращается в нуль). Конфигурации, расположенные за линией bb', неустойчивы. Из рисунка видно, что даже предельное вращение, при котором наступает истечение вещества с экватора, не может увеличить массу конфигураций более чем на несколько процентов. Это происходит по той причине, что энергия вращения даже в предельном случае весьма мала по сравнению с гравитационной энергией. Однако для вопросов устойчивости вращение играет более значительную роль. Так, как видно из рис. 2, если для невращающихся или весьма

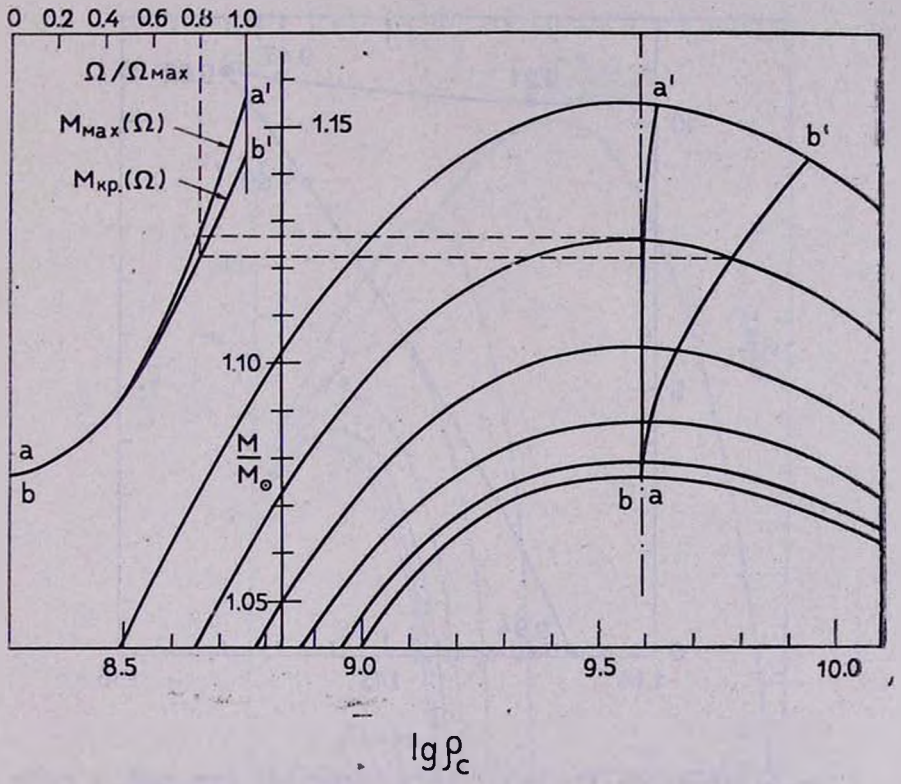

Рис. 2. Зависимость массы от центральной плотности для вращающихся белых карликов с различными значениями $n=\Omega/\Omega_{max}$. Линия aa' соответствует максимумам массы, bb'—точкам потери устойчивости. В левом углу показано отклонение критической массы $M_{кр.}$ от максимальной M_{max} для различных n.

медленно вращающихся конфигураций ($n \leqslant 0.2$) устойчивость теряется в максимуме $M(\rho_c)$, то при $n > 0.2$ точка потери устойчивости находится за максимумом. Это приводит к тому, что в случае вращающихся конфигураций в некоторой области звезды с массой, близкой

к критической, могут иметь по два устойчивых состояния с разными моментами, при которых начинается истечение с экватора. Это наиболее наглядно видно из рис. 3, на котором показана зависимость квадрата частоты радиальных пульсаций от массы звезды для предельного случая $n = 1$, когда начинается истечение вещества. Рядом с точками на кривой указаны значения логарифма центральной плотности соответствующей конфигурации, с помощью чего, используя (25), можно вычислить также значения момента. Точка возврата на этой кривой соответствует максимальной массе на кривой $M(\rho_c)$.

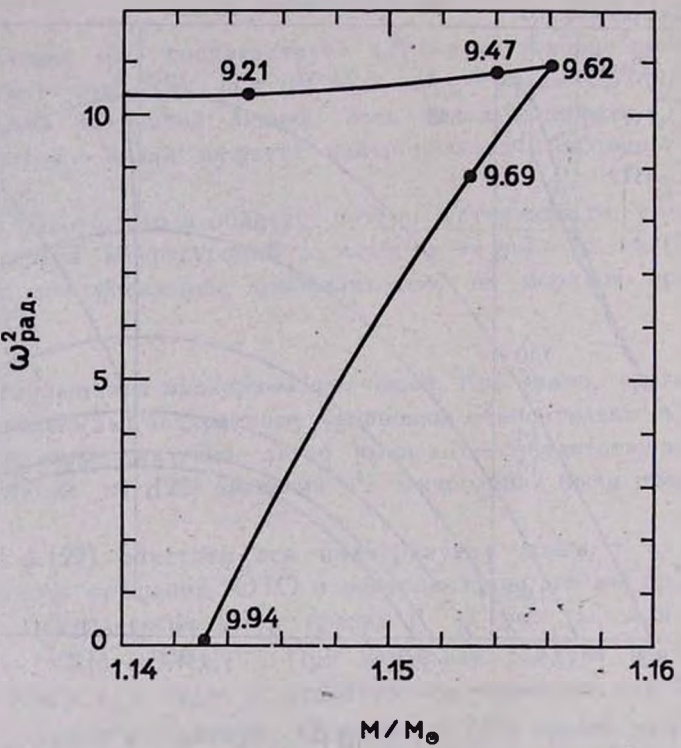

Рис. 3. Зависимость квадрата частоты радиальных пульсаций от массы для предельного случая вращения ($n=1$). Рядом с точками на кривой указаны значения логарифма центральной плотности для соответствующей конфигурации.

На рис. 4 приведена зависимость частоты радиальных пульсаций от x_c. Мы замечаем, что для не слишком больших x_c с ростом x_c, т. е. при возрастании центральной плотности, ω^2 растет. Причем этот рост тем сильнее, чем больше n. Здесь сказывается стабилизирующая роль вращения. Однако, начиная с некоторого значения x_c, когда роль эффекта нейтронизации становится большой (см. (28)), начинается умень-

шение ω^2. Значение x_c, при котором ω^2 обращается в нуль, соответствует состоянию потери устойчивости. Для сравнения на рис. 4 приводится также кривая $\omega^2(x_c)$ для случая $n=0$, когда эффект нейтронизации не учтен — кривая aa'. Аналогичные кривые для вращающихся конфигураций лежат за пределами рисунка и поэтому не приведены. Из сравнения видно, что нейтронизация приводит не только к потере устойчивости при более низких плотностях, но и уменьшает ω^2_{max}, или, что то же самое, увеличивает минимальный период пульсаций.

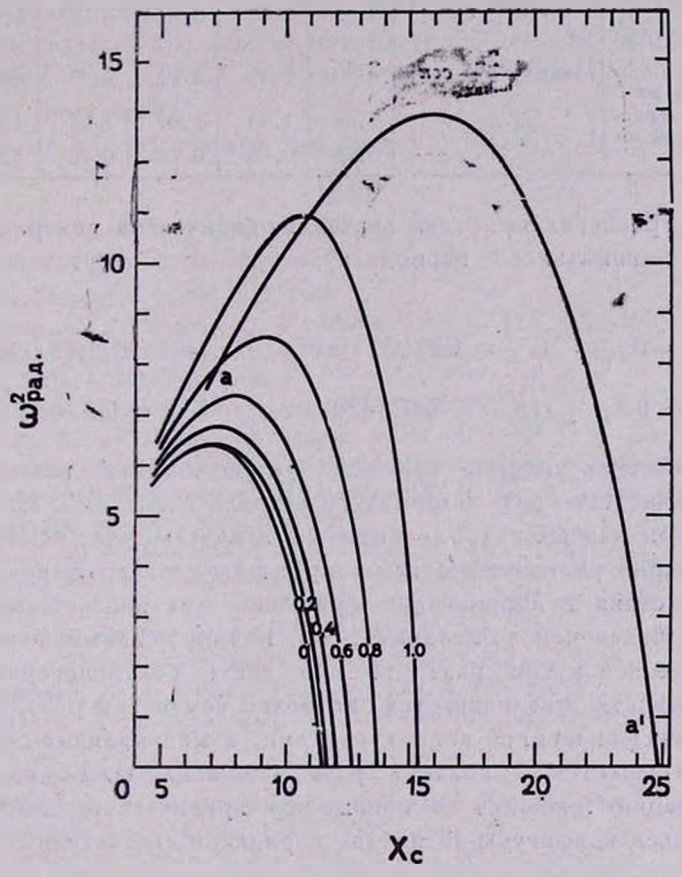

Рис. 4. Зависимость квадрата частоты радиальных пульсаций от параметра x_c для различных значений $n=\Omega/\Omega_{max}$. Кривая aa' относится к случаю невращающихся конфигураций без учета нейтронизации.

В табл. 1 для различных $n=\Omega/\Omega_{max}$ приведены значения массы, ω^2 и ρ_c, для критического состояния, состояния с максимальной массой и минимального периода пульсаций.

Таблица 1

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВРАЩАЮЩИХСЯ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ, СОВЕРШАЮЩИХ РАДИАЛЬНЫЕ ПУЛЬСАЦИИ

	Ω/Ω_{max}	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
Состояние потери устойчивости	$M_{кр.}/M_\odot$	1.076	1.079	1.088	1.103	1.121	1.143
	$\rho_c \cdot 10^{-9}$ г/см³	3.350	3.468	3.838	4.591	6.033	8.799
Состояние с максимальной массой	$M_{max}/M_\odot$	1.076	1.079	1.089	1.105	1.125	1.154
	ω^2 сек$^{-2}$	0	0	0.463	2.523	4.465	9.523
	$\rho_c \cdot 10^{-9}$ г/см³	3.35	3.46	3.83	4.08	4.15	4.27
Состояние с минимальным периодом пульсаций	$T_{min} = \frac{2\pi}{\omega_{max}}$ сек	2.46	2.45	2.40	2.33	2.29	1.90
	$M/M_\odot$	1.03	1.03	1.04	1.05	1.11	1.15
	$\rho_c \cdot 10^{-9}$ г/см³	0.75	0.75	0.76	0.78	1.62	2·96

Для сравнения приведем значения критической центральной плотности и минимального периода пульсаций при отсутствии нейтронизации:

$$n = 0, \quad \rho_c \cdot 10^{-9} = 32\ (28)\ г/см^3, \quad T_{min} = 1.75\ (1.83)\ сек;$$

$$n = 0.8, \quad \rho_c \cdot 10^{-9} = 640\ (450)\ г/см^3, \quad T_{min} = 0.5\ (0.55)\ сек.$$

Здесь в скобках указаны соответствующие значения работы [12], которые вычислены для химического состава с $A/Z = 2$. Из сравнения приведенных данных с табличными мы замечаем, что, во-первых, учет нейтронизации уменьшает стабилизирующую роль вращения. Так, если при отсутствии нейтронизации вращение увеличивает критическую плотность более чем в двадцать раз и минимальный период уменьшает более чем в три раза, то при учете нейтронизации критическая плотность увеличивается не более чем в три раза, по сравнению с невращающимися конфигурациями, а минимальный период пульсаций уменьшается в полтора раза (см. табл. 1). Кроме того, учет нейтронизации приводит к понижению критической плотности для вращающихся конфигураций на два порядка, а для невращающихся—на порядок.

Выражаем глубокую благодарность академику В. А. Амбарцумяну и профессору Г. С. Саакяну за полезные обсуждения.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Ереванский государственный университет

RADIAL PULSATIONS OF THE ROTATING WHITE DWARFS WITH CONSIDERATION OF THE EFFECTS OF GENERAL RELATIVITY AND NEUTRONIZATION

Yu. L. VARTANIAN, A. V. HOVSEPIAN

Radial pulsations of rotating cold white dwarfs that are near the state of stability loss are studied by the energetic method. The effects of the general relativity and neutronization of atomic nucleus are taken into account. It is shown, that the effect of neutronization causes the decrease of the central density of the rotating configurations into two orders, but as for the mean period of radial pulsations they are increased three times.

The results of calculations are shown in the fig. 1—4 and in the Table 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ś. Chandrasekhar*, Ap. J., 140, 417, 1964.
2. *J. M. Bardeen, K. S. Thorne, D. W. Meltzer*, Ap. J., 145, 505, 1966.
3. *D. W. Meltzer, K. S. Thorne*, Ap. J., 145, 514, 1966.
4. *J. Skilling*, Nature, 218, 923, 1968.
5. *Я. Б. Зельдович*, Вопросы космогонии, М., 9, 232, 1963.
6. *Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартанян*, Астрон. ж., 41, 193, 1964.
7. *Я. Б. Зельдович, Н. Д. Новиков*, Релятивистская астрофизика, Наука, М., 1967
8. *Дж. А. Уиллер, Б. К. Гаррисон, М. Вакано, К. С. Торн*, Теория гравитации и гравитационный коллапс, Мир, М., 1967.
9. *S. Tsuruta, A. G. W. Cameron*, Can. J. Phys., 44, 1695, 1966.
10. *С. А. Каплан*, Уч. зап. Львовского ун-та, 15, 4, 101, 1949.
11. *С. Чандрасекар*, Введение в учение о строении звезд, ИЛ, М., 1950.
12. *В. С. Имшенник, З. Ф. Свидзе*, Астрофизика, 6, 301, 1970.
13. *E. Schatzman*, White Dwarfs, North Holland Publ. Company, 1958.
14. *Ю. Л. Вартанян, А. В. Овсепян*, Астрофизика, 4, 643, 1968.
15. *В. Ф. Дьяченко, Я. Б. Зельдович, В. С. Имшенник, В. В. Палейчик*, Астрофизика, 4, 159, 1968.
16. *Г. С. Бисноватый-Коган*, Астрон. ж., 43, 89, 1966.
17. *Г. Бете, Ф. Морриссн*, Элементарная теория ядра, ИЛ, М., 1958.
18. *Ю. Л. Вартанян*, Астрофизика, 4, 373, 1968.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Д. М. СЕДРАКЯН

Поступила 17 апреля 1970

Исследованы электромагнитные свойства нейтронной звезды (пульсара). Получены уравнения макроскопического движения плазмы при наличии сильных гравитационных полей. Показано, что учет первых поправок общей теории относительности в уравнениях гидродинамического равновесия плазмы и в уравнениях Максвелла для электромагнитных полей приводит к генерации сильных тороидальных магнитных полей. Оценены порядок времен возрастания этих полей и их максимальные значения. Для модели с центральной плотностью $8\cdot10^{13}$ *г/см*^{3} рост магнитного поля продолжается до 10^9 лет, достигая значения 10^{12} *гаусс*. Для модели с центральной плотностью $5\cdot10^{14}$ *г/см*^{3} максимальное значение магнитного поля порядка 10^{14} *гаусс* достигается в течение времен порядка 10^5 лет.

1. *Введение.* Большинство теорий, объясняющих природу излучения пульсаров, предполагает существование магнитных полей порядка 10^{12} *гаусс* [1—3]. С другой стороны известно, что наивероятная модель пульсара—вращающаяся нейтронная звезда. Для обоснования этих теорий, следовательно, требуется более детальное исследование возможности образования больших магнитных полей во вращающихся нейтронных звездах. Цель этой работы — показать, что учет поправок общей теории относительности в ньютоновских уравнениях макроскопического движения плазмы и в уравнениях Максвелла для электромагнитных полей приводит к генерации сильных тороидальных магнитных полей. Максимальные значения этих полей зависят от центральной плотности конфигураций и начального значения угловой скорости. Для нейтронных звезд с центральной плотностью порядка $8\cdot10^{13}$ *г/см*^{3} тороидальное магнитное поле может расти в течение

10^9 лет, достигая значения порядка 10^{12} *гаусс*. Для центральных плотностей порядка $5 \cdot 10^{14}$ *г/см*^{3} рост тороидального магнитного поля продолжается $2 \cdot 10^5$ лет и его максимальное значение достигает 10^{14} *гаусс*.

Мы предположим, что звезда состоит только из нейтронов, протонов и электронов и вся система находится в состоянии полного вырождения. В работе [4] была рассмотрена такая модель нейтронной звезды и было показано, что стационарные магнитные поля не могут быть больше одного гаусса. Для рассмотрения нестационарных магнитных полей выведем сначала основные уравнения. Далее покажем возможность образования возрастающего со временем тороидального магнитного поля, а также оценим максимальные значения этих полей.

2. *Основные уравнения*. В работах [5, 6] было показано, что вращение приводит к незначительным отклонениям от сферической симметрии, даже когда скорость частиц на экваторе приближается к скорости света. Поэтому мы не будем учитывать влияние вращения на распределение материи и на форму поверхности конфигураций и предположим, что рассматриваемые объекты сферически симметричны.

В дальнейшем при описании гравитационного поля мы ограничимся пост-ньютоновским приближением, т. е. будем считать, что φ/c^2 (φ — потенциал гравитационного поля) мало по сравнению с единицей и включим в рассмотрение только линейные по φ/c^2 члены.

Выведем основные уравнения для случая сильных гравитационных полей, пока не ставя никаких ограничений.

Метрика пространства и времени имеет вид [8]

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k. \tag{1}$$

Здесь g_{ik} — пространственно-временные компоненты метрического тензора. Введем напряженности электрического $\vec{E}$, $\vec{D}$ и магнитного $\vec{H}$, $\vec{B}$ полей ($\vec{H}$ и $\vec{B}$ дуальны антисимметрическим тензорам $H_{\alpha\beta}$ и $B_{\alpha\beta}$) следующим образом:

$$E_\alpha = F_{0\alpha}, \qquad D^\alpha = -\sqrt{g_{00}} F^{0\alpha}, \tag{2}$$

$$B_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}, \qquad H^{\alpha\beta} = \sqrt{g_{00}} F^{\alpha\beta}, \tag{3}$$

где $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ и $F_{\alpha\beta}$ — пространственные компоненты тензора электромагнитного поля.

Учитывая стационарный характер гравитационного поля, запишем уравнения Максвелла в виде [8]

$$\operatorname{div}\vec{D} = 4\pi n. \tag{4}$$

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0 \tag{5}$$

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \tag{6}$$

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{s} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \tag{7}$$

$$\vec{D} = \vec{E}/\sqrt{g_{00}} + [\vec{H}\vec{g}]. \tag{8}$$

$$\vec{B} = \frac{\vec{H}}{\sqrt{h}} + [\vec{g}\vec{E}]. \tag{9}$$

Здесь $\vec{g}_\alpha = -g_{0\alpha}/g_{00}$, n — плотность электрических зарядов и $\vec{s}$ — вектор электрического тока с компонентами $s_\alpha = en(dx^\alpha/dt)$, причем операторы вихря и дивергенции имеют вид

$$\begin{aligned}(\operatorname{rot}\vec{a})^\alpha &= \frac{1}{2\sqrt{\gamma}}e^{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{\partial a_\gamma}{\partial x^\beta} - \frac{\partial a_\beta}{\partial x^\gamma}\right)\\ \operatorname{div}\vec{a} &= \frac{1}{\sqrt{\gamma}}\frac{\partial}{\partial x^\alpha}(\sqrt{\gamma}\,a^\alpha)\end{aligned} \tag{10}$$

$\gamma_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + g_{00}g_\alpha g_\beta$ — трехмерная пространственная метрика, $\vec{g}$ — соответствующий детерминат, а $e^{\alpha\beta\gamma}$ единичный антисимметрический тензор с $e^{123}e_{123} = 1$.

Далее необходимо вывести уравнение макроскопического движения газа элементарных частиц в пространстве, описываемом метрикой (1). Уравнения гидродинамического равновесия записываются следующим образом:

$$T^k_{i;\,k} = 0, \tag{11}$$

где T^k_i — сумма тензоров энергии-импульса макроскопических тел и электромагнитного поля [8]

$$T^k_i = (P+\rho)\,u_i u^k - \delta^k_i P + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{4}\delta^k_i F_{lm}F^{lm} - F_{il}F^{lk}\right) \tag{12}$$

(F_{ik} — тензор электромагнитного поля, ρ и P — соответственно плотность энергии и давление элементарных частиц, u^i — четырехмерный вектор скорости). Подставляя (12) в (11) и учитывая, что система частиц совершает вращательное движение с постоянной скоростью $\Omega = d\varphi/dt$ и $u^3 = \Omega u^0$ [12], получим

$$\frac{1}{c} j^0 E_\alpha + \frac{1}{c} j^\beta B_{\beta\alpha} - \frac{\partial P}{\partial x^\alpha} + (P+\rho)\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \ln u^0 = 0, \tag{13}$$

где

$$j^i = \frac{enc}{\sqrt{g_{00}}} \frac{dx^i}{dx^0}, \qquad u^0 = \left(g_{00} + \frac{2\Omega}{c} g_{03} + \frac{\Omega^2}{c^2} g_{33}\right)^{-1/2}.$$

Выражение u^0 следует из соотношения $u^i \cdot u_i = 1$.

Рассмотрим газовый шар, состоящий из нейтронов, протонов и электронов. Обозначив плотность энергии и давление нейтронов, протонов и электронов соответственно ρ_1, ρ_2, ρ_3 и P_1, P_2, P_3 и токи, создаваемые протонами и электронами j_2^i, j_3^i, распишем уравнение (13) для каждого сорта частиц

$$-\frac{\partial P_1}{\partial x^\alpha} + (P_1 + \rho_1)\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \ln u^0 = 0. \tag{14}$$

$$\frac{1}{c} j_2^0 E_\alpha + \frac{1}{c} j_2^\beta B_{\beta\alpha} - \frac{\partial P_2}{\partial x^\alpha} + (P_2 + \rho_2)\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \ln u^0 = P_\alpha^{ie}. \tag{15}$$

$$-\frac{1}{c} j_3^0 E_\alpha - \frac{1}{c} j_3^\beta B_{\beta\alpha} - \frac{\partial P_3}{\partial x^\alpha} + (P_3 + \rho_3)\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \ln u^0 = -P_\alpha^{ie}. \tag{16}$$

Записывая уравнение (13) для протонов и электронов, мы учли с помощью вектора P_α^{ie} передачу импульса при столкновениях этих частиц [9]. Для удобства, как и в работе [9], заменим (14), (15), (16) другими уравнениями. Составим сумму уравнений (14), (15) и (16), разность (15) и (16) и уравнение, которое получается из условия химического равновесия между нейтронами, протонами и электронами $\mu_1 = \mu_2 + \mu_3$ (μ_1, μ_2, μ_3 — соответственные химические потенциалы). Несложные математические выкладки приводят к следующему:

$$\frac{e[\vec{s}\vec{B}]}{c} - \sqrt{g_{00}}\vec{\nabla} P + \sqrt{g_{00}}(P+\rho)\vec{\Delta} \ln u^0 = 0. \tag{17}$$

$$\frac{\vec{s}}{\sigma} = \vec{E} + \frac{[\vec{s}_2\vec{B}]}{cn} + \frac{\sqrt{g_{00}}}{en}[\vec{\nabla} P_3 - \beta(n)\vec{\nabla} P_2]\frac{1}{1+\beta(n)} - \frac{[\vec{s}\vec{B}]}{ecn(1+\beta(n))}. \tag{18}$$

$$\mu_1 = \mu_2 + \mu_3, \tag{19}$$

где $\vec{es}$ — электрический ток с компонентами $\vec{s}^\alpha = n(\partial x_2^\alpha/\partial t - \partial x_3^\alpha/\partial t)$, $\beta(n) = (\rho_3 + P_3)/(\rho_2 + P_2)$, e — заряд электрона, n — плотность электронов или протонов (мы считаем их равными), причем векторное произведение имеет вид

$$s^\beta B_{\beta\alpha} = \sqrt{\gamma}\, e_{\alpha\beta\delta} s^\beta B^\delta = [\vec{sB}]_\alpha.$$

По аналогии с нерелятивистской теорией считаем, что вектор P_α^{ik}, описывающий столкновения между протонами и электронами, пропорционален току [9]

$$\vec{s} = \frac{\sigma\sqrt{g_{00}}}{en}\vec{P}^{ik}$$

(σ — электрическая проводимость нейтронной звезды).

Уравнения (17), (18), (19), уравнения Максвелла (4) — (9), уравнения, описывающие гравитационное поле, а также уравнение состояния свободного газа вырожденных частиц составляют самосогласованную систему дифференциальных уравнений для решения поставленной задачи.

3. *Эффект генерации.* Для дальнейшего исследования необходимо выбрать модель нейтронной звезды. Ограничиваясь рассмотрением моделей с центральной плотностью не выше $5\cdot10^{14}$ $г/см^3$, можем считать газ элементарных частиц почти нерелятивистским и в компонентах метрического тензора учитывать только поправки, линейные по φ/c^2 [8]

$$g_{00} = \sqrt{1 + 2\varphi/c^2}, \quad g_\beta^\alpha = (1 - 2\varphi/c^2)\,\delta_\beta^\alpha, \quad g_{03} = 0. \tag{20}$$

Здесь необходимо отметить следующее. g_{03} пропорционально $\varphi/c^2 \cdot \Omega r/c$, где r — расстояние от оси вращения. Для рассматриваемых моделей максимальное значение $\Omega r/c$ не превышает 0.1, поэтому можно считать, что g_{03} повсюду равно нулю. Тогда временную компоненту четырехмерной скорости u^i запишем в виде

$$u^0 = \left(g_{00} + \frac{2\Omega}{c} g_{03} + \frac{\Omega^2}{c^2} g_{33}\right)^{-1/2} \cong 1 - \frac{\varphi}{c^2} + \frac{\Omega^2 r^2}{2c^2}.$$

Последний член уравнения (17) при этом равен

$$\vec{\nabla} \ln u^0 = -\frac{1}{c^2}(\vec{\nabla}\varphi - \Omega^2\vec{r}). \tag{21}$$

В качестве уравнения состояния выберем уравнение состояния нерелятивистского вырожденного газа [4].

$$P_i = a\frac{n_i^{5/3}}{m_i}, \qquad a = \frac{1}{5}(3\pi^2)^{2/3}\hbar^2, \quad i = 1, 2, 3. \tag{22}$$

Тогда, согласно (22), получим

$$\beta(n) = \frac{\rho_3 + P_3}{\rho_2 + P_2} \cong \frac{m_3 c^2 n}{mc^2 n} = \frac{m_3}{m} = \alpha \ll 1,$$

где α — отношение масс электрона и протона. Массы протона и нейтрона приняты равными друг другу и обозначены m. Считая $\alpha \ll 1$, заменим $1 + \beta(n) \cong 1$ и, согласно (22), будем иметь

$$\vec{\nabla}P_3 - \beta(n)\vec{\nabla}P_2 = (1-\alpha^2)\vec{\nabla}P_3 \cong \vec{\nabla}P_3.$$

Указанные замены в уравнениях (17), (18) и (19) приводят к следующим уравнениям:

$$\frac{[\vec{s}\vec{B}]}{cn} - \sqrt{g_{00}}\vec{\nabla}P + mn_1(\vec{\nabla}\varphi - \Omega^2\vec{r})\sqrt{g_{00}} = 0. \tag{23}$$

$$\frac{\vec{s}}{\sigma} = \vec{E} + \frac{1}{cn}[\vec{s}_2\vec{B}] + \frac{\sqrt{g_{00}}}{en}\vec{\nabla}P_3 - \frac{[\vec{s}\vec{B}]}{enc}. \tag{24}$$

$$n = \alpha^{3/2}n_1 \tag{25}$$

(n_1 — плотность нейтронов). Исключая P_3 в уравнении (24), с помощью (23) и (25) окончательно будем иметь

$$\frac{\vec{s}}{\sigma} = \vec{E} + \frac{[\vec{s}_2\vec{B}]}{cn} + \frac{m}{e}\sqrt{g_{00}}(\vec{\nabla}\varphi - \Omega^2\vec{r}) - \frac{[\vec{s}\vec{B}]}{enc}. \tag{26}$$

Подействуем оператором вихря на (26)

$$(\mathrm{rot}\,\vec{E})^\alpha = \frac{1}{2\sqrt{\gamma}}e^{\alpha\beta\delta}\left(\frac{\partial E_\beta}{\partial x^\delta} - \frac{\partial E_\delta}{\partial x^\beta}\right) = \frac{m}{e}\left[(\vec{\nabla}\varphi - \Omega^2\vec{r})\vec{\nabla}\sqrt{g_{00}}\right]^\alpha. \tag{27}$$

Раскрыв векторное произведение в правой части (27), а левую часть заменив уравнением Максвелла (6), получим

$$\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \frac{m}{e}c\Omega^2 R\frac{\partial\sqrt{g_{00}}}{\partial R}\sin\theta\cos\theta\vec{\tau}, \tag{28}$$

где R, θ, Φ — сферические координаты, а $\vec{\tau}$ — единичный вектор в направлении вращения звезды. Уравнения (28) получено для начального момента времени, когда электрические токи $\vec{s} = 0$ и нет магнитного поля $\vec{B} = 0$. Если подставить в (28) выражение g_{00} из (20) и заменить $d\gamma/dR = Gu/R^2$ ($u(R)$ — накопленная масса в сфере радиуса R), то окончательно получается следующее:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{mc}{e}\,\Omega^2\,\frac{Gu}{c^2R}\sin\theta\cos\theta\,\vec{\tau}. \tag{29}$$

(c — скорость света, G — гравитационная постоянная).

Из уравнения (29) следует, что в звезде возникает тороидальное магнитное поле, растущее со временем. Наличие вращения с учетом поправок Эйнштейна приводит к тому, что скорость электронов относительно протонов становится переменной, зависящей от координаты z. Это и приводит к возникновению тороидального магнитного поля [11]. Легко видеть из (18), что в тех областях звезды, где состояние частиц описывается ультрарелятивистским уравнением состояния вырожденного газа, $\beta(n) = 1$, $P_1 = P_2$ и указанный батарейный эффект отсутствует. Так как образованное магнитное поле параллельно $\vec{s}_2$, то оно не меняет градиент магнитного поля со временем. Пока ток не очень велик, магнитное поле растет линейно со временем

$$\vec{B} = \left|\frac{mc}{e}\,\Omega^2\,\frac{Gu}{c^2R}\sin\theta\cos\theta\,\vec{\tau}\right|\cdot t. \tag{30}$$

На вопрос, как долго будет длиться линейный рост магнитного поля, можно ответить, если рассмотреть уравнение (24) для произвольного момента времени. Действуя оператором вихря на уравнение (24), получим

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{mc}{e}\,\Omega^2\,\frac{Gu}{c^2R}\sin\theta\cos\theta\,\vec{\tau} - c\,\mathrm{rot}\,\frac{\vec{s}}{\sigma} - c\,\mathrm{rot}\,\frac{[\vec{s}\vec{B}]}{enc}. \tag{31}$$

Первый член уравнения (31) является постоянной батареей (если, конечно, $\Omega = \mathrm{const}$) для создания магнитного поля, тогда как второй и третий члены действуют в обратном направлении, стремясь уменьшить поле. Вначале $\vec{s} = 0$ и эти члены отсутствуют, но с ростом магнитного поля растет $\vec{s}$ и, следовательно, растут эти члены. С течением времени темп роста магнитного поля ослабевает и в конце, когда дис-

сипативные члены компенсируют батарейный эффект, оно стремится к своему максимальному значению. Для оценки максимально возможного значения тороидального магнитного поля необходимо знать время, за которое второй или третий член уравнения (31) сравниваются с первым. Магнитное поле изменяется по закону (30), так что ток растет

$$J \sim \frac{cA}{D} \cdot t. \tag{32}$$

Для получения (32) мы использовали уравнение (7). A имеет смысл скорости возрастания магнитного поля, а D — порядок расстояния, на котором магнитное поле существенно изменяется. D в оценках мы примем порядка радиуса звезды. Время, за которое второй член уравнения (31) сравнится с первым,

$$t_1 \sim \frac{D^2\sigma}{c^2} \text{ сек}. \tag{33}$$

В работе [10] подсчитана проводимость нейтронной звезды, которая по оценкам порядка 10^{29} $сек^{-1}$. Время, за которое третий член скомпенсирует батарейный эффект, можно оценить из формулы

$$t_2 \sim \left(\frac{D^2 e n}{A \cdot c}\right)^{1/2}. \tag{34}$$

Для нейтронной звезды с центральной плотностью $\rho_c = 8 \cdot 10^{13}$ $г/см^2$ масса равна $M = 0.12\, M_\odot$, а радиус $R = 10^7$ $см$, а $\Omega = 40$ $сек^{-1}$ [7]. Тогда, согласно (30), скорость возрастания магнитного поля $A = 10^{-4}$ $гаусс/сек$. Время, за которое омические потери скомпенсируют батарейный эффект, порядка $t_1 \sim 10^{15}$ лет, тогда как $t_2 \sim 10^{9}$ лет. Для оценки максимального магнитного поля можно считать, что в течение времени $\sim 10^9$ лет поле росло почти линейно и достигло значения $\sim 10^{12}$ $гаусс$. Для нейтронной звезды с центральной плотностью $\rho_c = 5 \cdot 10^{14}$ $г/см^3$ масса, радиус и Ω_{max} равны соответственно $0.637\, M_\odot$, 10^6 $см$ и $6 \cdot 10^3$ $сек^{-1}$. Скорость возрастания магнитного поля порядка $3 \cdot 10^9$ $гаусс/сек$, а времена t_1 и t_2 равны, соответственно, 10^{18} и $2 \cdot 10^5$ лет. За время порядка 10^5 лет линейный рост приводит к магнитному полю порядка 10^{14} $гаусс$.

Если пульсар в Крабовидной туманности отождествлять с моделью нейтронной звезды с $\rho_c = 5 \cdot 10^{14}$ $г/см^3$ и считать, что за время

его жизни (оно по оценкам порядка тысячи лет) его угловая скорость линейно уменьшалась от максимально возможного значения $\Omega_{max} = 6 \cdot 10^3$ *сек*$^{-1}$ до наблюдаемого в данный момент значения $\Omega \sim 30$ *сек*$^{-1}$, то тороидальное магнитное поле, генерируемое батарейным эффектом, должно быть порядка 10^{12} *гаусс*.

Для решения вопроса распределения магнитной напряженности в нейтронной звезде после отклонения батарейного эффекта, нужно решить систему уравнений, состоящую из уравнения (23), уравнения для гравитационного потенциала φ в пост-ньютоновском приближении, уравнения состояния вещества и уравнения, выражающего условие отклонения батарейного эффекта в виде

$$\operatorname{rot}\left\{\frac{m}{e}\sqrt{g_{00}}\,\vec{\Omega^2 r} + \frac{[\vec{s}\vec{B}]}{ecn}\right\} = 0. \tag{35}$$

Автор выражает благодарность профессору Роксбургу, дискуссия с которым привела его к рассмотрению батарейного эффекта в нейтронных звездах, за обсуждения результатов. Я благодарен профессору Саакяну Г. С. за обсуждения результатов, а также Чубаряну Э. В. и Папояну В. В. за обсуждения результатов и подготовку статьи к печати. Работа выполнена в Кембридже, в Институте теоретической астрономии.

Ереванский государственный
университет

THE MAGNETIC FIELD OF ROTATING NEUTRON STARS

D. M. SEDRAKIAN

The magnetic properties of the simple model of neutron stars (pulsars) and the macroscopic equations of motion for plasma particles are considered using the post-Newtonian theory. It is shown that, if we include in our investigation the first order corrections of General Relativity to the Newtonian theory, the velocity of the electrons relative to the protons depends on the coordinate z. Then the electrons are driven relative to the protons and the produced electric currents grow. They generate a toroidal magnetic field the maximum magnitude of which depends on the central density of matter of the model. For central densities in the range $8 \cdot 10^{13}$ *gm/cm*^{3} to $5 \cdot 10^{14}$ *gm/cm*^{3}, the maximum value of the magnetic field changes from 10^{12} *Gauss* to 10^{14} *Gauss*.

ЛИТЕРАТУРА

1. *H. Y. Chiu, V. Canuto, L. Fassio-Canuto*, Nature, 221, 529, 1969.
2. *T. Gold*, Nature, 221, 25, 1969.
3. *V. Canuto, H. Y. Chiu, C. Chiuderi, H. J. Lee*, Nature, 225, 47, 1970.
4. *D. M. Sedraktan*, M. N., (in press).
5. *J. J. Monaghan, J. W. Roxburgh*, M. N., 131, 13, 1965.
6. *В. В. Папоян, Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян*, Сообщ. Бюр. обс., 40, 86, 1969; Астрофизика, 3, 41, 1967.
7. *Г. Г. Арутюнян, Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян*, Астрофизика (в печати).
8. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория поля, Физматгиз, М., 1967, стр. 330.
9. *L. J. Spitzer*, Physics of Fully Ionized Gases, Interscience Publishers, New York, 1967, p. 23.
10. *G. Baym, Ch. Pethick, D. Pines*, Nature, 224, 674, 1970.
11. *J. W. Roxbourgh, P. A. Strittmatter*, M. N., 133, 1, 1966.
12. *J. B. Hartle, D. H. Sharp*, Ap. J., 147, 317, 1967.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

ПОЛЯРИМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КРАТНОЙ СИСТЕМЫ ADS 4374

В. С. СТРЕЛЬНИЦКИЙ

Поступила 4 июня 1970

Приводятся результаты фотоэлектрической поляриметрии компонент ADS 4374 и 3-х избранных площадок туманности M78, связанной с этими звездами. Степень поляризации обеих компонент растет аномально круто в красную область спектра по сравнению с „нормальной" межзвездной поляризацией. Поляризация измеренных площадок туманности радиальна по отношению к M78-B, которая должна быть поэтому основной освещающей звездой. Показано, что сильное различие в направлениях поляризации компонент вызывается поляризующим действием очень плотного пылевого волокна (глобулы), которое, по-видимому, тесно связано со звездой M78-B.

Введение. Тот факт, что свет многих звезд может претерпевать поляризующее действие не только в межзвездных пылевых облаках, но и в атмосферах звезд или физически связанных с ними образованиях, надежно установлен за последние годы для ряда долгопериодических красных сверхгигантов, затменно-двойных и спектрально-двойных. Такую поляризацию, в отличие от межзвездной, принято называть собственной. Во всех перечисленных случаях „собственный" характер поляризации следует из временных вариаций параметров поляризации, коррелирующих так или иначе с изменениями блеска или спектра звезд. Другая возможность обнаружить собственную поляризацию, а, следовательно, получить определенную информацию о физических свойствах внешних слоев звезды или о материи, находящейся в непосредственных ее окрестностях, состоит в поисках визуальных кратных систем, у которых параметры поляризации компонент сильно отличаются друг от друга. Эта возможность, указанная несколько лет назад В. А. Домбровским, следует из того, что корреляционная длина, характеризующая однородность межзвездного магнитного поля, согласно статистическим

исследованиям межзвездной поляризации, порядка 10^2 *пс*. Поэтому для компонент визуально-двойных, расстояния между которыми по порядку не превосходят 1 *пс*, параметры межзвездной поляризации должны быть практически одинаковы, а существенные различия являются серьезным указанием на собственный характер поляризации одной или нескольких компонент. Исследование поляризации визуальных кратных систем было начато в АО ЛГУ весной 1968 г. Естественно было исследовать прежде всего системы с обнаруженной уже разной поляризацией компонент. Такой системой является ADS 4374, связанная с туманностью М 78. В 1958 г. Холл [1] привел результаты измерения поляризации компонент этой системы и обратил внимание на почти взаимно-перпендикулярное направление их плоскостей поляризации. Согласно измерениям Холла, для комплекса Ориона, к которому принадлежит эта система, вообще характерна большая дисперсия направлений поляризации, что, безусловно, связано с обилием в этой области плотных пылевых облаков сложной структуры. Однако случай ADS 4374, если учесть относительную ничтожность расстояния между компонентами (50″), является, конечно, уникальным. В настоящей работе излагаются результаты исследования ADS 4374, выполненного в АО ЛГУ в 1968—1969 гг.

Описание системы. ADS 4374—визуальная тройная система. Однако во всех фотометрических работах компоненты ADS 4374 A и B измерялись как одна звезда (обозначаемая в некоторых работах M 78-B), так как расстояние между ними лишь 2″.5. При этом фотометрическое влияние ADS 4374-B всегда игнорировалось (согласно каталогу ADS, компонента B слабее A на $2^m.5$). Ниже мы также будем рассматривать ADS 4374 фотометрически как двойную систему. Расстояние между ее компонентами (A,B) и C (другое обозначение: M78-A) составляет 50″. Действительная близость звезд (A, B) и C в пространстве подтверждается работой Шарплесса [3]. В этой работе на основе U, B, V—фотометрии определены Q-методом спектральные типы многих звезд из комплекса Ориона, их избытки цвета и полное поглощение. При этом звезды (A, B) и C хорошо ложатся на верхнем конце диаграммы Г-Р вместе с другими звездами комплекса, а расстояние до комплекса оказывается равным 500 *пс*. Спектральный класс компоненты (A, B) определен Шарплессом по нескольким щелевым спектрограммам — B 1 V, [2], и Q-методом-B3, [3]. Спектральный класс компоненты C, определенный Q-методом-B5 [3], что совпадает с более ранним определением спектра этой звезды Хабблом [2]. Поляризация компонент, согласно Холлу, [1], такова:

звезда (A, B): $\Delta m_p = 0^m.052$ ($p = 2.4\%$), $\theta_0 = 9°$;

звезда C: $\Delta m_p = 0^m.076$ ($p = 3.5\%$), $\theta_0 = 91°$.

Обе звезды наблюдаются на фоне яркой диффузной туманности M 78 (NGC 2068). Отражательный характер M 78 установлен Слайфером, согласно которому спектр этой туманности непрерывный с сильными линиями поглощения водорода и слабыми линиями гелия [4].

Результаты наблюдений. Все наши наблюдения выполнены на южной станции АО ЛГУ в Бюракане весной и осенью 1968 г. с помощью электрополяриметра, установленного в кассегреновском фокусе 20″ телескопа АЗТ-14 и описанного в [5]. Наблюдения включали в себя исследование цветовой зависимости поляризации звезд и определение параметров поляризации для трех избранных площадок туманности. Первые измерения поляризации звезд выполнены с диафрагмой 26″. Поляризация фона учитывалась по измерениям лишь в одной точке, сравнительно далеко от звезды. Эти измерения проделаны по принятой в АО ЛГУ методике, изложенной в [5]. Таким путем мы получили параметры поляризации в цветовой полосе R для звезды (A, B) и в полосах B, V, R для звезды C. Результаты (степень поляризации в разных цветах) представлены в табл. 1. Позиционный угол плоскости колебаний для звезды C практически не зависит от цвета и равен 100°,

Таблица 1

Звезда	Цветовая полоса	Степень поляризации (%)	
		I серия (26″)	II серия (13″)
(A, B)	B	—	1.3±0.3
	V	—	2.1±0.5
	R	1.8	2.6±0.1
C	U	--	1.9±0.3
	B	3.9	2.9±0.3
	V	5.0	4.2±0.5
	R	4.7	4.2±0.4

для звезды (A, B) $\theta_0^{(R)} = 15°$. С целью более строгого учета фона мы проделали еще одну серию измерений с диафрагмой 13″. В этой серии измерение в каждом фильтре сопровождалось учетом фона в четырех точках вокруг звезды, в непосредственной близости от нее. Однако здесь была оценена только степень поляризации путем многократных измерений интенсивности излучения звезды (и фона) при θ_{max} и θ_{min},

найденными в первой серии наблюдений. Так были определены значения p_λ в U, B, V, R для звезды C и в B, V, R для звезды (A, B). Результаты представлены также в табл. 1 с указанием средних ошибок, определенных из внутренней сходимости. Ошибки эти довольно велики, что связано с трудностью учета яркого и неравномерного фона. Вторая серия наблюдений представляется нам более надежной, по крайней мере для определения зависимости $p(\lambda)$, поэтому ниже обсуждаются результаты лишь этих наблюдений.

Поляризация туманности определена для трех площадок диаметром 13″ с центрами в точках 1, 2 и 3, отстоящих на 13″, соответственно, к S от звезды C, к E от звезды (A, B) и к W от звезды C. Измерения выполнены с сине-зеленым светофильтром (СЗС-22, 4 *мм*), так что $\lambda_{эфф} \approx 4000$ A. Результаты представлены в табл. 2, где указаны также позиционные углы направлений, перпендикулярных направлениям на звезды (A, B) и C из точек 1, 2, 3. Ошибка в определении θ_0, по-видимому, не превосходит 5°.

Таблица 2

Площадка	p %	θ_0	θ_0 ($\perp$ к AB)	θ_0 ($\perp$ к C)
1	6.0	103°	107°	90°
2	4.0	8	0	123
3	5.0	121	123	0

Одновременно результаты поляризационных наблюдений туманности и звезд представлены на рис. 1.

Мы воспользовались также результатами 7-цветной фотометрии Мендозы [6] и определили полное поглощение A_V для звезд (A, B) и C методом экстраполяции кривых экстинкции к $1/\lambda = 0$. При этом мы приняли спектральные типы, определенные по щелевым спектрограммам (см. выше). Нормальные цвета взяты из работы Джонсона [7]. Вычисленные избытки цвета $E_{U-V} = (U-V) - (U-V)_0$ и т. д. вплоть до E_{V-K} нормировались (условно принималось $E_{B-J} = 1^m.00$) и наносились на график. Поскольку $E_{U-V} = A_U - A_V$ и т. д., где A — полное поглощение в данной цветовой полосе, полученные кривые являются нормированными кривыми межзвездной экстинкции. Эти кривые представлены на рис. 2, где для сравнения приведены также кривая экстинкции θ^2 Ori и средняя кривая для обычных мест Галактики по [8] и [9]. Экстраполяцией кривых экстинкции к $1/\lambda = 0$ определено полное поглощение и вычислено отношение полного поглощения к селективному, $R = A_V/E_{B-V}$, для этих звезд (табл. 3).

Обсуждение результатов. То, что основной освещающей звездой является звезда (A, B), предполагалось ранее Шарплессом [2], который исходил при этом из особенностей геометрической формы туманности. Наши измерения поляризации туманности подтверждают это предположение. Действительно, из табл. 2 видно, что поляризация в измеренных точках очень близка к „радиальной", если предположить, что виновницей свечения туманности является звезда (A, B).

Таблица 3

Звезда	A_V	$R=A_V/E_{B-V}$
(A, B)	$5^m.9$	4.2
C	2.6	3.5
θ^2 Ori	1.2	5.6

Шарплесс в статье [2] другим методом оценил полное поглощение для звезд (A, B) и C, вычислил отношения полного поглощения к селективному и пришел к выводу, что для звезд (A, B) и C эти отношения ближе к „нормальному", чем для других звезд в Орионе.

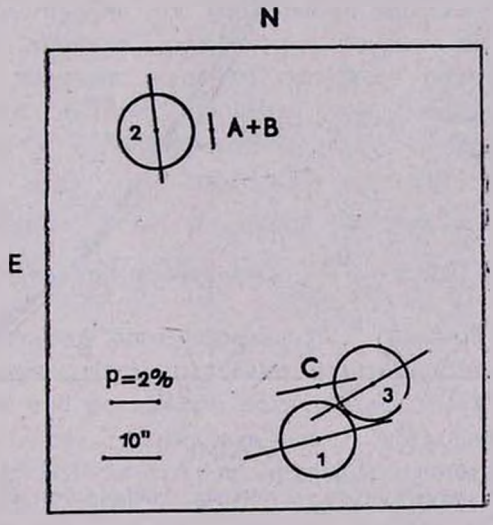

Рис. 1. Поляризация M 78 и связанных с нею звезд ADS 4374 (в синих лучах).

Наши оценки методом экстраполяции к $1/\lambda = 0$ подтверждают вывод Шарплесса: как видно из табл. 3 величина R у звезд (A, B) и C ближе к „нормальному" значению (3, 0), чем у θ^2 Ori (см. также рис. 2).

Из табл. 3 мы видим также, что полное поглощение в V для звезды (A, B) больше, чем для звезды C на $3^m.3$. Этот факт уже наводит на мысль о том, что источник наблюдаемой резкой разницы в поляризации этих звезд, возможно, связан с каким-то сильно погло-

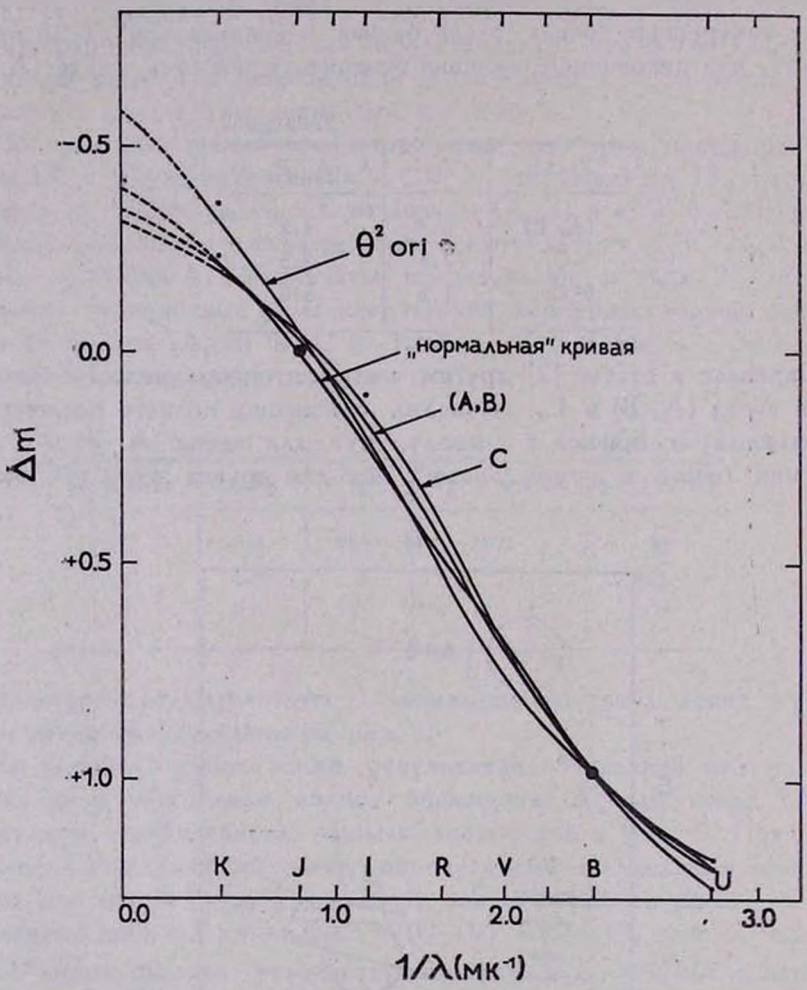

Рис. 2. Нормированные кривые экстинкции. Нормировка: $E_{B-J} = 1^m.00$.

щающим объектом, проектирующимся на звезду (A, B). Объект этот должен быть достаточно компактным: ведь угловое расстояние между звездами (A, B) и C составляет лишь 50″, что на расстоянии 500 *пс* соответствует приблизительно 0.1 *пс*. Это наше предположение оче-

видно подтверждается прямым снимком M 78. На рис. 3 представлена фотография M 78 и звезд ADS 4374, полученная нами на 18″ телескопе, где видно весьма темное удлиненное „волокно", на одной из сторон которого „сидит" звезда (A, B). Позиционный угол направления вытянутости „волокна" равен 15°, что совпадает с направлением поляризации звезды (A, B). Поэтому естественно предположить, что „волокно" ответственно как за сильное поглощение света звезды (A, B), так и за его поляризацию. Разумеется, часть наблюдаемого для (A, B) поглощения может вызваться иными, более регулярными, областями пылевого комплекса в Орионе или вообще не принадлежащими комплексу межзвездными облаками. Однако эта „регулярная" часть поглощения не должна сильно отличаться от поглощения для расположенной близко звезды C, т. е. можно считать, что производимое „волокном" поглощение $A_V = 3^m3$, покраснение $E_{B-V} = 0^m7$ и, следовательно, $A_B = 4^m0$. „Волокно" на наших снимках разрешается как по длине, так и по толщине. Его видимая на снимках длина составляет около 30—35″, толщина—примерно 7″, а диаметр самых слабых звезд на снимке $\approx 4''$. Поэтому можно считать, что истинные угловые размеры „волокна" примерно $10 \times 35''$. Маловероятно, чтобы столь компактное образование точно проектировалось на звезду, будучи от нее сильно удалено. Поэтому, принимая расстояние до „волокна" равным расстоянию до комплекса Ориона, т. е. 500 *пс*, находим, что его линейные размеры составляют приблизительно 0.1×0.02 *пс*. Примем вслед за ван де Хюлстом [10], что экстинкция в фотографической области, производимая 1 *г* пыли в расчете на один *см*^{2}, составляет $4^m5 \times 10^4$. Тогда получаем, что в столбе сечением 1 *см*^{2} и длиной 0.02 *пс* $\approx 6 \cdot 10^{18}$ *см* „волокно" должно содержать приблизительно $\frac{4.0}{4.5 \cdot 10^4} \approx 10^{-4}$ *г* пыли, т. е. плотность пыли должна быть порядка 10^{-21} *г*/*см*^{3}. Таким образом, „волокно" относится к числу наиболее плотных из наблюдаемых глобул.

Допустим, что различие в поляризации звезд (A, B) и C связано с „волокном". Пусть „регулярная" часть поглощения вносит в излучение звезды (A, B) такую же поляризацию и поглощение, как и в излучение звезды C, т. е. $p_V = 4.2\%$, при $\theta_0 = 100°$ и $A_V = 2^m6$. Предположив также, что поляризующая способность пыли в „волокне" не ниже, чем в „регулярной" части, ответственной за поляризацию звезды C, находим, что волокно должно вносить поляризацию около 5.4%.

Если волокно поляризует свет вдоль направления своей вытянутости ($\theta_0 = 15°$), то результирующая поляризация звезды (A, B)

должна быть равна примерно 1.2% при $\theta_0 \approx 15°$. Это не сильно отличается от наблюдаемого значения $p_V = 2.1 \pm 0.5$ %, если учесть приближенность наших предположений. Кроме того, поляризующая способность пыли в „волокне" может быть выше, чем в „регулярной" части туманности и тогда расчетное значение p_V будет ближе к наблюдаемому.

Как известно, межзвездная поляризация, связанная с рассеянием света звезды на межзвездных пылинках, имеет характерную зависимость степени поляризации от длины волны (см., например, [11]). Сильные отличия λ-зависимости поляризации от типичной межзвездной могут служить индикатором „собственного" происхождения поля-

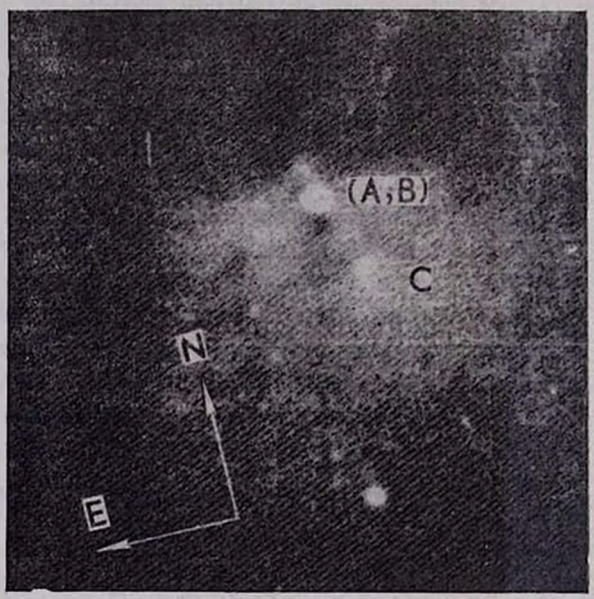

Рис. 3. Фотография туманности М 78 и звезд ADS 4374, полученная на 18" телескопе (снимок сделан через поляроид).

ризации. Имея это в виду, мы и попытались исследовать цветовую зависимость поляризации звезд (A, B) и C. Эта зависимость представлена на рис. 4, где использованы данные табл. 1, нормированные к p $(1/\lambda = 2{,}13)$. Это дает нам возможность сравнить наши результаты с результатами Койна и Герельса [11], которые исследовали цветовую зависимость поляризации многих звезд. На рис. 4 для сравнения приведены заимствованные из [11] λ-зависимость поляризации θ^2 Ori и типичная λ-зависимость межзвездной поляризации по 52 звездам. Рис. 4 показывает, несмотря на большие ошибки наблюдений,

существенные отличия цветовой зависимости поляризации звезд (A, B) и C от типичной межзвездной и сходство с цветовой зависимостью поляризации 6^2 Ori. В случае 6^2 Ori Койо и Герельс склонны, по-видимому, приписывать наблюдаемую аномалию „собственному" характеру поляризации, связанному со спектральной двойственностью этой звезды, так как указывают на обнаруженные ими временные изменения степени поляризации в ультрафиолете. Примечательно, что, согласно нашим

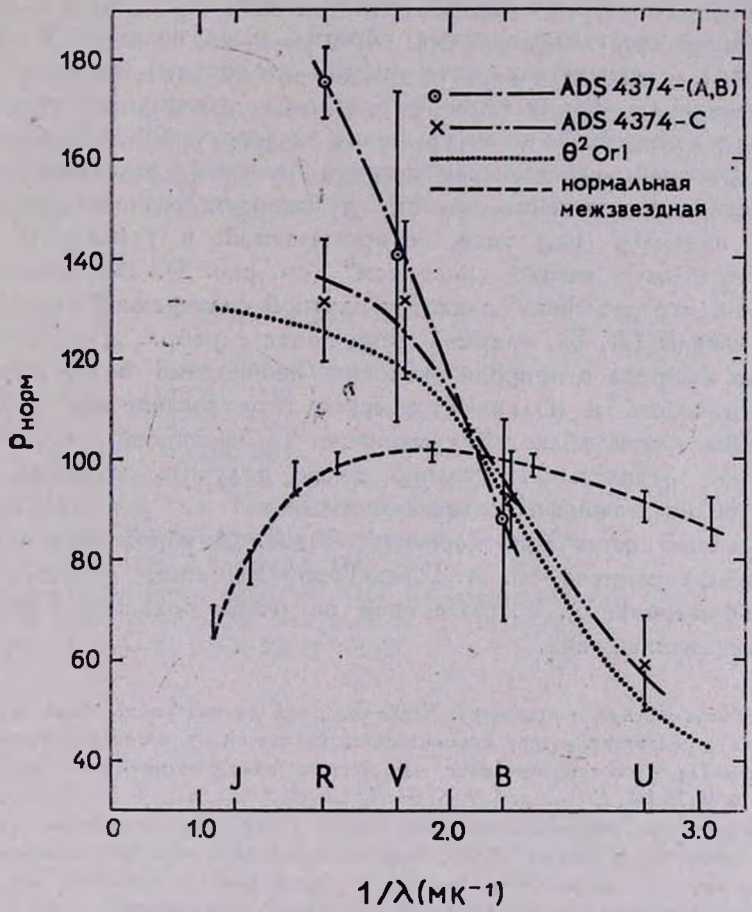

Рис. 4. λ—Зависимость степени поляризации. Нормировка: $p(1/\lambda=2,13)=100\,\%$.

наблюдениям, одинаковая „аномалия" λ-зависимости имеет место у обеих звезд ADS 4374. Мы склонны считать, что это вызывается скорее особенностями пыли в комплексе Ориона или отдельных его областях, чем „собственным" характером поляризации обеих звезд ADS 4374. Количество наблюдательного материала и его точность

пока явно недостаточны, чтобы утверждать это с полной уверенностью.

Заметим, наконец, это приведенное выше объяснение сильного различия в направлении плоскостей поляризации звезд ADS 4374 с помощью „волокна" не исключает, а, возможно, наоборот, подтверждает „собственный" характер поляризации звезды (A, B). Действительно, нельзя априорно исключить возможность не только пространственной близости, но и тесной генетической связи звезды (A, B) с глобулой, на что также впервые обратил наше внимание В. А. Домбровский. Следующие три факта говорят о вероятной близости „волокна" и звезды (A, B): 1) малая вероятность случайного проектирования столь компактного объекта точно на звезду; 2) значительная яркость „волокна", невозможная при его большом удалении от звезды; 3) характерное понижение яркости туманности точно к югу от „волокна", имеющее вид тени, отбрасываемой в туманность близко расположенным к звезде „волокном" (см. рис. 3). Не исключено, в частности, что „волокно" является плотной сплющенной пылевой оболочкой звезды (A, B), видимой нами почти с ребра. Для более определенных выводов о природе „волокна" необходимо более подробное фотометрическое и поляриметрическое исследование как „волокна", так и прилежащих областей туманности (в частности, области предполагаемой „тени"). Желательно также получить хорошие снимки M 78 с более длиннофокусным телескопом.

Приношу свою благодарность В. А. Домбровскому за общее руководство работой, В. А. Гаген-Торну за ценные советы по методике наблюдений, Г. Н. Малаховой за очень большую помощь при обработке наблюдений.

Примечание при корректуре. После того, как данная работа была закончена и отправлена в редакцию, автору стало известно (за что он приносит свою благодарность В. А. Гаген-Торну) о существовании еще одного поляриметрического исследования туманности M 78 [*A. Elvius* and *J. S. Hall*, Lowell Obs. Bull., 6, No 16, 257, 1966]. В этой работе также подтверждена роль звезды (A, B) как освещающей туманность. Степень поляризации звезды (A, B), согласно измерениям этих авторов, также растет аномально круто в направлении больших λ, тогда как для звезды C они получили более близкую к „нормальной" λ-зависимость степени поляризации.

Астрономическая обсерватория
Ленинградского государственного
университета

POLARIMETRICAL INVESTIGATION OF THE MULTIPLE STELLAR SYSTEM ADS 4374

V. S. STRELNITSKY

The results of the photoelectrical polarimetry of ADS 4374 components and of 3 selected areas of associated nebula M 78 are given. The degree of polarization of both stars shows an abnormally steep rise towards the red as compared with the „normal" interstellar polarization. The polarization of the measured areas of nebula is radial to M 78-B, which should be therefore the principal illuminating star. The large discrepancy of the planes of vibration of two components is shown to be produced by the polarizing effect of a very dense filament of dust (globule), which appears to be closely associated with the M 78-B.

ЛИТЕРАТУРА

1. *J. S. Hall*, Publ. US Naval Obs., 17, part VI, 275, 1958.
2. *S. Sharpless*, Ap. J., 116, 251, 1952.
3. *S. Sharpless*, Ap. J., 119, 200, 1954,
4. *V. M. Slipher*, PASP, 31, 214, 1919.
5. *B. A. Домбровский* и др., Труды АО ЛГУ, 22, 83, 1965.
6. *E. E. V. Mendoza*, Bol. Obs. Tonanzintla Tacubaya, 4, № 29, 1967.
7. *H. L. Johnson*, Bol. Obs. Tonanzintla Tacubaya, 3, № 25, 1964.
8. *K. Nandy*, Publ. R. Obs. Edinburg, 3, 142, 1964.
9. *H. L, Johnson, J. Borgman*, Bull. Astr. Obs. Netherlands, 17, 115, 1963.
10. *van de H. C. Hulst*, Rech. Astr. Obs. Utrecht, 11, part 2, 1949.
11. *G. V. Coyne, T. Gehrels*, A. J., 72, 887, 1967.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ЛИНИИ H_β В СПЕКТРЕ γ UMa

Т. Е. ДЕРВИЗ

Получена 1 июня 1970
Пересмотрена 9 сентября 1970

По данным спектрополяриметрических наблюдений γUMa найдена степень поляризации излучения в линии H_β, равная 11 ± 5 %. Полученный результат можно интерпретировать как следствие поперечного эффекта Зеемана.

Поляризация излучения звезд в частотах спектральных линий может возникать в силу различных причин. Сюда следует отнести прежде всего расщепление спектральных линий на поляризованные компоненты из-за эффекта Зеемана. Методы наблюдения магнитных полей звезд разработаны Бэбкоком [1], и обсуждению результатов таких наблюдений посвящено много работ [2]. В случае наблюдения локальных магнитных полей на диске Солнца определяются как продольная, так и поперечная составляющие, так как света достаточно, чтобы получить спектр с большой дисперсией и разрешением. При наблюдении же звезд определение поперечной составляющей представляет из себя более трудную задачу и до сих пор не делалось.

Можно указать также несколько работ [3—6], где измерялась степень поляризации в спектральных линиях, но достаточно уверенных результатов получено не было.

После того, как в 1946 г. В. В. Соболев [7] и Чандрасекар [8] показали, что в атмосферах тех звезд, где существенную роль играет рассеяние на электронах, излучение, выходящее из звезды, должно быть частично поляризовано. Эман отметил, что эффект может наблюдаться в линиях поглощения быстро вращающихся звезд [9]. Ожидаемая степень поляризации должна составлять 0.2—0.8 %. Кларк и Грейнджер [10] провели спектрополяриметрические наблюдения не-

скольких звезд ранних спектральных классов с целью обнаружения этого эффекта. В линии H_β звезды γ UMa ими была найдена поляризация около 5%, что на порядок превосходит величину, предсказанную Эманом. Нужно отметить также, что такая степень поляризации в линии достаточна, чтобы ее можно было наблюдать фотографическим методом.

В 1969 г. на дифракционном спектрографе в фокусе куде 18″ рефлектора АЗТ-3 Бюраканской станции АО ЛГУ были проведены наблюдения звезды γUMa с целью обнаружения поляризации в линии поглощения H_β. Обратная линейная дисперсия во втором порядке спектра составляла 13 А/*мм*, спектр расширялся до 0.3 *мм*. Поляроид диаметром 40 *мм* устанавливался непосредственно перед фокальной плоскостью камеры. Спектр фотографировался при трех положениях поляроида, отличающихся на 60°. Калибровка снимков производилась обычным способом с помощью ступенчатого ослабителя. Контур линии поглощения определялся по отношению к непрерывному спектру. Поэтому, хотя система телескоп-спектрограф и вносит значительную инструментальную поляризацию в исследуемый свет от звезды, изменения ее на участке спектра порядка 100—200 А можно считать пренебрежимо малыми и при таких относительных измерениях не учитывать. Рассеянный свет, который может внести значительные искажения в контур линии, как показало исследование, в спектрографе практически отсутствует.

Некоторую добавочную ошибку в определение поляризации могло внести то обстоятельство, что в телескопе отсутствовал компенсатор вращения поля. Поэтому за время экспозиции (30—40 *мин*) положение плоскости пропускания поляроида в проекции на небесную сферу изменялось на 7—10° и углы между ее направлениями, соответствующими трем положениям поляроида, отличались от 60°. При вычислениях выбиралось среднее для данной экспозиции положение плоскости пропускания поляроида. Табл. 1 дает сводку наблюдательного материала.

Таблица 1

Дата	Время экспозиции	Фотоматериал	φ_1^0	φ_2^0	φ_3^0
31—1/VI—1969 г.	30 *мин*	Пленка А—600	150	16	62
1—2/VI	40 „	„	170	37	84
2—3/VI	„	„	151	17	59
7—8/VI	„	„	1	48	95

φ_1, φ_2, φ_3 — углы между направлением пропускания поляроида и плоскостью часового круга звезды.

Спектрограммы измерялись на модифицированном микрофотометре МФ-4, у которого регистрация спектра осуществляется с помощью ФЭУ-13 и электронного потенциометра ЭПП-09.

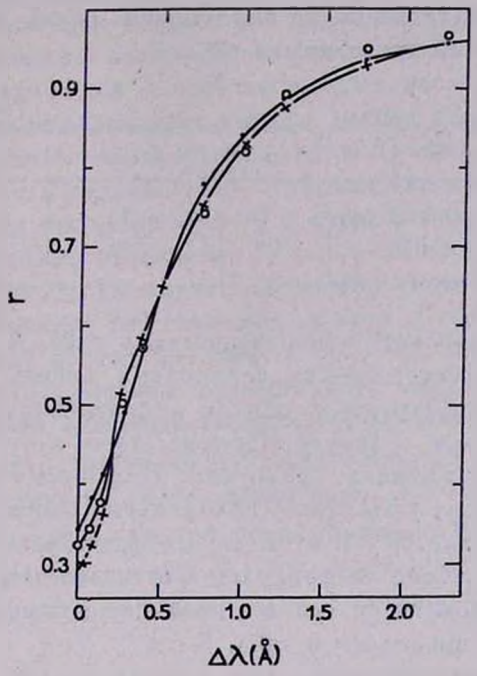

Рис. 1. Контуры линии Hβ по наблюдениям 2—3/VI—1969 г. —●—для положения поляроида с $\varphi_1=151°$, —×—для положения поляроида с $\varphi_2=17°$, —○—для положения поляроида с $\varphi_3=59°$.

Сравнение контуров линии H_β для трех положений поляроида показало, что наибольшее различие между ними наблюдается в центральных частях линии (рис. 1). Поэтому для определения степени поляризации были использованы значения центральных остаточных интенсивностей. Решалась система трех уравнений:

$$I_1 = \frac{I}{2} + \frac{I_p}{2}\cos 2(\varphi_1 - \varphi_0),$$

$$I_2 = \frac{I}{2} + \frac{I_p}{2}\cos 2(\varphi_2 - \varphi_0), \qquad (1)$$

$$I_3 = \frac{I}{2} + \frac{I_p}{2}\cos 2(\varphi_3 - \varphi_0).$$

относительно неизвестных I_p, I и φ_0. Здесь I_1, I_2, I_3 наблюдаемые значения интенсивностей, φ_1, φ_2, φ_3—положение плоскости пропускания поляроида, I—полная интенсивность света, I_p—интенсивность поляризованного света, φ_0—положение плоскости преимущественных колебаний в линии. Степень поляризации по определению равна $p = I_p/I\ 100\%$. Результаты вычислений приведены в табл. 2.

Таблица 2

Дата	31—1/VI	1—2/VI	2—3/VI	7—8/VI
p (%)	7	13	16	4
φ_0^0	148	120	104	129

Чтобы проконтролировать эти результаты и оценить возможный поляризационный эффект в других водородных линиях, были получены спектрограммы этой звезды на другом дифракционном спектрографе с дисперсией 300 А/*мм* в фокусе Ньютона того же телескопа АЗТ-3 также при трех положениях поляроида. В фокусе Ньютона поле не вращается, и поэтому углы между положениями плоскости пропускания поляроида составляли 60°. В этом случае вычисление параметров поляризации было сделано по формулам Фесенкова. Найденная степень поляризации и положение плоскости преимущественных колебаний для водородных линий приведены в табл. 3.

Таблица 3

	H_α	H_β	H_γ	H_δ	H_ε
p (%)	10	16	7	10	5
φ_0^0	121	134	166	115	168

Точность этих результатов невелика, так как они получены на основании всего лишь одной серии спектрограмм. Однако они дают основание заключить, что и у других водородных линий наблюдается поляризационный эффект того же порядка, как и у H_β. Усредняя полученные результаты по всем наблюдениям для H_β, получим

$$p = 11 \pm 5\%, \qquad \varphi_0 = 127^\circ \pm 14.$$

Принимая во внимание сказанное выше о неопределенности положения поляроида, такие результаты можно считать хорошо согласующимися между собой. Таким образом, заключение, сделанное Кларком и Грейн-

джером [10] о том, что степень поляризации в линии H_β достигает 5%, а $\varphi_0 \neq \pi/4$ подтверждается нашими наблюдениями.

Такая большая степень поляризации не может быть объяснена на основе механизма, предложенного Эманом [8]. Рассмотрим другую возможность интерпретации полученных наблюдений. Звезда γUMa является одной из быстро вращающихся звезд: $V \sin i = 165$ *км/сек* [11]. Целый ряд теоретических и наблюдательных исследований говорит о том, что быстро вращающиеся звезды ранних спектральных классов обладают наибольшими магнитными полями. Поскольку эта звезда не относится к числу звезд класса A с узкими линиями, то велика вероятность того, что мы наблюдаем ее с очень небольшим наклоном оси вращения к картинной плоскости, т. е. „с экватора". Если считать магнитное поле звезды имеющим дипольный характер с осью, близкой к оси вращения звезды, то, очевидно, в этом случае должен наблюдаться поперечный эффект Зеемана.

Известно, что в сильном магнитном поле линия расщепляется на 3 компоненты, причем смещение σ-компонент относительно несмещенной π-компоненты, дается выражением $\Delta\lambda_0(\text{A}) = 4.67 \cdot 10^{-13} \lambda^2 H$, где H-напряженность поля в гауссах. Наблюдения дают [1] величину продольной составляющей магнитных полей звезд порядка $10^3 - 10^4$ *гаусс* (наибольшее из известных полей $-3.4 \cdot 10^4$ *гаусс*). Для полей с такой напряженностью в видимой области спектра величина расщепления будет:

$$0.01-0.02 \text{ Å для } H \sim 10^3 \text{ гаусс и } 0.2-0.3 \text{ Å для } 2 \cdot 10^4 \text{ гаусс.}$$

Приведенные величины показывают, что для звезд с сильным полем разрешение обычных звездных спектрографов оказывается сравнимым с масштабом расщепления. На рис. 2 показаны профили π и σ компонент для случая сильного поля линии H_β при разрешении спектрографа 0.3Å без учета других факторов, влияющих на уширение контура линии. Полные интенсивности их таковы, что $I_{\sigma_1 + \sigma_2} = I_\pi$. В случае, когда поляроид пропускает только σ-компоненты, глубина линии меньше, чем когда пропускается только π-компонента. Качественные графические соображения показывают, что при указанном расщеплении степень поляризации в центре линии будет порядка нескольких процентов.

Конечно, для количественной оценки степени поляризации в линии поглощения в магнитном поле необходимо знать точные контуры π и σ компонент, рассчитанные с учетом всех остальных параметров звездной атмосферы. Но, по-видимому, из всех рассмотренных механизмов только

эффект Зеемана может дать степень поляризации такого порядка, какая наблюдалась у γUMa.

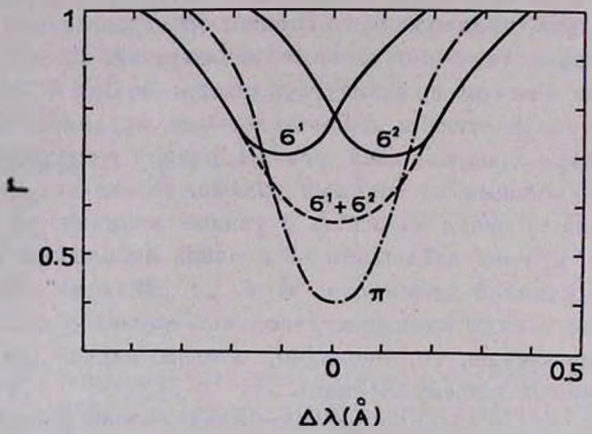

Рис. 2. Контур линии Hβ в сильном магнитном поле: —·—· контур π-компоненты, ——— контуры σ_1 и σ_2 компонент, — — — контур $\sigma_1+\sigma_2$ в отсутствие π-компоненты.

В заключение автор благодарит профессора В. А. Домбровского за руководство работой.

Ленинградский государственный
университет

THE POLARISATION OF RADIATION OF H_β IN THE SPECTRUM OF γ UMa

T. E. DERVIS

The polarisation of H_β absorption line of γUMa with $p = 11 \pm 5\,\%$ has been observed. The possible interpretation of these observations is the transverse Zeeman effect.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. В. Бэбкок*, в сб. „Методы астрономии", М., 1967, стр. 100.
2. The Magnetic and Related Stars, Proc., AAS-NASA Symposiun, 1967.
3. *Y. Ohman*, M. N., 89, 479, 1929.
4. *Y. Ohman*, Nature, 134, 534, 1934.
5. *O. Struve*, Ap. J., 108. 155, 1948.
6. *T. Tamburini*, G. Thilessen, Contr. Osserv. Astron. Milano-Merate, № 172, 1961.
7. *В. В. Соболев*, Уч. записки ЛГУ, №116, 3, 1949.
8. *S. Chandrasekhar*, Ap. J., 103, 351, 1946.
9. *Y. Ohman*, Ap. J., 106, 460, 1946.
10. *D. Clark, I. F. Grainger*, Ann. Astrophys., 29, 355, 1966.
11. *A. Slettebak*, Ap. J., 119, 120. 1954.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

СРЕДНЯЯ ДЛИНА ПУТИ ФОТОНА В РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ

В. В. ИВАНОВ

Поступила 3 апреля 1970

В рамках стандартной модели теории переноса резонансного излучения (двухуровенный атом, полное перераспределение по частотам, независимость от координат вероятности выживания фотона при рассеянии λ и отношения β коэффициента поглощения в непрерывном спектре к коэффициенту поглощения в центре линии) формулируется задача о нахождении средней длины пути фотона $\overline{T}$ в плоском слое оптической толщины τ_0. Величина $\overline{T}$ выражена через функцию источников $S(\tau)$, а также через интенсивности выходящего излучения. Выведено интегральное уравнение, решение которого позволяет находить $\overline{T}$ при любом распределении источников без знания $S(\tau)$ и интенсивностей выходящего излучения. В двух частных случаях (источники, сосредоточенные на границе, и равномерно распределенные источники) $\overline{T}$ выражено через обобщенные X- и Y-функции и приведены асимптотики $\overline{T}$ при больших τ_0 и $1-\lambda=\beta=0$.

1. *Введение.* Перенос излучения в рассеивающей среде можно рассматривать как процесс случайных блужданий фотона. Если среда чисто рассеивающая, то траектория фотона представляет собой ломаную, начинающуюся в точке его рождения и оканчивающуюся на границе среды. Представляет большой интерес определение среднего числа рассеяний фотона $\overline{N}$, то есть математического ожидания числа „изломов“ траектории в среде данной геометрии с заданным распределением источников. Эта задача подробно изучена. Рассматривалось как монохроматическое рассеяние, то есть рассеяние без изменения частоты [1—3], так и рассеяние в линиях с перераспределением по частотам—полным [4—9] и „истинным“ [10—12].

Если среда не является чисто рассеивающей, траектории обрываются не только на границе, но и во внутренних точках. Предположим сначала, что гибель фотонов происходит только при рассеяниях,

то есть траектории оканчиваются или на границе, или в точках излома. Пусть λ — альбедо однократного рассеяния ($0 \leqslant \lambda \leqslant 1$). Зная $\overline{N}$, можно оценить относительную роль выхода излучения через границу и поглощения внутри среды в общем энергетическом балансе. В частности, если $(1-\lambda)\overline{N} \ll 1$, то мала роль диссипации энергии, если же $1-(1-\lambda)\overline{N} \ll 1$, то незначительна роль оттока энергии через границы. Важностью подобных энергетических оценок и объясняется в первую очередь большое внимание, уделявшееся определению среднего числа рассеяний фотона в различных частных случаях.

Примем теперь, что фотоны гибнут также в полете, так что траектории обрываются не только в точках излома, но и на прямолинейных участках. Знание $\overline{N}$ не позволяет в этом случае оценить роль гибели излучения внутри среды по сравнению с его выходом через границу, так как диссипация энергии определяется теперь не только средним числом изломов траектории, но и ее длиной. Пусть β — вероятность гибели фотона на единицу пути, $\overline{T}$ — средняя длина траектории. Очевидно, что почти вся вырабатываемая в среде энергия будет выходить наружу, только если $(1-\lambda)\overline{N} \ll 1$ и $\beta\overline{T} \ll 1$. Напротив, если $1-(1-\lambda)\overline{N} \ll 1$ или $1-\beta\overline{T} \ll 1$, то доля выходящей энергии мала. Определение $\overline{T}$ является, таким образом, столь же важной задачей, как и нахождение $\overline{N}$. Для монохроматического рассеяния В. Ирвин [13, 14] и др. исследовали распределение траекторий фотонов по длинам, что позволяет найти и $\overline{T}$. Вопрос же о нахождении среднего пути, проходимого в среде фотоном резонансной линии, рассеивающимся с полным перераспределением по частотам, совершенно не исследован. Ему и посвящена настоящая статья.

Как только что упоминалось, если известно распределение траекторий по длинам, то среднюю длину пути $\overline{T}$ найти легко. Однако получение такого распределения является значительно более сложной задачей, чем определение $\overline{T}$. Она эквивалентна решению нестационарного уравнения переноса. Величину же $\overline{T}$ можно найти из стационарного уравнения переноса. В самом деле, отношение полной энергии, сосредоточенной в среде в форме излучения, к энергии, поставляемой источниками за единицу времени, есть, очевидно, среднее время, проводимое фотоном в полете. Умножив его на скорость света c, получим $\overline{T}$. Именно так и находится $\overline{T}$ в этой работе.

В дальнейшем для простоты принимается, что среда представляет собой плоский слой. Однако все качественные выводы остаются в силе для среды произвольной формы. Применяется система обозначений, принятая в книге автора [8].

2. *Уравнение переноса.* Примем стандартную модель теории переноса в частотах линий — двухуровенный атом, полное перераспределение по частотам при рассеянии, независимость от координат вероятности выживания фотона при рассеянии λ и отношения β коэффициента поглощения в непрерывном спектре к коэффициенту поглощения в центре линии. Тогда при наличии плоской симметрии расчет стационарного поля излучения в слое оптической толщины τ_0 сводится к решению уравнения переноса

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu, x)}{d\tau} = (a(x) + \beta) I(\tau, \mu, x) - \\ - \frac{\lambda}{2} A a(x) \int_{-\infty}^{\infty} a(x')\, dx' \int_{-1}^{1} I(\tau, \mu', x')\, d\mu' - a(x) S^*(\tau) \tag{1}$$

при граничном условии

$$I(0, \mu, x) = 0, \qquad \mu < 0, \\ I(\tau_0, \mu, x) = 0, \qquad \mu > 0. \tag{2}$$

Здесь τ — оптическая глубина в центральной частоте линии, $\mu = \cos\vartheta$, где ϑ — угол между направлением распространения излучения и внешней нормалью к границе $\tau = 0$, x — безразмерная частота, измеряемая от центра линии ($x = 0$) в некоторых подходящих единицах, например, в допплеровских ширинах, $I(\tau, \mu, x)$ — интенсивность излучения, $a(x)$ — профиль коэффициента поглощения в линии, нормированный так, что $a(0) = 1$ и

$$A \int_{-\infty}^{\infty} a(x')\, dx' = 1, \tag{3}$$

$S^*(\tau)$ — заданная функция, описывающая распределение в среде первичных источников излучения в линии.

Обозначим среднюю интенсивность излучения частоты x через $J(\tau, x)$:

$$J(\tau, x) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} I(\tau, \mu', x)\, d\mu', \tag{4}$$

интегральную среднюю интенсивность излучения в линии — через $J(\tau)$:

$$J(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} J(\tau, x')\, dx', \tag{5}$$

наконец, средне-взвешенную по профилю коэффициента поглощения интенсивность — через $\overline{J}(\tau)$:

$$\overline{J}(\tau) = A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x') J(\tau, x')\, dx'. \tag{6}$$

Пусть, далее, $S(\tau)$ — функция источников в линии, то есть

$$S(\tau) = \lambda \overline{J}(\tau) + S^*(\tau). \tag{7}$$

Тогда уравнение переноса (1) можно переписать в виде

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu, x)}{d\tau} = (\alpha(x) + \beta) I(\tau, \mu, x) - \alpha(x) S(\tau). \tag{8}$$

Формальное решение (8) при граничных условиях (2) имеет вид

$$I(\tau, \mu, x) = \int_{\tau}^{\tau_0} S(\tau') e^{-\frac{\alpha(x)+\beta}{\mu}(\tau'-\tau)} \alpha(x) \frac{d\tau'}{\mu}, \qquad \mu > 0, \tag{9}$$

$$I(\tau, \mu, x) = -\int_{0}^{\tau} S(\tau') e^{\frac{\alpha(x)+\beta}{\mu}(\tau'-\tau)} \alpha(x) \frac{d\tau'}{\mu}, \qquad \mu < 0. \tag{10}$$

Подставляя (9) и (10) в (5) и (6), получаем

$$J(\tau) = \frac{1}{2A} \int_{0}^{\tau_0} K_0(|\tau - \tau'|, \beta) S(\tau')\, d\tau', \tag{11}$$

$$\overline{J}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{0}^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|, \beta) S(\tau')\, d\tau', \tag{12}$$

где

$$K_0(\tau, \beta) = A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) E_1((\alpha(x) + \beta)\tau)\, dx, \tag{13}$$

$$K(\tau, \beta) = A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2(x) E_1((\alpha(x) + \beta)\tau)\, dx, \tag{14}$$

$$E_1(t) = \int_0^1 e^{-\frac{t}{\mu}} \frac{d\mu}{\mu}. \tag{15}$$

Комбинируя (12) и (7), приходим к основному интегральному уравнению для функции источников в линии $S(\tau)$:

$$S(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|, \beta)\, S(\tau')\, d\tau' + S^*(\tau), \tag{16}$$

ядерная функция которого согласно (14) и (3) нормирована так, что

$$\int_0^\infty K(\tau, \beta)\, d\tau = 1 - \beta\, \delta(\beta), \tag{17}$$

где

$$\delta(\beta) = A \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha(x)}{\alpha(x) + \beta}\, dx. \tag{18}$$

Кроме того, как следует из (13),

$$\int_0^\infty K_0(\tau, \beta)\, d\tau = \delta(\beta). \tag{19}$$

Функции K_0 и K и уравнение (16) подробно изучены (см., в частности, [8], гл. VII и VIII).

3. *Преобразование уравнения переноса.* Переписав уравнение переноса (8) в виде

$$\frac{\mu}{\alpha(x)} \frac{dI(\tau, \mu, x)}{d\tau} = \frac{\alpha(x) + \beta}{\mu} \frac{\mu}{\alpha(x)} I(\tau, \mu, x) - S(\tau), \tag{20}$$

убеждаемся, что функция $\frac{\mu}{\alpha(x)} I(\tau, \mu, x)$ зависит лишь от двух переменных, именно, τ и

$$z = \frac{\mu}{\alpha(x) + \beta}. \tag{21}$$

Положим по определению

$$zI(\tau, z) = \frac{\mu}{a(x)} I(\tau, \mu, x). \tag{22}$$

С учетом (21) и (22) уравнение переноса (20) записывается в форме

$$z\frac{dI(\tau, z)}{d\tau} = I(\tau, z) - S(\tau), \tag{23}$$

а граничные условия (2) принимают вид

$$\begin{aligned} I(0, z) &= 0, \qquad z < 0, \\ I(\tau_0, z) &= 0, \qquad z > 0. \end{aligned} \tag{24}$$

Вместо (9) и (10) получаем

$$I(\tau, z) = \int_{\tau}^{\tau_0} S(\tau') e^{-\frac{\tau' - \tau}{z}} \frac{d\tau'}{z}, \qquad z > 0, \tag{25}$$

$$I(\tau, z) = -\int_{0}^{\tau} S(\tau') e^{-\frac{\tau' - \tau}{z}} \frac{d\tau'}{z}, \qquad z < 0. \tag{26}$$

Отметим, что при $\beta = 0$

$$z = \frac{\mu}{a(x)}, \qquad \beta = 0, \tag{27}$$

и (22) дает

$$I(\tau, z) = I(\tau, \mu, x), \qquad \beta = 0, \tag{28}$$

так что в этом частном случае величина $I(\tau, z)$ совпадает с интенсивностью излучения. При $\beta \neq 0$ такого совпадения нет, так что, *вообще говоря*, $I(\tau, z)$ *не есть интенсивность излучения*. Заметим, что в книге [8] величина $I(\tau, z)$ вводилась только для частного случая $\beta = 0$. При $\beta \neq 0$ величина, обозначаемая здесь z (формула (21)), обозначалась в [8] через $\bar{z}$.

Выразим теперь через $I(\tau, z)$ среднюю интенсивность $J(\tau)$ и средне-взвешенную интенсивность $\overline{J}(\tau)$. Из (5) и (22) получаем

$$J(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} a(x')\, dx' \int_{-\frac{1}{a(x')+\beta}}^{\frac{1}{a(x')+\beta}} I(\tau, z')\, dz'. \tag{29}$$

Предположим, что $\alpha(x)$ — четная непрерывная строго убывающая при $x > 0$ функция, не обращающаяся в нуль при конечных x. Обозначим через $x(z)$ такую неотрицательную функцию, что

$$\begin{aligned} x(z) &= 0, \qquad 0 \leqslant z \leqslant 1, \\ \alpha(x(z)) &= \frac{1}{z}, \qquad z > 1. \end{aligned} \tag{30}$$

Положим, далее,

$$G_m(z) = 2A \int_{x(z)}^{\infty} \alpha^{m+1}(t)\, dt, \qquad m = 0, 1, \ldots; \qquad z \geqslant 0. \tag{31}$$

Индекс 1 у $G_1(z)$ будем опускать, так что

$$G(z) \equiv G_1(z). \tag{32}$$

Тогда, меняя в (29) порядок интегрирования, можно показать, что

$$J(\tau) = \frac{1}{2A} \int_{-1/\beta}^{1/\beta} I(\tau, z')\, G_0(\zeta')\, dz'. \tag{33}$$

Здесь и всюду в дальнейшем

$$\zeta' = \frac{|z'|}{1 - \beta |z'|}. \tag{34}$$

Из (6) и (22) аналогичным образом можно получить

$$\bar{J}(\tau) = \int_{-1/\beta}^{1/\beta} I(\tau, z')\, G(\zeta')\, dz'.$$

Комбинируя это выражение с (23) и (7), вместо (1) находим окончательно следующее преобразованное интегро-дифференциальное уравнение переноса:

$$z \frac{dI(\tau, z)}{d\tau} = I(\tau, z) - \frac{\lambda}{2} \int_{-1/\beta}^{1/\beta} I(\tau, z')\, G(\zeta')\, dz' - S^*(\tau)$$

с граничными условиями (24).

Обозначим через $\pi F(0)$ и $\pi F(\tau_0)$ интегральные потоки излучения через границы:

$$F(0)=2\int\limits_{-\infty}^{\infty}dx'\int\limits_{0}^{1}I(0,\,\mu',\,x')\,\mu'd\mu',$$
$$F(\tau_0)=2\int\limits_{-\infty}^{\infty}dx'\int\limits_{0}^{1}I(0,\,-\mu',\,x')\,\mu'd\mu'. \tag{35}$$

Поступая таким же образом, как при выводе (33), можно показать, что

$$F(0)=\frac{2}{A}\int\limits_{0}^{1/\beta}I(0,\,z')\,[G(\zeta')+\beta G_0(\zeta')]\,z'dz',$$
$$F(\tau_0)=\frac{2}{A}\int\limits_{0}^{1/\beta}I(\tau_0,\,-z')\,[G(\zeta')+\beta G_0(\zeta')]\,z'dz'. \tag{36}$$

Эти выражения понадобятся нам ниже.

Функции K_0 и K, определенные формулами (13) и (14), представимы в виде (см., например, [8], § 7.1)

$$K_0(\tau,\,\beta)=\int\limits_{0}^{1/\beta}e^{-\frac{\tau}{z'}}G_0(\zeta')\,\frac{dz'}{z'}, \tag{37}$$

$$K(\tau,\,\beta)=\int\limits_{0}^{1/\beta}e^{-\frac{\tau}{z'}}G(\zeta')\,\frac{dz'}{z'}. \tag{38}$$

Согласно (19) и (37),

$$\int\limits_{0}^{1/\beta}G_0(\zeta')\,dz'=\delta(\beta), \tag{39}$$

тогда как (17) и (38) дают

$$\int\limits_{0}^{1/\beta}G(\zeta')\,dz'=1-\beta\delta(\beta). \tag{40}$$

4. *Бесконечная среда.* Найдем в первую очередь среднюю длину пути фотона в бесконечной однородной среде. Очевидно, что она определяется оптическими свойствами среды, то есть видом $\alpha(x)$ и значениями λ и β, и не зависит от распределения источников.

При плоской симметрии в распределении первичных источников интегральное уравнение для функции источников в линии для бесконечной среды имеет вид (ср. с (16))

$$S(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} K(|\tau - \tau'|, \beta)\, S(\tau')\, d\tau' + S^*(\tau), \tag{41}$$

а для средней интегральной интенсивности вместо (11) имеем

$$J(\tau) = \frac{1}{2A} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(|\tau - \tau'|, \beta)\, S(\tau')\, d\tau'. \tag{42}$$

Полная энергия излучения, содержащаяся в столбе единичного сечения, есть, очевидно,

$$\frac{4\pi}{c} \int_{-\infty}^{\infty} J(\tau)\, d\tau,$$

тогда как полная энергия в линии, излучаемая источниками в том же столбе за 1 *сек* в интервале частот $(x, x + dx)$, равна

$$4\pi\, a(x)\, dx \int_{-\infty}^{\infty} S^*(\tau)\, d\tau,$$

и, значит, во всей линии излучается

$$\frac{4\pi}{A} \int_{-\infty}^{\infty} S^*(\tau)\, d\tau.$$

В соответствии со сказанным в конце Введения, для средней длины пути фотона $\overline{T}$ имеем

$$\overline{T} = \frac{A \int_{-\infty}^{\infty} J(\tau)\, d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} S^*(\tau)\, d\tau}. \tag{43}$$

Из (41)—(43) находим, учитывая (17) и (19),

$$\overline{T} = \frac{\delta(\beta)}{1 - \lambda + \lambda\beta\delta(\beta)}. \tag{44}$$

Рассмотрим подробнее, что дает эта формула. При $\lambda = 1$ гибели фотонов при рассеяниях нет, и $\overline{T} = 1/\beta$, как это и должно быть по смыслу величины β. В противоположном предельном случае $\lambda = 0$ имеем из (44) $\overline{T} = \delta(\beta)$. Следовательно, $\delta(\beta)$ есть средний оптический путь, проходимый фотоном в бесконечной среде в расчете на одно рассеяние. Функция $\delta(\beta)$ встречается в большинстве задач о переносе линейчатого излучения в средах с поглощением в непрерывном спектре. Для допплеровского, фойгтовского и лоренцовского профилей имеются подробные таблицы $\delta(\beta)$, исследовано поведение $\delta(\beta)$ при малых β [15]; [8], § 7.3. Поэтому эту функцию можно считать известной. Физический смысл $\delta(\beta)$ до сих пор, по-видимому, не отмечался.

Очевидно, что полный средний путь фотона в среде $\overline{T}$ равен произведению пути в расчете на одно рассеяние $\delta(\beta)$ на среднее число рассеяний $\overline{N}$:

$$\overline{T} = \delta(\beta)\,\overline{N}. \tag{45}$$

Сравнение с (44) дает

$$\overline{N} = \frac{1}{1 - \lambda + \lambda\beta\delta(\beta)}.$$

В справедливости последней формулы можно убедиться и иначе, воспользовавшись тем, что $\overline{N}$ есть отношение полной энергии, излучаемой в столбе единичного сечения, к энергии, поставляемой источниками в этом столбе:

$$\overline{N} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S(\tau)\,d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} S^*(\tau)\,d\tau}. \tag{46}$$

Находя стоящий в числителе интеграл с помощью уравнения (41), снова приходим к приведенному только что выражению для $\overline{N}$.

Заметим, что если из (44) и (45) исключить $\delta(\beta)$, то мы придем к соотношению

$$(1 - \lambda)\,\overline{N} + \lambda\beta\,\overline{T} = 1, \tag{47}$$

выражающему тот очевидный факт, что в бесконечной среде сумма вероятностей гибели фотона при рассеяниях и в полете равна единице.

5. *Плоский слой. Основные формулы.* Средняя длина пути фотона в плоском слое оптической толщины τ_0 $(0 < \tau_0 \leqslant \infty)$ определяется уже не только оптическими характеристиками среды, но и распреде-

лением источников в ней. Поскольку абсолютная мощность источников роли не играет, всюду в дальнейшем, не ограничивая общности, будем считать, что

$$\int_0^{\tau_0} S^*(\tau)\, d\tau = 1. \tag{48}$$

В таком случае средний путь фотона в среде равен (см. конец Введения; ср. также с формулой (43))

$$\overline{T} = A \int_0^{\tau_0} J(\tau)\, d\tau, \tag{49}$$

или, при учете (11),

$$\overline{T} = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_0} d\tau \int_0^{\tau_0} K_0(|\tau - \tau'|,\ \beta)\, S(\tau')\, d\tau'. \tag{50}$$

Наряду с $\overline{T}$ нам понадобится в дальнейшем также среднее число рассеяний фотона в среде $\overline{N}$, равное, как известно (см., например, [8], § 6.8 и 8.9; ср. также с (46))

$$\overline{N} = \int_0^{\tau_0} S(\tau)\, d\tau, \tag{51}$$

или, если воспользоваться (16) и (48),

$$\overline{N} = 1 + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} d\tau \int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|,\ \beta)\, S(\tau')\, d\tau'. \tag{52}$$

Таким образом, если функция источников $S(\tau)$ известна, то есть если решено уравнение (16), то нахождение $\overline{T}$ и $\overline{N}$ сводится к квадратурам.

Оказывается, что $\overline{T}$ и $\overline{N}$ сравнительно просто выражаются также через интенсивности выходящего излучения, или, что есть по существу то же самое, через величины $I(0, z)$ и $I(\tau_0, z)$. При $\beta \neq 0$ с помощью (37) и (39) легко получить

$$\int_0^{\tau_0} K_0(|\tau - \tau'|, \beta)\, d\tau = 2\delta(\beta) - \int_0^{1/\beta} e^{-\frac{\tau'}{z'}} G_0(\zeta')\, dz' - \int_0^{1/\beta} e^{-\frac{\tau_0 - \tau'}{z'}} G_0(\zeta')\, dz'.$$

Учитывая (25), (26) и (51), вместо (50) при $\beta \neq 0$ имеем поэтому

$$\overline{T} = \delta(\beta)\,\overline{N} - \frac{1}{2}\int_0^{1/\beta} [I(0, z') + I(\tau_0, -z')]\, z'\, G_0(\zeta')\, dz'. \qquad (53)$$

Если эту формулу переписать в форме

$$\overline{T} = \frac{1}{2}\int_0^{1/\beta} [2\overline{N} - (I(0, z') + I(\tau_0, -z'))\, z']\, G_0(\zeta')\, dz', \qquad (54)$$

то, как нетрудно убедиться, она будет верна и при $\beta = 0$. Из (52) аналогичным образом находим, что

$$(1 - \lambda + \lambda\beta\delta(\beta))\,\overline{N} = 1 - \frac{\lambda}{2}\int_0^{1/\beta} [I(0, z') + I(\tau_0, -z')]\, z' G(\zeta')\, dz'. \qquad (55)$$

Преимущество выражений (53)—(55) перед (50)—(52) состоит в том, что они позволяют находить $\overline{T}$ и $\overline{N}$ без предварительного определения функции источников. Величины же $I(0, z)$ и $I(\tau_0, z)$, входящие в эти формулы, во многих важных частных случаях можно выразить через обобщенные X- и Y-функции или H-функции, которые можно считать известными. Примеры будут приведены ниже.

Из (53), (55) и (36) следует соотношение

$$(1 - \lambda)\,\overline{N} + \lambda\beta\,\overline{T} + \lambda\frac{A}{4\pi}\,[\pi F(0) + \pi F(\tau_0)] = 1, \qquad (56)$$

которое легко получить и непосредственно из уравнения переноса (1), если проинтегрировать его по всем μ, x и τ. Физический смысл соотношения (56) состоит в утверждении, что фотон либо гибнет при рассеянии (вероятность этого равна $(1 - \lambda)\,\overline{N}$), либо поглощается в полете (с вероятностью $\lambda\beta\overline{T}$), либо, наконец, выходит из среды (вероятность этого дается третьим слагаемым в левой части (56)).

Покажем теперь, что для определения $\overline{T}$ в среде с заданными оптическими свойствами и *произвольным* распределением источников $S^*(\tau)$ достаточно решить *одно* интегральное уравнение (16) с источниковым членом специального вида. Обозначим через $\overline{T}(\tau_1)$ среднюю длину пути фотона в слое некоторой толщины с плоским изотропным источником на глубине τ_1. Соответствующая функция S^* есть $S^*(\tau) = \delta^*(\tau - \tau_1)$, где δ^* — дельта-функция Дирака, а функция источников $S(\tau)$ равна

$$S(\tau) = \delta^*(\tau - \tau_1) + \Gamma(\tau, \tau_1), \qquad (57)$$

где Γ — резольвента (16), то есть решение уравнения

$$\Gamma(\tau, \tau_1) = \frac{\lambda}{2}\int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|, \beta)\,\Gamma(\tau', \tau_1)\,d\tau' + \frac{\lambda}{2}K(|\tau - \tau_1|, \beta). \quad (58)$$

Очевидно, что средняя длина пути фотона в слое с произвольным распределением источников, нормированным согласно (48), следующим образом выражается через $\overline{T}(\tau)$:

$$\overline{T} = \int_0^{\tau_0} \overline{T}(\tau)\,S^*(\tau)\,d\tau. \quad (59)$$

Задача состоит, таким образом, в определении функции $\overline{T}(\tau)$. На основании (50) и (57) имеем

$$\overline{T}(\tau_1) = \frac{4\pi}{\lambda}\frac{1}{2}\int_0^{1/\beta} [2P(\tau_1, \infty) - P(\tau_1, z') - P(\tau_0 - \tau_1, z')]\,G_0(\tau')\,dz', \quad (60)$$

где $P(\tau, z)$ — решение уравнения

$$P(\tau, z) = \frac{\lambda}{2}\int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|, \beta)\,P(\tau', z)\,d\tau' + \frac{\lambda}{4\pi}e^{-\frac{\tau}{z}}. \quad (61)$$

При получении (60) мы воспользовались также тем, что, согласно определению резольвенты Γ,

$$\frac{4\pi}{\lambda}P(\tau, z) = e^{-\frac{\tau}{z}} + \int_0^{\tau_0} e^{-\frac{\tau'}{z}}\,\Gamma(\tau, \tau')\,d\tau'. \quad (62)$$

Из (60) и (61) следует, что $\overline{T}(\tau)$ есть решение интегрального уравнения

$$\overline{T}(\tau) = \frac{\lambda}{2}\int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|, \beta)\,\overline{T}(\tau')\,d\tau' + \overline{T}^*(\tau), \quad (63)$$

в котором

$$\overline{T}^*(\tau) = \frac{1}{2}\int_0^{\tau} K_0(\tau', \beta)\,d\tau' + \frac{1}{2}\int_0^{\tau_0 - \tau} K_0(\tau', \beta)\,d\tau'. \quad (64)$$

Если это уравнение решено, то при произвольном распределении источников $S^*(\tau)$ средняя длина пути фотона находится по (59). Таким образом, для получения $\overline{T}$ при заданном $S^*(\tau)$ нет нужды каж-

дый раз решать уравнение (16) и затем вычислять $\overline{T}$ по (50). Достаточно решить одно уравнение такого вида, именно, уравнение (63). Весьма важно также то, что с помощью уравнения (63) легко получить хорошие оценки $\overline{T}$, если считать известным среднее число рассеяний фотона $\overline{N}$. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Обозначим через $\overline{N}(\tau)$ среднее число рассеяний фотона, начинающего свой путь в среде на глубине τ (соответствующая средняя длина пути есть $\overline{T}(\tau)$). Как известно (см., например, [8], § 8.9), $\overline{N}(\tau)$ есть решение уравнения

$$\overline{N}(\tau) = \frac{\lambda}{2}\int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|, \beta)\,\overline{N}(\tau')\,d\tau' + 1. \tag{65}$$

При произвольном распределении источников $S^*(\tau)$ с нормировкой (48) среднее число рассеяний равно (ср. с (59))

$$\overline{N} = \int_0^{\tau_0} \overline{N}(\tau)\,S^*(\tau)\,d\tau. \tag{66}$$

Сравним уравнения (63) и (65). Согласно (64), величина $\overline{T}^*(\tau)$ изменяется не более чем в два раза:

$$\frac{1}{2}\int_0^{\tau_0} K_0(\tau, \beta)\,d\tau \leqslant \overline{T}^*(\tau) \leqslant \int_0^{\tau_0} K_0(\tau, \beta)\,d\tau, \tag{67}$$

причем правое равенство может достигаться только при $\tau_0 = \infty$. Поэтому

$$\overline{T}(\tau) = \overline{N}(\tau)\,t(\tau)\int_0^{\tau_0} K_0(\tau', \beta)\,d\tau', \tag{68}$$

где

$$\frac{1}{2} < t(\tau) < 1. \tag{69}$$

Из (59), (66) и (68) находим, что при произвольном распределении источников в среде

$$\overline{T} = \overline{N}\,\overline{t}\int_0^{\tau_0} K_0(\tau', \beta)\,d\tau', \tag{70}$$

где

$$\bar{t} = \frac{\int_0^{\tau_0} t(\tau)\,\bar{N}(\tau)\,S^*(\tau)\,d\tau}{\int_0^{\tau_0} \bar{N}(\tau)\,S^*(\tau)\,d\tau}, \tag{71}$$

причем

$$\frac{1}{2} < \bar{t} < 1. \tag{72}$$

Заметим, что множитель при $\bar{N}$ в правой части (70) есть средний путь, проходимый фотоном в плоском слое между двумя рассеяниями.

Как правило, интерес представляет не точное значение $\bar{T}$, а его порядковая оценка. Ее часто можно получить из (70). Как уже отмечалось, функция $K_0(\tau, \beta)$ хорошо изучена и может считаться известной (см., в частности, [8], § 7.1, и [16]). Поэтому формула (70) сводит оценку $\bar{T}$ к оценке $\bar{N}$.

В заключение этого раздела упомянем о том, что функция

$$S(\tau) = (1-\lambda)\,\bar{N}(\tau) + \lambda\beta\bar{T}(\tau)$$

есть решение уравнения (16) с источниковым членом $S^*(\tau)$ вида

$$1 - \lambda + \beta\frac{\lambda}{2}\int_0^{\tau_0} K_0(|\tau - \tau'|, \beta)\,d\tau'.$$

С точностью до постоянного множителя она совпадает с функцией источников в подробно исследованной задаче о свечении однородного слоя газа [15], [8], § 7.6 и 8.8.

6. *Частные случаи.* При некоторых видах зависимости мощности источников от глубины среднюю длину пути фотона удается выразить через стандартные специальные функции теории переноса. Это позволяет, в частности, исследовать зависимость $\bar{T}$ от параметров λ и β, изучить асимптотическое поведение $\bar{T}$ при больших τ_0 и т. д. В настоящем разделе такой анализ дается для двух случаев: когда источники сосредоточены на границе среды и когда они распределены в ней равномерно.

Пусть источники лежат на границе $\tau = 0$. Для функции источников находим из (57) и (58), полагая $\tau_1 = 0$,

$$S(\tau) = \delta^*(\tau) + \Gamma(\tau, 0) \equiv \delta^*(\tau) + \Phi(\tau), \tag{73}$$

где $\Phi(\tau)$ — решение уравнения

$$\Phi(\tau) = \frac{\lambda}{2}\int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|, \beta)\,\Phi(\tau')\,d\tau' + \frac{\lambda}{2}K(\tau, \beta), \tag{74}$$

а (25) и (26) в комбинации с (73) дают ($z \geqslant 0$)

$$zJ(0, z) = 1 + \int_0^{\tau_0} \Phi(\tau')\, e^{-\frac{\tau'}{z}}\, d\tau' \equiv X(z), \tag{75}$$

$$zJ(\tau_0, -z) = e^{-\frac{\tau_0}{z}} + \int_0^{\tau_0} \Phi(\tau')\, e^{-\frac{\tau_0 - \tau'}{z}}\, d\tau' \equiv Y(z). \tag{76}$$

Из сопоставления (75) и (76) с (62) получаем

$$X(z) = \frac{4\pi}{\lambda} P(0, z), \qquad Y(z) = \frac{4\pi}{\lambda} P(\tau_0, z). \tag{77}$$

Обобщенные функции Амбарцумяна-Чандрасекара $X(z)$ и $Y(z)$ детально изучены [8], гл. VIII и для некоторых значений оптических параметров слоя $\alpha(x)$, λ, β и τ_0 табулированы [17].

Полагая в (60) $\tau_1 = 0$, находим, что средняя длина пути фотона в рассматриваемом случае следующим образом выражается через X- и Y-функции:

$$\overline{T}(0) = \frac{1}{2}\int_0^{1/\beta} [2X(\infty) - X(z') - Y(z')]\, G_0(\tau')\, dz', \tag{78}$$

а соответствующее среднее число рассеяний фотона равно

$$\overline{N}(0) = X(\infty). \tag{79}$$

Последняя формула получается при $\tau = 0$ из соотношения

$$\overline{N}(\tau) = \frac{4\pi}{\lambda} P(\tau, \infty), \tag{80}$$

вытекающего из сравнения (61) и (65). Формулой (79) определяется физический смысл величины $X(\infty)$, встречающейся во многих задачах о рассеянии света в плоском слое. Заметим, что (78) следует также из (54) при учете (75), (76) и (79).

Поскольку асимптотики X- и Y-функций при $\tau_0 \to \infty$ известны, формула (78) может служить отправным пунктом при исследовании асимптотического поведения $\overline{T}(0)$ при больших τ_0. Выкладки довольно

громоздки, и мы приведем лишь конечный результат для наиболее интересного случая консервативного рассеяния, когда $1-\lambda=\beta=0$. Оказывается, что с точностью до главного члена разложения

$$\overline{T}(0)\sim\frac{\Gamma(2\gamma)}{2\gamma\Gamma(\gamma)}\left(A\pi\frac{2\gamma+1}{\sin\pi\gamma}\right)^{1/2}\frac{x(\tau_0)}{(x'(\tau_0))^{1/2}},\qquad \tau_0\to\infty, \tag{81}$$

где $x(\tau_0)$ определено согласно (30), $\Gamma(s)$ — гамма-функция Эйлера, A дается формулой (3), наконец, γ — константа, характеризующая скорость убывания коэффициента поглощения в крыльях линии, определяемая равенством

$$\lim_{z\to\infty}\frac{x'(\tau z)}{x'(z)}=\tau^{-2\gamma}, \tag{82}$$

при этом $0<\gamma\leqslant 1/2$. В частности, при допплеровском профиле

$$a_D(x)=e^{-x^2} \tag{83}$$

формула (81) дает

$$\overline{T}_D(0)\sim 2^{1/2}\pi^{-1/4}\tau_0^{1/2}(\ln\tau_0)^{3/4}. \tag{84}$$

Когда коэффициент поглощения фойгтовский, то есть

$$a_V(x)=\frac{U(a,x)}{U(a,0)}, \tag{85}$$

где $U(a,x)$ — функция Фойгта

$$U(a,x)=\frac{a}{\pi^{3/2}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-y^2}dy}{(x-y)^2+a^2}, \tag{86}$$

(81) принимает вид

$$\overline{T}_V(0)\sim\frac{(96\,\pi^3 a U(a,0))^{1/4}}{\Gamma(1/4)}\tau_0^{3/4}, \tag{87}$$

при лоренцовском профиле

$$a_L(x)=\frac{1}{1+x^2} \tag{88}$$

получаем

$$\overline{T}_L(0)\sim\frac{(96\,\pi^2)^{1/4}}{\Gamma(1/4)}\tau_0^{3/4}. \tag{89}$$

Отметим, что формулы (84) и (89) применимы при всех $\tau_0 \gg 1$, тогда как формула (87) при малых a работает только когда $\tau_0 \gg 1/a$.

Рассмотрим теперь слой с равномерно распределенными источниками, так что $S^*(\tau) = 1/\tau_0$. Среднюю длину пути фотона в этом случае будем обозначать $\overline{T}_0$, а среднее число рассеяний $\overline{N}_0$. Согласно [8], § 8.7 и 8.9, имеем

$$I(0, z) = I(\tau_0, -z) = \frac{X(\infty)}{\tau_0}[X(z) - Y(z)], \quad z > 0, \tag{90}$$

$$\overline{N}_0 = \frac{1}{\tau_0}\int_0^{\tau_0} X^2(\infty; \tau)\, d\tau, \tag{91}$$

где $X(\infty; \tau)$ есть $X(\infty)$ для слоя оптической толщины τ. Подставляя (90) и (91) в (54), получаем

$$\overline{T}_0 = \frac{1}{\tau_0}\int_0^{1/\beta} G_0(\zeta')\, dz' \left\{\int_0^{\tau_0} X^2(\infty; \tau)\, d\tau - X(\infty)[X(z') - Y(z')]z'\right\}. \tag{92}$$

Можно показать, что при консервативном рассеянии главный член асимптотики $\overline{T}_0$ при $\tau_0 \to \infty$ имеет вид]

$$\overline{T}_0 \sim \frac{(1-\gamma)(2\gamma+1)}{4\gamma}\frac{x(\tau_0)}{x'(\tau_0)}, \quad \tau_0 \to \infty, \tag{93}$$

и, в частности, при допплеровском профиле

$$\overline{T}_0^D \sim \tau_0 \ln \tau_0, \tag{94}$$

тогда как при фойгтовском и лоренцовском коэффициентах поглощения

$$\overline{T}_0^V \sim \overline{T}_0^L \sim \frac{9}{4}\tau_0. \tag{95}$$

При $0 < \gamma < 1/2$ формулу (93) можно переписать в виде

$$\overline{T}_0 \sim \frac{(1-\gamma)(2\gamma+1)}{4\gamma(1-2\gamma)}\tau_0. \tag{96}$$

Функциональная форма зависимости $\overline{T}_0$ от τ_0 оказывается здесь универсальной, не зависящей от вида профиля. Замечательно, что $\overline{T}_0$ растет пропорционально τ_0, а не τ_0^2, как это имеет место при монохрома-

тическом рассеянии. Близкие к этому результаты имеются в [18] и [8], § 7.3.

Автор признателен В. В. Соболеву за плодотворное обсуждение.

Ленинградский государственный
университет

MEAN LENGTH OF PHOTON PATH IN A SCATTERING MEDIUM

V. V. IVANOV

The problem of determination of the mean length of photon path $\overline{T}$ in plane-parallel layer of optical thickness τ_0 is considered within the framework of the standard model of the theory of transfer of resonance radiation. Basic assumptions are: two-level atom, complete frequency redistribution, space-independent λ and β, where λ is the probability of photon survival on scattering and β is the ratio of continuous to center-of-line opacity. The quantity $\overline{T}$ is expressed in terms of the source function $S(\tau)$ and in terms of the emergent intensity. Integral equation is derived, the solution of which enables one to find $\overline{T}$ in the layer with arbitrary distributed sources. The source function $S(\tau)$ and the emergent intensities do not enter this equation which can be solved, for a layer with given τ_0, λ, β and line profile, once and for all. In two particular cases (sources concentrated at the boundary, and uniformly distributed sources) $\overline{T}$ is expressed in terms of the generalized X- and Y-functions. In both cases the asymptotics of $\overline{T}$ at large τ_0 and $1-\lambda=\beta=0$ are given.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Амбарцумян*, ДАН АрмССР, 8, 101, 1948.
2. *В. А. Амбарцумян*, Научные труды, т. I, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1960.
3. *В. В. Соболев*, Астрофизика, 2, 135, 1966; 2, 239, 1966; 3, 5, 1967.
4. *В. В. Соболев*, Астрофизика, 3, 137, 1967.
5. *D. G. Hummer*, Ap. J., 140, 276, 1964.
6. *E. H. Avrett, D. G. Hummer*, M. N., 130, 295, 1965.
7. *E. Capriotti*, Ap. J., 142, 1101, 1965.
8. *В. В. Иванов*, Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М., 1969.
9. *В. В. Иванов*, в сб. „Звезды, туманности, галактики", Изд. АН АрмССР, Ереван, 1969.

10. *D. E. Osterbrock*, Ap. J.,135, 195, 1962.
11. *L. H. Auer*, Ap. J., 153, 783, 1968.
12. *L. W. Avery, L. L. House*, Ap. J., 152, 493, 1968.
13. *W. M. Irvine*, BAN, 17, 266, 1964.
14. *W. M. Irvine*, Ap. J., 144, 1140, 1966.
15. *D. G. Hummer*, M. N., 138, 73, 1968.
16. *E. H. Avrett, R. Loeser*, Smithsonian Astrophys. Obs. Spec. Rep., No 174, 1965.
17. *F. B. Fuller, B. J. Hyett*, NASA Technical Note D—4712, 1968.
18. *G. B. Rybicki, D. G. Hummer*, M. N., 144, 313, 1969.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

УМЕНЬШЕНИЕ ЖЕСТКОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ МНОГОКРАТНОМ КОМПТОНОВСКОМ РАССЕЯНИИ

В. Ю. ТЕРЕБИЖ

Поступила 11 мая 1970

В нерелятивистском приближении найдено спектральное распределение фотонов, испытавших многократное рассеяние на свободных покоящихся электронах.

В настоящей заметке рассматривается известная задача об определении спектрального состава излучения, прошедшего через среду, состоящую из свободных покоящихся электронов. В процессе выхода из среды каждый квант испытывает ряд комптоновских рассеяний, каждое из которых увеличивает длину волны кванта на величину

$$\delta\lambda = \gamma(1 - \cos\theta), \tag{1}$$

где $\gamma = h/mc$ — комптоновская длина волны электрона, θ — угол рассеяния кванта, распределенный на промежутке $[0, \pi]$ с плотностью вероятности, определяемой формулой Томсона

$$p(\theta) = \frac{3}{8}(1 + \cos^2\theta)\sin\theta. \tag{2}$$

Соотношение (2) справедливо при условии, что первоначальная энергия фотона значительно меньше энергии покоя электрона mc^2. Эффекты, связанные с поляризацией рассеянного излучения, в данной работе не учитываются.

Имея в виду дальнейшие вычисления, примем формально, что при одном рассеянии квант выживает с некоторой вероятностью Λ (потом мы положим $\Lambda = 1$). Как легко видеть, решение указанной выше задачи для среды, занимающей объем произвольной формы, сводится к нахождению функции $q(r, z, \Lambda)$, представляющей собой плот-

ность вероятности того, что квант, излученный в среде в точке r, выйдет из среды, получив приращение длины волны, заключенное между z и $z+dz$.

Представим функцию $q(r, z, \Lambda)$ в виде ряда

$$q(r, z, \Lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} q_k(r, \Lambda)\, v_k(z), \tag{3}$$

где $q_k(r, \Lambda)$ — вероятность того, что квант, излученный в точке r, выйдет из среды после k рассеяний; $v_k(z)\,dz$ — вероятность того, что квант, испытавший k рассеяний, получит приращение длины волны, заключенное в промежутке $[z, z+dz]$. Очевидно,

$$\int_0^{\infty} v_k(z)\,dz = 1, \qquad (k = 1,\ldots), \tag{4}$$

$$v_0(z) = \delta(z), \tag{5}$$

где $\delta(z)$ есть δ-функция Дирака.

При рассмотрении задач о монохроматическом рассеянии света в среде важную роль играет введенная В. В. Соболевым функция $p(r, \Lambda)$, представляющая собой вероятность выхода из среды кванта, поглощенного в точке r (см. [1]). Если через $p_k(r, \Lambda)$ обозначить вероятность выхода кванта после k рассеяний, то

$$p(r, \Lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} p_k(r, \Lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda^k p_k(r, 1). \tag{6}$$

Далее, пусть

$$q(r, \Lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} q_k(r, \Lambda) = \int_0^{\infty} q(r, z, \Lambda)\,dz. \tag{7}$$

Поскольку $\Lambda q(r, \Lambda) = p(r, \Lambda)$, из (6) и (7) следует

$$q(r, \Lambda) = \frac{1}{\Lambda} p_{k+1}(r, \Lambda), \qquad (k = 0, 1,\ldots) \tag{8}$$

и формула (3) принимает вид

$$q(r, z, \Lambda) = \frac{1}{\Lambda} \sum_{k=0}^{\infty} p_{k+1}(r, \Lambda)\, v_k(z). \tag{9}$$

Обратимся теперь к нахождению $v_k(z)$. Эта функция является плотностью распределения приращения длины волны кванта после k рассеяний, равного

$$\Delta\lambda = \delta\lambda_1 + \delta\lambda_2 + \cdots + \delta\lambda_k, \tag{10}$$

где $\delta\lambda_j$ — смещение после j-го рассеяния — есть случайная величина, определяемая соотношениями (1) и (2). Из последних следует, что плотность распределения величины $\delta\lambda_j/\gamma$ равна

$$f(x) = \frac{3}{8}[1 + (1-x)^2], \quad 0 \leqslant x \leqslant 2, \tag{11}$$

а соответствующая характеристическая функция

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} f(x)\,dx = \frac{3}{2t^3}[(t^2-1)\sin t + t\cos t]\,e^{it}. \tag{12}$$

Как известно (см., например, [2], стр. 572), характеристическая функция суммы независимых случайных величин равна произведению характеристических функций этих величин. Поэтому, учитывая равенство (5), находим

$$V_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} v_k(x)\,dx = F^k(\gamma t), \quad (k = 0, 1, \ldots). \tag{13}$$

Применим теперь преобразование Фурье к соотношению (9). Обозначая трансформанту Фурье функции $q(r, z, \Lambda)$ посредством $Q(r, t, \Lambda)$, получаем

$$Q(r, t, \Lambda) = \frac{1}{\Lambda F(\gamma t)} \sum_{k=0}^{\infty} \rho_{k+1}(r, 1)\,[\Lambda F(\gamma t)]^{k+1}. \tag{14}$$

Сравнение формул (6) и (14) показывает, что

$$Q(r, t, \Lambda) = \frac{1}{\Lambda F(\gamma t)}\, p\,[r, \Lambda F(\gamma t)]. \tag{15}$$

Как уже выше упоминалось, при комптоновском рассеянии $\Lambda = 1$. Поэтому нас интересует функция $q(r, z, 1)$, которую мы будем обозначать просто через $q(r, z)$, а ее преобразование Фурье — через $Q(r, t)$. Полагая в (15) $\Lambda = 1$, окончательно находим

$$Q(r, t) = \frac{1}{F(\gamma t)}\, p\,[r, F(\gamma t)]. \tag{16}$$

Таким образом, если известна вероятность выхода кванта из среды $p(r, \Lambda)$, то трансформанта Фурье функции $q(r, z)$ находится путем простой замены Λ в соответствии с (16), и решение задачи об определении спектрального состава выходящего из среды излучения сводится к обращению преобразования Фурье

$$q(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{F(\gamma t)} p[r, F(\gamma t)] \cos(zt)\, dt, \quad z > 0, \tag{17}$$

где $F(t)$ определяется формулой (12).

Соотношение, аналогичное (16), давно известно в теории нестационарной диффузии излучения [3]. Общее время, затраченное на рассеяния выходящим из среды квантом, складывается из времен пребывания кванта в поглощенном состоянии при отдельных рассеяниях. Поэтому в данном случае (так же, как и при рассмотрении суммарного приращения длины волны кванта при многократном комптоновском рассеянии) задача состоит в нахождении функции распределения суммы случайного числа случайных слагаемых [4]. Как формула (16), так и аналогичная формула в теории нестационарной диффузии излучения являются следствиями общего решения указанной задачи, известного в теории вероятностей ([2], стр. 576).

Следует отметить, что вид функции $F(t)$ значительно упрощается, если рассеяние можно приближенно считать изотропным. Полагая

$$p(\theta) = \frac{1}{2} \sin\theta, \quad 0 < \theta \leqslant \pi, \tag{18}$$

получаем вместо (12)

$$F(t) = \frac{\sin t}{t} e^{it}. \tag{19}$$

Рассмотрим, в качестве примера, случай, когда на границе $\tau = \tau_0$ плоского слоя оптической толщины τ_0 расположена плоскость, изотропно излучающая в восходящих направлениях [5]. Предположим, что испускается монохроматическое излучение с длиной волны λ'. Число квантов, испускаемых в единичном телесном угле, положим равным 1. Наконец, примем, что в слое происходит изотропное рассеяние излучения.

При перечисленных условиях спектральная плотность числа квантов, выходящих из слоя через границу $\tau = 0$, определяется выражением

$$D(\lambda - \lambda') = 4\pi q(\tau_0, \lambda - \lambda'), \quad \lambda > \lambda'. \tag{20}$$

Вероятность выхода кванта, поглощенного на оптической глубине τ_0, через границу $\tau = 0$ равна [1]

$$p(\tau_0, \Lambda) = \frac{\Lambda}{2} \beta_0(\tau_0, \Lambda), \tag{21}$$

где $\beta_0(\tau_0, \Lambda)$ — нулевой момент функции Амбарцумяна $\psi(\mu, \tau_0, \Lambda)$. В соответствии с формулами (15) и (16), получаем

$$q(\tau_0, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \beta_0[\tau_0, F(\gamma t)] \cos(zt)\, dt, \quad z > 0, \tag{22}$$

так что

$$D(\lambda - \lambda') = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \beta_0[\tau_0, F(\gamma t)] \cos[(\lambda - \lambda') t]\, dt, \quad \lambda > \lambda', \tag{23}$$

где $F(\gamma t)$ дается формулой (19).

Если источники испускают кванты со спектральным распределением $N_0(\lambda')$, то спектральная плотность выходящего из слоя излучения определяется выражением

$$N(\lambda) = \int_0^{\infty} N_0(\lambda')\, D(\lambda - \lambda')\, d\lambda'. \tag{24}$$

Заметим, что в приведенных выше формулах нетрудно учесть угловое распределение выходящего излучения и другие дополнительные факторы.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE SOFTENING OF RADIATION BY MULTIPLE COMPTON SCATTERING

V. Yu. TEREBIZH

The spectral distribution of photons scattered by free rest electrons is founded in the nonrelativistic approximation.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. В. Соболев*, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, М., ГИТТЛ, 1956.
2. *В. Феллер*, Введение в теорию вероятностей и ее приложения, т. II, М., Мир, 1967.
3. *И. Н. Минин*, сб. „Теория звездных спектров", Наука, М., 1966.
4. *В. Ю. Теребиж*, Астрофизика, 4, 141, 1968.
5. *С. Чандрасекар*, Перенос лучистой энергии, ИЛ, М., 1953.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

ЗАВИСИМОСТЬ МАССА—СВЕТИМОСТЬ В КРАТНЫХ ЗВЕЗДАХ

А. С. БАРАНОВ

Поступила 21 июля 1969

Предлагается метод оценки относительных масс компонентов в кратных системах, основанный на сравнении вычисленных при помощи численного эксперимента статистических средних расстояний звезд различных масс от геометрического центра с наблюденными величинами. Для пятерных и шестерных систем строится зависимость масса—светимость. Она оказывается слабее, чем аналогичная зависимость для двойных звезд, что должно объясняться наличием значительного числа оптических компонентов у рассмотренных систем.

1. Одной из основных статистических закономерностей физических параметров звезд является зависимость масса—светимость, выражающаяся в том, что чем больше масса звезды, тем, как правило, больше и ее светимость. Трудности определения этой статистической зависимости связаны в основном с трудностями определения масс звезд. Абсолютные определения масс возможны только для двойных звезд, поэтому зависимость масса—светимость строится исключительно для них. Другие методы определения масс звезд недостаточно обоснованы. Так, например, статистическая оценка масс звезд-гигантов в шаровых скоплениях, основанная на статистике Гиббса, предполагает, что рассматриваемые системы находятся в стационарном состоянии и, следовательно, имеют одинаковую во всех точках кинетическую температуру. Но звездные системы полной стационарности достичь не могут, так как иррегулярные силы приводят к диссипации тел. Для квазистационарных же систем условие изотермичности не выполняется. Как теперь стало ясным (см. [1]—[4]), градиент кинетической температуры в квазистационарных системах значителен. Поэтому очень важна возможность найти какой-нибудь независимый метод статистической оценки

масс звезд. В настоящей работе рассматривается возможность использовать для решения этой задачи кратные звезды.

Как показано в [3], метод численного эксперимента позволяет выявлять статистические особенности строения и эволюции звездных систем. В [4] помимо основной задачи—построения модели квазистационарной сферической звездной системы решалась и другая: определялись средние расстояния r звезд различной массы от геометрического центра системы, образованной пятью телами, массы которых $\mathfrak{M}_1 = 1$, $\mathfrak{M}_2 = 2$, $\mathfrak{M}_3 = 3$, $\mathfrak{M}_4 = 4$, $\mathfrak{M}_5 = 5$. Эти сглаженные расстояния приведены в табл. 1.

Таблица 1

$\mathfrak{M}$	r
1	1.71
2	1.60
3	1.40
4	0.984
5	0.802

Аналогичный закон может быть найден для системы любой другой кратности. Следует предположить, что большинство физических кратных звезд достигло квазистационарного состояния. Это предположение основано на том, что в кратных системах время релаксации мало. Тогда полученные законы будут для них статистически справедливы. Определяя из наблюдений отношение средних расстояний от геометрического центра системы звезд различных типов в кратных системах и сравнивая их с теоретическими результатами, можно оценивать относительные массы звезд различных типов и различных светимостей.

2. При обработке наблюдательного материала был использован каталог [5]. С одной стороны, желательно использовать системы более высокой кратности, а с другой — нужно, чтобы общее число компонентов в системах этой кратности было достаточно большим. Лучшим материалом, по нашему мнению, являются системы, состоящие из пяти и шести звезд. Число систем более высокой кратности мало.

В каталоге для каждой пары компонентов даны, в частности, взаимное расстояние ρ, позиционный угол θ положения одной звезды относительно другой и видимые величины (m) звезд. Системы, для которых отсутствуют какие-либо из этих данных, не рассматривались. Были отброшены также системы, специально выделенные в каталоге, в которых встречаются очень тесные пары. Математическое ожидание числа

кратных звезд, имеющих тесные пары внутри системы как результат случайного проектирования, во много раз меньше действительного. Поэтому тесные пары следует считать физически связанными. Предлагаемый метод к таким системам неприменим.

После исключений осталось 111 пятерных звезд и 31 шестерная звезда. Для них вычислялось видимое расстояние ρ' каждого компонента системы от ее геометрического центра по формуле

$$\rho_i' = \left[\left(\rho_i \sin\theta_i - \frac{1}{h} \sum_i \rho_i \sin\theta_i \right)^2 + \left(\rho_i \cos\theta_i - \frac{1}{h} \sum_i \rho_i \cos\theta_i \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots, h$$

где h — кратность системы.

Из наблюдений можно определить лишь видимые расстояния звезд от геометрического центра. Однако естественно считать, что ввиду равновероятной ориентации кратных систем относительно наблюдателя видимые расстояния статистически пропорциональны истинным расстояниям от геометрического центра.

После этого определялась величина

$$r_i = \frac{\rho_i'}{\rho_0} \qquad i = 1, 2, \ldots, h, \quad (2)$$

где

$$\rho_0 = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^{h} \rho_i'. \quad (3)$$

Делением на ρ_0 все системы приводятся к одному масштабу. К этому же масштабу были приведены теоретически вычисленные расстояния из табл. 1 (см. табл. 2).

Таблица 2

$\mathfrak{M}$	r
1	1.32
2	1.23
3	1.08
4	0.757
5	0.617

Если мы имеем физическую кратную систему, то все компоненты ее находятся на одинаковом расстоянии от наблюдателя, и для каждой звезды, входящей в нее, справедливо соотношение:

$$m_i - \overline{m} = \Delta m = M_i - \overline{M}, \qquad i = 1, 2, \ldots, h \tag{4}$$

где $\overline{m} = \frac{1}{h}\sum_{i=1}^{h} m_i$ — средняя видимая величина звезд системы, $\overline{M} = \frac{1}{h}\sum_{i=1}^{h} M_i$ — средняя абсолютная величина звезд системы.

При построении зависимости масса—светимость желательно определить возможное влияние оптических компонентов в кратных системах.

Мы применяли следующий критерий для отсева кратных звезд с оптическими компонентами:

$$\lg \rho_{0i} \leqslant A - 0.1\,(m_0 + m_i). \qquad \begin{matrix} i = 1, 2, \ldots, h \\ i \neq 0 \end{matrix} \tag{5}$$

Здесь ρ_{0i} — расстояние в секундах дуги между ярчайшим и i-ым компонентом, m_0—видимая величина ярчайшей в данной системе звезды, A—некоторое число, тем большее, чем строже проводимый отбор. Так как число шестерных систем относительно мало, то критерий (5) был применен только для пятерных систем. Последовательные значения A задавались так, чтобы в результате применения критерия (5) последовательно отбрасывалось примерно одинаковое количество пятерных звезд. Для $A = 3.94$ систем, удовлетворяющих (5), оказалось 74 (отброшено 37). В результате применения критерия (5) с $A = 3.60$ осталось 36 пятерных звезд. Окончательно зависимость масса—светимость искалась для 111, 74 и 36 пятерных систем и для 31 шестерной системы (общее число компонентов соответственно 555, 370, 180 и 186).

Была составлена таблица распределений звезд по Δm и r (см. табл. 3). Графы дают: N—число кратных систем, Δm—интервал видимых величин звезд, n—общее число компонентов в этих интервалах, $\overline{r}_n$—среднее расстояние от геометрического центра n звезд, $\overline{\mathfrak{M}}_n$— средняя масса n звезд. Массы групп звезд, отнесенных к соответствующим интервалам видимых величин, определялись по $\overline{r}_n$ из полученной теоретически зависимости масса — расстояние. При этом для шестерных систем была использована та же зависимость, что и для пятерных.

Как видно из табл. 3, незначительная часть средних групповых расстояний $\overline{r}_n$ оказалась вне промежутка (1.32, 0.617), задаваемого табл. 2. Поэтому необходимо было, основываясь на данных табл. 2, несколько экстраполировать закон зависимости массы от расстояния до геометрического центра. Экстраполяция была проведена

Таблица 3

	Δm	n	$\bar{r}_n$	$\overline{\mathfrak{M}}_n$
	1	2	3	4
$N=111$	<-7.0	1	0.60	5.25
	−6.5, −7.0	1	0.80	3.85
	−6.0, −6.5	4	0.65	4.75
	−5.5, −6.0	7	0.59	5.30
	−5.0, −5.5	6	0.90	3.53
	−4.5, −5.0	3	0.53	5.82
	−4.0, −4.5	7	0.70	4.35
	−3.5, −4.0	12	0.72	4.23
	−3.0, −3.5	12	0.62	5.00
	−2.5, −3.0	20	0.62	5.00
	−2.0, −2.5	26	0.67	4.58
	−1.5, −2.0	44	0.82	3.75
	−1.0, −1.5	32	1.08	3.00
	−0.5, −1.0	51	1.06	3.05
	0.0, −0.5	46	1.19	2.23
	0.5, 0.0	44	1.08	3.00
	1.0, 0.5	55	1.11	2.85
	1.5, 1.0	47	1.36	0.55
	2.0, 1.5	39	1.10	2.90
	2.5, 2.0	32	1.14	2.62
	3.0, 2.5	36	0.93	3.45
	3.5, 3.0	15	0.90	3.53
	4.0, 3.5	9	0.70	4.35
	4.5, 4.0	2	0.55	5.65
	5.0, 4,5	2	0.80	3.85
	5.5, 5.0	1	1.40	0.15
	6.0, 5.5	1	0.90	3.53

Таблица 3 (продолжение)

	1	2	3	4
$N=74$	<-7.0	1	0.60	5.25
	$-6.5, -7.0$	1	0.80	3.85
	$-6.0, -6.5$	2	0.90	3.53
	$-5.5, -6.0$	7	0.59	5.30
	$-5.0, -5.5$	3	1.07	3.05
	$-4.5, -5.0$	2	0.80	3.85
	$-4.0. -4.5$	4	0.95	3.37
	$-3.5, -4.0$	6	0.83	3.73
	$-3.0, -3.5$	5	0.50	6.10
	$-2.5, -3.0$	14	0.61	5.20
	$-2.0, -2.5$	18	0.59	5.30
	$-1.5, -2.0$	27	0.91	3.50
	$-1.0, -1.5$	16	0.89	3.55
	$-0.5, -1.0$	37	0.95	3.37
	$0.0, -0.5$	29	1.13	2.70
	$0.5, 0.0$	33	1.21	2.13
	$1.0, 0.5$	37	1.18	2.30
	$1.5, 1.0$	36	1.15	2.55
	$2.0, 1.5$	26	1.18	2.30
	$2.5, 2.0$	18	1.10	2.90
	$3.0, 2.5$	20	1.14	2.62
	$3.5, 3.0$	13	0.89	3.55
	$4.0, 3.5$	7	0.89	3.55
	$4.5. 4.0$	4	0.50	6.10
	$5.0, 4.5$	2	0.80	3.85
	$5.5, 5.0$	1	1.40	0.15
	$6.0, 5.5$	1	0.90	3.53

Таблица 3 (продолжение)

1	2	3	4
$N=36$			
<—7.0	1	0.60	5.25
—6.5, —7.0	1	0.80	3.85
—6.0, —6.5	1	1.20	2.20
—5.5, —6.0	5	0.38	7.15
—5.0, —5,5	2	1.15	2.60
—4.5, —5.0	1	0.80	3.85
—4.0, —4.5	4	0.95	3.37
—3.5, —4.0	4	0.90	3.53
—3.0, —3.5	4	0.38	7.15
—2.5, —3.0	7	0.57	5.50
—2.0, —2.5	9	0.63	4.90
—1.5, —2.0	9	0.82	3.75
—1.0, —1.5	6	1.20	2.20
—0.5, —1.0	12	1.05	3,10
0.0, —0.5	10	1.30	1.20
0.5, 0.0	14	1.39	0.20
1.0. 0.5	18	1.15	2.55
1.5, 1.0	15	1.27	1.55
2.0, 1.5	12	1.20	2.20
2.5, 2.0	11	0.85	3.65
3.0, 2.5	19	0.98	3.30
3.5, 3.0	7	0.81	3.80
4.0, 3.5	4	0.90	3.53
4.5, 4.0	1	0.50	6.10
5.0, 4.5	1	1.10	2.90
5.5, 5.0	1	1.40	0.15
6.0, 5.5	1	0.90	3.53

Таблица 3 (продолжение)

	1	2	3	4
$N=31$	<-5.5	2	0.67	4.58
	$-5.0,\ -5.5$	2	0.55	5.65
	$-4.5,\ -5.0$	2	0.59	5.30
	$-4.0,\ -4.5$	3	0.64	4.80
	$-3.5,\ -4.0$	2	0.50	6.10
	$-3.0,\ -3.5$	4	0.90	3.53
	$-2.5,\ -3.0$	6	0.79	3.88
	$-2.0,\ -2.5$	8	0.88	3.58
	$-1.5,\ -2.0$	9	0.97	3.32
	$-1.0,\ -1.5$	11	1.00	3.25
	$-0.5,\ -1.0$	13	0.97	3.32
	$0.0,\ -0.5$	24	1.27	1.55
	$0.5,\ 0.0$	18	1.05	3.10
	$1.0,\ 0.5$	13	1.00	3.25
	$1.5,\ 1.0$	23	1.05	3.10
	$2.0,\ 1.5$	17	1.06	3.05
	$2.5,\ 2.0$	17	0.91	3.50
	$3.0.\ 2.5$	6	0.84	3.70
	$3.5,\ 3.0$	3	1.53	0.10
	$4.0,\ 3.5$	2	0.51	6.00
	$4.5,\ 4.0$	1	0.56	5.58

графически. Массы групп звезд определялись по графику (см. рис. I, на котором сплошной линией нанесена та часть кривой, которая построена по данным табл. 2).

Зависимость масса—светимость искалась в виде

$$\lg \overline{\mathfrak{M}}_n = a + b\Delta m. \qquad (6)$$

Для каждого N может быть написана избыточная система уравнений типа (6). Каждому уравнению типа (6) приписывался вес, равный n—числу компонентов, попавших в соответствующий интервал видимых величин звезд. Решая полученные избыточные системы по способу наименьших квадратов, мы нашли коэффициенты a и b. Результаты приведены в табл. 4.

Полученные устойчивые отрицательные значения b позволяют считать, что динамический эффект различия масс в рассмотренных

кратных системах в самом деле действует. Однако средняя ошибка коэффициента b не мала. Вопреки ожиданиям, b по абсолютной величине не возрастает по мере усиления критерия на присутствие в системах оптических компонентов. Это показывает, что примененный нами

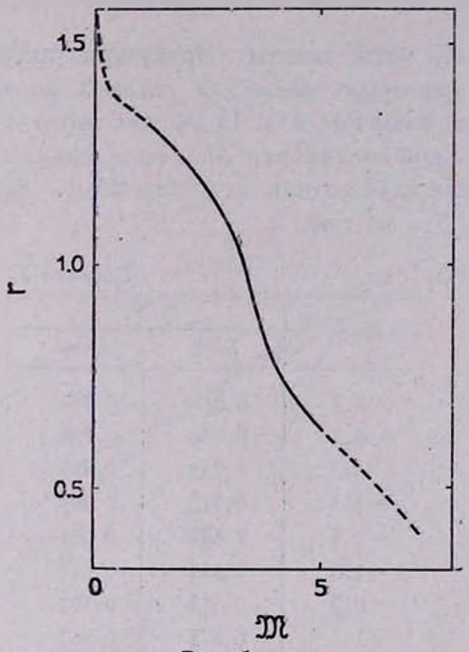

Рис. 1.

критерий (5) не позволяет эффективно выявлять физические кратные системы. Поэтому наиболее вероятными значениями a и b для пятерных систем следует считать значения, полученные для $N = 111$.

Таблица 4.

h	N	a	σ_a	b	σ_b
	111	0.44	±0.04	−0.041	±0.021
5	74	0.48	±0.02	−0.031	±0.010
	36	0.38	±0.07	−0.032	±0.028
6	31	0.47	±0.05	−0.030	±0.026

Примем среднюю абсолютную величину $\overline{M}$ звезд равной визуальной абсолютной величине Солнца, т. е. примем $\overline{M} = +4.73$. Примем также $\mathfrak{M}_\odot$ за единицу массы. Тогда определится зависимость масса—визу-

альная абсолютная величина соответственно для пятерных и шестерных систем:

$$\lg \mathfrak{M} = 0.63 - 0.041\ M_{vis} \qquad (7)$$

$$\lg \mathfrak{M} = 0.61 - 0.030\ M_{vis} \qquad (8)$$

Можно считать, что звезды, образующие пятерные и шестерные системы, лежат преимущественно на главной последовательности на диаграмме Герцшпрунга-Рессела. С учетом этого по таблицам из [6] для каждой визуальной светимости M_{vis} определялась соответствующая ей болометрическая абсолютная величина M_{bol}. Зависимость $\lg \mathfrak{M} - M_{bol}$ дана в табл. 5 и на рис. 2.

Таблица 5

M_{bol}	$\lg \mathfrak{M}$	
	$h=5$	$h=6$
−8.2	0.818	0.747
−6.2	0.790	0.726
−4.7	0.753	0.699
−3.3	0.712	0.669
−2.4	0.687	0.651
−1.3	0.654	0.627
−0.2	0.613	0.597
1.1	0.572	0.567
2.2	0.536	0.540
3.7	0.482	0.501
4.9	0.429	0.462
5.8	0.392	0.435
7.0	0.290	0.360
8.9	0.142	0.252

Для сравнения на рис. 2 приведена зависимость $\lg \mathfrak{M} = f_{\text{п}}(M_{bol})$, полученная П. П. Паренаго в [7] для двойных звезд, и линейная зависимость $\lg \mathfrak{M} = f_{S,H}(M_{bol})$, вычисленная способом наименьших квадратов по данным К. Странда и Р. Холла [8] для двойных звезд (без учета белых карликов).

3. Полученная зависимость оказалась значительно слабее, чем зависимость, построенная по материалу двойных звезд. Основной причиной, ослабляющей зависимость между массами звезд и их светимостями в предложенном методе, является наличие значительного числа

оптических компонентов у рассмотренных кратных систем. К сожалению, никто еще не вел специального систематического поиска по всему небу кратных систем. В этом отношении данные о физических кратных системах не могут идти в сравнение, например, с данными о двойных звездах или рассеянных скоплениях. Само понятие „кратная система"

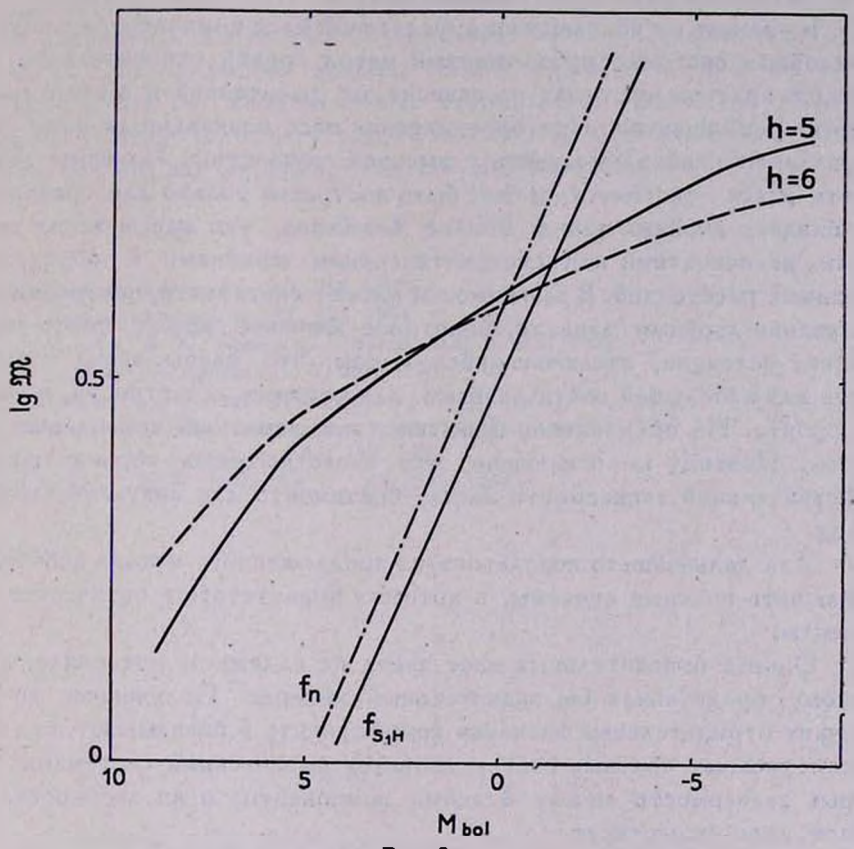

Рис. 2.

не вполне определено. Это просто группа звезд, спроектировавшихся видимым образом в непосредственной близости одна относительно другой. Среди включенных в каталог IDS пятерных и шестерных звезд, безусловно, большая часть содержит оптические компоненты. В то же время, несомненно, основная часть пятерных и шестерных физических систем, доступных выявлению, еще не фигурирует в каталогах.

В сравнении с наличием значительного числа оптических компонентов в рассмотренных системах, другие факторы, которые могли бы исказить зависимость масса—светимость, играют, по нашему мнению,

незначительную роль. Так, предполагалось, что кратные системы находятся в квазистационарном состоянии. Но возможно, что некоторые системы обладают положительной полной энергией и, следовательно, происходит полный распад таких систем. Не исключено также, что некоторые кратные звезды настолько молоды, что в их эволюции не успела сказаться роль иррегулярных сил.

В отличие от абсолютных определений масс компонентов в визуально-двойных системах предложенный метод оценки относительных масс звезд в кратных системах не зависит от расстояний и в этом смысле имеет преимущество. При определениях масс визуально-двойных звезд параллаксы необходимо знать с высокой точностью. Поэтому зависимость масса—светимость может быть построена только для сравнительно близких двойных звезд. Вполне возможно, что массы звезд отягощены неточностями или систематическими ошибками в определении звездных расстояний. В зависимости масса—светимость, построенной по визуально-двойным звездам, некоторое значение может иметь также эффект селекции, заключающийся в том, что массы звезд известны лишь для небольшой части двойных, для которых, в частности, построена орбита. Но орбитальное движение тем заметнее, чем больше сами массы. Поэтому не исключено, что известна лишь верхняя граница действительной зависимости масса—светимость для визуально-двойных звезд.

Для дальнейшего использования предложенного метода необходимо исключить кратные системы, в которых присутствуют оптические компоненты.

Оценка относительных масс звезд на надежном материале, по-видимому, представила бы значительный интерес. Полученные во всех случаях отрицательные значения коэффициента b показывают, что часть рассмотренных кратных систем является физическими системами, в которых зависимость между массами компонентов и их светимостями в самом деле существует.

Автор глубоко благодарен Т. А. Агекяну за руководство и помощь в работе.

Ленинградский государственный
университет

THE MASS-LUMINOSITY RELATION FOR MULTIPLE STARS

A. S. BARANOV

A method to estimate the relative masses of components in multiple systems is suggested. The method is based on comparison of the numerical-experimental statistical mean distances from different mass stars to the geometrical center with observational values. The mass-luminosity relation is constructed for systems consisting of five and six stars. It is shown that the relation is less correlated in comparison with the analogous relation for binary stars. This fact is a result of the presence of numerous optical components in the mentioned systems.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Т. А. Агекян*, Астрон. ж., 40, 318, 1963.
2. *Т. А. Агекян*, Астрон. ж., 41, 523, 1964.
3. *Т. А. Агекян, А. С. Баранов*, Астрофизика, 5, 305, 1969.
4. *А. С. Баранов*, Астрофизика, 6, 261, 1970.
5. Index Catalogue of Visual Double Stars, 1961; Publ. Lick. Obs., 21, 1963.
6. *П. П. Паренаго*, Курс звездной астрономии, Гостехиздат, 1946.
7. *П. П. Паренаго*, Астрон. ж., 14, 133, 1937.
8. *K. A. Strand, R. G. Hall*, Ap. J., 120, 322, 1954.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6 НОЯБРЬ, 1970 ВЫПУСК 4

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

О ВЗАИМОСВЯЗИ КАРЛИКОВЫХ ГАЛАКТИК ТИПА СКУЛЬПТОРА И ЯРКИХ ГАЛАКТИК С ПЕРЕМЫЧКОЙ

Вопрос о связи карликовых галактик с низкой поверхностной яркостью с яркими галактиками обсуждался неоднократно [1—4]. Было установлено, что в некоторых скоплениях галактик физическая связь двух типов галактик не вызывает сомнения. Кроме того, был получен вывод о том, что эта связь более тесна в случае эллиптических галактик. Однако во всех до сих пор опубликованных работах нормальные спиральные галактики рассматривались вместе со спиралями с перемычкой. Основанием смешивания двух типов спиральных галактик нужно считать сложившееся в последние годы представление о том, что перемычки являются широко распространенными структурными деталями в спиральных галактиках вообще. Между тем, наличие хорошо выраженных перемычек резко выделяет соответствующие галактики среди нормальных спиралей без перемычки. Хотя по другим структурным особенностям и по некоторым интегральным физическим параметрам спиральные галактики обоих типов мало отличаются друг от друга, тем не менее для понимания причин происхождения перемычек у определенного числа галактик необходимо сосредоточить внимание именно на различиях между ними. Это относится не только к тем явлениям, которые присущи самим галактикам, но и к тем особенностям, которые связаны с ними. В частности, представляет интерес исследование связи карликовых галактик раздельно с нормальными спиральными галактиками и галактиками с перемычкой. Очевидно, что незнание расстояний до карликовых галактик позволяет изучить эту связь лишь статистически в близких скоплениях и группах галактик.

Наиболее подходящим для этой цели скоплением галактик является скопление в Деве, где достаточно много ярких спиральных галактик обоих типов и обнаружены больше ста карликовых галактик типа Скульптора [5]. Общее число спиральных галактик в области $\alpha = 12^h$—13^h, $\delta = 0° - +25°$ и $B < 13$ (вместо величин B для некоторых галактик мы пользовались исправленными гарвардскими величинами) согласно каталогу [6] равно 106. Из них 37 являются спиралями с перемычкой, остальные — нормальными спиралями типа SA и галактиками промежуточного типа SAB по де Вокулёру. В той же области имеются 104 карликовые галактики типа Скульптора по [5].

На составленной карте распределения вокруг каждой карликовой галактики были описаны концентрические кружки с линейными радиусами в 100 и 200 *кпс* соответственно. Совпадение считалось реализованным, если яркая спиральная галактика попадала в соответствующие кружки. В тех случаях, когда одна и та же яркая галактика попадала в кружки вокруг более чем одной карликовой галактики, число совпадений считалось соответствующим числу карликовых галактик. Математическое ожидание числа случайных совпадений при равномерном и независимом распределении обоих классов объектов вычислялось по формуле

$$\text{М. О.} = \frac{\sum_i s_i}{\sigma} N,$$

где $\sum_i s_i$ — сумма площадей всех кружков, σ — общая площадь области, а N — число ярких галактик соответствующего типа, т. е. $N_{SB} = 37$ и $N_{SA+SAB} = 69$.

Полученные данные приведены в табл. 1.

Таблица 1

Тип галактики	N	N_0	М.О.	$\alpha = \frac{N_0}{\text{М.О.}}$
		$R = 100$ *кпс*		
SA+SAB	69	25	8	3.1
SB	37	22	4	5.5
		$R = 200$ *кпс*		
SA+SAB	69	78	32	2.4
SB	37	58	17	3.4

Во втором и последующих столбцах таблицы приведены число ярких

галактик N, число наблюдаемых совпадений N_0, математическое ожидание числа случайных совпадений М. О. и отношение α наблюдаемых совпадений к математическому ожиданию. Из данных табл. 1 видно, что значение α в 2.4—5.5 раза превышает по величине математическое ожидание. Вероятность такого отклонения количества совпадений от математического ожидания при случайном распределении чрезвычайно мала. Это свидетельствует о физической взаимосвязи карликовых галактик и ярких спиралей обоих типов. Однако имеется определенное различие между значениями α для нормальных спиралей и спиралей с перемычками. В последнем случае величина α значительно больше, чем в случае нормальных спиральных галактик. К тому же отношение $\alpha_{SB}/\alpha_{SA+SAB}$ возрастает при уменьшении радиуса сферы вокруг карликовых галактик. Это означает, что связь последних с галактиками с перемычкой является более тесной. В этом отношении спирали с перемычкой показывают особенность, аналогичную эллиптическим галактикам. К сожалению, в случае других скоплений галактик малое число ярких спиральных галактик, и особенно карликовых, не позволяет делать дифференциацию двух типов спиральных галактик. Мы можем лишь констатировать, что карлики типа Скульптора в скоплении галактик в Деве проявляют более сильную тенденцию скучивания вокруг спиральных галактик с перемычкой, чем вокруг нормальных спиралей. Если придерживаться идеи В. А. Амбарцумяна о возможности выброса вещества перемычек из ядер соответствующих галактик [7], то можно предположить, что карликовые галактики вокруг спиральных галактик с перемычкой являются побочными продуктами более активного раннего состояния ядер этих галактик

On the connection between Sculptor type dwarf galaxies and bright barred spirals. It is shown that in the Virgo cluster of galaxies the distribution of Sculptor type dwarfs is much closer correlated with the distribution of the barred spirals rather than with that of the normal spirals. This difference apparently is due to the greater activity at the early stage of the nuclei of barred galaxies.

14 февраля 1970
Бюраканская астрофизическая обсерватория

А. Т. КАЛЛОГЛЯН

ЛИТЕРАТУРА

1. *V. A. Ambartsumian*, A. J., 66, 536, 1961.
2. *G. Reaves*, P. A. S. P., 74, 392, 1962.
3. *S. van den Bergh*, Publ. David Dunlap Obs., 11, № 5, 1959.

4. *В. Е. Караченцева*, Астрофизика, 3, 535, 1967.
5. *В. Е. Караченцева*, Сообщ. Бюр. обс., 39, 61, 1968.
6. *G. de Vaucouleurs, A. de Vaucouleurs*, Reference Catalogue of Bright Galaxies, 1964.
7. *V. A. Ambartsumian*, The Structure and Evolution of Galaxies, Interscience Publishers, London—New York—Sydney, 1965, p. 1.

ВТОРАЯ ВСПЫШКА EZ ТЕЛЬЦА

На семидесяти пластинках, полученных Г. С. Бадаляном на 21″ и 40″ телескопах Шмидта, нами был оценен блеск девяти уже известных вспыхивающих звезд в Тельце с целью выявления у них повторных вспышек. Эффективное время наблюдений порядка 31 часа.

У DF,DK, EY, FF, DN, FH, FI, FK Тельца значительных колебаний блеска, которые могли бы быть квалифицированы как вспышки, не было замечено.

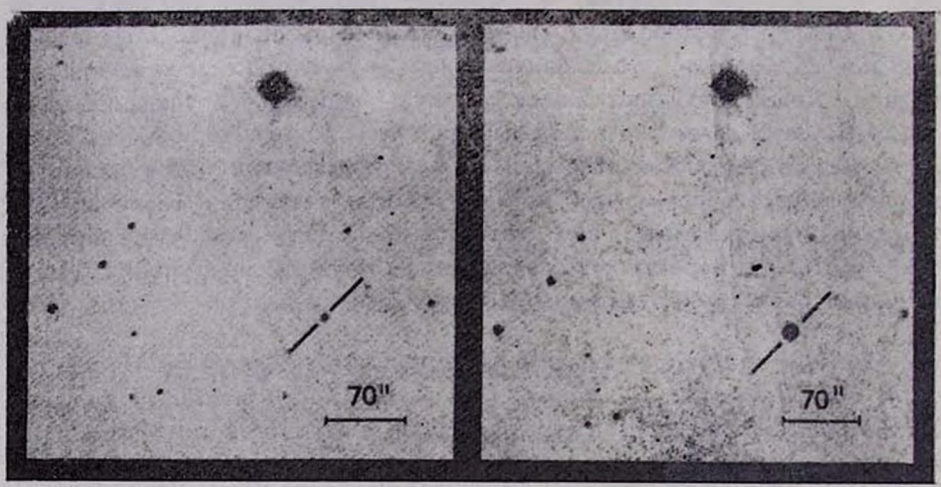

Рис. 1. EZ Тельца. Справа—в состоянии нормального блеска, слева—в момент вспышки.

Лишь у EZ Тельца 14.II.1963 года (ЮД 2438 348.304) было зафиксировано сильное увеличение блеска (до $m_{pg} = 13^m.4$. На снимках, полученных 18 часами ранее и 40 минутами позже, как и на всех остальных снимках, блеск звезды постоянен и близок к значениям $m_{pg} = 17^m.78$ и $m_{pv} = 16^m.10$.

Большая амплитуда изменения блеска 4^m4 и кратковременность явления говорят о том, что обнаружена новая вспышка переменной.

Первая вспышка, которую наблюдал Аро [1], имела сравнительно небольшую амплитуду 1^m7.

EZ Тельца — первая вспыхивающая звезда в Тельце, у которой наблюдалась вторая вспышка.

Поскольку все использованные снимки имеют одиночные изображения (а не цепочки изображений, которые применяются специально для обнаружения вспышек) и экспозиции являются относительно длинными, на них было бы трудно обнаружить кратковременные вспышки с небольшой амплитудой. Однако уже вспышки с амплитудой большей, чем две величины, могли быть обнаружены.

A second flare-up of EZ Tau. A flare-up of EZ Tau with amplitude 4. 4 pg has been observed on November 14, 1963.

12 июня 1970

Бюраканская астрофизическая обсерватория

Л. К. ЕРАСТОВА

ЛИТЕРАТУРА

1. *G. Haro*, Stars and Stellar Systems, V. 7, ed. B. M. Middlehurst and L. H. Aller, Univ. of Chicago Press, Chicago, 1968, p. 141.

КРИТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ХОЛОДНЫХ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С УЧЕТОМ НЕЙТРОНИЗАЦИИ

В работах [1—5] рассматривалось влияние нейтронизации на критические параметры белых карликов. В этой заметке мы снова возвращаемся к этой задаче, полагая, вместе с авторами [1], что в недрах звезды имеются ядра только одного сорта и ограничиваясь ньютоновской теорией тяготения.

Обозначим: μ — молекулярный вес на один электрон, x — импульс Ферми электронов в единицах $m_e c$, x_c — значение x в центре звезды. Если вещество белого карлика испытывает фазовый переход при $x = x_0$, причем μ меняется скачком от μ_1 до μ_2, то звезды с $x_c > x_0$ являются неоднородными. Конкретно, при бета-захвате ядро ^{56}Fe превращается в ядро ^{56}Mn, а последнее быстро в ^{56}Cr, при энергии электронов, равной 4.20 *Мэв* (с учетом массы покоя), чему соответствует $x_0 = 8.2$. В этом случае $\mu_2/\mu_1 = 26/24$.

Результаты расчетов приведены в табл. 1, где M — масса звезды в единицах $2.89\,M_\odot$, m_n/M — относительная доля массы ядра новой фазы от полной массы звезды.

Таблица 1

ПАРАМЕТРЫ ХОЛОДНЫХ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С УЧЕТОМ НЕЙТРОНИЗАЦИИ

		$\mu_1=56/26$		$\mu_2=56/24$	$x_0=7.6$	
x_c	7.605	7.62	7.63	7.64$^+$	7.65$^+$	7.70$^+$
M	0.406126	0.406164	0.406181	0.406193	0.406202	0.406198
m_n/M	3.69 —5	2.94 —4	5.38 —4	8.27 —4	1.15 —3	3.22 —3
		$\mu_1=56/26$		$\mu_2=56/24$	$x_0=8.0$	
x_c	8.00	8.02	8.04	8.08$^+$	8.10$^+$	8.12$^+$
M	0.408406	0.408454	0.408478	0.408483	0.408470	0.408449
m_n/M	0.00	2.71 —4	7.62 —4	2.13 —3	2.97 —3	3.89 —3
		$\mu_1=1.0$		$\mu_2=26/24$	$x_0=8.0$	
x_c	8.00	8.02	8.04	8.08$^+$	8.10$^+$	8.13$^+$
M	1.89462	1.89484	1.89495	1.89497	1.89492	1.89475
m_n/M	0.00	2.71 —4	7.62 —4	2.13 —3	2.97 —3	4.37 —3
		$\mu_1=55/26$		$\mu_2=56/24$	$x_0=8.10$	
x_c	8.11	8.13	8.16	8.17$^+$	8.18$^+$	8.20$^+$
M	0.408965	0.408997	0.409014	0.409014	0.409010	0.409997
m_n/M	9.41 —5	4.87 —4	1.36 —3	1.72 —3	2.09 —3	2.913
		$\mu_1=56/25$		$\mu_2=56/24$	$x_0=8.20$	
x_c	8.203	8.21	8.23	8.25$^+$	8.26$^+$	8.27$^+$
M	0.409458	0.409481	0.409512	0.409525	0.409527	0.409526
m_n/M	2.93 —6	9.23 —5	4.77 —4	1.02 —3	1.34 —3	1.68 —3

$+$ — неустойчивые состояния.

Для степеней приняты следующие обозначения: $3.69\ -5 = 3.69\cdot10^{-5}$.

Из табл. 1 прежде всего видно, что масса звезды максимальна не в точке начала нейтронизации, но при конечном размере ядра новой фазы. В общем случае утверждение о том, что при $q<1.5$ (q — отношение плотностей при фазовом превращении) устойчивость теряется не в точке образования новой фазы, а при конечном размере ядра, имеется в [6]. При фиксированных значениях x_0 и x_c относи-

тельная доля массы ядра зависит только от отношения μ_2/μ_1, но не от самих значений μ_2 и μ_1. При изменении x_0 от 7.6 до 8.2 относительная доля массы ядра $m_я/M$ в точке, где масса звезды максимальна (точка потери устойчивости), изменяется от $1.2\cdot10^{-3}$ до $1.4\cdot10^{-3}$. Следовательно, максимальная величина $m_я/M$ в устойчивом белом карлике малочувствительна к точному значению порогового импульса Ферми электронов.

Наличие ядра конечных размеров в устойчивой звезде имеет определенное эволюционное значение. Как показано в [7], процессы нейтронизации даже в медленно сжимающемся вследствие охлаждения белом карлике, на стадии образования ядра новой фазы, могут быть неравновесными. Неравновесность бета-процессов ведет к выделению тепловой энергии, замедлению охлаждения и сжатия и к увеличению времени жизни звезды.

Пользуюсь случаем выразить свою глубокую благодарность Я. Б. Зельдовичу за интерес к работе и ценные советы, а также Г. С. Бисноватому-Когану за многочисленные обсуждения.

The critical parameters of cold white dwarfs with neutronization. The critical parameters in particular value of a new phase nucleus mass of cold white dwarfs are calculated taking into account the neutronization reaction.

14 января 1970
Шемахинская астрофизическая обсерватория

З. Ф. СЕИДОВ

ЛИТЕРАТУРА

1. *T. Hamada, E. Salpeter*, Ap. J., 134, 683, 1961.
2. *Э. Шацман*, Астрон. ж., 33, 800, 1956.
3. *Г. С. Бисноватый-Коган, З. Ф. Сеидов*, Астрофизика, 5, 243, 1969.
4. *Ю. Л. Вартанян*, Астрофизика, 4, 373, 1968.
5. *Ю. Л. Вартанян, А. В. Овсепян*, Астрофизика, 4, 643, 1968.
6. *З. Ф. Сеидов*, Астрофизика, 3, 189, 1967.
7. *Г. С. Бисноватый-Коган, З. Ф. Сеидов*, Препринт ИПМ, № 8, 1969.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

ЖУРНАЛА „АСТРОФИЗИКА“ ТОМ 6 за 1970 г.

Агекян Т. А. К теории вращающихся звездных систем 559

Амбарцумян В. А. О проценте вспыхивающих звезд среди переменных типа RW AUR в ассоциации Ориона 31

Амбарцумян В. А., Мирзоян Л. В., Парсамян Э. С., Чавушян О. С., Ерастова Л. К. Вспыхивающие звезды в Плеядах 7

Амнуэль П. Р., Гусейнов О. Х., Аккреция вещества нейтронной звездой в двойной системе. I. 397

Аракелян М. А. Пространственное распределение и функция светимости квазизвездных радиоисточников 531

Аракелян М. А., Дибай Э. А., Есипов В. Ф. Спектры галактик Маркаряна. I. 39

Аракелян М. А., Дибай Э. А., Есипов В. Ф., Маркарян Б. Е. Спектры галактик Маркаряна. II. 357

Бабаджанянц М. К. Об одной возможности проверки гипотезы Арпа 170

Баранов А. С. Численно-экспериментальное исследование квазистационарной сферической системы со звездами разных масс 261

Баранов А. С. Зависимость масса-светимость в кратных звездах 669

Белякина Т. С. Изменения блеска AG Peg в 1962—67 гг. 49

Бисноватый-Коган Г. С., Зельдович Я. Б. О моделях скоплений точечных масс с квадратичным гравитационным потенциалом 387

Варданян Р. А. Поляриметрическое исследование долгопериодических переменных звезд 77

Вартанян Ю. Л. О нейтронных звездах малой массы 167

Вартанян Ю. Л., Овсепян А. В. Радиальные пульсации вращающихся белых карликов с учетом эффектов ОТО и нейтронизации 601

Ведмич В. Г. Влияние электронного рассеяния в звездных атмосферах на профили линий излучения и поглощения 445

Витязев В. В. О диффузии излучения в однородной движущейся среде . . . 431

Воронцов-Вельяминов Б. А. Квазары как протоскопления галактик 101

Гершберг Р. Е. Хромосферы звезд типа UV Cet 191

Гусейнов О. Х. (см. *Амнуэль П. Р.*) 397

Дервиз Т. Е. Поляризация излучения в линии Hβ в спектре γUMa 637

Дибай Э. А. Оценки блеска избранных галактик Маркаряна 350

Дибай Э. А. (см. *Аракелян М. А.*) 39

Дибай Э А. (см. *Аракелян М. А.*) 357

Докучаев В. П. Излучение магнитогидродинамических волн вращающимися магнитными звездами и планетами 471

Домбровский В. А. Поляризация излучения красных переменных звезд высокой светимости 207

Дорошкевич А. Г. Пространственная структура возмущений и происхождение вращения галактик во флуктуационной теории 581

Дробышевский Э. М. Генерация общего магнитного поля звезд конвективными оболочками с неполной ионизацией. I. 287

Дробышевский Э. М. Генерация общего магнитного поля звезд конвективными оболочками с неполной ионизацией. II. 489

Ерастова Л. К. Вторая вспышка EZ Тельца . . . . . .

Ерастова Л. К. (см. *Амбарцумян В. А.*) 7

Есипов В. Ф. (см. *Аракелян М. А.*) 39

Есипов В. Ф. (см. *Аракелян М. А.*) 357

Зельдович Я. Б. Распад однородного вещества на части под действием тяготения 319

Зельдович Я. Б., Каждан Я. М. Гравитационное сжатие сферического облака 109

Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Вращательные возмущения во фридмановской космологической модели 379

Зельдович Я. Б. (см. *Бисноватый-Коган Г. С.*) 387

Иванов В. В. Средняя длина пути фотона в рассеивающей среде 643

Имшенник В. С., Сидов З. Ф., Периоды пульсаций вращающихся белых карликов вблизи чандрасекаровского предела 301

Каждан Я. М. (см. *Зельдович Я. Б.*) 109

Калиберда В. С., Петровская И. В. Изменение скорости звезды как чисто разрывный случайный процесс. I. Звезды нулевой массы . . . . . 135.

Каллоглян А. Т. О взаимосвязи карликовых галактик типа Скульптора и ярких галактик с перемычкой 683

Каплан С. А., Цытович В. Н., Чихачев А. С. Раскачка электромагнитного излучения индуцированным комптоновским рассеянием в окрестности пульсаров 463

Квааст Т. Сверхновые как указатели расстояний 405

Леонов В. В. Рассеяние света в среде с движущейся границей 89

Маркарян Б. Е. (см. *Аракелян М. А.*) 357

Мелик-Алавердян Ю. К. Клочковатая модель радиоизлучающих облаков радиогалактик 341

Мелик-Алавердян Ю. К. К вопросу о функции радиосветимости радиогалактик 541

Мирзоян Л. В. (см. *Амбарцумян В. А.*) 7

Мирзоян Л. В., Мнацаканян М. А. К вопросу о динамической устойчивости ассоциации γ и h Персея 337

Мирзоян Л. В., Мнацаканян М. А. Исследование распределения скоростей О—В звезд в ассоциациях 411

Мнацаканян М. А. (см. *Мирзоян Л. В.*) 337

Мнацаканян М. А. (см. *Мирзоян Л. В.*) 411

Новиков И. Д. (см. *Зельдович Я. Б.*) 379

Нудьменко А. Г. Об изменяемости периодов долгопериодических переменных звезд 277

Овсепян А. В. (см. *Вартанян Ю. Л.*) 601

Панаджян В. Г. Угловые размеры квазара 3С 298 и мерцающего компонента 3С 273 на частоте 60 *Мгц* 165

Парсамян Э. С. (см. *Амбарцумян В. А.*) 7

Петровская И. В. (см. *Калиберда В. С.*) 135

Проник В. И., Щербаков А. Г. Исследование переменности ядер галактик. I, Об оптической переменности 3С 371 525

Родригес М. Г. Эффект поглощения в линиях в звездах классов F—G . . . 513

Рюммель У. (см. *Эйнасто Я.*) 241

Рябчикова Т. А. (см. *Хохлова В. Л.*) 227

Саакян К. А. (см. *Хачикян Э. Е.*) 177

Седракян Д. М. Магнитное поле вращающихся нейтронных звезд 615

Свидов З. Ф. Устойчивость слабовращающихся конфигураций с фазовым переходом 521

Свидов Э. Ф. Критические параметры холодных белых карликов с учетом нейтронизации 687

Свидов Э. Ф. (см. *Имшенник В. С.*) 301

Станюкович К. П., Шаршкеев О. Ш. Модели „Вселенной" Фридмана в центрально-симметричной системе отсчета 571

Стрельницкий В. С. Поляриметрическое исследование кратной системы ADS 4374 625

Теребиж В. Ю. Об уравнении для фазовой плотности в системе гравитирующих точек 346

Теребиж В. Ю. Уменьшение жесткости излучения при многократном комптоновском рассеянии 663

Фесенко Б. И. О распределении форм галактик 549

Хачикян Э. Е., Саакян К. А. Колориметрия галактик NGC 6946. II. Интегральные фотометрические характеристики ярких звездных ассоциаций 177

Хохлова В. Л., Рябчикова Т. А. Спектрально-переменная звезда CU Vir и модель наклонного ротатора 227

Цытович В. Н. (см. *Каплан С. А.*) 463

Чавушян О. С. (см. *Амбарцумян В. А.*) 7

Чихачев А. С. (см. *Каплан С. А.*) 463

Чхиквадзе Я. Н. Спектрофотометрическое исследование звезды MWC 84 . . 65

Шаршкеев О. Ш. (см. *Станюкович К. П.*) 571

Шахбазян Р. К. Фотометрия сверхассоциаций в 12 отдаленных галактиках . . 367

Шварцман В. Ф. О гамма- и радиоизлучении нейтронных звезд, находящихся в состоянии аккреции 123

Шварцман В. Ф. О генерации релятивистских частиц нейтронными звездами, находящимися в состоянии аккреции 309

Щербаков А. Г. (см. *Проник В. И.*) 525

Эйнасто Я. Э. Галактика Андромеды М 31. II. Гидродинамическая модель. Теория 149

Эйнасто Я. Э., Рюммель У. Галактика Андромеды М 31. III. Гидродинамическая модель. Результаты 241

СОДЕРЖАНИЕ

ЖУРНАЛА „АСТРОФИЗИКА“ ТОМ 6 за 1970 год

Выпуск 1

Вспыхивающие звезды в Плеядах
В. А. Амбарцумян, Л. В. Мирзоян, Э. С. Парсамян, О. С. Чавушян, Л. К. Ерастова 7

О проценте вспыхивающих звезд среди переменных типа RW Aur в ассоциации Ориона . . . . . *В. А. Амбарцумян* 31

Спектры галактик Маркаряна. I.
М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов 39

Изменения блеска AG Peg в 1962—67 гг. . . . . *Т. С. Белякина* 49

Спектрофотометрическое исследование звезды MWC 84 . . . *Я. Н. Чхиквадзе* 65

Поляриметрическое исследование долгопериодических переменных звезд
Р. А. Варданян 77

Рассеяние света в среде с движущейся границей . . . . . *В. В. Левонов* 89

Квазары как протоскопления галактик . . . . . *Б. А. Воронцов-Вельяминов* 101

Гравитационное сжатие сферического облака. *Я. Б. Зельдович, Я. М. Каждан* 109

О гамма- и радиоизлучении нейтронных звезд, находящихся в состоянии аккреции . . . . . *В. Ф. Шварцман* 123

Изменение скорости звезды как чисто разрывный случайный процесс. I. Звезды нулевой массы . . . . . *В. С. Калиберда, И. В. Петровская* 135

Галактика Андромеды M 31. II. Гидродинамическая модель. Теория
Я. Э. Эйнасто 149

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Угловые размеры квазара 3C 298 и мерцающего компонента 3C 273 на частоте 60 *Мгц* . . . . . *В. Г. Панаджян* 165

О нейтронных звездах малой массы . . . . . *Ю. Л. Вартанян* 167

Об одной возможности проверки гипотезы Арпа . . . . . *М. К. Бабаджанянц* 170

Выпуск 2

Колориметрия галактики NGC 6946. II. Интегральные фотометрические характеристики ярких звездных ассоциаций . . *Э. Е. Хачикян, К. А. Саакян* 177

Хромосферы звезд типа UV Cet . . . . . *Р. Е. Гершберг* 191

Поляризация излучения красных переменных звезд высокой светимости *В. А. Домбровский* 207

Спектрально-переменная звезда CU Vir и модель наклонного ротатора *В. Л. Хохлова, Т. А. Рябчикова* 227

Галактика Андромеды М 31. III. Гидродинамическая модель. Результаты *Я. Эйнасто, У. Рюммель* 241

Численно-экспериментальное исследование квазистационарной сферической системы со звездами разных масс . . . . . *А. С. Баранов* 261

Об изменяемости периодов долгопериодических переменных звезд *А. Г. Нуджвенко* 277

Генерация общего магнитного поля звезд конвективными оболочками с неполной ионизацией. I. . . . . *Э. М. Дробышевский* 287

Периоды пульсаций вращающихся белых карликов вблизи Чандрасекаровского предела . . . . . *В. С. Имшенник, З. Ф. Свидов* 301

О генерации релятивистских частиц нейтронными звездами, находящимися в состоянии аккреции . . . . . *В. Ф. Шварцман* 309

Распад однородного вещества на части под действием тяготения *Я. Б. Зельдович* 319

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

К вопросу о динамической устойчивости ассоциации χ и h Персея *Л. В. Мирзоян, М. А. Мнацаканян* 337

Клочковатая модель радиоизлучающих облаков радиогалактик *Ю. К. Мелик-Алавердян* 341

Об уравнении для фазовой плотности в системе гравитирующих точек *В. Ю. Теребиж* 346

Оценки блеска избранных галактик Маркаряна . . . . . *Э. А. Дибай* 350

Выпуск 3

Спектры галактик Маркаряна. II. *М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов, Б. Е. Маркарян* 357

Фотометрия сверхассоциаций в 12 отдаленных галактиках . . *Р. К. Шахбазян* 367

Вращательные возмущения во Фридмановской космологической модели *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков* 379

О моделях скоплений точечных масс с квадратичным гравитационным потенциалом . . . . . *Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдович* 387

Аккреция вещества нейтронной звездой в двойной системе. I, *П. Р. Амнуэль, О. Х. Гусейнов* 397

Сверхновые как указатели расстояний . . . . . *Т. Кваст* 405

Исследование распределения скоростей О-В звезд в ассоциациях *Л. В. Мирзоян, М. А. Мнацаканян* 411

О диффузии излучения в одномерной движущейся среде . . . *В. В. Витязев* 431

Влияние электронного рассеяния в звездных атмосферах на профили линий излучения и поглощения . . . . . *В. Г. Ведмич* 445

Раскачка электромагнитного излучения индуцированным комптоновским рассеянием в окрестности пульсаров *С. А. Каплан, В. Н. Цытович, А. С. Чихачев* 463

Излучение магнитогидродинамических волн вращающимися магнитными звездами и планетами . . . . . *В. П. Докучаев* 471

Генерация общего магнитного поля звезд конвективными оболочками с неполной ионизацией. II. . . . . *Э. М. Дробышевский* 489

Эффект поглощения в линиях в звездах классов F—G. . . . *М. Г. Родригес* 513

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Устойчивость слабовращающихся конфигураций с фазовым переходом *З. Ф. Свидов* 521

Выпуск 4

Исследование переменности ядер галактик. I. Об оптической переменности 3С 371 . . . . . *В. И. Проник, А. Г. Щербаков* 525

Пространственное распределение и функция светимости квазизвездных радиоисточников . . . . . *М. А. Аракелян* 531

К вопросу о функции радиосветимости радиогалактик *Ю. К. Мелик-Алавердян* 541

О распределении форм галактик . . . . . *В. И. Фесенко* 549

К теории вращающихся звездных систем . . . . . *Т. А. Агекян* 559

Модели „Вселенной" Фридмана в центрально-симметричной системе отсчета *К. П. Станюкович, О. Ш. Шаршекеев* 571

Пространственная структура возмущений и происхождение вращения галактик во флуктуационной теории . . . . . *А. Г. Дорошкевич* 581

Радиальные пульсации вращающихся белых карликов с учетом эффектов ОТО и нейтронизации. . . . . *Ю. Л. Вартанян, А. В. Овсепян* 601

Магнитные поля вращающихся нейтронных звезд . . . . . *Д. М. Седракян* 615

Поляриметрическое исследование кратной системы ADS 4374 *В. С. Стрельницкий* 625

Поляризация излучения в линии Hβ в спектре γUMa . . . . . *Т. Е. Дервиз* 637

Средняя длина пути фотона в рассеивающей среде . . . . . *В. В. Иванов* 643

Уменьшение жесткости излучения при многократном комптоновском рассеянии *В. Ю. Теребиж* 663

Зависимость масса—светимость в кратных звездах . . . . . *А. С. Баранов* 669

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

О взаимосвязи карликовых галактик типа Скульптора и ярких галактик с перемычкой . . . . . *А. Т. Каллоглян* 683

Вторая вспышка EZ Тельца . . . . . *Л. К. Ерастова* 686

Критические параметры холодных белых карликов с учетом нейтронизации *З. Ф. Сеидов* 687

INDEX OF AUTHORS

Agekian T. A. On the theory of rotating of stellar systems 559

Ambartsumian V. A. On the percentage of flare stars among the RW Aurigae type variables in Orion association 31

Ambartsumian V. A., Mirzoyan L. V., Parsamian E. S., Chavushian O. S., Erastova L. K, Flare stars in Pleiades 7

Amnuel P. R., Guseynov O. H. The accretion of matter by the neutron star in binary system. I. 397

Arakelian M. A. The space distribution and luminosity function of quasi-stellar radio sources 531

Arakelian M. A., Dibay E. A., Yesipov V. F. The spectra of Markarian galaxies. I 39

Arakelian M. A., Dibay E. A., Yesipov V. F., Markarian B. E. The spectra of Markarian galaxies. II. 357

Babadzhanyanz M. K. On the possibility of Arp's hypothesis test 170

Baranov A. S. Numerical-experimental investigation of quasi-stationary spherical system with stars of different masses 261

Baranov A. S. The mass-luminosity relation for multiple stars 669

Belyakina T. S. The light variations of AG Peg from 1962 to 1967 49

Bisnovaty-Kogan G. S., Zeldovich Ya. B. The models of clusters of point masses with quadratic potential 387

Chavushian O. S. (see *Ambartsumian V. A.*) 7

Chikhachov A. S. (see *Kaplan S. A.*) 463

Chkhikvadze Ya. N. A spectrophotometric investigation of MWC 84 star . . . 65

Dervis T. E. The polarisation of radiation in Hβ in the spectrum of γ UMa . . 637

Dibay E. A. The estimation of brightness of selected Markarian galaxies . . . 350

Dibay E. A. (see *Arakelian M. A.*) 39

Dibay F. A. (see *Arakelian M. A.*) 357

Dokuchaev V. P. Radiation of magneto-hydrodynamic waves by rotating magnetic stars and planets 471

Dombrovsky V. A. Polarization of light of red variable stars of high luminosity 207

Doroshkevich A. G. The space structure of perturbations and the origin of the rotating of galaxies in the theory of fluctuation 581

Drobishevsky E. M. Generation of stellar magnetic field by partially ionized convective envelopes. I. 287

Drobishevsky E. M. Generation of stellar magnetic field by partially ionized convective envelopes. II 489

Einasto J. E. The Andromeda galaxy M 31. II. Hydrodynamical model. Theory . 149

Einasto J. E., Rummel U. The Andromeda galaxy M 31. III. A hydrodynamical model. Results 241

Erastova L. K. A second flare-up of EZ Tau 683

Erastova L. K. (see *Ambartsumian V. A.*) 7

Fessenko B. I. The distribution of forms of galaxies 549

Gershberg R. E. Chromospheres of the UV Cet-type stars 191

Guseynov O. H. (see *Amnuel P. K.*) 397

Hovseplan A. V. (see *Vartanian Yu. L.*) 601

Imshennik V. S., Seydov Z. F. The periods of pulsations of rotating white dwarfs near Chandrasekar's limit 301

Ivanov V. V. Mean lenght of photon path in a scattering mediu m 643

Kazhdan Ya. M. (see *Zeldovich Ya. B.*) 109

Kaliberda V. T., Petrovskaya I. V. The velocity variation of a star as a purely discontinuous random process. I. Zero mass stars 135

Kalloglian A. T. On the connection between Sculptor type dwarf galaxies and bright barred spirals 686

Kaplan S. A., Tsytovich V. N., Chikhachov A. S. Enhancement of electromagnetic radiation induced by Gompton scattering in the vicinity of pulsars 463

Khachikian E. Ye., Sahakian K. A. The colorimetry of galaxy NGC 6946. II. The integral photometric characteristics of bright stellar associations 177

Khokhlova V. A., Riabchikova T. V. Spectrum variable star CU Vir and oblique rotator model 227

Kwast T. Supernovae as indicators of distances 405

Leonov V. V. On the theory of light scattering in a medium with a moving boundary 89

Markarian B. E. (see *Arakelian M. A.*) 357

Melik-Alaverdian Yu. K. Patchy model of radioemitting clouds of radiogalaxies 341

Melik-Alaverdian Yu. K. About function of radioluminosity of the radiogalaxies
Mirzoyan L. V. (see *Ambartsumian L. V.*) 7

Mirzoyan L. V., Mnatsakanian M. A. On the dynamical instability of the χ and h Persei association 337

Mirzoyan L. V., Mnatsakanian M. A. A study of velocity distribution of O-B stars in associations 411

Mnatsakanian M. A. (see *Mirzoyan L. V.*) 337

Mnatsakanian M. A. (see *Mirzoyan L. V.*) 411

Novikov I. D. (see *Zeldovich Ya. B.*) 379

Nudjenko A. G. On the changes of periods of the long-period variable stars . . 277

Panajian V. G. The angular dimensions of quasar 3C 298 and scintillating component of 3C 273 at 60 *Mhz* 165

Parsamian E. S. (see *Ambartsumian V. A.*) 7

Petrovskaya I. V. (see *Kaltberda V. S.*) 135

Pronik V. I., Scherbakov A. G. Studies of nuclei variability of galaxies. I. On the optical variability of 3C 371 725

Riabchikova T. A. (see *Khokhlova V. L.*) 227

Rodrigues M. H. Line blanketing in F-G stars 513

Rummel U. (see *Einasto J.*) 241

Sahakian K. A. (see *Khachikian E. Ye.*) 177

Scherbakov A. G. (see *Pronik V. I.*) 525

Sedrakian D. M. The magnetic field of rotating neutron stars 615

Schwarzman V. F. On the gamma and radio radiation from neutron stars in the state of accretion 123

Schwartzman V. F. On the generation of relativistic particles by neutron stars in the state of accretion 309

Seydov Z. F. On the stability of the slowly rotating configuration with a phase transition 521

Seydov Z. F. The critical parameters of cold white dwarfs with neutronization 687
Seydov Z. F. (see *Imshennik V. S.*) 301

Shahbazian R. K. The photometry of superassociations in the 12 distant galaxies 367
Sharshekeev O. Sh. (see *Stanyoukovich K. P.*) 571

Stanyoukovich K. P., Sharshekeev O. Sh. The models of Friedmans „Universe" in the central symetrical system of counting out 571

Strelnitsky V. S. Polarimetrical investigation of the multiple star system ADS 4374 625

Terebizh V. Yu. On equation for the phase density in a system of gravitating particles 346

Terebizh V. Yu. The softening of radiation by multiple Compton scattering . . 663

Tsytovich V. N. (see *Kaplan S. A.*) 463

Vardanian R. A. Polarimetric investigation of long-period variable stars 77

Vartanian Y. L. The neutron stars of small masses 167

Vartanian Y. L., Hovseptan A. V. Radial pulsations of the rotating white dwarfs with consideration of the effects of general relativity and neutronization 615

Vedmich V. G. The effect of electron scattering on the profilers of emission and absorption lines in stellar atmospheres 445

Vityasev V. V. On diffusion of radiation in one dimensional moving medium . . 431

Vorontsov-Velyaminov B. A. Quasars as protoclusters of galaxies 101

Yesipov V. F. (see *Arakelian M. A.*) 39

Yesipov V. F. (see *Arakelian M. A.*) 357

Zeldovich Ya. B. The separation of uniform matter into parts under the action of gravitation 319

Zeldovich Ya. B. (see *Bisnovaty-Kogan G. S.*) 387

Zeldovich Ya. B., Kazhdan Ya. M. Gravitational contraction of spheroidal cloud 109

Zeldovich Ya. B., Novikov I. D. Vortex perturbations in the Friedman's cosmological model 379

CONTENTS

Number 1

Flare stars in Pleiades
V. A. Ambartsumian, L. V. Mirzoyan, E. S. Parsamian, O. S. Chavushian, L. K. Erastova 7

On the percentage of flare stars among the RW Auriagae type variables in Orion association . . . . . *V. A. Ambartsumian* 31

The spectra of Markarian galaxies. I.
M. A. Arakelian, E. A. Dibay, V. F. Yesipov 39

The light variations of AG Peg from 1962 to 1967 . . . . . *T. S. Belyakina* 49

A spectrophotometric investigation of MWC 84 star . . . . *I. N. Chkhikvadze* 65

Polarimetric investigation of long-period variable stars . . . . *R. A. Vardanian* 77

On the theory of light scattering in a medium with a moving boundary
V. V. Leonov 89

Quasars as protoclusters of galaxies . . . . . *B. A. Vorontsov-Velyaminov* 101

Gravitational contraction of spheroidal cloud
Ya. B. Zeldovich, Ya. M. Kazhdan 109

On the gamma and radio radiation from neutron stars in the state of accretion
V. F. Schwarzman 123

The velocity variation of a star as a purely discontinous random process. I. Zero mass stars . . . . . *V. S. Kalitzerda, I. V. Petrovskaya* 135

The Andromeda galaxy M 31. II. Hydrodynamical model theory . . *J. E. Einasto* 149

NOTES

The angular dimensions of quasar 3C 298 and scintillating component of 3C 273 at 60 *Mhz* . . . . . *V. G. Panajian* 165

The neutron stars of small masses . . . . . *Y. L. Vardanian* 167

On the possibility of Arp's hypothesis test . . . . . *M. K. Babadzhanianz* 170

Number 2

The colorimetry of galaxy NGC 6946. II. The integral photometric characteristics of bright stellar associations . . . . *E. Ye. Khachikian, K. A. Sahakian* 177

Chromospheres of the UV Cet-type stars . . . . . *R. E. Gershberg* 191

Polarization of light of red variable stars of high luminosity *V. A. Dombrovsky* 207

Spectrum variable star CU Vir and oblique rotator model *V. L. Khokhlova, T. V. Riabchikova* 207

The Andromeda galaxy M 31. III. A hydrodynamical model. Results *J. Einasto, U. Rummel* 241

Numerical-experimental investigation of quasi-stationary spherical system with stars of different masses . . . . . *A. S. Baranov* 261

On the changes of periods of the long-period variable stars . . *A. G. Nudjenko* 277

Generation of stellar magnetic field by partially ionized convective envelopes. I. *E. M. Drobishevsky* 287

The periods of pulsations of rotating white dwarfs near Chandrasekar's limit *V. S. Imshennik, Z. F. Seydov* 301

On the generation of relativistic particles by neutron stars in the state of accretion . . . . . *V. F. Schwartzman* 309

The separation of uniform matter into parts under the action of gravitation *Ya. B. Zeldovich* 319

NOTES

On the dynamical instability of the χ and h Persei association *L. V. Mirzoyan, M. A. Mnatsakanian* 337

Patchy model of radioemitting clouds of radiogalaxies *Yu. K. Melik-Alaverdian* 341

On equation for the phase density in a system of gravitating particles *V. Yu. Terebizh* 346

The estimation of brightness of selected Markarian galaxies . . . . *E. A. Dibay* 350

Number 3

The spectra of Markarian galaxies. II. *M. A. Arakelian, E. A. Dibay, V. F. Yesipov, B. E. Markarian* 357

The photometry of superassociation in the 12 distant galaxies *R. K. Shahbazian* 367

Vortex perturbations in the Friedman's cosmological model *Ya. B. Zeldovich, I. D. Novikov* 379

The models of clusters of point masses with quadratic potential *G. S. Bisnovaty-Kogan, Ya. B. Zeldovich* 387

The accretion of matter by the neutron star in binary system I.
P. R. Amnuel, O. H. Guseynov 397

Supernovae as indicators of distances . . . . . *T. Kwast* 405

A study of velocity distribution of O-B stars in associations
L. V. Mirzoyan, M. A. Mnatsakanian 411

On diffusion of radiation in one dimensional moving medium . . *V. V. Vityazev* 431

The effect of electron scattering on the profilers of emission and absorption lines in stellar atmospheres . . . . . *V. G. Vedmich* 445

Enhancement of electromagnetic radiation induced by Compton scattering in the vicinity of pulsars . . *S. A. Kaplan, V. N. Tsytovich, A. S. Chikhachov* 463

Radiation of magneto-hydrodynamic waves by rotating magnetic stars and planets
D. P. Dokuchaev 471

Generation of stellar magnetic field by partially ionized convective envelopes. II.
E. M. Drobyshevsky 489

Line blanketing in F-G stars . . . . . *M. H. Rodriguez* 513

NOTES

On the stability of the slowly rotating configuration with a phase transition
Z. F. Seydov 521

Number 4

Studies of nuclei variability of galaxies I. On the optical variability of 3C 371
V. I. Pronik, A. G. Scherbakov 525

The space distribution and luminosity function of quasi-stellar radio sources
M. A. Arakelian 531

About function of radioluminosity of the radiogalaxies. *Yu. K. Melik-Alaverdian* 541

The distribution of forms of galaxies . . . . . *B. I. Fesenko* 549

On the theory of rotating stellar systems . . . . . *T. A. Agekian* 559

The models of Friedman's „Universe" in the central-symetrical system of counting out . . . . . *K. P. Stanyoukovich, O. Sh. Sharchekeev* 571

The space structure of perturbations and the origin of the rotating of galaxies in the theory of fluctuation . . . . . *A. G. Doroshkevich* 581

The magnetic field of rotating neutron stars . . . . . *D. M. Sedrakian* 601

Radial pulsations of the rotating white dwarfs with consideration of the effects of general relativity and neutronization
Yu. L. Vartanian, A. V. Hovsepian 615

Polarimetrical investigation of the multiple stellar system ADS 4374
V. S. Strelnitsky 625

The polarisation of radiation in Hβ in the spectrum of γ UMa . . *T. E. Dervis* 637

Mean lenght of photon path in a scattering medium . . . . . *V. V. Ivanov* 643

The softening of radiation by multiple Compton scattering . . *V. Yu. Terebizh* 663

The mass-luminosity relation for multiple stars . . . . . *A. S. Baranov* 669

NOTES

On the connection between Sculptor type dwarf galaxies and bright barred spirals . . . . . *A. T. Kalloglian* 686

A second flare-up of EZ Tau . . . . . *L. K. Erastova* 683

The critical parameters of cold white dwarfs with neutronization . *Z. F. Seydov* 687

CONTENTS

STUDIES OF NUCLEI VARIABILITY OF GALAXIES. I. ON THE OPTICAL VARIABILITY OF 3C 371 . . . . . *V. I. Pronik, A. G. Scherbakov* 525

THE SPACE DISTRIBUTION AND LUMINOSITY FUNCTION OF QUASI-STELLAR RADIO SOURCES . . . . . *M. A. Arakelian* 531

ABOUT FUNCTION OF RADIOLUMINOSITY OF THE RADIOGALAXIES *Yu. K. Melik-Alaverdian* 541

THE DISTRIBUTION OF FORMS OF GALAXIES . . . . . *B. I. Fessenko* 549

ON THE THEORY OF ROTATING STELLAR SYSTEMS . . . *T. A. Agekian* 559

THE MODELS OF FRIEDMANS „UNIVERSE" IN THE CENTRAL SYMETRICAL SYSTEM OF COUNTING OUT *K. P. Stanyoukovich, O. Sh. Sharshekeev* 571

THE SPACE STRUCTURE OF PERTURBATIONS AND THE ORIGIN OF ROTATION OF GALAXIES IN THE THEORY OF FLUCTUATION *A. G. Doroshkevich* 581

RADIAL PULSATIONS OF THE ROTATING WHITE DWARFS WITH CONSIDERATION OF THE EFFECTS OF GENERAL RELATIVITY AND NEUTRONIZATION . . . . . *Yu. L. Vartanian, A. V. Hovsepian* 601

THE MAGNETIC FIELD OF ROTATING NEUTRON STARS *D. M. Sedrakian* 615

POLARIMETRICAL INVESTIGATION OF THE MULTIPLE STELLAR SYSTEM ADS 4374 . . . . . *V. S. Strelnitsky* 625

THE POLARISATION OF RADIATION IN H_3 IN THE SPECTRUM OF γ UMa *T. E. Dervis* 637

MEAN LENGHT OF PHOTON PATH IN A SCATTERING MEDIUM *V. V. Ivanov* 643

THE SOFTENING OF RADIATION BY MULTIPLE COMPTON SCATTERING *V. Yu. Terebizh* 663

THE MASS-LUMINOSITY RELATION FOR MULTIPLE STARS *A. S. Baranov* 669

NOTES

ON THE CONNECTION BETWEEN SCULPTOR TYPE DWARFS AND BRIGHT BARRED SPIRALS . . . . . *A. T. Kalloglian* 683

A SECOND FLARE-UP OF EZ TAU . . . . . *L. K. Erastova* 686

THE CRITICAL PARAMETERS OF COLD WHITE DWARFS WITH NEUTRONIZATION *Z. F. Seydov* 687