

# ԱՍՏՐՈՖԻԶԻԿԱ

ТОМ 6

АВГУСТ, 1970

ВЫПУСК 3

## СПЕКТРЫ ГАЛАКТИК МАРКАРЯНА. II.

*М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов, Б. Е. Маркарян* 357  
ФОТОМЕТРИЯ СВЕРХАССОЦИАЦИЙ В 12 ОТДАЛЕННЫХ ГАЛАКТИКАХ

*Р. К. Шахбазян* 367

ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ВО ФРИДМАНОВСКОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ . . . . . *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков* 379

О МОДЕЛЯХ СКОПЛЕНИЙ ТОЧЕЧНЫХ МАСС С КВАДРАТИЧНЫМ ГРАВИТАЦИОННЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

*Г. С. Бисноватый-Козан, Я. Б. Зельдович* 387

АККРЕЦИЯ ВЕЩЕСТВА НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДОЙ В ДВОЙНОЙ СИСТЕМЕ. I. . . . . *П. Р. Амнгуэль, О. Х. Гусейнов* 397

СВЕРХНОВЫЕ КАК УКАЗАТЕЛИ РАССТОЯНИЙ . . . . . *Т. Кваст* 405

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ О—В ЗВЕЗД В АССОЦИАЦИЯХ . . . . . *Л. В. Мирзоян, М. А. Мнацаканян* 411

О ДИФФУЗИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОМЕРНОЙ ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

*В. В. Витязев* 431

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО РАССЕЯНИЯ В ЗВЕЗДНЫХ АТМОСФЕРАХ НА ПРОФИЛИ ЛИНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ

*В. Г. Ведмич* 445

РАСКАЧКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИНДУЦИРОВАННЫМ КОМПТОНОВСКИМ РАССЕЯНИЕМ В ОКРЕСТНОСТИ ПУЛЬСАРОВ

*С. А. Каплан, В. Н. Цытович, А. С. Чихачев* 463

ИЗЛУЧЕНИЕ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЛН ВРАЩАЮЩИМСЯ МАГНИТНЫМИ ЗВЕЗДАМИ И ПЛАНЕТАМИ. *В. П. Докучаев* 471

ГЕНЕРАЦИЯ ОБЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗВЕЗД КОНВЕКТИВНЫМИ ОБОЛОЧКАМИ С НЕПОЛНОЙ ИОНИЗАЦИЕЙ. II.

*Э. М. Дробышевский* 489

ЭФФЕКТ ПОГЛОЩЕНИЯ В ЛИНИЯХ В ЗВЕЗДАХ КЛАССА F—G

*М. Г. Родригес* 513

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УСТОЙЧИВОСТЬ СЛАБОВРАЩАЮЩИХСЯ КОНФИГУРАЦИЙ С ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ  
*Э. Ф. Свилов* 521

Е Р Е В А Н

## Խ մ ր ա գ ր ա կ ա ն կ ո լ լ Ե գ ի ա

Ա. Ա. Բոյարչուկ, Վ. Ա. Դոմբրովսկի, Յա. Բ. Ջելդովիչ, Հ. Մ. Թովմասյան,  
Ս. Ա. Կապլան, Վ. Հ. Համբարձումյան (գլխավոր խմբագիր), Բ. Ծ. Մարգարյան,  
Լ. Վ. Միրզոյան (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Վ. Սորոլև

## Редакционная коллегия

В. А. Амбарцумян (главный редактор), А. А. Боярчук, В. А. Домбровский,  
Я. Б. Зельдович, С. А. Каплан, Б. Е. Маркарян, Л. В. Мирзоян (зам. главного  
редактора), В. В. Соболев, Г. М. Товмасын

„АСТРОФИЗИКА“ — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство „Международная книга“, Москва, 200.

«Աստրոֆիզիկա»-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակվում է Հայկական ՍՍՀ Գիտությունների ակադեմիայի կողմից: Հանդեսը ազագրում է ինֆեռարայ հողվածներ աստղերի ֆիզիկայի, սիդամածոթյունների ու սիջաստղային սիջավայրի ֆիզիկայի, աստղային և արտազուտակիտական աստղագիտության, ինչպես նաև աստրոֆիզիկային ստամանակից քննարկումների գծով:

Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Հանդեսը լույս է տեսնում տարեկան 4 անգամ, 1 համարի արժեքն է 1 անրլի, բաժանողագինը 4 անրլի մեկ տարվա համար: Բաժանողագրվել կարելի է «Սոյուզպեչատ»-ի բոլոր բաժանմունիներում, իսկ արտաստամանում «Մեժդուոնարոդնայ կնիգա» գործակալության միջոցով, Մոսկվա, 200:

## СПЕКТРЫ ГАЛАКТИК МАРКАРЯНА. II

М. А. АРАКЕЛЯН, Э. А. ДИБАЙ, В. Ф. ЕСИПОВ, Б. Е. МАРКАРЯН

Поступила 14 июня 1970

Приведены результаты спектральных наблюдений сорока шести новых объектов из списка галактик с ультрафиолетовым континуумом [2], а также новые наблюдения четырнадцати объектов, наблюдаемых ранее [1]. Эмиссионные линии обнаружены в спектрах тридцати шести объектов, включая два объекта, классифицированных ранее как не имеющие эмиссионных линий.

Объекты №№ 78, 110, 142 и 198 содержат в своих спектрах широкие эмиссионные линии, характерные для ядер галактик Сейферта.

Новые наблюдения объектов № 99 и 105, заподозренных ранее в принадлежности к сейфертовскому типу, подтвердили наличие широких линий в спектре лишь у второго из них.

В статье [1] были приведены результаты спектральных наблюдений тридцати двух объектов из списков галактик с ультрафиолетовым континуумом [2, 3]. В спектрах большинства исследованных в [1] объектов присутствуют эмиссионные линии; пять из них имеют широкие эмиссии, характерные для ядер галактик Сейферта, два объекта были заподозрены в принадлежности к сейфертовскому типу.

В апреле — мае 1970 г. на Крымской станции ГАИШ продолжалось изучение спектров галактик с ультрафиолетовым континуумом. Описание аппаратуры и методики наблюдений изложено в [1].

В настоящей работе приводятся результаты наблюдений сорока трех новых объектов второго списка галактик с ультрафиолетовым континуумом [2]. Большинство спектрограмм было получено в фотографической области спектра в интервале от 4000 до 5800 Å; в ряде случаев фотографировалась также красная область в интервале длин волн 5800—7500 Å. Кроме того, некоторые объекты, исследованные

ранее в фотографической области спектра [1], повторно наблюдались в красной области. Все результаты спектральных наблюдений объектов с отождествленными линиями представлены в табл. 1.

Таблица 1

№№	mpg	z	Эквивалентная ширина эмиссионных линий W <sub>λ</sub> A				Спектр. тип	
			[N II] λ 6583	H <sub>α</sub>	[O III] λ 5007	[O III] λ 4959		H <sub>β</sub>
1	2	3	4	5	6	7	8	9
73	15	0.015	15	50	10	3	15	sd3e
78	15	0.038		250		35	15	ds1e
82	15.5	0.019	5	10				s2e
83	16.5	0.049			10		20	s3e
84	14.5	0.021	10	20				s2
88	14.5	0.031		10				d2e
89	15	0.005		15	20	7	4	sd2e
96	15.5	0.022		15	10	4	7	sd1e
98	15	0.011		15	12		6	d1e
99	16.5	0.013		20	20	7	7	d3e
100	14.5	0.015	10	10				s2e
105	16	0.013		50	10	3	25	s2
108	15	0.004		70				d1e
110	16	0.036			30	10	25	ds1e
115	16	0.026			10	4	8	s2
116	16.5*	0.0014				25	35	sd1e
119	14	0.010	15	25				d2e
127	16.5	0.037			8		8	s2e
133	14.5	0.006	10	15	3		1.5	s1e
135	16	0.043			10		8	s2e
140	15	0.005			45	16	20	sd1e
141	14.5	0.039		150	7	3	10	s2e
142	16.5	0.045			5		20	s1e
146	14	0.012	10	15				s1
149	14.5	0.002		8				s3e
150	15.5	0.013			16	7	8	sd1e
151	14.5	0.005			50	20	15	s2
153	15.5	0.008		10				d1e
155	13.5	0.006		7				ds3e
156	15.5	0.005			15	6	5	d2e
157	14	0.005		80	50	20	40	d2e
158	14	0.007	12	15			2	s2e

\* Яркая компонента.

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
159	14.5	0.027		20	4	1.5	7	s1
161	13.5	0.020	10	15	4		3	s2e
162	15	0.021			30	12	10	d1e
165	15	0.013			12		7	s2e
166	15.5	0.012	10	25		2	6	s1e
169	14.5	0.004			40	15	12	sd2e
171 <sub>a</sub>	13	0.005			25	10	45	sd1e
171 <sub>b</sub>	13.5	0.005			25	10	45	d1
178	14	0.000		10				sd2e
179	14	0.015		8				sd3e
186	13.5	0.002		25	15	6	4	ds1e
191	15.5	0.032	5	12				sd1
193	16.5	0.018			25	10	12	d1e
194	15.5	0.051	10	15			7	s1e
195	14.5	0.004			7	3	10	s1e
197	14.5	0.008			7		3	s2e
198	15	0.025		30	50	20	15	sd2e

Ниже приводятся морфологические характеристики и краткое описание спектров изученных галактик с эмиссионными линиями.

*Маркарян 73.* Сфероидальный объект со слабой, мало развитой короной. Ранее [1] наблюдался лишь в фотографической области спектра. Наблюдения в красной области выявили линии  $[N II] \lambda 6583$  и  $H_{\alpha}$ .

*Маркарян 78.* Объект сфероидальной формы с резкими границами. Спектрограмма, полученная при ориентации щели по прямому восхождению, выявила широкие наклонные эмиссионные линии. При расположении щели спектрографа вдоль малой оси объекта (позиционный угол  $150^{\circ}$ ) эффект наклона исчезает. При этом наблюдаются широкие эмиссионные линии, как запрещенные, так и водородные. Полные ширины этих линий на уровне непрерывного спектра равны 50 Å. В синей части спектра наблюдается в эмиссии  $H_{\gamma}$ , а также, по-видимому, линия  $He II \lambda 4686$ . На спектрограмме в красной области спектра выделяется эмиссия шириной 70 Å, являющаяся blendой линии  $[N II] + H_{\alpha}$ , дублет  $[S II] \lambda \lambda 6717/31$ , а также линия  $[O I] \lambda 6300$ . Спектр этого объекта напоминает спектр ядра известной сейфертовской галактики NGC 1068.

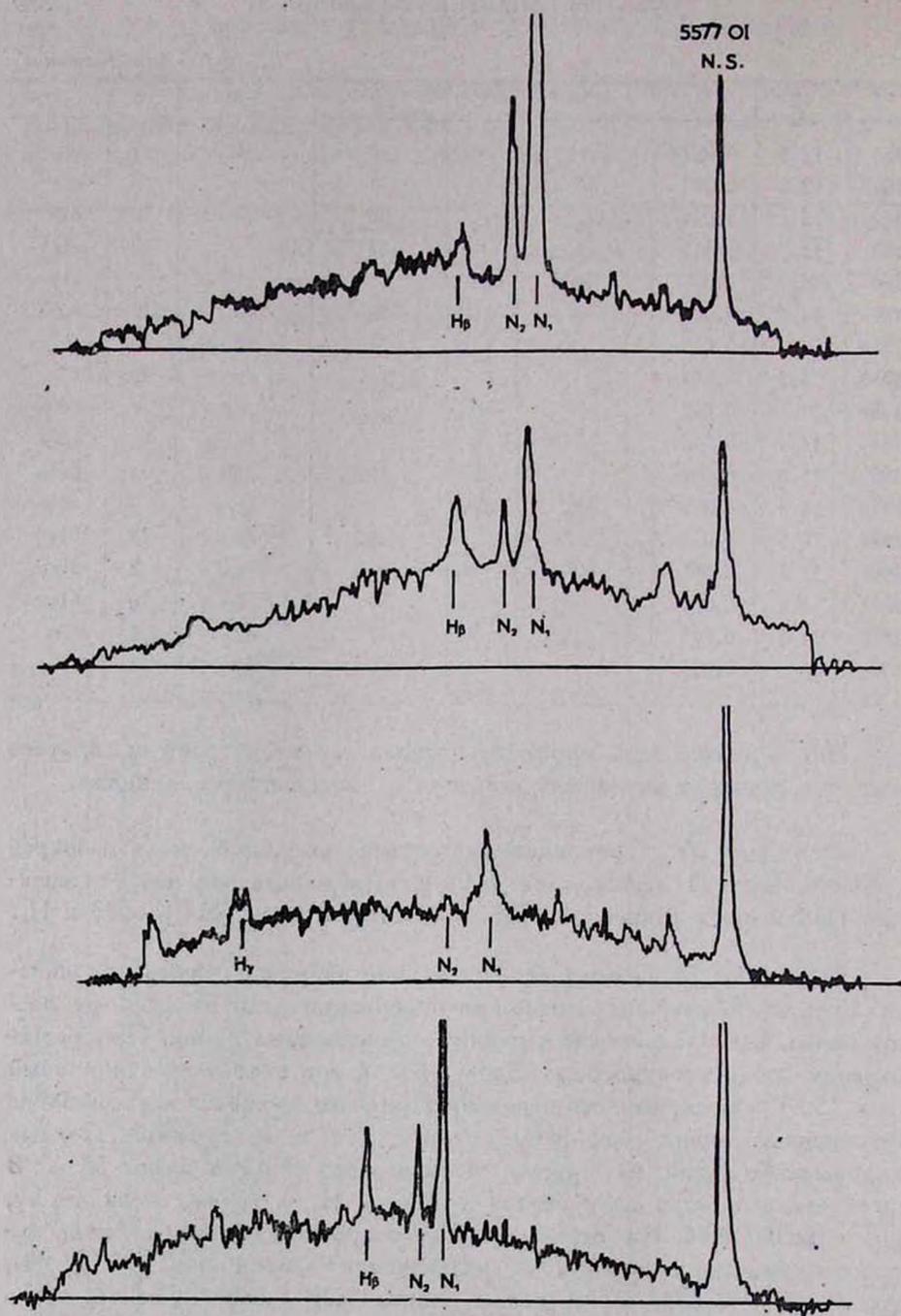


Рис. 1. Регистрограммы спектров галактик №№ 78, 110, 142 и 151 (сверху вниз) в области  $\lambda\lambda$  4000—5800.

*Маркарян 82.* Сферический компактный объект с резкими краями. Наблюдения в красной области выявили, кроме линий  $[N II] \lambda 6583$  и  $H_2$ , дублет  $[S II] \lambda 6717/31$  с эквивалентной шириной 10 Å.

*Маркарян 83.* Компактный сильно концентрированный объект. Наблюдается слабая линия  $[O III] \lambda 5007$  и, возможно, диффузная  $H_2$ .

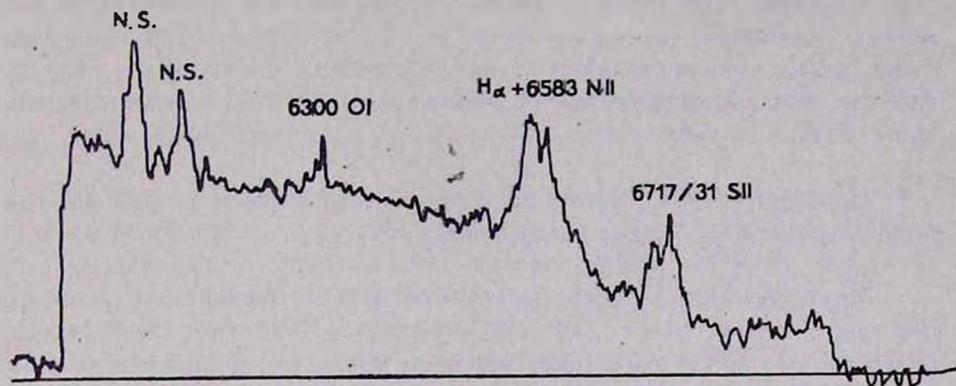


Рис. 2. Регистрограмма спектра галактики № 78 в красной области  $\lambda\lambda$  5800—7500.

*Маркарян 84.* Объект, по-видимому, имеющий звездообразное ядро и отросток. В красной области спектра наблюдаются линии  $[N II] \lambda 6583$  и  $H_2$ .

*Маркарян 88.* Компактный, но малоконденсированный объект. В спектре наблюдается только линия  $H_2$ .

*Маркарян 89.* Объект наблюдался ранее лишь в видимой области спектра [1]. Наблюдения в красной области выявили линию  $H_2$ .

*Маркарян 96.* Компактный объект с резкими границами и умеренной конденсации. Наблюдения в красной области выявили  $H_2$ .

*Маркарян 98.* Объект с малоразвитым хвостом. Возможно, что  $H_2$  несколько диффузна.

*Маркарян 99.* Компактный объект. В статье [1] отмечен как возможно относящийся к сейфертовскому типу. Однако последующие наблюдения не подтвердили этого результата; в красной области спектра наблюдается узкая линия  $H_2$ .

*Маркарян 100.* Сфероидальный объект со звездообразным ядром. В [1] отмечено присутствие неотожествленной эмиссионной детали. Новые наблюдения не подтвердили присутствия этой линии в видимой области спектра, однако позволили обнаружить в красной области эмиссионные линии  $[N II] \lambda 6583$  и  $H_7$ .

*Маркарян 105.* Слегка вытянутый компактный объект. В [1] отмечена возможная принадлежность к сейфертовскому типу. Это подтверждается дополнительными наблюдениями в красной области спектра, показывающими эмиссионную линию  $H_7$  с доплеровской шириной 60 А.

*Маркарян 108.* Спектр получен только в красной области, где присутствует сильная водородная линия  $H_7$ .

*Маркарян 110.* Сфероидальный объект с размытыми краями и спектром, характерным для ядер галактик Сейферта. Небулярные линии имеют инструментальную ширину, тогда как доплеровская ширина  $H_7$  на уровне непрерывного спектра достигает 100 А. Кроме линий, отмеченных в таблице, наблюдается также  $H_7$ .

*Маркарян 115.* Сфероидальный объект со звездообразным ядром. В спектре наблюдаются наклонные эмиссионные линии.

*Маркарян 116.* Объект двойной, с перекрывающимися компонентами. Эмиссии сильные; линия  $[O III] \lambda 5007$  передержана. В спектре имеется также  $H_7$ . Непрерывный спектр этого объекта очень силен в синей и фиолетовой частях и слаб в красной [2]. Заслуживает внимания, что при наличии сильного коротковолнового континуума и интенсивного эмиссионного спектра этот объект имеет крайне низкую светимость:  $M_{PK} \approx -12.5$  при  $H = 75 \text{ км сек}^{-1} \text{ Мпс}^{-1}$  (Эта оценка, конечно, имеет крайне малый вес, так как применение соотношения Хаббла при столь малой лучевой скорости проблематично).

*Маркарян 119.* Объект компактный, несмотря на значительные размеры. Линии довольно интенсивные. Кроме линий, отмеченных в таблице, присутствует также дублет  $[S II] \lambda \lambda 6717/31$  с эквивалентной шириной 15 А.

*Маркарян 127.* Очень компактный объект. В спектре наблюдаются слабые эмиссионные линии; возможно присутствует эмиссия  $He II \lambda 4686$ .

*Маркарян 133.* Пекулярная пересеченная спираль со звездоподобным ядром. В [1] объект был классифицирован как не имеющий эмиссионных линий. Новые спектрограммы показывают присутствие в ядре слабых линий в видимой области и более интенсивных в красной. Наряду с линиями, отмеченными в таблице, по-видимому, наблюдается дублет [S II]  $\lambda$  6717/31.

*Маркарян 135.* Компактный объект. В спектре наблюдаются слабые эмиссионные линии.

*Маркарян 140.* Вероятно, пара неразрешенных объектов с сильным эмиссионным спектром. Линии узкие и наклонные.

*Маркарян 141.* Объект со звездоподобным ядром, отнесенный в [1] к сейфертовскому типу. Наблюдения в красной области выявили  $H_2$  с доплеровской шириной на уровне непрерывного спектра, равной 90 А. С последней блендируется дублет [N II]  $\lambda$  6548/83.

*Маркарян 142.* Незначительно вытянутый компактный объект со спектром сейфертовского типа. Фотоэлектрические наблюдения [4] указывают на интенсивный голубой цвет. В спектре наблюдаются широкие водородные линии; ширина линии  $H_2$  на уровне непрерывного спектра достигает 55 А. Запрещенная линия [O III]  $\lambda$  5007 узкая. Кроме линий, отмеченных в таблице, в спектре имеется  $H_7$  с эквивалентной шириной 10 А. Возможно также присутствие слабой линии [O III]  $\lambda$  4663.

*Маркарян 146.* Сфероидальный объект со звездообразным ядром. В спектре присутствуют узкие линии [N II] и  $H_2$ .

*Маркарян 149.* Компактная сферическая галактика со звездоподобным ядром. В спектре наблюдается лишь слабая  $H_2$ .

*Маркарян 150.* Вытянутый объект с небольшим выступом на западной стороне. В спектре наблюдаются довольно интенсивные, слегка наклонные линии.

*Маркарян 151.* Линзообразный объект со звездообразным ядром. Эмиссионный спектр интенсивный, линии имеют небольшой наклон. Эквивалентная ширина  $H_7$  — 7 А. Возможно также присутствие слабой эмиссии He II  $\lambda$  4686.

*Маркарян 153.* Несколько неразрешенных галактик. Спектр исследован лишь в красной области и содержит эмиссионную  $H_{\alpha}$ .

*Маркарян 155.* Эллиптический объект с ярким центральным сгущением. Наблюдается лишь одна слабая линия, отождествляемая с  $H_{\alpha}$ .

*Маркарян 156.* Пекулярный, сильно вытянутый объект с яркими сгущениями. Эмиссионный спектр слабый. Имеется  $H_{\gamma}$  и, возможно, линия [O III]  $\lambda$  4363.

*Маркарян 157.* Эллипсоидальный объект с эмиссионным спектром. В красной области наблюдаются дублет [S II]  $\lambda$  6717/31 и водородная линия  $H_{\alpha}$  без дублета ионизованного азота.

*Маркарян 158.* Сравнительно яркий объект со звездообразным ядром. В видимой области наблюдается слабая линия  $H_{\beta}$ , в красной [N II]  $\lambda$  6583,  $H_{\alpha}$  и [S II]  $\lambda$  6717/31.

*Маркарян 159.* Сфероидальная галактика с нерезкими краями и слившийся с ней сфероидальный объект. Ранее спектр был исследован лишь в фотографической области. Наблюдения в красной области позволили обнаружить эмиссионную  $H_{\alpha}$ .

*Маркарян 161.* Пекулярный объект со звездообразным ядром. Эмиссионный спектр слаб и локализован в ядре. Кроме линий, отмеченных в таблице, возможно присутствие дублета [S II]  $\lambda$  6717/31.

*Маркарян 162.* Пекулярный объект с интенсивным эмиссионным спектром.

*Маркарян 165.* Компактный объект со слабыми эмиссионными линиями.

*Маркарян 166.* Очень компактный объект. В [1] отмечен диффузный характер эмиссионных линий. На вновь полученных спектрограммах в красной области наблюдаются четкие линии [N II]  $\lambda$  6583 и  $H_{\alpha}$ . Возможно присутствие слабых линий [S II]  $\lambda$  6717/31.

*Маркарян 169.* Сфероидальный объект с конденсированным ярким ядром. Эмиссионный спектр интенсивный.

*Маркарян 171.* Пара пекулярных спиралей, неразрешимая на картах Паломарского обозрения. В спектрах наблюдаются довольно сильные эмиссионные линии, возможно с несколько отличающимися значениями лучевых скоростей компонент.

*Маркарян 178.* По-видимому, двойной объект со сфероидальным и иррегулярным компонентами в общей туманной оболочке. Наблюдается слабая линия  $H_{\alpha}$ , несколько расширенная в ядре (сфероидального компонента). Красное смещение при используемом разрешении определить не удастся. Полагая его равным 0.0005 и применяя закон Хаббла, при  $H = 75 \text{ км сек}^{-1} \text{ Мпс}^{-1}$  получим светимость, близкую к светимости объекта Маркарян 116.

*Маркарян 179.* Спираль с широкими и запутанными рукавами, имеющая звездообразное ядро. В спектре наблюдается очень слабая эмиссия  $H_{\alpha}$ .

*Маркарян 186.* Эллипсоидальный объект со слабой короной, имеющий яркую, но не звездообразную центральную область. Эмиссионные линии в спектре интенсивные, но узкие.

*Маркарян 191.* Пекулярный объект, вероятно, со звездоподобным ядром. В спектре наблюдается диффузная линия  $H_{\alpha}$ .

*Маркарян 193.* Крайне компактный, практически звездообразный объект с интенсивным эмиссионным спектром.

*Маркарян 194.* Сфероидальный диффузный объект со слабой короной. В [1] был классифицирован как не имеющий эмиссионных линий. Однако новые наблюдения позволили выявить линии [N II]  $\lambda$  6583,  $H_{\alpha}$ , а также отождествить линии в видимой области спектра.

*Маркарян 195.* Линзовидный объект со звездообразным ядром. Ранее наблюдался лишь в фотографической области. Кроме линий, отмеченных в таблице, присутствует также дублет [S II]  $\lambda$  6717/31.

*Маркарян 197.* Компактный сфероидальный объект со звездообразным ядром. В [1] отмечено присутствие слабых эмиссионных линий. Новые спектрограммы показывают четкие линии [S II]  $\lambda$  6717/31, [N II] 6548/83 и  $H_{\alpha}$ .

*Маркарян 198.* Сфероидальный объект с резкими краями, обладающий интенсивным эмиссионным спектром. Эмиссионные линии определены шире инструментального контура. Линии [N II] и  $H_{\alpha}$  на негативе разделяются с трудом и, вероятно, имеют перекрывающиеся крылья. Кроме этих линий в красной области имеется дублет [S II]  $\lambda$  6717/31. Объект по виду спектра напоминает известную галактику NGC 1068 и, по-видимому, принадлежит к сейфертовскому типу.

Кроме отмеченных выше были получены еще спектры следующих объектов: 76, 102, 117, 121, 122, 126, 136, 139, 144, 152, 175, 183, в спектрах которых нет уверенно обнаружимых линий или имеются очень слабые неотожествленные детали. Следует, однако, отметить, что все эти объекты наблюдались лишь в интервале длин волн 4000—5800Å. С другой стороны, наблюдения ряда объектов, не проявляющих эмиссионных линий в фотографической области, позволили обнаружить эмиссионные линии в красной области. Поэтому можно полагать, что наблюдения в красной области спектра выявят эмиссионные линии практически у всех галактик с ультрафиолетовым континуумом.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория  
Государственный астрономический институт  
им. П. К. Штернберга

## THE SPECTRA OF MARKARIAN GALAXIES. II

M. A. ARAKELIAN, E. A. DIBAY, V. F. YESIPOV, B. E. MARKARIAN

The results of spectral observations of forty six new objects from the list of galaxies with ultraviolet continuum [2] and new observation of fourteen objects, which were observed earlier [1] are presented. Emission lines are detected in the spectra of thirty six objects including two in which lines were not detected earlier.

The objects No.No. 78, 110, 142 and 198 show wide emission lines which are typical for the nuclei of Seyfert galaxies.

New observations of objects No. 99 and 105 suspected earlier as Seyfert-type objects confirmed the presence of wide lines in the spectrum of the last one only.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. М. А. Аракелян, Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов, *Астрофизика*, 6, 39, 1970.
2. Б. Е. Маркарян, *Астрофизика*, 5, 443, 1969.
3. Б. Е. Маркарян, *Астрофизика*, 5, 581, 1969.
4. Э. А. Дибай, *Астрофизика*, 6, 350, 1970.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР  
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 6

АВГУСТ, 1970

ВЫПУСК 3

ФОТОМЕТРИЯ СВЕРХАССОЦИАЦИЙ В 12 ОТДАЛЕННЫХ  
ГАЛАКТИКАХ

Р. К. ШАХБАЗЯН

Поступила 23 января 1970

Приводятся результаты фотометрического и колориметрического исследования 28 сверхассоциаций в 12 галактиках поздних морфологических типов, произведенного с помощью 40" и 21—21" телескопов Бюраканской обсерватории.

Исследованные сверхассоциации имеют абсолютные фотографические величины от  $-14.0$  до  $-17.2$ , а В—V и U—B цвета их заключены в пределах от  $-0^m3$  до  $+0^m3$  и от  $-1^m0$  до  $-0^m5$  соответственно.

Приведены фотографии исследованных галактик с указанием положений сверхассоциаций в них.

В двух предыдущих работах по сверхассоциациям [1, 2], первая из которых была выполнена совместно с В. А. Амбарцумяном, С. Г. Искусдарян и К. А. Саакян, было уточнено понятие сверхассоциации и проведено статистическое исследование этих голубых сгущений высокой светимости в галактиках поздних морфологических типов. Это исследование показало, что значительная часть таких гигантских галактик содержит сверхассоциации. Их присутствие свидетельствует, что процесс звездообразования в этих галактиках принимает иногда особенно интенсивный и концентрированный характер.

В настоящей работе приводятся результаты фотометрического и колориметрического исследований 28 сверхассоциаций в нижеследующих 12 галактиках типов Sc, SBc, Irr: NGC 1084, 2276, 3631, 4038—39, 4254, 4303, 4656, 5676, 5678, 6412, 6643 и 7448. Как и в предыдущих работах по сверхассоциациям [1, 2], в настоящем исследовании мы продолжаем считать таковыми конденсации в галактиках, удовлетворяющие условию  $M_{rg} < -14^m0$  и с показателями цвета, близкими к нулю.

*Наблюдательный материал* для 10 из перечисленных 12 галактик получен на 40" (масштаб 97" на мм) и для двух галактик\* на 21—21" (масштаб 114" на мм) телескопах системы Шмидта Бюраканской обсерватории за период с 1966г. по 1968 г. Из полученных за этот период негативов для обработки отобрано 88 пар снимков. Это лучшие негативы, полученные при хороших атмосферных условиях.

Все 12 галактик наблюдались в голубых и желтых лучах. Снимки в фотографических лучах получены в большинстве случаев без фильтра на пластинках Kodak OaO и ZU-2 Agfa Astro Special. Исключение составляют галактики NGC 2276 и 3631, для которых в голубых лучах мы пользовались в основном комбинацией эмульсии ZU-2 Agfa Astro Special и фильтра GG-13. Желтые фотографии галактик получены комбинацией эмульсии Kodak OAD и фильтра GG-11. Только для галактики NGC 3631 желтые снимки были получены на пластинках Kodak OaE в сочетании с фильтром GG-11; при этом переход от полученных цветов к цветам в международной системе производился по формуле

$$CI = -0.126 + 0.790 (m_{\text{PK}} - m_{\text{PV}}),$$

полученной Б. Е. Маркаряном и его сотрудниками [3]. Для семи из перечисленных выше 12 галактик (NGC 1084, 2276, 3631, 4038—39, 5678, 7412 и 7448) получена серия негативов в ультрафиолетовых лучах. При этом мы пользовались эмульсией ZU-2 Agfa Astro Special и светофильтром UG-2. Это дало возможность определить ультрафиолетовые величины и  $U'-V'$  цвета 17 сверхассоциаций. Средние продолжительности экспозиций в голубых, желтых и ультрафиолетовых лучах соответственно равны 10, 25 и 60 минутам. Для каждой галактики в каждом цвете получено два, три, а иногда и большее число негативов. Исключением является галактика NGC 4656, для которой в желтых лучах был получен только один снимок.

*Методика наблюдений.* Вопрос об определении видимых звездных величин сверхассоциаций является весьма сложным, так как последние наблюдаются большей частью на относительно ярком фоне спирального рукава. С другой стороны, в одних случаях они представляются звездообразными объектами, в других — протяженными. Вследствие этого способ учета фона не может быть одинаковым. В соответствии с вышесказанным, при фотометрии сверхассоциаций была применена следующая методика:

\* На 21—21" телескопе получен наблюдательный материал для галактик NGC 4254 и 4656.

1. Для случаев наличия компактных сгущений с изображениями, близкими во всех цветах к звездным, область сравнения и исследуемая область снимались фокально.

2. В случае, когда изображение сверхассоциации несколько отличалось по плотности и по размерам от фокальных изображений звезд, область галактики снималась со смещением фокуса телескопа на 0.1 мм, а область сравнения—со смещением фокуса на 4 мм.

3. Для сверхассоциаций, имеющих расплывчатое изображение, совершенно отличное как по плотности, так и по размерам от фокальных изображений звезд, галактика снималась в фокусе, а область сравнения внефокально (4 мм).

4. И, наконец, если сгущение в одном цвете имело расплывчатое, а в другом цвете звездообразное или близкое к нему изображение, то в этих последних случаях галактика фотографировалась со смещением фокуса на 0.1 мм, а стандартная область во всех цветах снималась со смещением фокуса на 4 мм.

Основой для определения звездных величин при выполнении настоящей работы служили снимки Северного Полярного Ряда и области в Сота ( $\alpha = 12^h 21^m$  и  $\delta = +26^\circ$ ). Для области в Сота мы пользовались фотозлектрическими определениями звездных величин в системе UBV, приведенными в работе [4]. Заметим, что в ультрафиолете NPS снимался со смещением фокуса на 3 мм, ибо среди звезд сравнения NPS в этом цвете в списке Бернгена [5], которым мы пользовались, звезды ярче  $9^m.2$  отсутствуют.

*Методика обработки негативов.* Измерения почернений сверхассоциаций производились микрофотометром „Шнель“ производства фирмы Цейсс. Размеры всех измеренных нами сверхассоциаций на негативах таковы, что они более или менее заполняют диафрагму, вырезающую на пластинках на 40" и 21—21" телескопах области в 7.4 и 8.7 соответственно. Исключение составляют сгущения в галактиках NGC 4254 и 7448, которые по размерам больше указанной диафрагмы. Сверхассоциации в этих галактиках в голубом цвете были измерены дополнительно с помощью диафрагмы, вырезающей на негативах от 21—21" (для NGC 4254) и 40" (для NGC 7448) телескопов круги с диаметрами в 12.2 и 10.3 соответственно.

Сильная неоднородность фона, характерная для галактик поздних морфологических типов, может внести ощутимые ошибки при определении звездных величин сверхассоциаций, расположенных в большинстве случаев в спиральных ветвях, где эти неоднородности особенно велики. В качестве точек фона вблизи измеренных сгущений по голу-

бым снимкам выбирались такие места около сгущений, которые отличались отсутствием заметной структуры. При измерениях были приняты меры предосторожности для одинаковой установки пластинок на столике микрофотометра с тем, чтобы фон в окрестности сверхассоциации каждый раз измерялся бы точно в одних и тех же участках галактики. Собственные яркости сверхассоциаций получались после фотометрического вычета яркости фона галактики от наблюдаемой яркости сверхассоциации. Поправка за галактическое поглощение введена по общепринятому закону Косекаенса с коэффициентами в 0.25, 0.19 и 0.29 в голубом, желтом и ультрафиолетовом цветах соответственно.

Наша система  $U'V'V'$  звездных величин в пределах ошибок совпадает с системой  $UBV$  [6].

В тех случаях, когда наблюдения в фотографических лучах проводились без фильтра, переход от  $m_{pg}$  к  $V'$  величинам осуществлялся с помощью известной формулы Джонсона [7].

$$CI_{int} = -0.176 + 1.090 (B - V).$$

*Об ошибках.* Возможные изменения атмосферных условий при экспозиции галактики и области сравнения, недостаточно высокое качество изображения сверхассоциации, обусловленное неточной фокусировкой и атмосферными условиями, различия в установке пластинки на столике микрофотометра могут быть источниками случайных ошибок при определении яркостей и цветов измеренных объектов. Среднее из среднеквадратичных отклонений различных определений звездных величин вычислялось по формуле

$$\epsilon = \pm \sqrt{\frac{\sum (\Delta m_i)^2}{n(n-1)}},$$

где  $n$  — число наблюдений данного объекта,  $\Delta m_i$  — отклонение данного определения звездной величины от ее среднего значения. Средние значения  $\epsilon$  в голубых, желтых и ультрафиолетовых лучах соответственно равны  $\pm 0^m.07$ ,  $\pm 0^m.08$  и  $\pm 0^m.08$ . Ошибка для показателей цвета равна  $\pm 0^m.11$ .

*Результаты фотометрического исследования сверхассоциаций.* Результаты, полученные для 28 сверхассоциаций в исследован-

ных 12 галактиках, собраны в табл. 1. В соответствующих столбцах таблицы приведены нижеследующие данные:

1. Номер NGC галактики, содержащей сверхассоциацию.
2. Порядковый номер сверхассоциации в данной галактике.
- 3 и 4. Координаты  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\delta$  сверхассоциаций по отношению к центру галактики в секундах дуги.
5. Размеры сверхассоциации в секундах дуги, измеренные на голубых негативах, полученных с максимальной экспозицией.
6.  $B'$ —величина сверхассоциации.
7.  $B' - V'$  — цвет.
8.  $U' - B'$  — цвет.
- 9 и 10. Интегральные абсолютные величины сверхассоциаций в желтых и фотографических лучах.

При переходе от видимых величин к абсолютным принималась шкала расстояний, основанная на значении константы Хаббла  $H = 75 \text{ км/сек на Мпс}$ . Фотографические абсолютные величины для сверхассоциаций в галактиках NGC 4254 и 7448, приведенные в скобках, получены с помощью диафрагмы, вырезающей на негативах указанных галактик области с диаметрами в  $12''$  и  $10''$  соответственно.

Напомним, что собственные яркости и цвета сверхассоциаций, приведенные в табл. 1, получены путем фотометрического вычета из наблюдаемой яркости сгущения яркости фона галактики в ближайшей окрестности конденсации. Приведенные в таблице значения  $B'$ ,  $B' - V'$  и  $U' - B'$  даются в нашей системе звездных величин, которая согласно [6] почти не отличается от системы UBV. Абсолютные звездные величины и цвета в табл. 1 исправлены за галактическое поглощение.

*О светимостях сверхассоциаций.* Исследованные сверхассоциации имеют абсолютные величины в фотографических лучах от  $-14.0$  до  $-17.2$ . Средняя фотографическая светимость сверхассоциаций по данным табл. 1 равна  $-15.7^m$ , что примерно в сто раз больше светимостей обычных ассоциаций. По абсолютным величинам сверхассоциации вполне сравнимы со спутниками галактик, а в некоторых случаях и с отдельными галактиками средней светимости. Такова например сверхассоциация в сверхгигантской галактике NGC 7448, имеющая абсолютную величину в фотографических лучах, равную  $-17.2$ .

Для сравнения наших результатов с результатами других авторов можно привести фотометрические определения звездных величин ярких сгущений в галактике NGC 4303 в фотографических лучах, выполненные А. Т. Каллогляном, который любезно предоставил нам не-

Таблица 1

## ЯРКОСТИ И ЦВЕТА СВЕРХАССОЦИИЙ

NGC	N	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	d	B'	B'-V'	U'-B'	M <sub>v</sub>	M <sub>pg</sub>
1084	1	+34"	+18"	5"	15. <sup>m</sup> 89	-0. <sup>m</sup> 19	-0. <sup>m</sup> 64	-15. <sup>m</sup> 8	-16. <sup>m</sup> 2
2276	1	-41	+18	7	17.52	0.00	-0.81	-15.7	-15.9
	2	-33	-19	6	17.56	-0.13	-0.95	-15.5	-15.8
3531	1	+66	-17	7	17.02	-0.17	-0.89	-14.1	-14.5
4038-39	1	-22	+25	8	16.35	+0.02	-0.56	-15.4	-15.6
	2	-34	-3	6	16.31	-0.02	-0.71	-15.5	-15.7
	3	-35	-11	6	16.27	-0.22	-0.63	-15.3	-15.7
	4	+22	-55	7	16.60	+0.29	-0.63	-15.5	-15.4
	5	+32	-40	5	17.23	-0.30	-0.90	-15.3	-14.8
	6	-24	-22	6	17.12	-0.01	-0.66	-14.7	-14.9
	7	-14	-21	5	16.89	-0.11	-0.67	-14.8	-15.1
	8	-34	+5	5	17.17	-0.07	-0.82	-14.5	-14.8
	9	+24	-1	6×8	16.78	+0.11	-0.51	-15.1	-15.2
	10	+39	-34	7	17.28	-0.29	-0.96	-14.2	-14.7
4254	1	+104	+20	11×8	15.96	-0.15		-14.8	-15.1 (15.3)
4303	1	+24	+63	5	16.50	-0.16		-14.2	-14.6
	2	+43	+10	6	16.72	-0.10		-14.1	-14.4
	3	-11	-42	7	16.23	0.00		-14.6	-14.8
4656	1	-22	00	7	15.41	-0.20		-14.5	-14.9
	2	+87	+120	7	16.41	-0.03		-13.8	-14.0
5676	1	+26	+26	5	17.38	+0.51		-15.9	-15.5
	2	+10	+23	6	17.18	+0.37		-16.0	-15.8
5678	1	00	-25	6	17.23	-0.07	-0.98	-15.6	-15.9
6412	1	+11	+34	6	17.36	-0.09	-0.63	-14.8	-15.1
6643	1	+9	-20	7×5	17.23	+0.41		-15.5	-15.2
	2	-21	-13	7	17.10	+0.29		-15.5	-15.4
	3	+14	+18	5	17.65	-0.01		-14.6	-14.8
7448	1	-15	+38	8	16.79	+0.19	-0.86	-16.5	-16.5 (-17.2)

опубликованные данные о звездных величинах измеренных им в этой галактике сгущений. В табл. 2 приводятся звездные величины сгущений в NGC 4303 по определениям Каллогляна и автора.

Таблица 2  
ЗВЕЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ СГУЩЕНИЙ В NGC 4303

№	$m_{pg}$ (Каллогляна)	$m_{pg}$ (Шахбазян)	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta m$	$\Delta m'$
1	16. <sup>m</sup> 29	16. <sup>m</sup> 47	+25"	-35"	-0. <sup>m</sup> 18	+0. <sup>m</sup> 02
2	15.39	15.54	-11	-41	+0.15	-0.01
3	15.91	16.01	-22	-41	+0.10	-0.06
4	16.05	16.21	-32	-39	+0.16	0.00
5	15.77	15.89	-44	+9	+0.12	-0.04
6	16.27	16.52	+24	+59	+0.25	+0.09
7	16.01	16.17	+29	-38	+0.16	0.00

Во втором и третьем столбцах таблицы приведены наблюдаемые фотографические звездные величины сгущений (без вычета фона галактики в окрестности сгущения). В четвертом и пятом столбцах даны координаты  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\delta$  по отношению к ядру галактики в секундах дуги, в шестом столбце таблицы приведены разности в звездных величинах сгущений, полученных по определениям автора и по определениям Каллогляна. Совокупность данных (2 и 3 столбцы табл. 2) получена с применением внефокальных изображений стандартных звезд. В обоих случаях использовалась диафрагма 1.6 мм. Однако негативы Каллогляна получены на 21—21", а наши снимки на 40" камерах системы Шмидта. Итак, звездные величины второго столбца таблицы получены от области с диаметром в 8.7, а данные третьего столбца — от области с диаметром в 7.4. Эта разница размеров измеренных областей приводит к систематическому уменьшению наблюдаемых интегральных яркостей сгущений по негативам 40" телескопа, при этом отклонения не всегда одинаковы и зависят от размеров сгущения и градиента яркости в нем, а также от интенсивности фона галактики в непосредственной окрестности сверхассоциации. В среднем, по нашим определениям сгущения в NGC 4303 получились на 0.<sup>m</sup>16 слабее, чем по измерениям Каллогляна. Если учесть эту систематическую поправку в 0.<sup>m</sup>16, обусловленную в основном разницей в размерах измеренных областей, мы получим значения остаточных отклонений  $\Delta m'$ , приве-

денные в последнем столбце табл. 2. Из табл. 2 видно, что значения  $\Delta m'$  не превышают 0.1 величины и вероятное отклонение, вычисленное по значениям  $\Delta m'$ , получается равным  $\pm 0^m05$ .

Цвета  $B' - V'$  и  $U' - B'$  сверхассоциаций заключены в пределах от  $-0^m3$  до  $+0^m3$  и  $-1^m0$  до  $-0^m5$ , соответственно. Исключение составляют сгущения в галактиках NGC 5676 и 6643, имеющие сравнительно большие положительные значения  $B' - V'$  ( $+0^m51$ ,  $+0^m37$  и  $+0^m41$ ). Средние цвета для всех сверхассоциаций табл. 1 имеют значения

$$\overline{B' - V'} = -0^m01; \quad \overline{U' - B'} = -0^m75.$$

Заметим, что для ассоциаций в галактиках М 51 и М 101 Б. Е. Маркарян [8] получил следующие средние цвета:

$$\begin{array}{ll} \text{М 51} & \overline{CI_{int}} = -0^m12 \\ \text{М 101} & \overline{CI_{int}} = -0^m07 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{l} \overline{B' - V'} = +0^m05 \\ \overline{B' - V'} = +0^m10 \end{array}$$

Для 14 ассоциаций в ЕМО по фотоволькерическим определениям Бока [9] получаются средние цвета

$$\begin{array}{l} \overline{B - V} = -0^m11 \\ \overline{U - B} = -0^m90 \end{array} \quad \text{при } A_v = 0^m5.$$

Итак, по нашим определениям сверхассоциации в  $B - V$  в среднем на  $0^m08$  синее, чем ассоциации в М 51 и М 101 по определениям Маркаряна и на  $0^m1$  краснее ассоциаций в БМО по измерениям Бока. В цвете  $U - B$  сверхассоциации в среднем получились на  $0^m15$  краснее ассоциаций по Боку. Заметим, что в значение поглощения  $A_v = 0^m5$ , принятое Боком в работе [9], кроме межзвездного поглощения в нашей Галактике вошло также поглощение внутри БМО. Для сверхассоциаций же табл. 1 поглощение внутри системы, содержащей сверхассоциацию, не учтено. Этим обстоятельством, по-видимому, обусловлено то, что цвета ассоциаций по Боку получаются систематически синее, чем цвета ассоциаций по определениям Маркаряна и цвета сверхассоциаций по нашим измерениям.

Таким образом, если по светимостям сверхассоциации несравненно ярче обычных ассоциаций, то по цветам они мало отличаются от последних. Из табл. 1 видно, что  $B' - V'$  цвета большинства сверхассоциаций близки к нулю или имеют отрицательные значения, что

указывает на то, что светимости и цвета этих объектов обусловлены в основном О и В звездами\*.

Для трех сгущений табл. 1 значения  $B' - V'$  находятся в интервале  $+0^m3 < B' - V' < +0^m5$ . Принимая во внимание, что в силу некоторых причин сверхассоциации могут наблюдаться значительно покрасневшими, мы включили также эти три сгущения в список сверхассоциаций. Рассмотрим некоторые возможные причины покраснения сверхассоциаций.

Вули, Вестерлунд, Бок и др. показали в своих работах [10—12], что хотя и не все, но большинство молодых ассоциаций в Большом Магеллановом Облаке обладают  $H_\alpha$  эмиссией. На тесную связь диффузных туманностей и О-ассоциаций в свое время указывали Шайн и Газе [13], Бааде [14] и другие. Некоторые из рассмотренных в настоящей работе сверхассоциаций одновременно являются Н II областями. Таковы южное сгущение в NGC 4656, являющееся согласно Хьюмасону и Мейолу [15] ярким эмиссионным узлом, некоторые сверхассоциации в NGC 4038—39 и, наконец, комплекс 30 Doradus в БМО, большая часть излучения которого обусловлена эмиссионной туманностью Тарантулы [17]. Хотя комбинация фильтра GG-11 и эмульсии Kodak OAD мало чувствительна к линии  $H_\alpha$ , однако она достаточно чувствительна для других линий, характерных для диффузных эмиссионных туманностей ( $N_1$ ,  $N_2$ ,  $H_\beta$  и т. д.). Заметим здесь, что линии  $N_1$ ,  $N_2$  в эмиссионных туманностях в сумме значительно ярче линии  $H_\alpha$  и могут привести к некоторому увеличению цвета  $B-V$  как ассоциаций, так и сверхассоциаций, содержащих диффузные туманности.

Другим фактором, способным вызывать относительное покраснение цвета сверхассоциаций, может явиться присутствие в некоторых из них значительного числа холодных сверхгигантов типа М. Эти звезды имеют большие показатели цвета как в  $B-V$ , так и в  $U-B$ , и наличие большого количества этих звезд в сверхассоциациях приведет к покраснению этих объектов в обоих цветах. Примером ассоциации, особенно богатой звездами типа М, может служить ассоциация Персей I в нашей Галактике. Заметим, что значительное число звезд этого типа наблюдается также в комплексе 30 Doradus.

---

\* Делая эти выводы, мы не должны забывать, что при отборе объектов, принимаемых за сверхассоциации, мы сознательно отбрасывали очень красные объекты, так как они могли быть проектирующимися звездами или отдаленными галактиками. Следует отметить, однако, что было только несколько случаев, когда эти исключенные из рассмотрения объекты не имели звездных изображений.

На цвет сверхассоциации может повлиять также темная материя внутри галактики, содержащей сверхассоциацию. При рассмотрении снимков галактик, содержащих сверхассоциации, нами часто наблюдались случаи, когда ветвь галактики с одной или с обеих сторон обрывалась у сверхассоциации, не доходя до нее. На наличие уплотнений темной материи вокруг некоторых ассоциаций в нашей Галактике обратил внимание также Б. Е. Маркарян в работе [18]. Очевидно, что облако темной материи, в которое может быть погружена сверхассоциация или которое может проектироваться на нее, может привести к покраснению цвета сгущения. Отметим, что заметно большие, чем нуль значения  $B'-V'$  в табл. 1 имеют только два сгущения в NGC 5676 и одно сгущение в NGC 6643. Не исключено, что сравнительно большие цвета сверхассоциаций в этих галактиках являются результатом поглощения внутри галактик, расположенных под значительным углом к лучу зрения.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория

## THE PHOTOMETRY OF SUPERASSOCIATIONS IN THE 12 DISTANT GALAXIES

R. K. SHAHBAZIAN

The results of the investigation of the 28 superassociations in 12 late morphological type galaxies are presented. The observations were made by 40" and 21—21" Schmidt telescope of the Byurakan Observatory.

The photographic absolute magnitudes of the investigated superassociations are between  $-14.0$  and  $-17.2$ , and their  $B-V$  and  $U-B$  colours varies from  $-0.3$  to  $+0.3$  and from  $-1.0$  to  $-0.5$ , respectively.

The photographs of the investigated galaxies with marked positions of superassociations are given.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Амбарцумян, С. Г. Исхударян, Р. К. Шахбазян и К. А. Саакян, Сообщ. Бюр. Обс., 33, 3, 1963.
2. Р. К. Шахбазян, Астрофизика, 4, 273, 1968.
3. Б. Е. Маркарян, Э. Я. Оганесян, С. Н. Аракелян, Астрофизика, 1, 38, 1965.
4. А. Н. Аггие, М. Н., 127, 97, 1963.
5. F. Börngen, Astr. Nachr., 288, 39, 1964.
6. Р. Г. Мнацаканян, К. А. Саакян (в печати).
7. H. L. Johnson, Ap. J., 116, 643, 1952.

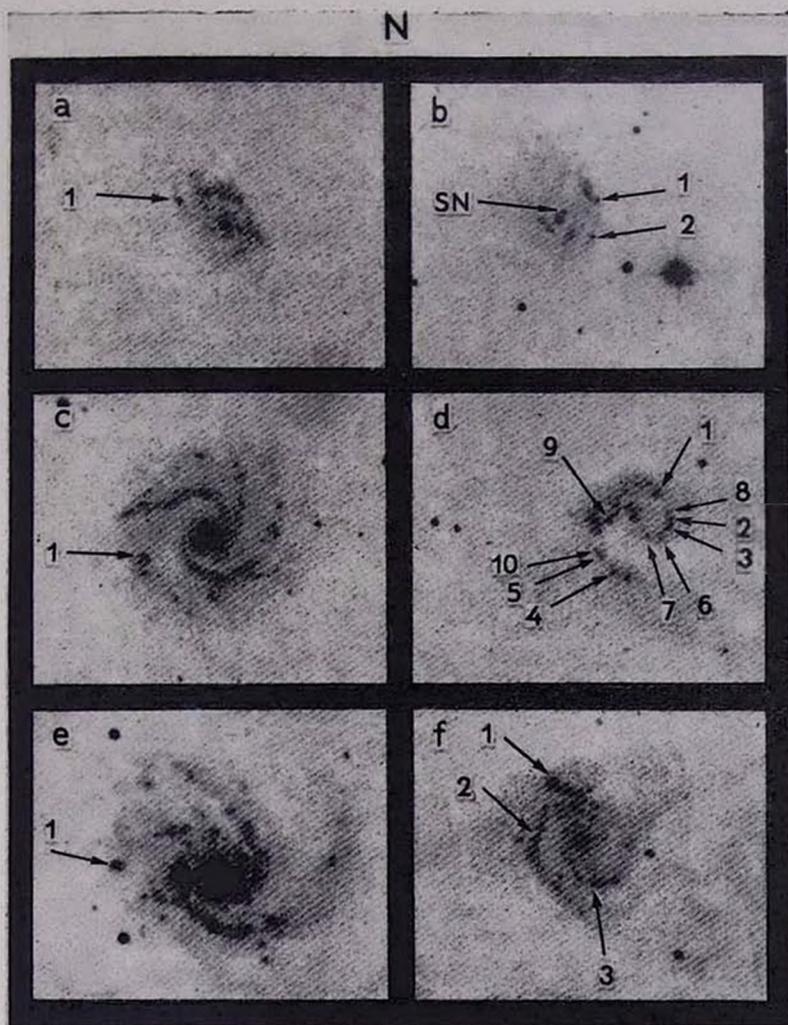


Рис. 1.

- a) NGC 1084. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 5''$  (21–21" Шмидт-телескоп).  
 б) NGC 2276. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 7.4''$ . (40" Шмидт-телескоп).  
 в) NGC 3631. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 7.7''$ . (40" Шмидт-телескоп).  
 д) NGC 4038–39. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 7.4''$ . (21–21" Шмидт-телескоп).  
 е) NGC 4254. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 7.5''$ . (21–21" Шмидт-телескоп).  
 ф) NGC 4303. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 7.7''$ . (21–21" Шмидт-телескоп).

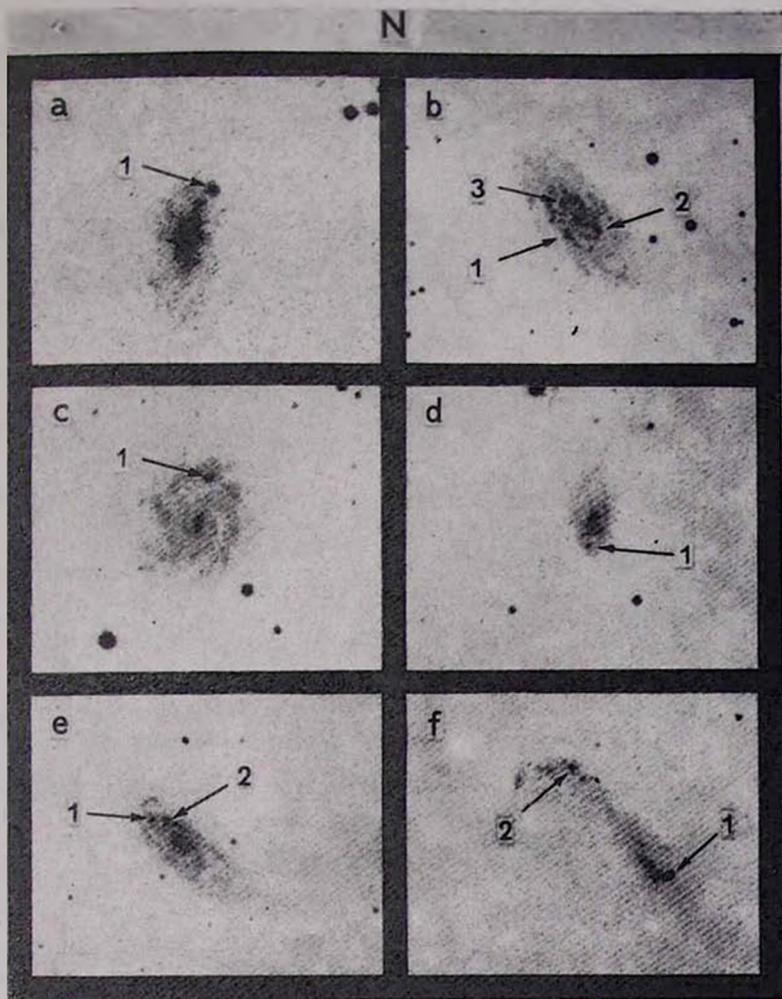


Рис. 2.

- а) NGC 7448. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 2.9$ . (21–21" Шмидт-телескоп).  
 б) NGC 6643. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 5.5$ . (40" Шмидт-телескоп).  
 в) NGC 6412. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 5.7$ . (40" Шмидт-телескоп).  
 г) NGC 5678. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 8.3$ . (40" Шмидт-телескоп).  
 д) NGC 5676. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 8.6$ . (40" Шмидт-телескоп).  
 е) NGC 4656. Масштаб:  $1 \text{ мм} = 9.1$ . (40" Шмидт-телескоп).

8. Б. Е. Маркарян, Сообщ. Бюро. Обс., 26, 3, 1959.
9. B. J. Bok, P. F. Bok, M. N., 124, 435, 1962.
10. R. v. d. R. Wooley, M. N., 120, 214, 1960.
11. B. E. Westerlund, Uppsala Ann., 5, No. 1, 1961.
12. B. J. Bok, P. F. Bok, J. M. Basinski, M. N., 123, 487, 1962.
13. Г. А. Шайн, В. Ф. Газе, Астроф. ж., 30, 135, 1953.
14. W. Baade, Evolution of Stars and Galaxies, Cambridge, 1963
15. M. L. Humason, N. U. Mayall, A. R. Sandage, A. J., 61, 97, 1956.
16. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, Ap. J., 145, 661, 1966.
17. H. Shapley, J. S. Parakevoroulos, Ap. J., 86, 340, 1937.
18. Б. Е. Маркарян, Труды II совещания по вопросам космогонии, М., 1953, стр. 276.
19. A. R. Sandage, The Hubble Atlas of Galaxies, 1961.



ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ВО ФРИДМАНОВСКОЙ  
КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ, И. Д. НОВИКОВ

Поступила 22 декабря 1969

Рассматривается вопрос о физической причине неограниченного роста при  $t \rightarrow 0$  вихревых возмущений метрики при неизменной со временем и малой скорости  $V$  вращательных возмущений. Показано, что рост возмущений связан с увеличением анизотропии хаббловского расширения при  $t \rightarrow 0$ . Величина анизотропии деформации, деленная на величину изотропного расширения, имеет порядок  $(V/c)(l/ct)$ , где  $l$  — масштаб возмущения. Если принять, как это делается в вихревой теории образования галактик [3], что на момент рекомбинации водорода скорости вращательных возмущений в масштабах оптического горизонта  $M \approx 10^{17} M_{\odot}$  есть  $V/c \approx 10^{-4}$ , то для  $t < 10^5$  сек решение должно существенно отличаться от фридмановского.

Вращательные возмущения фридмановского мира были рассмотрены в классической работе Е. М. Лифшица в рамках общей классификации возмущений однородной и изотропной космологической модели [1, 2]. Целью данной заметки является физическая интерпретация результатов, относящихся к вращательным возмущениям (не связанным с возмущениями плотности материи) на ранней стадии космологического расширения. Рассматриваются *первичные* вращательные возмущения; не рассматриваются возмущения, которые могут возникать на поздних стадиях расширения из потенциальных возмущений за счет различных нелинейностей.

В связи с гипотезой о турбулентных возмущениях [3—5] необходима ясность в вопросе о том, как должны протекать при наличии таких возмущений физические процессы, в том числе ядерные реакции, ведущие к образованию химических элементов в дозвездной стадии. Из результатов Лифшица следует, что на ранней стадии расширения, когда  $p = \epsilon/3$  линейная скорость вращательных возмущений

остается неизменной с течением времени, а возмущения метрики неограниченно нарастают при  $t \rightarrow 0$ . Следует дать физическое объяснение, почему малая все время вращательная скорость  $(v/c)^2 \ll 1$  может приводить к сильным искажениям метрики.

Обратимся к количественной стороне вопроса.

Напомним результаты [1, 2]. Невозмущенная метрика (для уравнения состояния  $p = \epsilon/3$ ) есть

$$ds^2 = dt^2 - t_{t_0}^2(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (1)$$

где положено  $c \equiv 1$ ,  $t_0$  — произвольная масштабная константа,  $x, y, z$  — безразмерны. Эта система является одновременно и синхронной, и сопутствующей.

Везде далее используем синхронную систему отсчета  $g_{0\alpha} = 0$ ,  $g_{00} = 1$ , которая при наличии возмущений уже не является сопутствующей\*. Рассматриваем только вращательные возмущения. В этом случае возмущение плотности материи (в линейной теории) отсутствует. Возмущения метрического тензора  $\delta g_{\alpha\beta} \equiv h_{\alpha\beta}$  могут быть разложены по плоским волнам, и Фурье-образы  $h_{\alpha}^{\beta}$  имеют вид\*\*

$$h_{\alpha}^{\beta} = \sigma(t) s_{\alpha}^{\beta}, \quad (2)$$

$s_{\alpha}^{\beta}$  — тензор, составленный из поперечной векторной волны  $s_{\alpha}$  и не зависит от времени, а функция  $\sigma(t)$  имеет вид:

$$\sigma(t) = \frac{c_1}{\sqrt{t}} + c_2. \quad (3)$$

Фурье-образы возмущений скорости записываются в виде

$$\delta v^{\alpha} = \frac{inc_1}{8\sqrt{t_0}} s^{\alpha}, \quad (4)$$

где  $n$  — величина волнового вектора в координатах  $x, y, z$ . Величина  $\delta v^{\alpha}$  описывает движение вещества относительно возмущенной системы, уже не сопутствующей веществу. Константа  $c_2$  зависит от выбора пространственных координат на гиперповерхности  $t = \text{const}$  и может быть сделана любой чисто пространственными преобразованиями координат  $\tilde{x}^{\alpha} = \tilde{x}^{\alpha}(x', x^2, x^3)$  при этом  $c_1$  не меняется вовсе. Например, можно (как это сделал Лифшиц [1]) положить  $c_2 = 0$ . Тогда из (2), (3) следует, что  $h_{\alpha}^{\beta} \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow 0$ , а  $\delta v^{\alpha}$  — постоянна.

\* Греческие индексы пробегает значения 1, 2, 3.

\*\* Поднятие и опускание значков у тензора  $h_{\alpha\beta}$  производится с помощью невозмущенного тензора  $g_{\alpha\beta}(0)$ .

Независимость скорости от времени находит физическое объяснение\*. При этом, однако, остается невыясненным, почему данная скорость, не возрастающая при приближении к сингулярности (так что безразмерное отношение  $v^2/c^2$  может быть все время мало), оказывается связанной с возмущением метрики, которое стремится к бесконечности при  $t \rightarrow 0$  всегда, при любых  $c_1$  и  $c_2$  ( $c_1 \neq 0$ ).

В действительности оказывается, что скорость  $\delta v_a$ , описывает не все изменение в движении вещества по отношению к невозмущенному решению Фридмана. Именно на это обстоятельство мы хотим обратить внимание в данной заметке.

Скорость  $\delta v^a$ , выписанная выше, описывает движение вещества (носителя плотности энергии и давления) относительно координатной сетки возмущенной синхронной системы. Синхронная система осуществляется совокупностью свободно движущихся частиц, для которых координаты в этой системе остаются постоянными с течением времени.

Величина  $\delta v^a$  есть пекулярная скорость вещества относительно частиц (для краткости мы будем опускать определения частиц: „свободнодвижущиеся“, „осуществляющие синхронную систему“). Но как движутся сами частицы? Двигутся ли они так же, как во фридмановском решении или нет?). Вопрос об их абсолютной скорости не имеет смысла (по отношению к чему?). Однако вполне реален вопрос об относительном движении частиц, который можно свести к вопросу о деформации с течением времени тела, натянутого на данную совокупность частиц. В невозмущенной задаче частицы испытывают хаббловское расширение, линейные размеры тела растут пропорционально  $\sqrt{t}$ , но форма тела остается без изменения. Легко убедиться, что возмущенная синхронная система отсчета деформируется уже не изотропно. И, как мы увидим, именно нарастание этой анизотропии приводит к сильному отклонению от решения Фридмана. Для этого вычисляем тензор скоростей деформации

$$D_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (g_{\alpha\beta}(0) + h_{\alpha\beta}) = D_{\alpha\beta}(0) + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} [\sigma(t) t t_0] s_{\alpha\beta}. \quad (5)$$

\* Можно рассмотреть момент вращения шара радиуса  $l$ :  $I = (\varepsilon/c^2) \cdot l^3 \cdot l \cdot \delta v$ . при  $p = \varepsilon/3$  плотность  $\varepsilon \sim l^{-4}$ , откуда в силу закона сохранения момента  $\delta v = \text{const}$ . Можно рассмотреть импульс поступательного движения  $\bar{p} = m \delta v$ . В расширяющемся мире  $\bar{p} \sim 1/\sqrt{t t_0}$ , но масса данного сопутствующего объема также меняется,  $m \sim (\varepsilon/c^2) \cdot l^3 \sim \sim 1/l \sim 1/\sqrt{t t_0}$ , откуда снова  $\delta v = \text{const}$ .

Отличные от нуля члены его анизотропной части  $\Pi_a^3 = D_a^3 - \frac{1}{3} D g_a^3$  имеют порядок величины\*

$$\Pi_a^3 \approx \left( -\frac{\sigma}{t} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\sigma t}{t} \right) \right) = \frac{d\sigma}{dt}. \quad (6)$$

Величины  $\Pi_a^3$  есть отклонения хаббловских констант деформации в разных направлениях от средней хаббловской константы  $H = 1/3 D = 1/2t$ , где  $D \equiv D_a^a$ . Относительная величина отклонений хаббловских деформаций есть

$$\frac{|\Pi_a^3|}{H} \approx \frac{d\sigma}{dt} t \approx \frac{c_1}{t^{1/2}}. \quad (7)$$

Эта величина естественно не зависит от произвольной константы  $c_1$  и неограниченно нарастает при  $t \rightarrow 0$ .

Деформация самого расширяющегося вещества складывается из деформации синхронной системы отсчета и деформации, обусловленной движением вещества относительно синхронной системы. Однако, как мы видели выше (см. формулу (4)), относительная скорость  $\delta v^2$  движения мала и остается постоянной. Поэтому неограниченное при  $t \rightarrow 0$  нарастание анизотропии деформации вещества также описывается выражением (7). Таким образом отклонение возмущенного решения от фридмановского при  $t \rightarrow 0$  связано не прямо с вращательными скоростями вещества относительно невращающейся синхронной системы отсчета, а с вызванной этими скоростями анизотропией деформации. Этот эффект является чисто релятивистским.

На первый взгляд кажется, что этой неустойчивости при  $t \rightarrow 0$  можно избежать, если в качестве возмущения взять твердотельное вращение в заданном лагранжевом масштабе. При этом в ньютоновском приближении деформация отсутствует вовсе. Казалось бы, скорость вращения  $\omega$ , остающаяся все время постоянной и малой, не может привести к сильным релятивистским эффектам. Однако это не так, потому что возмущение любого масштаба при  $t \rightarrow 0$  оказывается глубоко внутри гравитационного радиуса массы, который она охватывает. Вся задача становится существенно релятивистской, и даже малая скорость  $\omega$  приводит к сильным эффектам, т. е. помимо малого параметра  $\omega/c$  в задачу входит еще большой параметр  $l/ct$  ( $l$  — длина

\* Поднятие и опускание индексов производится с помощью метрического тензора 3-мерного пространства системы отсчета —  $g_{\alpha\beta}$ .

возмущения) и релятивистские эффекты определяются произведением этих двух параметров. Формула (7) может быть переписана:

$$\frac{|\Pi_x^3|}{H} \approx \left(\frac{v}{c}\right) \left(\frac{l}{ct}\right). \quad (8)$$

В рассматриваемой задаче с твердотельным законом вращения возмущения тождественно отсутствуют лишь на оси вращения, где скорость  $v$  равна нулю.

Возвращаясь к общей ситуации произвольных возмущений вращательного типа, посмотрим, какие количественные ограничения накладывает рост возмущений при  $t \rightarrow 0$  на турбулентную теорию первичных возмущений, развиваемую в [3]. Согласно этой теории, сразу после момента рекомбинации водорода в расширяющейся Вселенной (т. е. при  $T = 4 \cdot 10^3$  °К,  $t = 10^{13}$  сек) скорость вихревых движений вещества должна быть много больше скорости звука в водороде в масштабах по крайней мере от массы галактики до оптического горизонта. Если спектр турбулентности в этих масштабах колмогоровский, то  $V_{\text{вихр.}}$  должна нарастать с увеличением масштаба. Скорость звука в нейтральном веществе при  $T = 4 \cdot 10^3$  °К равна  $V_{\text{зв.}} = 6 \cdot 10^5$  см/сек. Примем в качестве заниженной оценки, что в масштабе оптического горизонта  $V_{\text{вихр.}}/c \approx 10^{-1}$ . Из уравнений (4), (7) и уравнения для оптического горизонта находим\*

$$\frac{|\Pi_x^3|}{H} \approx \left(\frac{V_{\text{вихр.}}}{c}\right) \left(\frac{t_{\text{реком.}}}{t}\right)^{1/2} \approx 10^{-4} \left(\frac{10^{13}}{t}\right)^{1/2}. \quad (9)$$

Когда  $\frac{|\Pi_x^3|}{H}$  порядка 1, это означает наличие сильных отклонений от фридмановского решения в деформации вещества. Приравнявая  $\frac{|\Pi_x^3|}{H}$  единице, находим из (9), что для  $t < 10^5$  сек решение должно существенно отличаться от фридмановского.

Неизвестно, существует ли достаточно общее нефридмановское решение, которое с течением времени выходит на фридмановское при наличии в нем только вихревых возмущений, но если даже такое решение есть, то для вихревой теории есть трудность, связанная с химическим составом первичного вещества.

\* Мы учли, что время рекомбинации  $t_{\text{рек.}}$  практически совпадает с периодом, когда плотность радиации порядка плотности обычного вещества и при меньших  $t$  всегда применимо выражение (1).

В линеаризованной теории возмущения вихревого типа не меняют в первом порядке закон изменения плотности со временем  $\partial\rho/\partial t$ , и следовательно не влияют в первом порядке на ход ядерных реакций, определяемый значением  $\partial\rho/\partial t$  при данной плотности. Это влияние скажется во втором порядке. Однако, когда возмущения первого порядка сравнимы с единицей  $\frac{|\Pi_a^2|}{H} \approx 1$ , то и поправки второго порядка сравнимы с единицей — все решение уже существенно отличается от фридмановского, в том числе и  $\partial\rho/\partial t$  иное. Судя по известным [2] анизотропным и неоднородным решениям,  $\partial\rho/\partial t$  должно быть больше при равном  $\rho$  (см., впрочем [9]).

Ядерные реакции, определяющие химический состав вещества, протекают во фридмановской модели при  $t = (1 \text{ сек} \div 100 \text{ сек})$ . Следовательно в турбулентной теории реакции синтеза элементов протекают в иных условиях при иной скорости расширения  $\partial\rho/\partial t$  и должны дать, вообще говоря, иной исход, чем предсказанный фридмановской моделью. Наблюдения, по-видимому, подтверждают выводы фридмановской модели о химсоставе. Если это так, то указанное обстоятельство является трудностью для турбулентной теории первичных возмущений.

Можно попытаться обойти эти трудности следующими путями. Большой лептонный заряд [6] космологической модели приводит при увеличении скорости расширения на стадии ядерных реакций  $\partial\rho/\partial t$  к химическому составу первичного вещества, с малым количеством  $\text{CHe}^4$  ( $\text{He}^4/\text{H} < 0.3/0.7$ ) и тяжелых элементов, что не противоречит наблюдениям.

Кроме того, если  $\partial\rho/\partial t$  на стадии ядерных реакций очень сильно превышает фридмановское значение, то в итоге первичное вещество должно состоять из чистого водорода [7], что, возможно, не противоречит сегодняшним наблюдениям. Однако это предположение, по-видимому, противоречит наблюдениям изотропии космологического радиополучения, так как требует достаточно позднего выхода на решение Фридмана [8].

Рассмотрение нефридмановской стадии в турбулентной теории должно быть предметом специального изучения, т. к. именно с этой стадией связаны серьезные трудности теории.

## VORTEX PERTURBATIONS IN THE FRIEDMAN'S COSMOLOGICAL MODEL

Ya. B. ZELDOVICH, I. D. NOVIKOV

The physical reason for unlimited increase of vortex perturbations when  $t \rightarrow 0$  and vortex linear velocity  $v$  is constant in time and small is discussed. It is shown that this increase is connected with an increase of anisotropy of Hubble's expansion for the perturbations when  $t \rightarrow 0$ . The anisotropy of deformation divided by the isotropic expansion is of the order  $(V/c)(l/ct)$ , where  $l = l_0 \sqrt{t}$  is the scale of the perturbation. If the velocity of vortex perturbations are  $V/c \approx 10^{-4}$  in the scale of event horizon at the moment of hydrogen recombination  $M = 10^{11} M_{\odot}$  (as assumed in [3]), then Friedman's expansion for  $t < 10^5$  sec, does not exist.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Е. М. Лифшиц, ЖЭТФ, 16, 587, 1946.
2. Е. М. Лифшиц, И. М. Халатников, УФН, 30 (3), 391, 1963.
3. Л. М. Озерной, А. Д. Черник, Астрон. ж., 44, 1131, 1967; 45, 1137, 1968.
4. С. F. von Weizsäcker, Ap. J., 144, 165, 1961.
5. G. Gamov, Phys. Rev., 86, 251, 1952.
6. R. V. Vagoner, W. A. Fowler, Ap. J., 148, 3, 1967.
7. K. S. Thorne, Ap. J., 148, 51, 1967.
8. И. Д. Новиков, Доклад на сессии Отделения общей физики и астрономии АН СССР, 1969.
9. И. Д. Новиков, Астрон. ж., 47, № 6, 1970.

О МОДЕЛЯХ СКОПЛЕНИЙ ТОЧЕЧНЫХ МАСС С  
КВАДРАТИЧНЫМ ГРАВИТАЦИОННЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Г. С. БИСНОВАТЫЙ-КОГАН, Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ

Поступила 3 ноября 1969

Рассмотрено движение частиц в их общем гравитационном поле в случае сплюснутых, дискообразных и других не сферически-симметричных конфигураций.

Найдены решения кинетического уравнения в самосогласованном поле с квадратичным потенциалом. Получены точные решения для кругового диска с анизотропным распределением по скоростям, диска эллиптического сечения, эллипсоида вращения с произвольным моментом количества движения, в том числе и нулевым, и для цилиндра эллиптического сечения.

1. *Введение.* Интерес к решению бесстолкновительного кинетического уравнения с самосогласованным полем тяжести связан с тем, что в галактиках, звездных скоплениях столкновения очень редки и каждая звезда движется в усредненном поле тяжести остальных звезд.

В работах [1, 2] были получены точные решения кинетического уравнения в самосогласованном гравитационном поле для звездных скоплений методом построения функций от интегралов движения частиц\*. При этом функция распределения должна быть непрерывна в области, ограниченной характеристиками, и может терпеть разрыв только на характеристике. Рассмотрение сферически симметричных конфигураций со степенной зависимостью гравитационного потенциала от радиуса [1] позволило найти серию автомодельных решений, обладающих, однако, бесконечными массой  $M$ , радиусом  $R$  и центральной плотностью  $\rho_c$ . В работе [2] рассмотрены конфигурации с более сложной зависимостью потенциала от радиуса и построены замкнутые

\* Траектории, удовлетворяющие этим уравнениям, являются характеристиками кинетического уравнения, которое является уравнением в частных производных.

модели газовых сфер с конечными  $R$ ,  $M$ ,  $\rho_c$ . Некоторые из этих моделей аналогичны эдднговским газовым сферам, т. е. имеют те же распределения потенциала и плотности. Там же [2] приведены некоторые точные решения для цилиндра и решение для диска с изотропным распределением скоростей и потенциалом

$$\Phi = a(x^2 + y^2) + d.$$

Решения, полученные в [1, 2], характеризуются высокой степенью пространственной симметрии, хотя распределение в пространстве скоростей допускалось анизотропное. Решения с шаровой симметрией пригодны для описания шаровых скоплений или шаровых галактик. В то же время большинство галактик имеет форму более или менее сплющенного эллипсоида вращения, поэтому построение модели эллипсоида, являющейся точным решением кинетического уравнения, весьма важно.

В настоящей работе рассмотрен ряд точных решений кинетического уравнения, характеризующихся меньшей степенью симметрии, чем решения [1, 2]. Получены решения для эллипсоида вращения, для цилиндра эллиптического сечения, для эллиптического диска. Найдено решение для кругового диска с произвольной степенью анизотропии в пространстве скоростей. Все найденные здесь решения имеют гравитационный потенциал, квадратично зависящий от координат, аналогично вырожденным решениям в [2]. Это приводит к существованию большего числа простых интегралов движения (интегралом движения оказывается не только полная энергия частицы, но и ее составные части) и возможности построения решений с меньшей степенью симметрии

Полученные решения можно использовать для моделирования эллиптических и плоских галактик, а также для исследования вопроса о гравитационной неустойчивости кинетического типа, которое всегда лучше проводить, используя точные решения.

Спиральные галактики рассматриваются как результат распада диска [3]. Поэтому особенно интересны точные решения для диска, которые могли бы послужить исходными для анализа неустойчивостей, ведущих к образованию спиральных рукавов.

Приближенные рассмотрения гравитационной кинетической неустойчивости, сделанные квазиклассическим методом, имеются в [4—8]. Отметим, что в общем случае не разработаны методы исследования кинетической гравитационной неустойчивости. Общие критерии устойчивости имеются только для конфигураций, сферически симметричных в физическом пространстве и пространстве скоростей [9].

Особенностью полученных ниже решений является отсутствие зависимости между сплюснутостью системы и ее моментом количества движения. В частности, получены решения для однородного шара с произвольным моментом количества движения  $P$  в интервале  $0 < P < \frac{2}{5} MR^2 \sqrt{\frac{4}{3} \pi G \rho}$  и безмоментные решения для эллипсоида любой сплюснутости и бесконечно тонкого диска. Не исключено, что безмоментные дисковые конфигурации могли получиться в результате дальнейшей эволюции и образования звезд в плоских сгущениях, рассматриваемых в работе [10]. Вероятность бинарных столкновений пропорциональна объемной плотности. Они ведут к утолщению диска и в пределе приближают его к сфере.

2. *Интегралы движения в случае квадратичного потенциала.* Рассмотрим систему частиц с собственным гравитационным потенциалом

$$\Phi = ax^2 + by^2 + cz^2 + d. \quad (1)$$

Кинетическое уравнение для такой системы частиц в стационарном случае имеет вид

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} - 2ax \frac{\partial f}{\partial v_x} - 2by \frac{\partial f}{\partial v_y} - 2cz \frac{\partial f}{\partial v_z} = 0. \quad (2)$$

Уравнение для характеристик

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z} = -\frac{dv_x}{2ax} = -\frac{dv_y}{2by} = -\frac{dv_z}{2cz}. \quad (3)$$

В общем случае различных  $a$ ,  $b$ ,  $c$  система (3) имеет интегралы

$$\begin{aligned} E_x &= \left( \frac{v_x^2}{2} + ax^2 \right) m, \\ E_y &= \left( \frac{v_y^2}{2} + by^2 \right) m, \\ E_z &= \left( \frac{v_z^2}{2} + cz^2 \right) m, \end{aligned} \quad (4)$$

$$L_1 = \frac{1}{Vb} \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + v_y^2/2by^2}} - \frac{1}{Va} \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + v_x^2/2ax^2}}, \quad (5)$$

$$L_2 = \frac{1}{Vb} \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + v_y^2/2by^2}} - \frac{1}{Vc} \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + v_z^2/2cz^2}}.$$

Когда  $a = b \neq c$ , первый интеграл из (5) сводится к сохранению проекции момента количества движения на ось  $z$ :

$$L_z = (xv_y - yv_x) m. \quad (6)$$

Это отражает свойство изотропии цилиндрически симметричной системы относительно вращения по оси  $z$ . При  $a = b = c$  система изотропна и сохраняются все три проекции момента количества движения.

Для случая плоской задачи: цилиндра, когда все величины не зависят от  $z$  и бесконечно тонкого диска, когда зависимость от  $z$  в виде  $\delta$ -функции, в потенциале  $\Phi = ax^2 + by^2 + d$  остается три интеграла уравнений характеристик

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{v_x^2}{2} + ax^2 & \dot{L} &= \frac{1}{\sqrt{b}} \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + v_y^2/2by^2}} - \\ E_y &= \frac{v_y^2}{2} + by^2 & & - \frac{1}{\sqrt{a}} \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + v_x^2/2ax^2}} \end{aligned} \quad (7)$$

3. *Бесконечно тонкий диск.* Рассмотрим сначала случай кругового диска. Полученное в [2] решение можно обобщить на случай произвольной степени анизотропии в пространстве скоростей. Действительно, рассмотрим цилиндрическую систему координат  $(r, \theta)$  с компонентами скоростей  $v_\theta, v_r$ ; интегралы уравнений характеристик

$$\begin{aligned} E &= m \left( \frac{v^2}{2} + ar^2 + d \right), & v^2 &= v_\theta^2 + v_r^2; & r^2 &= x^2 + y^2, \\ L &= m V_\theta r, & \Phi &= ar^2 + d. \end{aligned} \quad (8)$$

Поверхностная плотность диска, дающая потенциал (8), есть [11] ( $M$  — масса,  $r_0$  — радиус диска)

$$\sigma = \frac{3M}{2\pi r_0^2} \left( 1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right)^{1/2}, \quad a = \frac{3}{2} \pi \frac{GM}{r_0^3}, \quad d = -\frac{3\pi}{2} \frac{GM}{r_0}. \quad (9)$$

Тогда функция распределения, непрерывная в области, ограниченной характеристиками кинетического уравнения и дающая распределение плотности (9), имеет вид

$$\begin{aligned} f &= B \left( A - \frac{E}{m} - \gamma \frac{L}{m} \right)^{-1/2}, & E + \gamma L &< mA, \\ &0 & E + \gamma L &> mA. \end{aligned} \quad (10)$$

Из условия распределения плотности (9), после интегрирования по скоростям и условия нормировки  $\int f dv = \sigma$ , имеем

$$A = -\frac{\gamma^2 r_0^2}{2}, \quad B = \frac{3M}{8\pi^2 r_0^2 \left(-d - \frac{\gamma^2 r_0^2}{2}\right)^{1/2}}. \quad (11)$$

Окончательно, при произвольных  $M$ ,  $r_0$ ,  $\gamma$ , имеем точное решение в виде

$$f = \frac{3M}{8\pi^2 r_0^2 \left(-d - \frac{\gamma^2 r_0^2}{2}\right)^{1/2}} \left[ -d - ar^2 - \gamma v_{\theta} r - \frac{v^2}{2} - \frac{\gamma^2 r_0^2}{2} \right]^{-1/2}. \quad (12)$$

Отсюда, при  $\gamma = 0$ , получаем изотропное по скоростям решение, приведенное в [2]. При  $\gamma \rightarrow \infty$  получаем диск с круговыми орбитами [11]. При любых  $\gamma$  решение (13) имеет особенность:  $f$  обращается в бесконечность при  $E + \gamma L = mA$ . Кроме того,  $\partial f / \partial E$  у этих решений положительно, поэтому они, вероятно, неустойчивы. Рассматривая решение, состоящее из суммы функций (12) с различными  $\gamma$ , можно получить решение без особенностей с  $\partial F / \partial E = 0$ , которое может быть устойчивым. Это решение имеет вид

$$f = \frac{1}{2\pi^2 G r_0} \text{ при } E - \frac{L^2}{2r_0^2 m} < 0$$

$$0 \quad \text{при } E - \frac{L^2}{2r_0^2 m} > 0. \quad (13)$$

$$\int f dv_r dv_{\theta} = \sigma. \quad (14)$$

Рассмотрим теперь диск эллиптического сечения с распределением плотности

$$\sigma = \sigma_0 \left( 1 - \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} \right)^{1/2}. \quad (15)$$

Тогда гравитационный потенциал внутри такого диска есть

$$\Phi = \frac{x^2}{\alpha_1^2} + \frac{y^2}{\beta_1^2} + \xi; \quad \alpha_1, \beta_1, \xi \text{ зависят от } \alpha, \beta, \sigma_0. \quad (16)$$

Функция распределения, являющаяся точным решением кинетического уравнения для такого диска, имеет вид

$$f = D \left( K - \frac{\alpha_1^2}{\alpha^2} \frac{E_x}{m} - \frac{\beta_1^2}{\beta^2} \frac{E_y}{m} \right)^{-1/2}. \quad (17)$$

При этом (17) определено только для неотрицательных подкоренных выражений и обращается в нуль для других значений аргументов. Из условия  $\int f d\bar{v} = \sigma$  получаем выражения для  $D$  и  $K$ . Окончательно имеем

$$f = \frac{\sigma_0 \alpha_1 \beta_1}{4\pi \alpha \beta} \left( 1 - \frac{\alpha_1^2}{\alpha^2} \frac{v_x^2}{2} - \frac{\beta_1^2}{\beta^2} \frac{v_y^2}{2} - \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} \right)^{-1/2}. \quad (18)$$

Зависимость  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\xi$  от  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma_0$  достаточно сложна и не получена в явном виде.

4. *Эллипсоид вращения и цилиндр эллиптического сечения.* Рассмотрим эллипсоид вращения однородной плотности  $\rho$ , уравнение поверхности которого есть

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1. \quad (19)$$

Здесь  $\rho$ ,  $a$ ,  $\gamma$  — произвольны.

Гравитационный потенциал внутри такого эллипсоида есть [12]

$$\begin{aligned} \Phi &= a(x^2 + y^2) + cz^2 + \alpha, \\ \alpha &= \pi G \rho \left( 1 - \frac{a^2 \eta}{2} J_3 \right), \quad \rho = \pi m, \\ c &= \pi G \rho a^2 \eta J_3; \quad J_3 = \int_0^\infty \frac{ds}{(a^2 + s)(\eta^2 + s)^{3/2}}, \\ d &= -\pi G \rho a^2 \eta J_1; \quad J_1 = \int_0^\infty \frac{ds}{(a^2 + s)(\eta^2 + s)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (20)$$

В этом случае используем интегралы движения (4) и (6). Построим такое решение для эллипсоида вращения, в котором движение частиц вокруг оси симметрии происходит по окружности. При этом из уравнений движения каждой частицы следует, что

$$v_x^2 + v_y^2 = 2\alpha(x^2 + y^2). \quad (21)$$

Уравнение (21) удовлетворяется при следующих значениях  $v_x$ ;  $v_y$ , соответствующих круговому вращению:

$$\begin{aligned}
 1) \quad v_x &= \sqrt{2ay} & 2) \quad v_x &= -\sqrt{2ay} \\
 v_y &= -\sqrt{2ax} & v_y &= \sqrt{2ax}
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Два случая (22) соответствуют вращению частиц в противоположных направлениях. Следовательно, в этом случае функция распределения состоит из двух членов, соответствующих вращению в разные стороны. Эти члены пропорциональны  $\delta$ -функциям:

$$\begin{aligned}
 1) \quad \varphi_1 &= \delta(v_x - \sqrt{2ay}) \delta(v_y + \sqrt{2ax}) \\
 2) \quad \varphi_2 &= \delta(v_x + \sqrt{2ay}) \delta(v_y - \sqrt{2ax}).
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

Покажем, что сочетания  $\delta$ -функций (23) можно получить из интегралов движения (4) и (6). Действительно, рассмотрим величины

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \delta \left[ \frac{1}{m} \left( E_x + E_y + 2 \sqrt{\frac{a}{2}} L_x \right) \right] = \\
 &= \delta \left[ \frac{1}{2} (v_x - \sqrt{2ay})^2 + \frac{1}{2} (v_y + \sqrt{2ax})^2 \right],
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 F_2 &= \delta \left[ \frac{1}{m} \left( E_x + E_y - 2 \sqrt{\frac{a}{2}} L_x \right) \right] = \\
 &= \delta \left[ \frac{1}{2} (v_x + \sqrt{2ay})^2 + \frac{1}{2} (v_y - \sqrt{2ax})^2 \right].
 \end{aligned}$$

Функции  $2\pi\varphi_1$  и  $F_1$ ;  $2\pi\varphi_2$  и  $F_2$  тождественны в том смысле, что

$$\begin{aligned}
 2\pi \int f(v_x, v_y) \varphi_1 dv_x dv_y &= \int f(v_x, v_y) F_1 dv_x dv_y. \\
 2\pi \int f(v_x, v_y) \varphi_2 dv_x dv_y &= \int f(v_x, v_y) F_2 dv_x dv_y.
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

Поэтому  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  можно рассматривать как функции интегралов движения. Рассмотрим функцию распределения

$$\begin{aligned}
 f &= \gamma \left( D - \frac{E_x}{m} + k \frac{L_x}{m} \right)^{-1/2} \varphi_1 = \\
 &= \gamma \left[ D - \frac{v_x^2}{2} - cz^2 + k(xv_y - yv_x) \right]^{-1/2} \delta(v_x - \sqrt{2a}y) \delta(v_y + \sqrt{2a}x).
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

При отрицательном подкоренном выражении функция распределения есть нуль. Имеем из условий нормировки

$$f_z = \int f dv_x dv_y = \gamma \left[ D - \frac{v_z^2}{2} - cz^2 - k\sqrt{2a}(x^2 + y^2) \right]^{-1/2}, \quad (27)$$

$$k = \frac{c}{\sqrt{2a}} \frac{\gamma^2}{a^2}, \quad n = \int f_z dv_x = \pi\sqrt{2} \gamma, \quad D = c\gamma^2, \quad \gamma = n/\pi\sqrt{2}.$$

Функция распределения (26) с условиями (27) есть точное решение кинетического уравнения, описывающее однородный эллипсоид вращения с вращающимися в одну сторону частицами. Момент количества движения  $P$  такого эллипсоида есть

$$P = P_0 = \frac{2}{5} M a^2 \sqrt{2a}.$$

Здесь угловая скорость вращения  $\omega = \sqrt{2a}$ , момент инерции  $J = 2/5 M a^2$ . Легко выписать решение для эллипсоида вращения с произвольным моментом количества движения  $P < P_0$ . Для этого нужно воспользоваться комбинацией двух функций (23) ( $0 \leq \mu \leq 1$ )

$$\begin{aligned} f = \frac{n}{\pi\sqrt{2}} \left\{ \mu \left[ c(\gamma^2 - z^2) - \frac{v_z^2}{2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{c}{\sqrt{2a}} \frac{\gamma^2}{a^2} (xv_y - yv_x) \right]^{-1/2} \delta(v_x - \sqrt{2a}y) \delta(v_y + \sqrt{2a}x) \right. \\ \left. + (1 - \mu) \left[ c(\gamma^2 - z^2) - \frac{v_z^2}{2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{c}{\sqrt{2a}} \frac{\gamma^2}{a^2} (xv_y - yv_x) \right]^{-1/2} \delta(v_x + \sqrt{2a}y) \delta(v_y - \sqrt{2a}x) \right\}. \end{aligned} \quad (28)$$

При отрицательных подкоренных выражениях в (28) функция  $f$  есть нуль. Момент количества движения эллипсоида, даваемого (28), есть

$$P = 2 \left( \mu - \frac{1}{2} \right) P_0.$$

При  $\mu = 1/2$  имеем эллипсоид вращения произвольной степени сплюснутости с нулевым моментом количества движения.

Вдоль каждой из осей движение частиц является периодическим. Но в силу несоизмеримости в общем случае периодов по всем трем осям траектории частиц незамкнуты и проекции траекторий на плоскости  $(xz)$  и  $(yz)$  представляют из себя незамкнутые фигуры Лиссансу. Проекцией траектории на плоскость  $(xy)$  является окружность.

Решение для цилиндра эллиптического сечения, с постоянной плотностью  $\rho$ , можно найти аналогично решению для эллиптического диска и для эллипсоида вращения. Если в сечении цилиндра лежит эллипс  $x^2/\alpha^2 + y^2/\beta^2 = 1$ , то потенциал внутри цилиндра (без нормировки на бесконечность) есть

$$\Phi = \frac{x^2}{\alpha_1^2} + \frac{y^2}{\beta_1^2},$$

$$\frac{1}{\alpha_1^2} = \pi G \rho \alpha \beta \int_0^\infty \frac{ds}{(x^2 - s)^{3/2} (\beta^2 + s)^{1/2}}, \quad (29)$$

$$\frac{1}{\beta_1^2} = \pi G \rho \alpha \beta \int_0^\infty \frac{ds}{(\alpha^2 + s)^{1/2} (\beta^2 + s)^{3/2}}.$$

Тогда, используя интегралы движения (7) и условие нормировки,  $\int f d\vec{v} = n$ , можно записать решение в виде

$$f = G \delta \left( k - \frac{\alpha_1^2}{\alpha^2} E_x - \frac{\beta_1^2}{\beta^2} E_y \right) \Psi(v_x) = n \frac{\alpha_1 \beta_1}{\alpha \beta} \frac{1}{2\pi} \delta \left( 1 - \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} - \frac{\alpha_1^2}{\alpha^2} \frac{v_x^2}{2} - \frac{\beta_1^2}{\beta^2} \frac{v_y^2}{2} \right) \Psi(v_x). \quad (30)$$

Здесь  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$  — произвольны, а  $\Psi(v_x)$  — произвольная функция, но такая, что  $\int \Psi dv_x = 1$ .

Отметим, что аналогичного точного решения для трехосного эллипсоида получить не удастся ввиду расходимости интегралов, определяющих плотность.

Из (30) получаем точное решение для кругового цилиндра

$$f = \frac{1}{2\pi^2 G m r_0^2} \delta \left( 1 - \frac{r^2}{r_0^2} - \frac{v^2}{2\pi G \rho r_0^2} \right), \quad \Phi = \pi G \rho (x^2 + y^2) + \xi,$$

где  $r_0$  — радиус цилиндра,  $r^2 = x^2 + y^2$ ,  $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ .

5. *Выводы.* Получены решения бесстолкновительного кинетического уравнения с самосогласованным полем тяжести, обладающие малой степенью симметрии: эллиптический диск, цилиндр эллиптического сечения, эллипсоид вращения произвольной степени сплюснутости.

В найденных решениях отсутствует связь между степенью сплюснутости системы и ее моментом количества движения.

Решения могут быть использованы для построения моделей эллиптических и плоских галактик и для исследования неустойчивостей различных типов, в частности, неустойчивостей, ведущих к образованию спиральных рукавов у галактик.

Институт прикладной математики  
АН СССР

## THE MODELS OF CLUSTERS OF POINT MASSES WITH QUADRATIC POTENTIAL

G. S. BISNOVATY-KOGAN, Ya. B. ZELDOVICH

The motion of particles in their gravitational field is considered for the case of flattened, disk-like and other nonspherically symmetrical configurations.

The solutions of kinetic equation with a selfconsistent gravitational field are found for the quadratic gravitational potential. The exact solutions are found for the circular disk with anisotropic velocity distribution, the elliptical disk, the ellipsoid of rotation with arbitrary rotational momentum, including zero, and for the cylinder of the elliptical cross-section.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдович, *Астрофизика*, 5, 223, 1969.
2. Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдович, *Астрофизика*, 5, 425, 1969.
3. C. C. Lin, F. H. Shi, *Ap. J.*, 140, 646, 1964.
4. P. A. Sweet, *M. N.*, 125, 285, 1963.
5. D. Lynden-Bell, *M. N.*, 124, 279, 1962.
6. C. S. Wu, *Phys. Fluids*, 11, 545, 1968.
7. Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдович, Р. Э. Сагдеев, А. М. Фридман, *Ж. прикл. матем. техн. физ.*, № 3, 1969.
8. Л. С. Марочник, А. А. Сучков, *Астрон. ж.*, 46, 319, 1969.
9. В. А. Антонов, *Вестн. ЛГУ*, № 19, 96, 1962.
10. Я. Б. Зельдович, *Препринт ИПМ*, № 48, 1969; *Astronomy and Ap.* 5, 84, 1970.
11. C. Hunter, *M. N.*, 123, 299, 1963.
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, М., 1967.



АККРЕЦИЯ ВЕЩЕСТВА НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДОЙ  
В ДВОЙНОЙ СИСТЕМЕ. I

П. Р. АМНУЭЛЬ, О. Х. ГУСЕЙНОВ

Поступила 9 июля 1969

Рассмотрен процесс захвата набегающего потока плазмы дипольным магнитным полем нейтронной звезды. Рассчитана форма фронта захвата (возможно ударного фронта), возникающего при остановке плазмы. Расчет дан в двух сечениях: полюсном и экваториальном. Показано, что расстояние фронта от нейтронной звезды при аккреции в двойной системе порядка  $10^8$  см. Рассмотрен случай симметричной аккреции и захват плазмы магнитным полем одиночной нейтронной звездой. Аналитически найдено выражение радиуса-вектора точки захвата. Наличие магнитного поля у нейтронной звезды смещает спектр в сторону длинных волн и приводит к большой направленности излучения.

В связи с недавним обнаружением пульсаров значительно повысился интерес к нейтронным звездам и укрепилась вера в катастрофическое сжатие проволюционировавших звезд. Образовавшаяся при коллапсе нейтронная звезда имеет большой запас энергии (порядка  $10^{53} - 10^{54}$  эрг) и может продолжительное время проявлять активность типа пульсара.

Однако через миллионы лет, когда активность пульсара ослабнет, нейтронную звезду будет легче обнаружить вследствие аккреции ею вещества. Наблюдательные эффекты при аккреции межзвездного вещества сильно зависят от начальной температуры падающего вещества и магнитного поля нейтронной звезды. Дипольное магнитное поле нейтронной звезды при аккреции, по-видимому, значительно деформируется, причем степень деформации зависит как от магнитного момента звезды, так и от скорости аккреции. Однако для оценки влияния магнитного поля на наблюдаемые эффекты можно в первом приближении пренебречь деформацией поля.

Рассмотрим захват вещества магнитным диполем при аккреции в двойной системе, одной из компонент которой является нейтронная звезда. Положим, что орбита нейтронной звезды лежит в экваториальной плоскости главной компоненты и ось магнитного диполя перпендикулярна плоскости орбиты. Пусть вещество, истекающее из главной компоненты, при попадании в сферу притяжения нейтронной звезды имеет скорость  $v_0$  и поток имеет цилиндрическую форму с радиусом  $b_0$ . Рассмотрим два двумерных случая: 1) движение вещества в полярном сечении магнитного диполя, 2) движение в экваториальном сечении.

Захват вещества происходит, если выполняется условие [1]:

$$\frac{H^2}{8\pi} = 2\rho v^2 \sin^2\theta, \quad (1)$$

где  $H$  — напряженность магнитного поля в точке захвата,  $\rho$  и  $v$  — соответственно плотность массы и скорость вещества в точке захвата,  $\theta$  — питч-угол между скоростью частицы и направлением магнитного поля. Уравнение (1) определяет границы области, внутри которой движение газа определяется уже магнитным полем нейтронной звезды.

Из сохранения энергии получаем, что скорость частицы на расстоянии  $r$  от диполя

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r} + v_0^2}, \quad (2)$$

где  $M$  — масса нейтронной звезды,  $G$  — постоянная тяготения.

Для  $\sin^2\theta$  имеем выражение:

$$\sin^2\theta = \frac{(2x \operatorname{tg} \varphi - 1)^2}{(1 + x^2)(1 + 4\operatorname{tg}^2 \varphi)}, \quad (3)$$

где  $\varphi$  — магнитная широта и

$$x = \frac{bv_0}{\sqrt{2GMr + v_0^2(r^2 b^2)}}.$$

Выражение (3) легко получить, зная, что

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{tg} \eta - \operatorname{tg} \psi_1}{1 + \operatorname{tg} \eta \operatorname{tg} \psi_1}, \quad (4)$$

где  $\eta$  — угол наклона магнитной силовой линии диполя к оси  $x$ , причем [2]

$$\operatorname{tg} \eta = 2/3 \operatorname{tg} \varphi - 1/3 \operatorname{ctg} \varphi. \quad (5)$$

Что касается  $\text{tg } \psi_1$ , то из рис. 1 ясно, что

$$\text{tg } \psi_1 = \frac{\text{tg } \varphi - \text{tg } \psi}{1 + \text{tg } \varphi \text{tg } \psi},$$

причем  $\text{tg } \psi = \frac{v_t}{v_r}$ , где  $v_t = \frac{bv_0}{r}$ , а  $v_r = \sqrt{\frac{2GM}{r} + v_0^2 \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right)}$

и следовательно:

$$\text{tg } \psi_1 = \frac{\text{tg } \varphi - \frac{bv_0}{r}}{1 + \frac{bv_0 \text{tg } \varphi}{r}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{2GM}{r} + v_0^2 \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right)}}. \quad (6)$$

Теперь, подставив (5) и (6) в (4), найдем  $\text{tg } \theta$  и далее выражение (3).

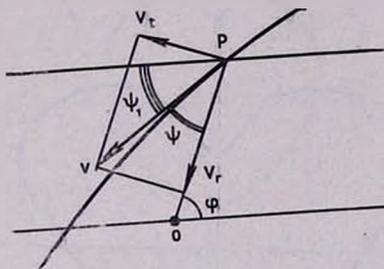


Рис. 1. Движение частицы в поле тяготения звезды до захвата магнитным полем. P — положение частицы в момент захвата. O — звезда,  $\varphi$  — магнитная широта,  $v$ ,  $v_r$ , и  $v_t$  — соответственно полная, радиальная и тангенциальная составляющие скорости частицы.

Величина плотности массы при движении потока частиц в гравитационном поле звезды была найдена в [3]. Это выражение при  $r \leq 10^8$  см можно упростить до

$$\rho(r, \varphi) = \rho_0 \sqrt{\frac{GM}{rv_0^2 (1 + \cos \varphi)}}. \quad (7)$$

Подставляя (2), (3) и (7) в (1) и учитывая, что [4]

$$H^2 = \frac{\mu^2}{r^6} (1 + 3\sin^2 \varphi)$$

( $\mu$  — магнитный момент нейтронной звезды), получаем

$$\frac{\mu^2 v_0}{16\pi\rho_0 \sqrt{GM} r^{7/2}} = \frac{\cos^2 \varphi}{(1 + 3\sin^2 \varphi)^2 \sqrt{1 + \cos \varphi}} \times \left[ 2bv_0 \operatorname{tg} \varphi - \sqrt{2GMr + v_0^2 (r^2 - b^2)} \right]^2. \quad (8)$$

Для нахождения фронта захвата необходимо уравнение (8), в которое входят две переменных  $r$  и  $\varphi$ , дополнить уравнением движения частиц до захвата магнитным диполем:

$$\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{bv_0^2}{GM} + \operatorname{arctg} \frac{\frac{bv_0^2}{GM} \sqrt{1 - \frac{b^2}{r^2} + \frac{2GM}{rv_0^2}}}{1 - \frac{b^2 v_0^2}{GMr}}. \quad (9)$$

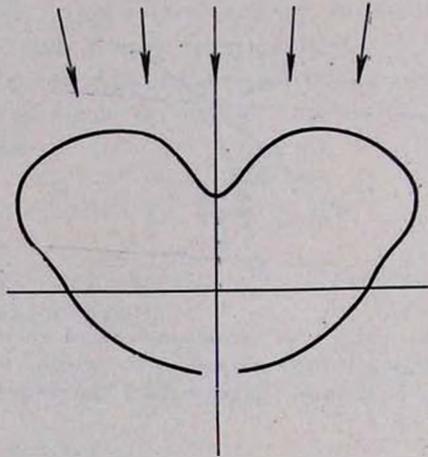


Рис. 2. Форма фронта захвата плазмы магнитным полем нейтронной звезды в двойной системе (полярное сечение). Стрелками показано направление движения потока до захвата.

Система уравнений (8) и (9) полностью определяет захват в полярном сечении, если задан прицельный параметр  $b$ . Для каждого значения  $b$  получаем одну точку захвата. Подставляя  $v_0 = 10^8$  см/сек,  $M = 1.5 M_\odot$ ,  $\mu = 10^{28}$  гаусс·см<sup>3</sup>,  $\rho_0 = 10^{-11}$  г/см<sup>3</sup>, получаем фронт захвата, изображенный на рис. 2. В этом случае расстояние фронта от звезды нигде не превышает  $8 \cdot 10^7$  см и захватываются все частицы с  $b \leq 10^9$  см.

При рассмотрении экваториального сечения фронта захвата нужно положить  $\sin \theta = 1$  и  $H = \mu/r^3$ . Тогда условие захвата можно записать в виде

$$\frac{\mu^2 v_0 \sqrt{1 + \cos \alpha}}{16\pi \rho_0 (GM)^{3/2} r^{9/2}} = \frac{v_0^2 r}{GM} + 2, \quad (10)$$

где  $\alpha$  — долгота, отсчитываемая от линии центров компонент. Уравнение (10) в совокупности с уравнением (9) определяет экваториальное сечение фронта захвата. При значениях параметров, принятых выше, картина сечения изображена на рис. 3.

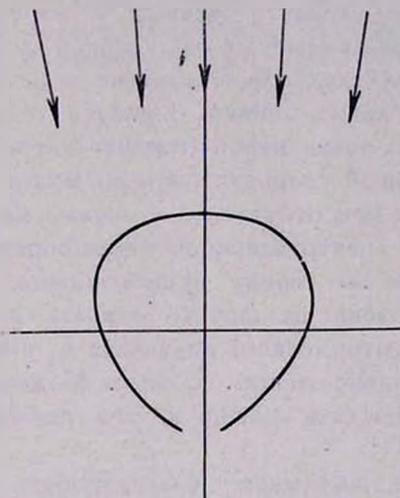


Рис. 3. Форма фронта захвата (экваториальное сечение). Стрелками показано движение потока до захвата.

Если происходит аккреция вещества на одиночную нейтронную звезду (симметричная аккреция), то питч-угол в точке захвата зависит только от широты [2]:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \varphi, \quad (11)$$

а для плотности массы существует простое выражение

$$\rho = \frac{\rho_0}{2.24} \left( \frac{GM}{a_0^2 r} \right)^{3/2}, \quad (12)$$

где  $\rho_0$  и  $a_0$  — соответственно плотность вещества и скорость звука на бесконечности.

Для радиуса-вектора точки захвата вещества магнитным диполем получаем в этом случае:

$$r = \left[ \frac{\alpha_0^3 \mu^2}{13.9 \pi \rho_0 (GM)^{5/2}} \frac{(1 + 3 \sin^2 \varphi)^2}{\cos^2 \varphi} \right]^{2/7}. \quad (13)$$

На фронте захвата может образоваться стоячая ударная волна, вплоть до магнитных широт  $\pm 90^\circ$ , и часть кинетической энергии падающего потока преобразуется в тепловую. Вследствие этого частицы уже не могут уйти от звезды и окажутся захваченными ее магнитным полем. При диссипации энергии на ударной волне, по-видимому, возникает радиоизлучение (в области образования фронта магнитное поле не выше  $\sim 10^4$  гаусс, скорость частиц  $\lesssim 10^9$  см/сек, что в совокупности со значением скачка уплотнения на ударной волне определяет мощность и спектр излучения). Впоследствии вещество стекает к магнитным полюсам по силовым линиям. Область излучения у поверхности звезды оказывается очень малой (горячее пятно у полюсов) и поэтому даже при уменьшенной скорости аккреции может возникнуть излучение более жесткое, чем при отсутствии у звезды магнитного поля.

Наблюдаемый спектр аккреции таким образом распадается на два спектра, различных по своему происхождению: циклотронное излучение в радиодиапазоне на фронте захвата и жесткое тормозное (возможно — магнитотормозное) излучение с поверхности нейтронной звезды в узких околополюсных областях. Может оказаться, что спектр аккреции легче наблюдать именно по его первой (радиоволновой) составляющей.

В заключение выражаем благодарность Я. Б. Зельдовичу и И. С. Шкловскому за обсуждение и ценные замечания.

Шемахинская астрофизическая  
обсерватория

## THE ACCRETION OF MATTER BY THE NEUTRON STAR IN BINARY SYSTEM

P. R. AMNUEL, O. H. GUSEYNOV

The process of capture of the falling plasma stream by magnetic dipole of the neutron star is considered. The shape of the capture front (maybe the shock front), originating when the plasma stop, has been calculated. The calculation was made in two sections: polar and equatorial. It is shown that the front distance from the neutron star is of the order of

$10^8$  cm in the case of the accretion in the binary system. Both the case of symmetric accretion and that of capture of the plasma by a magnetic field of a single neutron star has been considered. The expression for vector radius of the capture point are analytically found. The presence of a magnetic field of a neutron star displaces the spectrum towards large wavelengths and results in large radiation directivity.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Л. Дж. Кахилл, сб. „Космическая физика“, Мир, М., 1966, стр. 333.
2. Г. Альвен, К. — Г. Фельтхаммар, Космическая электродинамика, Мир, М., 1967.
3. В. В. Радзиевский, М. М. Дагаев, Астрон. ж., 46, № 1, 56, 1969.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Наука, М., 1967.
5. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Релятивистская астрофизика, Наука, М., 1968.



## SUPERNOVAE AS INDICATORS OF DISTANCES

T. KWAST

Received 24 December 1969

The maximum distance of a supernova from the centre of its parent galaxy is estimated on the basis of the "Preliminary Catalogue of Supernovae" by M. Karpowicz and K. Rudnicki. This maximum distance is equal to about 13 *kpc*. This value may serve to the estimation of the distances to the clusters of galaxies if one evaluates the maximum angle distance of the supernova from the centre of the galaxy for some cluster. The accuracy seems to be quite good when the number of supernovae observed in the cluster is equal at least to five.

Former investigations of the spatial occurrence of supernovae in galaxies showed that the supernovae seem to appear more frequently in the outer parts of galaxies [1]. Later on it turned out that this phenomenon is due simply to the difficulty of discovering the supernova on the bright background of the galaxy nucleus. In his review paper Zwicky has given distances from the centre of galaxy for 22 supernovae [2]. The greatest distance (exactly: its projection on the celestial sphere) was 13.4 *kpc*. Simultaneously he reported that after finishing his manuscript he came to know of a supernova (later denoted as 1960j) with a projection of distance from the centre of its galaxy equal to 18.8 *kpc*. This value is the greatest one known up to the present. Having at our disposal the greatest existing observational material concerning supernovae [3] we shall try to examine whether the supernovae really occur up to some distance "a" from the centre of their parent galaxy. The maximum observed magnitudes of the supernovae ( $m$ ), their redshifts ( $V_r$ ) and the angle distances from the centre of the galaxy ( $\Delta$ ) will be used.

If our suspicion is true the angle distance of the supernova from the centre of the galaxy would not be greater than

$$\Delta_{\max} = \frac{a}{r} 206265 \quad (1)$$

seconds of arc, where  $r$  is the distance of the observed galaxy from the observer. The observed angle distance is generally smaller for two reasons. Firstly the supernova may appear nearer the centre of galaxy than „ $a$ “, secondly we always see the projection of this distance on the celestial sphere.

One can rewrite formula (1) in another form putting  $x = 1000/\Delta_{\max}$   $V_s = 206 Hax$ , where  $V_s$  is the symbolic velocity of recession (in  $km/sec$ ), and  $H$  is the Hubble constant. Fig. 1 shows the observational points on the diagram  $V_s$  versus  $x$ . 87 sure supernovae with measured positive redshifts are plotted on it. Two supernovae in two double galaxies are excluded. One can see that for constant  $V_s$  (or distance) the observed  $\Delta$  is not greater or  $x$  is not smaller than some value on the adopted „envelope“. Only one point (the mentioned above supernova 1960j) lies on the improper side of this „envelope“.

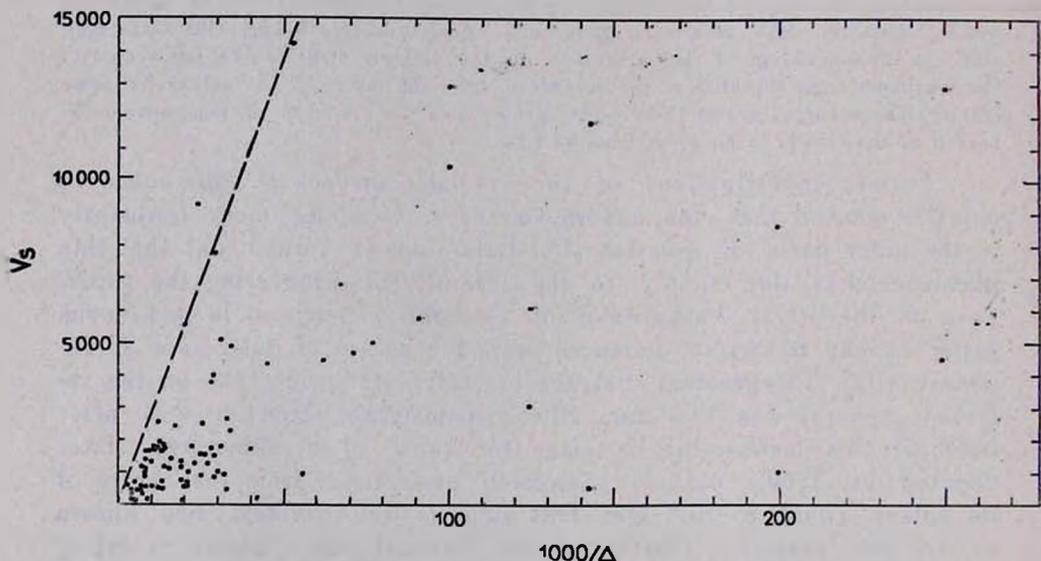


Fig. 1. Symbolic velocities of recession  $V_s$  (in  $km/sec$ ) of supernovae and their inverse distances from the centre of galaxy ( $\Delta$  in seconds of arc).

From this diagram one can evaluate the maximum distance between the supernova and the centre of its galaxy. The slope of the „envelope“ is equal to about 270, hence  $206 H a = 270$ , and  $a = 13 kpc$  if we adopt  $H = 0.1 km/sec kpc$ . It is in good agreement with Zwicky's estimation.

Let us still consider the dependence  $\Delta_{\max}$  on the observed maximum brightness of the supernova. As we know

$$m - M = 5 \log r - 5,$$

as long as we neglect the absorption. But since  $r = 206265 \alpha / \Delta_{\max}$  we have

$$m - M = 5 \log (206265 \alpha) - 5 \log \Delta_{\max} - 5 \quad (2)$$

We see that the diagram  $m$  versus  $\log \Delta$  ought to have a straight line with the slope of  $-5$  as the "envelope". Fig. 2 illustrates this

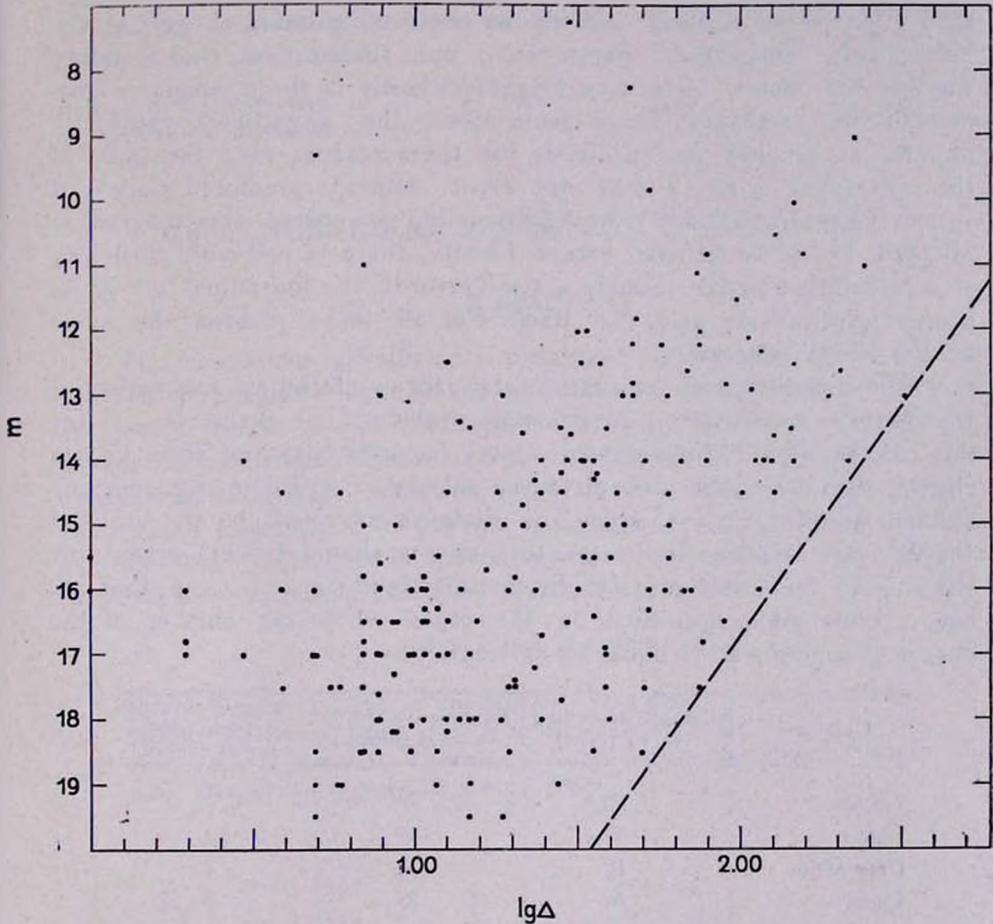


Fig. 2. Maximum brightness  $m$  (in magnitudes) of supernovae and their logarithms of the distance from the centre of galaxy ( $\Delta$  in seconds of arc).

fact. There are 195 sure supernovae with measured magnitudes and with positive redshifts on this diagram. The two supernovae in double galaxies already mentioned are excluded. The arrow indicates that the point with the ordinate equal to 17.5 ought to have an abscissa equal to  $-\infty$

(because its  $\Delta = 0$ ). We see that indeed for the constant brightness  $m$ ,  $\Delta$  is not larger than some value on the "envelope". Adopting  $M = -18$  and taking for example  $m = 13$  and  $\log \Delta_{\max} = 2.53$  (as probably relatively little affected values because of great brightness of the supernova) we have  $a = 26$  kpc from formula (2).

Such great disagreement may be due mainly to the uncertainty of the brightness  $m$ . As it was mentioned above, we have neglected the absorption in our Galaxy and in the observed galaxies as well as the intergalactic absorption. Furthermore one seldom has the certainty whether the observed maximum brightness really is the maximum brightness of the supernova. These facts affect the magnitudes especially of faint supernovae and probably for these reasons even the slope of the "envelope" in fig. 2 does not agree with the predicted slope — it is more negative than  $-5$ . Additionally, of course, the diagram is affected by observational errors. Finally, there is one more difficulty of a calculative nature, namely a small error in the logarithm " $a$ " gives a great error in the value " $a$ " itself. For all these reasons the value 26 kpc is very uncertain.

The knowledge of " $a$ " may serve for a statistical estimation of the distance to a cluster of galaxies provided one evaluates  $\Delta_{\max}$  for this cluster. The following table gives a comparison of some known cluster distances with the distances calculated with our trigonometric method adopting  $a = 13$  kpc. The distance obtained on the basis of the  $\Delta_{\max}$  are systematically greater (as one should expect) except for the case of the Coma cluster. From this table one can see that we have a quite good agreement in the cases when the number of the observed supernovae is equal to at least five.

Cluster	Distance according to $V_s$ (Mpc)	Distance according to $\Delta_{\max}$ (Mpc)	Number of observed $\Delta$ -s from which $\Delta_{\max}$ is chosen
Fornax	18	29	2
Cancer	49	49	5
Ursa Major	10	14	7
Coma	66	53	7
Pisces	53	67	6
Hydra I	41	79	2
Shane Cloud	122	268	3

This method can be used for clusters with even few supernovae discovered because every supernova discovered in a more distant cluster is, as a rule, an object situated far from the centre of its parent ga-

laxy, whereas discoveries of centrally located supernovae in distant clusters are almost impossible. The advantage of this method is the possibility of a statistical evaluation of the size of a typical galaxy in a cluster even when the outer faint parts of the galaxies are invisible. However this method is practically limited by the rare occurrence of supernovae.

I would like to express my thanks to Dr. K. Rudnicki for the suggestion of this work and to Dr. M. Karpowicz and Dr. K. Rudnicki for making available to me the manuscript of the catalogue of supernovae before publication.

Astronomical Observatory  
of the Warsaw University

## СВЕРХНОВЫЕ КАК УКАЗАТЕЛИ РАССТОЯНИЙ

Т. КВАСТ

На основании „Preliminary Catalogue of Supernovae“ М. Карпович и К. Рудницкого определено максимальное расстояние сверхновой от центра родительской галактики. Это максимальное расстояние, равное около 13 *кпс*, может послужить основой для определения расстояний до скоплений галактик, если оценить максимальное угловое расстояние сверхновой от центра галактики для некоторого скопления. Точность определения вполне хорошая, когда число наблюдаемых сверхновых в скоплении равно по крайней мере пяти.

### R E F E R E N C E S

1. *F. Zwicky*, Supernovae, Enc. of Physics, Vol. 51, 1958.
2. *F. Zwicky*, Supernovae, Stars and Stellar Systems, Vol. VIII, 1965.
3. *M. Karpowicz, K. Rudnicki*, Preliminary Catalogue of Supernovae, Publ. of the Astr. Obs. of the Warsaw University, 1968.



ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ  
O—В ЗВЕЗД В АССОЦИАЦИЯХ

Л. В. МИРЗОЯН, М. А. МНАЦАКАНЯН

Поступила 15 августа 1969

Исследовано распределение величин пространственных скоростей O—В звезд в синтетической ассоциации. Предложен метод для определения величины средней пространственной скорости звезд в сферически-симметричных системах на разных расстояниях от центра системы на основе их остаточных лучевых скоростей и распределения в проекции на небесную сферу. Применением этого метода к синтетической ассоциации показано, что зависимость  $v(r)$  средней величины пространственной скорости звезд от расстояния до центра системы представляет собой линейно возрастающую функцию. Обсуждены возможные интерпретации этой зависимости. Единственная интерпретация, не противоречащая наблюдательным данным (распределению звездной плотности в ассоциациях, их массам и т. д.), исходит из допущения о расширении ассоциаций. Это приводит к выводу, что полученная линейно возрастающая зависимость  $v(r)$  является веским доводом в пользу расширения ассоциаций и свидетельствует о динамической неустойчивости большинства известных звездных ассоциаций.

*Введение.* Внутренние движения O—В звезд в ассоциациях, обусловленные главным образом скоростями, приобретенными ими в период зарождения [1], содержат определенную информацию о звездобразовательном процессе. Уже первые исследования собственных движений звезд в ближайших O-ассоциациях [2, 3] подтвердили теоретически предсказанное расширение [1] этих систем. Однако, из-за больших расстояний O-ассоциаций собственные движения O—В звезд — их членов, обычно малы и отягощены большими относительными ошибками. Поэтому основой для исследования движений O—В звезд могут во многих случаях служить только их лучевые скорости.

В работе одного из авторов [4] было показано, что данные об остаточных лучевых скоростях O—В звезд определенно свидетель-

ствуют о расширении звездных ассоциаций. Этот вывод был основан на статистическом исследовании распределения остаточных лучевых скоростей звезд спектральных классов  $O—B_0$  в синтетической ассоциации, построенной посредством суперпозиции подсистем указанных звезд вокруг ядер звездных ассоциаций.

Оказалось, что дисперсия остаточных лучевых скоростей звезд и среднее значение их абсолютных величин возрастают с расстоянием до центра синтетической ассоциации, что можно рассматривать как следствие непрерывного возникновения и ухода звезд с различными скоростями из ядер ассоциаций — центров звездообразования. Наблюдаемое распределение звезд вокруг центра синтетической ассоциации хорошо согласуется с представлением о стационарности потока звезд от центра для всей синтетической ассоциации, то есть, стационарности совокупности звездных ассоциаций относительно процесса звездообразования, по крайней мере, за время существования современных ассоциаций.

В настоящей работе представлены результаты исследования распределения пространственных скоростей  $O—B$  звезд в синтетической ассоциации на основе их остаточных лучевых скоростей и распределения в проекции на небесную сферу с помощью нового метода, изложение которого приводится ниже.

*Постановка задачи.* Рассмотрим расширяющуюся звездную ассоциацию со сферическим распределением звезд вокруг ее центра. Большая дисперсия скоростей вылета звезд при одновременном выходе звезд из порождающего ядра приводит к тому, что в каждой сферической оболочке ( $r, r + dr$ ) вокруг центра всегда имеются звезды, обладающие отличающимися друг от друга скоростями. Так как молодые звезды, обладающие малыми скоростями, не могут значительно удалиться от ядра (время их жизни для этого недостаточно), то в расширяющейся системе молодых звезд данного возраста *средняя скорость* должна расти с возрастанием расстояния  $r$  от ее центра.

Предположим, что скорости всех звезд направлены радиально относительно центра ассоциации\*, и обозначим посредством  $v(r)$  среднее значение абсолютной величины скорости удаления от центра для звезд, находящихся в сферическом слое ( $r, r + dr$ ). Нашей задачей является определение функции

$$v = v(r),$$

\* Как показано в дальнейшем изложении, это допущение не является ограничением. Полученные при этом допущении выводы о поведении функции  $v(r)$ , оказываются справедливыми и при других, более общих предположениях относительно направлений скоростей.

представляющей собой зависимость средней скорости расширения ассоциации от расстояния до ее центра.

В качестве исходных данных в настоящей работе используются наблюдаемое распределение звезд ассоциации в проекции на небесную сферу и их лучевые скорости относительно центра ассоциации.

Обозначим посредством  $w(\rho)$  сумму абсолютных величин наблюдаемых остаточных лучевых скоростей звезд, принадлежащих единичной площадке, находящейся на расстоянии  $\rho$  от центра ассоциации в проекции на небесную сферу.

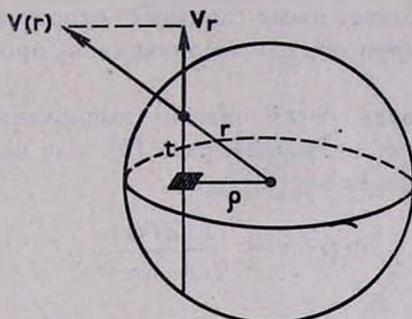


Рис. 1.

Величина  $w(\rho)$ , как видно из рис. 1, равна

$$w(\rho) = 2 \int_0^{\infty} v_r \Phi(r) dt, \quad (1)$$

где  $\Phi(r)$  — пространственная плотность звезд в ассоциации на расстоянии  $r$  от ее центра, а  $v_r$  — средняя остаточная лучевая скорость. Подстановка в интеграл (1) вместо  $v_r$  ее значения

$$v_r = v(r) \frac{t}{r}$$

и замена переменной интегрирования  $t$  через  $r$ :

$$t = \sqrt{r^2 - \rho^2},$$

приводит к следующему соотношению между  $w$  и  $v$ :

$$w(\rho) = 2 \int_{\rho}^{\infty} v(r) \Phi(r) dr. \quad (2)$$

Дифференцируя (2) по  $\rho$  и заменяя  $\rho$  на  $r$ , получаем

$$v(r) = -\frac{1}{2\Phi(r)} \frac{dw(r)}{dr}. \quad (3)$$

Функцию  $w(\rho)$  можно определить по формуле

$$w(\rho) = \frac{1}{2\pi\rho} \frac{dW(\rho)}{d\rho}, \quad (4)$$

где  $W(\rho)$  — вычисленная на основе наблюдательных данных сумма абсолютных величин остаточных лучевых скоростей звезд, лежащих в круге радиуса  $\rho$  вокруг центра ассоциации в проекции на небесную сферу.

Звездная плотность  $\Phi(r)$  обычно вычисляется по двумерному распределению звезд на небесной сфере [5] или по одномерному распределению  $F(x)$  по формуле [6]:

$$\Phi(r) = -\frac{1}{2\pi r} \frac{df(r)}{dr} \quad (5)$$

Здесь

$$f(x) = -\frac{dF(x)}{dx}, \quad (6)$$

а  $F(x)$  — число звезд в полосе  $(x, \infty)$ , то есть, в полуплоскости с границей, отстоящей на расстояние  $x$  от центра ассоциации.

Формула (3), в принципе, дает решение поставленной задачи: нахождения функции  $v(r)$ . Однако точность практического применения этой формулы невысокая, так как в ней фигурируют вторые производные от наблюдаемых функций  $F(x)$  и  $W(\rho)$ .

Задача значительно упрощается, если ограничиться исследованием только качественного поведения функции  $v(r)$ . Оказывается, что для этого достаточно определить зависимость  $\bar{v}$  от  $\bar{r}$ , где  $\bar{v}$  — средняя пространственная скорость, а  $\bar{r}$  — среднее расстояние от центра системы звезд, принадлежащих определенным образом выбранным ее группировкам.

*Вывод расчетных формул.* Рассмотрим звезды ассоциации, находящиеся в плоскопараллельном слое единичной толщины, проходящем на расстоянии  $x$  от центра ассоциации (рис. 2). Число звезд в нем равно  $f(x)$ , а сумма их расстояний до центра

$$\sum_x^{x+1} r = 2\pi \int_0^\infty r \Phi(r) t dt = 2\pi \int_x^\infty r^2 \Phi(r) dr, \quad (7)$$

то есть, равна половине числа звезд ассоциации вне сферы радиуса  $x$ .

Символ  $\sum_{x_1}^{x_2}$  обозначает сумму соответствующих величин для звезд, находящихся в полосе  $(x_1, x_2)$ .

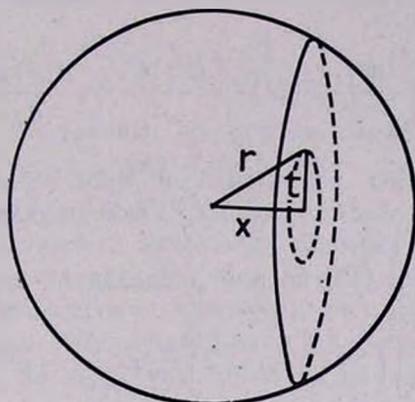


Рис. 2.

Используя формулы (5) и (6), эту сумму можно представить посредством  $F(x)$ :

$$\sum_x^{x+1} r = F(x) - x \frac{dF(x)}{dx}. \quad (8)$$

Здесь и далее мы принимаем

$$f(\infty) = 0, F(\infty) = 0, W(0) = 0, W(\infty) = \text{const}, w(\infty) = 0. \quad (9)$$

Сумма абсолютных значений пространственных скоростей\* звезд, заключенных в указанном слое, определяется формулой

$$\sum_x^{x+1} v = 2\pi \int_0^\infty v(r) \Phi(r) t dt = 2\pi \int_x^\infty v(r) \Phi(r) r dr, \quad (10)$$

\* Везде речь идет о пространственных скоростях относительно центра ассоциации.

которую с помощью (3) можно выразить через функцию  $w(\rho)$ :

$$\sum_x^{x+1} v = -\pi \int_x^{\infty} r \frac{dw(r)}{dr} dr. \quad (11)$$

Интегрируя (11) по частям и учитывая (4), имеем

$$\begin{aligned} \sum_x^{x+1} v &= \pi \int_x^{\infty} w(r) dr + \pi x w(x) = \frac{1}{2} \int_x^{\infty} \frac{1}{r} \frac{dW(r)}{dr} + \frac{1}{2} \frac{dW(x)}{dx} = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \int_x^{\infty} \frac{W(r)}{r^2} dr - \frac{W(x)}{x} + \frac{dW(x)}{dx} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Определим суммы расстояний и пространственных скоростей звезд, находящихся в слое  $(x, \infty)$ . По определению, число звезд в слое  $(x, \infty)$  равно  $F(x)$ .

Интегрируя (8) и (12) по  $x$  в пределах от  $x$  до  $\infty$ , имеем

$$\sum_x^{\infty} r = \int_x^{\infty} \left( \sum_x^{x+1} r \right) dx = 2 \int_x^{\infty} F(x) dx + xF(x) \quad (13)$$

для суммы расстояний и

$$\begin{aligned} \sum_x^{\infty} v &= \int_x^{\infty} \left( \sum_x^{x+1} v \right) dx = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \int_x^{\infty} \int_x^{\infty} \frac{W(\rho)}{\rho^2} d\rho dx - \int_x^{\infty} \frac{W(\rho)}{\rho} d\rho + W(\infty) - W(x) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

для суммы пространственных скоростей.

Соответствующие суммы и число звезд, заключенных в произвольном слое  $(x_1, x_2)$ , определяются разностями

$$\sum_{x_1}^{\infty} r - \sum_{x_2}^{\infty} r, \quad \sum_{x_1}^{\infty} v - \sum_{x_2}^{\infty} v, \quad F(x_1) - F(x_2). \quad (15)$$

Разделив суммы расстояний и скоростей на число звезд в данном слое, мы находим средние значения  $\bar{r}$  и  $\bar{v}$ . Меняя ширину слоя и его положение в ассоциации, мы получаем параметрическую зависимость (параметром является  $x$ ) между  $\bar{v}$  и  $\bar{r}$ :  $\bar{v} = \bar{v}(\bar{r})$ .

Формулы (13)—(15) позволяют выразить зависимость  $\bar{v}(\bar{r})$  посредством наблюдаемых функций  $F(x)$  и  $W(\rho)$  и интегралы от них. Функция  $\bar{v}(\bar{r})$ , как следует из дальнейшего изложения, дает определенное представление о поведении искомой функции  $v(r)$ . Например, можно показать, что если  $\bar{v}(\bar{r})$  является возрастающей функцией, то функция,  $v(r)$  также должна быть возрастающей.

Нужно заметить, что область изменения  $\bar{r}$  при всевозможных изменениях  $x_1$  и  $x_2$ , согласно (7), ограничена снизу величиной

$$\bar{r}_{\min} = \frac{F(0)}{f(0)}, \quad (16)$$

равной среднему расстоянию до центра звезд бесконечно тонкого слоя, проходящего через центр ассоциации.

Для определения  $\bar{v}(\bar{r})$  в области  $\bar{r} < \bar{r}_{\min}$  можно рассматривать другие группировки звезд, например, звезды, заключенные внутри сфер различных радиусов  $r$ . В этом случае средние расстояния и скорости можно вычислить с помощью функций  $F(x)$  и  $W(\rho)$  и их первых производных. Мы не приводим соответствующие выражения, так как ниже нам не придется пользоваться ими. Дело в том, что плотность  $\Phi(r)$ , от которой зависит  $\bar{r}_{\min}$ , очень сильно возрастает к центру синтетической ассоциации. Вследствие этого значение  $\bar{r}_{\min}$  оказывается достаточно малым.

*Определение функции  $\bar{v}(\bar{r})$ .* Для определения  $\bar{v}(\bar{r})$  нами были использованы лучевые скорости 290 О—В1 звезд из каталога Вилсона [7]. Распределение этих звезд вокруг соответствующих ядер было определено на основе их расстояний от ближайших ядер в проекции на небесную сферу. При составлении синтетической ассоциации данные об ассоциациях и их ядрах взяты из каталога звездных ассоциаций Рупрехта [8], а расстояния звезд — из списка Хилтнера [9]. Наблюдательный материал: абсолютные значения остаточных (исправленных за движение центров ассоциаций и движение Солнца) лучевых скоростей и расстояния звезд от центров ассоциаций в проекции на небесную сферу, лежащие в основе наших расчетов, представлены на рис. 3. Для большинства звезд ( $\sim 100$ ), находящихся в окрестности  $\rho < 50$  пс от центра ассоциации, расстояния  $\rho_i$  весьма неопределенны. Мы расположили их в левой части рис. 3, чтобы указать их лучевые скорости. При вычислениях,  $\rho_i$  для этих звезд приняты равными нулю.

При численном решении задачи мы приняли радиус ассоциации конечным ( $R$ ) и, соответственно, преобразовали формулу (14).

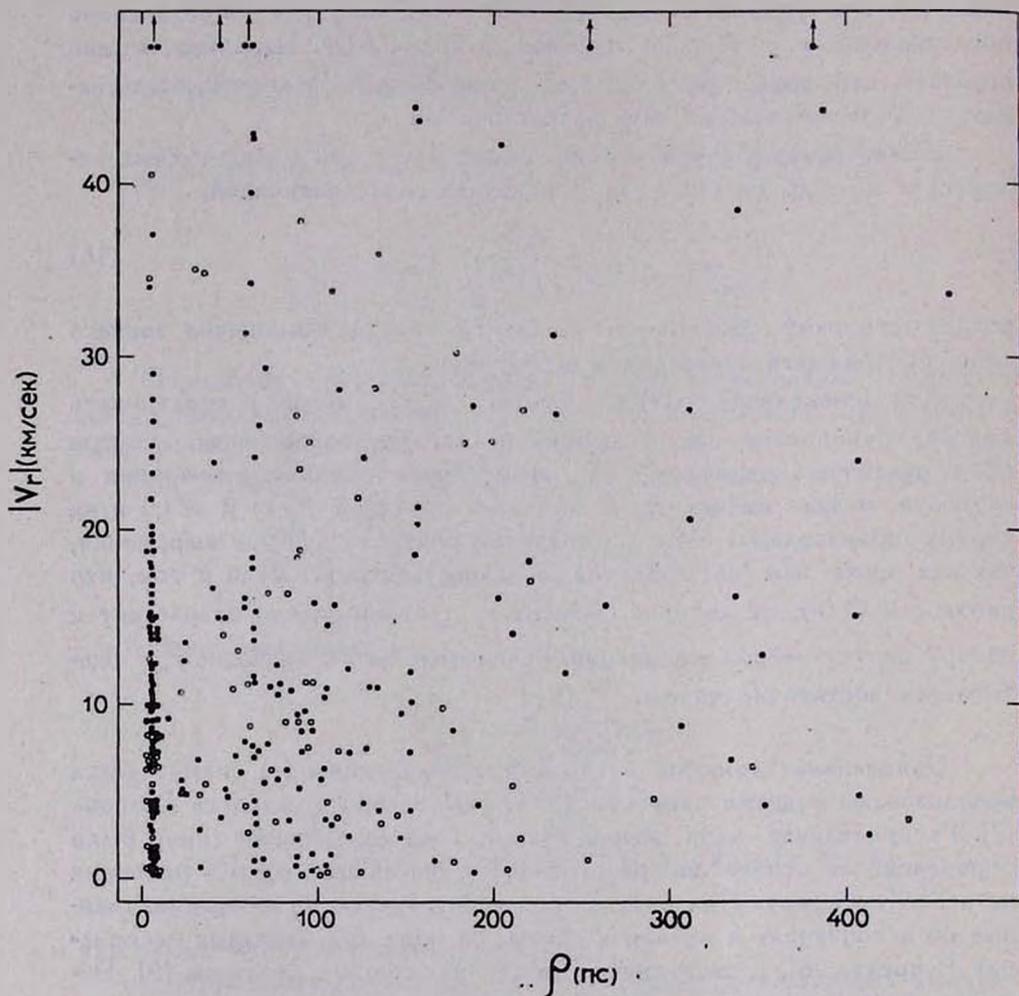


Рис. 3. Наблюдательные данные для использованных 290 O—B1 звезд:  $\rho_2$  — расстояние от центра синтетической ассоциации в проекции на небесную сферу и  $|v_r|$  — абсолютное значение остаточной лучевой скорости. Черные кружки — O—B0, светлые — B0.5—B1 звезды. Для 102 звезд с  $\rho < 50$  pc расстояния неопределены. Лучевые скорости этих звезд нанесены в левой части рисунка.

В этой формуле, интеграл  $\int_x^\infty$  заменив суммой  $\int_x^R + \int_R^\infty$ , а повторный интеграл представив в виде

$$\int_x^\infty \int_x^\infty = \int_x^R \int_x^R + \int_x^R \int_R^\infty + \int_R^\infty \int_R^\infty \quad (17)$$

и учитывая, что

$$\text{при } \rho > R \quad W(\rho) = W(\infty) = \text{const} = W(R), \quad (18)$$

для суммы пространственных скоростей вместо (14) получим

$$\sum_x^R v = W(R) + \frac{1}{2} \left[ \int_x^R \int_x^R \frac{W(\rho)}{\rho^2} d\rho dz - \int_x^R \frac{W(\rho)}{\rho} d\rho - \frac{W(R)}{R} x - W(x) \right]. \quad (19)$$

Заметим, что в (19) формальная подстановка  $R = \infty$  незаконна и не приводит к выражению (14). Введение функции  $W^*(\rho) = W(R) - W(\rho)$  делает очевидным тождественность формул (14) и (19).

Функцию  $F(x)$  мы определили, исходя из двумерного распределения звезд на небесной сфере. Если  $\rho_i$  — расстояние  $i$ -ой звезды от центра ассоциации в проекции, то число звезд в интервале  $(x, R)$ , как показано одним из авторов [10], равно

$$F(x) = \frac{1}{\pi} \sum_{\rho_i > x} \arccos \frac{x}{\rho_i}. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (13) и интегрируя по частям, имеем

$$\sum_x^R r = \frac{2}{\pi} \sum_{\rho_i > x} \sqrt{\rho_i^2 - x^2} - xF(x). \quad (21)$$

При вычислениях полезно иметь в виду, что

$$\sum_0^R r = \frac{2}{\pi} \sum_i \rho_i, \quad \sum_0^R v = W(R). \quad (22)$$

Определение зависимости  $\bar{v}(\bar{r})$  проводилось вычислением средних  $\bar{v}$  и  $\bar{r}$  для слоев конечной толщины  $(0, x)$ , где величина  $x$  менялась от  $x = 0$  до  $x = R = 500^*$  пс с шагом  $\Delta x = 20$  пс. При этом

\* Мы принимаем радиус синтетической ассоциации равным 500 пс. Результаты расчетов не изменятся, если взять произвольное значение  $R > 500$  пс. Так как на этих расстояниях функция  $F(x)$  ничтожно мала и  $W(\rho)$  постоянна, то выражения (19)–(21) не зависят от численного значения  $R$ , превышающего 500 пс.

величина  $\bar{r}$  изменялась от  $r_{\min} = 30$  пс до 100 пс. Затем рассматривался конечный слой ( $x, R$ ), где переменная  $x$  также менялась с шагом в 20 пс. При этом получалась зависимость  $\bar{v}(\bar{r})$  для области  $170 \text{ пс} < \bar{r} < 500 \text{ пс}$ . Область  $100 \text{ пс} < \bar{r} < 170 \text{ пс}$  отсутствует опять же из-за неопределенности  $r_i$  для большинства звезд с  $r < 50$  пс. Для этой области мы рассмотрели с помощью формулы (15) только два слоя (20 пс, 100 пс) и (40 пс, 140 пс) со средними расстояниями соответствующих звезд  $\bar{r} = 132$  пс и 145 пс\*. Интегралы в (19) вычислялись по формуле трапеций также с шагом  $\Delta x = 20$  пс.

Результаты вычислений, относящиеся ко всем O—B1 звездам синтетической ассоциации (290 звезд), а также отдельно к звездам спектральных классов O—B0 (222) и B0.5—B1 (68), графически представлены на рис. 4. Заметим, что зависимость  $\bar{v}(\bar{r})$ , получаемая с помощью формул (16)–(21) даже при малом числе использованных звезд, практически является непрерывной. На рис. 4 отложены только дискретные значения этой функции.

Во всех трех случаях  $\bar{v}(\bar{r})$  является возрастающей функцией\*\*. Прямые линии на рис. 4 проведены методом наименьших квадратов. Значения постоянных  $a$  и  $b$  в уравнениях этих прямых:  $\bar{v} = a\bar{r} + b$  приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Звезды	Число звезд	$a$ (км/сек. кпс)	$b$ (км/сек)
O—B0	222	102.56	18.34
B0.5—B1	68	37.96	15.83
O—B1	290	88.94	17.31

Таким образом, численные расчеты, основанные на наблюдательных данных, показывают, что зависимость  $\bar{v}(\bar{r})$  в синтетической ассоциации с достаточной точностью является линейной.

\* Функция  $\bar{v}(\bar{r})$  в интервалах 170—500 пс и 100—170 пс, в принципе, полностью определяется значениями в интервале 30—100 пс. Мы проводим эти вычисления лишь для того, чтобы получить лучшее представление о поведении этой функции.

\*\* Следует отметить, что достаточным (но не необходимым) условием возрастания  $\bar{v}(\bar{r})$  является неубывание средней лучевой скорости с удалением от центра ассоциации в проекции на небесную сферу. Как видно из рис. 3, это условие выполняется для рассмотренных нами случаев O—B0 и B0.5—B1 звезд.

Можно показать (см. Приложение I), что в этом частном случае, когда  $\bar{v}(\bar{r})$  является линейной, искомая функция  $v(r)$  также должна быть линейной, причем с теми же параметрами, что и  $\bar{v}(\bar{r})$ . Иначе говоря, в этом случае указанные функции тождественно равны:  $v(r) \equiv \bar{v}(\bar{r})$ . Хотя, вообще говоря, две группы звезд, в среднем одинаково удаленные от центра ассоциации, не обладают одинаковой средней пространственной скоростью, однако, в этом случае, независимо от способа выбора групп, для которых определяются  $\bar{v}$  и  $\bar{r}$ , линейная функция  $\bar{v}(\bar{r})$  должна остаться неизменной.

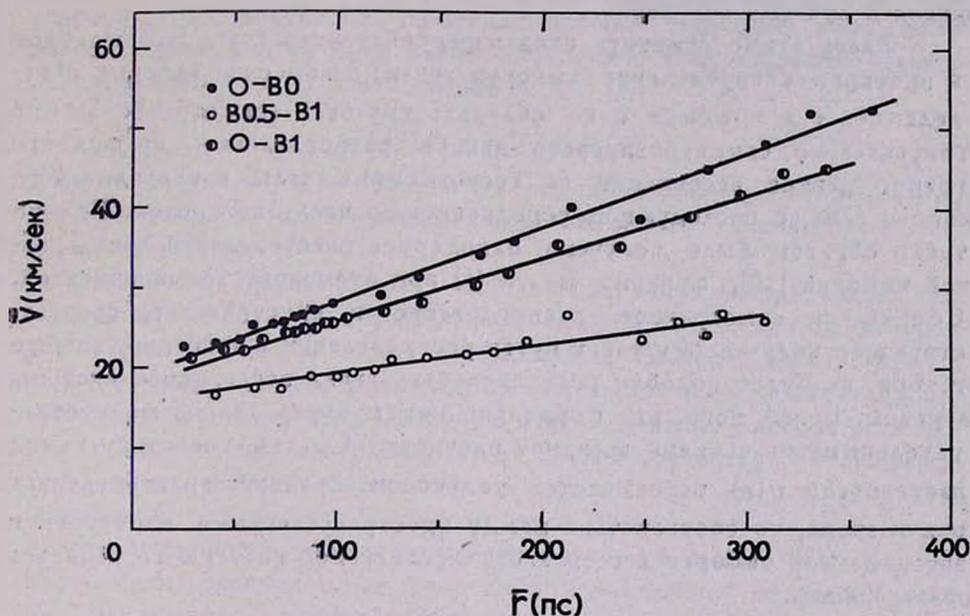


Рис. 4. Зависимости  $\bar{v}(\bar{r})$  в синтетической ассоциации. Прямые проведены методом наименьших квадратов. Ввиду линейности функции  $\bar{v}(\bar{r})$  для всех трех случаев  $v(r) \equiv \bar{v}(\bar{r})$ .

В этом случае оказывается также, что из линейности функции  $\bar{v}(\bar{r})$  в области  $\bar{r} > \bar{r}_{\min}$  следует ее линейность и в области  $\bar{r} < \bar{r}_{\min}$  (см. Приложение II). Следовательно, приведенные выше результаты (рис. 4) свидетельствуют о том, что в синтетической ассоциации зависимость между  $\bar{v}$  и  $\bar{r}$ , а следовательно, и между  $v$  и  $r$  — линейно возрастающая для всех значений  $r > 0$ .

В наших расчетах не учтены 10 звезд (плюс к 290), для которых  $\rho_i$  больше условно принятого для синтетической ассоциации радиуса  $R = 500$  пс. Введение этих звезд в расчеты приводит к изменению на несколько км/сек лучевых скоростей центров соответствующих ассоциаций (эти лучевые скорости приняты равными средней лучевой скорости составляющих звезд), а следовательно, и остаточных лучевых скоростей звезд. Однако зависимости  $\bar{v}(\bar{r})$ , полученные с учетом указанных звезд, оказались в неожиданно хорошем согласии с приведенными на рис. 4. Это говорит о том, что применяемый метод мало чувствителен относительно случайных ошибок, содержащихся в лучевых скоростях.

Здесь важно отметить следующее обстоятельство. Наблюдаемое в проекции распределение выборок звезд, с помощью которых определяются  $\bar{v}$  и  $\bar{r}$ , может и не обладать круговой симметрией. Можно искусственно симметризовать данное распределение, вращая его вокруг центра ассоциации на всевозможные углы и накладывая на самого себя, с последующим усреднением по числу поворотов. Именно таким образом было получено одномерное распределение звезд данной выборки [10], функция же  $W(\rho)$  при этом остается неизменной. Сферически-симметричное распределение в пространстве, соответствующее полученному таким путем распределению в проекции, вообще говоря, не будет подобно распределению звезд исследуемой системы в целом. Более того, мы формально можем иметь дело даже с отрицательными значениями звездной плотности. Однако, поскольку вывод зависимости  $\bar{v}(\bar{r})$  основывается только на средних характеристиках  $\bar{v}$  и  $\bar{r}$  звезд, то соответствие между пространственными плотностями звезд данной выборки и всех звезд исследуемой системы не является обязательным.

*О направлениях пространственных скоростей.* При выводе расчетных формул для определения зависимости  $v(r)$  мы предполагали, что пространственные скорости всех звезд ассоциации имеют радиальное по отношению к центру системы направление. Может показаться, что это является ограничением и предопределило полученный нами вывод о возрастающем характере функции  $v(r)$ . Однако можно показать, что этот вывод остается в силе и при более общих предположениях относительно направлений пространственных скоростей звезд в системе.

Рассмотрим звезды, находящиеся на разных расстояниях от центра ассоциации (сферические оболочки). Полученный выше вывод о возрастании средней величины  $v$  с ростом  $r$ , свидетельствует о том,

что средняя абсолютная величина  $v_r$  наблюдаемой лучевой скорости тем больше, чем дальше в пространстве находится звезда от центра ассоциации. В противном случае, в предположении радиальной направленности скоростей функция  $v(r)$  не была бы возрастающей. Более того, в силу изотропности радиальных скоростей звезд каждой концентрической сферы имеем:

$$v_r(r) = \frac{1}{2}v(r). \quad (23)$$

Допустим, что направления пространственных скоростей звезд в системе имеют произвольное распределение в каждой ее точке. При условии, что совокупность пространственных скоростей звезд, находящихся на любой из сфер имеет изотропное в пространстве распределение, справедливо соотношение

$$u(r) = 2v_r(r) = v(r). \quad (24)$$

В этом равенстве  $u(r)$  представляет собой среднюю величину пространственных скоростей звезд, расположенных в тонкой сферической оболочке радиуса  $r$ .

Например, равенство (24) выполняется, когда распределение скоростей звезд, лежащих в окрестности каждой точки системы изотропное. Оно справедливо также тогда, когда скорости звезд в каждой точке системы лежат в плоскости, перпендикулярной радиусу, проходящему через эту точку, причем в каждой такой плоскости скорости распределены изотропно. Этот случай соответствует движению звезд по случайно ориентированным круговым орбитам вокруг центра системы. Очевидно, что в этих случаях средняя величина пространственной скорости растет с увеличением  $r$  по закону (24). Условие изотропного распределения скоростей звезд данной сферы означает, что наблюдаемое распределение лучевых скоростей не зависит от направления наблюдения системы.

Зависимость  $u(r)$  является возрастающей и при более общем предположении: распределение лучевых скоростей звезд каждой сферы зависит от направления наблюдения, но одинаковым образом для всех концентрических сфер, например, когда движения звезд происходят по орбитам, плоскости которых параллельны друг другу и т. д.

Таким образом, вывод о линейно-возрастающем характере функции  $u(r)$  для рассмотренной нами совокупности звездных ассоциаций справедлив и при достаточно общих предположениях относительно направлений пространственных скоростей звезд в системе.

О динамической устойчивости ассоциаций. Рассмотрим вопрос о динамической устойчивости ассоциаций в собственном гравитационном поле, основываясь на полученной возрастающей зависимости  $u(r)$  — средней величины пространственной скорости звезд от их расстояния до центра синтетической ассоциации.

При этом следует иметь в виду не всю синтетическую ассоциацию, а отдельные ассоциации, так как во взаимодействии друг с другом участвуют только звезды, принадлежащие данной ассоциации. Зависимость  $u(r)$ , полученная для синтетической ассоциации, применима к известным ассоциациям в среднем и поэтому может быть приписана только гипотетической „средней“ ассоциации, обладающей характеристиками, близкими к средним характеристикам всех рассмотренных ассоциаций.

Для решения поставленной задачи мы рассмотрим случай круговых орбит.

Звезда, находящаяся на расстоянии  $r$  от центра системы может двигаться по круговой орбите при условии

$$u(r) = \left[ \frac{\gamma M(r)}{r} \right]^{1/2}, \quad (25)$$

где  $M(r)$  — суммарная масса звезд ассоциации внутри сферы радиуса  $r$  и  $\gamma$  — гравитационная постоянная.

Для простоты примем массы всех звезд одинаковыми и равными  $m$ . Тогда  $M(r)$  выразится через пространственную звездную плотность  $\Phi(r)$  посредством формулы

$$M(r) = 4\pi m \int_0^r \Phi(r) r^2 dr. \quad (26)$$

Из выражений (25) и (26) следует, что возрастающая зависимость  $u(r)$  совместима с допущением об устойчивости круговых орбит звезд\*, только в том случае, когда пространственная плотность  $\Phi(r)$  убывает с расстоянием медленнее, чем  $r^{-2}$ .

В частности, при  $\Phi(r) = \text{const}$  внутри всей ассоциации имеем

$$u(r) \sim r. \quad (27)$$

Хотя это допущение резко противоречит наблюдательным данным о распределении звездной плотности в ассоциациях [11, 12], этот пример иллюстрирует принципиальную возможность линейного возрастания  $u$  с  $r$  в динамически устойчивых системах.

\* Случай устойчивых некруговых орбит отличается от случая круговых орбит более слабым возрастанием  $u$  с  $r$ , при данном распределении  $\Phi(r)$ .

Пользуясь выражением (25), можно оценить массу ассоциации, в которой возможны устойчивые движения звезд со скоростями, близкими к полученным выше для синтетической ассоциации. Например, при величине скорости  $u = 20$  км/сек на расстоянии  $r = 100$  пс от центра системы получим

$$M(r) = u^2(r) r / \gamma \approx 10^7 M_{\odot},$$

независимо от вида функции  $\Phi(r)$ .

Отсутствие столь больших масс в ассоциациях при наличии линейно-возрастающей зависимости  $u(r)$  непосредственно приводит к выводу о динамической неустойчивости рассматриваемой „средней“ ассоциации, то есть совокупности существующих звездных ассоциаций, в среднем.

Следует отметить, что вычисленные на основе остаточных лучевых скоростей средние значения пространственных скоростей звезд могут быть несколько занижены вследствие того, что лучевая скорость центра системы в действительности может отличаться от среднего значения лучевых скоростей звезд, используемых в вычислениях.

Ради полноты следует указать, что возрастающий ход  $u$  с  $r$  допускает еще одну, также крайне неправдоподобную интерпретацию, не связанную с представлением о расширении звездных ассоциаций [4]. Допустим, что существует галактический фон О—В звезд, проектирующихся на данную ассоциацию, причем звезды этого фона обладают по отношению к центру тяжести ассоциации скоростями, значительно превышающими скорости членов ассоциации. Тогда наблюдаемую зависимость  $u(r)$  можно истолковать как следствие различного процентного содержания О—В звезд указанных двух типов на разных расстояниях от центра ассоциации. Иначе говоря, следует считать, что большие значения  $u$  при удалении от центра системы обусловлены тем, что с удалением от центра убывает число О—В звезд, входящих в систему, и, наоборот, растет число проектирующихся О—В звезд общего галактического поля.

Необходимо заметить, однако, что при наличии такого фона, его нетрудно учесть в вычислениях и исключить из рассмотрения.

**Заключение.** Анализ остаточных лучевых скоростей и пространственного распределения 290 О—В1 звезд в синтетической ассоциации указывает на возрастание *средней пространственной скорости* с расстоянием от центра ассоциации.

Аналогичный результат был получен для более узких интервалов спектральных классов, когда все звезды, фигурирующие в вычислениях, были разделены на две группы: О—В0 (222 звезды) и

В0.5—В1 (68 звезд). Сказанное иллюстрируется рис. 4, где представлена зависимость средней скорости расширения от среднего расстояния до центра ассоциации: для всех звезд и для звезд указанных двух групп. Данные, относящиеся к разным выборкам, находятся в качественно хорошем согласии между собой. Из этих данных следует также, что скорости О—В0 звезд в среднем несколько превосходят соответствующие скорости В0.5—В1 звезд.

Таким образом, анализ остаточных лучевых скоростей О—В1 звезд в звездных ассоциациях, основанный на применении формул (19)—(21), полностью подтверждает полученный ранее вывод [4] о возрастании средней пространственной скорости этих звезд с расстоянием от центра синтетической ассоциации. Этот факт, как следует из приведенного выше обсуждения, является веским свидетельством в пользу представления о расширении звездных ассоциаций и динамической их неустойчивости.

Авторы выражают глубокую благодарность В. А. Амбарцумяну за ценное обсуждение, а Э. С. Казарян и А. В. Теребиж за помощь в вычислениях.

#### Приложение I

О линейности зависимости  $v(r)$ . Пусть для различных, по положению в пространстве и числу звезд, групп зависимость  $\bar{v}(\bar{r})$  является линейной

$$\bar{v} = a\bar{r} + b. \quad (I.1)$$

Каждая из величин  $\bar{v}$  и  $\bar{r}$  зависит от области  $\Omega$  пространства, занимаемой соответствующей группой звезд.

Предполагается, что объем и положение области  $\Omega$  изменяются непрерывно. Если  $n(\Omega)$  есть число звезд в  $\Omega$ , то, по определению средних,

$$\bar{v} = \frac{1}{n} \int_n v dn, \quad \bar{r} = \frac{1}{n} \int_n r dn.$$

Варьируя область  $\Omega$ , имеем

$$\frac{\delta \bar{v}}{\delta n} = \frac{v - \bar{v}}{n}, \quad \frac{\delta \bar{r}}{\delta n} = \frac{r - \bar{r}}{n} \quad (I.2)$$

или

$$\frac{\delta \bar{v}}{\delta \bar{r}} = \frac{v - \bar{v}}{r - \bar{r}}. \quad (I.3)$$

С учетом (I.1) выражение (I.3) примет вид

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{r}} = \frac{v - a\bar{r} - b}{\bar{r} - r}$$

Сравнивая это с соотношением  $\partial \bar{v} / \partial \bar{r} = a$ , следующим из (I.1), получаем

$$v = a\bar{r} + b.$$

Та же линейность (I.1) между  $\bar{v}$  и  $\bar{r}$  сохраняется и для всех тех значений  $\bar{r}$ , которые соответствуют произвольной, непрерывно изменяющейся части области  $\Omega$ . В частности, если размеры такой подобласти бесконечно малы, то для всех значений  $\bar{r}$ , включаемых в процесс усреднения (I.1), справедливо соотношение (I.3). Эквивалентное утверждение доказывается в Приложении II для рассмотренного в настоящей работе частного случая, когда областью  $\Omega$  служит плоскопараллельный разрез ассоциации.

## Приложение II

*Линейность  $\bar{v}(\bar{r})$  при малых значениях  $\bar{r}$ .* Пусть зависимость  $\bar{v}(\bar{r})$  является линейной в области  $\bar{r} > \bar{r}_{\min}$  для звезд, расположенных внутри рассмотренных нами плоскопараллельных слоев конечной толщины. При этом, как это уже было отмечено нами, линейная зависимость  $\bar{v}(\bar{r})$  сохраняется при произвольном способе выбора звездных групп с областью изменения  $\bar{r}$  от  $\bar{r}_{\min}$  до  $R$ . В частности, это справедливо для групп звезд, находящихся внутри произвольных дисков одинаковой толщины, расположенных на разных расстояниях от центра ассоциации. Мы ниже рассматриваем диски одинаковой бесконечно малой толщины.

Рассмотрим звезды, находящиеся внутри диска произвольного радиуса, проходящего через центр ассоциации. Определив для них среднюю скорость и среднее расстояние при различных значениях радиуса диска, меньшего  $R$ , можно вывести зависимость  $\bar{v}(\bar{r})$  для области  $\bar{r} < \bar{r}_{\min}$ .

Действительно, число звезд внутри диска радиуса  $x$  есть разность чисел звезд внутри диска радиуса  $R$  и плоского кольца  $(x, R)$ , составляющего продолжение первого диска до последнего.

С другой стороны, нетрудно показать, что число звезд в плоских кольцах одинаковой толщины, расположенных между двумя заданными концентрическими сферами, на любом расстоянии от центра системы,

одинаково. В частности, число звезд в центральном плоском кольце ( $x, R$ ) равно числу звезд внутри диска, являющегося сечением ассоциации на расстоянии  $x$  от ее центра. Такое равенство имеет место не только для числа звезд, но и для суммы любых скалярных величин, обладающих пространственным распределением, сферически-симметричным относительно центра системы, в частности, для суммы пространственных скоростей и суммы расстояний звезд до центра ассоциации.

Обозначим число звезд внутри диска единичной толщины, находящегося на расстоянии  $x$  от центра ассоциации, через  $f(x)$ , а суммы их скоростей и расстояний, соответственно,  $V(x)$  и  $P(x)$ . Согласно условию  $\bar{v} = a\bar{r} + b$ , имеем

$$\frac{V(x)}{f(x)} = a \frac{P(x)}{f(x)} + b. \quad (\text{II.1})$$

Перепишем соотношение (II.1) для двух значений аргумента:  $x$  и  $0$  в виде

$$V(x) = aP(x) + bf(x), \quad V(0) = aP(0) + bf(0). \quad (\text{II.2})$$

Как было указано выше, средняя пространственная скорость и среднее расстояние звезд, находящихся внутри центрального диска радиуса  $x$ , соответственно равны:

$$\frac{V(0) - V(x)}{f(0) - f(x)} \quad \text{и} \quad \frac{P(0) - P(x)}{f(0) - f(x)}. \quad (\text{II.3})$$

Непосредственная подстановка выражений (II.2) в (II.3) показывает, что эти две величины связаны между собой уравнением прямой с параметрами  $a$  и  $b$ .

Таким образом, искомая зависимость  $\bar{v}(\bar{r})$  для  $\bar{r} < \bar{r}_{\min}$  действительно линейна и является продолжением линейной зависимости  $\bar{v}(\bar{r})$ , выведенной для значений  $\bar{r} > \bar{r}_{\min}$ .

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория

## A STUDY OF VELOCITY DISTRIBUTION OF O—B STARS IN ASSOCIATIONS

L. V. MIRZOYAN, M. A. MNATSAKANIAN

The distribution of the values of space velocities of O—B stars in the synthetic association has been studied. A method for the determi-

nation of the mean value of space velocities of stars in spherically-symmetric systems at different distances from the centre of the system has been proposed. By the application of this method to the synthetic association it has been shown that the dependence  $v(r)$  of the value of mean space velocities of stars upon the distance from the centre is a linear-increasing function.

The possible interpretations of this dependence have been discussed. The only interpretation which is not at variance with the observational data (stellar density distribution in associations, masses of associations etc.) is based on the assumption of an expansion of the synthetic association. This leads to the conclusion that the obtained linear-increasing dependence is an evidence of the expansion of the synthetic association and confirms the dynamical instability of stellar associations.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Амбарцумян, *Астрон. ж.*, 26, 3, 1949.
2. А. Влашиш, *Bull. Astr. Inst. Netherl.*, 12, 405, 1953.
3. Б. Е. Маркарян, *Сообщ. Бюр. обс.*, 11, 3, 1953.
4. Л. В. Мирзоян, *Сообщ. Бюр. обс.*, 29, 81, 1961.
5. П. Р. Паренаю, *Курс звездной астрономии*, М., 1954, стр. 76.
6. Н. С. Plummer, *M. N.*, 71, 460, 1911.
7. R. E. Wilson, *General Catalogue of Radial Velocities*, Washington, 1953..
8. J. Ruprecht, *Transactions of the IAU*, vol. XIII B, 1966, p. 350.
9. W. A. Hiltner, *Ap. J.*, Suppl. ser., 2, 389, 1955.
10. М. А. Мнацаканян, *ДАН Арм. ССР*, 49, 33, 1969.
11. Л. В. Мирзоян, *Сообщ. Бюр. обс.*, 33, 41, 1963.
12. Л. В. Мирзоян, *Диссертация*, ГАО АН СССР. 1967..



О ДИФфуЗИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОМЕРНОЙ  
ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

В. В. ВИТЯЗЕВ

Поступила 29 января 1970

Рассматривается диффузия излучения в линии, происходящая в одномерной изотермической среде, движущейся с постоянным градиентом скорости. Профиль коэффициента поглощения считается произвольным, при элементарном акте рассеяния предполагается полное перераспределение излучения по частотам. Интенсивности выходящего излучения выражены через вспомогательные функции, для определения которых получены три системы уравнений.

*Введение.* Задача о диффузии излучения в движущихся средах очень важна для астрофизики. С ней мы встречаемся при изучении расширяющихся планетарных туманностей, движущихся оболочек звезд, выбросов из фотосферы Солнца, движения вещества в солнечных пятнах и т. д.

При рассмотрении такой задачи совместный учет перераспределения излучения по частотам в линии и движения среды сделан в статье В. В. Соболева [1]. В этой работе профиль коэффициента поглощения считался произвольным. Для решения основного интегрального уравнения задачи был применен приближенный метод, основанный на вынесении функции источников за знак интеграла.

Задача об образовании спектральных линий в движущейся атмосфере решалась численно Хаммером и Рыбичкиным [2]. Ими получены контуры эмиссионных линий и средние числа рассеяний для некоторых оптических толщин атмосферы при предположении о полном перераспределении излучения по частотам и при доплеровском профиле коэффициента поглощения.

В предлагаемой статье получены выражения для интенсивностей выходящего из движущейся среды излучения, а также уравнения, оп-

ределяющие вспомогательные функции, через которые выражаются эти интенсивности. Подобные функции были впервые введены В. А. Амбарцумяном [3] при изучении монохроматического рассеяния. Принятый в статье метод использовался раньше при рассмотрении диффузии излучения в неподвижных средах [4]. Задача решается в одномерном приближении, однако результаты легко обобщаются на трехмерную среду, состоящую из плоскопараллельных слоев.

1. *Основные уравнения.* Пусть диффузия излучения происходит в одномерной изотермической среде, движущейся с постоянным градиентом скорости. Обозначим через  $\tau$  и  $\tau_0$  оптическую глубину и оптическую толщину среды, соответствующие центральным значениям коэффициента поглощения в неподвижной среде. В движущейся среде эти величины представляют собой фиктивные оптические расстояния, соответствующие центральным значениям коэффициента поглощения в разных точках среды. Будем считать, что при элементарном акте рассеяния происходит полное перераспределение излучения по частотам, причем вероятность выживания кванта  $\lambda$  есть величина постоянная. При таких предположениях, как показано в [1], основным уравнением задачи является интегральное уравнение для функции источников

$$B(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} B(t) K(|\tau - t|) dt + B_0(\tau). \quad (1)$$

Здесь

$$K(\tau) = A \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) \alpha(x + \gamma\tau) e^{-\int_0^{\tau} \alpha(x + \gamma z) dz} dx, \quad (2)$$

$\alpha(x)$  — профиль коэффициента поглощения,  $x$  — расстояние от центра линии, выраженное в доплеровских полуширинах,  $\gamma = (1/u)(dv/d\tau)$ ,  $u$  — средняя тепловая скорость атома,  $dv/d\tau$  — градиент скорости среды,  $A$  — нормировочная постоянная, определяемая из условия  $A \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) dx = 1$ ,  $B_0(\tau)$  — известная функция, задающая распределение источников в среде.

С помощью резольвенты  $\Gamma(\tau, t, \tau_0)$  формальное решение уравнения (1) записывается в следующем виде:

$$B(\tau) = B_0(\tau) + \frac{i}{2} \int_0^{\tau} B_0(t) \Gamma(\tau, t, \tau_0) dt. \quad (3)$$

Так как в уравнении (1) ядро зависит от модуля разности аргументов, резольвента выражается через функцию  $\Phi(\tau, \tau_0) = \Gamma(0, \tau, \tau_0)$ , которую определяет уравнение [4]

$$\Phi(\tau, \tau_0) = \frac{i}{2} K(\tau) + \frac{i}{2} \int_0^{\tau} \Phi(t, \tau_0) K(|\tau - t|) dt. \quad (4)$$

Кроме того известно, что

$$\Gamma(\tau, t, \tau_0) = \Gamma(t, \tau, \tau_0) = \Gamma(\tau_0 - \tau, \tau_0 - t, \tau_0). \quad (5)$$

В дальнейшем мы не будем заниматься решением уравнения (1), а ограничимся нахождением интенсивностей выходящего из среды излучения. Для задач о переносе излучения в неподвижных средах разработаны методы, с помощью которых эти интенсивности выражаются через вспомогательные функции, являющиеся граничными значениями функции источников в задаче о диффузном отражении и пропускании. К таким методам относится, например, вероятностный метод В. В. Соболева [3]. При этом оказывается существенным то, что ядро основного интегрального уравнения представляется в виде суперпозиции экспонент. В этом случае для определения вспомогательных функций служат известные системы интегральных уравнений.

В нашем случае ядро интегрального уравнения (1) не обладает указанным свойством. Это обстоятельство усложняет задачу и не позволяет получить уравнения для вспомогательных функций в известном виде. Тем не менее, оказывается возможным распространить вероятностный метод на случай движения среды с градиентом скорости и получить обобщения уравнений для вспомогательных функций, а также выражений для интенсивностей выходящего из среды излучения.

Введем функцию  $p(\tau, x, \tau_0)$  так, чтобы величина  $p(\tau, x, \tau_0) dx$  давала вероятность выхода кванта через границу  $\tau = 0$  в интервале частот  $[x, x + dx]$  после поглощения этого кванта на оптической глубине  $\tau$ . Нетрудно показать, что функция  $p(\tau, x, \tau_0)$  определяется уравнением

$$p(\tau, x, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} Aa(x + \gamma\tau) \cdot e^{-\int_0^{\tau} a(x + \gamma z) dz} +$$

$$+ \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} p(t, x, \tau_0) K(|\tau - t|) dt. \quad (6)$$

Отметим, что с точностью до постоянного множителя эта функция совпадает с функцией источников в задаче о диффузном отражении и пропускании.

При сравнении (4) и (6) находим

$$\Phi(\tau, \tau_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(x) p(\tau, x, \tau_0) dx. \quad (7)$$

Функция  $p(\tau, x, \tau_0)$  удовлетворяет также некоторым дифференциальным уравнениям. Методом сложения слоев или непосредственно из уравнения (6) получаем

$$\frac{\partial}{\partial \tau} p(\tau, x, \tau_0) - \gamma \frac{\partial}{\partial x} p(\tau, x, \tau_0) = -a(x) p(\tau, x, \tau_0) +$$

$$+ p(0, x, \tau_0) \Phi(\tau, \tau_0) - p(\tau_0, x, \tau_0) \Phi(\tau_0 - \tau, \tau_0). \quad (8)$$

Дифференцируя (6) по  $\tau_0$ , имеем

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} p(\tau, x, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} p(\tau_0, x, \tau_0) K(\tau_0 - \tau) +$$

$$+ \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} \frac{\partial}{\partial \tau_0} p(t, x, \tau_0) K(|\tau - t|) dt. \quad (9)$$

Пользуясь принципом суперпозиции для решения линейных уравнений, находим

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} p(\tau, x, \tau_0) = p(\tau_0, x, \tau_0) \Phi(\tau_0 - \tau, \tau_0). \quad (10)$$

По правилу дифференцирования сложной функции из (8) и (10) следует

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} p(\tau_0 - \tau, x, \tau_0) = \gamma \frac{\partial}{\partial x} p(\tau_0 - \tau, x, \tau_0) - a(x) p(\tau_0 - \tau, x, \tau_0) +$$

$$+ p(0, x, \tau_0) \Phi(\tau_0 - \tau, \tau_0). \quad (11)$$

2. *Функции*  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$ . Введем обозначения

$$p(0, x, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} \varphi(x, \tau_0), \quad p(\tau_0, x, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} \psi(x, \tau_0). \quad (12)$$

Как будет показано, с помощью этих функций можно определить интенсивности выходящего из среды излучения при некоторых источниках излучения. В этом разделе будет получена основная система интегральных уравнений для определения  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$ .

По определению резольвенты из уравнения (6) имеем

$$p(\tau, x, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} A \alpha(x + \gamma\tau) e^{-\int_0^{\tau} \alpha(x + \gamma z) dz} + \\ + \frac{\lambda}{2} A \int_0^{\tau} \alpha(x + \gamma t) e^{-\int_0^t \alpha(x + \gamma z) dz} \Gamma(\tau, t, \tau_0) dt. \quad (13)$$

Положим здесь  $\tau = 0$  и  $\tau = \tau_0$ . Учитывая (12), а также то, что  $\Gamma(\tau_0, t, \tau_0) = \Phi(\tau_0 - t, \tau_0)$  (это следует из (5)), получаем

$$\varphi(x, \tau_0) = A \alpha(x) + A \int_0^{\tau_0} \Phi(t, \tau_0) \alpha(x + \gamma\tau_0) e^{-\int_0^t \alpha(x + \gamma z) dz} dt, \quad (14)$$

$$\psi(x, \tau_0) = A \alpha(x + \gamma\tau_0) e^{-\int_0^{\tau_0} \alpha(x + \gamma z) dz} + \\ + A \int_0^{\tau_0} \Phi(\tau_0 - t, \tau_0) \alpha(x + \gamma t) e^{-\int_0^t \alpha(x + \gamma z) dz} dt. \quad (15)$$

При  $\tau = 0$  и  $\tau = \tau_0$  непосредственно из уравнения (6) следует

$$\varphi(x, \tau_0) = A \left[ \alpha(x) + \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(y) \rho(x, y, \tau_0) dy \right]. \quad (16)$$

$$\psi(x, \tau_0) = A \left[ \alpha(x + \gamma\tau_0) e^{-\int_0^{\tau_0} \alpha(x + \gamma z) dz} + \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(y) \sigma(x, y, \tau_0) dy \right], \quad (17)$$

где

$$\rho(x, y, \tau_0) = \int_0^{\tau_0} p(t, x, \tau_0) a(y + \gamma t) e^{-\int_0^t [x(y + \gamma z) dz]} dt, \quad (18)$$

$$\sigma(x, y, \tau_0) = \int_0^{\tau_0} p(\tau_0 - t, x, \tau_0) a(y + \gamma t) e^{-\int_0^t [x(y + \gamma z) dz]} dt. \quad (19)$$

Величина  $\rho(x, y, \tau_0) dx$  есть вероятность того, что излучение, падающее на среду в частоте  $y$ , отразится от нее в интервале частот  $[x, x + dx]$ , а величина  $\sigma(x, y, \tau_0) dx$  — вероятность того, что это же излучение пройдет через среду после любого числа рассеяний в том же интервале частот.

Из (18) и (19) с помощью (8) нетрудно получить следующие дифференциальные уравнения для функций  $\rho(x, y, \tau_0)$  и  $\sigma(x, y, \tau_0)$ :

$$\begin{aligned} [\alpha(x) + \alpha(y)] \rho(x, y, \tau_0) - \gamma \frac{\partial}{\partial x} \rho(x, y, \tau_0) - \gamma \frac{\partial}{\partial x} \rho(x, y, \tau_0) = \\ = \frac{\lambda}{2A} [\varphi(x, \tau_0) \psi(y, \tau_0) - \psi(x, \tau_0) \psi(y, \tau_0)], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} [\alpha(x) - \alpha(y)] \sigma(x, y, \tau_0) - \gamma \frac{\partial}{\partial x} \sigma(x, y, \tau_0) + \gamma \frac{\partial}{\partial y} \sigma(x, y, \tau_0) = \\ = \frac{\lambda}{2A} [\varphi(x, \tau_0) \psi(y, \tau_0) - \varphi(y, \tau_0) \psi(x, \tau_0)]. \end{aligned} \quad (21)$$

При начальных условиях  $\rho(x, \infty, \tau_0) = 0$  и  $\sigma(x, \infty, \tau_0) = 0$  решения этих уравнений имеют вид

$$\begin{aligned} \rho(x, y, \tau_0) = \frac{\lambda}{2A} \int_0^{\tau_0} [\varphi(x + \gamma \tau, \tau_0) \psi(y + \gamma \tau, \tau_0) - \\ - \psi(x + \gamma \tau, \tau_0) \psi(y + \gamma \tau, \tau_0)] e^{-\int_0^{\tau} [x(x + \gamma z) + \alpha(y + \gamma z)] dz} d\tau. \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \sigma(x, y, \tau_0) = \frac{\lambda}{2A} \int_0^{\tau_0} [\varphi(x + \gamma \tau, \tau_0) \psi(y - \gamma \tau, \tau_0) - \\ - \varphi(y - \gamma \tau, \tau_0) \psi(x + \gamma \tau, \tau_0)] e^{-\int_0^{\tau} [x(x + \gamma z) - \alpha(y - \gamma z)] dz} d\tau. \end{aligned} \quad (23)$$

Подставляя (22) и (23) в (16) и (17), получаем основную систему уравнений для определения функций  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$

$$\varphi(x, \tau_0) = A\alpha(x) + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(y) dy \int_0^{\infty} [\varphi(x + \gamma\tau, \tau_0) \varphi(y + \gamma\tau, \tau_0) - \psi(x + \gamma\tau, \tau_0) \psi(y + \gamma\tau, \tau_0)] e^{-\int_0^{\tau} [\alpha(x + \gamma z) + \alpha(y + \gamma z)] dz} d\tau, \quad (24)$$

$$\psi(x, \tau_0) = A\alpha(x + \gamma\tau_0) e^{-\int_0^{\tau} \alpha(x + \gamma z) dz} + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(y) dy \int_0^{\infty} [\varphi(x + \gamma\tau, \tau_0) \psi(y - \gamma\tau, \tau_0) - \varphi(y - \gamma\tau, \tau_0) \psi(x + \gamma\tau, \tau_0)] e^{-\int_0^{\tau} [\alpha(x + \gamma z) - \alpha(y - \gamma z)] dz} d\tau. \quad (25)$$

Анализ этих уравнений, а также выражений (14), (15) показывает, что при движении среды с градиентом скорости функции  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$  не обладают свойством четности относительно переменной  $x$ .

При  $\gamma = 0$  уравнения (24) и (25) переходят в известные уравнения, определяющие функции  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$  в случае диффузии излучения в неподвижной среде [3]:

$$\varphi(x, \tau_0) = A\alpha(x) + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(x, \tau_0) \varphi(y, \tau_0) - \psi(x, \tau_0) \psi(y, \tau_0)}{\alpha(x) + \alpha(y)} \alpha(y) dy, \quad (26)$$

$$\psi(x, \tau_0) = A\alpha(x) e^{-\alpha(x)\tau_0} + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(x, \tau_0) \psi(y, \tau_0) - \psi(x, \tau_0) \varphi(y, \tau_0)}{\alpha(x) - \alpha(y)} \alpha(y) dy. \quad (27)$$

Для функций  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$ , определенных уравнениями (26) и (27), известно интегральное соотношение [3]:

$$\varphi_0(\tau_0) = 1 + \frac{\lambda}{4} [\varphi_0^2(\tau_0) - \psi_0^2(\tau_0)], \quad (28)$$

где

$$\varphi_0(\tau_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x, \tau_0) dx, \quad \psi_0(\tau_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, \tau_0) dx. \quad (29)$$

Покажем, что наши функции  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$  также удовлетворяют этому соотношению. Для этого, проинтегрировав (24) по  $x$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ , представим получившееся равенство следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi_0(\tau_0) = & 1 + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} [a(x) + a(y)] dy \int_0^{\infty} [\varphi(x + \gamma\tau, \tau_0) \varphi(y + \gamma\tau, \tau_0) - \\ & - \psi(x + \gamma\tau, \tau_0) \psi(y + \gamma\tau, \tau_0)] e^{-\int_0^{\gamma} [a(x + \gamma z) + a(y + \gamma z)] dz} d\tau - \\ & - \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_{-\infty}^{+\infty} a(x) dx \int_0^{\infty} [\varphi(x + \gamma\tau, \tau_0) \varphi(y + \gamma\tau, \tau_0) - \\ & - \psi(x + \gamma\tau, \tau_0) \psi(y + \gamma\tau, \tau_0)] e^{-\int_0^{\gamma} [a(x + \gamma z) + a(y + \gamma z)] dz} d\tau, \end{aligned} \quad (30)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \varphi_0(\tau_0) = & 1 + \frac{\lambda}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} [a(x) + a(y)] dy \int_0^{\infty} [\varphi(x + \gamma\tau, \tau_0) \varphi(y + \gamma\tau, \tau_0) - \\ & - \psi(x + \gamma\tau, \tau_0) \psi(y + \gamma\tau, \tau_0)] e^{-\int_0^{\gamma} [a(x + \gamma z) + a(y + \gamma z)] dz} d\tau. \end{aligned} \quad (31)$$

Сделаем здесь замену переменных  $x + \gamma\tau = u$ ,  $y + \gamma\tau = v$ . Производя интегрирование по  $\tau$ , получим

$$\begin{aligned} \varphi_0(\tau_0) = & 1 + \frac{\lambda}{4} [\varphi_0^2(\tau_0) - \psi_0^2(\tau_0)] + \\ & + \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(u, \tau_0) e^{-\int_0^{\infty} a(u - \gamma z) dz} du \right]^2 - \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(u, \tau_0) e^{-\int_0^{\infty} a(u - \gamma z) dz} du \right]^2. \end{aligned} \quad (32)$$

Покажем, что разность двух последних членов в этом выражении равна нулю. Для этого определим функцию  $q(\tau, x, \tau_0)$  с помощью уравнения

$$q(\tau, x, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} A e^{-\int_0^{\tau} \alpha(x + \gamma z) dz} + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau} q(t, x, \tau_0) K(|\tau - t|) dt. \quad (33)$$

Нетрудно показать, что эта функция удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$\gamma \frac{\partial}{\partial x} q(\tau, x, \tau_0) = -p(\tau, x, \tau_0) + \alpha(x) q(\tau, x, \tau_0). \quad (34)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\partial}{\partial x} [q(0, x, \tau_0) - q(\tau_0, x, \tau_0)] - \alpha(x) [q(0, x, \tau_0) - q(\tau_0, x, \tau_0)] = \\ = \frac{\lambda}{2} [\psi(x, \tau_0) - \varphi(x, \tau_0)]. \end{aligned} \quad (35)$$

Умножим (35) на  $e^{-\int_0^{\tau} \alpha(x - \gamma z) dz}$  и проинтегрируем по  $x$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Пользуясь тем, что  $q(0, \pm\infty, \tau_0) = q(\tau_0, \pm\infty, \tau_0)$ , имеем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, \tau_0) e^{-\int_0^{\tau} \alpha(x - \gamma z) dz} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x, \tau_0) e^{-\int_0^{\tau} \alpha(x - \gamma z) dz} dx. \quad (36)$$

Интегральное соотношение (28) таким образом следует из (32) при учете (36).

3. *Другие уравнения для функций  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$ .* Зависимость рассматриваемых функций от параметра  $\tau_0$  позволяет получить еще две системы уравнений, определяющих  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$ .

Продифференцируем (18) и (19) по  $\tau_0$ . С учетом (16)–(19) находим

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} \rho(x, y, \tau_0) = \frac{\lambda}{2A} \psi(x, \tau_0) \psi(y, \tau_0), \quad (37)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} \sigma(x, y, \tau_0) - \gamma \frac{\partial}{\partial x} \sigma(x, y, \tau_0) + \alpha(x) \sigma(x, y, \tau_0) = \frac{\lambda}{2A} \varphi(x, \tau_0) \psi(y, \tau_0). \quad (38)$$

Отсюда при начальных условиях  $\rho(x, y, 0) = 0$  и  $\sigma(x, y, 0) = 0$  имеем

$$\rho(x, y, \tau_0) = \frac{\lambda}{2A} \int_0^{\tau_0} \psi(x, t) \psi(y, t) dt, \quad (39)$$

$$\sigma(x, y, \tau_0) = \frac{\lambda}{2A} \int_0^{\tau_0} \varphi(x + \gamma t, \tau_0 - t) \psi(y, \tau_0 - t) e^{-\int_0^t \alpha(x + \gamma z) dz} dt. \quad (40)$$

Складывая (20) с (37) и вычитая (38) из (21), получим

$$\begin{aligned} [a(x) + a(y)]\rho(x, y, \tau_0) - \gamma \frac{\partial}{\partial x} \rho(x, y, \tau_0) - \gamma \frac{\partial}{\partial y} \rho(x, y, \tau_0) + \\ + \frac{\partial}{\partial \tau_0} \rho(x, y, \tau_0) = \frac{\lambda}{2A} \varphi(x, \tau_0) \varphi(y, \tau_0). \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} a(y)\sigma(x, y, \tau_0) - \gamma \frac{\partial}{\partial y} \sigma(x, y, \tau_0) + \frac{\partial}{\partial \tau_0} \sigma(x, y, \tau_0) = \\ = \frac{\lambda}{2A} \varphi(y, \tau_0) \psi(x, \tau_0). \end{aligned} \quad (42)$$

При тех же начальных условиях решения этих уравнений имеют вид

$$\begin{aligned} \rho(x, y, \tau_0) = \frac{\lambda}{2A} \int_0^{\tau_0} \varphi(x + \gamma t, \tau_0 - t) \varphi(y + \gamma t, \tau_0 - t) \times \\ \times e^{-\int_0^t [\alpha(x + \gamma z) + \alpha(y + \gamma z)] dz} dt, \end{aligned} \quad (43)$$

$$\sigma(x, y, \tau_0) = \frac{\lambda}{2A} \int_0^{\tau_0} \varphi(y + \gamma t, \tau_0 - t) \psi(x, \tau_0 - t) e^{-\int_0^t \alpha(x + \gamma z) dz} dt. \quad (44)$$

Подставляя (39) и (40) в (16) и (17), находим

$$\varphi(x, \tau_0) = A a(x) + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} \psi(x, t) dt \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(y, t) a(y) dy, \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \psi(x, \tau_0) = & A\alpha(x + \gamma\tau_0) e^{-\int_0^{\tau_0} \alpha(x + \gamma z) dz} + \\ & + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} \varphi(x + \gamma t, \tau_0 - t) e^{-\int_0^t \alpha(x + \gamma z) dz} dt \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(y, \tau_0 - t) \alpha(y) dy. \end{aligned} \quad (46)$$

Подстановка (43) и (44) в (16) и (17) дает

$$\begin{aligned} \varphi(x, \tau_0) = & A\alpha(x) + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} \varphi(x + \gamma t, \tau_0 - t) e^{-\int_0^t \alpha(x + \gamma z) dz} dt \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(y + \gamma t, \tau_0 - t) e^{-\int_0^t \alpha(x + \gamma z) dz} \alpha(y) dy, \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \psi(x, \tau_0) = & A\alpha(x + \gamma\tau_0) e^{-\int_0^{\tau_0} \alpha(x + \gamma z) dz} + \\ & + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} \psi(x, \tau_0 - t) dt \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(y + \gamma t, \tau_0 - t) e^{-\int_0^t \alpha(y + \gamma z) dz} \alpha(y) dy. \end{aligned} \quad (48)$$

Таким образом получены еще две системы уравнений для функций  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$ . При  $\gamma = 0$  они переходят в соответствующие системы, найденные раньше [5].

4. *Интенсивности выходящего излучения.* Обозначим через  $I(0, x, \tau_0)$  и  $I(\tau_0, x, \tau_0)$  соответственно интенсивности излучения, выходящего через границы  $\tau = 0$  и  $\tau = \tau_0$  в частоте  $x$ . При наших предположениях

$$I(0, x, \tau_0) = \frac{2}{\lambda A} \int_0^{\tau_0} B_0(\tau) p(\tau, x, \tau_0) d\tau, \quad (49)$$

$$I(\tau_0, x, \tau_0) = \frac{2}{\lambda A} \int_0^{\tau_0} B_0(\tau) p(\tau_0 - \tau, x, \tau_0) d\tau. \quad (50)$$

В отдельных случаях для определения этих интенсивностей достаточно знания лишь функций  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$ .

Одним из таких случаев является задача о диффузном отражении и пропускании, когда на границу среды  $\tau = 0$  падает излучение интенсивности  $B_0$  в частоте  $y$ . Функция источников в этой задаче, как уже отмечалось раньше, пропорциональна  $p(\tau, x, \tau_0)$ . Поэтому интенсивности выходящего через границы  $\tau = 0$  и  $\tau = \tau_0$  излучения равны соответственно  $B_{0'}(x, y, \tau_0)$  и  $B_{0''}(x, y, \tau_0)$ .

В качестве второго примера рассмотрим случай, когда мощность источников в среде изменяется с глубиной по закону  $B_0(\tau) = B_0 e^{-s\tau}$ ,  $B_0 = \text{const}$ ,  $s > 0$ . Такое распределение источников имеет место в планетарных туманностях при переработке падающего  $L_\alpha$ -излучения в  $L_\alpha$ -кванты. Дифференцируя (49) и (50) по  $\tau_0$  и пользуясь (10), находим

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} I(0, x, \tau_0) = \frac{B_0}{A} \psi(x, \tau_0) Y(s, \tau_0), \quad (51)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} I(\tau_0, x, \tau_0) + sI(\tau_0, x, \tau_0) = \frac{B_0}{A} \psi(x, \tau_0) X(s, \tau_0), \quad (52)$$

где

$$X(s, \tau_0) = 1 + \int_0^{\tau_0} \Phi(\tau, \tau_0) e^{-s\tau} d\tau, \quad (53)$$

$$Y(s, \tau_0) = e^{-s\tau_0} + \int_0^{\tau_0} \Phi(\tau, \tau_0) e^{-s(\tau_0 - \tau)} d\tau. \quad (54)$$

При начальном условии  $I(0, x, 0) = 0$  решения уравнений (51) и (52) дают искомые интенсивности

$$I(0, x, \tau_0) = \frac{B_0}{A} \int_0^{\tau_0} \psi(x, t) Y(s, t) dt, \quad (55)$$

$$I(\tau_0, x, \tau_0) = \frac{B_0}{A} \int_0^{\tau_0} \psi(x, t) X(s, t) e^{-s(\tau_0 - t)} dt. \quad (56)$$

Третьим примером является равномерное распределение источников в среде. Полагая в (53)–(56)  $s = 0$ , получаем

$$X(0, \tau_0) = Y(0, \tau_0) = 1 + \int_0^{\tau_0} \Phi(\tau, \tau_0) d\tau, \quad (57)$$

$$I(0, x, \tau_0) = I(\tau_0, x, \tau_0) = \frac{B_0}{A} \int_0^{\tau_0} \psi(x, t) X(0, t) dt. \quad (58)$$

В этом случае интенсивности можно определить также с помощью выражения

$$\begin{aligned} I(0, x, \tau_0) &= I(\tau_0, x, \tau_0) = \\ &= \frac{B_0}{A} X(0, \tau_0) \int_0^{\infty} [\varphi(x + \tau\tau_0) - \psi(x + \tau\tau_0)] e^{-\int_0^{\tau_0} (x + \tau x) dx} d\tau, \end{aligned} \quad (59)$$

следующего из (49)–(50) при учете (8).

Найденные здесь выражения для интенсивностей выходящего из среды излучения также являются обобщениями известных результатов, полученных при изучении диффузии излучения в неподвижной среде [5].

5. *Функции*  $X(s, \tau_0)$  и  $Y(s, \tau_0)$ . Покажем, что введенные функции  $X(s, \tau_0)$  и  $Y(s, \tau_0)$  выражаются через  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$ .

Дифференцируя (53) и (54) по  $\tau_0$  и принимая во внимание равенство

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} \Phi(\tau, \tau_0) = \Phi(\tau_0, \tau_0) \Phi(\tau_0 - \tau, \tau_0), \quad (60)$$

которое следует из (10) при учете (7), получаем систему дифференциальных уравнений для определения рассматриваемых функций:

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} X(s, \tau_0) = \Phi(\tau_0, \tau_0) Y(s, \tau_0), \quad (61)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} Y(s, \tau_0) + sY(s, \tau_0) = \Phi(\tau_0, \tau_0) X(s, \tau_0). \quad (62)$$

Эта система должна решаться при начальных условиях  $X(s, 0) = Y(s, 0) = 1$ . Входящая в уравнения (61) и (62) функция  $\Phi(\tau_0, \tau_0)$  определяется соотношением

$$\Phi(\tau_0, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) \psi(x, \tau_0) dx, \quad (63)$$

следующим из (7) при  $\tau = \tau_0$ , либо соотношением

$$\Phi(\tau_0, \tau_0) = \frac{d}{d\tau_0} \ln X(0, \tau_0), \quad (64)$$

следующим из (61) и (57) при  $s = 0$ . При этом

$$X(0, \tau_0) = \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{2} [\varphi_0(\tau_0) - \psi_0(\tau_0)]}. \quad (65)$$

Выражение (65) получается посредством интегрирования (8) по  $\tau$  от 0 до  $\tau_0$  и по  $x$  от  $-\infty$  до  $+\infty$  при учете (53) и (54).

В дальнейшем предполагается произвести вычисления функций  $\varphi(x, \tau_0)$  и  $\psi(x, \tau_0)$  с последующим определением интенсивностей выходящего излучения и других физических величин.

Ленинградский государственный  
университет

## ON DIFFUSION OF RADIATION IN ONE DIMENSIONAL MOVING MEDIUM

V. V. VITYASEV

The diffusion of radiation in one-dimensional isothermal medium moving with constant velocity gradient is considered. The complete redistribution in frequency and arbitrary form of absorption coefficient are assumed. The emergent intensities are expressed in terms of auxiliary functions. Three systems of equations for these functions are found.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. В. Соболев, *Астрон. ж.*, 34, 5, 694, 1957.
2. D. G. Hummer, G. B. Rybicky, *Ap. J.*, 153, N 2, 107, 1968.
3. В. А. Амбарцумян, *Научные труды*, т. 1, АН АрмССР, Ереван, 1960.
4. В. В. Соболев, *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет*, Гостехиздат, М., 1956.
5. В. В. Соболев, *Курс теоретической астрофизики*, Наука, М., 1967.
6. В. В. Соболев, *Вестн. ЛГУ*, № 19, 135, 1957.

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО РАССЕЯНИЯ В ЗВЕЗДНЫХ  
АТМОСФЕРАХ НА ПРОФИЛИ ЛИНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ  
И ПОГЛОЩЕНИЯ

В. Г. ВЕДМИЧ

Поступила 18 марта 1970

Рассматривается задача о переносе излучения в линии через электронный слой. Предполагается, что рассеяние изотропное и происходит с перераспределением по частотам, причем функция перераспределения зависит от модуля разности частот кванта до и после рассеяния. При вычислениях в качестве функции перераспределения взято выражение, предложенное Хаммером и Михаласом. Рассчитаны профили эмиссионных линий, образующихся в слое при равномерном распределении первичных источников излучения внутри него. Найдены профили линий поглощения, возникающих при прохождении излучения фотосферы через электронную атмосферу. Вычисления сделаны для равномерного распределения яркости по диску звезды и эддингтоновского закона потемнения.

*Введение.* В атмосферах горячих звезд важную роль играет рассеяние света на свободных электронах. Можно думать, что особенно велико влияние электронного рассеяния на профили эмиссионных линий в спектрах звезд типа WR и линий поглощения в спектрах звезд типа O. Из физических соображений следует, что эффекты электронного рассеяния особенно сильно должны сказываться на профилях линий с незначительным самопоглощением, например, линий субординатных серий.

При рассеянии на электронах, в силу их теплового движения, происходит перераспределение излучения по частоте, что ведет к расширению линий. Мюнч [1] и Эдмондс [2] изучали уширение линий поглощения при электронном рассеянии, используя приближенные выражения для функции перераспределения, предложенной Дираком. Недавно Хаммером и Михаласом [3] была получена функция перераспределения, позволяющая исследовать этот эффект без упрощений.

В первом разделе данной работы ставится и точно решается задача о переносе излучения через плоский электронный слой. При этом принимается, что функция перераспределения зависит от модуля разности ее аргументов. Задача сводится к решению интегрального уравнения для Фурье-образа функции источников. Последующее обращение полученного выражения позволяет найти интенсивность и поток излучения, выходящего из слоя.

Далее рассматривается случай внутренних источников излучения, распределенных равномерно в электронном слое. В результате получены профили эмиссионных линий при различной оптической толщине слоя. В последней части работы решается задача, подобная решенной Мюнчем [1], а именно, находится интенсивность излучения, выходящего через верхнюю границу электронного слоя, освещенного снизу излучением, идущим от фотосферы звезды с известным частотным и угловым распределением. Сделаны вычисления профилей линий поглощения для случаев равномерного распределения яркости по диску звезды и эддингтоновского закона потемнения. Все вычисления проводились на ЭВМ БЭСМ-3М Вычислительного Центра ЛГУ.

1. *Постановка задачи. Основное уравнение.* Пусть плоский электронный слой с плотностью  $n_e$  и температурой  $T_e$ , определяющей максвелловское распределение электронов по скоростям, освещается снизу излучением интенсивности  $I_0$  с заданным угловым и частотным распределением. Кроме того, будем считать, что внутри слоя распределены по некоторому известному закону источники собственного излучения. Требуется найти интенсивность выходящего излучения.

При изучении переноса излучения в линии удобно использовать безразмерную частоту

$$y = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_e}, \quad (1)$$

выражающую расстояние от центра в единицах доплеровской полуширины

$$\Delta\nu_e = \frac{\nu_0}{c} \left( \frac{2kT_e}{m_e} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

где  $m_e$  — масса электрона,  $\nu_0$  — частота излучения в центре линии,  $c$  — скорость света и  $k$  — постоянная Больцмана.

Поскольку для квантов видимого света зависимостью коэффициента комптоновского рассеяния от частоты можно пренебречь, то мы возьмем для него томсоновское выражение

$$\tau_0^{\text{т}} = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2, \quad (3)$$

где  $e$  — заряд электрона. Введем также вместо геометрического расстояния  $z$  оптическую глубину  $\tau$  по формуле

$$\tau = \sigma_0 \int_z^{\infty} n_e(z') dz' \quad (4)$$

и оптическую толщину  $\tau_0$  слоя, равную, в соответствии с определением (4),

$$\tau_0 = \sigma_0 \int_0^{\infty} n_e(z') dz'. \quad (5)$$

Обозначим через  $\mu$  косинус угла между направлением излучения в данной точке и нормалью к слою, проведенной в сторону уменьшения оптических глубин. Тогда уравнение переноса записывается в виде

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu, y)}{d\tau} = I(\tau, \mu, y) - S(\tau, y) \quad (6)$$

при граничных условиях

$$I(0, \mu, y) = 0, \quad \mu < 0, \quad (7)$$

$$I(\tau_0, \mu, y) = I_0(\mu, y), \quad \mu > 0,$$

где  $I(\tau, \mu, y)$  — интенсивность излучения.

Граничные условия (7) выражают тот факт, что слой освещается только снизу. В уравнении (6) через  $S(\tau, y)$  обозначена функция источников, представляющая отношение объемного коэффициента излучения к объемному коэффициенту рассеяния на электронах.

Вначале мы не конкретизируем функцию перераспределения, предположим лишь, что она является функцией модуля разности аргументов. Именно, пусть величина

$$R(y - y') dy dy' \quad (8)$$

равна усредненной по направлениям вероятности того, что квант частоты, заключенной в интервале  $[y', y' + dy']$ , после рассеяния будет иметь частоту, заключенную в интервале  $[y, y + dy]$ .

Так как при электронном рассеянии вероятность выживания кванта равна единице, то мы можем написать следующее выражение для функции источников:

$$S(\tau, y) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R(y-y') dy' \int_{-1}^1 I(\tau, \eta, y') d\eta + S_0(\tau, y) \quad (9)$$

При написании (9) предполагалась изотропность рассеяния. Через  $S_0(\tau, y)$  обозначено отношение объемного коэффициента собственного излучения среды к  $n_e \sigma_0$ .

Как обычно, расчет поля излучения в слое, т. е. нахождение  $I(\tau, \mu, y)$ , из уравнения (6) при условии (7) может быть сведен к решению следующего интегрального уравнения для функции источников:

$$S(\tau, y) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R(y-y') dy' \int_0^{\infty} E_1(|\tau - \tau'|) S(\tau', y') dy' + \\ + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R(y-y') dy' \int_0^1 e^{-\frac{\tau-y}{\mu}} I_0(\mu, y') d\mu + S_0(\tau, y). \quad (10)$$

Здесь

$$\bar{E}_n(x) = \int_0^1 e^{-x/\mu} \frac{d\mu}{\mu^{2-n}} \quad (11)$$

—интегрально-показательная функция порядка  $n$ .

Для решения (10) применим к нему преобразование Фурье по частоте. Используя теорему о свертке, получаем

$$\bar{S}(\tau, u) = \frac{\lambda(u)}{2} \int_0^{\infty} E_1(|\tau - \tau'|) \bar{S}(\tau', u) d\tau' + \\ + \frac{\lambda(u)}{2} \int_0^1 e^{-\frac{\tau-y}{\mu}} \bar{I}_0(\mu, u) d\mu + \bar{S}_0(\tau, u), \quad (12)$$

где функция с волной означает Фурье-образ соответствующей функции, например,

$$\bar{S}(\tau, u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau, y) e^{-iuy} dy. \quad (13)$$

В уравнении (12) обозначено

$$\lambda(u) = \sqrt{2\pi} \bar{R}(u). \quad (14)$$

Обозначим также

$$S^*(\tau, y) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R(y - y') dy' \int_0^1 e^{-\frac{\tau - \tau'}{\mu}} I_0(\mu, y') d\mu + S_0(\tau, y) \quad (15)$$

и перепишем (15) в следующем виде:

$$\bar{S}(\tau, u) = \frac{\lambda(u)}{2} \int_0^{\infty} E_1(|\tau - \tau'|) \bar{S}(\tau', u) d\tau' + \bar{S}^*(\tau, u). \quad (16)$$

Уравнение (16) совпадает с интегральным уравнением для функции источников в задаче о переносе излучения в слое при монохроматическом рассеянии с вероятностью выживания кванта  $\lambda(u)$ , зависящей от параметра преобразования Фурье.

Для интересующей нас величины — интенсивности излучения, выходящего из слоя через границу  $\tau = 0$ , мы получаем из (6)

$$I(0, \mu, y) = e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} I_0(\mu, y) + \int_0^{\tau_0} e^{-\frac{\tau'}{\mu}} S(\tau', y) \frac{d\tau'}{\mu}. \quad (17)$$

Тогда преобразование Фурье

$$\tilde{I}(0, \mu, u) = e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} I_0(\mu, u) + \int_0^{\tau_0} e^{-\frac{\tau'}{\mu}} \bar{S}(\tau', u) \frac{d\tau'}{\mu}. \quad (18)$$

Следовательно, для нахождения интенсивности выходящего излучения нам нужно решить уравнение (10). Другой путь состоит в решении уравнения (16). Подставив затем найденную функцию  $\bar{S}(\tau, u)$  в (18) и обращая полученное преобразование Фурье, найдем искомую величину. Но можно поступить иначе. А именно, используя вероятностный метод [4], имеем

$$\tilde{I}(0, \mu, u) = \frac{4\pi}{\lambda(u)} \int_0^{\tau_0} p(\tau, \mu, u) \bar{S}^*(\tau, u) \frac{d\tau}{\mu}, \quad (19)$$

где  $p(\tau, \mu, u)$  — вероятность того, что квант, поглощенный на глубине  $\tau$ , выйдет из среды через границу  $\tau = 0$  под углом  $\arcs \cos \mu$  к нор-

мали при монохроматическом рассеянии и вероятности выживания кванта, равной  $\lambda(u)$ . Обращение формулы (19) дает следующее выражение для интенсивности:

$$I(0, \mu, y) = \sqrt{8\pi} \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau, \mu, u) \tilde{S}^*(\tau, u) e^{i\tau y} \frac{du}{\lambda(u)} \quad (20)$$

Для потока излучения в частоте  $y$ , выходящего из слоя, получаем

$$\begin{aligned} H(0, y) &= 2\pi \int_0^1 I(0, \mu, y) \mu d\mu = \\ &= \sqrt{8\pi} \int_0^{\infty} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} P(\tau, u) \tilde{S}^*(\tau, u) e^{i\tau y} \frac{du}{\lambda(u)}, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$P(\tau, u) = 2\pi \int_0^1 p(\tau, \mu, u) \mu d\mu. \quad (22)$$

Формулы (20) и (21) полностью определяют искомые величины. При некоторых частных видах мощности первичных источников  $S^*(\tau, y)$  интенсивность и поток излучения находятся особенно просто. Рассмотрим два таких случая.

2. *Равномерное распределение источников излучения.* В данном случае необходимо положить  $I_0(\mu, y) = 0$ , тогда получим согласно (15)

$$S^*(\tau, y) = S_0(\tau, y). \quad (23)$$

Если предположить, что

$$S_0(\tau, y) = g(\tau) f(y), \quad (24)$$

то из (20) и (21) получим

$$I(0, \mu, y) = \sqrt{8\pi} \int_0^{\infty} g(\tau) \frac{d\tau}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau, \mu, u) \tilde{f}(u) e^{i\tau y} du \quad (25)$$

и

$$H(0, y) = \sqrt{8\pi} \int_0^{\infty} g(\tau) d\tau \int_{-\infty}^{\infty} P(\tau, u) \tilde{f}(u) e^{i\tau y} du \quad (26)$$

Считая, что источники собственного излучения среды распределены равномерно, т. е.

$$g(\tau) \equiv \text{const} = 1,$$

мы можем сразу же написать [4]

$$\bar{I}(0, \mu, u) = \frac{\varphi(\mu, u) - \psi(\mu, u)}{1 - \frac{\lambda(u)}{2} [\alpha_0(u) - \beta_0(u)]} \bar{f}(u), \quad (27)$$

где  $\varphi(\mu, u)$  и  $\psi(\mu, u)$  — известные функции, удовлетворяющие следующей системе интегральных уравнений:

$$\varphi(\mu, u) = 1 + \frac{\lambda(u)}{2} \mu \int_0^1 \frac{\varphi(\mu, u) \varphi(\eta, u) - \psi(\mu, u) \psi(\eta, u)}{\eta + \mu} d\eta, \quad (28)$$

$$\psi(\mu, u) = e^{-\frac{\mu}{\eta}} + \frac{\lambda(u)}{\mu} \mu \int_0^1 \frac{\varphi(\mu, u) \psi(\eta, u) - \psi(\mu, u) \varphi(\eta, u)}{\eta - \mu} d\eta,$$

а

$$\alpha_n(u) = \int_0^1 \varphi(\mu, u) \mu^n d\mu \quad \text{и} \quad \beta_n(u) = \int_0^1 \psi(\mu, u) \mu^n d\mu \quad (29)$$

— моменты этих функций.

Обращая преобразование Фурье, получаем

$$I(0, \mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(\mu, u) - \psi(\mu, u)}{1 - \frac{\lambda(u)}{2} [\alpha_0(u) - \beta_0(u)]} \bar{f}(u) e^{iuy} du \quad (30)$$

и

$$H(0, y) = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_1(u) - \beta_1(u)}{1 - \frac{\lambda(u)}{2} [\alpha_0(u) - \beta_0(u)]} \bar{f}(u) e^{iuy} du. \quad (31)$$

Рассмотрим конкретный случай рассеяния в сильно ионизованной водородной атмосфере, и будем считать, что спектральное распределение источников излучения определяется доплеровским профилем, т. е.

$$f(y) = \frac{\gamma}{\sqrt{\pi}} e^{-\gamma^2 y} \quad (32)$$

где

$$\gamma = \left( \frac{m_a}{m_e} \right)^{1/2} \approx 42.8$$

и  $m_a$  — масса атома водорода. Тогда

$$\tilde{f}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{4\gamma^2}}. \quad (33)$$

Далее, для функции перераспределения возьмем функцию из [3]

$$R(y - y') = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\beta/2}^{\infty} e^{-z^2} (2z - \beta) dz, \quad (34)$$

где  $\beta = |y - y'|$ . На основании (14) находим

$$\lambda(u) = \frac{1 - e^{-u^2}}{u^2}. \quad (35)$$

Если теперь подставить выражения (33) и (35) в формулы (30) и (31), то, учитывая четность функций  $\lambda(u)$  и  $\tilde{f}(u)$ , получим

$$I(0, \mu, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\varphi(\mu, u) - \psi(\mu, u)}{1 - \frac{1 - e^{-u^2}}{2u^2} [\alpha_0(u) - \beta_0(u)]} e^{-\frac{u^2}{4\gamma^2}} \cos uy du \quad (36)$$

и

$$H(0, y) = 2 \int_0^{\infty} \frac{\alpha_1(u) - \beta_1(u)}{1 - \frac{1 - e^{-u^2}}{2u^2} [\alpha_0(u) - \beta_0(u)]} e^{-\frac{u^2}{4\gamma^2}} \cos uy du \quad (37)$$

По формуле (36) находились профили линий излучения, выходящего из слоя при различных значениях  $\tau_0$  и  $\mu$ . Интегралы вычислялись при помощи известных квадратурных формул Филона [5]. При расчете значения функций  $\varphi(\mu, u)$ ,  $\psi(\mu, u)$  и их нулевых моментов  $\alpha_0(u)$  и  $\beta_0(u)$  брались из таблиц [6]. Поскольку таблицы рассчитаны для  $\mu = 0(0.1)1.0$  и  $\lambda = 1.00(0.05)0.8(0.1)0.1$ , то для нахождения величин в промежуточных точках использовалось интерполирование. Для значений  $\lambda < 0.1$ , которых нет в таблице, значения указанных функций и моментов находились по приближенным выражениям, полученным из уравнений (28) путем разложения по степеням  $\lambda$ .

Результаты вычислений представлены на рисунках 1—3. Для наглядности на первом рисунке по оси абсцисс построены две шкалы безразмерной частоты, а именно,  $y$  — шкала частоты, определяемой формулой (1), и  $x$  — шкала частоты, вычисляемой по формуле

$$x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_a}, \quad (38)$$

где

$$\Delta\nu_a = \frac{\nu_0}{c} \left( \frac{2kT_e}{m_a} \right)^{1/2}. \quad (39)$$

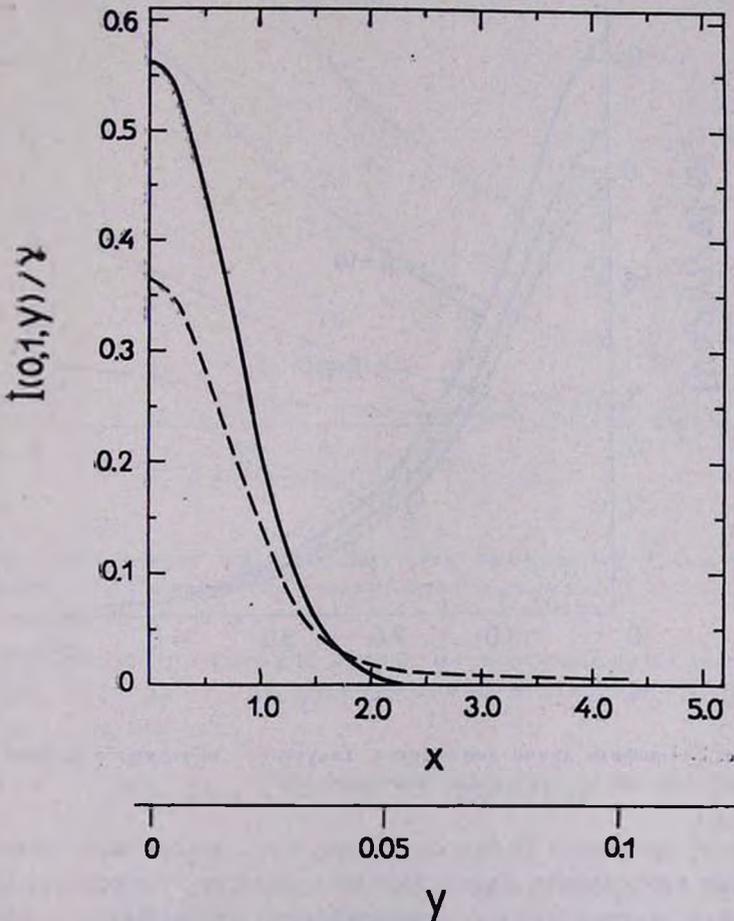


Рис. 1. Интенсивность излучения, выходящего из слоя с  $\tau_0 = 1$  при  $\mu = 1$ . Сплошной линией проведен исходный профиль, даваемый формулой (32), штриховой профилем, вычисленный по формуле (36).

Очевидно, что обе шкалы связаны соотношением

$$x = \gamma y. \quad (40)$$

При построении профилей, помещенных на втором и третьем рисунках, из интенсивности излучения, находимой по формуле (36), вычиталась интенсивность  $I_0^*$  излучения, вышедшего из слоя без рассеяния

$$I_0^*(0, \mu, y) = (1 - e^{-\frac{\tau_0}{\mu}}) \cdot f(y). \quad (41)$$

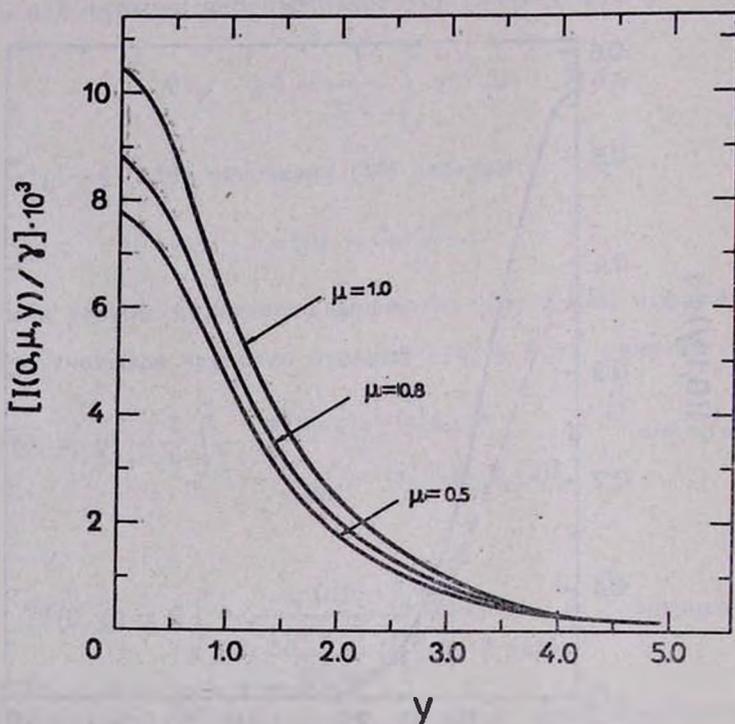


Рис. 2. Профили линий диффузного излучения, выходящего из слоя единичной оптической толщины при различных значениях  $\mu$ .

Из приведенных графиков видно, что вследствие электронного рассеяния эмиссионная линия довольно заметно уширяется. Интенсивность излучения в центре значительно уменьшается и появляются

протяженные крылья. Отметим, что интенсивность излучения уменьшается при уменьшении оптической толщины слоя, но увеличивается с уменьшением  $\mu$ , как и следовало ожидать.

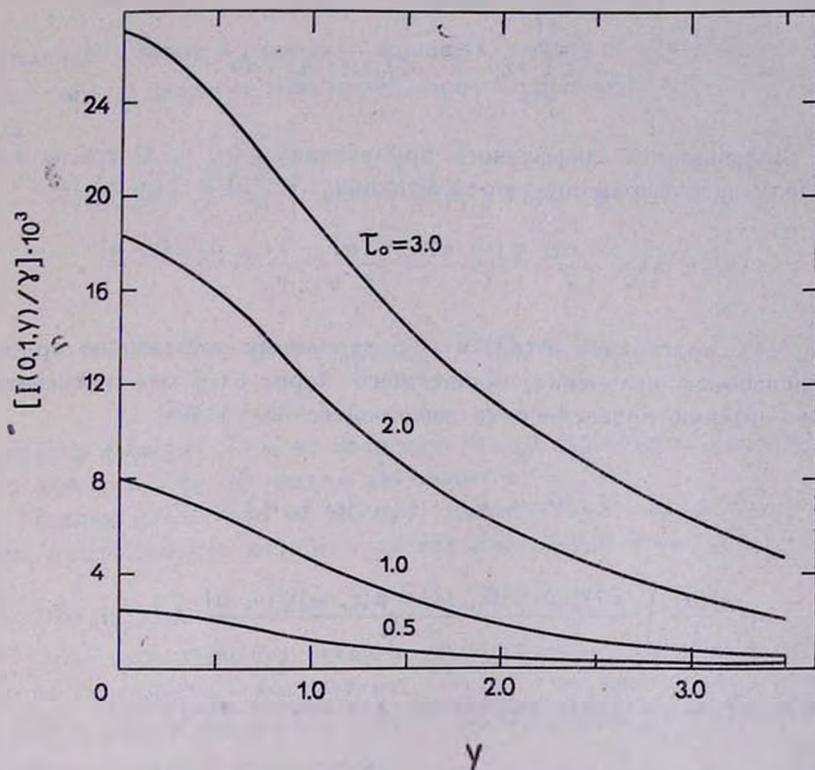


Рис. 3. Профили линий диффузного излучения, выходящего из слоя в нормальном направлении, при различных значениях оптической толщины  $\tau_0$ .

3. *Диффузное пропускание излучения электронным слоем.* Положив в (15)  $S_0(\tau, y) = 0$ , что соответствует отсутствию источников внутри слоя, получим

$$\tilde{S}^*(\tau, u) = \frac{\lambda(u)}{2} \int_0^1 e^{-\frac{\tau-\tau'}{\mu}} \tilde{I}_0(\mu', u) d\mu'. \quad (42)$$

Подставив (42) в (20) и поменяв порядок интегрирования, придем к следующему выражению для Фурье-образа интенсивности излучения, диффузно пропущенного слоем,

$$\begin{aligned} \bar{I}_d(0, \mu, u) &= 2\pi \int_0^{\infty} p(\tau, \mu, u) \frac{d\tau}{\mu} \int_0^1 e^{-\frac{\tau-\tau'}{\mu'}} \bar{I}_0(\mu', u) d\mu' = \\ &= 2 \int_0^1 \sigma(\mu, \mu', u) \bar{I}_0(\mu', u) \mu' d\mu'. \end{aligned} \quad (43)$$

Для коэффициента диффузного пропускания  $\sigma(\mu, \eta, u)$  среды известно следующее выражение через функции  $\varphi(\mu, u)$  и  $\psi(\mu, u)$  [4]:

$$\sigma(\mu, \eta, u) = \frac{\lambda(u)}{4} \frac{\varphi(\mu, u) \psi(\eta, u) - \varphi(\eta, u) \psi(\mu, u)}{\eta - \mu}. \quad (44)$$

Если (44) подставить в (43) и к полученному выражению прибавить интенсивность излучения, прошедшего через слой без рассеяния, то найдем полную интенсивность выходящего излучения:

$$\begin{aligned} \bar{I}(0, \mu, u) &= e^{-\frac{z_0}{\mu}} \bar{I}_0(\mu, u) + \\ &+ \frac{\lambda(u)}{2} \int_0^1 \frac{\varphi(\mu, u) \psi(\eta, u) - \varphi(\eta, u) \psi(\mu, u)}{\eta - \mu} \bar{I}_0(\eta, u) \eta d\eta. \end{aligned} \quad (45)$$

Отсюда легко получить выражение для потока излучения

$$\begin{aligned} \bar{H}(0, u) &= \pi \int_0^1 \{ \beta_0(u) \lambda(u) \varphi(\mu, u) + [2 - \alpha_0(u) \lambda(u)] \psi(\mu, u) \} \times \\ &\times \bar{I}_0(\mu, u) \mu d\mu. \end{aligned} \quad (46)$$

Обозначая

$$\bar{T}(\mu, u) = \beta_0(u) \lambda(u) \varphi(\mu, u) + [2 - \alpha_0(u) \lambda(u)] \psi(\mu, u) \quad (47)$$

и обращая (46), получаем

$$H(0, y) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 \mu d\mu \int_{-\infty}^{\infty} \bar{T}(\mu, u) \bar{I}_0(\mu, u) e^{iuy} du, \quad (48)$$

В дальнейшем мы будем пользоваться величиной

$$r(y) = \frac{H(0, y)}{H_c(0)}, \quad (49)$$

выражающей поток в линии в единицах потока в континууме  $H_c(0)$ . Кроме того, в формуле (48) перейдем от Фурье-образов к оригиналам. Тогда

$$H(0, y) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 \mu d\mu \int_{-\infty}^{\infty} T(\mu, y') I_0(\mu, y - y') dy', \quad (50)$$

где

$$T(\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{T}(\mu, u) e^{iuy} du. \quad (51)$$

Поскольку функция  $\tilde{T}(\mu, u)$  является четной функцией относительно  $u$ , то функция  $T(\mu, y)$  четная относительно  $y$ .

Примем далее, что на нижнюю границу слоя падает излучение в линии, интенсивность которого дается следующей формулой:

$$I_0(\mu, y) = (1 + a\mu) \cdot r_0(y), \quad (52)$$

где  $1 + a\mu$  характеризует угловое распределение излучения, выходящего из фотосферы в континууме, а  $r_0(y)$  — профиль линии. Подставив (52) в (50) и положив  $r_0(y) \equiv 1$ , мы найдем поток излучения, выходящего из слоя в континууме,

$$H_c(0) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 (1 + a\mu) \mu d\mu \int_{-\infty}^{\infty} T(\mu, y) dy. \quad (53)$$

Выражение для потока излучения в континууме мы можем получить и непосредственно, используя коэффициент диффузного пропускания среды, что дает

$$H_c(0) = 2\pi \int_0^1 e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} (1 + a\mu) \mu d\mu + \\ + 4\pi \int_0^1 \mu d\mu \int_0^1 \sigma(\mu, \eta, 0) (1 + a\eta) \eta d\eta. \quad (54)$$

Или, подставляя в (54) выражение (44) и учитывая то обстоятельство, что при электронном рассеянии  $\lambda = 1$ ,

$$H_c(0) = \pi\beta_0 \int_0^1 (1 + \alpha\mu) [\varphi(\mu, 0) + \psi(\mu, 0)] \mu d\mu. \quad (55)$$

Выражение (55) легко получается из (53) и может служить для контроля вычислений по формулам (50) и (53). Для сведения (53) к (55) достаточно воспользоваться тем фактом, что Фурье-образ  $\delta$ -функции Дирака равен единице. Действительно, из (53) тогда следует

$$H_c(0) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 (1 + \alpha\mu) \mu d\mu \int_{-\infty}^{\infty} T(\mu, y) dy \int_{-\infty}^{\infty} \delta(u) e^{-iuy} du, \quad (56)$$

откуда, меняя порядок интегрирования по  $y$  и по  $u$ , находим

$$H_c(0) = \pi \int_0^1 (1 + \alpha\mu) \bar{T}(\mu, 0) \mu d\mu. \quad (57)$$

Так как  $\lambda(0) = 1$ , то из (47) получаем

$$\bar{T}(\mu, 0) = \beta_0(0) \varphi(\mu, 0) + [2 - \alpha_0(0)] \psi(\mu, 0), \quad (58)$$

и мы приходим к формуле (55), поскольку при  $\lambda = 1$  выполняется соотношение

$$\alpha_0 + \beta_0 = 2. \quad (59)$$

Расчеты произведены для частотных распределений двух случаев: доплеровский контур

$$r_0^D(y) = 1 - \frac{W_0^D}{V\pi} e^{-\tau^2 y^2} \quad (60)$$

и лоренцовский

$$r_0^L(y) = 1 - \frac{\omega_0^L}{\pi} \frac{1}{1 + b^2 y^2}, \quad (61)$$

где

$$b = \frac{\Delta\nu_e}{\Delta\nu_E} \quad (62)$$

а  $\lambda$  — длина волны излучения, выраженная в ангстремах и  $\Delta\nu_E$  — естественная полуширина линии, равная приблизительно 0.001 А. В форму-

лах (60) и (61) величины  $W_0^D$  и  $W_0^L$  являются эквивалентными ширинами линий, выраженными соответственно в единицах доплеровской  $\Delta\nu_e$  и естественной  $\Delta\nu_E$  полуширины.

По формулам (50) и (53) рассчитывались профили линий поглощения при различных значениях  $\tau_0$ ,  $W_0^D$  и  $W_0^L$ . Вычисления проводились для случаев  $a=0$  и  $a=3/2$ , т. е. для равномерного распределения яркости по диску звезды и для эддингтоновского закона потемнения. Методика расчета интеграла (51) та же, что и раньше. Двойной интеграл, входящий в формулы (50) и (53), вычислялся повторными квадратурами Симпсона.

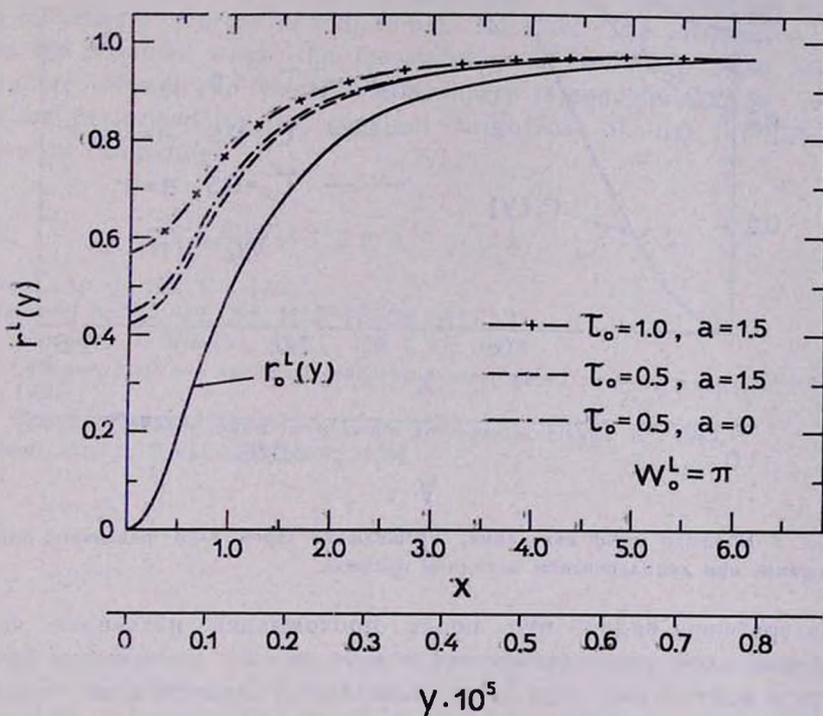


Рис. 4. Профили линий излучения, прошедшего через слой различной оптической толщины, при лоренцовском исходном профиле.

Часть результатов представлена в виде графиков, на рис. 4 для лоренцовского исходного профиля при  $\lambda = 1 \cdot 10^8 \text{ \AA}$  и  $T_e = 2 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$  и на рис. 5 для доплеровского профиля. При других значениях температуры проведения профилей подобно приведенным. На обоих

рисунках по оси абсцисс отложены как  $y$ -частота, вычисляемая по формуле (1), так и  $x$ -частота, связанная с  $y$ -частотой соотношением  $x = by$  на рис. 4 и соотношением (40) на рис. 5.

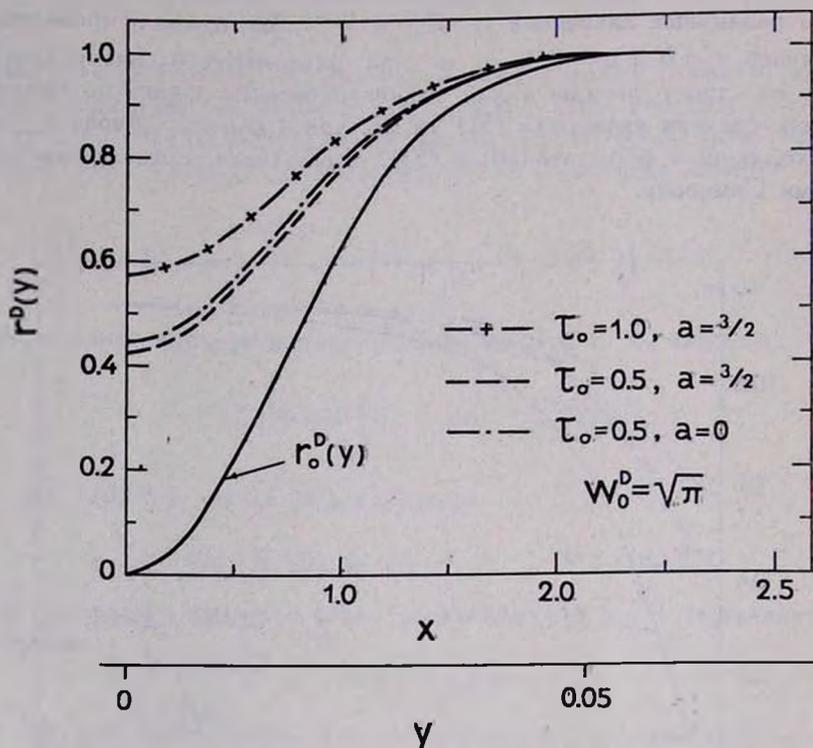


Рис. 5. Профили линий излучения, прошедшего через слои различной оптической толщины, при доплеровском исходном профиле.

Из графиков видно, что после прохождения излучения через электронный слой линия становится мельче за счет уменьшения интенсивности в континууме, при этом появляются протяженные крылья. Этот эффект усиливается при увеличении  $\tau_0$ . Особенностью функции перераспределения (34) является тот факт, что эти изменения происходят на больших расстояниях от ядра линии. Кроме того, расчет показывает, что учет закона потемнения изменяет результат незначительно. Следует отметить также качественное согласие полученных результатов с результатами Мюнча [1].

## THE EFFECT OF ELECTRON SCATTERING ON THE PROFILES OF EMISSION AND ABSORPTION LINES IN STELLAR ATMOSPHERES

V. G. VEDMICH

The problem of line radiation transfer in an electron slab is considered. The isotropic scattering and redistribution in frequency are assumed, the redistribution function being dependent on module of difference of photon frequency before and after scattering. The expression proposed by D. G. Hummer and D. Mihalas is taken for this function. The emission line profiles are calculated for the uniform distribution of primary sources of radiation in the slab. The absorption line profiles are obtained when the transmission of radiation from stellar photosphere through an electron atmosphere is considered. The calculations are performed for the constant brightness of disk for Eddington's law of darkening.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. G. Munch, *Ap. J.*, 108, 116, 1948.
2. F. Edmonds, *Ap. J.*, 117, 298, 1953; 119, 58, 1954.
3. D. G. Hummer, D. Mihalas, *Ap. J.*, 150, L 57, 1967.
4. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, ГИТТЛ, М., 1956.
5. В. И. Крылов, Приближенное вычисление интегралов, Наука, М., 1967.
6. Y. Sobouti, *Ap. J.*, Suppl. ser., No 72, 1962.



РАСКАЧКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
ИНДУЦИРОВАННЫМ КОМПТОНОВСКИМ РАССЕЯНИЕМ В  
ОКРЕСТНОСТИ ПУЛЬСАРОВ

С. А. КАПЛАН, В. Н. ЦЫТОВИЧ, А. С. ЧИХАЧЕВ

Поступила 5 января 1970

Рассмотрено взаимодействие релятивистских электронов с интенсивным пучком электромагнитного излучения. Показано, что в случае встречных пучков частиц и волн можно получить эффективное повышение частоты вторичного излучения. При взаимодействии излучения с изотропно распределенными электронами раскачка происходит на малых частотах. Сделаны численные оценки для конкретных моделей пульсаров.

Принято считать, что в окрестности пульсара имеется сильное направленное (дилутированное) электромагнитное излучение и достаточно большое количество ультрарелятивистских электронов. Очевидно, что в этих условиях роль индуцированного комптоновского рассеяния в балансе всех происходящих здесь процессов должна быть велика. В настоящей заметке обсуждаются некоторые следствия этого эффекта и даются удобные расчетные формулы.

Предположим, что в некоторой области вблизи пульсара пересекаются два „пучка“. Один пучок состоит из релятивистских электронов со средней энергией  $\varepsilon_* \gg mc^2$  и углом разброса направлений скоростей  $\vartheta_* \ll 1$ . Полная концентрация электронов пучка в единице объема  $n = \int f(\varepsilon) d\varepsilon$ , где  $f(\varepsilon)$  — функция распределения по энергиям. Предположим далее, что второй пучок, направленный под углом  $\alpha \gg \vartheta_*$  к первому, состоит из электромагнитных квантов со средней частотой  $\omega_*$  и относительно небольшим разбросом направлений волновых векторов  $\Delta\alpha \ll \alpha$  (но может быть  $\Delta\alpha \gg \vartheta_*$ ). Полная интенсивность излучения  $I = \int I_{\omega_1}(\omega_1) d\omega_1$ , где  $I_{\omega_1}(\omega_1)$  — спектральная интенсивность.

Индукцированное комptonовское рассеяние в области пересечения пучков генерирует вторичное излучение на частотах  $\omega$ , направленное преимущественно вдоль пучка быстрых частиц. Из законов сохранения энергии и импульса определяем частоту вторичного излучения:

$$\omega = \omega_1 \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \alpha}{1 - \frac{v}{c} \cos \beta} \simeq \omega_1 \frac{2(1 - \cos \alpha)}{\left(\frac{mc^2}{\varepsilon}\right)^2 + \vartheta_*^2} \quad (1)$$

Инкремент раскочки (коэффициент усиления за единицу времени) вторичного излучения на частоте  $\omega$  вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \gamma(\omega) &= \frac{2e^4(1 - \cos \alpha)^2}{m^2 c} \int \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \int \delta(\omega - \omega_1) I_{\omega_1}(\omega_1) \frac{d\omega_1}{d\omega_1^2} \left(\frac{mc^2}{\varepsilon}\right)^2 = \\ &= \frac{2e^4(1 - \cos \alpha)^2}{m^2 c \omega^2} \int \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} I_{\omega_1} \left( \omega \frac{\left(\frac{mc^2}{\varepsilon}\right)^2 + \vartheta_*^2}{2(1 - \cos \alpha)} \right) d\varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{mc^2}\right)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

При заданных выражениях для  $I_{\omega_1}$  и  $f(\varepsilon)$  интегралы могут быть вычислены. Для примера приведем конкретные выражения для строго встречных пучков ( $\alpha = \pi$  — здесь эффект увеличения частоты максимален) в случае идеальной коллимации пучка электронов  $\vartheta_* \rightarrow 0$ , используя следующую аппроксимацию:

$$I_{\omega_1} = \frac{I}{\omega_*} \begin{cases} \left(\frac{\omega_1}{\omega_*}\right)^{\nu'} & \omega_1 < \omega_* \\ \left(\frac{\omega_*}{\omega_1}\right)^{\nu} & \omega_1 > \omega_* \end{cases}; \quad f(\varepsilon) = \frac{n}{\varepsilon_*} \begin{cases} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_*}\right)^2 & \varepsilon < \varepsilon_* \\ \left(\frac{\varepsilon_*}{\varepsilon}\right)^{\gamma} & \varepsilon > \varepsilon_* \end{cases}, \quad (3)$$

где  $\nu$ ,  $\nu'$  и  $\gamma$  — некоторые численные константы. Для такого выбора есть некоторые основания [1]. Тогда, подставляя (3) в (2), получаем для меньших частот:

$$\gamma \left( \omega < \omega_* \left(\frac{2\varepsilon_*}{mc^2}\right)^2 \right) = \frac{8(\nu + \nu')}{(\nu + 2)(\nu' - 2)} \frac{e^4 c^3 n I}{\omega_*^3 \varepsilon_*^3} \quad (4)$$

Существенно, что здесь инкремент не зависит от частоты вторичного излучения. Это, правда, следствие выбора „2“ как показателя степени функции распределения по энергиям при  $\varepsilon < \varepsilon_*$ . Если здесь принять

$$f(\varepsilon) \sim \varepsilon^{\gamma'}, \quad \text{то } \gamma(\omega) \sim \omega^{\frac{\gamma' - 2}{2}}$$

Для более высоких частот:

$$\gamma \left( \omega > \omega_* \left( \frac{2\varepsilon_*}{mc^2} \right)^2 \right) = \left( \frac{1}{\gamma+2} + \frac{\gamma}{2\gamma-\gamma-2} \right) \times \quad (5)$$

$$\times \frac{8e^4 c^3 \varepsilon_* n I}{(mc^2)^4 \omega_* \omega^2} \left( \frac{2\varepsilon_*}{mc^2} \sqrt{\frac{\omega_*}{\omega}} \right)^2.$$

Здесь инкремент очень быстро, как  $\omega^{-(1+2)}$ , спадает с ростом частоты. Более того, при  $\gamma < \frac{\gamma+2}{2}$  круглая скобка становится отрицательной, и вместо усиления на этих частотах мы получаем обычное поглощение при комптоновском рассеянии. Таким образом, в данной постановке задачи имеет место усиление электромагнитного поля излучения на частотах в интервале:  $\omega_* < \omega < \omega_* \left( \frac{2\varepsilon_*}{mc^2} \right)^2$  и практическое отсутствие раскачки или даже поглощение вне этого интервала частот.

Формулы (4) и (5) можно применять и при большем разнообразии условий. В частности, если  $\alpha \neq \pi$  (но по-прежнему  $\alpha \gg \vartheta_*$ ), то верхняя предельная частота  $\omega_* \left[ (1 - \cos \alpha) \frac{\varepsilon_*}{mc^2} \right]^2$  и в (4) и (5) появляется дополнительный множитель  $\left( \frac{1 - \cos \alpha}{2} \right)^2$ . Практически подобные же формулы имеют место и если  $\vartheta_*$  не очень мало. В частности, если  $\vartheta_* > \frac{mc^2}{\varepsilon_*}$ , то интервал усиливаемых частот:

$$\omega_* < \omega < \omega_* \frac{2(1 - \cos \alpha)}{\left( \frac{mc^2}{\varepsilon_*} \right)^2 + \vartheta_*^2} \approx \omega_* \frac{2(1 - \cos \alpha)}{\vartheta_*^2}. \quad (6)$$

В этом случае для инкремента имеем (опуская несущественные численные множители порядка единицы):

$$\gamma(\omega) = \frac{e^4 c^3 n I}{\omega_*^3 \varepsilon_*^2} \left[ 1 + \left( \frac{\vartheta_* \varepsilon_*}{mc^2} \right)^2 \right] \approx \frac{e^4 c^3 n I \vartheta_*^2}{(mc^2)^3 \varepsilon_* \omega_*^3}. \quad (7)$$

Как мы увидим ниже, условие  $\varepsilon_* \vartheta_* \gg mc^2$ , при котором справедливо второе выражение (7), более благоприятно для интерпретации явлений в пульсарах.

В случае, когда первичное излучение попадает в область с изотропно распределенными релятивистскими электронами, картина оказывается иной. Для расчета этого случая в (2) следует провести интегрирование по углам  $\vartheta$  и  $\alpha$  так, чтобы угол между лучом зрения и направлением потока первичного излучения (обозначим его через  $\varphi$ ) оставался бы заданным. Кроме того, здесь следует заменить  $\frac{\partial f}{\partial \varepsilon}$  на

$\varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \frac{f(\varepsilon)}{\varepsilon^2} \right)$ . Подробности вычислений мы не приводим, заметим лишь следующее. Величина  $\gamma(\omega)$  состоит из двух частей, из которых одна — всегда положительная, соответствует раскачке электромагнитных волн на частотах  $\omega_1 = \frac{\omega_1}{2(1 - \cos \varphi)} \left( \frac{mc^2}{\varepsilon} \right)^2$ , а вторая часть, всегда отрицательная, соответствует поглощению высокочастотных волн с частотами  $\omega_1 2(1 - \cos \varphi) \frac{\varepsilon^4}{m^4 c^8}$ . Для инкремента низкочастотной раскачки имеем

$$\gamma(\omega, \varphi) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{e^4 c^3}{(1 - \cos \varphi) \omega^2} \int_0^\infty I_{\omega_1} \left( 2\omega(1 - \cos \varphi) \left( \frac{\varepsilon}{mc^2} \right)^2 \right) f(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{\varepsilon^3}. \quad (8)$$

Такое „обращение эффекта“, т. е. раскачку с уменьшением частоты легко понять. В первом случае (рассеяние на пучке электронов) энергия вторичного поля излучения берется от пучка быстрых частиц, которые обеспечивают инверсность заселенностей уровней излучения в силу своей анизотропии. Во втором случае, при изотропном распределении частиц, инверсность обеспечивается пучком первичного излучения и энергия вторичного излучения берется от квантов первичного излучения. Следовательно энергия вторичных квантов должна быть меньше энергии первичных. Правда, само рассеяние создает некоторую анизотропию распределения частиц, но оно невелико и быстро опять исчезает за счет неустойчивости.

С приведенной выше аппроксимацией для функций  $f(\varepsilon)$  и  $I_{\omega_1}$  получим, что при рассеянии первичного излучения на изотропно распределенных релятивистских электронах генерируется вторичное излучение на частотах:

$$\omega_* \gg \omega \gtrsim \frac{\omega_*}{2(1 - \cos \varphi)} \left( \frac{mc^2}{\varepsilon} \right)^2 \quad (9)$$

с инкрементом:

$$\gamma(\omega, \varphi) \simeq (1 - \cos \varphi) \frac{e^4 c^3 n I}{(mc^2)^2 \varepsilon_* \omega_*^3}. \quad (10)$$

Формула (10) аналогична (7) при  $\vartheta_* \simeq \varphi$ . С уменьшением  $\varphi$  увеличивается возможный интервал частот вторичного излучения, но инкремент при этом стремится к нулю.

Теперь посмотрим, что дают численные оценки для конкретных моделей пульсаров. В некоторых моделях считается, что с поверхности пульсара выбрасывается поток релятивистских частиц, направляемых магнитным полем и поворачиваемых им же при вращении пульсара. Угловой раствор такого пучка порядка отношения длительности импульса  $\Delta t$  к периоду их повторения  $T$ . В соответствии с наблюдательными данными  $\vartheta_* \simeq \Delta t/T \simeq 1/30$ .

Поток энергии быстрых частиц  $n \varepsilon_* c a^2$  (где  $a$  — поперечный размер потока) должен быть не меньше потока энергии радиоизлучения  $I_{\text{рав}} \simeq 10^{32}$  эрг/сек. Отсюда при  $a \simeq 10^7$  см имеем:  $n \varepsilon_* \simeq 3 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>. Концентрация электронов в области генерации радиоизлучения вероятно не больше  $10^8$  см<sup>-3</sup>, иначе оно не может выйти из среды. Примем  $n \simeq 10^8$  см<sup>-3</sup> и  $\varepsilon \simeq 0.3 \cdot \text{эрг} \simeq 3 \cdot 10^5$  тс<sup>2</sup>. Следовательно здесь справедлив случай (6) и второй формулы (7).

Чтобы раскачать вторичное излучение на частотах наблюдаемого радиодиапазона  $10^7 + 10^{10}$  сек<sup>-1</sup> при  $\vartheta_* \simeq 1/30$  необходима, согласно (6), частота первичного излучения  $\omega_* \simeq 10^7$  сек. Может ли пульсар излучать такие волны? Возможность излучения очень длинных волн вращением или вообще движением магнитного поля на поверхности пульсара уже обсуждалась [2, 3]. Правда, при этом получались очень низкие частоты  $\omega_* \simeq 10 + 200$  сек<sup>-1</sup> [2] или  $\omega_* \simeq 10^5$  сек<sup>-1</sup> [3]. Возможно, конечно, что на поверхности пульсара происходят и более резкие изменения поля с частотой  $\omega_* \simeq 10^7$  сек<sup>-1</sup>. По крайней мере сделаем такое предположение. Интенсивность такого излучения может быть и велика, но дать какую-либо оценку, исходя из моделей пульсаров, сейчас нельзя. Поэтому лучше поступим таким образом.

Инкремент раскачки должен быть не меньше  $10^7$  сек, т. е. величины порядка обратной длительности импульса пульсара. Используя приведенные выше значения, получаем из (7) необходимую для этого интенсивность первичного длинноволнового излучения:  $I \simeq 2 \cdot 10^{10}$  эрг/см<sup>2</sup> сек, что соответствует длинноволновой светимости:  $\sim 10^{27} - 10^{28}$  эрг/сек. По-видимому, это возможно. Заметим, что можно предположить и многоступенчатый процесс индуцированного комптоновского рассеяния с неоднократным повышением частоты.

Приведенные выше формулы позволяют рассмотреть разные случаи повышения частоты при раскачке из-за индуцированного компто-

новского рассеяния. Можно, например, „превратить“ радиоизлучение пульсара в инфракрасное излучение. Однако получить здесь заметный эффект в оптической, а тем более рентгеновской области спектра вряд ли удастся, так как инкремент быстро уменьшается с увеличением частоты первичного излучения.

Таким образом повысить частоту излучения в окрестности пульсара при помощи обратного эффекта Комптона трудно. С другой стороны, понижение частоты более вероятно.

Можно предположить следующую схему: оптическое (или близкое инфракрасное) излучение пульсара, рассеиваясь на изотропно распределенных релятивистских электронах и понижая при этом свою частоту, раскачивает электромагнитное излучение на радиочастотах. В самом деле, воспользуемся для оценок формулами (9) и (10). Полагая, что максимум излучения пульсара падает на инфракрасную частоту  $\omega_* \approx 10^{14} \text{ сек}^{-1}$  и что средняя энергия релятивистских электронов в его окрестности порядка  $\epsilon_* \approx 10^3 \text{ мс} \approx 10^{-3} \text{ эр}$ , а также принимая для концентрации релятивистских электронов  $n \approx 10^8 \text{ см}^{-3}$  и для полной интенсивности излучения в инфракрасном и оптическом диапазонах  $I \approx 10^{29} \text{ эр/см}^2 \text{ сек}$ , находим по этим формулам, что излучение на частотах  $\omega \approx 10^8 \text{ сек}^{-1}$  раскачивается с инкрементом  $\gamma \approx 10^2 \text{ сек}^{-1}$ , что как раз и соответствует длительности импульса пульсара.

Научно-исследовательский радиофизический ин-т

Физический ин-т АН СССР

Московский инженерно-физический ин-т

## ENHANCEMENT OF ELECTROMAGNETIC RADIATION INDUCED BY COMPTON SCATTERING IN THE VICINITY OF PULSARS

S. A. KAPLAN, V. N. TSYTOVICH, A. S. CHIKHACHOV

The induced enhancement of high-frequency electromagnetic radiation is possible when diluted low-frequency waves have been scattered by the beam of relativistic electrons. The energy of electromagnetic radiation have been taken from the relativistic electrons so it is the most effective mechanism of conversion of kinetic energy into radiation.

But in the vicinity of pulsars another type of compton scattering with reducing of frequency may explain its radioemission. The conversion of optical and infrared radiation of pulsars into radiowave range by compton scattering on relativistic electrons with isotropic distribution may give the maser effect with increment of  $10^2 \text{ сек}^{-1}$ .

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. Н. Цытович, А. С. Чихачев, *Астрон. ж.*, 46, 486, 1969.
2. T. Gunn, T. Ostriker, *Nature*, 221, 454, 1969.
3. С. А. Каплин, В. Я. Эйдман, *Письма ЖЭТФ*, 10, 320, 1969.



ИЗЛУЧЕНИЕ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЛН  
ВРАЩАЮЩИМИСЯ МАГНИТНЫМИ ЗВЕЗДАМИ  
И ПЛАНЕТАМИ

В. П. ДОКУЧАЕВ

Поступила 1 сентября 1969

Рассмотрено излучение альфеновских волн и магнитного звука наклонными магнитными ротаторами — магнитными звездами и планетами, у которых оси вращения не совпадают с магнитной осью. Определен характер возмущений в магнитоактивной плазме, окружающей эти источники. Получены выражения для интенсивности излучения альфеновских и магнитозвуковых волн. Показано, что вследствие излучения альфеновских волн магнитные звезды и планеты теряют кинетическую энергию вращения и угловой момент. Даны оценки эффективности этого механизма потерь применительно к некоторым звездам и планетам.

Большинство космических объектов, таких как галактики, звезды и планеты, имеют собственные магнитные поля, величины которых меняются в весьма широких пределах. Окружающее эти объекты соответственно межгалактическое, межзвездное и межпланетное пространство представляет собой магнитоактивную плазму. Здесь будет рассмотрен один из видов магнитогидродинамического взаимодействия вращающихся магнитных звезд и планет с окружающей средой.

В этой связи особенно большой интерес представляют магнитные звезды, к которым относится целый ряд пекулярных звезд, входящих в спектральные классы от В8 до F0. Наблюдаемая напряженность магнитного поля в атмосферах этих звезд имеет величину  $H_0 = 10^2 - 10^4$  э. Подробные сведения о магнитных звездах приведены в работах [1, 2]. Все наблюдаемые магнитные звезды являются переменными и около 25% из них имеют определенный период. Эти периоды лежат обычно в пределах от 0.1 суток до 200 суток. Наиболее часто наблюдаются периоды  $T = 1 - 10$  суток. Для объяснения периодичности в изменении магнитного поля предложены три различных механизма. Наиболее все-

стороннее обсуждение получило представление о магнитных звездах как наклонных магнитных ротаторах [1—4]. В этой модели предполагается, что ось симметрии магнитного поля звезды не совпадает с осью вращения. Если луч, соединяющий наблюдателя с центром такой звезды, образует угол с осью вращения, то наблюдатель будет регистрировать изменение проекции магнитного поля на направление луча с периодом вращения звезды.

Второй механизм предполагает наличие у магнитных звезд некоторого цикла магнитной активности с периодом порядка нескольких суток, аналогично 22-летнему солнечному циклу. В основе этого механизма лежит представление о том, что общее полоидальное магнитное поле звезды меняется во времени с указанными периодами. Этот механизм тесно связан с общей теорией звездных пульсаций и сравнительно мало исследован в количественном отношении [1—4].

Третий механизм основан на предположении, что все переменные магнитные звезды с периодами в несколько суток являются близкими двойными звездами [2]. Магнитогидродинамические приливы в системе двойной звезды при условии асинхронности периодов собственного вращения звезд с периодом взаимного их обращения, по мнению Ренсона, в состоянии объяснить некоторые свойства периодических магнитных звезд. Естественно, что в системе близких двойных звезд магнитное поле будет иметь сложную структуру и, в частности, может оказаться квадрупольным. Вполне очевидно также, что в системе близких двойных звезд имеются благоприятные условия для действия механизма наклонного магнитного ротатора.

В качестве хорошо известных примеров наклонных магнитных ротаторов служат Солнце, Юпитер и Земля. По-видимому, большинство звезд и некоторые их планеты имеют собственные магнитные поля с напряженностью у магнитных полюсов, превосходящей напряженность магнитного поля в окружающем их пространстве. Однако эти поля большинства звезд и планет сравнительно слабые или отсутствуют необходимые условия для их измерений [2].

Как было указано, периоды магнитных звезд обычно лежат в пределах от 0.1 до 100 суток, что соответствует угловым частотам  $\omega_0 = 10^{-3} - 10^{-6} \text{ сек}^{-1}$ . Гирочастота ионов в межзвездной среде с магнитным полем  $H = 10^{-5} \text{ э.}$  имеет величину  $\omega_i \approx 0.1 \text{ сек}^{-1}$ . Таким образом, переменные магнитные поля звезд имеют частоты, удовлетворяющие условию  $\omega_0 \ll \omega_i$  и, следовательно, взаимодействие звезд с межзвездной средой носит магнитогидродинамический характер [5, 6].

В связи с вышеизложенным в разделе 1 будет рассмотрен вопрос о генерации магнитогидродинамических волн наклонным магнитным ро-

татором. На основании полученных выражений в разделе 2 даны оценки интенсивности излучения альфвеновских волн звездами и планетами и обсуждается вопрос о потерях ими кинетической энергии вращения и углового момента. Определяется также характерное время замедления вращения.

1. *Излучение волн наклонным магнитным ротором.* На рис. 1а схематически изображен наклонный магнитный ротор, дипольный момент которого образует угол  $\alpha$  с осью вращения  $Oz$ .  $\vec{M}$  — магнитный момент диполя,  $M_r$  — его проекция на плоскость, перпендикулярную оси вращения. Вектор  $M_r$  вращается относительно  $Oz$  с угловой скоростью  $\omega_0$ . На рис. 1б изображен контур с электрическим током  $I$ , вращающийся как целое с частотой  $\omega_0$  относительно  $z$ -оси. Очевидно, что магнитный момент этого контура эквивалентен переменной компоненте магнитного момента ротора, представленного на рис. 1а.

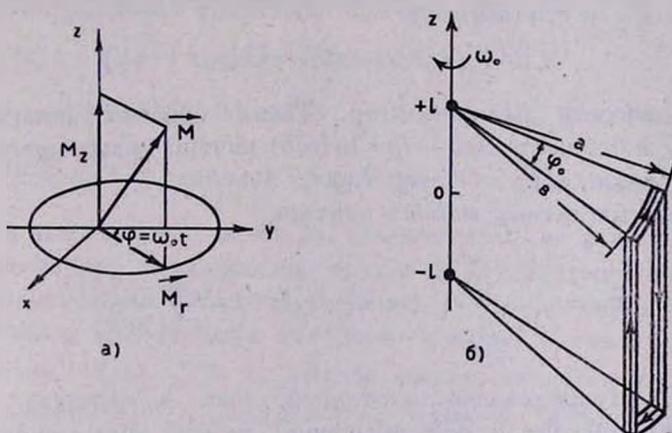


Рис. 1.

Токонесущий замкнутый контур на рис. 1б выбран в таком виде с тем, чтобы упростить расчеты. Верхняя и нижняя поверхности контура, по которым течет азимутальный ток, ограничены секторами с углом при вершине  $\varphi_0$  и с радиусами  $a$  и  $b$ . Контур, как целое, вращается относительно оси  $z$  с угловой скоростью  $\omega_0$ . Распределение плотности тока  $\vec{j}$  по сторонам контура зададим в цилиндрической системе координат  $r, z, \varphi$  в следующем виде:

$$j_{\varphi} = \frac{I}{\ln(a/b)} \frac{\Pi(a-r) - \Pi(b-r)}{r} [\delta(z+l) - \delta(z-l)] \times \\ \times [\Pi(\omega_0 t + \varphi_0 - \varphi) - \Pi(\omega_0 t - \varphi)], \quad (1)$$

$$j_z = \frac{I}{\ln(a/b)} \frac{\Pi(a-r) - \Pi(b-r)}{r^2} \Pi(l^2 - z^2) \times \\ \times [\delta(\omega_0 t + \varphi_0 - \varphi) - \delta(\omega_0 t - \varphi)]. \quad (2)$$

Здесь использованы обобщенные функции Дирака ( $\delta$ -функция) и Хевисайда ( $\Pi$ -функции) [7]

$$\Pi[f(x)] = \begin{cases} 1 & \text{при } f(x) > 0, \\ 0 & \text{при } f(x) < 0, \end{cases} \quad \frac{d\Pi(x)}{dx} = \delta(x).$$

Легко убедиться, что полный ток через каждое сечение контура равен  $I$ ,  $\text{div } \vec{j} = 0$  и  $\vec{j} = c \text{ rot } \vec{m}$ , где  $c$  — скорость света. Намагниченность единицы объема контура

$$\vec{m} = \frac{I \vec{e}}{c \ln(a/b)} \frac{\Pi(a-r) - \Pi(b-r)}{r} \Pi(l^2 - z^2) \times \\ \times [\Pi(\omega_0 t + \varphi_0 - \varphi) - \Pi(\omega_0 t - \varphi)], \quad (3)$$

где  $\vec{e}$  — единичный радиус-вектор. Таким образом намагниченность имеет одну компоненту  $m_r = I/cr \ln(a/b)$  внутри вращающегося объема  $|z| \leq l, b \leq r \leq a, \omega_0 t \leq \varphi \leq \omega_0 t + \varphi_0$ .

Полный магнитный момент контура

$$M_r = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} r m_r dr dz d\varphi \equiv \frac{2\varphi_0(a-b)I}{c \ln(a/b)}. \quad (4)$$

Радиальное распределение плотности тока в формулах (1) — (2) выбрано нарастающим к оси вращения, то есть при  $r \rightarrow b$ , для упрощения расчетов и соответствует представлению о том, что плотность электрических токов возрастает к центру звезды.

Контур с током взаимодействует с магнитоактивной межзвездной средой и на него действует механическая сила с плотностью  $\vec{f} = c^{-1} [\vec{j} \vec{H}]$ . Вследствие законов механики на среду со стороны контура действуют силы с обратным знаком

$$\vec{f} = \frac{1}{c} [\vec{H} \vec{j}]. \quad (5)$$

Уравнения линейной магнитной газодинамики идеальной сжимаемой среды при наличии внешней силы  $\vec{f}$  имеют вид [8]

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla p + \frac{1}{c} [\text{rot } \vec{h} \vec{H}] + \vec{f} \quad (6)$$

$$p = c_s^2 \rho \quad (7)$$

$$\frac{\partial \vec{h}}{\partial t} = \text{rot} [\vec{v} \vec{H}] \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \text{div } \vec{v} = 0, \quad (9)$$

$$\text{div } \vec{h} = 0, \quad (10)$$

где  $p$ ,  $\rho$ ,  $\vec{v}$  и  $\vec{h}$  — возмущения давления, плотности, скорости и магнитного поля в среде,  $c_s$  — скорость звука,  $\rho_0$  — невозмущенная плотность среды. Дисперсионное уравнение системы (6) — (10) для возмущений вида  $\exp i[\omega_n t - (\vec{k} \vec{r})]$  хорошо известно [8]

$$(\omega^2 - c_A^2 k^2 \cos^2 \theta) [\omega^4 - \omega^2 k^2 (c_A^2 + c_s^2) + k^4 c_A^2 c_s^2 \cos^2 \theta] = 0, \quad (11)$$

где  $c_A = H/(4\pi\rho_0)^{1/2}$  — скорости Альфвена,  $\theta$  — угол между волновым вектором  $\vec{k}$  и магнитным полем  $\vec{H}$ . Полное решение задачи о магнито-гидродинамических возмущениях среды даже простыми монохроматическими излучателями удастся получить только в двух предельных случаях — это в приближении холодной плазмы, когда  $c_A \gg c_s$  и для горячей плазмы  $c_s \gg c_A$  [6, 9]. Здесь рассматривается только случай холодной плазмы  $c_A > c_s$ , который, по-видимому, может реализоваться в облаках межзвездной среды [10] или при наличии бессилового магнитного поля [11]\*.

При условии  $c_A > c_s$  из уравнения [11] находим фазовые скорости трех нормальных волн в среде

$$v_A = \frac{\omega}{k} \approx c_A \cos \theta, \quad v_+ \approx c_A, \quad v_- \approx c_s \cos \theta,$$

\* Случай  $c_s \gg c_A$  реализуется в лабораторных условиях при исследовании МГД — возмущений в замагниченных жидких металлах — ртути, жидкий натрий. Задача об излучении волн при этом условии рассмотрена в работе [12].

где  $v_A$  — скорость альфвеновской волны,  $v_+$  — скорость быстрой магнитозвуковой волны (магнитный звук),  $v_-$  — скорость медленной волны. Детальный анализ показал, что при  $c_A \gg c_s$  можно пренебречь излучением медленной волны. Таким образом ниже рассматривается вопрос об излучении альфвеновских волн и магнитного звука вращающимся контуром с электрическим током в виде (1) — (2).

Выберем направление внешнего поля  $\vec{H}$  вдоль оси  $z$ . При этом в соответствии с (1), (2) и (5) плотность внешней силы  $\vec{f}$  имеет только одну компоненту  $f_r = -Hj_z/c$ . Для холодной плазмы при  $c_A > c_s$  удобно представить вектор смещения  $\vec{\xi}_\perp$  частиц среды в плоскости, перпендикулярной полю  $\vec{H}$  в виде

$$\vec{\xi}_\perp = \text{rot } \psi \vec{e}_z + \nabla_\perp \Phi, \quad (12)$$

где  $\vec{e}_z$  — единичный вектор оси  $z$ ,  $\Phi$  — потенциальная функция,  $\psi$  — компонента вектор-потенциала. В рассматриваемом случае  $f_z = 0$  и  $\xi_z = 0$ . Из системы (6) — (10) находим следующие уравнения для функций  $\psi$  и  $\Phi$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_A^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Delta_\perp \psi = \frac{1}{\rho_0} \text{rot}_z \vec{f}_\perp, \quad (13)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_A^2 \Delta \right) \Delta_\perp \Phi = \frac{1}{\rho_0} \text{div}_\perp \vec{f}, \quad (14)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Из уравнений (13) — (14) видно, что функция  $\psi$  описывает альфвеновские возмущения с фазовой скоростью  $v_A$ , а потенциал  $\Phi$  — магнитный звук с фазовой скоростью  $v_+$ . Если получено решение (13) — (14), то, зная смещение  $\vec{\xi}$  (12), находим

$$\vec{v} = \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t}, \quad \vec{h} = \text{rot} [\vec{\xi} \vec{H}], \quad p = -\rho_0 \text{div } \vec{\xi}. \quad (15)$$

Чтобы иметь представление о характере возмущений в среде, достаточно рассмотреть возмущения, создаваемые элементарным вращающимся магнитным диполем.

Для этого в формулах (1) — (2) совершим предельные переходы  $a - b = d \rightarrow 0$ ,  $l \rightarrow 0$ ,  $\varphi_0 \rightarrow 0$ . В результате из (1) — (2), (5) получим

$$\begin{aligned} j_{\varphi} &= -\frac{c M \delta(r-a)}{r} \delta'(z) \delta(\varphi - \omega_0 t), \\ j_z &= -\frac{c M \delta(r-a)}{r} \delta(z) \delta'(\varphi - \omega_0 t), \\ f_r &= \frac{H M \delta(r-a)}{r} \delta'(z) \delta(\varphi - \omega_0 t). \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь  $M = (2\varphi_0 a l I/c)$  — момент элементарного магнитного диполя. Функция  $\delta(\varphi - \omega_0 t)$  является периодической и представляется в виде ряда

$$\delta(\varphi - \omega_0 t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp i n (\varphi - \omega_0 t). \quad (17)$$

Сформулированная здесь задача об излучении принадлежит к широкому классу задач линейной теории излучения волн различными видами источников, движущихся по окружности с постоянной скоростью [12—13]. Это обстоятельство избавляет от необходимости приводить промежуточные расчеты при решении уравнений (13) — (14). Приведем окончательный результат решения уравнений (13) — (14) для случая элементарного диполя (16)

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_A \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sin n \left[ \omega_0 \left( t - \frac{|z|}{c_A} \right) - \varphi \right] \equiv \\ &\equiv \psi_A \frac{a \sin \chi}{r \left( 1 - 2 \frac{a}{r} \cos \chi + \frac{a^2}{r^2} \right)} \quad \text{при } r > a, \\ \chi &= \omega_0 \left( t - \frac{|z|}{c_A} \right) - \varphi, \quad \psi_A = \frac{M H}{4\pi \rho_0 c_A^2 a}. \end{aligned} \quad (18)$$

Решение для потенциала  $\Phi$  удастся получить в простой форме только для волновой зоны излучателя

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_0 \operatorname{ctg} \theta \sum_{n=1}^{\infty} J_n'(n \beta_A \sin \theta) \frac{\sin n \gamma}{R}, \\ \Phi &= \frac{M H}{4\pi \rho_0 c_A^2}, \quad \beta_A = \frac{\omega_0 a}{c_A}, \quad \gamma = \omega_0 \left( t - \frac{R}{c_A} \right) - \varphi - \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь использованы сферические координаты  $z = R \cos \theta$ ,  $r = R \sin \theta$ ,  $J_n$  — производная функция Бесселя порядка  $n$ .

Из выражения (18) следует, что функция  $\psi$  состоит из дискретного спектра альфвеновских волн с частотами  $\omega_n = n \omega_0$ . При  $r \gg a$  наибольшую амплитуду имеет первая гармоника  $n = 1$ . Формула (18) указывает, что возмущения  $\psi$  имеют сложную структуру винтовой волны с шагом винта  $2\pi c_A / \omega_0$ . Потенциал  $\Phi$  состоит из дискретного спектра сферических волн магнитного звука с теми же частотами  $\omega_n = n \omega_0$ , но с более сложной диаграммой направленности.

К сожалению, интенсивность излучения альфвеновских волн элементарным магнитным диполем с токами в виде (16) представляется расходящимся интегралом. Вследствие этого для определения полной интенсивности излучения следует воспользоваться исходным распределением токов в контуре конечных размеров (1) — (2)\*.

Интенсивность излучения  $\dot{E}$  в данном случае удобно определить по реакции полей возмущений на электрический ток в контуре [9]

$$\frac{dE}{dt} \equiv \frac{dE_\Lambda}{dt} + \frac{dE_+}{dt} = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} r (\vec{j} \vec{v}) dr dz d\varphi, \quad (20)$$

где  $E_\Lambda$  и  $E_+$  — соответственно энергия излучения волн Альфвена и магнитного звука. После вычислений, вполне аналогичных тем, которые проведены в работах [9, 12], окончательно получим следующие выражения для интенсивностей излучения, усредненных по периоду вращения излучателя:

$$\begin{aligned} \frac{dE_\Lambda}{dt} &= \frac{32 c_A I^2}{c^2 \ln^2(a/b)} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \ln \left( \frac{a}{b} \right) - \frac{1}{n} \left( 1 - \frac{b^n}{a^n} \right) \right] \times \\ &\times \frac{\sin^2 \left( \frac{n \varphi_0}{2} \right) \sin^2 \left( \frac{n \omega_0 l}{c_A} \right)}{n^2} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E_+}{dt d\Omega} &= \frac{8 c_A I^2}{\pi c^2 \ln^2(a/b)} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ J_n \left( \frac{n \omega_0 a}{c_A} \sin \theta \right) - J_n \left( \frac{n \omega_0 b}{c_A} \sin \theta \right) \right]^2 \times \\ &\times \frac{\sin^2 \left( \frac{n \varphi_0}{2} \right) \sin^2 \left( \frac{n \omega_0 l}{c_A} \cos \theta \right)}{n^2 \sin^2 \theta}, \end{aligned} \quad (22)$$

\* Расходящиеся интегралы в теории черенковского излучения магнитогиродинамических волн более подробно обсуждаются в работах [15].

где элемент телесного угла  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\tau$ . Естественно, что при  $\varphi_0 = 2\pi$  излучение вообще отсутствует. Ряды в (21) — (22) дают распределение интенсивности по спектру излучаемых частот. В общем случае просуммировать эти ряды не удастся. Однако при условии  $a \gg b$ ,  $\ln(a/b) > 1$  можно пренебречь вторым и третьим членом в квадратных скобках выражения (21). Упрощенный ряд легко суммируется. В результате для интенсивности излучения волн Альфвена получим

$$\frac{dE_A}{dt} = \begin{cases} \frac{8\pi\omega_0 l^2}{c^2 \ln(a/b)} \text{ при } \pi k \leq \frac{\omega_0 l}{c_A} \leq \pi k + \frac{\varphi_0}{2}, \\ \frac{4\pi\varphi_0 c_A l^2}{c^2 \ln(a/b)} \text{ при } \pi k + \frac{\varphi_0}{2} \leq \frac{\omega_0 l}{c_A} \leq \pi(k+1) - \frac{\varphi_0}{2}, \\ \frac{8\pi c_A l^2}{c^2 \ln(a/b)} \left[ \pi(k+1) - \frac{\omega_0 l}{c_A} \right] \\ \text{при } \pi(k+1) - \frac{\varphi_0}{2} \leq \frac{\omega_0 l}{c_A} \leq \pi(k+1), \end{cases} \quad (23)$$

где  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ . На рис. 2 дана зависимость величины  $(\dot{E}_A/\dot{E}_{\max})$  от параметра  $\zeta = (2\omega_0 l/c_A)'$ , причем  $\dot{E}_{\max} = 4\pi c_A \varphi_0 l^2/c^2 \ln(a/b)$ .  $\dot{E}_A$  обращается в нуль при  $\zeta = 2\pi k$ , то есть когда на вертикальном размере контура укладывается целое число длин альфвеновской волны.

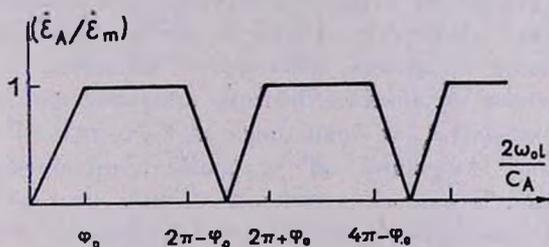


Рис. 2.

Выражение (22) для интенсивности излучения магнитного звука значительно упрощается при  $\zeta \rightarrow 0$ ,  $\varphi_0 \rightarrow 0$ ,  $b \rightarrow 0$  и

$$\frac{d^2 E_+}{dt d\Omega} = \frac{2}{\pi c_A} \left[ \frac{\varphi_0 l \omega_0 l \operatorname{ctg} \theta}{c \ln(a/b)} \right]^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 J_n^2 \left( \frac{n \omega_0 a}{c_A} \sin \theta \right). \quad (24)$$

Пользуясь значением суммы ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 J_n^2(nx) = \frac{x^2(4+x^2)}{16(1-x^2)^{7/2}},$$

из формулы (24) получим

$$\frac{d^2 E_+}{dt d\Omega} = \left[ \frac{\alpha \varphi_0 l \omega_0^2 I}{c c_A \ln(a/b)} \right]^2 \frac{\cos^2 \theta (4 + \beta^2 \sin^2 \theta)}{8\pi c_A (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{7/2}}, \quad (25)$$

где введено магнитозвуковое число Маха  $\beta = \omega_0 a/c_A$ .

Формула (25) дает угловое распределение интенсивности магнитного звука. Выполняя интегрирование по телесному углу  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ , получим выражение для полной интенсивности излучения магнитного звука

$$\frac{dE_+}{dt} = \frac{\omega_0^4 M^2 (2 - \beta^2)}{3 c_A^3 (1 - \beta^2)^3}, \quad M = \frac{\alpha \varphi_0 l I}{c \ln(a/b)}. \quad (26)$$

Укажем, что момент сил реакции излучения  $L_z$ , тормозящий вращение контура с током, просто связан с энергией излучения

$$L_z = \frac{1}{\omega_0} \frac{dE}{dt}. \quad (27)$$

Таким образом, при указанных выше предположениях, задача об излучении воля Альфвена и магнитного звука вращающимся магнитным моментом решена полностью. Ниже будет показано, что это радиационное замедление вращения наклонного магнитного ротора является эффективным механизмом потерь кинетической энергии вращения и углового момента для некоторых звезд и планет.

Сделаем два замечания об условиях применимости полученных здесь результатов. В рамках линейной теории нельзя полностью решить вопрос о границах применимости линейного подхода к задаче о взаимодействии магнитного диполя с магнитоактивной плазмой. Однако можно получить приближенный критерий из условий, использованных при линеаризации исходных уравнений магнитной газодинамики  $\rho \ll \rho_0$  и  $h_z \ll H$ . Эти условия накладывают следующее ограничение

на смещение жидких частиц  $|\text{div } \xi| \ll 1$  (15). Для источников возмущений в виде (1) — (2), (5) влиянием нелинейных эффектов на излучение можно пренебречь при условии

$$\frac{\varphi_0}{\ln(a/b)} \frac{\omega_0^2 l l}{c_A^2 c} < H. \quad (28)$$

Влиянием диссипативных процессов — обычной и магнитной вязкостью — можно пренебречь и считать среду идеальной при условии

$$c_A^2 > \omega_0 \nu, \quad (29)$$

где  $\nu$  — коэффициент обычной или магнитной вязкости [4, 6]. Условия (28) и (29) означают, что влияние нелинейных и диссипативных процессов мало на расстояниях, равных длине альфвеновской волны  $\lambda = 2\pi c_A/\omega_0$ .

## 2. Излучение альфвеновских волн звездами и планетами.

В табл. 1 приведены некоторые данные о периодических переменных магнитных звездах с периодами  $T < 10$  суток. В первом столбце ука-

Таблица 1

№	№ в каталоге [2]	HD	Sp	Период (в сутках)	$H_0$ (в килоэрстедах)	$H_p$ кв
1	10	10783	A 2p	4.16	0.5	1.7
2	15	15144A	A 4p	2.9978	0.7	0.38
3	16	18296	A 0p	1.73	0.04	1.31
4 <sup>+</sup>	30	32633	B 9p	6.43	1.825	4.045
5	45	65339A	A 3p	8.026	0.825	4.585
6 <sup>+</sup>	47	71866	A 0p	6.798	0.145	2.315
7	52	78316	B 8p	6.3932	0.09	0.55
8	56	98088A	A 9p	5.905	0.09	1.09
9	69	112413	A 0p	5.4694	0.1	1.5
10	76	125248	A 1p	9.296	0.21	2.29
11	83	134793	A 3p	~2	0.04	0.49
12	99	153882A	A 3p	6.008	0.69	2.02
13	110	182989	A 3—F 1	0.567	0.205	1.375
14	127	215441	A 0p	9.48	7.8	3.7
15 <sup>+</sup>	135	224801	A 0p	3.74	1.15	1.15

зан порядковый номер звезды, во втором — соответствующий номер в каталоге Леду-Ренсона, где содержатся более подробные сведения об этих звездах [2]. Указаны также номер звезды в известном каталоге HD, спектральный класс Sp, период  $T$  в сутках и даны величины

$$H_0 = \frac{|H_{\max} + H_{\min}|}{2}, \quad H_p = \frac{|H_{\max} - H_{\min}|}{2}, \quad (30)$$

где  $H_{\max}$  и  $H_{\min}$  — соответственно максимальное и минимальное среднее значение величины измеряемого поля звезды.

В первом столбце звездочкой помечены номера магнитных звезд, для которых имеются оценки замедления периодов вращения [2]. Если считать, что измеряемое магнитное поле  $H(t) = H_0 + H_p \cos(2\pi t/T)$ , то ясно, что  $H_0$  отождествляется с постоянным полем звезды, а  $H_p$  дает представление об амплитуде периодической вариации. На рис. 3 указано положение звезд табл. 1 на диаграммах  $H_0 - T$  и  $H_p - T$ . Интересно отметить, что для ряда звезд период слабо зависит от величины  $H_0$ , отождествленной с постоянной составляющей магнитного момента наклонного ротатора (см. рис. 1а)  $M_r \sim \alpha^3 H_0$ , где  $\alpha$  — радиус звезды. С другой стороны из диаграммы  $H_p - T$  видно, что период многих звезд в среднем растет с ростом  $H_p$ .

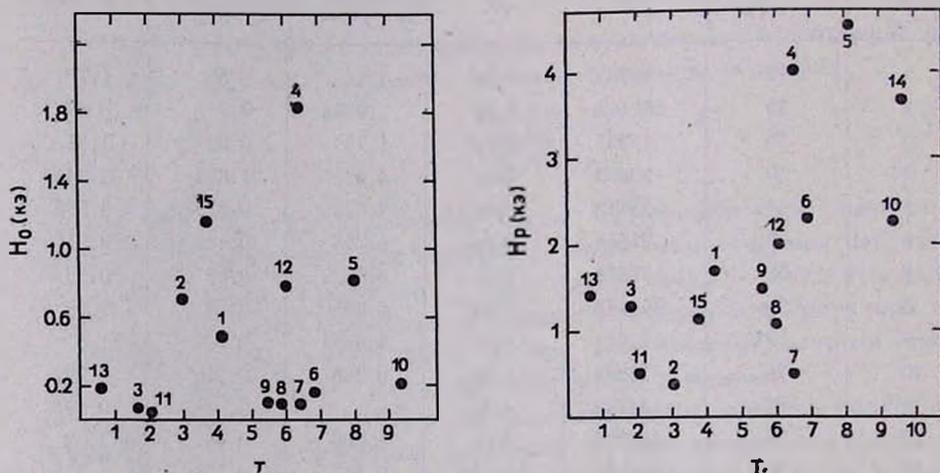


Рис. 3.

В соответствии с моделью наклонного магнитного ротатора будем считать, что наблюдаемые периоды изменения магнитного поля звезды соответствуют их периодам вращения. Величину  $H_p$  естественно связать со средней намагниченностью  $M_r$  единицы объема контура, изображенного на рис. 1б,

$$M_r = \varphi_0 l (\alpha^2 - b^2) H_p, \quad (31)$$

где  $\varphi_0 l(a^2 - b^2)$  — объем пространства, ограниченного контуром рис. 1б, а величина  $M_p$  определяется выражением (4). Таким образом из (4) и (31) получаем соотношение

$$H_p = \frac{2I}{c(a+b) \ln(a/b)} \approx \frac{2I}{ac \ln(a/b)} \quad \text{при } a > b. \quad (32)$$

Магнитные числа Маха  $\beta = (\omega_0 a/c_A)$  и  $(\omega_0 l/c_A)$  в рассмотренных ниже примерах значительно меньше единицы, а величина  $\varphi_0 \sim 1$ . При этом из формул (23) и (26) с учетом (32) получим

$$\frac{dE_A}{dt} \approx 2 \pi \omega_0 a^3 l H_p^2 \ln(a/b), \quad (33)$$

$$\frac{dE_+}{dt} = \frac{\omega_0 a^2 l}{6} H_p^2 \left( \frac{\omega^3 a^2 l}{c_A^3} \right). \quad (34)$$

Из (33) — (34) видно, что при малых магнитных числах Маха интенсивность излучения альфвеновских волн превосходит интенсивность излучения магнитного звука  $(\dot{E}_+/\dot{E}_A) \sim \beta^3$ . Условие применимости линейного описания взаимодействия звезды с межзвездным газом (28) с учетом (32) имеет вид

$$\varphi_0 \ln(a/b) \beta^2 H_p < H. \quad (35)$$

Для оценок положим  $L \simeq a$ ,  $\ln(a/b) \simeq 1$ ,  $\varphi_0 = 1$ . Будем считать, что в межзвездном пространстве  $H = 10^{-5}$  э,  $\rho_0 = 10^{-25}$  г/см<sup>3</sup> и  $c_A = 100$  км/сек. Если скорость звука  $c_s = 1 - 10$  км/сек, то выполняется условие  $c_A \gg c_s$ , то есть межзвездную среду можно считать холодной магнитоактивной плазмой [4, 10]. Для типичной магнитной звезды  $T = 5$  суткам,  $\omega_0 \approx 10^{-5}$  сек<sup>-1</sup>,  $a = 10^{10}$  см,  $H_0 = 10^3 + 10^4$  э.  $H_p = 10 + 10^3$  э. Магнитное число Маха  $\beta = a \omega_0 / c_A \approx 10^{-2}$  и условие применимости линейной теории излучения магнитогиродинамических волн (35) не выполняется, если  $H_p \geq 0.1$  э. Условие (29) выполняется для звезд, находящихся в облаках H II [4].

Однако для звезд типа Солнца, когда  $H_0 \simeq 1$  э,  $H_p \simeq 0,1$  э,  $\omega_0 \simeq 3 \cdot 10^{-6}$  сек<sup>-1</sup>,  $a = 7 \cdot 10^{10}$  см приближенное условие (35) выполняется и, пользуясь формулой (33), находим  $\dot{E}_A \simeq 6 \cdot 10^{25}$  эрг/сек. Эта величина значительно меньше интенсивности излучения Солнца в оп-

тическом диапазоне частот  $\dot{E}_\odot \simeq 3.9 \cdot 10^{33}$  эрг/сек. Вследствие излучения альфвеновских волн характерное время существенных потерь углового момента и кинетической энергии вращения Солнца  $\tau \sim E_k / \dot{E}_A$  при  $E_k = 1.9 \cdot 10^{42}$  эрг/сек будет следующим:  $\tau \sim 1.5 \cdot 10^8$  лет. Эта величина сравнима с возрастом Солнца.

Представляет собой интерес рассмотрение потери углового момента и кинетической энергии вращения на первых стадиях эволюции замагниченной глобулы, конденсирующейся в протозвезду [10, 16]. В качестве основных параметров глобулы примем  $\omega_0 = 0.04$  км/сек · пс,  $a = 1$  пс,  $\rho_r = 10^{-21}$  г/см<sup>3</sup>,  $H_0 \simeq H = 10^{-5}$  э. Угол наклона магнитной оси глобулы к оси вращения будем считать очень малым — порядка сотых долей градуса, то есть  $H_p \simeq 10^{-7}$  э. По-прежнему,  $l \simeq a$ ,  $\varphi_0 \sim 1$ ,  $\ln(a/b) \sim 1$ . Скорость Альфвена  $c_A = 10 \div 100$  км/сек и, следовательно  $\beta \ll 1$ , что обеспечивает выполнение условия (35). Пользуясь формулой (33), получим  $\dot{E}_A = 10^{24}$  эрг/сек, а характерное время потери углового момента вращения  $\tau \sim E_k / \dot{E}_A \simeq 2 \cdot 10^7$  лет. Эта величина одного порядка со временем конденсации глобулы в протозвезду  $\tau_c \simeq 10^8 + 10^7$  лет [16]. Таким образом магнитогидродинамическое взаимодействие звезды с окружающим газом и связанные с этим взаимодействием, потери углового момента становятся существенными на ранних стадиях формирования протозвезды.

Линейная теория хорошо описывает также взаимодействие магнитных звезд с межзвездным газом в дальней зоне звезды. Нелинейные явления турбулентности, конвекции и корпускулярных звездных ветров (типа солнечного ветра) существенны внутри сферы Кеплера с радиусом  $R_c = (GM/\omega_0^2)^{1/2}$ , где  $G$  — гравитационная постоянная,  $M$  — масса звезды,  $\omega_0$  — угловая скорость вращения [10]. Для звезды с параметрами  $M = 5M_\odot$ ,  $\omega_0 = 10^{1-5}$  сек<sup>-1</sup>, получим  $R_c \sim 2 \cdot 10^{12}$  см. Вне сферы Кеплера возмущения в межзвездной среде малы и выполняется условие линейного приближения (35). Магнитное поле в ближней зоне звезды уменьшается приблизительно по закону  $H = H_0 (R_0/R)^2$ , где  $H_0$  — поле на поверхности звезды радиуса  $R_0$ . На поверхности сферы Кеплера при  $H_0 = 10^3$  э,  $R_0 = 10^{10}$  см,  $R = R_c = 2 \cdot 10^{12}$  см имеем  $H_p = 0.1$  э. Средняя угловая скорость этой сферы  $\omega_c \simeq \omega_0 (R_0/R_c) = 10^{-7}$  сек<sup>-1</sup>. Магнитное число Маха  $\beta \simeq 10^{-2}$  и условие (35) соблюдается при  $H \simeq 10^{-4}$  э в пространстве, окружающем сферу Кеплера. Из формулы (33) в этом случае получаем  $\dot{E}_A = 3 \cdot 10^{25}$  эрг/сек, а время существен-

ного замедления звезды вместе с зоной Кеплера  $\tau \sim (E_k / \dot{E}_A) = 10^{10}$  лет. Заметим, что, если, не обращая внимания на условие (35) подставить в формулу (33) параметры магнитной звезды  $a = 10^{10}$  см,  $H_p = 10^3$  э,  $\ln(a/b) \simeq 1$ , то получим  $\dot{E}_A = 3 \cdot 10^{31}$  эрг/сек и  $\tau \sim 10^4$  лет\*. Это время замедления вращения звезды согласуется с оценками Ракоши [17] для звезд № № 4, 6, 15 табл. 1, хотя его результаты представляются мало обоснованными [2].

Наконец, рассмотрим магнитное взаимодействие Земли с магнитоактивным межпланетным газом. На орбите Земли будем считать  $H = 3 \cdot 10^{-5}$  э,  $\rho_0 = 10^{-24}$  г/см<sup>3</sup>,  $c_A \simeq 100$  км/сек,  $c_S \simeq 10$  км/сек.

Для Земли  $\omega_0 \simeq 10^{-4}$  сек,  $H_0 \simeq 0.6$  э и  $H_p \simeq 0.3$  э. В качестве размера тонконусообразного контура в жидком ядре Земли примем  $a = 10^8$  см,  $\ln(a/b) \sim 1$ . Следовательно,  $\beta = 10^{-3}$  и условие (35) выполняется. Интенсивность излучения альфвеновских волн Землей как наклонным магнитным ротатором вычисляется по формуле (33)  $\dot{E}_A \simeq 6 \cdot 10^{19}$  эрг/сек. Определим удлинение суток на Земле, обусловленное излучением этих волн. Кинетическая энергия вращения Земли  $E_k = 2\pi^2 J T^{-2}$ , где  $J$  — момент инерции относительно оси вращения,  $T$  — период. С учетом выражения (33) имеем

$$\frac{dT}{dt} = \frac{a^3 T^2 H_p^2}{J} \ln(a/b). \quad (36)$$

Подставляя в (36)  $J = 8.1 \cdot 10^{44}$  г/см<sup>2</sup>,  $\ln(a/b) \sim 1$  и указанные выше значения  $a$ ,  $H_p$  и  $T = 24$  час, получим  $\dot{T} \simeq 8 \cdot 10^{-13}$ . Эта величина согласуется с наблюдаемым значением 0.0016 сек за столетие [18]. Аналогичные оценки для Юпитера при  $H_0 = 10$  э,  $H_p \simeq 1$  э, [19],  $T = 10$  час,  $J \simeq 2J_{Ю}/3$ ,  $a \simeq 10 a_{Ю}$  дают  $\dot{T} \simeq 2 \cdot 10^{-9}$ .

Таким образом модель наклонного магнитного ротатора, взаимодействующего через излучение с магнитоактивной плазмой, позволяет объяснить механизм потерь углового момента и кинетической энергии вращения некоторыми звездами и планетами, имеющими собственное

\* Имеются некоторые основания предполагать, что нелинейное взаимодействие звезды с окружающей средой в ближней зоне увеличивает интенсивность излучения  $\dot{E}_A$  и уменьшает время потерь углового момента звезды  $\tau$ , если условие (35) не выполняется. Этот вопрос требует специального рассмотрения.

магнитное поле. Приведенные оценки не противоречат современным представлениям о физических условиях в межзвездной среде и имеющимся данным наблюдений.

В заключение благодарю В. В. Железнякова, обратившего мое внимание на вопросы излучения волн наклонными магнитными ротаторами, и С. А. Каплана за ряд полезных замечаний.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт  
Горький

## RADIATION OF MAGNETO-HYDRODYNAMIC WAVES BY ROTATING MAGNETIC STARS AND PLANETS

V. P. DOKUCHAEV

Radiation of Alfvén waves and a magnetic sound is considered by the oblique magnetic rotator. The results of the theoretical analysis are applied to the generation of these waves by the magnetic stars and planets. It is shown that the radiational deceleration of rotation of stars and planets exists at all stages of their evolution. The estimations of the radiation intensity of Alfvén waves are given by the periodically variable magnetic stars as well as by the Sun, Earth and Jupiter.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. H. W. Babcock, Ap. J., 128, 228, 1958.
2. P. Ledoux, P. Renson, Ann. Rev. Astronomy and Astrophysics, ed. by L. Goldberg, D. Lazer, J. G. Phillips, 4, 293, 1966.
3. Т. Каулин, Магнитная гидродинамика, ИЛ, М., 1959.
4. С. Б. Пикельнер, Основы космической электродинамики, Физматгиз, М., 1966.
5. В. А. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз-М., 1960.
6. Д. А. Франк-Каменецкий, Лекции по физике плазмы, Атомиздат, М., 1968.
7. Л. Шварц, Математические методы для физических наук, Мир, М., 1965.
8. С. И. Сыроватский, УФН, 62, 247, 1957.
9. А. И. Ахизер, А. Г. Ситенко, ЖЭТФ, 35, 116, 1958.
10. L. Mestel, Vistas in Astronomy, 3, 296, 1960.
11. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, Межзвездная среда, Физматгиз, М., 1963.
12. В. П. Докучаев, Магнитная гидродинамика, 1970 (в печати).
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Физматгиз, М., 1962.
14. В. П. Докучаев, Акустич. ж., 11, 324, 1965; 13, 192, 1967.

15. В. П. Докучаев, ЖЭТФ, 48, 587, 1965; 53, 723, 1967.
16. Х. К. Арп, Дж. Бербидж, Э. М. Бербидж, М. Шварцшильд, Происхождение и эволюция звезд, ИЛ, М., 1962.
17. К. Д. Rakos, Lowell Obs. Bull., 6, 91, 1963.
18. К. У. Аллен, Астрофизические величины, ИЛ, М., 1960.
19. В. В. Железняков, Радиоизлучение Солнца и планет, Наука, М., 1964.



## ГЕНЕРАЦИЯ ОБЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗВЕЗД КОНВЕКТИВНЫМИ ОБОЛОЧКАМИ С НЕПОЛНОЙ ИОНИЗАЦИЕЙ. II.

Э. М. ДРОБЫШЕВСКИЙ

Поступила 12 мая 1969

Рассматривается генерация общего магнитного поля вращающихся звезд в результате возникновения инерционных ЭДС при кориолисовом ускорении конвективных потоков. При вычислении ЭДС учтено не только газодинамическое взаимодействие конвективных элементов, но и взаимодействие их через вмороженное в вещество мелкомасштабное турбулизованное магнитное поле. Так как последнее воздействует главным образом на электроны, величина ЭДС существенно возрастает. Вычисления произведены для Солнца с учетом влияния кориолисовых сил на параметры газа в пределах конвективных элементов. Изучена зависимость напряженности генерируемого поля от величины турбулизованного магнитного поля  $\bar{H}$ , — варьирование  $\bar{H}$  в допустимых для фотосферы Солнца в пределах от 0 до 300 эрстед вызывает изменение поля на его полюсе в пределах  $-0.5 \cdot 10^{-3} < \Delta H_{\odot} < +1.5 \cdot 10^{-3}$  эрстед.

В предельном случае ускоряющих сил, воздействующих на вещество только через электронную компоненту, получается  $H_{\odot} \approx 0.05$  эрстеда, что также меньше наблюдаемой величины ( $\sim 1$  эрстед).

Обсуждается механизм усиления слабого магнитного поля из-за ориентации отдельных турбулентных элементов вещества, обладающих результирующим магнитным моментом. Вычисления подтверждают возможность такого усиления.

Отмечается возможность в некоторых случаях трактовки рассматриваемого механизма генерации поля кориолисовым и ЭДС как динамо-процесса, отличительной чертой которого является турбулизация магнитного поля и анизотропия проводимости.

В Приложении рассматривается турбулентность проводящей жидкости во внешнем магнитном поле. В предположении, что единственным механизмом усиления магнитного поля является вытягивание силовых трубок с содержащимся в них веществом, получен спектр крупномасштабного магнитного поля. Оценены гравиды применимости этого спектра и спектра Колмогорова-Обухова, описывающего турбулентные движения жидкости.

1. *Магнитное поле и обмен импульсом при конвекции проводящей среды.* В [1] генерация общего магнитного поля вращающихся

звезд инерционными ЭДС была рассмотрена в предположении, что кориолисово ускорение конвективных потоков имеет чисто газодинамическую природу. Однако вычисления полярного магнитного поля Солнца дали величину слишком малую. Следует поэтому обратить внимание на иные возможные способы взаимодействия конвективных элементов между собой и выяснить, в какой мере силы той или иной природы могут быть ответственны за возникновение магнитных полей наблюдаемой интенсивности.

Представляется, что значительную роль в переносе количества движения в интересующих нас условиях должно играть само магнитное поле. Классическим примером служит закон изоротации Ферраро [2], согласно которому при стационарном движении угловая скорость вещества на данной силовой линии постоянна.

В условиях конвекции стационарное состояние, естественно, не достигается, но обмен импульсом через магнитное поле не уменьшается, а усиливается. Во-первых, благодаря вытягиванию силовых линий турбулентными движениями из-за вмерзновенности магнитного поля в вещество происходит усиление напряженности магнитного поля (см. Приложение). Во-вторых, турбулизация магнитного поля сопровождается запутыванием силовых линий, так что появляется взаимодействие через магнитное поле между такими слоями, которым в отсутствие перемешивания ничто не мешало бы вращаться с различными скоростями. И если, как правило, считается, что угловая скорость в звездах в пределах конвективных зон выравнивается вследствие обмена количеством движения при конвекции, то присутствие хаотизированного магнитного поля позволяет принимать это с еще большим основанием [3].

В турбулентной плазме, каким является газ в конвективных зонах вращающихся звезд, взаимодействие отдельных объемов друг с другом через магнитное поле осуществляется двумя способами [2, 4]. В первом сила появляется при относительном смещении двух элементов, пронизанных одной силовой линией, нормально этой линии; благодаря ее деформации возникает касательное напряжение величиной  $H^2/4\pi$ . Именно эти напряжения ответственны за упомянутую „изоротацию“. Во втором случае возникают напряжения, нормальные силовым линиям магнитного поля и поверхности взаимодействия двух элементов, когда наряду с газокинетическим давлением  $p = (n_n + n_i + n_e) k T$  вступает в действие „давление“ магнитного поля  $p_m = H^2/8\pi$ . Если силовые линии в пределах данного объема настолько сильно перепутаны, что не имеют какого-либо преимущественного

направления, то средняя величина давления такого турбулизованного магнитного поля составляет [5]

$$p_m = \frac{1}{3} \frac{\bar{H}^2}{8\pi} \quad (1)$$

Первый способ взаимодействия имеет место независимо от сжимаемости проводящей среды, второй реализуется только в сжимаемой среде.

Чтобы давать сравнимый с газодинамическим взаимодействием вклад в кориолисово ускорение конвективных элементов, магнитное давление во втором из упомянутых случаев должно иметь сравнимую с газокINETическим давлением  $p$  величину. В звездах главной последовательности спектрального класса  $F$  и более холодных, включая Солнце,  $p$  заведомо превосходит магнитное давление всюду, за исключением, может быть, самых внешних слоев конвективных оболочек немногих звезд. Поэтому может показаться, что присутствие турбулизованного магнитного поля не изменит величины кориолисовой ЭДС. Однако из дальнейшего станет ясно, что более существенное значение имеет соотношение между электронным давлением и магнитным, а здесь положение значительно лучше.

Если взаимодействие между поднимающимся и опускающимся конвективными элементами происходит вследствие деформации и растяжения магнитной силовой трубки, которая пронизывает оба объема (первый способ взаимодействия), то из простых геометрических соображений нетрудно видеть, что эти объемы получают азимутальное ускорение, равное кориолисову, при условии

$$\frac{H_1^2}{8\pi} \approx \frac{\rho V_r^2}{2} \quad (2)$$

Здесь  $V_r$  — радиальная компонента конвективной скорости (считается, что  $V_r \gg \Omega h$ , где  $\Omega = \text{const}$  — угловая скорость вращения в конвективной зоне,  $h$  — высота однородной атмосферы, масштаб, характерный для конвекции в звездах). Правая часть (2) представляет собой величину турбулентного давления. Если конвекция дозвуковая, то условие (2) кажется менее жестким, чем требование  $p_m \gtrsim p$ . Однако это не так, ввиду различия величин  $\bar{H}$  и  $H_1$ , входящих в выражения (1) и (2).  $\bar{H}$  — средняя напряженность мелкомасштабного турбулизованного магнитного поля,  $H_1$  — напряженность поля, масштаб которого сравним или превосходит размер отдельного конвективного элемента ( $\sim h$ ). Когда первое образуется в результате вытягивания и запутывания силовых линий второго, то  $\bar{H} > H_1$ , и условие (2) не выполняется.

В дальнейшем пренебрегается существованием силовых линий, которые выходят за пределы данного конвективного элемента и связывают его с окружающей средой, и принимается, что конвективные потоки получают кориолисово ускорение в результате совместного действия градиентов газокинетического давления и давления  $p_m$  вмонированного в вещество мелкомасштабного турбулизованного магнитного поля. При вычислениях величина  $p_m$  будет считаться известной.

2. Кориолисова ЭДС и вызываемый ею электрический ток в присутствии турбулизованного магнитного поля в конвективной зоне. Азимутальная составляющая инерционной ЭДС, возникающей при кориолисовом ускорении частично ионизованной плазмы ( $x \approx 1/2$ , степень ионизации  $x = n_e/(n_i + n_n)$ ,  $n_i = n_e$ ), будет [6]

$$E_{\varphi} = -2\Omega V_r \cos \theta \frac{m_i}{e} \frac{f_{ei}}{x(1+f_{ei}) + (1-x)f_{ni}}. \quad (3)$$

Это выражение получено аналогично формуле (19) в [1], однако в данном случае  $f_{ei} \neq 1$ . Чтобы найти отношение  $f_{ei}$  сил, действующих в среднем на электрон и на ион в направлении ускорения, необходимо рассмотреть механизм взаимодействия магнитного поля с плазмой подробнее.

Хотя в реальных условиях  $\omega_e \tau_e$  может принимать, по-видимому, любые значения, ограничимся далее случаем  $\omega_e \tau_e \ll 1$ , т. е. когда проводимость плазмы можно считать достаточно изотропной. Учет сильной анизотропии в условиях турбулентной конвекции замагниченной плазмы представляется довольно сложным ввиду решающего влияния граничных условий на электропроводность отдельного объема плазмы [2].

Сила, действующая на плазму со стороны магнитного поля [4],

$$\vec{F} = -\frac{1}{8\pi} \nabla H^2 + \frac{1}{4\pi} (\vec{H} \nabla) \vec{H} = \frac{1}{c} [\vec{j} \times \vec{H}], \quad (4)$$

где  $\vec{j}$  — плотность тока, индуцируемого в плазме магнитным полем. Часть его  $\vec{j}_e$  обусловлена движением электронной, а часть  $\vec{j}_i$  — ионной

компонент\*. Если  $\omega_e \tau_e \ll 1$ , то  $\vec{j}_e \parallel \vec{j}_i$ ,  $\vec{F}_e \parallel \vec{F}_i$  и  $\frac{\vec{F}_e}{\vec{F}_i} = \frac{[\vec{j}_e \times \vec{H}]}{[\vec{j}_i \times \vec{H}]} = \sigma_e / \sigma_i$ . От-

\*  $\vec{j}_i = n_i e \vec{V}_i$ , причем здесь  $\vec{V}_i$  ( $u V_e$ ) скорости компонент за вычетом средне-массовой скорости вещества.

ношение проводимостей  $\sigma_e$  и  $\sigma_i$ , обусловленных перемещением электронов и ионов в частично ионизованной плазме, равно

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_i} = \frac{q_{in}}{q_{en}} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}, \quad (5)$$

$q_{in}$  и  $q_{en}$  — сечения взаимодействия ионов и электронов с нейтральными атомами. Заметим, что при  $x \rightarrow 1$ ,  $\sigma_e/\sigma_i \rightarrow m_i/m_e$ . Отношение  $\sigma_e/\sigma_i$  считается далее постоянным.

Таким образом, на электронную компоненту плазмы в конвективной зоне действует в среднем объемная сила

$$F_{e\varphi} = -\text{grad}_{\varphi} \left( p_e + \frac{\sigma_e}{\sigma_e + \sigma_i} p_m \right), \quad (6)$$

на ионную

$$F_{i\varphi} = -\text{grad}_{\varphi} \left( p_i + \frac{\sigma_i}{\sigma_e + \sigma_i} p_m \right). \quad (7)$$

На нейтральную компоненту магнитное поле не действует, и

$$F_{n\varphi} = -\text{grad}_{\varphi} p_n. \quad (8)$$

Тогда

$$f_{ei} = \frac{\text{grad}_{\varphi} \left( p_e + \frac{\sigma_e}{\sigma_e + \sigma_i} p_m \right)}{\text{grad}_{\varphi} \left( p_i + \frac{\sigma_i}{\sigma_e + \sigma_i} p_m \right)} \quad (9)$$

$$f_{ni} = \frac{x}{1-x} \frac{\text{grad}_{\varphi} p_n}{\text{grad}_{\varphi} \left( p_i + \frac{\sigma_i}{\sigma_e + \sigma_i} p_m \right)} \quad (10)$$

Примем, что распределение турбулентного поля по радиусу звезды стационарно и величина его на данном радиусе звезды в восходящих и нисходящих конвективных потоках пропорциональна  $\rho^{2/3}$ ; тогда  $p_m \sim \rho^{4/3}$ .

Пользуясь этим условием и уравнением состояния

$$\rho = \frac{m_n}{k} \frac{p}{(1+x)T}, \quad (11)$$

получаем из (9) и (10)

$$f_{st} = \frac{x + \frac{p}{1+x} \left( \frac{dx}{dp} \right)_c + \frac{\sigma_s}{\sigma_s + \sigma_t} \frac{4}{3} p_m \left[ \frac{1+x}{p} - \frac{1+x}{T} \left( \frac{dT}{dp} \right)_c - \left( \frac{dx}{dp} \right)_c \right]}{x + \frac{p}{1+x} \left( \frac{dx}{dp} \right)_c + \frac{\sigma_t}{\sigma_s + \sigma_t} \frac{4}{3} p_m \left[ \frac{1+x}{p} - \frac{1+x}{T} \left( \frac{dT}{dp} \right)_c - \left( \frac{dx}{dp} \right)_c \right]} \quad (12)$$

$$f_{ni} = \frac{x}{1-x} \times \frac{1-x - \frac{2p}{1+x} \left( \frac{dx}{dp} \right)_c}{x + \frac{p}{1+x} \left( \frac{dx}{dp} \right)_c + \frac{\sigma_t}{\sigma_s + \sigma_t} \frac{4}{3} p_m \left[ \frac{1+x}{p} - \frac{1+x}{T} \left( \frac{dT}{dp} \right)_c - \left( \frac{dx}{dp} \right)_c \right]} \quad (13)$$

Производные  $(d/dp)_c$  характеризуют влияние кориолисовых сил, точнее создаваемого ими  $\text{grad}_r p^*$ , на параметры газа ( $x$  и  $T$ ) в пределах отдельного конвективного элемента [1]. Если этим влиянием можно пренебречь вообще, то  $(d/dp)_c \equiv 0$ ; если оптическая глубина велика по сравнению с размером элемента, и  $T \approx \text{const}$ , то  $(dT/dp)_c \equiv 0$ , а  $(dx/dp)_c = (dx/dp)_T$ ; наконец, если оптическая глубина мала, то все параметры можно считать меняющимися адиабатически  $(d/dp)_c = (d/dp)_{ad}$ . Производные типа  $(dx/dp)_T$ ,  $(dx/dT)_p$ ,  $(dx/dp)_{ad}$ ,  $(dT/dp)_{ad}$  находятся с помощью уравнения Саха и условия адиабатичности [1].

Для сравнения параметров газа в восходящих и нисходящих конвективных потоках необходимо иметь производные типа  $(d/dT)_{p^*}$ . При этом обычное условие постоянства давления на данном радиусе заменяется условием

$$p^* = p + p_m = \text{const}. \quad (14)$$

Пользуясь им и уравнением состояния (11), находим

$$\left( \frac{dp}{dT} \right)_{p^*} = \frac{\frac{4}{3} p_m \left[ \frac{1}{T} + \frac{1}{1+x} \left( \frac{dx}{dT} \right)_p \right]}{1 + \frac{4}{3} p_m \left[ \frac{1}{p} - \frac{1}{1+x} \left( \frac{dx}{dp} \right)_T \right]} \quad (15)$$

$$\left( \frac{dx}{dT} \right)_{p^*} = \frac{\left( \frac{dx}{dT} \right)_p + \frac{4}{3} p_m \left[ \frac{1}{p} \left( \frac{dx}{dT} \right)_p + \frac{1}{T} \left( \frac{dx}{dp} \right)_T \right]}{1 + \frac{4}{3} p_m \left[ \frac{1}{p} - \frac{1}{1+x} \left( \frac{dx}{dp} \right)_T \right]} \quad (16)$$

Стационарное распределение плотности возбуждаемого кориолисовой ЭДС азимутального электрического тока найдем, как было сделано ранее в [1], для случаев двух предельных моделей распределения восходящих и нисходящих масс газа — для экваториальной и меридиональной моделей. Истинное значение плотности тока равно с точностью до нескольких десятков процентов среднему арифметическому от значений, получаемых для этих моделей.

Принимая для конвективной зоны двухсоставную модель и используя условие равенства нулю потока массы через поверхность произвольного радиуса и уравнение конвективного переноса энергии, получаем способом, аналогичным описанному в [1],

$$j_{\varphi \text{ экв.}} = -2\Omega \frac{\alpha L}{4\pi r^2} \frac{m_l}{e} \frac{1}{c_p} \frac{d}{dT} \left[ \frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{f_{st}}{x(1+f_{st}) + (1-x)f_{nt}} \right]_{p^*} \cdot \cos\theta \quad (17)$$

$$j_{\varphi \text{ мер.}} = -2\Omega \frac{\alpha L}{4\pi r^2} \frac{m_l}{e} \frac{\sigma}{c_p} \frac{d}{dT} \left[ \frac{1}{\rho} \cdot \frac{f_{st}}{x(1+f_{st}) + (1-x)f_{nt}} \right]_{p^*} \cdot \cos\theta \quad (18)$$

после чего нетрудно вычислить напряженность возбуждаемого этими токами магнитного поля.

При получении выражений (17) и (18) считалось  $p_m \ll p$ , поэтому пренебрегалось, как это делалось и ранее [1], различием величины теплоемкости в восходящих и нисходящих потоках на данном уровне.

3. *Вычисление магнитного поля.* Все величины, входящие в (17) и (18), в том числе производные, могут быть вычислены, если в пределах конвективной оболочки известно распределение средних параметров газа по радиусу.

Расчеты распределения плотности азимутального тока и напряженности  $H_p$  полоидального магнитного поля на полюсе звезды были проделаны для Солнца, как по причинам, перечисленным в [1], так и потому, что это единственная звезда, для которой имеются сведения о характере мелкомасштабных магнитных полей. Все допущения, положенные в основу вывода выражений (17) и (18), выполняются для Солнца хорошо.

Вследствие гораздо большего, по сравнению со случаем чисто газодинамического взаимодействия [1], вклада самых внешних конвективных слоев в генерацию магнитного поля, необходимо учитывать изменение доли  $\alpha$  переносимой конвекцией энергии. Зависимость  $\alpha$  от глубины, вычисленная по имеющимся в [7] данным, представлена на рис. 1.

Ввиду приближенного характера расчетов введем ряд упрощений.

В качестве границы конвективной зоны будем считать глубину  $z = z_k = 505 \text{ км}$  ( $\tau = 0.8$ ) [8], на которой адиабатический градиент равен структурному градиенту температуры, хотя на самом деле, как видно из рис. 1, при  $z < z_k$  все еще  $\alpha \neq 0$ . Однако, если неучет изменения  $\alpha$  вообще ведет, как показывают вычисления, к повышению значения  $H_p$  в два-три раза, то упомянутое ограничение дает значительно меньшую погрешность (ср. 12, 13 и 14 строки табл. 1).

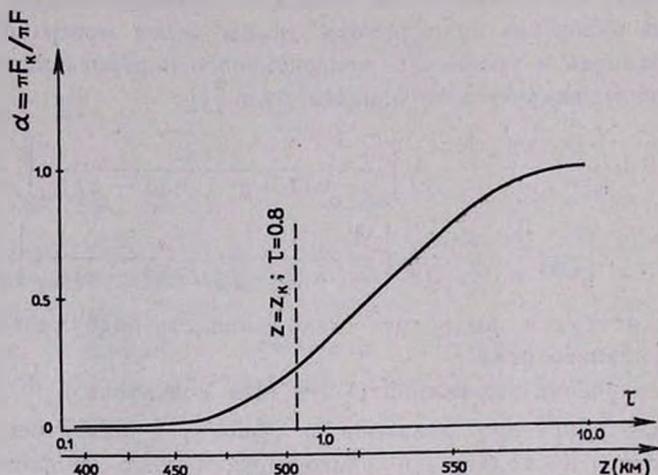


Рис. 1.

Уравнение Саха использовалось для вычисления зависимости степени ионизации от температуры и давления в предположении, что весь газ — водород. Наибольшую погрешность это вносит в распределение плотности тока там, где атомарная концентрация  $M$  легко-ионизируемых „металлов“ сопоставима со степенью ионизации. Учет наличия металлов несколько ослабляет исследуемый эффект из-за уменьшения различий в параметрах нагретых и охлажденных конвективных потоков, но незначительно (строки 11—12 табл. 1).

В расчетах использовались модели водородной конвективной зоны Солнца, описанные в [8, 9]. Проводимость находилась, как в [1]: учитывалось рассеяние электронов на нейтральных атомах и на ионах. Сечения взаимодействия электронов  $q_{en}$  и протонов  $q_{in}$  с нейтральными атомами водорода в рассматриваемом диапазоне энергий приблизительно одинаковы [10, 11]. Пренебрегалось некоторым изменением массы ионов благодаря присутствию металлов. Поэтому отношение (5) электронной и ионной проводимостей принималось равным 50.

Величина магнитных полей малого масштаба, наблюдаемых на Солнце, изменяется от  $1000 \div 4000$  эрстед (магнитные поля в пятнах) до  $0.5 \div 5$  эрстед (поля, коррелирующие с супергрануляцией) [12, 13]. Нас интересуют поля масштаба, сравнимого с размерами отдельной конвективной ячейки, и меньше, причем, основываясь на предположении о равномерном распределении энергии, можно было бы ожидать напряженность  $\bar{H}$  хаотических полей порядка нескольких сотен эрстед. Поля указанной величины действительно иногда наблюдаются в межгранульных промежутках [14], но являются скорее исключением, чем правилом, так как такие промежутки представляют собою нечто вроде недоразвитых пор. С другой стороны, обнаружение и измерение мелкомасштабных хаотических магнитных полей, пространственный масштаб которых гораздо меньше (возможно  $\sim 10^5$  см, см. раздел 4) оптической глубины связанных с ними турбулентных элементов, на сегодня, по-видимому, представляется невозможным [13, 15].

Каково распределение величины турбулизованного магнитного поля по радиусу в пределах конвективной зоны звезд — также неизвестно. Если хаотическое магнитное поле возникает в результате искажения и усиления крупномасштабных полей приблизительно постоянной в пределах конвективной зоны напряженности, то разумно предположить, что его распределение будет промежуточным между распределением, соответствующим стационарной турбулентности (П. 2, 5) и  $\bar{H} \sim \rho^{2/3}$ . Последнее реализуется, если время конвективного перемешивания гораздо меньше времени установления локального равновесного состояния между турбулентностью и магнитным полем, первое — в противоположном случае. Чтобы оценить  $\bar{H} \approx H_0$  по формуле (П. 5), необходимо знать распределение скорости турбулентных пульсаций по радиусу. На большой глубине за характерную величину можно принять скорость конвекции, которая приблизительно пропорциональна  $\rho^{-1/3}$  [4]. Во внешних слоях, где скорость конвективных движений падает, развивается микротурбулентность с большой скоростью [9]. В обоих случаях, согласно (П. 5), поле  $\bar{H} \approx H_0$  будет расти с глубиной, но медленнее, чем  $\rho^{2/3}$  (см. вычисления в разделе 4). Таким образом,  $\bar{H} \sim \rho^{2/3}$  и  $\bar{H} = \text{const}$  могут служить границами области возможного изменения напряженности хаотизированного магнитного поля.

Чтобы выявить особенности генерации таким полем азимутального электрического тока, примем значение  $\bar{H} = 1000$  эрстед, что превосходит возможную величину  $\bar{H}$  реального поля, но дает по-прежнему  $\rho_m \ll \rho$ . Результаты расчетов распределения азимутального тока

для случаев, когда параметры газа в пределах отдельного конвективного элемента под действием кориолисовых сил изменяются адиабатически, изотермически и остаются неизменными, представлены на рис. 2 в предположении, что  $\bar{H} = \text{const}$ . Там же приведены кривые для  $\bar{H} = \bar{H}_k \cdot (\rho/\rho_k)^{2/3}$  при  $\bar{H}_k = 1000$  эрстед (где  $\bar{H}_k$  и  $\rho_k$  — значения на внешней границе конвективной зоны) в предположении, что кориолисова сила не влияет на параметры газа.

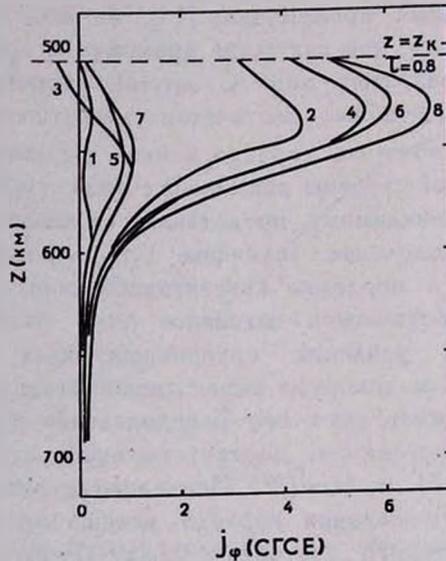


Рис. 2. Распределение плотности азимутального тока  $j_\varphi$  в конвективной оболочке Солнца. 1, 3, 5, 7 — экваториальная, 2, 4, 6, 8 — меридиональная модели конвекции; 1 и 2 —  $(d/dp)_c = (d/dp)_{вд}$ ; 3 и 4 —  $(d/dp)_c = (d/dp)_г$ ; 5, 6, 7, 8 —  $(d/dp)_c = 0$ ; 1, 2, 3, 4, 5, 6 —  $\bar{H} = 10^3$  эрстед; 7, 8 —  $\bar{H} = 10^3 \cdot (\rho/\rho_k)^{2/3}$  эрстед.

Общей для всех случаев является сильная концентрация тока в очень тонком наружном слое толщиной около 100 км, так что основной вклад в возбуждение общего магнитного поля дает именно этот слой.

Независимо от некоторых различий в распределении тока, напряженность результирующего магнитного поля во всех четырех случаях в пределах тридцати процентов одинакова (строки 1, 2, 3 и 7 табл. 1) и составляет  $H_{\text{ср.}} = 5.7 \cdot 10^{-3}$  эрстед. Поэтому при вычислениях можно пренебрегать воздействием кориолисовых сил на параметры газа и возможным нарастанием турбулизованного магнитного поля с глубиной.

Каково влияние напряженности  $\bar{H}$  хаотического магнитного поля на величину генерируемого полоидального? Зависимость  $H_p(\bar{H})$  представлена на рис. 3. Расчеты производились без учета воздействия кориолисовых сил на параметры газа и изменения  $\bar{H}$  с глубиной. Оказывается, что варьирование  $\bar{H}$  в пределах от 0 до 100 *эрстед* слабо влияет на значение  $H_p$  генерируемого поля. Дальнейшее увеличение  $\bar{H}$  приводит к перемене направления и сравнительно быстрому росту напряженности полоидального поля.

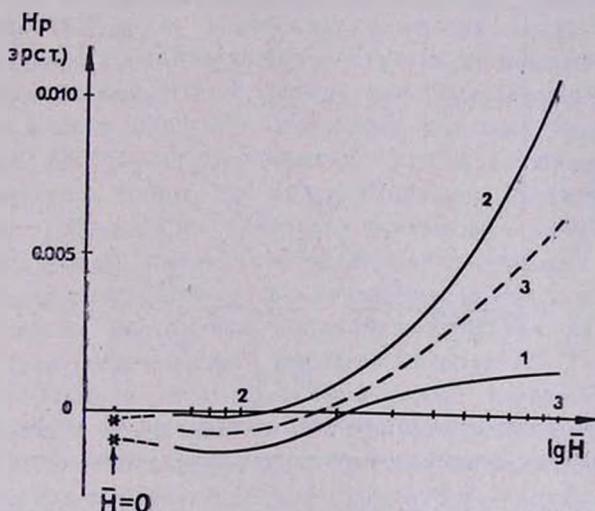


Рис. 3. Зависимость генерируемого магнитного поля  $H_p$  от величины турбулизованного поля  $\bar{H}$  для экваториальной — 1 и меридиональной — 2 моделей конвекции. Кривая 3 —  $H_{p, \text{ср.}}$ .

Таким образом, в интересующей нас области изменения  $\bar{H}$  ( $0 \rightarrow 300$  *эрстед*) наличие турбулизованного магнитного поля приводит к смене знака и не более, чем к трехкратному усилению напряженности полоидального магнитного поля, генерируемого кориолисовыми ЭДС. Ориентировочно величина его в полярных областях Солнца лежит в пределах  $(0.5 + 1.5) \cdot 10^{-3}$  *эрстед*.

4. *Обсуждение результатов вычислений. Возможность усиления поля при ориентации намагниченных турбулентных элементов. Связь с динамо-теорией.* Таким образом, введение в рассмотрение сил, возникающих благодаря существованию в конвективной зоне турбулизованного магнитного поля, хотя и увеличило напряжен-

ность полоидального поля Солнца, но не в такой степени, чтобы его можно было сравнивать с общепринятым в настоящее время значением ( $\sim 1$  эрстеда [12]). Интересно поэтому выяснить, какую предельную величину общего магнитного поля можно получить в зависимости от природы сил, сообщающих конвективным потокам частично ионизованного газа кориолисово ускорение. Природу сил характеризует, главным образом, величина отношения  $f_{ei}$  сил, действующих, в среднем, на электрон и на ион. Подобное же отношение  $f_{ni}$  для нейтральных ато-

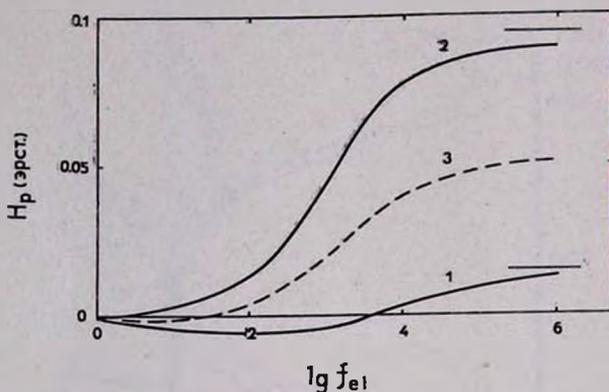


Рис. 4. Зависимость генерируемого магнитного поля  $H_p$  от природы сил, сообщающих конвективным потокам кориолисово ускорение (обозначения—на рис. 3).

мов и ионов играет значительно меньшую роль, и поэтому можно положить  $f_{ni} \approx 1$ . На рис. 4 представлены результаты расчета напряженности  $H_p$  для Солнца в зависимости от  $f_{ei}$  при  $f_{ni} = 1$ . Значение  $f_{ei} = 1$  соответствует случаю чисто газодинамического взаимодействия конвективных элементов,  $f_{ei} = 50$  случаю магнитного взаимодействия в частично ионизованной плазме,  $f_{ei} = 2500$  — магнитного взаимодействия в полностью ионизованной плазме,  $f_{ei} \rightarrow \infty$  — случаю, когда ускоряющая сила действует только на электронную компоненту, или когда просто  $f_{ei} \gg 1$ , но  $f_{ni} = 0$ . Максимальная величина  $H_{p, \text{ср.}} = 0.055$  эрстеда получается при  $f_{ei} \rightarrow \infty$ . Хотя она минимум на порядок меньше требуемой, но уже неплохо согласуется с оценками величины крупномасштабного магнитного поля в короне, следующими из анализа устойчивости полярных лучей ( $0.02 \div 0.2$  эрстеда [16]) и времени затухания колебаний волокон ( $0.09 \div 0.18$  эрстеда [17]). Однако принятие этой величины ( $H_p \approx 0.05$  эрстеда) требует  $f_{ei} \rightarrow \infty$ , т. е. привлечения к рассмотрению сил неясно какой природы (учет

радиационного давления не меняет положения). Сомнительно также, чтобы поле желаемой величины удалось получить в результате явного учета анизотропии электропроводности газа или использования иных известных в настоящее время моделей конвективной оболочки Солнца.

Укажем на одну возможность усиления полученного слабого поля, способную в какой-то мере реализоваться именно благодаря наличию турбулизованного магнитного поля.

Из рассмотрения гидромагнитной турбулентности (см. Приложение) следует, что порожденная конвекцией турбулентность будет в малых масштабах  $\lambda < \lambda_{oH}$  подавлена; в то же время в масштабах  $\lambda < \lambda_{oH}$  существует довольно сильное затухающее магнитное поле, причем его энергия может быть сравнима или больше кинетической энергии вещества в этих масштабах. В таких условиях вполне вероятно возникновение некоторого количества отдельных объемов с замкнутым электрическим током и с результирующим магнитным моментом и, в частности, образование близких к бессиловым конфигураций магнитного поля, также имеющих собственный магнитный момент. Если время затухания магнитного поля в указанных объемах и время самого их существования достаточно велики по сравнению со временем поворота под действием внешнего магнитного поля  $H_1$ , а потенциальная энергия их момента в этом поле превосходит кинетическую энергию их вращательного движения, то они должны, в принципе, ориентироваться во внешнем магнитном поле, тем самым усиливая его\*.

Оценим и сравним друг с другом упомянутые величины, распространяя полученные в Приложении выводы также в область  $Lu > 1$  и используя значения, характерные для конвективной оболочки Солнца. Будем приписывать рассматриваемым плазменным объемам с результирующим магнитным моментом  $\vec{M}$  квазисферическую форму с диаметром, равным или меньшим масштаба затухания турбулизованного поля  $\lambda_{oH}$  (П. 4). Время затухания поля в такой „субгрануле“ будет  $\tau_s = \sigma \lambda_{oH}^2 / \pi c^2$ . Время поворота  $\tau_{rot}$  в результате воздействия внешнего поля  $H_1 \approx H_p$  на магнитный момент  $M$  ( $M \approx H_0^3 \lambda_{oH}^3 / 16$ ,  $H_0$  — величина

\* Реализуется ситуация, во многом подобная рассмотренной Э. И. Могилевским [15], который постулировал существование в верхних слоях фотосферы, хромосфере и короне, где кинетическая энергия вещества заведомо меньше энергии магнитного поля, дискретных плазменных элементов („субгранула“,  $l \sim 10^7$  см) с бессиловым магнитным полем и результирующим магнитным моментом, что позволило дать новое истолкование ряду наблюдаемых явлений (быстрый распад и возникновение магнитных полей в активных областях, филаментарная структура поля и плазмы во многих образованиях и т. п.).

собственного поля субгранулы (П. 5)) оценим, считая существенной только инерцию. Последнее справедливо, если время жизни субгранулы, ограниченное гидродинамическими факторами ( $\tau_{\text{жизни}} = \lambda_{\text{vH}}/\nu_{\text{vH}} \approx \approx 3\pi\tau_{\sigma}$ , или, если получается  $\lambda_{\text{vH}} > L_1$ , считаем  $\tau_{\text{жизни}} = L_1/V_1$ ), превосходит интересующий нас временной интервал. Время поворота на угол порядка единицы будет  $\tau_{\text{rot}} \approx \left(\frac{8\pi}{15} \frac{\rho \lambda_{\text{vH}}^2}{H_1 H_0}\right)^{1/2}$ .

Внешнее магнитное поле заметным образом ориентирует элементарные диполи парамагнетика, если потенциальная энергия их в поле ( $V_H = -\vec{M}\vec{H}_1$ ) сравнима или превосходит энергию их вращательного движения ( $E_{\text{rot}} = I\Omega^2/2 \approx 8\pi/15 \rho \lambda_{\text{vH}}^5 \cdot 1/\tau_{\text{жизни}}^2$ , где  $I$  — момент инерции,  $\Omega \approx 1/\tau_{\text{жизни}}$  — угловая скорость вращения субгранулы).

В качестве внешнего масштаба турбулентности  $L_{10}$  примем размер конвективных элементов, равный приблизительно высоте однородной атмосферы  $h$  [7]. Будем считать, что начальное поле — это крупномасштабное полоидальное поле, генерируемое обсуждавшимся выше механизмом, и  $H_1 \approx H_p \approx 10^{-3}$  эрстед; тогда  $L_{1H} = L_{10} = L_1$ . Положим также  $\beta = 1$ ,  $\xi = 1$ .

Для внешней границы конвективной зоны Солнца ( $Z_k = 505$  км) по [8]  $T = 6200$  °К,  $p = 1.1 \cdot 10^5$  дин/см<sup>2</sup> и  $\rho_k = 3.1 \cdot 10^{-7}$  г/см<sup>3</sup>,  $\sigma = 0.6 \cdot 10^{12}$  1/сек. Примем [7]  $L_1 \approx 3 \cdot 10^7$  см,  $V_1 \approx 2 \cdot 10^5$  см/сек. Тогда  $\lambda_{\text{vH}} = 1.1 \cdot 10^5$  см,  $\lambda_{\text{vH}} = 2 \cdot 10^6$  см,  $H_0 = 74$  эрстеда,  $\tau_{\sigma} = 2.6$  сек,  $\tau_{\text{rot}} = 300$  сек,  $\tau_{\text{жизни}} = 25$  сек,  $V_H = 0.6 \cdot 10^{13}$  эрг,  $E_{\text{rot}} = 2 \cdot 10^{14}$  эрг. Так как  $\tau_{\text{rot}} \gg \tau_{\text{жизни}}$  и  $V_H \ll E_{\text{rot}}$ , парамагнетизм плазмы едва ли проявится и усиления поля не будет.

Однако в более глубоких слоях положение меняется. На глубине 3000 км [8]  $T = 2.42 \cdot 10^4$  °К,  $p = 2.56 \cdot 10^7$  дин/см<sup>2</sup>,  $\rho = 1.1 \cdot 10^{-5}$  г/см<sup>3</sup>,  $\sigma = 1.1 \cdot 10^{14}$  1/сек.  $L_1 \approx h \approx 10^8$  см,  $V_1 \approx 3.3 \cdot 10^4$  см/сек, и будет  $\lambda_{\text{vH}} = 1.7 \cdot 10^5$  см,  $\lambda_{\text{vH}} = 6.7 \cdot 10^8$  см,  $H_0 = 340$  эрстед,  $\tau_{\sigma} = 1.1 \cdot 10^3$  сек,  $\tau_{\text{rot}} = 1.2 \cdot 10^3$  сек,  $\tau_{\text{жизни}} = 3 \cdot 10^3$  сек,  $\nu_H = 10^{14}$  эрг.  $E_{\text{rot}} = 4 \cdot 10^9$  эрг. Так как  $\tau_{\text{rot}} \approx \tau_{\sigma} > \tau_{\text{жизни}}$  и  $\nu_H \gg E_{\text{rot}}$ , то субгранулы будут ориентироваться внешним полем и усиливать его. На большей глубине такое положение сохраняется вплоть до основания конвективной зоны, причем величина  $H_0$  достигает нескольких тысяч эрстед. Поскольку конвективная оболочка составляет у Солнца значительную ( $\sim 50\%$ ) часть всего объема, вполне вероятно, что даже небольшая ориентация тех, по-видимому, немногочисленных, (т. к. здесь  $Lu \gg 1$ ) турбулентных эле-

ментов, которые обладают магнитным моментом, способна усилить слабое исходное поле ( $\sim 10^{-3}$  эрстед) до наблюдаемой величины ( $\sim 1$  эрстед)\*.

То же можно сказать вообще о звездах поздних спектральных классов, у которых конвективная оболочка составляет значительную долю объема всей звезды. Напротив, у горячих звезд конвективная оболочка тонка, описанное усиление генерируемого ею магнитного поля играет меньшую роль, и поэтому имеется хорошее согласие наблюдаемых полей с вычисленными в предположении действия только кориолисовых ЭДС [20, 29].

Для вычисления напряженности усиленного магнитного поля (как, впрочем, и величины  $H_0$ ) необходимо, естественно, иметь модель конвективной оболочки, построенную с учетом влияния турбулизованного магнитного поля на параметры конвективного переноса энергии, в частности, на характерный для конвекции масштаб. Из приведенных для Солнца при  $Z = 3000$  км расчетов следует  $\lambda_{\text{CH}} > L_1 \approx h$ , что указывает на сильное влияние магнитного поля на конвекцию.

Другой трудностью при вычислении результирующего поля является необходимость учета турбулентного усиления не только полоидального поля, генерируемого обсуждавшимся нами механизмом, но и мелкомасштабных полей, способных возникнуть при конвекции газа в результате несовпадения поверхностей равного давления и температуры, или крупномасштабных тороидальных полей, возникающих во вращающихся звездах по той же причине [21, 22] и т. п.\*\*.

Если турбулизованное магнитное поле создается в результате искажения и усиления главным образом полоидального магнитного поля и если основной вклад в возбуждение кориолисовой ЭДС вносит не газодинамическое, а магнитное взаимодействие турбулентных элементов, налицо динамо-процесс генерации общего магнитного поля. Он является, таким образом, неким частным и, вообще говоря, необязательным способом генерации общего магнитного поля звезд. Отличительной чертой его, в отличие от рассматривавшихся ранее (см. обзоры в [4, 23, 24]) механизмов динамо, является неявное введение в рассмотрение анизотропии проводимости, вызванной наличием маг-

---

\* Ряд исследователей [18, 19] считает, что общее магнитное поле Солнца объяснено своим существованием перемещению в высокие широты остаточных магнитных полей активных зон. Эти представления в значительной мере соответствуют развешиваемым, так как замагниченные плазменные объемы распадающихся активных областей будут ориентироваться слабым общим полем и усиливать его.

\*\* Ориентация турбулентных элементов более сильным в период максимума солнечной активности тороидальным магнитным полем может быть причиной уменьшения в это время абсолютной величины наблюдаемого полоидального поля Солнца [12].

нитного поля. Хотя при получении соотношения (5) полагалось  $\omega_e \tau_e \ll 1$ , нетрудно видеть, явным образом учитывая холловский член в исходных уравнениях при выводе формулы для инерционной ЭДС [6], что сама кориолисова ЭДС (3) в случае рассмотренного магнитного взаимодействия конвективных элементов есть именно холловская ЭДС. Действительно, при поперечном сжатии магнитного поля оно несколько смещается относительно плазмы, в результате чего появляется нормальный сжатию (смещению) и начальному магнитному полю электрический ток, магнитное поле которого стремится скомпенсировать изменения в первоначальном состоянии. При протекании этого тока поперек начального магнитного поля из-за различия в подвижности и степени замагниченности зарядоносителей в направлении сжатия появляется холловская ЭДС, которая эквивалентна рассматриваемой инерционной ЭДС.

Факт зависимости величины и направления генерируемого магнитного поля от напряженности турбулизованного поля (рис. 3) открывает возможность для построения схем, которые могли бы в некоторых случаях объяснить наблюдаемые изменения величины и знака магнитных полей звезд, в том числе Солнца.

#### Приложение

*О гидромагнитной турбулентности.* Как известно [4, 25], параметры изотропной стационарной турбулентности в несжимаемой жидкости хорошо описываются спектром Колмогорова-Обухова

$$v_\lambda = (\varepsilon \lambda_\nu)^{1/3}. \quad (\text{П. 1})$$

Здесь  $v_\lambda$  — скорость турбулентных пульсаций с характерным масштабом  $\lambda_\nu$ ,  $\varepsilon$  — поток энергии [ $\text{эрг}/\text{г} \cdot \text{сек}$ ], текущий от крупномасштабных пульсаций к мелкомасштабным и переводимый в теплоту вязкостью  $\nu$  в пульсациях с „внутренним“ масштабом  $\lambda_\nu = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ . Величина  $\varepsilon$  характеризуется „внешним“ масштабом  $L_{1\nu}$  и скоростью  $V_1$  наибольших пульсаций:  $\varepsilon = V_1^3/L_{1\nu}$ .

Аналогичной проверенной опытом теории для стационарной турбулентности электропроводной жидкости в присутствии магнитного поля пока нет. Считается, что турбулентные пульсации взаимодействуют с магнитным полем, в какой-то мере усиливают его в результате вытягивания силовых линий, так что в конце-концов устанавливается некое равнораспределение между энергией турбулентных движений и магнитного поля. Относительно характера такого распределения, когда магнитное поле оказывает обратное воздействие на поле скоростей, общепринятого мнения не существует [4, 7, 23, 26, 27]:

ряд авторов считает более вероятным, что равномерное распределение энергий осуществляется для мелкомасштабной части спектра, другие — что равномерное распределение имеет место и для крупномасштабных движений. И то и другое предположения встречаются с определенными трудностями. Физическая картина достижения стационарного состояния, которой руководствуются при рассмотрении обоих случаев, почти одинакова. Так как время, характерное для наименьших масштабов, мало, считается, что именно для них равновесие достигается быстрее всего. В результате происходит некое усиление и хаотизация магнитного поля. Часть возбуждаемого турбулентностью потока энергии будет переходить в джоулево тепло. Далее можно рассуждать двояко:

1) когда вся энергия переходит в джоулево тепло, усиление магнитного поля в больших масштабах прекращается и равномерное распределение энергий для них не достигается;

2) более сильное крупномасштабное поле подавляет мелкомасштабные движения, и этот процесс идет до тех пор, пока не будет достигнуто равномерное распределение энергии или для всего спектра, или же только для крупномасштабных движений при одновременном подавлении мелкомасштабных. Оба рассуждения небезупречны. Как заметил С. А. Каплан [27], „в первом случае трудно представить конкретный механизм, ограничивающий рост магнитной энергии в более крупных вихрях, во втором случае мы приходим к противоречию с общим статистическим законом о дроблении энергии по большому числу движений меньшего масштаба“ и, добавим, неясно, каким способом может рассеяться поток турбулентной энергии  $\varepsilon$ .

Указанные противоречия снимаются, если проследить развитие гидромагнитной турбулентности со стороны больших масштабов в несжимаемой проводящей жидкости. Примем следующие условия:

а) существует слабое магнитное поле  $H_1$  масштаба  $L_{1H}$ , поддерживаемое сторонними источниками ( $I_1^2/8\pi \ll \rho V_1^2/2$ ;  $L_{1H} \leq L_{1\sigma}$ );

б) единственным механизмом усиления напряженности магнитного поля является вытягивание силовых трубок вместе с содержащейся в них жидкостью, а ослабление поля в них обусловлено только джоулевой диссипацией;

в) в качестве масштаба принимается поперечный размер  $\lambda_H$  силовой трубки (ее длина практически всегда много больше  $\lambda_H$ ).

Из двух последних условий следует важный вывод: в отсутствие диссипации энергии крупномасштабное магнитное поле принципиально не может быть сильнее мелкомасштабного — для этого в пространстве просто нет места. И чем тоньше вытянутые и деформирован-

\*  $L_{1H} = L_{1\sigma}$  принимается также, если истинный масштаб  $H_1$  превосходит  $L_{1\sigma}$ .

ные силовые трубки, тем более сильное поле они содержат и тем больше их помещается в единице объема (просматривается аналогия со статистикой электронного газа).

Максимальная напряженность магнитного поля масштаба  $\lambda_H$  будет

$$H_{\lambda_{\max}} = H_1 \left( \frac{L_{1H}}{\lambda_H} \right)^2. \quad (\text{П. 2})$$

Хотя не исключена возможность, что разномасштабные силовые трубки перепутаны, но не проникают друг в друга, можно по аналогии с распределением турбулентных пульсаций в обычной турбулентности предположить, что в развитой стационарной турбулентности магнитные силовые трубки данного масштаба целиком заполняют весь объем и сосуществуют в нем наряду с пронизывающими их трубками иного масштаба, также заполняющими этот же объем.

Полагая диссипацию энергии из-за вязкости малой, оценим масштаб  $\lambda_{0H}$  и соответствующее ему магнитное поле  $H_0$ , при которых поток турбулентной энергии  $\epsilon$  рассеивается в джоулево тепло

$$\rho \epsilon = \frac{H_0^2}{8\pi} \frac{1}{\tau_v} = \frac{H_0^2}{8\pi} \frac{\pi c^2}{\nu \lambda_{0H}^2}. \quad (\text{П. 3})$$

Из (П. 2) и (П. 3) следует, если считать  $H_\lambda = \beta H_{\lambda_{\max}}$  ( $H_\lambda$  — средняя напряженность поля данного масштаба;  $\beta \lesssim 1$ ):

$$\lambda_{0H} = \left( \beta^2 \frac{\pi c^2}{\sigma} \frac{L_{1H}^4}{\rho \epsilon} \frac{H_1^2}{8\pi} \right)^{1/6}. \quad (\text{П. 4})$$

$$H_0 = \beta H_1 L_{1H}^2 \left( \beta^2 \frac{\pi c^2}{\sigma} \frac{L_{1H}^4}{\rho \epsilon} \frac{H_1^2}{8\pi} \right)^{-1/3}. \quad (\text{П. 5})$$

Диссипация магнитной энергии ввиду быстрого нарастания  $H_\lambda$  с падением масштаба будет ограничена относительно более узким диапазоном масштабов вблизи  $\lambda_{0H}$ , чем при вязкостной диссипации в обычной турбулентности. Поэтому спектр (П. 2) будет справедлив практически вплоть до  $\lambda_{0H}$ .

Иначе обстоит дело со спектром скоростей (П. 1). Поскольку непосредственный переход магнитной энергии из одного масштаба в другой не рассматривается, магнитное поле компенсирует джоулевы потери, получая энергию от турбулентных пульсаций, причем пульсации данного масштаба усиливают одновременно магнитное поле всех (или во всяком случае меньше собственного) масштабов. Точный спектр скоростей можно получить из детального баланса энергии для всех масштабов, подобно тому, как это делалось в [27, 28], если известен поток энергии от турбулентных пульсаций в магнитное поле. Здесь

мы грубо оценим величину этого потока и найдем границу применимости спектра (П. 1).

Только нормальное силовым трубкам перемещение турбулентного элемента приводит к их вытягиванию и увеличению магнитной энергии. Поле приблизительно удваивается по сравнению с начальным и становится более мелкомасштабным, когда элемент смещается на сравнимое с собственным размером расстояние. Число растягиваемых силовых трубок пропорционально боковой поверхности элемента  $\pi^2 \lambda_v^2/4$  и обратно пропорционально их сечению  $\pi \lambda_H^2/4$ . Энергия, передаваемая полю при таком смещении, будет порядка  $(3H^2/8\pi) (\pi^2 \lambda_v^2/\lambda_H^2) (\pi \lambda_H^2 \lambda_v/4)$ , где последний сомножитель характеризует объем силовой трубки. Время процесса  $\sim \lambda_v/v_\lambda$ , протекает он в объеме  $\pi \lambda_v^3/4$ . В результате в единицу времени в единице объема в магнитное поле переходит энергия порядка

$$3\pi\xi \frac{H_\lambda^2}{8\pi} \frac{v_\lambda}{\lambda_v} \quad (\text{П. 6})$$

откуда следует, что большая часть ее поступает от мелкомасштабных пульсаций преимущественно в мелкомасштабное же поле ( $\xi \lesssim 1$ ). Поэтому спектр крупномасштабной турбулентности должен по-прежнему описываться выражением (П. 1) и довольно резко спадать при  $\lambda_v = \lambda_{vH}$ , который оценим, приравнявая (П. 6) потоку турбулентной энергии и полагая  $H_\lambda = H_0$ ,

$$\rho\varepsilon = 3\pi\xi \frac{H_0^2}{8\pi} \frac{v_{0H}}{\lambda_{vH}} \quad (\text{П. 7})$$

Сравнивая (П. 7) с (П. 3), имеем

$$\frac{\lambda_{vH}}{v_{0H}} = 3\pi\xi\tau_\varepsilon, \quad (\text{П. 8})$$

где  $\tau_\varepsilon$  характеризуется величиной  $\lambda_{v0H}$ . Пользуясь спектром (П. 1), получим

$$\lambda_{v0H} = \lambda_{v0H}^3 \varepsilon^{1/2} \left( 3\xi \frac{\sigma}{c^2} \right)^{3/2}. \quad (\text{П. 9})$$

Отсюда следует, что  $\lambda_{v0H} \neq \lambda_{vH}$ .

Если  $L_{1v}$  (или  $L_{1H}$ )  $> \lambda_{vH} > \lambda_{v0H}$ , то спектр Колмогорова-Обухова справедлив в диапазоне  $L_{1v} > \lambda > \lambda_{vH}$ , а при  $\lambda < \lambda_{v0H}$  турбулентность подавлена усилившимся магнитным полем, спектр которого вплоть до  $\lambda_{v0H}$  по-прежнему описывается (П. 2).

Таблица 1

№	$\bar{H}$ (эрсед)	$f_{st}$	$f_{nl}$	Значение $(d/d\rho)_f$	Пределы интегри- рования ( $км$ )	$H_p$ экв. (эрсед)	$H_p$ мер (эрсед)	Примечание
1	1000			$(d/d\rho)_{вд}$	$505 < Z < 10^4$	-0.00012	0.0075	[8], $M = 0$
2	1000			$(d/d\rho)_T$	"	0.0011	0.010	"
3	1000			0	"	0.0014	0.011	"
4	333			0	"	0.0062	0.0023	"
5	100			0	"	-0.0013	-0.0001	"
6	0	1	1	0	"	-0.00093	-0.00023	"
7	$10^3 \cdot (\rho/\rho_k)^{2/3}$			0	"	0.0019	0.013	"
8		50	1		"	-0.0049	0.0086	"
9		2500	1		"	-0.0016	0.061	"
10		$\infty$	1		"	0.014	0.097	"
11		$\infty$	1		$500 < Z < 580$	0.0072	0.068	[9], $M = 0$
12		$\infty$	1		"	0.0062	0.066	[9], $M = 6 \cdot 10^{-5}$
13		$\infty$	1		$0 < Z < 580$	0.0058	0.091	"
14		$\infty$	1		$500 < Z < 580$	0.0081	0.139	[9], $M = 6 \cdot 10^{-5}$ $\alpha \equiv 1$

Когда  $H_1$  и  $\sigma$  достаточно велики, то для данного значения  $L_{10}$  может получиться, что  $\lambda_{oH} > L_{10}$ , т. е. имеет место настолько сильное усиление магнитного поля, что дальнейшего вытягивания силовых трубок турбулентными движениями не происходит, — вытягиванию препятствует развитие гидромагнитных неустойчивостей. При  $\lambda_{oH} \approx L_{10}$  достигается равенство турбулентной и магнитной энергий. Условием применимости развитых выше представлений является требование  $\lambda_{oH} < L_{10}$  или, используя (П. 9):

$$\beta \left( \frac{3}{2} \xi \right)^{3/2} Lu \lesssim \frac{L_{10}}{L_{1H}}, \quad (\text{П. 10})$$

где  $Lu = \frac{H_1}{\sqrt{\rho}} \cdot \frac{\sigma L_{1H}}{c^2}$  число Лундквиста [2].

В противоположном случае, когда значения  $H_1$  и  $\sigma$  невелики и нельзя пренебрегать вязкой диссипацией энергии, может быть  $\lambda_{oH} < \lambda_{oH}$ , т. е. спектр (П. 1) остается справедливым и в части области тех масштабов, где магнитное поле уже уменьшается. Максимальная величина магнитного поля будет на самом деле меньше значения  $H_0$ , даваемого (П. 5), а граница применимости спектра (П. 2) сдвинется в сторону больших по сравнению с  $\lambda_{oH}$  (П. 4) масштабов.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР

## GENERATION OF STELLAR MAGNETIC FIELD BY PARTIALLY IONIZED CONVECTIVE ENVELOPES. II

E. M. DROBYSHEVSKY

Generation of the magnetic field of rotating stars having partially ionized convective envelopes is considered. The generation occurs under the influence of inertial EMF produced by Coriolis acceleration of convective streams. Under the EMF calculation, not only gasdynamic interaction of convective elements is taken into account, but also their interaction due to the turbulent small-scale magnetic field frozen into the matter. The field acts mainly on electrons, and therefore the EMF magnitude increases considerably. Computations were realized for the Sun, and the influence of the Coriolis forces on parameters of partially ionized plasma within the bounds of convective elements was taken into account. Dependence between the bounds of convective elements was studied. Dependence between the generated field strength and

the magnitude of turbulent magnetic field  $\bar{H}$  was also studied. It turned out that the variation of  $\bar{H}$  within the limits permitted for solar photosphere (from 0 up to 300 Oe) gives rise to polar field strength within the range of  $-0.50 \cdot 10^{-3} \leq H_{p\odot} \leq +1.5 \cdot 10^{-3} \text{ Oe}$ .

The limiting case when the accelerating forces act only through the electron component, gives  $H_{p\odot} \approx 0.05 \cdot \text{Oe}$ , which is also smaller than the observed value ( $\sim 1 \text{ Oe}$ ).

The amplification mechanism of the weak field due to the orientation of some turbulent elements having some proper resultant magnetic momentum is discussed. Computations confirm the possibility of this kind of amplification.

In some cases it occurs possible to treat the discussed mechanism of field generation as the dynamo-process. For this, the turbulization of magnetic field and anizotropy of conductivity are peculiar.

In the Appendix, the turbulence of conductive fluid in presence of external magnetic field is discussed. Under the assumption that the stretching of force tubes together with contained matter is the only mechanism of magnetic field amplification, the large-scale magnetic field spectrum is postulated. The bounds of applicability of this field spectrum and that of Kolmogorov-Obukhov for turbulent motion of fluid are estimated.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Э. М. Дробышевский, Астрофизика, 6, 287, 1970.
2. Г. Альвен, К.-Г. Фальтхаммар, Космическая электродинамика, Мир, М., 1967.
3. С. Walén, Ark. för Mat., Astr. och Fys. 33A, N 18, 1947.
4. С. Б. Пикельнер, Основы космической электродинамики, Наука, М., 1966.
5. T. G. Cowling, in „Stellar Structure“, ed. L. H. Aller & D. B. McLaughlin, Univ. Chicago Press, 1965.
6. Э. М. Дробышевский, ЖТФ, 38, 1610, 1968.
7. К. де Ягер, Строение и динамика атмосферы Солнца, ИИЛ, М., 1962.
8. K. Kohl, Z. f. Astrophys., 64, 472, 1966.
9. H. Holweger, Z. f. Astrophys., 65, 355, 1967.
10. Дж. Хастед, Физика атомных столкновений, Мир, М., 1965.
11. В. Н. Колесников, В. В. Обухов-Денисов, ЖЭТФ, 42, 1001, 1962.
12. А. Б. Северный, УФН, 88, 3, 1966.
13. А. Б. Северный, Изв. КрАО, 38, 3, 1967.
14. N. R. Sheeley, J., Solar Phys., 1, N 2, 171, 1967.
15. Э. И. Мошляевский, Доклад на Школе гелиофизики, Душанбе, 1968.
16. H. C. van de Hulst, V.A.N., 11, N 410, 150, 1950.
17. C. L. Hyder, Z. f. Astrophys., 63, 78, 1966.
18. H. W. Babcock, Ap. J., 133, & 572, 1961.
19. M. Korpescu, in „Atti del Convegno sui campi magnetici solari e la spettroscopia ad alta risoluzione, Roma, 1954“. Firenze, 1966.

20. Э. М. Дробышевский, *Астрофизика*, 4, 537, 1968.
21. L. Biermann, *Z. f. Naturforsch.*, 5a, 65, 1950,
22. I. W. Roxburgh, *M. N.*, 132, 201, 1966.
23. Т. Э. Каулики, *Магнитная гидродинамика*, ИИЛ, М., 1959.
24. М. Штеенбек, Ф. Краузе, *Магнитная гидродинамика*, № 3, 76, 1967.
25. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика сплошных сред*, ГИТТЛ, М., 1953.
26. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Физматгиз, М., 1959.
27. С. А. Каплан, *Межзвездная газодинамика*, Физматгиз, М., 1958.
28. С. А. Каплан, *Астрон. ж.*, 40, 1047, 1963.
29. Э. М. Дробышевский, *IAU—IVTAM VI-th Symposium „Cosmical Gas Dynamics“*, Crimea, Sept., 1969.



ЭФФЕКТ ПОГЛОЩЕНИЯ В ЛИНИЯХ В ЗВЕЗДАХ  
КЛАССОВ F—G

М. Г. РОДРИГЕС

Поступила 12 августа 1969

Пересмотрена 9 апреля 1970

Оценено влияние линий поглощения в звездах F—G на величины V и B-эффект блокирования линиями выходящего излучения и эффект нагрева фотосферы этим задержанным излучением. Для рассмотренных звезд эффект нагрева больше, чем блокирование, в полосе V, в то время как блокирование преобладает в полосе B.

В работе [1] были получены значения покровных коэффициентов в полосах по 25 Å для ряда звезд различных спектральных классов и светимостей. Знание этих коэффициентов позволяет оценить некоторые эффекты, вызванные присутствием линий поглощения в спектрах звезд.

Прежде всего мы оценим эффект блокирования излучения, выходящего в непрерывном спектре, отнеся измерения к величинам V и B (для области U у нас, к сожалению, нет покровных коэффициентов). Доля энергии, поглощенной линиями в полосе ( $\lambda_1, \lambda_2$ ) в звездных величинах равна

$$\Delta m_{bl} = 2.5 \lg \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) S(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) S(\lambda) [1 - \varepsilon(\lambda)] d\lambda},$$

где  $F(\lambda)$  — поток излучения в непрерывном спектре,  $S(\lambda)$  — функция чувствительности фотометрической системы,  $\varepsilon(\lambda)$  — покровные коэффициенты,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — границы полосы фотометрической системы. При расчетах величин  $\Delta V_{bl}$  и  $\Delta B_{bl}$  значения потоков были взяты из моде-

лей атмосфер де Ягера и Невена [2], причем интерполирование между табулированными  $F(T_1)$  и  $F(T_2)$  для нахождения промежуточного значения  $F(T_3)$  проводилось по формуле

$$\frac{\lg F(T_3) - \lg F(T_1)}{\lg F(T_2) - \lg F(T_1)} = \frac{T_2}{T_3} \cdot \frac{T_3 - T_1}{T_2 - T_1},$$

предполагающей чернотельное изменение потока между температурами  $T_1$  и  $T_2$ . Функции чувствительности  $S(\lambda)$  для полос V и B были взяты из [3]. Минимальная эффективная температура моделей де Ягера и Невена равна 4760°K. Поэтому можно было провести расчеты лишь для 13 звезд из 20, у которых были определены покровные коэффициенты. Это — звезды классов F и G, а также две звезды K0. Для более поздних звезд не имеется достаточно однородного набора моделей атмосфер. Полученные значения  $\Delta V_{bl}$  и  $\Delta B_{bl}$ , дающие величину суммарного поглощения в линиях в областях V и B, приведены в колонках 5 и 6 табл. 1. У  $\alpha$  Aqr и  $\beta$  Gem не были определены  $\varepsilon(\lambda)$  в области  $\lambda < 3900 \text{ \AA}$  и у  $\pi^3$  Ori — в области  $\lambda < 4025 \text{ \AA}$ . Поэтому при расчете  $\Delta B_{bl}$  для этих звезд поглощение в недостающей спектральной области определялось путем сравнения с очень близкими к ним по спектральным характеристикам звездами —  $\beta$  Dra,  $\eta$  Ser и  $\beta$  Cas.

Поскольку звезды нашей программы довольно равномерно представляют различные классы спектров и светимостей, мы попытались найти зависимость между величиной общего поглощения в областях V, B и спектром и светимостью для звезд нормального химического состава. Эта зависимость искалась в виде  $\Delta m_{bl} = a \theta_s + b \cdot \lg g + c$ . Коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$  определялись по методу наименьших квадратов. Звезды класса K0  $\beta$  Gem и  $\eta$  Ser, как отмечалось в [1], обладают некоторыми аномальными спектральными характеристиками и поэтому при определении зависимостей  $\Delta m_{bl}(\theta_s, g)$  во внимание не принимались. Для области V по 11 звездам F—G было найдено:

$$\Delta V_{bl} = 0.436 \theta_s - 0.023 \lg g - 0.166 \\ \pm 0.070 \quad \pm 0.006 \quad \pm 0.070$$

В области B не удалось найти общую зависимость для F- и G-звезд. Это может быть связано с тем, что у звезд F в синей области существенно поглощение в линиях водорода, которые при изменениях температуры и условий ионизации ведут себя иначе, чем линии металлов. Для звезд класса G

$$\Delta B_{bl} = 0.714 \theta_s - 0.053 \lg g - 0.095 \\ \pm 0.201 \quad \pm 0.030 \quad \pm 0.187$$

Звезда	Sp	$T_e$ (°K)[4]	$\lg g$ [5]	$\Delta V_{bl}$
1	2	3	4	5
$\beta$ Cas	F2 IV	6900	4.00	0 <sup>m</sup> 05
$\alpha$ Per	F5 Ib	6520	1.64	0.13
$\nu$ Per	F5 II	6520	2.60	0.10
$\pi^3$ Ori	F6 V	6460	4.44	0.06
$\gamma$ Cyg	F8 Ib	6200	1.54	0.17
$\mu$ Boo	G0 IV	5940	3.84	0.12
$\alpha$ Aqr	C2 Ib	5550	1.40	0.19
$\beta$ Dra	G2 II	5550	2.26	0.18
$\mu$ Her	G5 IV	5300	3.70	0.19
$\epsilon$ Gem	G8 Ib	4850	1.10	0.28
$\zeta$ Cyg	G8 II	4850	1.90	0.20
$\beta$ Gem	K0 III	4760	2.54	0.17
$\eta$ Cep	K0 IV	5100	3.50	0.17

Таблица 1

$\Delta B_{bl}$	$\eta$	$\Delta T_e$ (°K)	$\Delta V_{b_w}$	$\Delta B_{b_w}$	$\Delta V$	$\Delta B$
6	7	8	9	10	11	12
0 <sup>m</sup> 23	0.10	180	-0 <sup>m</sup> 11	-0 <sup>m</sup> 13	-0 <sup>m</sup> 06	+0 <sup>m</sup> 10
0.33	0.17	310	-0.20	-0.26	-0.07	+0.07
	0.13	230	-0.17	-0.20	-0.07	
0.16	0.08 <sub>5</sub>	140	-0.09	-0.10	-0.03	+0.06
0.45	0.22	400	-0.30	-0.37	-0.13	+0.08
0.31	0.16	260	-0.21	-0.24	-0.09	+0.07
0.49	0.24	390	-0.29	-0.39	-0.10	+0.10
0.42	0.21	340	-0.29	-0.38	-0.11	+0.04
0.39	0.21	320	-0.31	-0.36	-0.12	+0.03
0.50						
0.43						

Средние квадратичные ошибки одного определения  $\Delta V_{bl}$  и  $\Delta B_{bl}$ :  $\sigma_{\Delta V} = \pm 0^m02$ ;  $\sigma_{\Delta B} = \pm 0^m01$ .

На рис. 1 представлено общее поглощение в линиях для спектральной области  $V$  как функция  $\theta_0$  и  $\lg g$ . Линии равного поглощения проведены через  $0^m05$ . Заштрихованные полосы—области расположения звезд разных классов светимости. Спектральные классы нанесены в соответствии с [4] и [5].

Теперь оценим эффект нагрева фотосферы, вызванного линиями поглощения. Подробно этот эффект рассмотрен в работе [6]. Излучение, поглощенное в частотах линий, рассеивается назад в фотосферу, приводя к дополнительному нагреву ее. Этот дополнительный нагрев сопровождается повышением уровня непрерывного спектра, проводимого по свободным от линий участкам, по сравнению с тем, который был бы у звезды с той же эффективной температурой, но лишенной линий. А это значит, что при сопоставлении наблюдаемого спектрального распределения энергии звезды с моделями атмосфер нужно брать модель с более высокой эффективной температурой, причем эта температура  $T'_e$  связана с истинной эффективной температурой звезды  $T_e$  соотношением

$$T'_e = \frac{T_e}{\sqrt[4]{1-\eta}},$$

где  $\eta$ —интегральный блокировочный коэффициент по всему спектру, т. е. энергия, поглощенная линиями во всем спектре, отнесенная к общей энергии излучения звезды.

Как легко видеть, изменение величин  $V$  и  $B$ , вызванное эффектом нагрева, равно

$$\Delta m_{bw} = 2.5 \lg \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F'(\lambda) S(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) S(\lambda) d\lambda},$$

где  $F(\lambda)$ —поток, соответствующий истинной температуре звезды  $T_e$ , а  $F'(\lambda)$ —поток, соответствующий температуре  $T'_e$ .

Итак, для оценки величины эффекта нагрева необходимо знать интегральный блокировочный коэффициент  $\eta$ . Он известен только для Солнца и равен 0.124 [7]. Учитывая, что рассматриваемые здесь звезды спектрально близки к Солнцу, будем считать, что коэффициент  $\eta$  для Солнца и для звезд пропорционален соответствующим блокиро-

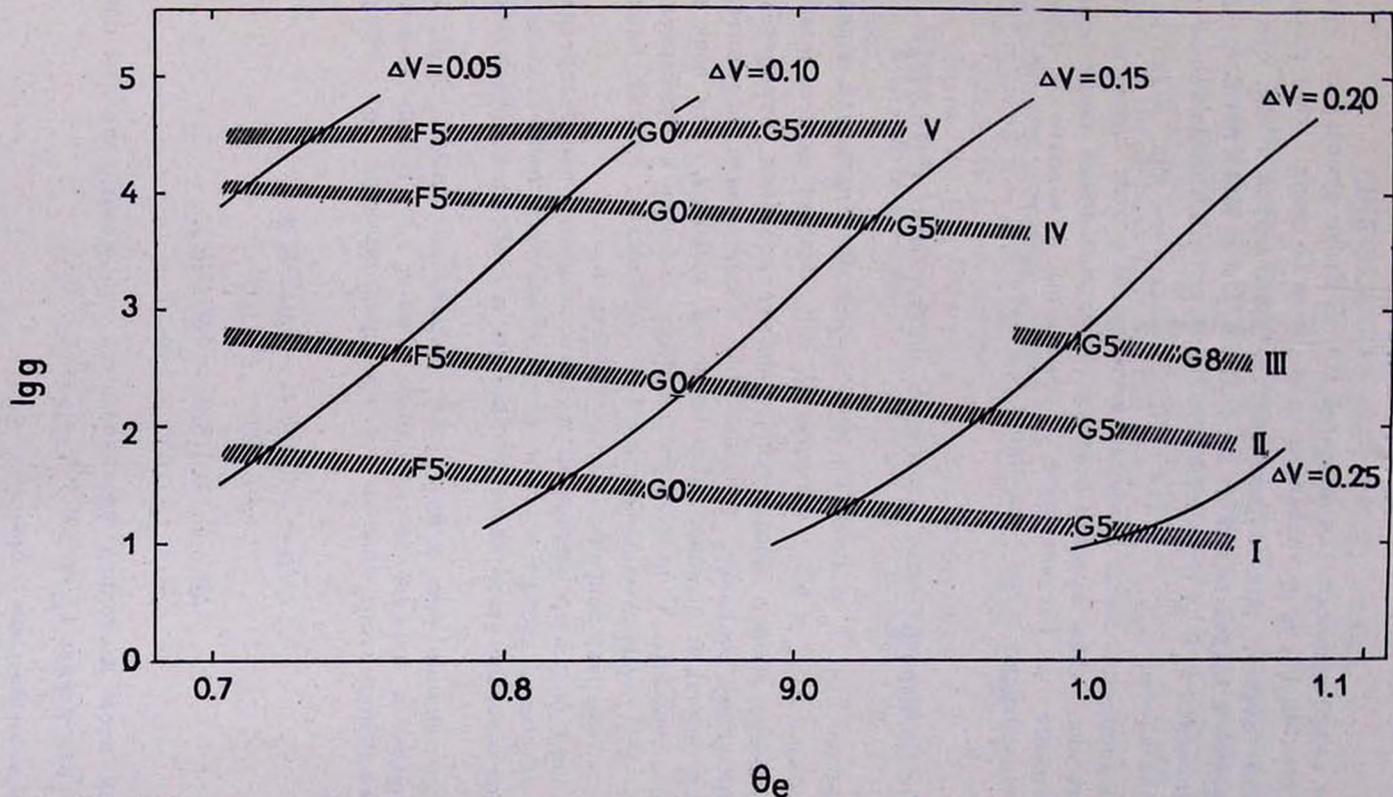


Рис. 1. Линии равного общего поглощения в линиях в полосе V на плоскости  $(\theta_e, \lg g)$  для звезд классов F—G.

вочным коэффициентам для областей V и B. Выше отмечалось, что зависимость  $\Delta V_{bl}(\theta_*, \lg g)$  различна для F- и G-звезд. Это различие в данном случае, при определении  $\eta$ , проявляется в том, что доля поглощения в линиях водорода в областях V и B меняется по-разному при изменении  $\theta_*$  и  $g$ . Это могло бы нарушить предполагаемую пропорциональность  $\eta$ ,  $\eta_V$ ,  $\eta_B$  для F- и G-звезд, но, как видно из [6], доля водородных линий в общем поглощении у этих звезд не столь существенна, чтобы заметно повлиять на определяемый таким образом коэффициент  $\eta$ . Рассчитанные  $\eta$  приведены в колонке 7 табл. 1. Соответствующие этим значениям  $\eta$  разности  $\Delta T_* = T'_* - T_*$  даны в колонке 8.

По моделям [2] были вычислены интегралы  $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) S(\lambda) d\lambda$  для температур  $T'_*$  и  $T_*$  и затем по приведенной выше формуле определены поправки  $\Delta V_{b_w}$  и  $\Delta B_{b_w}$  (колонки 9, 10). Эффект нагрева приводит к повышению уровня континуума, поэтому поправки отрицательны, в то время как поправки, учитывающие блокирование, положительны (в шкале звездных величин). Как видно из таблицы, для всех звезд в полосе фильтра V преобладает эффект нагрева и суммарная поправка  $\Delta V$  отрицательна; в полосе B преобладает эффект блокирования и суммарная поправка  $\Delta B$  положительна.

Таким образом, покровный эффект вызывает перераспределение части излучения звезды, причем звезда становится относительно ярче в длинноволновой части видимого спектра и слабее в коротковолновой.

*Примечание при корректуре:* Выражения  $\Delta m_{bl}(\theta_*, \lg g)$ , более устойчивые к изменениям исходных данных, т. е. с меньшими ошибками коэффициентов, получаются при представлении без свободного члена:

$$\Delta V_{bl} = 0.274 \cdot a_* - 0.033 \cdot \lg g \\ \pm 0.022 \quad \pm 0.007$$

$$\Delta B_{bl} = 0.613 \cdot \theta_* - 0.054 \cdot \lg g \\ \pm 0.032 \quad \pm 0.10$$

Но при этом несколько увеличиваются среднеквадратичные ошибки одного измерения:  $\sigma_{\Delta V} = \pm 0.03$ ,  $\sigma_{\Delta B} = \pm 0.02$ .

## LINE BLANKETING IN F—G STARS

M. H. RODRIGUEZ

The blocking and the back-warming effects of absorption lines on B and V magnitudes are evaluated for stars of spectral classes F—G and different luminosities. The back-warming effect is found to prevail over the blocking in the V band pass while the blocking effect predominates in the B band pass for the stars considered.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. М. Г. Родригес, *Астрофизика*, 5, 269, 1969.
2. C. de Jager, L. Neven, *Bull. Astr. Inst. Netherlands, Suppl. 2*, 125, 1967.
3. H. L. Johnson, *Ap. J.*, 141, 923, 1965.
4. H. L. Johnson, *Bol. Obs. Tonantzintla Tacubaya*, 3, 305, 1964.
5. Th. Schmidt-Kaler, *Landolt-Bornstein, N. S., Gr. VI, Bd. 1*, Springer, 1965.
6. R. L. Wildey, E. M. Burbidge, A. R. Sandage, G. R. Burbidge, *Ap. J.*, 135, 94, 1962.
7. R. Michard, *BAN.*, 11, 227, 1950.



## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УСТОЙЧИВОСТЬ СЛАБОВРАЩАЮЩИХСЯ КОНФИГУРАЦИЙ  
С ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ

Данная работа посвящена вопросу устойчивости звезд с фазовым переходом в центре в случае слабого твердотельного вращения. Найдено критическое значение скачка плотности при фазовом переходе  $q = \rho_2/\rho_1$ , которое приводит к потере устойчивости звезды в момент образования новой фазы. Это критическое значение при любом уравнении состояния равно  $q = 1.5 - \omega^2/4\pi G\rho_1$ ,  $\omega$  — угловая скорость вращения,  $G$  — постоянная тяготения. Рассмотрен допускающий аналитическое решение пример звезды с фазовым переходом, когда вещество до и после фазового перехода является несжимаемым.

1. В случае слабого вращения, ограничиваясь приближением сферической симметрии, запишем полную энергию звезды в виде

$$\epsilon = \int_0^M \left[ E_1(s, \rho) - \frac{Gm}{r} + \frac{\bar{u}^2}{2} \right] dm, \quad (1)$$

$$dm = 4\pi r^2 dr, \quad \overline{u^2}(r) = \frac{2}{3} \omega^2 r^2$$

$m$  — масса внутри сферы радиуса  $r$ .  $\bar{u}^2$  — среднее значение квадрата скорости вещества на сфере радиуса  $r$ ;  $E_1, s$  — энергия и энтропия единицы массы вещества;  $M$  — полная масса звезды.

Условие экстремума полной энергии вращающейся звезды при постоянном значении  $s$  и момента количества движения  $k$  в каждом элементе массы есть условие гидростатического равновесия. С уче-

том этого найдем из (1) приближенное уравнение гидростатического равновесия Клеро:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\rho Gm}{r^2} + \frac{2}{3}\rho\omega^2 r. \quad (2)$$

Уравнение (2) можно также записать в виде закона сохранения:

$$H + \varphi_1 + \varphi_2 = \Phi = \text{const}, \quad (3)$$

где  $H$  — энтальпия единицы массы,  $\varphi_1$  — гравитационный потенциал,  $\varphi_2 = -(1/3)\omega^2 r^2$  — потенциал центробежных сил. Аналогично [1], можно показать, что производные  $M$ ,  $R$  и  $\varepsilon$  по  $\Phi$  непрерывны при образовании новой фазы,  $R$  — радиус звезды. Точно так же можно вывести соотношения для производных по  $P_c$  (центральное давление) в точке образования новой фазы, где  $P_c = P_0$ :

$$\left. \frac{dM}{dP_c} \right|_+ = \frac{3 - \alpha - 2q}{q^2 - \alpha q} \left. \frac{dM}{dP_c} \right|_-, \quad (4)$$

$$\alpha = \omega^2 / 2\pi G \rho_1, \quad (5)$$

и то же самое верно для  $\varepsilon$  и  $R$ . Заметим, что условие слабости вращения означает, что  $\alpha \ll 1$ . При  $q > 1.5$  —  $\alpha/2$  зависимость  $M(P_c)$  имеет в точке  $P_c = P_0$  острый максимум, что приводит к потере устойчивости звезды.

Соотношения (4) были получены в [2] для случая, когда  $\omega = \text{const}$  вдоль равновесных состояний. Однако точка потери устойчивости вращающейся конфигурации определяется максимумом на кривой  $M(P_c)$ , на которой  $S = \text{const}$  и  $K = \text{const}$ ,  $S, K$  — полная энтропия и полный момент количества движения звезды. Условие  $K = \text{const}$  приводит к тому, что угловая скорость вращения меняется от конфигурации к конфигурации. Это показано для случая несжимаемой жидкости в разделе 2.

2. Рассмотрим конфигурацию из ядра с плотностью  $\rho_2$  и оболочки с плотностью  $\rho_1$ , с фазовым переходом между оболочкой и ядром при давлении  $P_0$ . Решение уравнения (2) имеет вид

$$P_0 = P_c - \left( \frac{2\pi G}{3} \rho_2^2 - \frac{1}{3} \omega^2 \rho_2 \right) r_1^2, \quad (6)$$

$$P_0 - \frac{4\pi G}{3} \left( \rho_1 \rho_2 - \frac{3}{2} \rho_1^2 \right) r_1^2 - \frac{1}{3} \omega^2 \rho_1 r_1^2 + \\ + \frac{4\pi G}{3} (\rho_1 \rho_2 - \rho_1^2) \frac{r_1^3}{R} - \left( \frac{2\pi G}{3} \rho_1^2 - \frac{1}{3} \omega^2 \rho_1 \right) R^2 = 0, \quad (7)$$

$$M = \frac{4\pi}{3} [(\rho_2 - \rho_1) r_1^3 + \rho_1 R^3], \quad (8)$$

$$K = I_\omega \cdot \omega = \frac{8\pi}{15} \omega [(\rho_2 - \rho_1) r_1^5 + \rho_1 R^5], \quad (9)$$

$I_\omega$  — момент инерции конфигурации относительно оси вращения,  $r_1$  — радиус ядра.

Обозначим параметры критической конфигурации, в центре которой начинается фазовый переход, через  $M_0, R_0, \omega_0, K_0$ . Из (6)–(9) легко получить производную  $dM/dP_c$  в точке  $P_c = P_0$  при условии  $K = K_0 = \text{const}$ :

$$\frac{dM}{dP_c} = \frac{6R_0}{G\rho_2} \frac{1.5 - q - \alpha/2}{(1 + 4\alpha)(q - \alpha)}. \quad (10)$$

Выпишем также соотношения между производными в этой точке:

$$4\pi\rho_1 R_0^2 dR/dP_c = dM/dP_c \quad (11)$$

$$R_0 d\omega/dP_c = -5\omega_0 dR/dP_c \quad (12)$$

$$\frac{d\Phi}{dP_c} = \left( -\frac{2G}{3R} + \frac{8\omega^2 R^2}{M} \right) \frac{dM}{dP_c}. \quad (13)$$

Соотношения (11)–(13) не зависят от значения  $q$ , поэтому производные  $dM/dR, dM/d\Phi, d\omega/dM$  непрерывны в точке  $P_c = P_0$ . Однако производные  $M, R, \omega$  по  $P_c$  имеют скачок в этой точке и при  $q > 1.5 - \alpha/2$  меняют знак. В частности, при  $q > 1.5 - \alpha/2$  производная  $dM/dP_c$  отрицательна и, следовательно, звезда теряет устойчивость.

Как известно [1, 3, 4], в случае невращающейся несжимаемой конфигурации потеря устойчивости наступает при  $q > 1.5$ . Таким образом, для случая твердотельного вращения условие потери устойчивости из-за фазового перехода в центре слабее, чем для невращающейся конфигурации.

Заметим, что угловая скорость в равновесной конфигурации с малым ядром новой фазы, при условии  $dM/dP_c < 0$ , больше, чем  $\omega_0$ , в силу (11), (12).

Выпишем еще производную  $dM/dP_c$  в точке  $P_c = P_0$  при условии  $\omega = \text{const}$

$$\left. \frac{dM}{dP_c} \right|_{\omega = \text{const}} = \frac{6R_0}{G\rho_2} \frac{1.5 - q - \alpha/2}{(1 - \alpha)(q - \alpha)}.$$

При  $q > 1.5 - \alpha/2$ ,  $dM/dP_c < 0$ , и, сравнивая с (10), имеем неравенство

$$\left. \frac{dM}{dP_c} \right|_{\omega=\text{const}} < \left. \frac{dM}{dP_c} \right|_{K=\text{const}}$$

В заключение привошу глубокую благодарность Я. Б. Зельдовичу и Г. С. Бисноватому-Когану за интерес к работе и полезные обсуждения.

*On the stability of the slowly rotating configuration with a phase transition.* The condition is found for the stability loss due to the phase transition in the center of the slowly rotating configuration.

5 января 1970

Шемахинская астрофизическая  
обсерватория

З. Ф. СЕИДОВ

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. З. Ф. Сеидов, *Астрофизика*, 3, 189, 1967.
2. W. C. De Marsia, *A. J.*, 59, 116, 1954.
3. З. Ф. Сеидов, *Изв. АН АзербССР*. № 5, 93, 1968.
4. W. H. Ramsey, *M. N.*, 113, 427, 1951.

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

---

ВФ 03486. Подписано к печати 15/X 1970 г. Тираж 855 экз. Изд. № 3383. Эвл. 287.  
Формат бумаги 70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Печ. л. 10,5+2 вкл., Бум. л. 5,25. Усл. печ. л. 14,7.  
Уч. изд. лист. 10,95.

---

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, ул. Барокамутян, 24.

## CONTENTS

THE SPECTRA OF MARKARIAN GALAXIES. II. <i>M. A. Arakelian, E. A. Dibay, V. F. Yesipov, B. E. Markartan</i>	357
THE PHOTOMETRY OF SUPERASSOCIATIONS IN THE 12 DISTANT GALAXIES . . . . .	367
VORTEX PERTURBATIONS IN THE FRIEDMAN'S COSMOLOGICAL MODEL <i>Ya. B. Zeldovich, I. D. Novikov</i>	379
THE MODELS OF CLUSTERS OF POINT MASSES WITH QUADRATIC POTENTIAL . . . . .	387
THE ACCRETION OF MATTER BY THE NEUTRON STAR IN BINARY SYSTEM. I. . . . .	397
SUPERNOVAE AS INDICATORS OF DISTANCES . . . . .	405
A STUDY OF VELOCITY DISTRIBUTION OF O—B STARS IN ASSOCIATIONS . . . . .	411
ON DIFFUSION OF RADIATION IN ONE DIMENSIONAL MOVING MEDIUM <i>V. V. Vityasev</i>	431
THE EFFECT OF ELECTRON SCATTERING ON THE PROFILERS OF EMISSION AND ABSORPTION LINES IN STELLAR ATMOSPHERES <i>V. G. Vedmich</i>	445
ENHANCEMENT OF ELECTROMAGNETIC RADIATION INDUCED BY COMPTON SCATTERING IN THE VICINITY OF PULSARS <i>S. A. Kaplan, V. N. Tsytovich, A. S. Chikhachov</i>	463
RADIATION OF MAGNETO-HYDRODYNAMIC WAVES BY ROTATING MAGNETIC STARS AND PLANETS . . . . .	471
GENERATION OF STELLAR MAGNETIC FIELD BY PARTIALLY IONIZED CONVECTIVE ENVELOPES. II. . . . .	489
LINE BLANKETING IN F—G STARS . . . . .	513
NOTES	
ON THE STABILITY OF THE SLOWLY ROTATING CONFIGURATION WITH A PHASE TRANSITION . . . . .	521