

# АСТРОФИЗИКА

ТОМ 5

АВГУСТ, 1969

ВЫПУСК 3

|   |  |     |
|---|--|-----|
| НЕИЗОТРОПНОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В АТМОСФЕРЕ КОНЕЧНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ТОЛЩИНЫ . . . . .              | <i>В. В. Соболев</i>                               | 343 |
| ПОЛИХРОМАТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ  | <i>В. Ю. Терзбиж</i>                               | 359 |
| ИНТЕНСИВНОСТИ ВОДОРОДНЫХ ЛИНИЙ В СПЕКТРЕ ОПТИЧЕСКИ ТОЛСТОЙ ПЛАЗМЫ . . . . .                 | <i>В. П. Гринин</i>                                | 371 |
| О СВЕТОВЫХ КРИВЫХ ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД . . . . .  | <i>Г. А. Гурвадян</i>                              | 383 |
| ЭФФЕКТ ЭЛЕКТРОННОГО ЭКРАНИРОВАНИЯ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ ПРИ ВЫСОКИХ ПЛОТНОСТЯХ                 | <i>В. В. Порфирьев, Ю. Н. Редкобородый</i>         | 393 |
| МЕДЛЕННОЕ ВРАЩЕНИЕ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ И БАРИОННЫХ ЗВЕЗД   | <i>В. В. Папоян, Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян</i> | 415 |
| О РАВНОВЕСНЫХ СОСТОЯНИЯХ СИСТЕМЫ ГРАВИТИРУЮЩИХ ЧАСТИЦ . . . . .                             | <i>Г. С. Бисноватый-Козан, Я. Б. Зельдович</i>     | 425 |
| ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ ТЕЛ МАЛЫХ МАСС В СКОПЛЕНИЯХ . . . . .                       | <i>В. С. Калиберда</i>                             | 433 |
| ГАЛАКТИКИ С УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫМ КОНТИНУУМОМ. II.   | <i>Б. Е. Маркарян</i>                              | 443 |
| О ХАРАКТЕРЕ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ, СВЯЗАННЫХ С КВАЗИ-ЗВЕЗДНЫМИ РАДИОИСТОЧНИКАМИ. I. . . . . | <i>М. А. Аракелян</i>                              | 461 |
| О СОБСТВЕННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ $\gamma$ У ПЕРСЕЯ                                       | <i>О. С. Шулов, Г. А. Гудкова</i>                  | 477 |
| О РЕЛАКСАЦИИ ЗВЕЗД ПЛОСКИХ ПОДСИСТЕМ ГАЛАКТИКИ НА СПИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЕ . . . . .            | <i>А. С. Марочник</i>                              | 487 |
| <b>КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ</b>  |  |     |
| ДВЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ВСПЫХИВАЮЩИЕ ЗВЕЗДЫ В ПЛЕЯДАХ   | <i>Э. С. Парсамян, О. С. Чавушян</i>               | 499 |
| ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ФОТОМЕТРИЯ ДВОЙНОЙ ЗВЕЗДЫ ТИПА ВОЛЬФ-РАЙЕ HD 211853                       | <i>А. А. Гусейнзаде</i>                            | 502 |
| ЭЛЛИПТИЧНОСТЬ СЛАБО ВРАЩАЮЩИХСЯ КОНФИГУРАЦИЙ . . . . .                                      | <i>Э. Ф. Сеидов</i>                                | 503 |

БРЕВАН

## Խ մ ր ա գ ր ա կ ա ն կ ղ լ Ե գ ի ր

Ա. Ա. Բոյարչուկ, Վ. Ա. Դոմբրովսկի, Յա. Բ. Ջելդովիչ, Հ. Մ. Թովմասյան,  
Ս. Ա. Կապլան, Վ. Հ. Համբարձումյան (գլխավոր խմբագիր), Բ. Ե. Մարգարյան,  
Լ. Վ. Միրզոյան (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Վ. Սորոլ

## Редакционная коллегия

В. А. Амбарцумян (главный редактор), А. А. Боярчук, В. А. Домбровский,  
Я. Б. Зельдович, С. А. Каплан, Б. Е. Маркарян, Л. В. Мирзоян (зам. главного  
редактора), В. В. Соболев, Г. М. Товмасын

«АСТРОФИЗИКА» — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство «Международная книга», Москва, 200.

«Աստրոֆիզիկա»-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակվում է Հայկական ՍՍՀ Գիտությունների ակադեմիայի կողմից: Հանդեսը տպագրում է ինֆնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների ու միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղային և արտագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստրոֆիզիկային սանմանակից բնագավառների գծով:

Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսների ուսանողների համար:

Հանդեսը լույս է տեսնում տարեկան 4 անգամ, 1 համարի արժեքն է 1 ուրլի, բաժանողագինը 4 ուրլի մեկ տարվա համար: Բաժանողագրվել կարելի է «Սոյուզպեչատ»-ի բոլոր բաժանմունքներում, իսկ արտասահմանում «Մեխդոնարոդնայա կնիգա» գործակալության միջոցով, Մոսկվա, 200:

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР  
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 5

АВГУСТ, 1969

ВЫПУСК 3

НЕИЗОТРОПНОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В АТМОСФЕРЕ  
КОНЕЧНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ТОЛЩИНЫ

В. В. СОБОЛЕВ

Поступила 10 марта 1969

Рассматривается рассеяние в атмосфере оптической толщины  $\tau_0$ . Индикатриса рассеяния  $x(\eta)$  и альbedo частицы  $\lambda$  считаются произвольными. Принимается, что атмосфера освещена параллельными лучами, падающими под углом  $\arcs \cos \zeta$  к нормали. Искомая величина  $I(\tau, \eta, \zeta, \varphi)$ , представляющая собой интенсивность рассеянного излучения, идущего на оптической глубине  $\tau$  под углом  $\arcs \cos \eta$  к нормали при азимуте  $\varphi$ , разлагается в ряд по величинам  $\cos m\varphi$ . Каждый коэффициент этого ряда  $I^m(\tau, \eta, \zeta)$ , зависящий от трех переменных, выражается через фундаментальную функцию  $\Phi^m(\tau)$ , зависящую только от  $\tau$ . Для определения этой функции дается линейное интегральное уравнение. Предлагается также новый способ получения выражений вспомогательных функций  $\varphi_1^m(\eta)$  и  $\psi_1^m(\eta)$  через функции  $X^m(\eta)$  и  $Y^m(\eta)$  Чандрасекара. Из этих результатов при  $\tau_0 = \infty$  вытекают результаты, найденные ранее [1].

В настоящей статье рассматривается проблема рассеяния света в атмосфере, освещенной параллельными лучами. При этом считается, что индикатриса рассеяния произвольна, но постоянна в атмосфере, и принимается во внимание, наряду с рассеянием излучения, также истинное поглощение. Задача состоит в определении интенсивности диффузного излучения на любой оптической глубине  $\tau$ .

Вообще говоря, интенсивность излучения  $I$  и функция источников  $B$  зависят от азимута  $\varphi$ . Мы разложим функцию источников в ряд по величинам  $\cos m\varphi$ . Каждый коэффициент этого ряда зависит от трех переменных: оптической глубины, угла падения внешнего излучения и угла между направлением диффузного излучения и нормалью. Однако мы покажем — и в этом будет состоять основной результат работы, — что коэффициент  $B^m$  выражается через функцию  $\Phi^m(\tau)$ , зависящую только от  $\tau$ . Для определения функции  $\Phi^m(\tau)$  бу-

дет получено линейное интегральное уравнение с ядром, зависящим от „характеристической функции“  $\Psi^m(\eta)$ .

Функции  $\Phi^m(\tau)$  должны играть фундаментальную роль в теории неизотропного рассеяния излучения. Знание их дает возможность полностью определить поле диффузного излучения в атмосфере.

В частности, через функцию  $\Phi^m(\tau)$  выражаются функции  $X^m(\tau)$  и  $Y^m(\tau)$  Чандрасекара, а также вспомогательные функции  $\varphi_i^m(\eta)$  и  $\psi_i^m(\eta)$ , с помощью которых решается проблема диффузного отражения и пропускания света атмосферой. В статье, между прочим, дается новый способ нахождения функций  $\varphi_i^m(\eta)$  и  $\psi_i^m(\eta)$ , если известны функции  $X^m(\eta)$  и  $Y^m(\eta)$ .

Аналогичное исследование для полубесконечной атмосферы было выполнено нами ранее [1]. Полученные тогда результаты теперь обобщаются на атмосферу конечной оптической толщины  $\tau_0$ .

*Исходные уравнения.* Будем считать, что атмосфера, состоящая из плоскопараллельных слоев, освещена параллельными лучами, падающими под углом  $\arcs \cos \zeta$  к нормали при азимуте, равном нулю. Освещенность верхней границы атмосферы обозначим через  $\pi S \zeta$ .

Пусть  $I(\tau, \eta, \zeta, \varphi)$  — интенсивность диффузного излучения, идущего на оптической глубине  $\tau$  под углом  $\arcs \cos \eta$  к нормали при азимуте  $\varphi$  и  $B(\tau, \eta, \zeta, \varphi)$  — функция источников. Эти величины определяются уравнениями

$$\eta \frac{dI(\tau, \eta, \zeta, \varphi)}{d\tau} = -I(\tau, \eta, \zeta, \varphi) + B(\tau, \eta, \zeta, \varphi), \quad (1)$$

$$B(\tau, \eta, \zeta, \varphi) = \frac{\lambda}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-1}^1 x(\gamma) I(\tau, \eta', \zeta, \varphi') d\eta' + \frac{\lambda}{4} Sx(\gamma_1) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} \quad (2)$$

при граничных условиях

$$\left. \begin{aligned} I(0, \eta, \zeta, \varphi) &= 0, & \text{если } \eta > 0 \\ I(\tau_0, \eta, \zeta, \varphi) &= 0, & \text{если } \eta < 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В уравнении (2) через  $\lambda$  обозначена вероятность выживания фотона при элементарном акте рассеяния,

$$\cos \gamma = \eta \eta' + \sqrt{(1 - \eta^2)(1 - \eta'^2)} \cos(\varphi - \varphi'), \quad (4)$$

$$\cos \gamma_1 = \eta \zeta + \sqrt{(1 - \eta^2)(1 - \zeta^2)} \cos \varphi. \quad (5)$$

Примем, что индикатриса рассеяния имеет вид

$$x(\gamma) = \sum_{i=0}^n x_i P_i(\cos \gamma), \quad (6)$$

где  $P_i(\eta)$  — полином Лежандра. Поскольку  $\cos \gamma$  дается формулой (4), то на основании теоремы сложения сферических функций имеем

$$x(\gamma) = p^0(\eta, \eta') + 2 \sum_{m=1}^n p^m(\eta, \eta') \cos m(\varphi - \varphi'), \quad (7)$$

где

$$p^m(\eta, \eta') = \sum_{i=m}^n c_i^m P_i^m(\eta) P_i^m(\eta'), \quad (8)$$

$$c_i^m = x_i \frac{(i-m)!}{(i+m)!} \quad (9)$$

и  $P_i^m(\eta)$  — присоединенная функция Лежандра.

Пользуясь (7), из (1) и (2) находим

$$B(\tau, \eta, \zeta, \varphi) = B^0(\tau, \eta, \zeta) + 2 \sum_{m=1}^n B^m(\tau, \eta, \zeta) \cos m\varphi, \quad (10)$$

$$I(\tau, \eta, \zeta, \varphi) = I^0(\tau, \eta, \zeta) + 2 \sum_{m=1}^n I^m(\tau, \eta, \zeta) \cos m\varphi, \quad (11)$$

где функции  $B^m(\tau, \eta, \zeta)$  и  $I^m(\tau, \eta, \zeta)$  определяются уравнениями

$$\eta \frac{dI^m(\tau, \eta, \zeta)}{d\tau} = -I^m(\tau, \eta, \zeta) + B^m(\tau, \eta, \zeta), \quad (12)$$

$$B^m(\tau, \eta, \zeta) = \frac{\lambda}{2} \int_{-1}^1 p^m(\eta, \eta') I^m(\tau, \eta', \zeta) d\eta' + \frac{\lambda}{4} S p^m(\eta, \zeta) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} \quad (13)$$

при граничных условиях для  $I^m(\tau, \eta, \zeta)$ , аналогичных условиям (3).

Формулы (10) и (11) вместе с уравнениями (12) и (13) являются для нас исходными. Их уже неоднократно применяли раньше в теории неизотропного рассеяния света (см., напр., [2]).

Находя из (12) выражение для  $I^m(\tau, \eta, \zeta)$  и подставляя его в (13), мы можем получить интегральное уравнение для функции  $B^m(\tau, \eta, \zeta)$ , в котором интегрирование ведется по двум переменным.

Эти уравнения обычно и использовались ранее. Однако сейчас мы получим новое уравнение для функции  $B^m(\tau, \eta, \zeta)$ , в котором интегрирование ведется лишь по оптической глубине  $\tau$ . Очевидно, что наличие таких уравнений должно сильно упростить решение рассматриваемой проблемы.

Уравнение для функции  $B^m(\tau, \eta, \zeta)$ . Из соотношений (13) и (8) следует, что функция  $B^m(\tau, \eta, \zeta)$  может быть представлена в виде

$$B^m(\tau, \eta, \zeta) = \sum_{i=-m}^m c_i^m P_i^m(\eta) B_i^m(\tau, \zeta), \quad (14)$$

где

$$B_i^m(\tau, \zeta) = \frac{\lambda}{2} \int_{-1}^1 P_i^m(\eta) I^m(\tau, \eta, \zeta) d\eta + \frac{\lambda}{4} S P_i^m(\zeta) e^{-\frac{\tau}{\zeta}}. \quad (15)$$

Из (12) и (14) находим

$$I^m(\tau, \eta, \zeta) = \sum_{i=-m}^m c_i^m P_i^m(\eta) I_i^m(\tau, \eta, \zeta), \quad (16)$$

где

$$I_i^m(\tau, \eta, \zeta) = - \int_{\tau}^{\zeta} B_i^m(t, \zeta) e^{\frac{t-\tau}{\eta}} \frac{dt}{\eta} \quad (\eta < 0), \quad (17)$$

$$I_i^m(\tau, \eta, \zeta) = \int_{\tau}^{\zeta} B_i^m(t, \zeta) e^{\frac{t-\tau}{\eta}} \frac{dt}{\eta} \quad (\eta > 0). \quad (18)$$

Если мы подставим (16) в (15) и воспользуемся (17) и (18), то при заданном  $m$  получим систему линейных интегральных уравнений для определения функций  $B_i^m(\tau, \zeta)$ . Легко, однако, найти рекуррентные соотношения для функций  $B_i^m(\tau, \zeta)$  и  $I_i^m(\tau, \eta, \zeta)$ . Эти соотношения позволяют выразить все функции  $I_i^m(\tau, \eta, \zeta)$  через одну из них и тем самым получить отдельное интегральное уравнение для каждой функции  $B_i^m(\tau, \zeta)$ .

Чтобы найти упомянутые рекуррентные соотношения, воспользуемся рекуррентной формулой для функций Лежандра

$$(i - m + 1) P_{i+1}^m(\eta) + (i + m) P_{i-1}^m(\eta) = (2i + 1) \eta P_i^m(\eta). \quad (19)$$

Из (15) при помощи (19), (12) и (14) получаем

$$(i - m + 1) \frac{dB_{i+1}^m(\tau, \zeta)}{d\tau} + (i + m) \frac{dB_{i-1}^m(\tau, \zeta)}{d\tau} = -z_i B_i^m(\tau, \zeta), \quad (20)$$

где обозначено

$$z_i = 2i + 1 - \lambda x_i. \quad (21)$$

Из (17) и (18), пользуясь (20), находим

$$(i - m + 1) I_{i+1}^m(\tau, \eta, \zeta) + (i + m) I_{i-1}^m(\tau, \eta, \zeta) = z_i \eta I_i^m(\tau, \eta, \zeta) + (i - m + 1) V_{i+1}^m(\tau, \eta, \zeta), \quad (22)$$

где

$$V_{i+1}^m(\tau, \eta, \zeta) = N_{i+1}^m(\tau, \zeta) - N_{i+1}^m(\tau_0, \zeta) e^{\frac{\tau - \tau_0}{\eta}} \quad \text{при } \eta < 0, \quad (23)$$

$$V_{i+1}^m(\tau, \eta, \zeta) = N_{i+1}^m(\tau, \zeta) - N_{i+1}^m(0, \zeta) e^{-\frac{\tau}{\eta}} \quad \text{при } \eta > 0, \quad (24)$$

и

$$N_{i+1}^m(\tau, \zeta) = B_{i+1}^m(\tau, \zeta) + \frac{i + m}{i - m + 1} B_{i-1}^m(\tau, \zeta). \quad (25)$$

Применяя полученные рекуррентные формулы, найдем сначала интегральное уравнение для функции  $B_m^m(\tau, \zeta)$ .

Подстановка в (15) (при  $i = m$ ) выражения (16) дает

$$B_m^m(\tau, \zeta) = \frac{\lambda}{2} \int_{-1}^1 P_m^m(\eta) d\eta \sum_{i=m}^n c_i^m I_i^m(\tau, \eta, \zeta) P_i^m(\eta) + \frac{\lambda}{4} S P_m^m(\zeta) e^{-\frac{\tau}{\zeta}}. \quad (26)$$

Пользуясь (22), получаем следующее выражение функции  $I_i^m(\tau, \eta, \zeta)$  через функцию  $I_m^m(\tau, \eta, \zeta)$ :

$$I_i^m(\tau, \eta, \zeta) = R_{im}^m(\eta) I_m^m(\tau, \eta, \zeta) + \sum_{k=m+1}^i R_{ik}^m(\eta) V_k^m(\tau, \eta, \zeta), \quad (27)$$

где величина  $R_{ik}^m(\eta)$  определяется рекуррентной формулой

$$(i - m + 1) R_{i+1, k}^m(\eta) + (i + m) R_{i-1, k}^m(\eta) = z_i \eta R_{ik}^m(\eta) \quad (28)$$

при  $R_{kk}^m(\eta) = 1$  и  $R_{ik}^m(\eta) = 0$  для  $i < k$ .

Вводя (27) в (26), находим

$$B_m^m(\tau, \zeta) = \int_{-1}^1 \Psi^m(\eta) J_m^m(\tau, \eta, \zeta) d\eta + f_m^m(\tau, \zeta), \quad (29)$$

где

$$f_m^m(\tau, \zeta) = - \sum_{k=m+1}^n \left[ N_k^m(0, \zeta) \int_0^1 \Psi_k^m(\eta) e^{-\frac{\tau}{\eta}} d\eta + \right. \\ \left. + N_k^m(\tau_0, \zeta) \int_0^1 \Psi_k^m(-\eta) e^{-\frac{\tau-\tau_0}{\eta}} d\eta \right] + \frac{\lambda}{4} SP_m^m(\zeta) e^{-\frac{\tau}{\zeta}}, \quad (30)$$

$$\Psi_k^m(\eta) = \frac{\lambda}{2} P_m^m(\eta) \sum_{i=k}^n c_i^m R_{ik}^m(\eta) P_i^m(\eta) \quad (31)$$

и для простоты  $\Psi_m^m(\eta)$  обозначено через  $\Psi^m(\eta)$ .

Подстановка в (29) выражений (17) и (18) (при  $i=m$ ) приводит к искомому интегральному уравнению для функции  $B_m^m(\tau, \zeta)$ :

$$B_m^m(\tau, \zeta) = \int_0^{\tau} K^m(|\tau-t|) B_m^m(t, \zeta) dt + f_m^m(\tau, \zeta), \quad (32)$$

где

$$K^m(\tau) = \int_0^1 \Psi^m(\eta) e^{-\frac{\tau}{\eta}} \frac{d\eta}{\eta}. \quad (33)$$

Легко убедиться, что при любом  $i$  функция  $B_i^m(\tau, \zeta)$  определяется уравнением, аналогичным (32), а именно

$$B_i^m(\tau, \zeta) = \int_0^{\tau} K^m(|\tau-t|) B_i^m(t, \zeta) dt + f_i^m(\tau, \zeta). \quad (34)$$

Чтобы сделать это, продифференцируем (34) по  $\tau$ . В результате находим

$$\frac{dB_i^m(\tau, \zeta)}{d\tau} = \int_0^{\tau} K^m(|\tau-t|) \frac{dB_i^m(t, \zeta)}{dt} dt + K^m(\tau) B_i^m(0, \zeta) - \\ - K^m(\tau_0 - \tau) B_i^m(\tau_0, \zeta) + \frac{df_i^m(\tau, \zeta)}{d\tau}. \quad (35)$$

Применение здесь рекуррентного соотношения (20) доказывает справедливость уравнений (34), если функции  $f_i^m(\tau, \zeta)$  удовлетворяют рекуррентной формуле

$$(i-m+1) \frac{df_{i+1}^m(\tau, \zeta)}{d\tau} + (i+m) \frac{df_{i-1}^m(\tau, \zeta)}{d\tau} = -z_i f_i^m(\tau, \zeta) - (i-m+1)[K^m(\tau) N_{i+1}^m(0, \zeta) - K^m(\tau_0 - \tau) N_{i+1}^m(\tau_0, \zeta)]. \quad (36)$$

Пользуясь формулой (36) и выражением (30) для функций  $f_m^m(\tau, \zeta)$ , получаем

$$f_i^m(\tau, \zeta) = R_{im}^m(\zeta) P_m^m(\zeta) \frac{\lambda}{4} S e^{-\frac{\tau}{\zeta}} + \sum_{k=m+1}^n \left[ N_k^m(0, \zeta) \int_0^1 g_{ik}^m(\eta) e^{-\frac{\tau}{\eta}} d\eta + N_k^m(\tau_0, \zeta) \int_0^1 g_{ik}^m(-\eta) e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\eta}} d\eta \right], \quad (37)$$

где

$$g_{ik}^m(\eta) = \Psi_m^m(\eta) R_{ik}^m(\eta) - \Psi_k^m(\eta) R_{im}^m(\eta). \quad (38)$$

Таким образом, для определения функции  $B_i^m(\tau, \zeta)$  мы получили интегральное уравнение (34), в котором ядро дается формулой (33), а свободный член — формулой (37).

Подстановка (34) в (14) приводит к следующему уравнению для определения функции  $B^m(\tau, \eta, \zeta)$ :

$$B^m(\tau, \eta, \zeta) = \int_0^{\tau_0} K^m(|\tau - t|) B^m(t, \eta, \zeta) dt + A_m^m(\zeta, \eta) P_m^m(\zeta) \frac{\lambda}{4} S e^{-\frac{\tau}{\zeta}} + \sum_{k=m+1}^n \left[ N_k^m(0, \zeta) \int_0^1 G_k^m(\eta', \eta) e^{-\frac{\tau}{\eta'}} d\eta' + N_k^m(\tau_0, \zeta) \int_0^1 G_k^m(-\eta', \eta) e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\eta'}} d\eta' \right], \quad (39)$$

где

$$G_k^m(\eta', \eta) = \Psi_m^m(\eta') A_k^m(\eta', \eta) - \Psi_k^m(\eta') A_m^m(\eta', \eta), \quad (40)$$

$$A_k^m(\eta', \eta) = \sum_{i=k}^n c_i^m R_{ik}^m(\eta') P_i^m(\eta). \quad (41)$$

Уравнения (34) и (39) являются искомыми. Из них при  $\tau_0 = \infty$  вытекают уравнения, полученные ранее [1].

Выражение  $B^m(\tau, \eta, \zeta)$  через  $\Phi^m(\tau)$ . Интегральные уравнения (34) при любом  $i$  имеют одно и то же ядро (33), а их свободные члены представляют собой суперпозицию экспонент. Это значит, что все функции  $B_i^m(\tau, \zeta)$  могут быть выражены через одну вспомогательную функцию  $D^m(\tau, \zeta)$ , определенную уравнением

$$D^m(\tau, \zeta) = \int_0^{\tau} K^m(|\tau - t|) D^m(t, \zeta) dt + \frac{\lambda}{4} S e^{-\frac{\tau}{\zeta}}. \quad (42)$$

Из сравнения уравнения (34), в котором  $f_i^m(\tau, \zeta)$  дается формулой (37), с уравнением (42) получаем

$$\begin{aligned} B_i^m(\tau, \zeta) &= R_{im}^m(\zeta) P_m^m(\zeta) D^m(\tau, \zeta) + \\ &+ \frac{4}{\lambda S} \sum_{k=m+1}^n \left[ N_k^m(0, \zeta) \int_0^1 g_{ik}^m(\eta') D^m(\tau, \eta') d\eta' + \right. \\ &\left. + N_k^m(\tau_0, \zeta) \int_0^1 g_{ik}^m(-\eta', \eta) D^m(\tau_0 - \tau, \eta') d\eta' \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

Аналогично находим

$$\begin{aligned} B^m(\tau, \eta, \zeta) &= A_m^m(\zeta, \eta) P_m^m(\zeta) D^m(\tau, \zeta) + \\ &+ \frac{4}{\lambda S} \sum_{k=m+1}^n \left[ N_k^m(0, \zeta) \int_0^1 G_k^m(\eta', \eta) D^m(\tau, \eta') d\eta' + \right. \\ &\left. + N_k^m(\tau_0, \zeta) \int_0^1 G_k^m(-\eta', \eta) D^m(\tau_0 - \tau, \eta') d\eta' \right]. \end{aligned} \quad (44)$$

Уравнение (42) является линейным интегральным уравнением с ядром, зависящим от модуля разности аргументов, при конечном промежутке интегрирования. Для таких уравнений было показано [3], что резольвента  $\Gamma^m(\tau, \tau')$  выражается через функцию  $\Phi^m(\tau) = \Gamma^m(\tau, 0)$ . Следовательно, через функцию  $\Phi^m(\tau)$  выражается решение уравнения типа (42) при любом свободном члене. Формулы, найденные в [3],

дают, в частности, выражение величины  $D^m(\tau, \zeta)$  через функцию  $\Phi^m(\tau)$ . Легко, однако, получить его непосредственно из уравнения (42).

Дифференцируя (42) по  $\tau$ , находим

$$\begin{aligned} \frac{dD^m(\tau, \zeta)}{d\tau} = & \int_0^{\tau_0} K^m(|\tau - t|) \frac{dD^m(t, \zeta)}{dt} dt + K^m(\tau) D^m(0, \zeta) - \\ & - K^m(\tau_0 - \tau) D^m(\tau_0, \zeta) - \frac{\lambda}{4\zeta} S e^{-\frac{\tau}{\zeta}}. \end{aligned} \quad (45)$$

Сравнение (42) с (45) при учете (33) дает

$$\frac{dD^m(\tau, \zeta)}{d\tau} = -\frac{1}{\zeta} D^m(\tau, \zeta) + D^m(0, \zeta) \Phi^m(\tau) - D^m(\tau_0, \zeta) \Phi^m(\tau_0 - \tau), \quad (46)$$

где обозначено

$$\Phi^m(\tau) = \frac{4}{\lambda S} \int_0^1 D^m(\tau, \eta) \Psi^m(\eta) \frac{d\eta}{\eta}. \quad (47)$$

Из (42) и (47) вытекает следующее уравнение для определения функции  $\Phi^m(\tau)$ :

$$\Phi^m(\tau) = \int_0^{\tau_0} K^m(|\tau - t|) \Phi^m(t) dt + K^m(\tau). \quad (48)$$

Интегрируя (46), получаем

$$\begin{aligned} D^m(\tau, \zeta) = & \frac{\lambda}{4} S e^{-\frac{\tau}{\zeta}} \left\{ X^m(\zeta) \left[ 1 + \int_0^{\tau} \Phi^m(t) e^{\frac{t}{\zeta}} dt \right] - \right. \\ & \left. - Y^m(\zeta) \int_0^{\tau} \Phi^m(\tau_0 - t) e^{\frac{t}{\zeta}} dt \right\}, \end{aligned} \quad (49)$$

где введены новые обозначения

$$D^m(\tau, \zeta) = \frac{\lambda}{4} S X^m(\zeta), \quad D^m(\tau_0, \zeta) = \frac{\lambda}{4} S Y^m(\zeta). \quad (50)$$

Функции  $X^m(\zeta)$  и  $Y^m(\zeta)$  могут быть легко выражены через функцию  $\Phi^m(\tau)$ . Полагая в (42)  $\tau = 0$ , находим

$$X^m(\zeta) = \frac{4}{\lambda S} \int_0^{\infty} K^m(\tau) D^m(\tau, \zeta) d\tau + 1. \quad (51)$$

Но из (42) и (48), на основании известного свойства уравнений, различающихся лишь свободными членами, следует

$$\int_0^{\infty} K^m(\tau) D^m(\tau, \zeta) d\tau = \frac{\lambda}{4} S \int_0^{\infty} \Phi^m(\tau) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} d\tau. \quad (52)$$

Поэтому вместо (51) имеем

$$X^m(\zeta) = 1 + \int_0^{\infty} \Phi^m(\tau) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} d\tau. \quad (53)$$

Аналогично получаем

$$Y^m(\zeta) = e^{-\frac{\zeta_0}{\zeta}} + \int_0^{\infty} \Phi^m(\tau) e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\zeta}} d\tau. \quad (54)$$

Таким образом, вспомогательная функция  $D^m(\tau, \zeta)$  выражается через  $\Phi^m(\tau)$  формулой (49), а входящие в нее функции  $X^m(\zeta)$  и  $Y^m(\zeta)$  — формулами (53) и (54). Для определения же функции  $\Phi^m(\tau)$  служит уравнение (48).

Можно также предложить другой способ нахождения функций  $X^m(\zeta)$ ,  $Y^m(\zeta)$  и  $\Phi^m(\tau)$ . Из (42) и (46), как известно, может быть получена следующая система уравнений для функций  $X^m(\zeta)$  и  $Y^m(\zeta)$ :

$$X^m(\zeta) = 1 + \zeta \int_0^1 \Psi^m(\eta) \frac{X^m(\zeta) X^m(\eta) - Y^m(\zeta) Y^m(\eta)}{\zeta + \eta} d\eta, \quad (55)$$

$$Y^m(\zeta) = e^{-\frac{\zeta_0}{\zeta}} + \zeta \int_0^1 \Psi^m(\eta) \frac{Y^m(\zeta) X^m(\eta) - Y^m(\eta) X^m(\zeta)}{\zeta - \eta} d\eta. \quad (56)$$

Функции  $X^m(\zeta)$  и  $Y^m(\zeta)$ , определенные уравнениями (55) и (56), называются обычно „функциями Чандрасекара“. Они подробно изучены в ряде работ [2, 4, 5].

Если функции  $X^m(\zeta)$  и  $Y^m(\zeta)$  считать известными, то функция  $\Phi^m(\tau)$  может быть найдена из уравнения

$$\Phi^m(\tau) = L^m(\tau) + \int_0^{\tau} \Phi^m(t) L^m(\tau - t) dt - \int_0^{\tau} \Phi^m(\tau_0 - t) M^m(\tau - t) dt, \quad (57)$$

где

$$L^m(\tau) = \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\zeta}} X^m(\zeta) \Psi^m(\zeta) \frac{d\zeta}{\zeta}, \quad (58)$$

$$M^m(\tau) = \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\zeta}} Y^m(\zeta) \Psi^m(\zeta) \frac{d\zeta}{\zeta}. \quad (59)$$

Уравнение (57) вытекает из (47) и (49).

Обратимся теперь к нахождению величин  $N_k^m(0, \zeta)$  и  $N_k^m(\tau_0, \zeta)$ , входящих в формулы (43) и (44). На основании (25) имеем

$$N_{i+1}^m(0, \zeta) = B_{i+1}^m(0, \zeta) + \frac{i+m}{i-m+1} B_{i-1}^m(0, \zeta), \quad (60)$$

$$N_{i+1}^m(\tau_0, \zeta) = B_{i+1}^m(\tau_0, \zeta) + \frac{i+m}{i-m+1} B_{i-1}^m(\tau_0, \zeta). \quad (61)$$

Полагая в (43) сначала  $\tau = 0$ , а затем  $\tau = \tau_0$  и пользуясь обозначениями (50), получаем

$$B_i^m(0, \zeta) = R_{im}^m(\zeta) P_m^m(\zeta) \frac{\lambda}{4} S X^m(\zeta) + \quad (62)$$

$$+ \sum_{k=m+1}^n \left[ N_k^m(0, \zeta) \int_0^1 g_{ik}^m(\eta) X^m(\eta) d\eta + N_k^m(\tau_0, \zeta) \int_0^1 g_{ik}^m(-\eta) Y^m(\eta) d\eta \right],$$

$$B_i^m(\tau_0, \zeta) = R_{im}^m(\zeta) P_m^m(\zeta) \frac{\lambda}{4} S Y^m(\zeta) + \quad (63)$$

$$+ \sum_{k=m+1}^n \left[ N_k^m(0, \zeta) \int_0^1 g_{ik}^m(\eta) Y^m(\eta) d\eta + N_k^m(\tau_0, \zeta) \int_0^1 g_{ik}^m(-\eta) X^m(\eta) d\eta \right].$$

Соотношения (62) и (63) [вместе с (60) и (61)] представляют собой систему линейных алгебраических уравнений для определения величин  $N_k^m(0, \zeta)$  и  $N_k^m(\tau_0, \zeta)$ , которые выражаются из нее через функции  $X^m(\zeta)$  и  $Y^m(\zeta)$ . Наличие же формул (53) [и (54)] позволяет выразить эти величины через фундаментальные функции  $\Phi^m(\tau)$ .

Выражение  $\varphi_i^m(\zeta)$  и  $\psi_i^m(\zeta)$  через  $X^m(\zeta)$  и  $Y^m(\zeta)$ . Полученные результаты дают возможность определить интенсивность диффузного излучения на любой оптической глубине  $\tau$ . Однако для многих применений достаточно знать лишь интенсивности излучения, выходящего из атмосферы. Эти величины при помощи приведенных выше формул легко выражаются через функции  $X^m(\zeta)$  и  $Y^m(\zeta)$ .

Интенсивности излучения, выходящего из атмосферы через верхнюю и нижнюю границы, мы представим соответственно в виде

$$I(0, -\eta, \zeta, \varphi) = S\zeta \left[ \rho^0(\eta, \zeta) + 2 \sum_{m=1}^n \rho^m(\eta, \zeta) \cos m\varphi \right], \quad (64)$$

$$I(\tau_0, \eta, \zeta, \varphi) = S\zeta \left[ \sigma^0(\eta, \zeta) + 2 \sum_{m=1}^n \sigma^m(\eta, \zeta) \cos m\varphi \right]. \quad (65)$$

Как известно, величины  $\rho^m(\eta, \zeta)$  и  $\sigma^m(\eta, \zeta)$  могут быть выражены через вспомогательные функции  $\varphi_i^m(\zeta)$  и  $\psi_i^m(\zeta)$ . Эти выражения имеют вид

$$\rho^m(\eta, \zeta) = \frac{\lambda}{4} \sum_{i=m}^n (-1)^{i+m} c_i^m \frac{\varphi_i^m(\eta) \varphi_i^m(\zeta) - \psi_i^m(\eta) \psi_i^m(\zeta)}{\tau \zeta +}, \quad (66)$$

$$\sigma^m(\eta, \zeta) = \frac{\lambda}{4} \sum_{i=m}^n c_i^m \frac{\varphi_i^m(\zeta) \psi_i^m(\eta) - \varphi_i^m(\eta) \psi_i^m(\zeta)}{\eta - \zeta}. \quad (67)$$

В свою очередь функции  $\varphi_i^m(\zeta)$  и  $\psi_i^m(\zeta)$  даются формулами

$$\varphi_i^m(\zeta) = P_i^m(\zeta) + 2\zeta \int_0^1 P_i^m(-\eta) \rho^m(\eta, \zeta) d\eta, \quad (68)$$

$$\psi_i^m(\zeta) = P_i^m(\zeta) e^{-\frac{\tau_0}{\zeta}} + 2\zeta \int_0^1 P_i^m(\eta) \sigma^m(\eta, \zeta) d\eta, \quad (69)$$

при подстановке в которые выражений (66) и (67) получается система нелинейных интегральных уравнений для определения этих функций.

Формулы (66)—(69) были найдены В. А. Амбарцумяном [6] при изотропном рассеянии и произвольном  $\tau_0$ , а затем при несферической индикатрисе рассеяния и  $\tau_0 = \infty$ . Чандрасекар [2] обобщил их на несферическую индикатрису рассеяния и любое  $\tau_0$ .

Таким образом, для получения выражений величины  $\rho^m(\eta, \zeta)$  и  $\sigma^m(\eta, \zeta)$  через функции  $X^m(\zeta)$  и  $Y^m(\zeta)$  достаточно выразить через них вспомогательные функции  $\varphi_i^m(\zeta)$  и  $\psi_i^m(\zeta)$ . Чтобы сделать это, заметим, что из уравнения (15) при  $\tau = 0$  и  $\tau = \tau_0$  и при использовании формул (68) и (69) вытекают соотношения

$$B_i^m(0, \zeta) = \frac{\lambda}{4} S\varphi_i^m(\zeta), \quad B_i^m(\tau_0, \zeta) = \frac{\lambda}{4} S\psi_i^m(\zeta). \quad (70)$$

По дстановка (60), (61) и (70) в (62) и (63) дает

$$\begin{aligned} \varphi_i^m(\zeta) = & R_{im}^m(\zeta) P_m^m(\zeta) X^m(\zeta) + \\ & + \sum_{k=m+1}^n \left[ \varphi_k^m(\zeta) + \frac{k+m-1}{k-m} \varphi_{k-2}^m(\zeta) \right] \int_{\eta}^1 g_{ik}^m(\eta) X^m(\eta) d\eta + \\ & + \sum_{k=m+1}^n \left[ \psi_k^m(\zeta) + \frac{k+m-1}{k-m} \psi_{k-2}^m(\zeta) \right] \int_0^1 g_{ik}^m(-\eta) Y^m(\eta) d\eta, \end{aligned} \quad (71)$$

$$\begin{aligned} \psi_i^m(\zeta) = & R_{im}^m(\zeta) P_m^m(\zeta) Y^m(\zeta) + \\ & + \sum_{k=m+1}^n \left[ \varphi_k^m(\zeta) + \frac{k+m-1}{k-m} \varphi_{k-2}^m(\zeta) \right] \int_0^1 g_{ik}^m(\eta) Y^m(\eta) d\eta + \\ & + \sum_{k=m+1}^n \left[ \psi_k^m(\zeta) + \frac{k+m-1}{k-m} \psi_{k-2}^m(\zeta) \right] \int_0^1 g_{ik}^m(-\eta) X^m(\eta) d\eta. \end{aligned} \quad (72)$$

Соотношения (71) и (72) можно рассматривать как систему линейных алгебраических уравнений для определения функций  $\varphi_i^m(\zeta)$  и  $\psi_i^m(\zeta)$ . Из нее могут быть получены искомые выражения этих функций через  $X^m(\zeta)$  и  $Y^m(\zeta)$ .

Из уравнений (71) и (72), приняв во внимание соотношения

$$R_{ik}^m(-\eta) = (-1)^{i+k} R_{ik}^m(\eta), \quad g_{ik}^m(-\eta) = (-1)^{i+k} g_{ik}^m(\eta), \quad (73)$$

мы находим, что функции  $\varphi_i^m(\zeta)$  и  $\psi_i^m(\zeta)$  имеют вид

$$\varphi_i^m(\zeta) = P_m^m(\zeta) [X^m(\zeta) q_i^m(\zeta) + (-1)^{i+m} Y^m(\zeta) s_i^m(-\zeta)], \quad (74)$$

$$\psi_i^m(\zeta) = P_m^m(\zeta) [X^m(\zeta) s_i^m(\zeta) + (-1)^{i+m} Y^m(\zeta) q_i^m(-\zeta)], \quad (75)$$

где  $q_i^m(\zeta)$  и  $s_i^m(\zeta)$  представляют собой полиномы степени  $n-m$ .

Для определения этих полиномов служат уравнения

$$q_i^m(\zeta) = R_{im}^m(\zeta) + \sum_{k=m+1}^n \left[ q_k^m(\zeta) + \frac{k+m-1}{k-m} q_{k-2}^m(\zeta) \right] \int_0^1 g_{ik}^m(\eta) X^m(\eta) d\eta + \\ + \sum_{k=m+1}^n \left[ s_k^m(\zeta) + \frac{k+m-1}{k-m} s_{k-2}^m(\zeta) \right] \int_0^1 g_{ik}^m(-\eta) Y^m(\eta) d\eta, \quad (76)$$

$$s_i^m(\zeta) = \sum_{k=m+1}^n \left[ q_k^m(\zeta) + \frac{k+m-1}{k-m} q_{k-2}^m(\zeta) \right] \int_0^1 g_{ik}^m(\eta) Y^m(\eta) d\eta + \\ + \sum_{k=m+1}^n \left[ s_k^m(\zeta) + \frac{k+m-1}{k-m} s_{k-2}^m(\zeta) \right] \int_0^1 g_{ik}^m(-\eta) X^m(\eta) d\eta. \quad (77)$$

Формулы (74) и (75) являются обобщением формул, полученных для случая  $m=0$  в нашей статье [7]. Там же был предложен способ определения полиномов  $q_i^0(\zeta)$  и  $s_i^0(\zeta)$ , который отличается от данного выше способа, заключающегося в решении уравнений (76) и (77).

*Заключительные замечания.* Как уже сказано, основной результат этой работы состоит в получении формулы (44), выражающей величину  $B^m(\tau, \eta, \zeta)$  через вспомогательную функцию  $D^m(\tau, \zeta)$ . В свою очередь функция  $D^m(\tau, \zeta)$  выражается через фундаментальную функцию  $\Phi^m(\tau)$ , определенную уравнением (48).

Для полного решения рассматриваемой проблемы надо знать столько функций  $\Phi^m(\tau)$ , сколько содержится членов в разложении индикатрисы рассеяния по полиномам Лежандра. Однако каждая из

этих функций определяется независимо от других. Если, например, нас интересует лишь интенсивность излучения, усредненная по азимуту, то достаточно найти одну функцию  $\Phi^0(\tau)$ .

Для полубесконечной атмосферы функции  $\Phi^m(\tau)$  могут быть получены в явном виде. Для атмосферы конечной оптической толщины  $\tau_0$  они определяются путем численного решения уравнения (48). Другой способ нахождения этих функций состоит в решении уравнения (57) после предварительного определения функций  $X^m(\zeta)$  и  $Y^m(\zeta)$ . Для нахождения функций  $\Phi^m(\tau)$  могут быть также использованы некоторые уравнения, содержащие производные по  $\tau_0$ .

В настоящей статье принималось, что атмосфера освещена параллельными лучами. Можно, однако, показать, что знание функций  $\Phi^m(\tau)$  позволяет определить поле излучения в атмосфере при любых источниках энергии (мощность которых зависит только от  $\tau$ ). Это обусловлено тем, что через функции  $\Phi^m(\tau)$  выражается резольвента основного интегрального уравнения для функции источников. Мы рассмотрим этот вопрос позднее.

Ленинградский Государственный  
университет

## ANISOTROPIC LIGHT SCATTERING IN THE ATMOSPHERE OF FINITE OPTICAL THICKNESS

V. V. SOBOLEV

Light scattering is considered in the atmosphere of optical thickness  $\tau_0$ . Scattering indicatrix  $x(\gamma)$  and particle albedo  $\lambda$  are arbitrary. The atmosphere is assumed to be illuminated by parallel rays. The angle of incidence of the rays is  $\arccos \zeta$ . The quantity under consideration is  $I(\tau, \eta, \zeta, \varphi)$ , i. e. the intensity of scattered radiation at the optical depth  $\tau$  in the direction characterized by the angle with the normal  $\arccos \eta$  and the azimuth  $\varphi$ . The intensity is expanded in terms of  $\cos m\varphi$ . The coefficients of the expansion  $I^m(\tau, \eta, \zeta)$  depend on three variables. They are expressed in terms of the fundamental functions  $\Phi^m(\tau)$  depending on  $\tau$  only. Linear integral equation for  $\Phi^m(\tau)$  is derived. A new method of expressing the auxiliary functions  $\varphi_i^m(\eta)$  and  $\psi_i^m(\eta)$  in terms of Chandrasekhar's functions  $X^m(\eta)$  and  $Y^m(\eta)$  is also proposed. In the case of  $\tau_0 = \infty$  the results yield to those found earlier [1].

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. В. Соболев, Астрон. ж., 46,512, 1969.
2. S. Chandrasekhar, Radiative Transfer, Oxford, 1950 (русск. перевод: С. Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, 1953).
3. В. В. Соболев, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 11, 39, 1958.
4. I. W. Busbridge, The Mathematics of Radiative Transfer, Cambridge, 1960.
5. J. L. Carlstedt, T. W. Mullikin, Ap. J., Suppl. ser., 12, N 113, 1966.
6. В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. 1, Ереван, 1960.
7. В. В. Соболев, Астрофизика, 5, 1, 1969.

ПОЛИХРОМАТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В  
ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

В. Ю. ТЕРЕВИЖ

Поступила 6 декабря 1968

Рассматривается чистое рассеяние излучения в плоском слое газа, освещенном внешними источниками излучения. Предполагается, что а) газ состоит [из атомов, обладающих тремя энергетическими уровнями; б) оптические толщины среды бесконечно велики во всех частотах; в) коэффициент поглощения в линии имеет прямоугольный контур. Решение задачи получено в приближении Шварцшильда—Шустера. Приводятся физическая интерпретация результатов.

Известно, что для решения целого ряда астрофизических вопросов применяемое часто в теории переноса излучения приближение, основанное на рассмотрении атомов лишь с двумя уровнями, является недостаточным. К таким вопросам относятся, например, задача о взаимодействии излучения в непрерывном спектре и в спектральных линиях в звездных атмосферах и расчет степени ионизации в протяженных оболочках звезд. Эти задачи требуют рассмотрения атомов, обладающих, по крайней мере, тремя уровнями энергии.

Вместе с тем, проблема полихроматического лучистого равновесия сталкивается с трудностями, которые обусловлены существенной нелинейностью уравнений переноса излучения. Если для атомов с двумя уровнями сравнительно широкий класс задач удастся решить в линейном приближении (для этого достаточно, чтобы плотность энергии излучения была мала), то в случае многоуровневых атомов нелинейность характерна для самой постановки задачи и лишь в исключительных случаях проблема сводится к решению линейных уравнений.

Строгое исследование нелинейных задач теории диффузии излучения было начато в работах В. А. Амбарцумяна [1—3], где было сделано соответствующее обобщение принципа инвариантности и предложен метод самосогласованных оптических глубин. В дальнейшем

А. Г. Никогосян [4], применив принцип инвариантности, рассмотрел задачу о диффузном отражении света от одномерной бесконечно глубокой среды, состоящей из атомов с тремя уровнями.

В настоящей работе исследуется поле излучения внутри плоского слоя газа, состоящего из трехуровневых атомов и освещенного извне заданными отличными от нуля потоками излучения. Оптические толщины среды во всех трех частотах считаются бесконечно большими. Мы предполагаем также, что переходами под действием электронных ударов можно пренебречь и что коэффициент поглощения в линии имеет прямоугольный контур\*. При решении уравнений переноса используется метод Шварцшильда-Шустера усреднения интенсивности излучения по углам. Конечно, внося небольшие изменения, можно получить решение и в приближении Эддингтона.

1. Обозначим через  $z$  расстояние, отсчитанное от границы среды, через  $I'_{ik}$  и  $I''_{ik}$  — средние интенсивности излучения в частоте  $\nu_{ik}$ , идущего соответственно в сторону возрастающих и в сторону убывающих глубин. Уравнения переноса излучения в приближении Шварцшильда-Шустера имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \frac{dI'_{ik}}{dz} = -\frac{h\nu_{ik}B_{ik}}{c\Delta\nu_{ik}} \left( n_i - \frac{g_i}{g_k} n_k \right) I'_{ik} + n_k A_{ki} \frac{h\nu_{ik}}{4\pi\Delta\nu_{ik}}, \\ -\frac{1}{2} \frac{dI''_{ik}}{dz} = -\frac{h\nu_{ik}B_{ik}}{c\Delta\nu_{ik}} \left( n_i - \frac{g_i}{g_k} n_k \right) I''_{ik} + n_k A_{ki} \frac{h\nu_{ik}}{4\pi\Delta\nu_{ik}}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $i, k = 1, 2, 3$ ;  $i < k$ . Запишем также условия стационарности

$$\left\{ \begin{array}{l} n_3(A_{31} + B_{31}\rho_{13}) + n_2(A_{21} + B_{21}\rho_{12}) = n_1(B_{12}\rho_{12} + B_{13}\rho_{13}), \\ n_3(A_{31} + B_{32}\rho_{13} + A_{32} + B_{32}\rho_{23}) = n_1B_{13}\rho_{13} + n_2B_{23}\rho_{23}, \end{array} \right. \quad (2)$$

где

$$\rho_{ik} = \frac{2\pi}{c} (I'_{ik} + I''_{ik}) \quad (3)$$

есть плотность излучения в частоте  $\nu_{ik}$ .

\* Нахождение решения задачи с учетом перераспределения излучения по частоте, представляющего, несомненно, больший интерес для практических применений, требует использования значительно более сложного аппарата и сталкивается в настоящее время с рядом трудностей.

В дальнейшем удобно перейти в уравнениях переноса к оптической глубине  $\tau$  в частоте  $\nu_{12}$ , которая определяется соотношением

$$\tau = \frac{h\nu_{12}B_{12}}{c\Delta\nu_{12}} \int_0^z \left( n_1 - \frac{g_1}{g_3} n_2 \right) dz. \quad (4)$$

Вводя также обозначения

$$\begin{aligned} \sigma_{ik} &= \frac{8\pi h\nu_{ik}^3}{c^3}, & \bar{\rho}_{ik} &= \frac{\rho_{ik}}{\sigma_{ik}}, \\ H_{ik} &= \frac{\pi}{c\sigma_{ik}} (I_{ik}' - I_{ik}'), & C_{ik} &= \frac{1}{\frac{g_k}{g_l} \frac{n_l}{n_k} - 1}, \end{aligned} \quad (5)$$

получаем из (1):

$$\begin{cases} \frac{1}{4} \frac{d\bar{\rho}_{12}}{d\tau} = -H_{12}, & \frac{dH_{12}}{d\tau} = C_{12} - \bar{\rho}_{12}, \\ \frac{1}{4} \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} = -\frac{1}{q} \left( 1 - \frac{C_{13}}{C_{23}} \right) H_{13}, & \frac{dH_{13}}{d\tau} = \frac{1}{q} \left( 1 - \frac{C_{13}}{C_{23}} \right) (C_{12} - \bar{\rho}_{12}), \\ \frac{1}{4} \frac{d\bar{\rho}_{23}}{d\tau} = -s \frac{C_{13}}{C_{23}} H_{23}, & \frac{dH_{23}}{d\tau} = s \frac{C_{13}}{C_{23}} (C_{23} - \bar{\rho}_{23}), \end{cases} \quad (6)$$

где постоянные

$$q = \frac{B_{12}\nu_{12}\Delta\nu_{12}}{B_{13}\nu_{13}\Delta\nu_{13}}, \quad s = \frac{g_2 B_{23}\nu_{23}\Delta\nu_{13}}{g_1 B_{13}\nu_{13}\Delta\nu_{23}}. \quad (7)$$

Условия стационарности в обозначениях (5) принимают вид:

$$\begin{cases} C_{12} - \bar{\rho}_{12} + k \left( 1 - \frac{C_{13}}{C_{23}} \right) (C_{12} - \bar{\rho}_{12}) = 0, \\ C_{13} - \bar{\rho}_{13} + x \frac{C_{13}}{C_{23}} (C_{23} - \bar{\rho}_{23}) = 0, \end{cases} \quad (8)$$

где

$$k = \frac{g_2 A_{21}}{g_3 A_{31}}, \quad x = \frac{A_{32}}{A_{21}}. \quad (9)$$

Кроме того, непосредственно из определения функций  $C_{ik}$  следует тождество

$$\frac{C_{12}}{1 + C_{12}} = \frac{C_{13}}{1 + C_{13}} \frac{C_{23}}{1 + C_{23}} \quad (10)$$

Рассмотрим граничные условия, которые необходимо поставить в данном случае. Прежде всего, нам заданы потоки падающего на среду излучения во всех частотах

$$F_{ik} = \frac{\pi}{c\sigma_{ik}} I_{ik}'(0), \quad (11)$$

поэтому три граничных условия при  $\tau = 0$  имеют вид

$$[\bar{\rho}_{ik} + 2H_{ik}]_{\tau=0} = 4F_{ik}. \quad (12)$$

Далее, потребуем, чтобы  $\bar{\rho}_{ik}$  были положительны и ограничены при  $\tau \rightarrow \infty$ . Тогда уравнения (6) показывают, что

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} H_{ik} = 0. \quad (13)$$

Эти соотношения можно рассматривать как граничные условия на бесконечности. Они означают, что мы исключаем наличие источников квантов на бесконечной глубине.

Уравнения (6), (8) и (10) вместе с граничными условиями (12) и (13) должны служить для нахождения функций  $\bar{\rho}_{ik}$ ,  $H_{ik}$  и  $C_{ik}$ .

Сопоставляя (6) и (8), а также учитывая (13), получаем два первых интеграла

$$\begin{aligned} H_{12} + qkH_{13} &= 0, \\ H_{12} + \frac{x}{s} H_{23} &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

которые выражают собой закон сохранения чисел квантов в сериях, сформулированный в общем виде Л. Хензи [5] и В. А. Амбарцумяном [6].

Заметим, что в том случае, когда среда обладает конечными оптическими толщинами во всех частотах, в правых частях соотношений (14) должны стоять постоянные  $A_1$  и  $A_2$ , не равные нулю.

При помощи соотношений (14) можно исключить потоки  $H_{ik}$  из уравнений (6). Имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4} \frac{d^2 \bar{\rho}_{13}}{d\tau^2} = \bar{\rho}_{13} - C_{13}, \\ \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} = -\frac{1}{q^2 k} \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} \left( 1 - \frac{C_{13}}{C_{23}} \right), \\ \frac{d\bar{\rho}_{23}}{d\tau} = -\frac{s^2}{x} \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} \frac{C_{13}}{C_{23}}. \end{array} \right. \quad (15)$$

Разрешая, далее, систему уравнений (8) и (10) относительно  $C_{ik}$ , находим

$$\begin{aligned} C_{13} &= \frac{k \bar{\rho}_{13} (1 + \bar{\rho}_{12}) + x \bar{\rho}_{23} (\bar{\rho}_{13} + k \bar{\rho}_{12})}{x(1+k) \bar{\rho}_{23} + k(1+x)(1 + \bar{\rho}_{12})}, \\ \frac{C_{13}}{C_{23}} &= \frac{(x-k) \bar{\rho}_{13} + k(1+x) \bar{\rho}_{12}}{x(1+k) \bar{\rho}_{23} + k(1+x)(1 + \bar{\rho}_{12})}. \end{aligned} \quad (16)$$

Подстановка (16) в (15) приводит к следующей системе уравнений, в которые входят только  $\bar{\rho}_{ik}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4} \frac{d^2 \bar{\rho}_{13}}{d\tau^2} = xk \frac{\bar{\rho}_{13} (1 + \bar{\rho}_{12} + \bar{\rho}_{23}) - \bar{\rho}_{12} \bar{\rho}_{23}}{x(1+k) \bar{\rho}_{23} + k(1+x)(1 + \bar{\rho}_{12})}, \end{array} \right. \quad (17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} = -\frac{1}{q^2 k} \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} \left[ 1 - \frac{(x-k) \bar{\rho}_{13} + k(1+x) \bar{\rho}_{12}}{x(1+k) \bar{\rho}_{23} + k(1+x)(1 + \bar{\rho}_{12})} \right], \end{array} \right. \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{\rho}_{23}}{d\tau} = -\frac{s^2}{x} \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} \frac{(x-k) \bar{\rho}_{13} + k(1+x) \bar{\rho}_{12}}{x(1+k) \bar{\rho}_{23} + k(1+x)(1 + \bar{\rho}_{12})}. \end{array} \right. \quad (19)$$

Аналогичная система уравнений для  $\bar{\rho}_{ik}$  получается и при рассмотрении среды с конечными оптическими толщинами во всех частотах. В этом случае величина  $d\bar{\rho}_{13}/d\tau$  в (18) и (19) заменяется соответственно на  $d\bar{\rho}_{13}/d\tau + 4A_1$  и  $d\bar{\rho}_{13}/d\tau + 4A_2$ .

Обратимся к решению полученных уравнений. Как легко видеть, из (18) и (19) следует

$$\bar{\rho}_{13} + q^2 k \bar{\rho}_{12} + \frac{x}{s^2} \bar{\rho}_{23} = A_3. \quad (20)$$

Перепишем теперь (19) в виде

$$\begin{aligned} & [x(1+k)\bar{\rho}_{23} + k(1+x)(1+\bar{\rho}_{13})] \frac{d\bar{\rho}_{23}}{d\tau} + \\ & + \frac{s^2}{x} [(x-k)\bar{\rho}_{13} + k(1+x)\bar{\rho}_{13}] \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Подставляя сюда  $\bar{\rho}_{13}$  из (20), находим следующий первый интеграл

$$\bar{\rho}_{23} + 2(\alpha_1 - \alpha_2 \bar{\rho}_{13}) \bar{\rho}_{23} + \alpha_2 \bar{\rho}_{13}^2 + \alpha_4 \bar{\rho}_{13} = A_4, \quad (22)$$

где постоянные

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{s^2(1+x)}{x} \frac{A_3 + q^2 k}{(1+k)s^2 q^2 - 1 - x}, \\ \alpha_2 &= \frac{s^2(1+x)}{x} \frac{1}{(1+k)s^2 q^2 - 1 - x}, \\ \alpha_3 &= \frac{s^4}{x^2} \frac{(x-k)q - 1 - x}{(1+k)s^2 q^2 - 1 - x}, \\ \alpha_4 &= \frac{2s^4 A_3 (1+x)}{x^2} \frac{1}{(1+k)s^2 q^2 - 1 - x}. \end{aligned} \quad (23)$$

Далее, сравнение (17) и (19) показывает, что

$$\bar{\rho}_{23} \frac{d\bar{\rho}_{23}}{d\tau} = -\frac{s^2}{x} \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} \left( \bar{\rho}_{13} - \frac{1+x}{4x} \frac{d^2 \bar{\rho}_{13}}{d\tau^2} \right), \quad (24)$$

откуда

$$\left( \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} \right)^2 = \frac{4x^2}{s^2(1+x)} \left( \frac{s^2}{x} \bar{\rho}_{13} + \bar{\rho}_{23} \right) + A_5. \quad (25)$$

Таким образом, остается найти один интеграл. Это нетрудно сделать, поскольку из (22) следует

$$\bar{\rho}_{23} = \alpha_2 \bar{\rho}_{13} - \alpha_1 + \sqrt{(\alpha_2^2 - \alpha_3) \bar{\rho}_{13}^2 - (\alpha_4 + 2\alpha_1 \alpha_2) \bar{\rho}_{13} + \alpha_1^2 + A_4}. \quad (26)$$

Подставляя выражение (26) для  $\bar{\rho}_{23}$  в (25), перепишем это уравнение в виде

$$\left( \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} \right)^2 = g(\bar{\rho}_{13}) + A_5, \quad (27)$$

где функция  $g(x)$  определяется соотношением

$$g(x) = a_0 x^2 - a_1 x + a_2 + 2(a_3 x - a_4) \sqrt{a_5 x^2 - a_6 x + a_7}, \quad (28)$$

причем постоянные

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{4x^2}{s^2(1+x)} \left( 2x_2^2 - a_3 + \frac{s^2}{x} \right), & a_4 &= \frac{4x^2 a_1}{s^2(1+x)}, \\ a_1 &= \frac{4x^2}{s^2(1+x)} (x_4 + 4x_1 x_2), & a_5 &= a_2^2 - a_3, \\ a_2 &= \frac{4x^2}{s^2(1+x)} (2x_1^2 + A_4), & a_6 &= a_4 + 2a_1 x_2, \\ a_3 &= \frac{4x^2 a_2}{s^2(1+x)}, & a_7 &= a_1^2 + A_4. \end{aligned} \quad (29)$$

Из (27) находим последний интеграл

$$\tau = \int \frac{d\bar{\rho}_{13}}{\sqrt{g(\bar{\rho}_{13}) + A_5}} + A_6. \quad (30)$$

Вместо постоянной  $A_6$  более удобно пользоваться величиной  $u_0 = \bar{\rho}_{13}(0)$ , поэтому перепишем решение в следующем окончательном виде

$$\tau = \left| \int_{u_0}^{\bar{\rho}_{13}} \frac{dx}{\sqrt{g(x) + A_5}} \right|. \quad (31)$$

Найдя из (31) функцию  $\bar{\rho}_{13}(\tau)$ , мы можем по формулам (22) и (20) вычислить значения  $\bar{\rho}_{23}$  и  $\bar{\rho}_{12}$ , а затем по формулам (16) и (10) функции  $C_{ik}(\tau)$ .

Перейдем к нахождению постоянных  $A_3$ ,  $A_4$ ,  $A_5$  и  $u_0$ . Пользуясь (6), перепишем необходимые нам граничные условия [три условия (12) и одно из (13)] в следующей форме:

$$\left[ \bar{\rho}_{13} - \frac{1}{2} \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} \right]_{\tau=0} = 4F_{13}, \quad (32)$$

$$\left[ \bar{\rho}_{12} + \frac{1}{2qk} \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} \right]_{\tau=0} = 4F_{12}, \quad (33)$$

$$\left[ \bar{\rho}_{23} + \frac{s}{2x} \frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} \right]_{\tau=0} = 4F_{23}, \quad (34)$$

$$\frac{d\bar{\rho}_{13}}{d\tau} \Big|_{\tau=0} = 0. \quad (35)$$

При помощи граничных условий в  $\tau = 0$  постоянные  $A_3$ ,  $A_4$  и  $A_5$  можно выразить через  $F_{ik}$  и  $u_0$ . Подставим  $\bar{\rho}_{ik}(0)$  из (32)–(34) в соотношение (20). Тогда получим

$$A_3 = 4F_{13} + q^2 k 4F_{12} + \frac{x}{s^2} 4F_{23} + \left(1 - q - \frac{1}{s}\right) (u_0 - 4F_{13}). \quad (36)$$

Полагая в соотношении (22)  $\tau = 0$  и подставляя в него выражение для  $\bar{\rho}_{23}(0)$ , полученное при помощи (32) и (34), находим

$$A_4 = \left[4F_{23} - \frac{s}{x} (u_0 - 4F_{13})\right]^2 + \\ + 2(a_1 - a_2 u_0) \left[4F_{23} - \frac{s}{x} (u_0 - 4F_{13})\right] + a_3 u_0^2 + a_4 u_0. \quad (37)$$

Здесь в  $a_1$  и  $a_4$  входит  $A_3$ , но эту постоянную мы уже выразили через  $u_0$ .

Наконец, из (27) и (32) следует

$$A_5 = 4(u_0 - 4F_{13})^2 - g(u_0). \quad (38)$$

Итак, остается найти  $u_0$ . Перейдем в (27) к пределу при  $\tau \rightarrow \infty$  и воспользуемся условием (35). Учитывая (38), получаем

$$g(u_1) - g(u_0) + 4(u_0 - 4F_{13})^2 = 0, \quad (39)$$

где  $u_1 = \bar{\rho}_{13}(\infty)$ . С другой стороны, из (31) следует

$$\lim_{u \rightarrow u_1} \int_{u_0}^u \frac{dx}{\sqrt{g(x) + A_5}} = \infty. \quad (40)$$

Последние два уравнения и должны служить для нахождения постоянных  $u_0$  и  $u_1$ . Вместо (40) можно воспользоваться условием

$$\lim_{u \rightarrow u_1} \frac{dg(u)}{du} = 0, \quad (41)$$

которое вытекает из расходимости интеграла в (40).

Заметим, что в часто встречающемся случае, когда вынужденным излучением можно пренебречь (то есть когда  $g_i/g_k(n_k/n_i) \ll 1$ ), полученное решение допускает некоторые упрощения. Мы не будем, однако, на этом останавливаться, поскольку указанные упрощения не очень значительны.

2. В настоящем разделе мы рассмотрим некоторые физические следствия, которые вытекают из полученного выше решения.

Прежде всего, очевидно, что отраженная от среды энергия во всех частотах за единицу времени должна быть равна падающей, то есть

$$\sum_{l < k} [J_{lk}'(0) - I_{lk}''(0)] \Delta \nu_{lk} = 0. \quad (42)$$

Действительно, нетрудно проверить, что соотношение (42) является следствием двух первых интегралов (14).

Далее, из формул (27) и (41) мы видим, что

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{d^2 \bar{\rho}_{13}}{d\tau^2} = 0. \quad (43)$$

В силу (15) и (8) это условие эквивалентно тому, что

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} (C_{lk} - \bar{\rho}_{lk}) = 0. \quad (44)$$

Таким образом, в достаточно глубоких слоях среды устанавливается детальное равновесие.

Сравнивая (44) и (10), мы заключаем также, что при  $\tau \rightarrow \infty$  выполняется соотношение

$$\frac{\bar{\rho}_{13}}{1 + \bar{\rho}_{13}} = \frac{\bar{\rho}_{12}}{1 + \bar{\rho}_{12}} \frac{\bar{\rho}_{23}}{1 + \bar{\rho}_{23}}. \quad (45)$$

Физический смысл этого результата состоит в том, что в глубоких слоях среды число переходов типа 1—2—3—1 равно числу переходов типа 1—3—2—1. Естественно, что (45) является следствием того, что при  $\tau \gg 1$  выполняется детальное равновесие. Однако представляет интерес то обстоятельство, что из (45) следуют условия детального равновесия. В самом деле, сравнение (45) с правой частью уравнения (17) приводит к (43) и, следовательно, к (44). Таким образом, формулы (44) и (45) эквивалентны.

Другая интерпретация формулы (45) состоит в следующем. Определим формально температуру  $T_{lk}(\tau)$ , соответствующую плотности излучения  $\bar{\rho}_{lk}$  в частоте  $\nu_{lk}$  на глубине  $\tau$ , при помощи равенства

$$\bar{\rho}_{lk}(\tau) = \left[ e^{\frac{h\nu_{lk}}{kT_{lk}(\tau)}} - 1 \right]^{-1}. \quad (46)$$

Тогда формула (45) показывает, что с увеличением оптической глубины температуры излучения в различных частотах все более выравниваются. Предельное значение температуры излучения  $T(\infty)$ , очевидно, следующим образом выражается через введенную выше величину  $u_1$ :

$$T(\infty) = \frac{h\nu_{12}}{k \ln \left( 1 + \frac{1}{u_1} \right)}. \quad (47)$$

Рассмотрим еще предельные значения населенностей уровней. Согласно (5),

$$\frac{n_k}{n_l} = \frac{g_k}{g_l} \frac{C_{ik}}{1 + C_{ik}}. \quad (48)$$

Учитывая соотношения (44) и (46), получаем

$$\left( \frac{n_k}{n_l} \right)_{\tau \rightarrow \infty} = \frac{g_k}{g_l} e^{-\frac{h\nu_{lk}}{kT(\infty)}}, \quad (49)$$

то есть и плотность излучения в различных частотах, и степень возбуждения атомов определяются в глубоких слоях среды одним параметром —  $T(\infty)$ . Разумеется, это не означает, что при  $\tau \gg 1$  существует термодинамическое равновесие, так как распределение атомов по скоростям не зависит от величин  $T_{ik}$  (по предположению, в среде происходит чистое рассеяние излучения).

Формула (45) позволяет также вывести одно интересное свойство отражения света от полубесконечной среды. Рассмотрим такой уровень  $\tau_0$  на достаточно большой оптической глубине, чтобы соотношение (45) выполнялось с большой степенью точности. В области  $\tau \geq \tau_0$  приближенно соблюдается также детальное равновесие, так что  $H_{ik} = 0$ . Но область  $\tau \geq \tau_0$  — тоже некоторая полубесконечная среда, поэтому на основании обобщенного принципа инвариантности В. А. Амбарцумяна можно утверждать, что в случае, когда полубесконечная среда освещена потоками, подчиняющимися условию

$$\frac{4F_{13}}{1 + 4F_{13}} = \frac{4F_{12}}{1 + 4F_{12}} \frac{4F_{21}}{1 + 4F_{21}}, \quad (50)$$

выходящее из среды излучение в каждой частоте равно падающему и в каждой точке среды выполняется детальное равновесие. Этот факт отмечается также в работе А. Г. Никогосяна [4].

Определим еще по аналогии с (46) температуру  $T_{ik}^*$  падающего излучения в частоте  $\nu_{ik}$  согласно формуле

$$4F_{ik} = \left[ e^{\frac{h\nu_{ik}}{kT_{ik}^*}} - 1 \right]^{-1}. \quad (51)$$

Тогда приведенное выше утверждение означает, что в случае, когда температуры падающего излучения во всех трех частотах равны, в среде выполняется детальное равновесие.

Следует отметить, что приведенные в данном разделе результаты не зависят, по-видимому, от предположения о форме контура коэффициента поглощения и допускают обобщение на случай атомов с большим числом уровней энергии.

3. Полученные формулы дают зависимость искомых функций от истинной оптической глубины  $\tau$  в частоте  $\nu_{13}$ . Однако оптическая глубина данного элемента объема не является наперед заданной величиной и зависит от падающих на среду потоков излучения. Согласно методу самосогласованных оптических глубин, эта зависимость может быть установлена после того, как найдена связь искомых функций с  $\tau$ .

Введем, следуя [2], предельную оптическую глубину  $y$  в частоте  $\nu_{13}$ , когда все атомы находятся в основном состоянии:

$$y = \frac{h\nu_{13}B_{13}}{c\Delta_{13}} \int_0^{\bar{z}} (n_1 + n_2 + n_3) dz. \quad (52)$$

Поскольку концентрация атомов во всех состояниях должна быть задана,  $y$  является известной функцией  $z$ .

Сравнивая (52) с (4) и учитывая (48), находим

$$y = \int_0^{\bar{z}} \frac{1 + \frac{n_2}{n_1} + \frac{n_3}{n_1}}{1 - \frac{g_1}{g_3} \frac{n_3}{n_1}} d\tau = \tau + \int_0^{\bar{z}} \left[ \left( 1 + \frac{g_3}{g_1} \right) C_{13} + \frac{g_2}{g_1} C_{12} \frac{1 + C_{13}}{1 + C_{12}} \right] d\tau. \quad (53)$$

Преобразуя соотношение (53) при помощи (10), получаем окончательно

$$y = \tau + \int_0^{\bar{z}} \left[ 1 + \frac{g_3}{g_1} + \frac{g_2}{g_1} \left( 1 + \frac{1}{C_{12}} \right) \right] C_{13} d\tau, \quad (54)$$

Это уравнение и должно служить для нахождения зависимости  $\tau = \tau(y, F_{ik})$ .

Автор признателен академику В. А. Амбарцумяну за обсуждение полученных результатов и советы.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория

## THE POLYCHROMATIC LIGHT SCATTERING IN A SEMI-INFINITE MEDIUM

V. Yu. TEREbizh

A pure scattering of radiation in a plane-parallel layer of gas, illuminated by an external radiation is considered. It is assumed that: a) the gas consists of three-level atoms; b) the optical thickness is infinitely large for all frequencies; c) the absorption coefficient in the lines has a rectangular contour. The solution of the problem is found in Schwarzschild-Schuster approximation. The physical interpretation of the results is given.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Амбарцумян, ДАН АрмССР, 38, 225, 1964.
2. В. А. Амбарцумян, ДАН АрмССР, 39, 159, 1964.
3. В. А. Амбарцумян, сб. „Теория звездных спектров“, Наука, М., 1966
4. А. Г. Никогосян, Астрофизика, 1, 285, 1965.
5. L. G. Heger, Ap. J., 88, 133, 1938.
6. В. А. Амбарцумян, Уч. зап. ЛГУ, № 31, 5, 1939.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР  
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 5

АВГУСТ, 1969

ВЫПУСК 3

ИНТЕНСИВНОСТИ ВОДОРОДНЫХ ЛИНИЙ В СПЕКТРЕ  
ОПТИЧЕСКИ ТОЛСТОЙ ПЛАЗМЫ

В. П. ГРИНИН

Поступила 16 декабря 1968

Решена задача о свечении водородной плазмы, частично непрозрачной в линиях бальмеровской серии, при рекомбинационном механизме заселения уровней. Принято во внимание перераспределение излучения между линиями и по частотам внутри линии. Для ряда значений электронных температур и оптических толщин в линии  $H_\alpha$  вычислены относительные интенсивности и эквивалентные ширины бальмеровских линий.

В работе автора [1] были рассчитаны относительные интенсивности лаймановских и бальмеровских линий с учетом самопоглощения в линиях лаймановской серии. В результате был найден бальмеровский декремент для условий, промежуточных между случаями *A* и *B* Мензела и Бэкера. В настоящей статье решается задача о свечении водородной плазмы, частично непрозрачной в линиях бальмеровской серии и полностью непрозрачной в лаймановских линиях.

Впервые подобная задача была решена В. В. Соболевым [2] для водородной плазмы, имеющей сферическую геометрию, и рекомбинационного механизма заселения уровней. При этом предполагалось, что перенос излучения в бальмеровских линиях происходит с полным перераспределением по частоте, коэффициент поглощения имеет доплеровский профиль, а атом водорода — восемь энергетических уровней. В результате был вычислен бальмеровский декремент для электронной температуры  $T_e = 5000^\circ$  и двух значений оптической толщины в линии  $H_\alpha$ :  $\tau_0 = 5$  и  $10$ .

В дальнейшем Ю. Каприотти [3, 4] решил аналогичную задачу с учетом азимутального расщепления энергетических уровней, считая,

что газ заполняет сферическую оболочку. В качестве параметра, характеризующего геометрию, бралось отношение радиусов внутренней и внешней оболочек  $R = R_1/R_2$ . Бальмеровский декремент был вычислен для значений  $R = 0, 1/4, 1/2, 3/4$ . Из этих расчетов следует, что с увеличением оптической толщины  $\tau_0$  влияние геометрии на бальмеровский декремент становится весьма заметным. Например, для  $\tau_0 = 100$  при переходе от  $R = 0$  к  $R = 3/4$  отношение интенсивностей  $J_{H_\alpha}/J_{H_\beta}$  возрастает приблизительно в два раза.

В настоящей работе вычисляются относительные интенсивности и эквивалентные ширины бальмеровских линий для плоской геометрии.

*Основные уравнения.* Предполагается, что излучающий газ находится в условиях, описанных в [1], а именно:

1. Элементарный акт рассеяния фотонов происходит с полным перераспределением по частоте.
2. Коэффициент поглощения в линиях имеет доплеровский профиль.
3. Плазма представляет собой плоскопараллельный слой газа постоянной температуры и плотности.
4. Населенности подуровней пропорциональны их статистическим весам.
5. Первичным механизмом заселения уровней являются рекомбинации.

В отличие от рассмотренного ранее случая предполагается, что плазма полностью непрозрачна в лаймановских линиях, частично непрозрачна в линиях бальмеровской серии и прозрачна в линиях более высоких субординатных серий.

Тогда, используя обозначения, аналогичные обозначениям работы [1], систему уравнений для определения населенностей уровней можно записать следующим образом:

$$b_i(\tau) = \frac{\lambda_i}{2} \int_0^{\tau_0} K_i(|\tau - \tau'|) b_i(\tau') d\tau' + q_i + \sum_{k=i+1}^{\infty} b_k(\tau) \sigma_{ki} \quad (i = 3, 4, \dots). \quad (1)$$

В уравнениях (1) функции  $b_i(\tau)$  представляют собой отношение населенности  $i$ -того уровня  $n_i(\tau)$  к равновесному значению  $n_i^0$ , соответствующему данной электронной температуре и концентрации,

$$K_i(p) = d_i K(pd_i), \quad d_i = k_{2i}/k_{23},$$

где  $k_{2i}$  — коэффициент поглощения в центре линии  $2 \rightarrow i$ ,

$$K(p) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2x^2} E_1\left(p \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}}\right) dx,$$

$E_1(t)$  — первая интегральная показательная функция,  $\lambda_i$  — вероятность выживания кванта в линии  $2 \rightarrow i$ , обусловленная механизмом дробления квантов,

$$\lambda_i = \frac{A_{i2}}{\sum_2 A_{ik}} = \frac{g_{i2}}{(i^2 - 4)2} t_i, \quad (2)$$

$$q_i = \frac{1}{2} \frac{1}{i^2} E_1(x_i) \bar{g}_i t_i, \quad (3)$$

$$\sigma_{ki} = \frac{g_{ki}}{(k^2 - i^2)k} e^{x_k - x_i} t_i, \quad (4)$$

$$t_i = \left[ \sum_{k=2}^{i-1} \frac{g_{ik}}{(i^2 - k^2)k} \right]^{-1}, \quad (5)$$

$\tau$  — оптическая глубина в линии  $H_\alpha$ , усредненная по профилю линии,

$$\tau = \sqrt{\pi} \int_0^x n_2 k_{23} dz.$$

Потоки выходящего излучения в бальмеровских линиях находятся по формуле

$$F_i = \frac{1}{2} A_{i2} \frac{h\nu_{i2}}{\sqrt{\pi} n_2 k_{23}} \int_0^{\tau_0} n_i(\tau) L_i(\tau) d\tau, \quad (i = 4, 5, \dots) \quad (6)$$

где  $1/2 L_i(\tau)$  — вероятность того, что квант, излученный в линии  $2 \rightarrow i$  на глубине  $\tau$ , выйдет из среды без последующих рассеяний. Как известно,

$$L_i(\tau) = \int_0^{\infty} K_i(p) dp.$$

Поток излучения  $F_3$ , выходящего в линии  $H_\alpha$ , можно найти, используя условие стационарности и предположение о чистом рассеянии излучения в этой линии ( $\lambda_3 = 1$ ):

$$F_3 = \frac{1}{2} \frac{h\nu_{23}}{\sqrt{\pi} n_2 k_{23}} \int_0^{\tau_0} N(\tau) d\tau, \quad (7)$$

где

$$N(\tau) = \sum_{k=-2}^{\infty} n_k(\tau) A_{k3} + n_+ n^+ C_3. \quad (8)$$

Эквивалентные ширины бальмеровских линий  $W_l$  были вычислены в предположении, что непрерывный спектр создается за счет комбинаций и свободно-свободных переходов:

$$W_l(A^0) = 10^8 F_l \left( 2\pi \epsilon_l \frac{\nu_l}{c} \frac{\tau_0}{\sqrt{\pi} k_{23} n_2} \right)^{-1}, \quad (9)$$

где  $\epsilon_l$  — энергия, излучаемая элементарным объемом за 1 сек, в единичном телесном угле и в единичном интервале частот (см., напр., [7]):

$$\epsilon_l = A n_+ n^+ \frac{1}{\sqrt{T_e}} \left( g_v + \frac{2\lambda_1}{kT_e} \sum_{i=3}^{\infty} \frac{g_{lv}}{i^3} e^{x_i} \right) e^{-\frac{h\nu}{kT_e}}, \quad (10)$$

$$A = \frac{2^5 \pi^2}{(6\pi)^{1/2}} \frac{e^6}{m^2 c^3} \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (11)$$

В тех случаях, когда в создании непрерывного спектра кроме двух вышеуказанных механизмов участвуют еще и другие, такие, как двухквантовые переходы и т. д., эквивалентные ширины эмиссионных линий перестают быть функциями только оптической толщины и электронной температуры. Поэтому желательно относить их к такой характерной детали непрерывного спектра, которая давала бы возможность уверенно выделять зависимость эквивалентных ширин линий от оптических свойств среды. В качестве такого естественного репера мы выбрали разность интенсивностей до и после бальмеровского предела. Соответствующие эквивалентные ширины линий бальмеровской серии  $R_l$  были получены по формуле (9), где вместо  $\epsilon_l$  следует подставить  $\epsilon^B$ :

$$\epsilon^B = A n_+ n^+ \frac{2\lambda_1}{kT_e^{1/2}} \frac{g_{2v}}{8}. \quad (12)$$

*Результаты расчетов.* Система интегральных уравнений (1) была решена численно для ряда электронных температур и оптических толщин методом, описанным в [1]. При этом мы приняли, что атом во-

дорода имеет двадцать дискретных уровней и  $b_{20} = 1$ . Гаунтовские множители для спонтанных переходов  $g_{ik}$  брались из работы Д. Мензела и Дж. Бэкера [5]. Величины  $\bar{g}_i$ ,  $g_i$ , и  $g$  были вычислены по формулам, данным М. Ситоном [6].

Результаты вычислений приведены в табл. 1, 2 и 3. В табл. 1 и 2 даются относительные интенсивности и эквивалентные ширины  $W_i$  бальмеровских линий для  $T_e = 0.5 \cdot 10^4$ ,  $10^4$ ,  $2 \cdot 10^4$ ,  $4 \cdot 10^4$  и  $\tau_0 = 0.5, 10, 20, 50, 100$ . В табл. 3 приведены значения  $R_i$  для  $\tau_0 = 0$  и ряда электронных температур. Величины  $R_i$  для других значений  $\tau_0$  можно найти по формуле

$$(R_i)_{\tau_0} = \frac{(W_i)_{\tau_0}}{(W_i)_0} (R_i)_0.$$

Из табл. 1 следует, что с увеличением оптической толщины  $\tau_0$  перераспределение излучения между линиями, происходящее при диффузии квантов, приводит к существенному изменению бальмеровского декремента. Особенно чувствительно к изменениям величины  $\tau_0$  отношение  $F_3/F_4$ .

Об абсолютных изменениях потоков излучения в линиях можно судить по изменениям соответствующих эквивалентных ширин  $W_i$  или  $R_i$ . Так, например, из табл. 2 следует, что при изменении  $\tau_0$  от 0 до 100 поток излучения в линии  $H_\alpha$  возрастает приблизительно в полтора раза, а энергия, выходящая в линии  $H_\beta$ , уменьшается приблизительно в четыре раза.

Из сравнения эквивалентных ширин  $W_i$  и  $R_i$  можно заключить, что в некоторых случаях величины  $R_i$  могут быть более удобными при их практическом использовании, так как, во-первых, они гораздо слабее зависят от электронной температуры, а во-вторых, как уже отмечалось выше, величины  $R_i$  совершенно не чувствительны к присутствию в непрерывном спектре дополнительных компонент нерекombинационного происхождения.

*Некоторые замечания.* Прежде всего обсудим два основных предположения, которые были использованы в процессе решения задачи, и тем самым считались выполненными.

1. При вычислении интенсивности выходящего излучения в линии  $H_\alpha$  было сделано предположение о чистом рассеянии излучения в этой линии. В действительности при элементарном акте рассеяния фотона всегда существует некоторая вероятность безызлучательного перехода. Так, например, если гибель  $H_\alpha$ -квантов происходит вследствие электронных ударов, то справедливо следующее соотношение:

## БАЛЬМЕРОВСКИЙ

| $T_*$    |  | 5000 |      |      |      |      | 10 000 |      |      |      |      |      |      |
|----------|--|------|------|------|------|------|--------|------|------|------|------|------|------|
| $\tau_0$ |  | 0    | 5    | 10   | 20   | 50   | 100    | 0    | 5    | 10   | 20   | 50   | 100  |
| $i$      |  |      |      |      |      |      |        |      |      |      |      |      |      |
| 3        |  | 264  | 339  | 401  | 522  | 887  | 1490   | 272  | 348  | 407  | 535  | 908  | 1520 |
| 4        |  | 100  | 100  | 100  | 100  | 100  | 100    | 100  | 100  | 100  | 100  | 100  | 100  |
| 5        |  | 51.6 | 56.1 | 59.3 | 65.0 | 76.6 | 86.0   | 50.3 | 54.6 | 57.8 | 63.3 | 74.7 | 83.9 |
| 6        |  | 31.0 | 35.0 | 38.2 | 43.5 | 56.5 | 70.2   | 29.4 | 33.2 | 36.1 | 41.3 | 53.7 | 66.8 |
| 7        |  | 20.3 | 23.4 | 25.8 | 30.2 | 41.4 | 55.0   | 18.8 | 21.7 | 24.0 | 28.1 | 38.6 | 51.2 |
| 8        |  | 14.1 | 16.5 | 18.3 | 21.7 | 30.8 | 42.6   | 12.8 | 15.0 | 16.7 | 19.8 | 28.2 | 39.0 |
| 9        |  | 10.2 | 12.0 | 13.4 | 16.1 | 23.3 | 33.2   | 9.1  | 10.8 | 12.0 | 14.4 | 20.9 | 29.9 |
| 10       |  | 7.6  | 9.0  | 10.2 | 12.2 | 18.0 | 26.2   | 6.7  | 7.9  | 9.0  | 10.8 | 15.9 | 23.1 |
| 11       |  | 5.9  | 7.0  | 7.9  | 9.5  | 14.0 | 20.8   | 5.1  | 6.1  | 6.8  | 8.3  | 12.3 | 18.2 |
| 12       |  | 4.6  | 5.5  | 6.2  | 7.5  | 11.3 | 16.7   | 4.0  | 4.7  | 5.3  | 6.5  | 9.7  | 15.1 |
| 13       |  | 3.7  | 4.4  | 5.0  | 6.1  | 9.1  | 13.7   | 3.1  | 3.7  | 4.2  | 5.1  | 7.8  | 12.1 |
| 14       |  | 3.0  | 3.6  | 4.0  | 4.9  | 7.4  | 11.0   | 2.5  | 3.0  | 3.4  | 4.1  | 6.3  | 9.5  |
| 15       |  | 2.5  | 2.9  | 3.3  | 4.1  | 6.2  | 9.3    | 2.0  | 2.4  | 2.8  | 3.4  | 5.1  | 7.8  |

## ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ШИРИНЫ

| $T_*$    |  | 5000 |      |      |      |      | 10 000 |      |      |      |      |     |     |
|----------|--|------|------|------|------|------|--------|------|------|------|------|-----|-----|
| $\tau_0$ |  | 0    | 5    | 10   | 20   | 50   | 100    | 0    | 5    | 10   | 20   | 50  | 100 |
| $i$      |  |      |      |      |      |      |        |      |      |      |      |     |     |
| 3        |  | 97.6 | 104  | 109  | 115  | 126  | 135    | 666  | 710  | 729  | 778  | 850 | 910 |
| 4        |  | 7310 | 6080 | 5350 | 4340 | 2800 | 1800   | 2530 | 2100 | 1850 | 1500 | 966 | 618 |
| 5        |  | 6050 | 5480 | 5100 | 4530 | 3440 | 2480   | 1430 | 1300 | 1210 | 1070 | 813 | 584 |
| 6        |  | 4750 | 4470 | 4270 | 3970 | 3320 | 2640   | 904  | 849  | 813  | 754  | 631 | 502 |
| 7        |  | 3660 | 3520 | 3410 | 3250 | 2870 | 2440   | 608  | 583  | 566  | 538  | 475 | 404 |
| 8        |  | 2830 | 2760 | 2700 | 2600 | 2380 | 2110   | 428  | 416  | 407  | 392  | 358 | 318 |
| 9        |  | 2210 | 2170 | 2130 | 2070 | 1940 | 1770   | 312  | 305  | 301  | 292  | 273 | 249 |
| 10       |  | 1750 | 1720 | 1690 | 1660 | 1600 | 1470   | 234  | 230  | 228  | 223  | 211 | 196 |
| 11       |  | 1400 | 1380 | 1370 | 1360 | 1300 | 1220   | 180  | 177  | 176  | 173  | 168 | 156 |
| 12       |  | 1130 | 1120 | 1110 | 1100 | 1060 | 1010   | 141  | 139  | 138  | 136  | 132 | 125 |
| 13       |  | 930  | 920  | 910  | 900  | 880  | 840    | 110  | 110  | 110  | 110  | 110 | 100 |
| 14       |  | 760  | 760  | 760  | 750  | 730  | 710    | 90   | 90   | 89   | 88   | 86  | 83  |
| 15       |  | 640  | 630  | 630  | 630  | 610  | 600    | 74   | 73   | 73   | 72   | 71  | 69  |

Таблица 1

ДЕКРЕМЕНТ

| 20 000 |      |      |      |      |      | 40 000 |      |      |      |      |      |
|--------|------|------|------|------|------|--------|------|------|------|------|------|
| 0      | 5    | 10   | 20   | 50   | 100  | 0      | 5    | 10   | 20   | 50   | 100  |
| 281    | 358  | 424  | 551  | 932  | 1560 | 291    | 371  | 438  | 568  | 959  | 1600 |
| 100    | 100  | 100  | 100  | 100  | 100  | 100    | 100  | 100  | 100  | 100  | 100  |
| 48.8   | 53.1 | 56.2 | 61.6 | 72.8 | 81.8 | 47.5   | 51.7 | 54.7 | 59.9 | 70.8 | 79.6 |
| 27.9   | 31.5 | 34.3 | 39.5 | 51.1 | 63.6 | 26.5   | 30.0 | 32.8 | 37.4 | 48.7 | 60.7 |
| 17.5   | 20.2 | 22.3 | 26.1 | 35.9 | 47.8 | 16.3   | 18.9 | 20.8 | 24.4 | 33.6 | 44.8 |
| 11.7   | 13.7 | 15.2 | 18.1 | 25.8 | 35.7 | 10.8   | 12.6 | 14.0 | 16.7 | 23.8 | 33.0 |
| 8.2    | 9.7  | 10.8 | 13.0 | 18.9 | 27.0 | 7.4    | 8.8  | 9.8  | 11.8 | 17.2 | 24.4 |
| 6.0    | 7.1  | 8.0  | 9.6  | 14.2 | 20.6 | 5.4    | 6.4  | 7.2  | 8.6  | 12.8 | 18.6 |
| 4.5    | 5.3  | 6.0  | 7.3  | 10.8 | 16.0 | 4.0    | 4.7  | 5.3  | 6.5  | 9.7  | 14.3 |
| 3.4    | 4.1  | 4.6  | 5.6  | 8.5  | 12.6 | 3.0    | 3.6  | 4.1  | 5.0  | 7.5  | 11.1 |
| 2.7    | 3.2  | 3.6  | 4.4  | 6.7  | 10.5 | 2.4    | 2.8  | 3.2  | 3.9  | 5.9  | 8.9  |
| 2.1    | 2.6  | 2.9  | 3.5  | 5.4  | 8.1  | 1.9    | 2.2  | 2.5  | 3.1  | 4.7  | 7.1  |
| 1.7    | 2.1  | 2.3  | 2.9  | 4.3  | 6.6  | 1.5    | 1.8  | 2.0  | 2.5  | 3.8  | 5.7  |

Таблица 2

ЛИНИЙ  $\mathcal{W}_i (A^0)$

| 20 000 |      |      |      |      |      | 40 000 |      |      |      |      |      |
|--------|------|------|------|------|------|--------|------|------|------|------|------|
| 0      | 5    | 10   | 20   | 50   | 100  | 0      | 5    | 10   | 20   | 50   | 100  |
| 1490   | 1580 | 1640 | 1730 | 1880 | 2000 | 1800   | 1910 | 1970 | 2070 | 2250 | 2390 |
| 1250   | 1040 | 915  | 742  | 477  | 305  | 703    | 585  | 513  | 416  | 267  | 170  |
| 579    | 524  | 487  | 432  | 328  | 236  | 290    | 262  | 244  | 216  | 164  | 118  |
| 324    | 305  | 291  | 270  | 226  | 180  | 151    | 142  | 136  | 126  | 106  | 83.9 |
| 201    | 193  | 188  | 178  | 158  | 134  | 89.8   | 86.3 | 83.7 | 79.5 | 70.3 | 59.7 |
| 134    | 131  | 128  | 123  | 112  | 99.6 | 57.9   | 56.4 | 55.1 | 53.0 | 48.5 | 43.0 |
| 93.9   | 92.1 | 90.6 | 88.1 | 82.8 | 75.1 | 39.5   | 38.7 | 38.1 | 37.0 | 34.6 | 31.3 |
| 68.3   | 67.3 | 66.4 | 65.0 | 61.6 | 57.3 | 28.1   | 27.7 | 27.4 | 26.8 | 25.4 | 23.6 |
| 51.1   | 50.5 | 50.0 | 49.2 | 47.1 | 44.4 | 20.7   | 20.5 | 20.3 | 19.9 | 19.1 | 18.0 |
| 39.2   | 38.9 | 38.5 | 38.0 | 36.7 | 35.0 | 15.7   | 15.5 | 15.5 | 15.3 | 14.7 | 14.0 |
| 31     | 30   | 30   | 30   | 29   | 28   | 12.1   | 12.1 | 12.0 | 11.8 | 11.5 | 11.0 |
| 24     | 24   | 24   | 24   | 23   | 22   | 9.5    | 9.5  | 9.4  | 9.3  | 9.1  | 8.8  |
| 20     | 19   | 19   | 19   | 19   | 18   | 7.6    | 7.6  | 7.5  | 7.5  | 7.3  | 7.1  |

$$1 - \lambda_3 \leq \frac{P_3}{A_{32} + P_3}, \quad P_3 = n_e \left( \sum_{k=1}^{\infty} b_{3k} + \sum_{k=1}^2 a_{3k} + b_{3e} \right). \quad (13)$$

Здесь  $b_{3k}$  и  $a_{3k}$  — коэффициенты электронных ударов 1-го и 2-го родов соответственно,  $b_{3e}$  — коэффициент ионизации электронным ударом с третьего уровня.

Таблица 3  
ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИН  $R_i(A^0)$

| $T_e$ | 5000 | 10 000 | 20 000 | 40 000 |
|-------|------|--------|--------|--------|
| 3     | 371  | 596    | 912    | 1330   |
| 4     | 141  | 219    | 325    | 457    |
| 5     | 72.6 | 110    | 159    | 217    |
| 6     | 43.5 | 64.4   | 90.5   | 121    |
| 7     | 28.5 | 41.3   | 56.7   | 74.6   |
| 8     | 19.8 | 28.1   | 37.9   | 49.2   |
| 9     | 14.3 | 20.0   | 26.6   | 34.1   |
| 10    | 10.7 | 14.8   | 19.4   | 24.5   |
| 11    | 8.3  | 11.2   | 14.5   | 18.2   |
| 12    | 6.5  | 8.7    | 11.2   | 13.8   |
| 13    | 5.2  | 6.9    | 8.7    | 10.8   |
| 14    | 4.2  | 5.5    | 6.9    | 8.5    |
| 15    | 3.4  | 4.5    | 5.6    | 6.8    |

Очевидно, что предположение о чистом рассеянии будет выполняться с достаточной степенью точности, если

$$\frac{1 - \lambda_3}{L_3(\tau_0/2)} \ll 1. \quad (14)$$

Используя известную асимптотическую формулу для функции  $L_3(\tau)$  и значения коэффициентов электронных ударов, данные в [7], из (13) и (14) получаем условие, связывающее электронную концентрацию и оптическую толщину в линии  $H_\alpha$ :

$$n_e \ll 10^8 \frac{A_{32}}{\sqrt{\pi} \tau_0 \sqrt{\ln \tau_0}}, \quad \tau_0 \gg 1. \quad (15)$$

Так, например, из этого неравенства следует, что при  $\tau_0 = 10^3$  и  $n_e = 10^{10}$  вследствие электронных ударов гибнет не более 10% от общего числа  $H_\alpha$ -квантов, диффундирующих в плазме.

Аналогичное условие можно легко получить и для тех случаев, когда основным механизмом гибели  $H_2$ -квантов являются фотоионизации с 3-го уровня.

2. Второе существенное ограничение заключается в том, что среда предполагалась полностью прозрачной в линиях пашеновской и более высоких субординатных серий. Иначе говоря, считалось, что выполняются неравенства

$$\tau_{34} \ll 1, \quad \tau_{45} \ll 1, \dots \quad (16)$$

Выясним на примере линии  $P_\alpha$ , при каких условиях это имеет место. Для этого мы предположим, что неравенства (16) уже выполнены и воспользуемся следующей приближенной формулой:

$$n_3 A_{32} \approx BQ(\tau_{H_2}). \quad (17)$$

Здесь величина  $B$  характеризует мощность первичных источников излучения, причем в данном случае

$$n_e n^+ \sum_3^\infty C_i > B > n_e n^+ \sum_3^\infty C_i P_{i3} > \frac{1}{2} n_e n^+ \sum_3^\infty C_i, \quad (18)$$

где  $P_{i3}$  — элементы каскадной матрицы Ситона для случая  $B$ ,  $Q(\tau_{H_2})$  — среднее число рассеяний  $H_2$ -квантов.

Допустим для простоты, что в линии  $H_\alpha$  осуществляется чистое рассеяние. Тогда при  $\tau \gg 1$  величину  $Q(\tau)$  можно оценить по формуле, полученной В. В. Соболевым [9].

$$Q(\tau) = A\tau\sqrt{\ln \tau}, \quad (19)$$

где  $\sqrt{\pi/3} < A < \sqrt{\pi}$  при концентрации источников излучения в центре слоя. В случае равномерного распределения источников, согласно [10],  $A = \sqrt{\pi}/2$ .

Таким образом, по порядку величины

$$\tau_{P_\alpha} \approx Z_0 n_e n^+ \sum_3^\infty C_i \frac{k_{24}}{A_{32}} Q(\tau_{H_2}). \quad (20)$$

Отсюда при  $T_e = 10^4$  получаем:

$$\tau_{P_\alpha} \approx 3 \cdot 10^{-15} MEQ(\tau_{H_2}), \quad (21)$$

где  $ME$  — мера эмиссии газового образования. В тех случаях, когда наряду с  $\tau_{H_2}$  известна также оптическая толщина в линии  $L_\alpha$ , величину  $\tau_{P_\alpha}$  можно оценить следующим образом:

$$\frac{\tau_p}{\tau_{H\alpha}} \approx \frac{A_{21}k_{34}Q(\tau_{H\alpha}) \sum_3^{\infty} C_i}{A_{32}k_{23}Q(\tau_{L\alpha}) \sum_3^{\infty} C_i} \approx 0.5 \cdot 10^3 \frac{Q(\tau_{H\alpha})}{Q(\tau_{L\alpha})}. \quad (22)$$

Строго говоря, формулы (22) и (21) верны при условии, что  $\tau_{L\alpha} \gg \tau_{H\alpha}$ . Это условие соответствует случаю слабой нелинейности в системе уравнений стационарности и дает возможность считать поле  $L\alpha$ -излучения не зависящим от поля излучения в бальмеровских линиях.

Таким образом, используя формулы (22) или (21), в каждом конкретном случае можно легко оценить величину  $\tau_p$  и проверить выполнение первого из неравенств (16). Аналогичные оценки могут быть сделаны и для более высоких субординатных серий.

В заключение кратко остановимся на возможных применениях полученных результатов к некоторым астрофизическим задачам.

Ясно, что для этой цели среди объектов с эмиссионными линиями нужно выбрать только те, которые обладают небольшими градиентами скоростей. В противном случае следует использовать теорию, развитую В. В. Соболевым [11] (см. также [12] и [13]). Наиболее подходящими с этой точки зрения эмиссионными объектами являются диффузные и планетарные туманности. Действительно, для некоторых из них наблюдаемый бальмеровский декремент оказывается несколько круче, чем теоретический, вычисленный для оптически тонкой газовой оболочки. Однако в подавляющем большинстве случаев эти отклонения удавалось удовлетворительным образом объяснить влиянием межзвездного поглощения. По-видимому, заметное самопоглощение в бальмеровских линиях следует ожидать лишь у наиболее плотных планетарных туманностей, находящихся на ранних стадиях эволюции. К сожалению, имеющихся в настоящее время наблюдений этих объектов недостаточно для сравнения с теоретическими расчетами.

Автор выражает благодарность В. В. Соболеву и В. В. Иванову за критические замечания, сделанные при просмотре статьи.

Крымская астрофизическая  
обсерватория

INTENSITIES OF THE HYDROGEN LINES EMITTED  
BY AN OPTICALLY THICK PLASMA

V. P. GRININ

The problem of the radiation of the hydrogen plasma partially opaque in the Balmer lines is considered. It is assumed that the source of excitation is the radiative recombination. The redistribution of the radiation between the lines as well as the frequency redistribution within the lines themselves is taken into consideration. Relative intensities and equivalent widths of the Balmer lines are calculated for a set of electron temperatures and optical thicknesses in  $H_{\alpha}$ .

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. П. Гринин, *Астрофизика*, 5, 213, 1969.
2. В. В. Соболев, *Астрон. ж.*, 39, 632, 1962.
3. E. R. Capriotti, *Ap. J.*, 139, 225, 1964.
4. E. R. Capriotti, *Ap. J.*, 140, 632, 1964.
5. D. H. Menzel, J. D. Baker, *Ap. J.*, 86, 70, 1937.
6. M. J. Seaton, *Reports on Progress in Physics*, 23, 313, 1960.
7. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, *Межзвездная среда*, ГИФМЛ, 1963.
8. M. J. Seaton, *M. N.*, 119, 81, 1959.
9. В. В. Соболев, *Астрофизика*, 3, 137, 1967.
10. Д. И. Нагурнер, *Астрофизика*, 3, 293, 1967.
11. В. В. Соболев, *Движущиеся оболочки звезд*, Л., 1947.
12. А. А. Боярчук, *Изв. КрАО*, 35, 45, 1966.
13. В. Г. Горбацкий, *Астрофизика*, 1, 129, 1965.



## О СВЕТОВЫХ КРИВЫХ ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД

Г. А. ГУРЗАДЯН

Поступила 16 ноября 1967

Исправлена 5 марта 1969

Закон спада яркости  $J \sim e^{-\beta t}$  после максимума вспышки плохо согласуется с наблюдениями. В работе предлагается другая интерпретация световых кривых вспыхивающих звезд, основанная на гипотезе „быстрых электронов“. Показано, что спад яркости вызван только расширением оболочки из быстрых электронов; эффект потери энергии электронов ничтожен. Теоретическая световая кривая в общем случае представляется формулой (12), а в частных случаях—формулами (13)—(15). Эти формулы хорошо объясняют наблюдаемые световые кривые вспыхивающих звезд от максимума до момента полного исчезновения вспышки. Введено понятие „динамические параметры“ вспышки и определены их величины для более чем двадцати вспышек.

Кривую спада яркости после максимума вспышки у нестационарных звезд обычно аппроксимируют законом вида

$$J \sim e^{-\beta t}. \quad (1)$$

Однако редко удается представить всю кривую от максимума до момента полного восстановления первоначального состояния звезды одним значением параметра  $\beta$ ; как правило, отдельным участкам этой кривой соответствуют разные значения  $\beta$ .

С другой стороны, экспоненциальный закон (1) *a priori* предполагает протекание в атмосфере звезды вполне определенного процесса, а именно, затухания излучения, вследствие чего и происходит спад яркости после максимума вспышки. Темп этого затухания постоянен и ослабляется по мере удаления от максимума (уменьшается  $\beta$ ). Вместе с тем, этот закон еще ничего не говорит о механизме возникновения или возбуждения самой вспышки.

В настоящей статье будет показано, что кривой изменения яркости у вспыхивающих звезд можно дать и иную интерпретацию, не имеющую ничего общего с затуханием излучения, то есть с законом (1). При этом мы будем исходить из вполне определенного механизма возбуждения вспышек у нестационарных звезд. Мы имеем в виду механизм „быстрых электронов“, подробно рассмотренный в [1].

Относительная интенсивность излучения  $J$ , на частоте  $\nu$  в момент вспышки звезды дается следующим выражением:

$$J, (\mu, \tau, T) = \left( 1 + \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\mu^4} \frac{e^x - 1}{e^{x/\mu^2} - 1} \tau \right) e^{-\tau}, \quad (2)$$

где  $\mu$  — безразмерная энергия быстрого электрона ( $\mu = E/mc^2$ ),  $\tau$  — эффективная оптическая толщина слоя или облака из быстрых электронов над фотосферой звезды на процессы томсоновского рассеяния, а через  $x$  обозначено

$$x = \frac{h\nu}{kT}, \quad (3)$$

где  $T$  — планковская (эффективная) температура звезды в ее спокойном состоянии. Соотношение (2) справедливо, когда облако состоит из моноэнергетических электронов с  $E \sim 10^8 - 10^7$  эв.

В спокойном состоянии звезды, т. е. до и после вспышки, когда  $\tau = 0$ , имеем из (2)  $J, (0) = 1$ . Очевидно

$$\Delta J, = J, - 1 \quad (4)$$

будет относительный рост интенсивности в заданной фазе вспышки.

Соотношение (2) дает величину интенсивности для некоторой зафиксированной фазы вспышки, характеризующейся мгновенной величиной энергии  $\mu$  и мгновенной оптической толщиной  $\tau$ . Но эти величины могут меняться по времени. Вследствие этого  $J,$  также должно меняться по времени. Мы ставим перед собой задачу: определить вид функций  $\mu(t)$  и  $\tau(t)$ , если известен из наблюдений  $J,(t)$ .

Начнем с  $\mu(t)$ . Появившиеся в атмосфере звезды быстрые электроны, независимо от способа их возникновения, могут терять свою энергию разными путями. Однако, как показывает анализ, в данном случае основную роль играют радиационные потери; остальные потери, в том числе и магнитотормозные и комптоновские, — незначительны.

Закон падения энергии по времени в случае радиационных потерь имеет следующий вид:

$$\mu(t) = \mu_0 e^{-kt}, \quad (5)$$

где  $\mu_0$  — первоначальная энергия электрона, а  $k$  зависит в частности от концентрации протонов  $n_p$  в электронном облаке и почти не зависит от энергии электрона. Для  $k$  имеем [2]

$$k \approx 4 \cdot 10^{-16} n_p \text{ сек}^{-1}. \quad (6)$$

Из этих соотношений следует, что заметная потеря энергии электрона в течение вспышки, то есть за время  $t \sim 100$  сек может иметь место, если концентрация протонов в облаке порядка  $n_p \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . При концентрациях меньше  $10^{14} \text{ см}^{-3}$  энергия электрона будет постоянна в течение вспышки. В этом случае мы можем утверждать, что спад яркости звезды после максимума вспышки по крайней мере не вызван потерей энергии быстрых электронов.

Чтобы проверить, насколько это предположение соответствует действительности, необходимо иметь теоретическую зависимость изменения яркости по времени, когда энергия электрона меняется по закону (5). Для этого достаточно подставить (5) в (2). Получим

$$J_v(t) = \left( 1 + \frac{1}{4\pi} \frac{e^{4kt}}{\mu_0^4} \frac{e^x - 1}{\frac{x}{e^{\mu_0^2}} e^{2kt} - 1} \tau \right) e^{-\tau}. \quad (7)$$

Допустим пока, что  $\tau = \text{const}$  в течение вспышки. Тогда путем сравнения теоретического соотношения (7) с кривыми изменения яркости для отдельных вспышек можем определить величину  $k$ ; практически это делается с помощью двух произвольно выбранных точек на кривой яркости. Затем, входя с известным  $k$  в (7), мы вычисляем теоретическую кривую для рассмотренной вспышки; очевидно, при правильности сделанного выше предположения эта кривая должна совпадать с наблюдаемой кривой. Подобные вычисления были выполнены для ряда вспышек с известными кривыми изменения яркости. Результаты оказались отрицательными: не существует никаких реальных, отличных от нуля значений  $k$ , при которых можно будет добиться согласования рассчитанных с помощью (7) кривых изменения яркости по времени с наблюдаемыми световыми кривыми. Иначе говоря, во всех случаях мы имеем  $k = 0$ .

Этот результат является в какой-то степени неожиданным, поскольку он означает, что быстрый электрон покидает звезду, практически не теряя свою первоначальную энергию (комптоновские потери составляют  $10^{-5} - 10^{-6}$  доли первоначальной энергии электрона). Сле-

довательно, спад яркости после максимума вспышки не вызван энергетическими потерями электрона.

Перейдем теперь ко второй возможности — уменьшение по времени эффективной оптической толщины облака из быстрых электронов.

Облако или слой из быстрых электронов, возникшее над фотосферой звезды, должно быстро расширяться во все стороны. В результате по некоторому закону должно иметь место уменьшение оптической толщины со временем. Представим этот закон в виде:

$$\tau(t) = \tau_0 \left( \frac{t_0}{t} \right)^n, \quad (8)$$

где  $\tau_0$  — первоначальная (максимальная) оптическая толщина облака, соответствующая максимуму вспышки;  $t_0$  — время, в течение которого оптическая толщина облака меняется от нуля до  $\tau_0$  (т. е. время достижения максимума яркости вспышки с момента начала вспышки). Будем называть  $t_0$ ,  $\tau_0$  и  $n$  динамическими параметрами вспышки: при этом  $t_0$  берется прямо из кривой изменения яркости, а  $\tau_0$  и  $n$  нужно определить расчетным путем.

Значение  $n = 2$  в (8) соответствует, очевидно, сферическому расширению электронного облака с постоянной скоростью (в этом случае концентрация быстрых электронов меняется обратно пропорционально кубу радиуса облака). При  $n = 1$  мы будем иметь случай расширения оболочки с постоянной линейной толщиной. При  $1 < n < 2$  мы опять имеем дело с расширяющейся оболочкой, но уже с увеличивающейся толщиной. По-видимому, при определенных ориентациях облака или слоя из быстрых электронов может осуществляться случай  $n < 1$ .

Подставив (8) в (2), будем иметь взамен (7)

$$J_v(t) = [1 + A_v(\mu, T) \tau(t)] e^{-\tau(t)}, \quad (9)$$

где обозначено

$$A_v(\mu, T) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\mu^4} \frac{e^x - 1}{e^{x/\mu^2} - 1}. \quad (10)$$

В этих выражениях уже принято  $\mu = \text{const}$ .

Процедура сравнения теоретического соотношения (9) с наблюдательными кривыми изменения яркости при вспышках заключается в следующем. По известной температуре звезды  $T$  и при заданной величине энергии  $\mu$  быстрого электрона находим из (10) числовое значение  $A_v(\mu, T)$ . При вычислениях приняты  $T \sim 2500 - 2700$  °К,  $\mu^2 = 10$ ,  $\lambda_{\text{эф}} \sim 5100$  Å (за исключением звезды W UMa, для которой  $\lambda_{\text{эф}} \sim 3300$  Å [3], а также II 1306, для которой  $\lambda_{\text{эф}}$  приняты обычные их значения

в U, B и V системе). Далее, поскольку левая часть в (9), представляющая собой относительную яркость в данной фазе вспышки, известна из наблюдений, мы можем построить кривую хода изменения оптической толщины в течение вспышки, т. е. зависимость  $\tau$  от времени  $t$ . В случае, когда  $\tau < 0.1$ , переход от  $J_v(t)$  к  $\tau(t)$  осуществляется с помощью следующего простого соотношения:

$$\tau(t) = \frac{J_v(t) - 1}{A_v(\mu, T)} = \frac{\Delta J_v(t)}{A_v(\mu, T)} \quad (11)$$

Вопрос теперь заключается в том, можно ли найденную таким путем наблюдательную зависимость  $\tau$  от  $t$  представить формулой типа (8) с соответствующим выбором значений параметров  $\tau_0$  и  $l$ .

Результаты анализа, проведенного описанным способом в отношении сравнительно большого количества кривых вспышек, оказались весьма обнадряющими; во всех случаях наблюдаемые кривые хорошо представляются формулой (9) после подстановки в нее значения  $\tau(t)$  из (8).

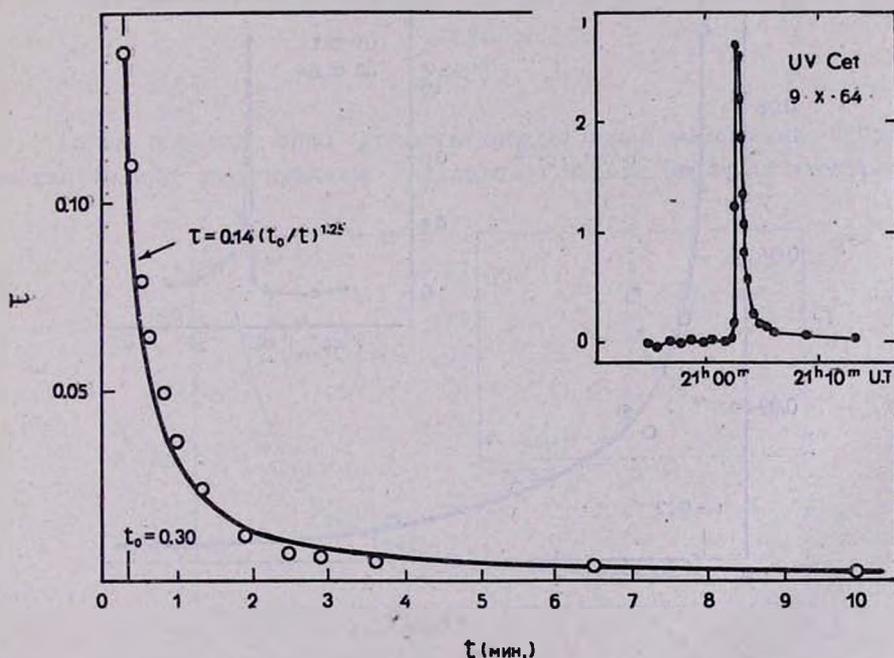


Рис. 1.

Нами проанализированы кривые более двадцати вспышек; при этом использованы также неопубликованные данные, любезно предоставленные автору П. Ф. Чугайновым. В качестве примера на

рис. 1—4 приведены результаты анализа для некоторых из этих вспышек. На всех рисунках кружками обозначены данные наблюдения, т. е. найденные с помощью переводной формулы (9) и взятые из кривой яркости величины  $J_v(t)$  значения  $\tau(t)$ . На этих же рисунках сплошными линиями приведены построенные с помощью (8) теоретические кривые  $\tau(t)$ . При этом числовые значения динамических параметров  $\tau_0$  и  $n$  были найдены не методом наименьших квадратов, а по двум произвольно взятым точкам (одна из них соответствует моменту  $t = t_0$ , при котором  $\tau(t_0) = \tau_0$ ). Сводка найденных таким путем динамических параметров  $t_0$ ,  $\tau_0$  и  $n$  для рассмотренных нами вспышек приведена в табл. 1 (в последнем столбце указан источник, откуда взята световая кривая данной вспышки). В пяти случаях приведенных в этой таблице вспышек (они обозначены звездочками) рост до максимума происходит настолько быстро, что не было возможности определить величину  $t_0$  из имеющихся в нашем распоряжении графиков зависимости яркости от времени. В этих случаях  $t_0$  было найдено расчетным путем, при  $n = 2$  в (8).

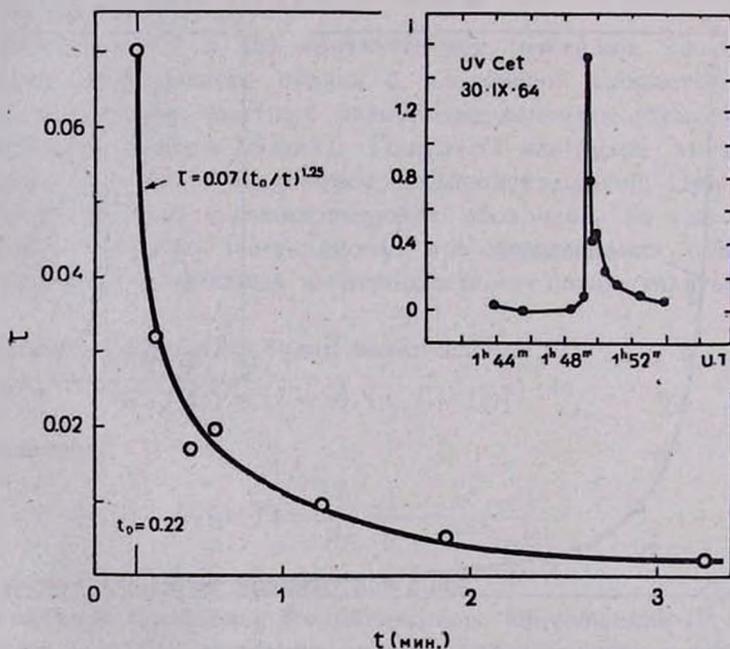


Рис. 2.

Из приведенных рисунков и табл. 1 можно сделать следующие выводы:

а) все рассмотренные нами случаи вспышек соответствуют значениям  $1 \leq n \leq 2$ ; случаев с  $n > 2$  не было установлено;

б) случаев с  $n \approx 1$  сравнительно больше, чем случаев с  $n \approx 2$ . Это значит, что электронное облако расширяется скорее как оболочка, чем как сфера.

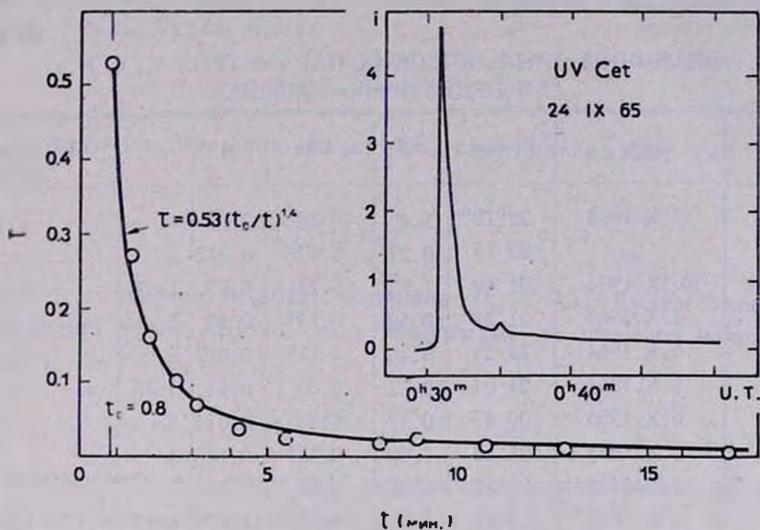


Рис. 3.

Таким образом, спад яркости звезды после максимума вспышки вызван только расширением (разлетом) облака быстрых электронов.

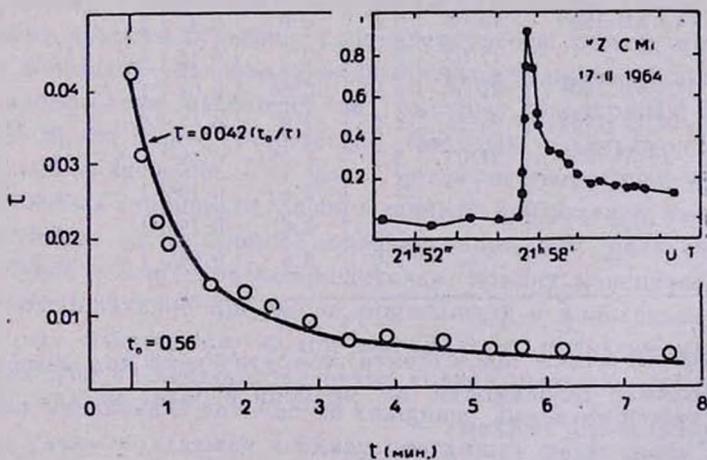


Рис. 4.

Характерно, что в этом случае вся кривая, от максимума вспышки до момента полного ее исчезновения, представляется одними значе-

ниями  $\tau_0$  и  $n^*$ . Физически это означает, что в период вспышки, то есть в первые несколько минут после максимума, режим расширения электронного облака практически постоянен.

Таблица 1

ВЕЛИЧИНЫ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ  $t_0$ ,  $\tau_0$  И  $n$   
ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ВСПЫШЕК

| Звезда   | Дата        | Время                           | $\Delta J$ | $t_0$ мин. | $\tau_0$ | $n$  | Примечание    |
|----------|-------------|---------------------------------|------------|------------|----------|------|---------------|
| UV Cet   | 13.X.1963   | 22 <sup>h</sup> 10 <sup>m</sup> | 1.42       | 0.38       | 0.07     | 1    | [7]           |
| "        | "           | 22 15                           | 0.27       | 5.40       | 0.012    | 1    | "             |
| "        | 30.IX.1964  | 01 49                           | 1.52       | 0.22       | 0.07     | 1.25 | "             |
| "        | 4.X.1964    | 21 38                           | 0.50       | 0.14*      | 0.02     | 2    | "             |
| "        | 6.X.1964    | 22 33                           | 0.40       | 0.11*      | 0.017    | 2    | "             |
| "        | 9.X.1964    | 21 04                           | 2.72       | 0.30       | 0.14     | 1.25 | "             |
| "        | 6.X.1965    | 00 47                           | 0.32       | 0.24*      | 0.014    | 2    | "             |
| "        | 1.X.1965    | 21 13                           | 2.60       | 9.27*      | 0.14     | 1    | "             |
| "        | 2.X.1965    | 21 57                           | 0.48       | 0.17       | 0.02     | 1    | "             |
| "        | 2.X.1965    | 23 54                           | 4.2        | 0.35       | 0.24     | 1.9  | "             |
| "        | 18.IX.1965  | 21 16                           | 0.32       | 0.26       | 0.02     | 1.9  | "             |
| "        | 18.IX.1965  | 22 13                           | 0.83       | 1.73       | 0.03     | 1.2  | "             |
| "        | 19.IX.1965  | 21 03                           | 1.45       | 0.12*      | 0.07     | 2    | "             |
| "        | 23.IX.1965  | 23 47                           | 0.85       | 0.2        | 0.05     | 1    | "             |
| "        | 24.IX.1965  | 00 32                           | 5.7        | 0.8        | 0.53     | 1.4  | [6]           |
| YZ CMi   | 13.XII.1958 | 12 03                           | 9.5        | 0.6        | 0.47     | 2    | [4]           |
| "        | "           | 12 05                           | 3.5        | 2.6        | 0.12     | 1.6  | "             |
| "        | 17.II.1964  | 21 58                           | 0.91       | 0.56       | 0.04     | 1    | [6]           |
| W UMa    | 26.IV.1964  | 04 23                           | 4.0        | 2.0        | 0.57     | 2    | на 3300 А [3] |
| AD Leo   | 13.V.1965   | 21 03                           | 3.2        | 1.75       | 0.09     | 1.5  | [6]           |
| III 1306 | —           | —                               | 25         | 2.6        | 0.195    | 1    | в цвете U [5] |
| "        | —           | —                               | 5.5        | 2.6        | 0.195    | 1    | в цвете B [5] |
| "        | —           | —                               | 2.0        | 2.6        | 0.195    | 1    | в цвете V [5] |

Теперь мы можем представить теоретический ход изменения яркости вспышки в зависимости от времени в более наглядной форме. Подставив (8) в (9), найдем

\* Исключение, разумеется, составляют те случаи, когда появляются повторные слабые вспышки в период спада основной вспышки; в этом случае кривые отдельных вспышек, накладываясь друг на друга, образуют пилообразную картину, осложняющую интерпретацию.

$$J_v(t) = \Delta J_v + 1 = \left[ 1 + A_v(\mu, T) \tau_0 \left( \frac{t_0}{t} \right)^n \right] e^{-\tau_0(t_0/t)^n}. \quad (12)$$

Для начальной части кривой спада яркости после максимума, то есть при  $t \approx t_0$ , будем иметь

$$J_v(t) \sim e^{-\tau_0(t_0/t)^n}. \quad (13)$$

На достаточно больших расстояниях от максимума, где  $t \gg t_0$ , будем иметь

$$\Delta J_v(t) \sim t^{-n}. \quad (14)$$

Наконец, в случае слабых вспышек ( $\tau_0 < 0.1$ ) будем иметь по всей нисходящей ветви кривой — от максимума до полного исчезновения вспышки

$$\Delta J_v(t) \sim t^{-n}. \quad (15)$$

Мы видим, что ни одно из написанных соотношений не имеет ничего общего с экспоненциальным законом  $J_v \sim e^{-\beta t}$ .

Для полноты следовало бы, конечно, рассмотреть также случай, когда происходит одновременное уменьшение энергии по закону  $\mu(t) = \mu_0 e^{-kt}$  и уменьшение оптической толщины по закону  $\tau(t) = \tau_0(t_0/t)^n$ . Это было сделано в отношении ряда световых кривых вспышек. Положительный результат опять-таки получается только при  $k = 0$ .

Максимуму яркости вспышки соответствует — в рамках принятой нами модели вспышки — максимальная оптическая толщина облака в отношении томсоновского рассеяния на быстрых электронах. Иначе говоря, в это время общее количество быстрых электронов достигает максимального значения. Тот факт, что наши теоретические соотношения оказались в хорошем согласии с данными наблюдений, указывает на то, что в самом деле процесс возникновения или появления быстрых электронов в основном завершается в момент максимума яркости. Любое возобновление процессов, приводящих к появлению новой порции быстрых электронов, будет выражаться появлением нового скачка или выступа на нисходящей ветви кривой яркости; происходит скачкообразное увеличение оптической толщины. Таких случаев имеется немало и они также поддаются анализу описанным выше способом.

Раньше, при рассмотрении задачи о переносе излучения через среду быстрых электронов [1], было высказано опасение, что может иметь место нагрев фотосферы в результате поглощения  $\gamma$ -фотонов, генерируемых при радиационных потерях энергии быстрых электро-

нов. Теперь мы видим, что радиационные потери отсутствуют (концентрация протонов в облаке меньше  $10^{14}$  см<sup>-3</sup>) и поэтому предполагаемый эффект повышения температуры фотосферы практически не будет иметь места.

Таким образом, вывод о том, что быстрые электроны покидают звезду, практически сохранив свои первоначальные энергии, становится неизбежным. Эти электроны входят в межзвездное пространство с энергиями  $10^6 - 10^7$  эв. Возникает вопрос: не являются ли вспыскивающие звезды своего рода инжекторами первичных космических лучей, которые в дальнейшем, разгоняясь в условиях межзвездной среды, доходят до типичных для этих частиц пределов энергии?

Результаты проведенного выше теоретического анализа динамики вспышек, то есть характера изменения яркости во времени, оказались в хорошем согласии с данными наблюдений. Это обстоятельство указывает на то, что являющаяся основой этого анализа концепция „быстрых электронов“ как механизма возникновения вспышек недалеко от того, чтобы быть правдоподобной.

Физалл Бюраканской астрофизической обсерватории  
по космическим исследованиям

## ON THE LIGHT-CURVES OF FLARE STARS

G. A. GURZADIAN

The usual law  $J \sim e^{-\beta t}$  for the decrease of the brightness after a maximum of a flare disagrees with the observations. In this paper a new interpretation of the light-curves of the flare stars, based on the hypothesis of „rapid electrons“, has been suggested. It is shown that the decrease of the brightness was caused only by expansion of the shell of rapid electrons around the star; the effect of the energy loss of the electrons is negligible. The theoretical light-curve is presented: in general cases by (12), in particular cases by (13)–(15). These formulae explain the observed curves from the maximum till the end of the curve fairly well. The „dynamic parameters“ of the flare are introduced; their numerical values are presented in Table 1 for some flares.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. А. Гурзаян, *Астрофизика*, 1, 319, 1965; 2, 217, 1966; *ДАН СССР*, 166, № 4, 821, 1966.
2. В. А. Гинзбург, С. П. Сыроватский, *Происхождение космических лучей*, М., 1963.
3. L. V. Kuhi, *PASP*, 76, 430, 1964.
4. P. Roques, *Ap. J.*, 133, 914, 1961.
5. H. L. Johnson, R. J. Mitchell, *Ap. J.*, 128, 31, 1958.
6. Р. Е. Гершберг, П. Ф. Чулайнов, *Астрон. ж.*, 44, 260, 1967.
7. П. Ф. Чулайнов, *Неопубликованные данные*.

## ЭФФЕКТ ЭЛЕКТРОННОГО ЭКРАНИРОВАНИЯ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ ПРИ ВЫСОКИХ ПЛОТНОСТЯХ

В. В. ПОРФИРЬЕВ, Ю. Н. РЕДКОБОРОДЫЙ

Поступила 10 сентября 1968

Исправлена 23 апреля 1969

Рассмотрен эффект электронного экранирования кулоновского поля ядер, приводящий к увеличению скорости термоядерных реакций. Для расчета эффективного потенциала использован метод самосогласованного поля, основанный на приближении Хартри-Фока и не требующий выполнения условия квазиклассичности движения электронов. Учтено влияние обоих участвующих в реакции ядер на распределение экранирующего заряда. Выражение для поправки к энергии взаимодействия ядер получено с учетом собственной энергии экранирующего облака электронов и при малых расстояниях между ядрами оказывается не зависящим от степени нерелятивистского вырождения электронного газа.

Для условий, типичных в переходной между ядром и оболочкой зоне белого карлика ( $T \div 10^7$  °К;  $\rho = 10^2 \div 10^6$  г/см<sup>3</sup>), получены выражения для поправочного множителя на экранировку к скорости термоядерных реакций. Зависимость поправочного множителя от плотности, температуры и степени вырождения существенно отличается от зависимостей, приведенных в [1—4].

1. *Введение.* При расчете скорости ядерных реакций в среде высокой плотности (например, при построении модели белого карлика) необходимо учитывать изменение эффективного кулоновского взаимодействия реагирующих ядер вследствие электростатического экранирования электронами, которое приводит к ослаблению отталкивания ядер и тем самым облегчает прохождение через потенциальный барьер. Искажение кулоновского поля ядер обуславливает уменьшение как высоты, так и ширины потенциального барьера, в результате чего скорость реакции должна возрасти.

Исследованию этого эффекта посвящен ряд работ [1—4]. Салпетер [1], рассматривая столкновения ядер с номерами  $Z_1$  и  $Z_2$ , раз-

личает случаи „слабого“ и „сильного“ экранирующего эффекта, соответственно, когда средняя энергия кулоновского взаимодействия окружающих электронов с ядрами  $Z_1$  и  $Z_2$  мала или велика по сравнению с тепловой энергией  $k_B T$ .

В случае „слабого“ экранирования поправка к энергии взаимодействия двух сталкивающихся ядер, обусловленная экранированием кулоновского поля, вычисляется при рассмотрении электростатической энергии одного из ядер  $Z_2$  в экранированном поле другого ядра  $Z_1$ . Для расчета экранированного поля уединенного ядра  $Z_1$  используется уравнение Пуассона-Больцмана, которое в случае „слабого“ экранирования легко линеаризуется (метод Дибая-Хюккеля). При наличии заметного вырождения электронного газа самосогласованное поле по-прежнему получается с помощью уравнения Пуассона, но вместо распределения Больцмана используется распределение Ферми.

Для поправочного множителя, учитывающего роль экранирования в выражении для скорости термоядерных реакций, получается выражение

$$f = \exp \left\{ \frac{\Delta E}{k_B T} \right\}, \quad (1)$$

причем, если пренебречь слабой зависимостью  $\Delta E/k_B T$  от степени вырождения газа электронов, то [1]:

$$\frac{\Delta E}{k_B T} \sim \frac{Z_1 Z_2 \rho^{1/2}}{T^{1/2}}. \quad (2)$$

В случае „сильного“ экранирования в [1, 2] при расчетах принимается, что каждое из ядер  $Z_1$  и  $Z_2$  находится в центре некоторой сферы, внутри которой плотность отрицательного заряда постоянна и равна средней плотности заряда электронов в данной среде, причем радиус сферы определяется из условия численного равенства ее заряда заряду центрального ядра, так что вне сферы поле ядра полностью экранировано. Поправка к энергии взаимодействия находится как разность между суммой энергий двух таких изолированных систем зарядов, соответствующих ядрам  $Z_1$  и  $Z_2$ , и энергии системы зарядов около ядра с номером  $Z_1 + Z_2$ , образующейся при слиянии ядер. Для поправочного множителя по-прежнему получается выражение (1), однако теперь

$$\frac{\Delta E}{k_B T} \sim [(Z_1 + Z_2)^{1/2} - Z_1^{1/2} - Z_2^{1/2}] \cdot \frac{\rho^{1/2}}{T}. \quad (3)$$

В работах [3, 4] для расчета экранированного поля ядра используется метод Томаса-Ферми.

Следует заметить, что для учета влияния экранирующего заряда на коэффициент прозрачности потенциального барьера необходимо найти выражение для энергии взаимодействия ядер при расстояниях между ядрами, меньшими радиуса классической остановки частиц  $r_0$  [5]. Однако условие квазиклассичности поступательного движения электронов, лежащее в основе статистических методов, использованных в [1, 3, 4] при расчете „слабого“ экранирования, для  $T = 10^6 + 10^8$  °K нарушается даже при расстояниях порядка или больших, чем  $r_0$ . Уже по этой причине результаты, полученные в [1, 3, 4] можно в лучшем случае использовать лишь для грубых оценок эффекта экранирования.

Кроме того, авторы работ [1, 3, 4] рассматривают сферически-симметричное поле изолированного ядра, считая второе ядро пробным зарядом и пренебрегая его влиянием на распределение экранирующего заряда. Поэтому в указанных работах игнорируется собственная энергия экранирующего облака электронов, которая при учете деформации облака полем второго ядра должна зависеть от расстояния между ядрами и вносить свой вклад в изменение энергии взаимодействия.

Что касается представления о сферах отрицательного заряда в случае „сильного“ экранирования [1, 2], то такая модель, очевидно, является грубой и тоже нуждается в улучшении.

В настоящей работе для расчета эффекта электронного экранирования применен метод самосогласованного поля [6], не использующий условия квазиклассичности движения электронов и пригодный в случае как бальцмановского, так и вырожденного (нерелятивистского) электронного газа. С помощью этого метода получены выражения для экранированного потенциала при любых расстояниях между ядрами, с учетом влияния обоих сталкивающихся ядер на распределение экранирующего заряда. Поправка к энергии взаимодействия реагирующих ядер вычисляется с учетом энергии экранирующего электронного облака, вносящей существенный вклад в изменение формы потенциального барьера.

2. *Диэлектрическая проницаемость в приближении самосогласованного поля.* Приближение самосогласованного поля, используемое в физике твердого тела для вычисления свойств электронного газа, состоит в квантовомеханическом рассмотрении электронов как частиц, движущихся в поле, описываемом некоторым усредненным потенциалом. Таким образом, вводится одночастичный гамильтониан для отдельного электрона [6]:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(\vec{r}, t),$$

где  $\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m_0}$ ;  $\hat{V}(\vec{r}, t) \equiv V(\vec{r}, t)$  — самосогласованный потенциал, описывающий взаимодействие электрона со всеми прочими частицами системы. Если  $|m\rangle$  — решение одночастичного уравнения Хартри-Фока, то при помощи собственных функций  $|\vec{k}\rangle$  оператора  $\hat{H}_0$  это решение можно представить в виде:

$$|m\rangle = \sum_{\vec{k}} |\vec{k}\rangle \langle \vec{k}|m\rangle. \quad (4)$$

Введем матрицу плотности в энергетическом представлении:

$$\langle \vec{k}'|\hat{\rho}|\vec{k}\rangle = \sum_m \langle \vec{k}'|m\rangle \bar{n}_m \langle m|\vec{k}\rangle, \quad (5)$$

где  $\bar{n}_m$  — среднее число заполнения состояния  $m$ . Равновесная матрица плотности  $\hat{\rho}_0$  для невозмущенной ( $V=0$ ) системы обладает следующим свойством:

$$\hat{\rho}_0 |\vec{k}\rangle = \bar{n}_{\vec{k}} |\vec{k}\rangle, \quad (6)$$

где  $\bar{n}_{\vec{k}}$  — среднее число заполнения состояния  $|\vec{k}\rangle$  при отсутствии возмущения ( $V=0$ ).

Уравнение движения для возмущенной матрицы плотности  $\hat{\rho} = \hat{\rho}_0 + \hat{\delta\rho}$  имеет вид (здесь и ниже используется система единиц с  $\hbar = 1$ ):

$$i \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}]. \quad (7)$$

Линеаризуя уравнение (7) и пренебрегая членами порядка  $\hat{V}\hat{\delta\rho}$ , получим:

$$i \hat{\delta\rho} \cong [\hat{H}_0, \hat{\delta\rho}] + [\hat{V}, \hat{\delta\rho}]. \quad (8)$$

Следовательно

$$i \frac{\partial}{\partial t} \langle \vec{k} | \hat{\rho} | \vec{k} + \vec{q} \rangle = \langle \vec{k} | [\hat{H}_0, \hat{\rho}] | \vec{k} + \vec{q} \rangle + \langle \vec{k} | [\hat{V}, \hat{\rho}] | \vec{k} + \vec{q} \rangle =$$

$$= \left( \frac{\vec{k}^2}{2m_s} - \frac{(\vec{k} + \vec{q})^2}{2m_s} \right) \cdot \langle \vec{k} | \hat{\rho} | \vec{k} + \vec{q} \rangle + \left( \bar{n}_{\vec{k} + \vec{q}}^0 - \bar{n}_{\vec{k}}^0 \right) \cdot V_{\vec{q}}(t), \quad (9)$$

где

$$V_{\vec{q}}(t) = \langle \vec{k} | V(\vec{r}, t) | \vec{k} + \vec{q} \rangle = \int d\vec{r} V(\vec{r}, t) \exp(i\vec{q}\vec{r})$$

—  $\vec{q}$ -я Фурье-компонента потенциала  $V(\vec{r}, t)$ .

Потенциал  $V$  складывается из потенциала внешнего поля  $V^0$  и экранирующего потенциала  $V^s$ , связанного с индуцированным изменением электронной плотности  $\delta n_s$ , т. е.  $V^0$  может быть, например, потенциалом сталкивающихся ядер, а  $V^s$  — потенциалом экранирующих зарядов, индуцированных потенциалом  $V^0$ :

$$V_{\vec{q}} = V_{\vec{q}}^0 + V_{\vec{q}}^s.$$

Индуцированное изменение электронной плотности равно:

$$\delta n_s(\vec{r}) = \sum_m \langle m | \hat{\rho} | m \rangle = \sum_m \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} |\vec{k}'\rangle \langle \vec{k}' | m \rangle \delta \bar{n}_m \langle m | \vec{k} \rangle \langle \vec{k} | =$$

$$= \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} |\vec{k}'\rangle \langle \vec{k} | \langle \vec{k}' | \hat{\rho} | \vec{k} \rangle = \sum_{\vec{q}} (\delta n_s)_{\vec{q}} \cdot \exp\{-i\vec{q}\vec{r}\}, \quad (10)$$

где

$$(\delta n_s)_{\vec{q}} = \sum_{\vec{k}} \langle \vec{k} | \hat{\rho} | \vec{k} + \vec{q} \rangle. \quad (11)$$

Свойства электронного газа удобно описывать с помощью продольной диэлектрической проницаемости  $\epsilon(\omega, \vec{q})$ , которую можно определить следующим образом:

$$E_{\vec{q}} + 4\pi P_{\vec{q}} = \epsilon(\omega, \vec{q}) \cdot E_{\vec{q}} = D_{\vec{q}}, \quad (12)$$

где  $E_{\vec{q}}$ ,  $D_{\vec{q}}$ ,  $P_{\vec{q}}$  — Фурье-компоненты соответственно продольных элек-

трического поля, индукции и поляризации;  $\omega$  — частота, связанная с  $V_{\vec{q}}$ . Поскольку

$$\vec{P}_{\vec{q}} = -\frac{E_{\vec{q}}^*}{4\pi},$$

где  $E_{\vec{q}}^*$  соответствует экранирующему потенциалу  $V_{\vec{q}}^*$ , то (12) дает:

$$V_{\vec{q}} - V_{\vec{q}}^* = V_{\vec{q}}^0 = \epsilon(\omega, \vec{q}) \cdot V_{\vec{q}}. \quad (13)$$

Таким образом, диэлектрическая проницаемость равна отношению Фурье-компонент внешнего и эффективного (экранированного) потенциалов. Так как

$$\operatorname{div} \vec{P} = e \cdot \delta n_s; \quad -iqP_{\vec{q}} = e(\delta n_s)_{\vec{q}}; \quad eE_{\vec{q}} = -iqV_{\vec{q}},$$

то

$$\epsilon(\omega, \vec{q}) = 1 + 4\pi \frac{P_{\vec{q}}}{E_{\vec{q}}} = 1 - 4\pi \frac{e^2 \cdot (\delta n_s)_{\vec{q}}}{q^2 \cdot V_{\vec{q}}}. \quad (14)$$

Рассматривая  $V_{\vec{q}}(t)$  в уравнении (9) как зависящую от времени силу, определяющую поведение системы, получим:

$$\langle \vec{k} | \delta \rho | \vec{k} + \vec{q} \rangle = \lim_{s \rightarrow +0} \frac{\frac{\bar{n}_{\vec{k}+\vec{q}}^0 - \bar{n}_{\vec{k}}^0}{(\vec{k} + \vec{q})^2 - \frac{\vec{k}^2}{2m_s} + \omega + is}}{\frac{\vec{k}^2}{2m_s} - \frac{\vec{k}^2}{2m_s} + \omega + is} V_{\vec{q}}.$$

С помощью (5), (11) и (14) придем к общему выражению для диэлектрической проницаемости в приближении самосогласованного поля:

$$\epsilon(\omega, \vec{q}) = 1 - \lim_{s \rightarrow +0} \frac{4\pi e^2}{q^2} \sum_{\vec{k}} \frac{\frac{\bar{n}_{\vec{k}+\vec{q}}^0 - \bar{n}_{\vec{k}}^0}{(\vec{k} + \vec{q})^2 - \frac{\vec{k}^2}{2m_s} + \omega + is}}{\frac{\vec{k}^2}{2m_s} - \frac{\vec{k}^2}{2m_s} + \omega + is}. \quad (15)$$

Мнимая часть  $\epsilon(\omega, \vec{q})$  соответствует затуханию колебаний.

3. *Экранированный потенциал при термоядерных реакциях.* Как известно, вероятность термоядерной реакции в зависимости от относительной скорости сталкивающихся ядер имеет очень резкий максимум при [5]:

$$v_m = \sqrt[3]{\beta \frac{k_B T}{\mu}},$$

где  $\beta = \frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar}$ ;  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $\mu$  — приведенная масса реагирующих ядер. Таким образом реакция, в основном, протекает на частицах, обладающих скоростью, близкой к оптимальной скорости  $v_m$ .

С другой стороны, средние тепловые скорости ядер и электронов при температуре  $T$  равны:

$$\bar{v}_n = \sqrt{\frac{3k_B T}{\mu}}; \quad \bar{v}_e = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}},$$

так что

$$\frac{v_n}{v_m} = \left(\frac{k_B T}{\mu}\right)^{1/2} \frac{\sqrt{3}}{\beta^{1/2}}; \quad \frac{\bar{v}_e}{v_m} = \frac{\bar{v}_n}{v_m} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{m_e}}. \quad (16)$$

Оценка с помощью (16) для  $T = 10^9 + 10^8$  К,  $Z_1 Z_2 \sim 10$  дает

$$\frac{\bar{v}_n}{v_m} \approx 0.2; \quad \frac{\bar{v}_e}{v_m} \approx 8. \quad (17)$$

Поэтому при вычислении экранированного потенциала естественно принять, что

$$\bar{v}_n \ll v_m \quad (18)$$

$$\bar{v}_e \gg v_m. \quad (19)$$

Неравенство (18) означает, что „время релаксации“ для газа ядер при образовании облака экранирующих зарядов весьма велико, т. е. ролью окружающих ядер в экранировке поля зарядов  $Z_1$  и  $Z_2$  можно полностью пренебречь, а газ ядер аппроксимировать как однородный положительно заряженный фон.

Следовательно, эффект экранирования полностью обусловлен возмущениями в однородном электронном газе, возникающими при сближении зарядов ядер  $Z_1$  и  $Z_2$ , причем поскольку ввиду (19) „время релаксации“ для электронов мало, распределение экранирующего заряда при любом расстоянии между ядрами  $Z_1$  и  $Z_2$ , можно считать стационар-

ным. Следует заметить, что при заметном вырождении электронного газа

$$\bar{v}_e \sim v_F \gg \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}},$$

где  $v_F$  — скорость электрона с энергией Ферми  $\varepsilon_F$ , и неравенство (19) выполняется еще лучше.

Таким образом, можно ограничиться случаем статического поля, т. е. принять  $\omega = 0$  в выражении (15) для  $\varepsilon(\omega, \vec{q})$ . Поскольку мнимая часть  $\varepsilon(\omega, \vec{q})$  при  $\omega = 0$  равна нулю, то в (15) можно положить также  $s = 0$  и опустить знак предела.

Пусть ядро с зарядом  $Z_1 e$  расположено в начале координат, а ядро с зарядом  $Z_2 e$  — в точке  $\vec{r}$ . Тогда потенциал внешнего поля в некоторой точке  $\vec{\xi}$  равен:

$$V^0(\vec{\xi}) = \frac{Z_1 e}{|\vec{\xi}|} + \frac{Z_2 e}{|\vec{\xi} - \vec{r}|} = \frac{Z_1 e}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} \frac{4\pi}{q^2} \exp\{i\vec{q}\vec{\xi}\} + \\ + \frac{Z_2 e}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} \frac{4\pi}{q^2} \exp\{i\vec{q}(\vec{\xi} - \vec{r})\}.$$

Предполагая реакцию среды линейной, экранированный потенциал в точке  $\vec{\xi}$  получим, согласно (13), путем деления Фурье-компонент внешнего потенциала на  $\varepsilon(0, \vec{q})$ :

$$V(\vec{\xi}) = \frac{Z_1 e}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} \frac{4\pi}{q^2 \varepsilon(0, \vec{q})} \exp\{i\vec{q}\vec{\xi}\} + \\ + \frac{Z_2 e}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} \frac{4\pi}{q^2 \varepsilon(0, \vec{q})} \exp\{i\vec{q}(\vec{\xi} - \vec{r})\}, \quad (20)$$

где  $\varepsilon(0, \vec{q})$  определяется выражением (15) при  $\omega = s = 0$ :

$$\varepsilon(0, \vec{q}) = 1 - \frac{4\pi e^2}{q^2} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} \frac{\bar{n}_{\vec{k}+\vec{q}}^0 - \bar{n}_{\vec{k}}^0}{\frac{\hbar^2(\vec{k}+\vec{q})^2}{2m_e} - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m_e}} \quad (21)$$

(интеграл понимается в смысле главного значения). Поскольку электроны подчиняются статистике Ферми, то в общем случае [7]:

$$\bar{n}_k^0 = 2 \cdot \left[ \exp \left\{ \frac{\bar{k}^2}{2m_e k_B T} - \frac{\mu \cdot}{k_B T} \right\} + 1 \right]^{-1}. \quad (22)$$

Выражения (20)–(22) полностью определяют потенциал  $V(\vec{\xi})$  в любой точке  $\vec{\xi}$  экранирующего облака зарядов, окружающего ядра  $Z_1$  и  $Z_2$ .

4. *Энергия системы зарядов.* При вычислении проникаемости барьера с учетом экранирования электронами кулоновского поля ядер необходимо получить выражение для потенциальной энергии системы зарядов, состоящей из двух сталкивающихся ядер и экранирующего электронного облака. Поскольку в выражение для проникаемости барьера входит только разность между потенциальной и полной энергиями системы [5], часть потенциальной энергии, не зависящая от расстояния  $r$  между ядрами  $Z_1$  и  $Z_2$ , может быть опущена. Зависящие же от  $r$  члены должны, очевидно, стремиться к нулю при  $r \rightarrow \infty$ .

С энергетической точки зрения явление экранирования состоит в том, что кулоновское поле ядер  $Z_1$  и  $Z_2$  вызывает определенное возмущение в электронном газе, обладающее некоторой энергией, так что искомая потенциальная энергия может быть представлена в виде:

$$U(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + \delta E_e(r), \quad (23)$$

т. е. к чисто кулоновской энергии взаимодействия двух ядер  $Z_1 Z_2 e^2/r$  добавляется энергия возмущения  $\delta E_e(r)$  (включающая собственную энергию) экранирующего облака и энергию его взаимодействия с ядрами  $Z_1$  и  $Z_2$ ).

Как известно, в одночастичном приближении Хартри-Фока энергия системы электронов равна [8]:

$$E_e = S\rho \hat{\rho} \tau, \quad (24)$$

где  $\hat{\rho}$  — оператор одночастичной матрицы плотности;

$$\hat{\tau} \equiv \frac{\hat{p}^2}{2m_e} + \hat{V}(\vec{x}) + \frac{1}{2} \mathcal{W}(\vec{p}, \vec{x});$$

$\hat{V}(\vec{x}) \equiv V(\vec{x})$  — оператор внешнего поля (в данном случае — поля ядер  $Z_1$  и  $Z_2$ );

$\mathcal{W}(\vec{p}, \vec{x})$  — оператор самосогласованного поля.

Оператор  $\hat{W}$  обычно записывают в виде [8]:

$$\hat{W}(\vec{p}, \vec{x}) = \hat{B}(\vec{x}) - \hat{A}(\vec{p}, \vec{x}),$$

где  $\hat{B}(\vec{x})$  и  $\hat{A}(\vec{p}, \vec{x})$  — операторы прямого и обменного взаимодействия частиц (электронов).

Следовательно, энергия возмущения  $\delta E_s$  равна:

$$\delta E_s = \delta S_p \left( \hat{\rho} \frac{\hat{p}^2}{2m_s} \right) + \delta S_p(\hat{\rho} \hat{V}) + \frac{1}{2} \delta S_p(\hat{\rho} \hat{B}) - \frac{1}{2} \delta S_p(\hat{\rho} \hat{A}). \quad (25)$$

Оценка последнего члена показывает, что в интересующем нас диапазоне плотностей  $\rho = 10^3 + 10^6$   $\text{г/см}^3$  изменением обменной энергии можно пренебречь по сравнению с остальными слагаемыми, так что последний член в (25) может быть опущен.

Представим операторы, входящие в (25), в виде

$$\hat{\rho} = \hat{\rho}_0 + \delta \hat{\rho}; \quad \hat{V} = \hat{V}_0 + \delta \hat{V}; \quad \hat{B} = \hat{B}_0 + \delta \hat{B}, \quad (26)$$

где нулевым индексом отмечены невозмущенные операторы, причем

$$\delta \hat{V}(\vec{x}) \equiv -eV^0(\vec{x}); \quad \delta \hat{B}(\vec{x}) \equiv -eV^s(\vec{x}), \quad (27)$$

где  $V^0(\vec{k})$  — возмущающее кулоновское поле ядер  $Z_1$  и  $Z_2$ ;

$V^s(\vec{x})$  — поле экранирующих зарядов, индуцированное полем

$V^0(\vec{x})$  (см. разделы 2, 3).

С помощью (25)–(27) и полученных выше в разделах 2 и 3 выражений для  $\delta \hat{\rho}$ ,  $V^0(\vec{x})$  и  $V^s(\vec{x})$  можно показать, что зависящая от  $r$  часть искомой потенциальной энергии системы зарядов  $U(r)$  (без учета изменений обменной энергии) может быть представлена обычным классическим выражением:

$$U(r) = \frac{1}{2} (Z_1 e V_1 + Z_2 e V_2) + \frac{1}{2} \int \rho_s(\vec{\xi}) \cdot V(\vec{\xi}) d\vec{\xi}, \quad (28)$$

где  $V_1$  и  $V_2$  — значения экранированного потенциала в точках нахождения ядер  $Z_1$  и  $Z_2$  (за вычетом „самодействия“ точечного заряда ядра);  $\rho_s(\vec{\xi}) = -e \delta n_s(\vec{\xi})$  — плотность заряда в экранирующем электронном облаке, обусловленная возмущением плотности электронов  $\delta n_s$ ;

$V(\vec{\xi})$  — экранированный потенциал в точке  $\vec{\xi}$ , определяемый выражением (20).

Для определения  $V_1$  и  $V_2$  воспользуемся выражением (20). Например,  $V_2$  представляет собой потенциал, создаваемый в точке  $\vec{r}$  зарядом  $Z_1e$  (находящимся в начале координат) и экранирующими зарядами. Следовательно, из (20) надо вычесть собственное поле заряда  $Z_2e$ :

$$\frac{Z_2e}{|\vec{\xi} - \vec{r}|} = \frac{Z_2e}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} \frac{4\pi}{q^2} \exp\{i\vec{q}(\vec{\xi} - \vec{r})\}$$

и затем перейти к пределу при  $\vec{\xi} \rightarrow \vec{r}$ :

$$\begin{aligned} V_2(r) &= \frac{Z_1e}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} \frac{4\pi}{q^2 \varepsilon(0, \vec{q})} \exp\{i\vec{q}\vec{r}\} + \\ &+ \lim_{\vec{\xi} \rightarrow \vec{r}} \frac{Z_2e}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} \frac{4\pi}{q^2} \left( \frac{1}{\varepsilon(0, \vec{q})} - 1 \right) \exp\{i\vec{q}(\vec{\xi} - \vec{r})\}. \end{aligned} \quad (29)$$

Аналогично вычисляется  $V_1(r)$  (в силу симметрии выражение для  $V_1$  получается из (29) при перестановке  $Z_1$  и  $Z_2$ ).

При вычислении плотности экранирующего заряда  $\rho_e(\vec{\xi})$  удобней всего воспользоваться тем, что  $V(\vec{\xi})$  и  $\rho_e(\vec{\xi})$  связаны уравнением Пуассона [6]:

$$\nabla^2 V(\vec{\xi}) = -4\pi [\rho_e(\vec{\xi}) + Z_1e\delta(\vec{\xi}) + Z_2e\delta(\vec{\xi} - \vec{r})]$$

откуда, после подстановки выражения (20) для  $V(\vec{\xi})$ :

$$\begin{aligned} \rho_e(\vec{\xi}) &= \frac{Z_1e}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} \left( \frac{1}{\varepsilon(0, \vec{q})} - 1 \right) \exp\{i\vec{q}\vec{\xi}\} + \\ &+ \frac{Z_2e}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} \left( \frac{1}{\varepsilon(0, \vec{q})} - 1 \right) \exp\{i\vec{q}(\vec{\xi} - \vec{r})\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Пользуясь (20) и (30), для второго слагаемого в (28) получаем выражение:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \int \rho_s(\vec{\xi}) \cdot V(\vec{\xi}) d\vec{\xi} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{e^2}{(2\pi)^6} \left[ Z_1^2 \iint d\vec{q}_1 d\vec{q}_2 \frac{4\pi}{q_2^2 \varepsilon(0, \vec{q}_2)} \times \right. \\
&\times \left( \frac{1}{\varepsilon(0, \vec{q}_1)} - 1 \right) \int d\vec{\xi} \exp \{i(\vec{q}_1 + \vec{q}_2) \vec{\xi}\} + \\
&+ Z_1 Z_2 \iint d\vec{q}_1 d\vec{q}_2 \frac{4\pi}{q_2^2 \varepsilon(0, \vec{q}_2)} \left( \frac{1}{\varepsilon(0, \vec{q}_1)} - 1 \right) \times \\
&\times \exp \{-i\vec{q}_2 \vec{r}\} \int d\vec{\xi} \exp \{i(\vec{q}_1 + \vec{q}_2) \vec{\xi}\} + \\
&+ Z_1 Z_2 \iint d\vec{q}_1 d\vec{q}_2 \frac{4\pi}{q_2^2 \varepsilon(0, \vec{q}_2)} \left( \frac{1}{\varepsilon(0, \vec{q}_1)} - 1 \right) \times \\
&\times \exp \{-i\vec{q}_1 \vec{r}\} \int d\vec{\xi} \exp \{i(\vec{q}_1 + \vec{q}_2) \vec{\xi}\} + \\
&+ Z_2^2 \iint d\vec{q}_1 d\vec{q}_2 \frac{4\pi}{q_2^2 \varepsilon(0, \vec{q}_2)} \left( \frac{1}{\varepsilon(0, \vec{q}_1)} - 1 \right) \int d\vec{\xi} \exp \{i(\vec{q}_1 + \vec{q}_2) (\vec{\xi} - \vec{r})\} \left. \right].
\end{aligned} \tag{31}$$

После интегрирования по  $\vec{\xi}$  и по  $\vec{q}_1$ , которое проводится элементарно, первое и последнее слагаемые в (31) оказываются не зависящими от  $\vec{r}$ . С учетом того, что

$$\varepsilon(0, \vec{q}) = \varepsilon(0, -\vec{q}) = \varepsilon(0, q)$$

и выполняя далее во втором и третьем слагаемых в (31) интегрирование по углам, имеем:

$$\frac{1}{2} \int \rho_s(\vec{\xi}) \cdot V(\vec{\xi}) d\vec{\xi} = \text{const} + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \int_0^\infty \frac{\sin qr}{q \varepsilon(0, q)} \left( \frac{1}{\varepsilon(0, q)} - 1 \right) dq. \tag{32}$$

Как было отмечено выше, значение постоянной в (32) определяется поведением зависящего от  $r$  слагаемого при  $r \rightarrow \infty$ .

При дальнейших вычислениях необходимо иметь явное выражение для  $\varepsilon(0, q)$ . Рассмотрим отдельно два наиболее интересных случая: полностью вырожденного и полностью невырожденного (больцмановского) газа электронов.

А. *Полностью вырожденный электронный газ* ( $T=0$ ). В этом случае распределение Ферми имеет вид:

$$\bar{n}_{\vec{k}} = \begin{cases} 2 & \text{при } |\vec{k}| < k_F \\ 0 & \text{при } |\vec{k}| > k_F, \end{cases}$$

где  $k_F$  — импульс электрона на границе Ферми. Выполняя в (21) интегрирование по сфере Ферми, получим для диэлектрической проницаемости полностью вырожденного (нерелятивистского) газа электронов:

$$\varepsilon(0, q) = 1 + \frac{k_s^2}{2q^2} \left[ 1 + \frac{k_F}{q} \left( 1 - \frac{q^2}{4k_F^2} \right) \ln \left| \frac{q + 2k_F}{q - 2k_F} \right| \right], \quad (33)$$

где

$$k_s = \left( \frac{6\pi n_e e^2}{\varepsilon_F} \right)^{1/2} = 2 \left( \frac{3}{\pi} \right)^{1/6} \cdot (m_e e^2 n_e^{1/2})^{1/2}.$$

Для больших расстояний между ядрами

$$r \gg \frac{1}{k_F} = (3\pi^2 n_e)^{-1/3}$$

в выражении (32) и в первом слагаемом в (29) главную роль играют малые  $q$

$$q \ll k_F$$

и (33) с хорошей точностью можно заменить на

$$\varepsilon(0, q) \cong 1 + \frac{k_s^2}{q^2}. \quad (34)$$

В случае малых расстояний

$$r \ll \frac{1}{k_F} = (3\pi^2 n_e)^{-1/3}$$

можно считать  $q \gg k_F$  и, отбрасывая в (33) члены порядка  $1/q^2$  и выше, имеем

$$\varepsilon(0, q) \cong 1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{k_F^2 \cdot k_s^2}{q^4} = 1 + \frac{16\pi m_e e^2 n_e}{q^4}. \quad (35)$$

Поскольку во втором слагаемом в (29) совершается предельный пере-

ход при  $\vec{\epsilon} - \vec{r} \rightarrow 0$ , то во втором интеграле в (29) при любых  $r$  надо пользоваться для  $\varepsilon(0, q)$  аппроксимацией (35).

Подставляя (34), (35) в (29) и (32), выполняя интегрирование и опуская не зависящие от  $r$  слагаемые, с помощью (28) получим асимптотические выражения для искомой потенциальной энергии в случае полного вырождения:

$$U(r) = \begin{cases} Z_1 Z_2 e^2 \exp\{-ar\} \left[ \frac{\cos ar}{r} - \frac{\alpha \sqrt{2}}{4} \cos\left(ar - \frac{\pi}{4}\right) \right] & \text{при } r \ll (3\pi^2 n_0)^{-1/3} \\ Z_1 Z_2 e^2 \exp\{-k_s r\} \left[ \frac{1}{r} - \frac{k_s}{2} \right] & \text{при } r \gg (3\pi^2 n_0)^{-1/3}, \end{cases} \quad (36)$$

где (в гауссовых единицах)

$$k_s = 2 \left( \frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{m_e e^2 n_0^{1/3}}{\hbar^2}}; \quad a = \sqrt{2} \left( \frac{\pi m_e e^2 n_0}{\hbar^2} \right)^{1/3}; \quad (37)$$

(постоянное слагаемое в  $U(r)$  опущено, поскольку зависящие от  $r$  члены стремятся к 0 при  $r \rightarrow \infty$ ).

**Б. Полностью невырожденный газ электронов.** При отсутствии заметного вырождения электроны подчиняются статистике Больцмана, так что [7]:

$$\bar{n}_{\vec{k}} = \exp\left\{ \frac{\mu - \varepsilon_{\vec{k}}}{k_B T} \right\},$$

где  $\varepsilon_{\vec{k}} = \hbar^2 k^2 / 2m_e$ ;  $\mu$  — химический потенциал электронного газа. Выполняя в (21) интегрирование по углам, приведем выражение для  $\varepsilon(0, q)$  к виду:

$$\begin{aligned} \varepsilon(0, q) = & 1 + \frac{16 \pi^2 e^2 m_e \exp\left\{ \frac{\mu}{k_B T} \right\}}{q^3} \times \\ & \times \frac{2}{(2\pi)^2} \int_0^\infty k \exp\left\{ -\frac{k^2}{2m_e k_B T} \right\} \ln \left| \frac{q + 2k}{q - 2k} \right| dk. \end{aligned} \quad (38)$$

В этом случае большие расстояния определяются условием:

$$r \gg (m_e k_B T)^{-1/3},$$

так что в (29) и (32)

$$q \ll (m_e k_B T)^{1/2}.$$

Разлагая в (38) логарифм под интегралом по степеням  $q/k$ , получим:

$$\ln \left| \frac{q + 2k}{q - 2k} \right| = \frac{q}{k} + \dots$$

Тогда с учетом того, что [7]

$$\exp \left\{ \frac{\mu}{k_B T} \right\} = \frac{4\pi^3 n_e}{(2\pi m_e k_B T)^{3/2}} \quad (39)$$

находим:

$$\varepsilon(0, q) \cong 1 + \frac{k_D^2}{q^2}, \quad (40)$$

где

$$k_D = \left( \frac{4\pi n_e e^2}{k_B T} \right)^{1/2}. \quad (41)$$

Для малых расстояний

$$r \ll (m_e k_B T)^{-1/2}; \quad q \gg (m_e k_B T)^{1/2}$$

и, оставляя в разложении

$$\ln \left| \frac{q + 2k}{q - 2k} \right| = \frac{4k}{q} + \frac{2}{3} \cdot \frac{8k^3}{q^3} + \dots$$

только первый член, получим, согласно (38), (39):

$$\varepsilon(0, q) \cong 1 + \frac{16 \pi m_e n_e e^2}{q^4}. \quad (42)$$

Пользуясь выражениями (40) и (42), с помощью (29), (32) и (28) получим в случае бoльцмановского электронного газа:

$$U(r) = \begin{cases} Z_1 Z_2 e^2 \exp \{-ar\} \left[ \frac{\cos ar}{r} - \frac{\alpha \sqrt{2}}{4} \cos \left( ar - \frac{\pi}{4} \right) \right] & \text{при } r \ll \hbar / (m_e k_B T)^{1/2}; \\ Z_1 Z_2 e^2 \exp \{-k_D r\} \cdot \left[ \frac{1}{r} - \frac{k_D}{2} \right] & \text{при } r \gg \hbar / (m_e k_B T)^{1/2}, \end{cases} \quad (43)$$

где  $\alpha$  и  $k_D$  определяются соответственно по (37) и (41) (для удобства численных расчетов выражения (36), (37), (41) и (43) записаны в гауссовой системе единиц).

Как видно из (36) и (43), выражения для  $U(r)$  при малых расстояниях  $r$  между ядрами в случаях А и Б полностью совпадают, отличаясь только пределами применимости (это связано с пренебрежением обменным взаимодействием в случае А).

5. *Проницаемость потенциального барьера.* Как известно, вероятность преодоления ядрами  $Z_1$  и  $Z_2$  потенциального барьера, создаваемого полем  $U(r)$  (проницаемость барьера), равна [5]:

$$B(E) = \frac{\pi Z_1 Z_2 e^2 \sqrt{2\mu}}{\hbar \sqrt{E}} \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int_R^{R_0} \sqrt{2\mu [U(r) - E]} dr \right\}, \quad (44)$$

где  $E$  — начальная энергия сталкивающихся ядер;

$\mu$  — приведенная масса;

$R_0$  — радиус классической остановки частиц;

$R$  — радиус ядерного взаимодействия.

В интересующих нас случаях начальная энергия  $E$  мала по сравнению с высотой барьера  $Z_1 Z_2 e^2 / R$ , и с хорошей точностью можно считать все столкновения частиц лобовыми, а радиус ядра  $R = 0$  [5].

Если пренебречь эффектом экранирования, то

$$U_0(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$$

и проницаемость барьера оказывается равной, в соответствии с (44)

$$B(E) = \frac{\gamma}{\sqrt{E}} \exp \left\{ -\frac{\gamma}{\sqrt{E}} \right\}, \quad (45)$$

где

$$\gamma = \frac{\pi Z_1 Z_2 e^2 \sqrt{2\mu}}{\hbar}. \quad (46)$$

Учет экранирования кулоновского поля ядер приводит к тому, что независимо от степени вырождения электронного газа при малых расстояниях  $r$  между ядрами:

$$U(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \exp \{-ar\} \cdot \cos ar - \frac{Z_1 Z_2 e^2 a \sqrt{2}}{4} \cos \left( ar - \frac{\pi}{4} \right) \exp \{-ar\}, \quad (47)$$

причем, как указывалось выше, условия применимости этого выражения в зависимости от типа статистики электронов имеют вид:

$$r \ll (3\pi^2 n_e)^{-1/3} \quad \text{или} \quad r \ll \frac{\hbar}{\sqrt{m_e k_B T}}. \quad (48)$$

Очевидно, при

$$r \ll \frac{1}{a}, \quad (49)$$

разлагая (47) в ряд и оставляя только члены до нулевого порядка по  $r$  включительно (49), получим:

$$U(r) \cong \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} - \Delta E, \quad (50)$$

где

$$\Delta E = \frac{5}{4} Z_1 Z_2 e^2 a = \frac{5\sqrt{2} Z_1 Z_2 e^{1/2}}{4} \cdot \left( \frac{\pi m_e n_e}{\hbar^2} \right)^{1/4}. \quad (51)$$

Согласно (44), при вычислении проникаемости барьера достаточно иметь выражение для  $U(r)$  в пределах  $0 < r < R_0$ . Радиус классической остановки частиц  $R_0$  определяется выражениями [5]:

$$\frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_0} = E_m = \frac{\chi}{3} k_B T, \quad (52)$$

где

$$\chi = 4.25 \cdot 10^3 \cdot \sqrt[3]{\frac{AZ_1 Z_2^2}{T}}; \quad (53)$$

$A$  — приведенная масса в единицах атомного веса.

Оценка с помощью (48), (49), (52) и (53) показывает, что при типичных для белого карлика условиях ( $T \sim 10^7$  °К;  $\rho = 10^2 \div 10^8$  г/см<sup>3</sup>) и  $Z_1 Z_2 \sim 10$  величина  $R_0$  удовлетворяет условиям (48) и (49), т. е. при расчете проникаемости барьера можно принять для  $U(r)$  выражение (50) (из (52) видно, что учет экранирования еще более уменьшает значение  $R_0$  и условия (48) и (49) выполняются еще лучше).

Таким образом, эффект экранирования сводится к понижению кулоновского барьера на постоянную величину  $\Delta E$ . Поскольку в (44) показатель экспоненты зависит от разности  $U(r) - E$ , то это эквивалентно увеличению начальной энергии системы на величину  $\Delta E$ . Поэтому для проникаемости барьера с учетом экранирования полу-

чим с помощью (45) (предэкспоненциальный множитель в (44), (45) слабо зависит от  $E$  и его изменением можно пренебречь):

$$B_*(E) = B(E + \Delta E) = \frac{\gamma}{\sqrt{E}} \exp\left\{-\frac{\gamma}{\sqrt{E + \Delta E}}\right\}, \quad (54)$$

где  $\gamma$  дается выражением (46).

6. *Скорость термоядерных реакций.* Как известно, реакции водородного и углеродного циклов относятся к числу нерезонансных [5]. Для расчета их скорости необходимо провести усреднение по распределению относительных скоростей ядер [5, 9]. Замена выражения (45) на (54), как легко показать [1, 9], приводит к тому, что скорость реакции с учетом эффекта экранирования оказывается равной скорости, вычисленной без учета экранирования, умноженной на коэффициент

$$f = \exp\left\{\frac{\Delta E}{k_B T}\right\}, \quad (55)$$

где  $\Delta E$  определяется выражением (51). В отличие от результатов Салпетера (2), (3) при неизменном химическом составе

$$\frac{\Delta E}{k_B T} \sim \frac{Z_1 Z_2 \rho^{1/4}}{T} \quad (56)$$

и совершенно не зависит от степени вырождения. Степень ускорения реакций вследствие экранирования резко зависит от зарядов ядер, участвующих в реакциях. Например, для среды из чистого гелия с малой примесью водорода при  $\rho = 10^5$  г/см<sup>3</sup>,  $T = 10^7$  °К для водородного цикла ( $Z_1 Z_2 = 1$ )

$$f \cong 1.8,$$

тогда как для углеродного цикла ( $Z_1 Z_2 = 7$ ):

$$f \cong 60.$$

Рассмотрим теперь реакции, протекающие резонансным образом. Для таких реакций зависимость сечения от энергии  $E$  определяется формулой Брейта-Вигнера и имеет так называемый резонансный максимум при  $E = E_R$ , где  $E_R$  — энергия резонансного уровня составного ядра. Как известно [5], обычно резонансный максимум очень резкий, поэтому при усреднении скорости резонансной реакции по распределению Максвелла основную роль в интеграле играет область энергий  $E$ , близких к энергии резонансного уровня  $E_R$ . В этой области

разность  $E - E_R$  меняется гораздо резче, чем все остальные величины подынтегрального выражения. Поэтому для всех величин, кроме этой разности, можно подставить их значения при  $E = E_R$ . Как правило, ширина резонанса мала по сравнению с  $E_R$ , и в этом случае для скорости резонансной реакции получается выражение:

$$\varepsilon = \text{const} \cdot \frac{g}{(\mu k_B T)^{3/2}} \cdot \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2} \cdot \exp \left\{ - \frac{E_R}{k_B T} \right\}. \quad (57)$$

Здесь  $g \sim 1$  — статистический множитель;  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  — соответственно радиационная и частичная ширины [5]. Чаще всего одна из величин  $\Gamma_1, \Gamma_2$  мала по сравнению с другой, например

$$\Gamma_1 \ll \Gamma_2,$$

в этом случае

$$\varepsilon \cong \text{const} \cdot \frac{g}{(\mu k_B T)^{3/2}} \cdot \Gamma_1 \cdot \exp \left\{ - \frac{E_R}{k_B T} \right\}. \quad (58)$$

Следовательно, скорость реакции, протекающей резонансным образом, определяется той из ширин, которая много меньше и практически не зависит от большей ширины [5]. В случае, когда частичная ширина мала по сравнению с радиационной

$$\Gamma_1 \gg \Gamma_2,$$

что возможно для ядер с большими  $Z$  (при достаточно высоком потенциальном барьере), скорость реакции пропорциональна  $\Gamma_2$ , т. е. проницаемости барьера.

В обратном случае низкого потенциального барьера (для ядер с небольшим  $Z$ ) частичная ширина  $\Gamma_2$ , пропорциональная проницаемости барьера, может оказаться значительно большей, чем радиационная ширина:

$$\Gamma_1 \ll \Gamma_2 \quad (59)$$

и скорость реакции не будет зависеть от частичной ширины  $\Gamma_2$ , а следовательно и от проницаемости потенциального барьера. Именно такая ситуация имеет место для реакции  $\text{Be}^8 + \text{He}^4 \rightarrow \text{C}^{12} + \gamma$ , определяющей скорость энерговыделения при тройном столкновении  $\alpha$ -частиц [5]. Однако вывод об отсутствии эффекта экранирования в случае (59) был бы ошибочным, так как сама энергия резонанса  $E_R$  в (57) меняется при учете экранирования электронами\*.

\* Авторы благодарны Я. Б. Зельдовичу, любезно указавшему на этот факт.

Более последовательный учет экранирования в случае резонансных реакций состоит в том, что при усреднении скорости реакции по распределению Максвелла необходимо в выражении Брейта-Вигнера для сечения реакции произвести следующую замену аргумента (см. раздел 5):

$$E \rightarrow E + \Delta E,$$

где  $\Delta E$  определяется выражением (51). Легко показать, что если  $\Delta E \ll E_R$  (что хорошо выполняется в практически интересных случаях), вместо выражения (57) мы получим

$$\varepsilon_s = \text{const} \cdot \frac{g}{(\mu k_B T)^{3/2}} \cdot \frac{\Gamma_1 \cdot \Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2} \cdot \exp\left\{-\frac{E_R}{k_B T}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{\Delta E}{k_B T}\right\}, \quad (60)$$

где значения  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  по-прежнему берутся при  $E = E_R$ .

Таким образом, независимо от соотношения между  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ , изменение скорости резонансных реакций за счет экранирования может быть учтено (как и в случае реакции без резонанса, см. выше) с помощью коэффицента  $f$ , определяемого выражениями (55) и (51).

Коэффициент  $f$  существенно зависит от плотности среды  $\rho$ . Так например, для указанной выше реакции гелиевого цикла ( $Z_1 Z_2 = 8$ ) в случае с среды из чистого гелия при  $T = 10^8$  °К,  $\rho = 10^8$  г/см<sup>3</sup> имеем

$$f \cong 2.4,$$

тогда как при  $\rho = 10^9$  г/см<sup>3</sup> скорость горения гелия возрастет уже в

$$f \cong 15.2$$

раз.

Следует заметить, что ввиду сильной зависимости коэффициента  $f$  от  $Z_1$  и  $Z_2$  роль эффекта экранирования по мере увеличения зарядов участвующих в реакциях ядер (реакции неоновых цикла и т. д.) должна, по-видимому, существенно возрастать.

ГАО УССР

## THE EFFECT OF ELECTRON SCREENING ON THERMONUCLEAR REACTIONS UNDER HIGH DENSITIES

V. V. PORFIRIEV, Yu. N. REDCOBORODY

The effect of electron screening of Coulomb field of nucleus is considered. It causes the increase of the thermonuclear fusion rate.

Effective potential is derived by means of the self-consistent field method based on the Hartree-Fock approximation. The influence of both reacting nuclei on distribution of the screening space charge of electrons is taken into consideration. The screening contribution to interaction energy of colliding nuclei depends essentially on the self-energy of the screening electron cloud. The results differ greatly from the results of other authors [1—4].

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *E. E. Salpeter*, Austral. J. of Phys., 7, 373, 1954.
2. *E. Schatzman*, J. Phys. et radium, 9, 46, 1948; Ap. J., 119, 464, 1954.
3. *G. Keller*, Ap. J., 118, 142, 1953.
4. *E. Keller, R. E. Meyerott*, Argonne Nat. Lab., 4771 and 4856, 1952.
5. *Д. А. Франк-Каменецкий*, Физические процессы внутри звезд, ФМ, 1959.
6. *H. Egreutsch, M. N. Cohen*, Phys. Rev., 115, 786, 1959.
7. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Статистическая физика, Наука, М., 1964.
8. *Д. А. Киржиц*, Полевые методы теории многих частиц, Госатомиздат, М., 1963.
9. *С. Чандрасекар*, Введение в учение о строении звезд, ИЛ, М.-Л., 1950.



МЕДЛЕННОЕ ВРАЩЕНИЕ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ  
И БАРИОННЫХ ЗВЕЗД

В. В. ПАПОЯН, Д. М. СЕДРАКЯН, Э. В. ЧУБАРЯН

Поступила 10 февраля 1969

Исправлена 29 апреля 1969

В статье рассматривается вращение белых карликов и барионных звезд в первом по угловой скорости вращения  $\Omega$  приближении. Найдено распределение недиагональной компоненты метрики и релятивистского момента инерции вдоль радиуса звезды, оценена величина энергии вращения. Полученные результаты верны и во втором приближении по  $\Omega$ .

Результаты численного интегрирования представлены табл. 1 и рисунками 1–4. Рассмотрены переходы с сохранением числа барионов и момента импульса между состояниями гиперонных звезд с разными энергиями. Показано, что при переходах за счет разницы в массах высвобождается энергия  $\sim 10^{52}$  эрг. Энергия такого же порядка высвобождается за счет уменьшения энергии вращения. Вероятно, эта энергия обеспечивает с одной стороны наблюдаемую светимость, с другой—приводит к пульсациям рассматриваемого объекта.

1. Вращение, по-видимому, играет важную роль в эволюции звезд, исчерпавших запасы ядерного горючего. Есть основания предполагать, что вращение стабилизирует „холодную“ звезду относительно коллапса, если даже ее масса больше критической. Кроме того, остывающая звезда, сжимаясь, пульсирует, а вращение может служить приемлемым механизмом затухания осцилляций [1]. Высвобожденную при этом энергию можно интерпретировать как энергию, выделяющуюся при вспышках сверхновых [2].

В недавних работах [3] предложен метод и рассчитаны интегральные характеристики вращающихся белых карликов и нейтронных звезд на основе теории тяготения Ньютона. Однако ясно, что для рассматриваемых объектов релятивистские эффекты играют существенную роль, поэтому решение задачи необходимо проводить в рамках

теории Эйнштейна. В работах [4, 5] разработан метод расчета характеристик вращающихся релятивистских конфигураций во втором по угловой скорости  $\Omega = d\varphi/dt$  приближении. Приближение малых угловых скоростей является вполне удовлетворительным для астрофизических объектов. Действительно, использование этого приближения вплоть до максимально возможных значений угловой скорости, без истечения вещества с экватора конфигурации, приводит к незначительным изменениям ее внутренней структуры.

В настоящей работе рассмотрено вращение белых карликов и барионных звезд в первом по  $\Omega$  приближении. Определено распределение недиагональной компоненты метрики, релятивистского момента инерции вдоль радиуса звезды, оценена величина энергии вращения. Важно подчеркнуть, что полученные результаты не меняются во втором по  $\Omega$  приближении [5].

Аналогичные расчеты на основе другого метода были сделаны в работе [12]. В этой работе в качестве уравнений состояния брались уравнения состояния [13] и [14]. Ниже мы рассмотрим задачу для уравнения состояния, полученного в работах [8, 9].

2. В рассматриваемом приближении метрика гравитационного поля, созданного равновесным распределением масс, вращающихся как твердое тело, имеет вид

$$-ds^2 = e^\lambda dR^2 + R^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) + 2\omega R^2 \sin^2\theta d\varphi dt - e^\nu dt^2. \quad (1)$$

Соответствующие этой метрике уравнения Эйнштейна внутри конфигурации

$$\frac{dm}{dR} = 4\pi\rho R^2, \quad (2)$$

$$\frac{dP}{dR} = -F(R) \left( P + \frac{m}{4\pi R^3} \right), \quad (3)$$

$$\frac{dq}{dR} = \chi, \quad (4)$$

$$\frac{d\lambda}{dR} = \left[ F(R) - \frac{4}{R} \right] \chi + \frac{4F(R)}{R} q. \quad (5)$$

Здесь

$$F(R) = \frac{4\pi R^2 (P + \rho)}{R - 2m}; \quad q = \frac{\omega + \Omega}{D\sqrt{\beta}}; \quad \beta = \frac{\Omega^2}{8\pi c^2}; \quad (6)$$

$m(R)$  — масса, заключенная в сфере радиуса  $R$ ,  $\rho$  — плотность энергии,  $P$  — давление вещества,  $D$  — некоторая постоянная. Принята система единиц, в которой  $k = c = 1$ ,  $m_n^4 c^3 / 32 \pi^2 h^3 = 1/4 \pi$  [6].

Последние два уравнения системы (2)–(5) позволяют определить функцию  $q = q(R)$  с точностью до постоянной  $D$ , значение которой определяется из требования непрерывности  $g_{t\varphi} = \omega R^2 \sin^2 \theta$  и ее производной на границе конфигурации. Из (4)–(6) легко получить уравнение

$$\frac{d^2 \omega^{\text{BH}}}{dR^2} + \frac{4}{R} \frac{d\omega^{\text{BH}}}{dR} = 0, \quad (7)$$

которому удовлетворяет  $\omega$  вне распределения масс. Решение этого уравнения  $\omega^{\text{BH}} = C_0 + C/R^3$  должно обращаться в нуль на бесконечности, поэтому необходимо принять  $C_0 = 0$ . Условия сшивки приводят к следующим значениям произвольных постоянных  $C$  и  $D$

$$D = \frac{3 \sqrt{8 \pi \rho_c}}{3q(R_0) + R_0^4 \chi(R_0)}, \quad (8)$$

$$C = - \frac{D \chi(R_0) R_0^4}{3}. \quad (9)$$

$R_0$  — координатный радиус звезды, определенный как корень уравнения  $P(R_0) = 0$ . Сравнивая полученное для недиагональной компоненты метрики выражение с внешним решением Папапетру [7]  $g_{t\varphi} = (-2J\Omega/R) \sin^2 \theta$ , для полного релятивистского момента инерции конфигурации имеем

$$J(R_0) = \frac{1}{2} \frac{R_0^4 \chi(R_0)}{3q(R_0) + R_0^4 \chi(R_0)} = - \frac{C}{2\sqrt{8\pi\rho_c}}, \quad (10)$$

а для распределений момента инерции и недиагональной компоненты метрики вдоль радиуса звезды:

$$J(R) = \left[ 1 - \frac{3q(R)}{3q(R_0) + R_0^4 \chi(R_0)} \right] \frac{R^3}{2}, \quad (11)$$

$$g_{t\varphi} = -\Omega R^2 \sin^2 \theta \left[ 1 - \frac{3q(R)}{3q(R_0) + R_0^4 \chi(R_0)} \right].$$

Интегрирование системы уравнений (2)–(5) становится возможным, если добавить к ним уравнение состояния. Для белых карликов и оболочек барионных звезд применялось уравнение состояния, полу-

ченное в работе [8], а для газа взаимодействующих барионов, которые составляют ядро конфигурации—полученное в [9]. Система (2)—(5) проинтегрирована на ЭВМ „Наири“ со следующими начальными условиями:  $m(0) = 0$ ,  $P(0) = P_c$ ,  $q(0) = 1$ ,  $\chi(0) = 0$ , для целого ряда значений центрального давления от  $P_c = 7.41 \cdot 10^{22}$  эрг/см<sup>3</sup>; до  $P_c = \infty$ .

В случае гипотетической конфигурации с бесконечной плотностью в центре было принято предельное уравнение состояния  $P = \rho$  [10] до значения  $P = 1.02 \cdot 10^{38}$  эрг/см<sup>3</sup>. В области  $1.02 \cdot 10^{38} < P < \infty$  система (2)—(5) допускает аналитическое решение. Действительно, если положить  $P = \rho = a \cdot R^{-n}$ , где  $a$  и  $n$  некоторые постоянные, то получим

$$P = \rho = \frac{1}{4R^2}; \quad m = \frac{R}{4}; \quad q = R^{(\sqrt{5}-1)}.$$

Найденные значения искомых функций использовались в качестве начальных условий для последующего численного интегрирования.

3. Результаты численного интегрирования представлены табл. 1 и рис. 1—4.

Затабулированы интегральные параметры вращающихся конфигураций. В первом столбце таблицы приводятся значения параметра  $\eta = \text{artg} \lg(\rho_c/\rho_1)$ , где  $\rho_1 = 3.62 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup> — ядерная плотность. Интервалу  $-1.45 < \eta < -1.27$  соответствует область белых карликов,  $-1.27 < \eta < 0.367$  — область звезд с нуклонным ядром, в котором преобладают нейтроны, а при  $\eta > 0.367$  в центральном ядре конфигурации создаются условия для стабильности гиперонов. Максимальное без истечения вещества, значение угловой скорости определялось условием  $\Omega_{\text{max}} = \sqrt{km(R_0)/R_0^3}$ , максимальное значение энергии вращения оценено по формуле  $E_{\text{вр}}^{\text{max}} = J(R_0) \cdot \Omega_{\text{max}}^2/2$ . Как видно из табл. 1, у белых карликов энергия вращения по сравнению с полной энергией составляет доли процента, тогда как в области максимального значения массы последовательности гиперонных звезд ее отношение к полной энергии порядка 30%. Это, по-видимому, связано с компактностью гиперонных конфигураций, которая приводит к увеличению  $\Omega_{\text{max}}$ . Таким образом, отмеченное различие в величине энергии вращения в конечном счете связано с релятивистскими эффектами, поскольку в ньютоновском случае [3] этой разницы нет.

На рис. 1 показана зависимость  $g_{\text{тп}}/\Omega \sin^2 \theta$  от радиуса. Внутри конфигурации недиагональная компонента метрики растет от нуля, достигает максимума, затем убывает до значения  $2J\Omega/R^3$ . Отметим,

Таблица 1

| $\eta$ | $\rho_c$ (г/см <sup>3</sup> ) | $M/M_\odot$ | $R_0$ (км)         | $J$ (г/см <sup>2</sup> ) | $\Omega_{\max}$ (1/сек) | $E_{\text{вр.}}^{\max}$ (эрг) |
|--------|-------------------------------|-------------|--------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------------|
| -1.45  | $1.978 \cdot 10^6$            | 0.5005      | $9.615 \cdot 10^3$ | $1.679 \cdot 10^{50}$    | 0.2727                  | $6.244 \cdot 10^{48}$         |
| -1.43  | $5.407 \cdot 10^7$            | 1.056       | $4.935 \cdot 10^3$ | $7.872 \cdot 10^{49}$    | 1.077                   | $4.565 \cdot 10^{49}$         |
| -1.39  | $7.042 \cdot 10^8$            | 1.255       | $2.701 \cdot 10^3$ | $2.211 \cdot 10^{49}$    | 2.901                   | $9.304 \cdot 10^{49}$         |
| -1.38  | $2.092 \cdot 10^9$            | 1.269       | $2.046 \cdot 10^3$ | $1.146 \cdot 10^{49}$    | 4.424                   | $1.122 \cdot 10^{50}$         |
| -1.36  | $7.29 \cdot 10^9$             | 1.247       | $1.471 \cdot 10^3$ | $5.145 \cdot 10^{48}$    | 7.193                   | $1.331 \cdot 10^{50}$         |
| -1.33  | $3.602 \cdot 10^{10}$         | 1.165       | $9.581 \cdot 10^2$ | $1.709 \cdot 10^{48}$    | 10.15                   | $1.474 \cdot 10^{50}$         |
| -1.29  | $1.062 \cdot 10^{11}$         | 1.077       | $7.24 \cdot 10^2$  | $7.934 \cdot 10^{47}$    | 19.36                   | $1.487 \cdot 10^{50}$         |
| -1.27  | $2.447 \cdot 10^{11}$         | 0.9928      | $5.944 \cdot 10^2$ | $4.383 \cdot 10^{47}$    | 24.99                   | $1.368 \cdot 10^{50}$         |
| -1.15  | $2.11 \cdot 10^{12}$          | 0.951       | $6.60 \cdot 10^2$  | $4.997 \cdot 10^{47}$    | 20.92                   | $1.093 \cdot 10^{50}$         |
| -0.85  | $2.63 \cdot 10^{13}$          | 0.899       | $1.410 \cdot 10^3$ | $2.320 \cdot 10^{48}$    | 6.508                   | $4.914 \cdot 10^{49}$         |
| -0.67  | $5.97 \cdot 10^{13}$          | 0.733       | $3.840 \cdot 10^3$ | $1.915 \cdot 10^{49}$    | 1.308                   | $1.638 \cdot 10^{49}$         |
| -0.62  | $7.10 \cdot 10^{13}$          | 0.236       | $4.500 \cdot 10^3$ | $8.082 \cdot 10^{48}$    | 0.5849                  | $1.383 \cdot 10^{48}$         |
| -0.555 | $8.69 \cdot 10^{13}$          | 0.125       | $2.630 \cdot 10^2$ | $5.496 \cdot 10^{44}$    | 30.13                   | $2.495 \cdot 10^{47}$         |
| -0.105 | $2.84 \cdot 10^{14}$          | 0.259       | 17.7               | $1.684 \cdot 10^{44}$    | $2.483 \cdot 10^3$      | $5.192 \cdot 10^{50}$         |
| 0.18   | $5.51 \cdot 10^{14}$          | 0.639       | 13.0               | $4.923 \cdot 10^{44}$    | $6.197 \cdot 10^3$      | $9.45 \cdot 10^{52}$          |
| 0.367  | $8.78 \cdot 10^{14}$          | 0.984       | 12.1               | $8.138 \cdot 10^{44}$    | $8.564 \cdot 10^3$      | $2.984 \cdot 10^{52}$         |
| 0.462  | $1.14 \cdot 10^{15}$          | 1.18        | 11.8               | $9.854 \cdot 10^{44}$    | $9.738 \cdot 10^3$      | $4.672 \cdot 10^{52}$         |
| 0.582  | $1.65 \cdot 10^{15}$          | 1.39        | 10.9               | $1.121 \cdot 10^{45}$    | $1.191 \cdot 10^4$      | $7.94 \cdot 10^{53}$          |
| 0.692  | $2.44 \cdot 10^{15}$          | 1.51        | 10.2               | $1.114 \cdot 10^{45}$    | $1.371 \cdot 10^4$      | $1.047 \cdot 10^{53}$         |
| 0.984  | $1.16 \cdot 10^{16}$          | 1.39        | 7.37               | $5.712 \cdot 10^{44}$    | $2.141 \cdot 10^4$      | $1.309 \cdot 10^{53}$         |
| 1.105  | $3.53 \cdot 10^{16}$          | 1.17        | 6.51               | $3.297 \cdot 10^{44}$    | $2.367 \cdot 10^4$      | $9.236 \cdot 10^{51}$         |
| 1.156  | $6.80 \cdot 10^{16}$          | 1.08        | 6.38               | $2.689 \cdot 10^{44}$    | $2.344 \cdot 10^4$      | $7.387 \cdot 10^{52}$         |
| 1.193  | $1.21 \cdot 10^{17}$          | 1.04        | 6.43               | $2.489 \cdot 10^{44}$    | $2.273 \cdot 10^4$      | $6.431 \cdot 10^{52}$         |
| 1.227  | $2.27 \cdot 10^{17}$          | 1.03        | 6.63               | $2.471 \cdot 10^{44}$    | $2.160 \cdot 10^4$      | $5.764 \cdot 10^{52}$         |
| 1.266  | $5.47 \cdot 10^{17}$          | 1.05        | 6.87               | $2.712 \cdot 10^{44}$    | $2.068 \cdot 10^4$      | $5.800 \cdot 10^{52}$         |
| 1.303  | $1.61 \cdot 10^{18}$          | 1.08        | 7.00               | $2.995 \cdot 10^{44}$    | $2.039 \cdot 10^4$      | $6.226 \cdot 10^{52}$         |
| 1.368  | $2.70 \cdot 10^{18}$          | 1.10        | 6.92               | $3.010 \cdot 10^{44}$    | $2.094 \cdot 10^4$      | $6.598 \cdot 10^{52}$         |
| 1.402  | $2.70 \cdot 10^{20}$          | 1.09        | 6.93               | $2.971 \cdot 10^{44}$    | $2.08 \cdot 10^4$       | $6.426 \cdot 10^{52}$         |
| 1.433  | $5.68 \cdot 10^{20}$          | 1.09        | 6.94               | $2.983 \cdot 10^{44}$    | $2.08 \cdot 10^4$       | $6.424 \cdot 10^{52}$         |
| 1.57   | $\infty$                      | 1.09        | 6.89               | $2.997 \cdot 10^{44}$    | $2.098 \cdot 10^4$      | $6.596 \cdot 10^{52}$         |

что чем плотнее конфигурация, тем ближе к ее границе  $g_{\text{гф}}/\Omega \sin^2 \theta$  принимает максимальное значение. С величиной  $g_{\text{гф}}$  связано релятивистское вовлечение во вращение частицы, свободно падающей из бесконечности в точку  $(R, \theta)$  (эффект Лензе-Тирринга). В нашем случае угловая скорость частицы, свободно падающей из бесконечности в гравитационном поле вращающегося тела, с точки зрения не-

подвижного наблюдателя есть  $-\omega = g_{1r}/g_{rr}$ . Нетрудно видеть, что  $-\omega$  всегда меньше  $\Omega$ , максимально в центре, монотонно убывает с ростом  $R$  и обращается в нуль на бесконечности.

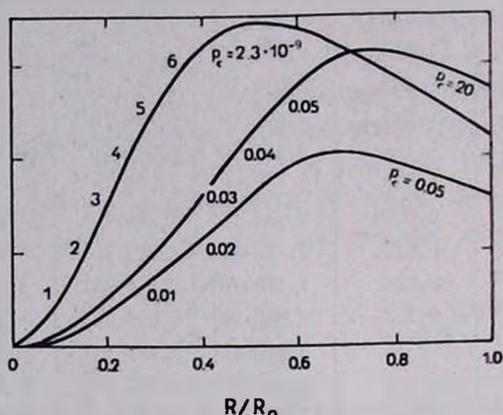


Рис. 1. Распределение величины  $g_{1r}/\Omega \sin^2 \theta$  внутри следующих конфигураций: белого карлика ( $P_c = 2.3 \cdot 10^{-9}$ ), звезды с нуклонным ядром и оболочкой ( $P_c = 0.05$ ) и гиперонной звезды ( $P_c = 20$ ).  $P_c$  измерено в единицах Оппенгеймера-Волкова,  $R_0$  — координатный радиус звезды.

Рис. 2 показывает распределение релятивистского момента инерции  $J(R)$  внутри конфигурации. Легко видеть, что насыщение  $J(R)$  у менее плотных конфигураций происходит в более глубоких областях звезды. Как показывает расчет, у гипотетической конфигурации с бесконечной плотностью в центре  $J(R)$  растет вплоть до самой границы.

Рис. 3 представляет зависимость полного релятивистского момента инерции (10) от центральной плотности. В области белых карликов и метастабильных звезд с небольшим нуклонным ядром (до значений  $\rho_c \sim 7 \cdot 10^{13}$  г/см<sup>3</sup>) релятивистские поправки дают незначительный вклад в величину  $J(R_0)$ . Действительно, если учесть, что указанные конфигурации имеют массы одинакового порядка, то из табл. 1 и кривой на рис. 3 видно, что, как и в ньютоновской теории,  $J(R_0)$  ведет себя аналогично  $R_0$ . Дальнейшее увеличение центральных плотностей делает более ощутимым вклад релятивистских членов в  $J(R_0)$ . В области гиперонных звезд поведение  $J(R_0)$  аналогично поведению полной релятивистской массы конфигурации. И, наконец, при сверхвысоких плотностях  $J(R_0)$  осциллирует, что является сугубо релятивистским эффектом.

На рис. 4 приведена зависимость  $J(R_0)$  от полного числа барионов  $N$ . При  $1.29 \cdot 10^{57} < N < 2.12 \cdot 10^{57}$  одному и тому же числу барионов соответствуют две звезды с разными  $m(R_0)$  и  $J(R_0)$ , а при  $1.16 \cdot 10^{57} < N < 1.29 \cdot 10^{57}$  — три и более. Согласно результатам работы [11] верхняя ветвь на рис. 4 соответствует стабильным конфигурациям. Энергетически более выгодным является состояние на

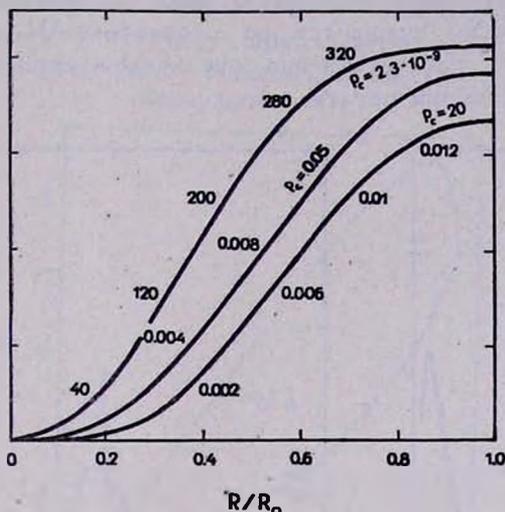


Рис. 2. Распределение релятивистского момента инерции  $J(R)$  внутри следующих конфигураций: белого карлика ( $P_c = 2.3 \cdot 10^{-9}$ ), звезды с нуклонным ядром и оболочкой ( $P_c = 0.05$ ) и гиперновой звезды ( $P_c = 20$ ).  $P_c$  и  $J(R)$  измерены в единицах Оппенгеймера-Волкова.  $R_0$  — координатный радиус звезды.

верхней ветви (на кривой  $m(R_0)$  от  $N$  работы [11] соответственно на нижней ветви), поэтому логично рассматривать переходы между статическими состояниями на рис. 4 при фиксированном числе барионов. Пусть в метастабильном состоянии конфигурация вращается с максимально возможной скоростью  $\Omega_{\max}$ . Если считать, что при переходе в стабильное состояние сохраняется момент импульса, то расчет показывает, что при двойных ( $N = 1.4 \cdot 10^{57}$ ) и тройных ( $N = 1.25 \cdot 10^{57}$ ) переходах за счет уменьшения энергии вращения высвобождается энергия порядка  $10^{52}$  эрг.

Вероятно, что эта энергия может быть израсходована на раскачку пульсаций конфигурации. Механизм преобразования энергии вращения в энергию колебаний является предметом специального исследования. Однако укажем здесь, что такой энергии соответствуют пульсации с периодом порядка  $10^{-4}$  сек.

Возможно также, что высвобожденная за счет вращения энергия каким-либо способом излучается с поверхности конфигурации. Если отождествить с рассмотренными здесь объектами сверхновую и учесть, что типичная мощность излучения остатка вспышки ее согласно наблюдательным данным  $10^{36}$  эрг/сек, то выделяющаяся энергия вращения может обеспечить такую мощность в течение  $10^5$  лет. Отметим, что оценки сделаны в предположении о том, что в метастабильном состоянии конфигурация вращается со скоростью  $\Omega_{\text{max}}$ . При меньших угловых скоростях соответственно увеличится период пульсаций и уменьшится время жизни остатка сверхновой.

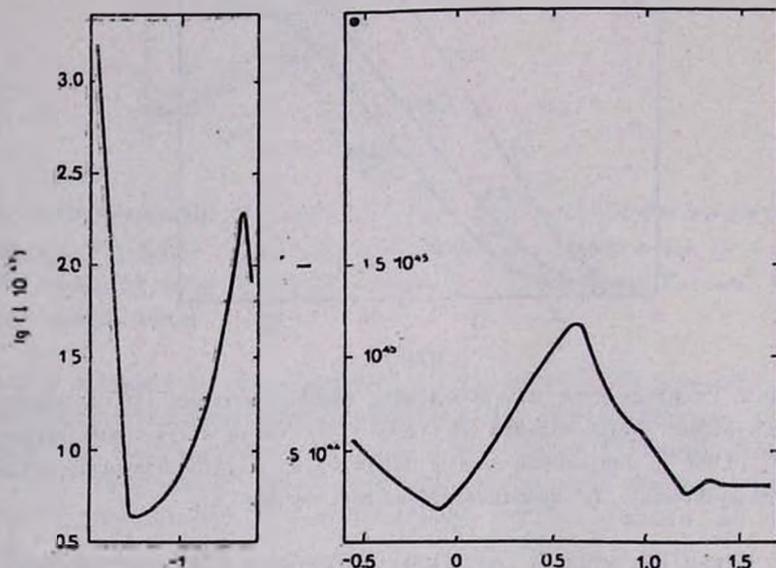


Рис. 3. Зависимость полного релятивистского момента инерции  $J(R_0)$  от центральной плотности.  $J(R_0)$  измерен в единицах CGS. На оси абсцисс отложены значения параметра  $\eta = \text{artg} \lg(\rho_c/\rho_f)$ , где  $\rho_1 = 3.62 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup> — ядерная плотность.

Недавно внутри Крабовидной туманности был обнаружен пульсар с периодом 0.033 секунды. Весьма заманчиво связать с ним изложенные выше соображения. Пусть метастабильная гиперонная звезда с центральной плотностью  $3 \cdot 10^{16}$  г/см<sup>3</sup> и полным числом барионов  $N = 1.4 \cdot 10^{57}$ , массу, радиус и момент инерции которой легко найти из табл. 1, вращается с угловой скоростью  $\Omega < \Omega_{\text{max}}$ . Скорость вращения этой звезды такова, что при переходе в стабильное состояние с тем же числом барионов и с сохранением полного момента импульса за счет энергии вращения высвободится  $10^{46}$  эрг.

Если даже предположить, что при переходе в течение короткого промежутка времени будет высвечена разница в массах между этими состояниями, то есть  $10^{33}$  эрг (вспышка сверхновой), то в остатке этой сверхновой, мощность которой согласно наблюдательным данным оценивается в  $10^{38}$  эрг/сек, разница в энергиях вращения может быть преобразована в энергию колебаний. Тогда остаток будет пульсировать с периодом  $3 \cdot 10^{-2}$  сек и излучать  $10^{38}$  эрг/сек в течение  $10^3$  лет. Этот остаток в предлагаемой модели является (см. рис. 4 и табл. 1) стабильной гиперонной звездой с массой  $\sim 1M_{\odot}$ ,

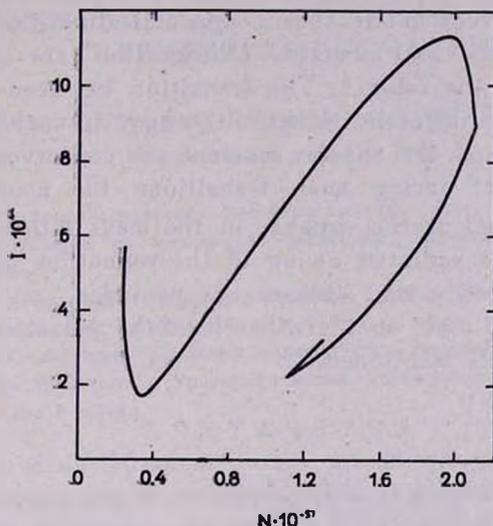


Рис. 4. Зависимость полного релятивистского момента инерции  $J(R_0)$  от полного числа барионов конфигурации  $N$ .  $J(R_0)$  измерен в единицах CGS.

радиусом  $\sim 10$  км, моментом инерции  $\sim 9 \cdot 10^{44}$  г/см<sup>2</sup> и со скоростью вращения на экваторе  $2 \cdot 10^3$  км/сек. По-видимому, предыдущее может служить дополнительным аргументом в пользу отождествления пульсов с вращающимися гиперонными или нейтронными звездами.

В заключение выражаем благодарность профессору Г. С. Саакяну за обсуждения и А. В. Тербиж за помощь в проведении численных расчетов.

Ереванский Государственный  
университет  
Бюраканская астрофизическая  
обсерватория

## SLOW ROTATION OF WHITE DWARFS AND BARIONIC STARS

V. V. PAPOYAN, D. M. SEDRAKIAN, E. V. CHUBARIAN

The slow rotation of the white dwarfs and the barionic stars is considered in the first approximation, considering the angular velocity of the rotation  $\Omega$  as a small parameter.

The distribution of the nondiagonal component of the metric and of the relativistic moment of inertia along the radius of the star is found. The rate of the energy of rotation is evaluated. The results obtained remain correct in the second approximation also.

The results of the numerical integration are represented in figures 1—4 and in the table 1. The transition between the states [of hyperonic stars with different values of energy is considered, when the number of barions and the angular moment are conserved.

It is shown that during such transitions the amount of energy  $\sim 10^{52}$  erg is radiated at the expense of the mass difference. An energy of the same order is radiated owing to the reduction of the energy of rotation. The possibility that this energy provides, on one hand the observed luminosity and on the other hand the pulsation of the object under investigation is mentioned.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. K. Thorne, D. Meltzer, *Ap. J.*, 145, 514, 1966.
2. J. Wheeler, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, 4, 1966.
3. В. В. Папоян, Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян, *Сообщ. Бюр. обс.*, 39, 101; 40, 82, 1968.
4. J. V. Hartle, *Ap. J.*, 150, 1005, 1967.
5. Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян, *Астрофизика*, 4, 239; 4, 481, 1968.
6. J. R. Oppenheimer, G. M. Volkoff, *Phys. Rev.*, 55, 374, 1939.
7. A. Papapetrou, *Proc. R. Ir. Acad.*, 52, 11, 1948.
8. Г. С. Саакян, Э. В. Чубарян, *Сообщ. Бюр. обс.*, 34, 99, 1963.
9. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартамян, *Сообщ. Бюр. обс.*, 33, 55, 1963.
10. Г. С. Саакян, *Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук*, 14, 117, 1961.
11. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартамян, *Астрон. ж.*, 41, 193, 1964.
12. J. V. Hartle, K. S. Thorne, *Ap. J.*, 153, 807, 1968.
13. B. K. Harrison, K. S. Thorne, H. Wakano, J. Wheeler, *Gravitational Theory and Gravitational Collapse*, 1965.
14. S. Tsuruta, A. G. W. Cameron, *Can. J. Phys.*, 44, 1895, 1966.

О РАВНОВЕСНЫХ СОСТОЯНИЯХ СИСТЕМЫ  
ГРАВИТИРУЮЩИХ ЧАСТИЦ

Г. С. БИСНОВАТЫЙ-КОГАН, Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ

Поступила 3 февраля 1969

Получены самосогласованные решения кинетического уравнения в собственном поле тяжести, зависящие от интегралов движения: энергии и квадрата момента количества движения.

Для шара и цилиндра найдены решения с произвольной степенью анизотропии в пространстве скоростей. В изотропном случае для шара полученные решения являются бесстолкновительным аналогом полизотропных решений. Вырожденные решения с эллиптическими орбитами и гравитационным потенциалом  $\Phi = a + \beta r^2$  получены для шара, цилиндра и диска.

1. *Сферически симметричные конфигурации.* Рассмотрим равновесные решения для бесстолкновительного газа в собственном поле тяжести, зависящие от энергии частиц  $E$  и квадрата момента  $L^2$ . Полученные ниже решения описывают скопление конечной массы  $M$ , радиуса  $R$  и центральной плотности  $\rho_c$ . Они являются в этом смысле полными в отличие от автомодельных решений, полученных в [1], где  $M$ ,  $R$  и  $\rho_c$  — бесконечны. Если плотность в фазовом пространстве  $f(\vec{v}, \vec{r}) = \varphi(E, L^2)$ , где  $E$  и  $L^2$  — интегралы движения

$$\begin{aligned} E &= m \left[ \frac{1}{2} (v_r^2 + v_\theta^2 + v_\varphi^2) + \Phi \right] = \\ &= m \left[ \frac{1}{2} (v_r^2 + v_t^2) + \Phi \right] = m \left( \frac{v^2}{2} + \Phi \right), \quad (1) \\ L^2 &= m^2 v_t^2 r^2, \end{aligned}$$

то кинетическое уравнение удовлетворяется тождественно.

В этом случае конфигурация сферически симметрична, плотность  $\rho$  и компоненты тензора давлений  $P_{ik}$  автоматически удовлетворяют

уравнению равновесия, записанному для анизотропного случая в [1].  
Выбираем решения в виде

$$f = \alpha \left(\frac{L}{m}\right)^k \left(-\frac{E+E_0}{m}\right)^p \quad \begin{array}{l} E < -E_0 \\ 0 \\ E > -E_0 \end{array} \quad (2)$$

Тогда плотность  $\rho$  есть ( $m$  — масса частицы)

$$\rho = a_1(k, p) r^k [-(\Phi + E_0)]^{p+(k+3)/2} \quad (3)$$

$$a_1(k, p) = 4\pi a m 2^{(k+3)/2} \int_0^1 x^{k+1} dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (1-x^2-y^2)^p dy$$

$$p > -1, \quad k > -2.$$

Подставляя (3) в уравнение Пуассона, получаем относительно  $\Phi_1 = -(\Phi + E_0)$  уравнение

$$\Phi_1'' + \frac{2}{r} \Phi_1' + 4\pi G a_1 r^k \Phi_1^{p+(k+3)/2} = 0. \quad (4)$$

Введем безразмерные переменные

$$y = \frac{\Phi_1}{\Phi_{1c}}, \quad x = \frac{r}{r_0}, \quad r_0^{-2-k} = 4\pi G a_1 \Phi_{1c}^{p+(k+1)/2}. \quad (5)$$

Тогда уравнение (4) сведется к уравнению Эмдена-Фаулера [2]

$$xy'' + 2y' + x^{k+1} y^{p+(k+3)/2} = 0. \quad (6)$$

Рассмотрим изотропные распределения, получающиеся из (2) при  $k=0$ . В этом случае из (4) или (6) получаем уравнение Эмдена [3], которое описывает гидростатическую политропную звезду с уравнением состояния  $P = K\rho^\gamma$ . В общей теории относительности бесстолкновительные аналоги политропных моделей рассмотрены в работе [4]. Вычисляя для случая  $k=0$  изотропное давление  $P$ , используя равновесную функцию распределения (2), также получаем

$$P = K\rho^\gamma, \quad \gamma = 1 + 1/n = (p + 5/2)/(p + 3/2), \quad n = p + 3/2.$$

Известные решения в элементарных функциях для уравнения Эмдена [3] получаются при  $n=0, 1, 5$ , что соответствует  $p = -3/2, -1/2, 7/2$ . Первое из этих решений не существует в бесстолкновительном случае, так как при  $p \leq -1$  из функции распределения (2) получается расходящийся интеграл, определяющий плотность (3). Бесстолкновительные аналоги политропных гидродинамических решений существуют только при  $n > 1/2, \gamma < 3$ , так же, как в [4]. При  $p \rightarrow \infty$

функция распределения (2) асимптотически стремится к максвелловской, в пределе получается изотермическое решение с  $\rho \sim r^{-2}$ . Это решение справедливо и при наличии упругих столкновений, т. е. его можно интерпретировать гидродинамически.

При  $k \rightarrow \infty$  имеем решение для шара с круговыми орбитами.

Показатель адиабаты у соответствующих гидродинамических решений  $\gamma_1$  равен  $5/3$ , разные показатели политропы  $\gamma$  соответствуют разным распределениям энтропии (или средней энергии) от радиуса.

В гидродинамическом случае для условия конвективной устойчивости нужно, чтобы энтропия не убывала к поверхности, т. е.  $\gamma < 5/3$ . Бесстолкновительное решение может быть неустойчивым, если  $f(E)$  — возрастающая функция [5], что получается при  $p < 0$  и  $\gamma > 5/3$ . Таким образом, звезды с эмденовским распределением плотности, которые были бы конвективно неустойчивыми в гидродинамическом случае, по-видимому, неустойчивы и в бесстолкновительном варианте, хотя и по совсем другой причине.

Для  $k \neq 0$  уравнение (6) определяет сферические симметричные решения с анизотропной функцией распределения. При  $p + (k + 3)/2 = 1$  получаем решение в виде функции Бесселя [2]

$$y = \frac{\psi}{\sqrt{x}} J_{1/(k+2)} \left( \frac{2}{k+2} x^{(k+2)/2} \right), \quad \psi = \Gamma \left( \frac{k+3}{k+2} \right) (k+2)^{1/(k+2)} \quad (7)$$

$$y(0) = 1, \quad -2 < k < 1.$$

Безразмерный радиус моделей (7) соответствует первому корню функции Бесселя  $J_{1/(k+2)}(x)$ . Из (7) при  $(k+2)^{-1} = q + 1/2$ ,  $q$  — целое, получаем набор решений в элементарных функциях [6],  $k = -2q/(q+1/2)$ ,  $q > 0$ . Используем [6]

$$J_{q+1/2}(z) = (-1)^q z^{q+1/2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{d^q}{(z dz)^q} \left( \frac{\sin z}{z} \right). \quad (8)$$

Отсюда при  $q=0$ ,  $k=0$ ,  $p=-1/2$  получаем  $J_{1/2}(z) = (2/\pi z)^{1/2} \sin z$  и из (7) получаем известное эмденовское решение с  $n=1$ :  $y = \sin x/x$ .

При  $q=1$ ,  $k=-4/3$ ,  $p=-1/6$ , имеем

$$J_{3/2}(z) = (2/\pi z)^{3/2} (\sin z/z - \cos z)$$

из (7) получаем  $z = 3x^{1/3}$  и решение

$$y = \frac{1}{3x^{1/3}} \left( \frac{\sin 3x^{1/3}}{3x^{1/3}} - \cos 3x^{1/3} \right) \quad (9)$$

и т. д.

2. *Цилиндрически симметричные конфигурации.* Рассмотрим равновесные состояния системы гравитирующих частиц, расположенных в виде бесконечного цилиндра, однородного по оси. В этом случае любая функция  $f(\vec{v}, \vec{r}) = \varphi(E_1, E_2, L^2)$ , где

$$\begin{aligned} E_1 &= m \left[ \frac{1}{2} (v_r^2 + v_z^2) + \Phi \right] = m \left( \frac{v^2}{2} + \Phi \right), \\ E_2 &= m v_\perp^2 / 2, \\ L^2 &= m^2 v_\perp^2 r^2 \end{aligned} \quad (10)$$

есть решение кинетического уравнения. Для функции распределения

$$f = \begin{cases} b \left( \frac{L}{m} \right)^k \left( -\frac{E_1 + E_0}{m} \right)^p f_1(v_\perp) & E_1 < -E_0 \\ 0 & E_1 > -E_0 \end{cases} \quad (11)$$

имеем

$$\begin{aligned} \rho &= b_1(k, p, f_1) r^k [-(\Phi + E_0)]^{p+1+k/2}, \\ b_1(k, p, f_1) &= b \int f_1(v_\perp) dv_\perp \int_0^1 x^k dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (1-x^2-y^2)^p dy 2^{(k+2)/2} 2\pi m \\ &k > -1, \quad p > -1. \end{aligned} \quad (12)$$

В этом случае уравнение для безразмерного потенциала

$$y = \Phi_1 / \Phi_{1c}, \quad x = r / r_0, \quad r_0^{-2-k} = 4\pi G b_1 \Phi_{1c}, \quad \Phi_1 = -(\Phi + E_0)$$

имеет вид

$$x y'' + y' + x^{k+1} y^{p+1+k/2} = 0. \quad (13)$$

При  $p+1+k/2=1$ ,  $p=-k/2$  получаем решение в виде функции Бесселя нулевого порядка

$$y = J_0 \left( \frac{2}{k+1} x^{(k+1)/2} \right). \quad (14)$$

При  $k \rightarrow \infty$  из (14) получаем дифференциально вращающийся пылевой цилиндр с функцией распределения

$$f = bf_1(v_z) \delta(v_r) \delta(v - \Omega r) \quad (15)$$

$$\Omega^2 = \frac{4\pi G}{r^2} \int_0^r \rho(r) r dr, \quad \rho(r) - \text{произвольно.}$$

3. *Вырожденные решения с эллиптическими орбитами.* В полученных выше решениях траектории частиц, вообще говоря, не замкнуты. Имеется, однако, один вырожденный случай, когда траектории частиц замкнуты и имеют вид эллипсов, если потенциал есть  $\Phi = \alpha + \beta r^2$ . Как в случае цилиндра, так и шара это соответствует постоянной плотности. Потенциал внутри однородного шара  $\Phi_{\text{ш}}$  и цилиндра  $\Phi_{\text{ц}}$  соответственно равны

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{ш}} &= \alpha_{\text{ш}} + \frac{2}{3} \pi G \rho_0 r^2, & \beta_{\text{ш}} &= \frac{2}{3} \pi G \rho_0 \\ \Phi_{\text{ц}} &= \alpha + \pi G \rho_0 r^2, & \beta_{\text{ц}} &= \pi G \rho_0. \end{aligned} \quad (16)$$

Выберем функцию распределения в виде

$$\begin{aligned} &= A \left( \frac{L}{m} \right)^k (E - \alpha)^p & \frac{v^2}{2} < \beta r^2 \\ &0 & \frac{v^2}{2} > \beta r^2 \end{aligned} \quad (17)$$

Величины  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно разные для шара и цилиндра. Однородную плотность получим в случае шара при  $p + 3/2(k + 1) = 0$  и для цилиндра при  $p + k + 1 = 0$ .

Потенциал  $\Phi \sim r^2$  имеет место и для бесконечно тонкого диска с распределением плотности единицы площади  $\sigma$  [7]

$$\sigma = \frac{3M}{2\pi R_0^2} (1 - r^2/R_0^2)^{1/2}.$$

Здесь  $M$  — масса,  $R_0$  — радиус диска. В этом случае потенциал  $\Phi_g$  есть

$$\Phi_g = \alpha_g + \frac{3}{2} \pi \frac{GM}{R_0^3} r^2, \quad \beta_g = \frac{3}{2} \pi \frac{GM}{R_0^3}. \quad (18)$$

Функция распределения

$$\begin{aligned} f &= A \left( -\frac{E}{m} \right)^{-1/2} & \frac{v^2}{2} < -\alpha_g - \beta_g r^2 \\ &0 & \frac{v^2}{2} > -\alpha_g - \beta_g r^2 \end{aligned} \quad (19)$$

приведет к плотности

$$\sigma = 2\pi \int_0^{\sqrt{2(-\alpha_g - \beta_g r^2)}^{1/2}} f v dv = 4\pi A (-\alpha_g - \beta_g r^2)^{1/2}.$$

Величины  $\alpha_g$ ,  $\beta_g$ ,  $A$  связаны с массой диска  $M$  и радиусом диска  $R_0$  следующим образом:

$$\beta_g = \frac{3}{2} \pi \frac{GM}{R_0^3}, \quad -\alpha_g = \beta_g R_0^2 = \frac{3}{2} \pi \frac{GM}{R_0},$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4\pi^2 \sqrt{2\pi}} \frac{1}{R_0^2} \left( \frac{R_0}{GM} \right)^{1/2}. \quad (20)$$

В этом случае функция распределения (19) является равновесной в собственном самосогласованном гравитационном поле.

Институт прикладной математики  
АН СССР

## ON THE EQUILIBRIUM STATES OF THE SYSTEM OF GRAVITATING PARTICLES

G. S. BISNOVATY-KOGAN, Ya. B. ZELDOVICH

The self-consistent solutions of the kinetic equation in the proper gravitational field are obtained which depend on the integrals of motion: energy and square of momentum.

For the sphere and cylinder the solutions are obtained with arbitrary degree of anisotropy in the velocity space. The solutions for the sphere in the isotropic case are the noncollisional analogy of polytropic solutions. The degenerated solutions with elliptic orbits and gravitational potential  $\Phi = \alpha + \beta r^2$  are obtained for sphere, cylinder and disk.

### *Примечание при корректуре.*

В последнее время нами получены решения для эллипсоида вращения, эллипсоидного диска и цилиндра эллиптического сечения, которые будут опубликованы в следующей работе.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. С. Бисноватый-Колан, Я. Б. Зельдович, *Астрофизика*, 5, 223, 1969.
2. Э. Камке, *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям*, Физматгиз, 1961.
3. С. Чандрасекар, *Введение в учение о строении звезд*, ИЛ., М., 1950.
4. E. D. Fackerell, *Ap. J.*, 153, 643, 1968.
5. Л. Г. Хавин, Э. Э. Школь, *ДАН СССР*, 1969 (в печати).
6. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Физматгиз, 1962.
7. С. Hunter, *M. N.*, 126, 299, 1963.



ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ ТЕЛ  
МАЛЫХ МАСС В СКОПЛЕНИЯХ

В. С. КАЛИБЕРДА

Поступила 24 декабря 1968

Найдена функция распределения скоростей звезд в неврацающихся системах. Предполагается, что звезды поля имеют одинаковые массы, а масса рассматриваемой звезды равна нулю. Учитывается эффект кратности звездных сближений. Найдены энергия, уносимая диссипирующими звездами, и темп диссипации. Показано, что дисперсия масс ускоряет эволюцию звездных систем.

Для изучения эволюции рассеянных и шаровых скоплений необходимо определить функцию распределения скоростей звезд. Знание этой функции позволяет оценить темп диссипации скоплений и изменение их энергии в ходе эволюции.

В пионерских работах, посвященных этой проблеме [1, 2], при оценке скорости диссипации предполагалось, что за время релаксации в системе устанавливается максвелловское распределение скоростей. При этом предположении доля звезд, покидающих систему за время релаксации,

$$\frac{dN}{N} = 0.0074. \quad (1)$$

В 1958 г. Кинг [3] в том же предположении оценил изменение энергии системы за время релаксации

$$\Delta E_1^2 = 0.0052 E. \quad (2)$$

Но для того, чтобы произошла диссипация, нет необходимости в установлении максвелловского распределения скоростей, а достаточно лишь достижения звездами критической скорости. И само же явление

диссипации препятствует установлению максвелловского распределения.

Если рассматривать изменение скорости звезды как непрерывный случайный процесс марковского типа (при этом звезды покидают систему со скоростью, строго равной критической скорости; энергия системы постоянна), то задачу определения функции распределения скоростей, в предположении максвелловского распределения скоростей звезд поля, можно свести к решению уравнения Фоккера-Планка. Спитцер и Хярм [4] решили уравнение Фоккера-Планка и получили функцию распределения скоростей для звезд различных масс с недостатком (в сравнении с максвелловским распределением) звезд больших скоростей тем большим, чем меньше масса звезд. Мики [5] нашел функцию распределения скоростей для сферической звездной системы из уравнения Больцмана со столкновениями с учетом анизотропии пространства скоростей и дисперсии масс. Динамика столкновений описывается уравнением Фоккера-Планка.

Однако изменение скорости звезды в результате звездных сближений является не непрерывным, а чисто разрывным случайным процессом [6—8]. Вулли [6] нашел вероятность того, что две звезды с заданными массами и заданными абсолютными скоростями до сближения в результате сближения обменяются заданной величиной энергии. В работе Вулли и Робертсона [9] изучалась функция распределения скоростей для звезд во внешних областях скопления. В работе Т. А. Агеяна [10] выведено уравнение для функции распределения скоростей при чисто разрывном случайном процессе и дано его приближенное решение для случаев звезд равных масс и нулевых масс без учета кратности звездных сближений. В предыдущей работе автора [11] рассматриваемая задача была решена для звезд равных масс с учетом кратности звездных сближений.

Следует полагать, что скорость эволюции звездной системы существенно зависит от дисперсии масс звезд в ней. Поэтому в данной работе мы рассматриваем звездную систему, состоящую из звезд массы  $m$  и из звезд исчезающе малой массы  $m_0 = 0$ . Наша задача найти функцию распределения скоростей звезд массы  $m_0$  в предположении, что система достигла состояния квазистационарного в целом. Функцию распределения скоростей звезд массы  $m_0 = 0$  будем находить для двух значений  $\alpha$  ( $\alpha$ —отношение квадрата критической скорости к средней квадратической скорости звезд массы  $m$  в данном месте системы):  $\alpha = 4$  и  $\alpha = 2$ . Как известно, в среднем по системе  $\alpha = 4$ . Следует подчеркнуть, что приведенные значения  $\alpha$  относятся к звездам массы  $m$ . Значение  $\alpha$  для звезд нулевых масс ( $\alpha = \alpha_0$ ) будет получено ниже.

1. *Функция распределения скоростей.* Обозначим через  $z$  квадрат абсолютной скорости рассматриваемой звезды;  $z'$  — квадрат критической скорости и  $\bar{z}$  — среднюю квадратическую скорость звезд поля. Приращение квадрата абсолютной скорости звезды обозначим через  $u = \Delta z$ .  $\Psi_1(z, u) dt du$  — вероятность звездного сближения за время  $dt$  с  $u > 0$ , заключенным между  $u$  и  $u + du$ , при заданном  $z$ , а  $\Psi_2(z, u) dt du$  — аналогичная вероятность при  $u < 0$ .

Тогда, согласно Т. А. Агеяну [12],

$$\Psi_1(z, u) dt du = \Phi_1(z, u) \lambda(\bar{N}) dt du, \quad (3)$$

$$\Psi_2(z, u) dt du = \Phi_2(z, u) \lambda(\bar{N}) dt du, \quad (4)$$

$$\Phi_1(z, u) = L \frac{4z'z}{u^3} \int_{\frac{1}{2}(\sqrt{1+u/z}-1)}^{\frac{1}{2}(\sqrt{1+u/z}+1)} k^2 e^{-\frac{6\pi}{z'} k^2} dk, \quad (5)$$

$$\Phi_2(z, u) = L \frac{4z'z}{-u^3} \int_{\frac{1}{2}(1-\sqrt{1+u/z})}^{\frac{1}{2}(1+\sqrt{1+u/z})} k^2 e^{-\frac{6\pi}{z'} k^2} dk, \quad (6)$$

$$L = \frac{\sqrt{6\pi} G^2 m^2 D}{z'^{3/2}} \quad (7)$$

$D$  — звездная плотность. Массы звезд поля  $m$  принимаются равными и отличными от нуля, масса рассматриваемой звезды  $m_0$  исчезающе мала.  $\lambda(\bar{N})$  — множитель, учитывающий кратность звездных сближений, имеет вид

$$\lambda(\bar{N}) = \frac{4}{\pi} \int_0^\infty \frac{x - \sin x}{x^3} e^{-a\bar{N}x^{3/2}} dx. \quad (8)$$

$\bar{N}$  — математическое ожидание числа звезд, находящихся ближе той звезды, сближение с которой рассматривается, связано с  $u$  и  $z$  равенством

$$\bar{N} = \frac{4}{3} \pi D G^3 m^3 \left( \frac{\sqrt{zz'}}{z+z} \frac{1}{|u|} \right)^3. \quad (9)$$

Постоянная  $a = (2/5)\sqrt{2\pi} \approx 1.00265$ .

Используем написанное Т. А. Агекином [10] уравнение для функции распределения скоростей звезд в системе, достигшей квазистационарного состояния:

$$f(z) \int_{-z}^{\infty} \Psi_{1,2}(z, u) du = \int_0^{z'} f_1(x) \Psi_{1,2}(x, z-x) dx + \\ + f(z) \int_0^{z'} f(x) dx \int_{z'-x}^{\infty} \Psi_{1,2}(x, u) du. \quad (10)$$

Введя вместо  $z$  и  $u$  безразмерные величины

$$\mu = \frac{z}{z'} \quad \text{и} \quad \nu = \frac{u}{z'} \quad (11)$$

и выполнив простые преобразования, найдем:

$$f(\mu) \int_0^{\mu} \Psi_2(\mu; -\nu) d\nu - \int_0^{\mu} f(\mu-\nu) \Psi_1(\mu-\nu, \nu) d\nu + \\ + f(\mu) \int_0^{1-\mu} \Psi_1(\mu, \nu) d\nu - \int_0^{1-\mu} f(\mu+\nu) \Psi_2(\mu+\nu, -\nu) d\nu + \\ + f(\mu) \int_{1-\mu}^{\infty} \Psi_1(\mu, \nu) d\nu - f(\mu) \int_0^1 f(\mu) d\mu \int_{1-\mu}^{\infty} \Psi_1(\mu, \nu) d\nu = 0. \quad (12)$$

В уравнении (12) все члены зависят от  $\alpha$  через  $\bar{N}$ , которое в переменных  $\mu$  и  $\nu$  имеет вид

$$\bar{N} = \frac{4}{3} \pi DG^3 m^3 \left( \frac{\sqrt{\alpha\mu}}{1+\alpha\mu} \cdot \frac{1}{\alpha z |\nu|} \right)^3. \quad (13)$$

Следовательно, решение уравнения (12) должно зависеть от  $\alpha$ .

Решение уравнения (12) для функции  $f(\mu)$  получено численно. Результаты приведены в табл. 1 и 2. При решении было принято  $m = 2 \cdot 10^{33}$  г и  $D = 2$  зв/пс<sup>3</sup>.

Выбор значений  $m$  и  $D$  очень слабо влияет на решение уравнения (12). Он сказывается только на коэффициенте, учитывающем кратность звездных сближений.

Зная функцию распределения  $f(\mu)d\mu$ , мы можем найти  $\alpha_0 = z'/z_0$  (индекс „ноль“ относится к звездам нулевых масс). Усредняя (11) по звездам нулевых масс, получаем

$$\alpha_0 = \frac{z'}{z_0} = \frac{1}{\mu_0}. \tag{14}$$

При  $\alpha = 4$  получается значение  $\alpha_0 = 2.006$ , а при  $\alpha = 2$  величина  $\alpha_0 = 2.073$ . Таким образом,  $\alpha_0$  почти не зависит от  $\alpha$ . Очевидно, что так и должно быть.

Таблица 1  
ФУНКЦИЯ  $f(\mu)$  ПРИ  $\alpha=4$

| $\mu$ | $f(\mu)$ | $\mu$ | $f(\mu)$ | $\mu$ | $f(\mu)$ |
|-------|----------|-------|----------|-------|----------|
| 0.000 | 0.0000   | 0.325 | 1.3364   | 0.675 | 1.3140   |
| 0.025 | 0.1524   | 0.350 | 1.3880   | 0.700 | 1.2524   |
| 0.050 | 0.2928   | 0.375 | 1.4324   | 0.725 | 1.1832   |
| 0.075 | 0.4232   | 0.400 | 1.4652   | 0.750 | 1.1080   |
| 0.100 | 0.5828   | 0.425 | 1.4904   | 0.775 | 1.0252   |
| 0.125 | 0.6692   | 0.450 | 1.5096   | 0.800 | 0.9360   |
| 0.150 | 0.7712   | 0.475 | 1.5204   | 0.825 | 0.8404   |
| 0.175 | 0.8660   | 0.500 | 1.5232   | 0.850 | 0.7400   |
| 0.200 | 0.9632   | 0.525 | 1.5180   | 0.875 | 0.6344   |
| 0.225 | 1.0528   | 0.550 | 1.5048   | 0.900 | 0.5240   |
| 0.250 | 1.1352   | 0.575 | 1.4820   | 0.925 | 0.4020   |
| 0.275 | 1.2110   | 0.600 | 1.4520   | 0.950 | 0.2744   |
| 0.300 | 1.2772   | 0.625 | 1.4136   | 0.975 | 0.1428   |
|       |          | 0.650 | 1.3896   | 1.000 | 0.0000   |

На рис. 1 приведены графики функций распределения  $\mu = z/z'$  у звезд нулевых масс, полученные нами для случаев  $\alpha = 4$  (пунктирная кривая) и  $\alpha = 2$  (сплошная кривая) и, для сравнения, максвелловское распределение для тех же звезд (штрих-пунктирная кривая). Максвелловское распределение для тел нулевых масс

$$f(\mu) = K\sqrt{\mu} \tag{15}$$

мы нормировали, считая  $f(\mu)$  усеченной, т. е.  $f(\mu)$  имеет вид (15) при  $\mu \leq 1$  и  $f(\mu) = 0$  при  $\mu > 1$ . Коэффициент  $K$  определяется условиями нормировки и равен  $K = 3/2$ . Как видно из рис. 1, полученное реальное распределение сильно отличается от максвелловского. Отличие особенно велико в области скоростей, близких к критической.

Сравнивая между собой графики функции  $f(\mu)$ , при  $\alpha = 4$  и  $\alpha = 2$ , видим, что в случае  $\alpha = 2$  наблюдается небольшой недостаток звезд больших скоростей и небольшой избыток звезд малых скоростей по сравнению со случаем  $\alpha = 4$ .

Таблица 2

ФУНКЦИЯ  $f(\mu)$  ПРИ  $\alpha=2$ 

| $\mu$ | $f(\mu)$ | $\mu$ | $f(\mu)$ | $\mu$ | $f(\mu)$ |
|-------|----------|-------|----------|-------|----------|
| 0.000 | 0.0000   | 0.350 | 1.4418   | 0.700 | 1.1808   |
| 0.050 | 0.3282   | 0.400 | 1.4982   | 0.750 | 1.0188   |
| 0.100 | 0.6060   | 0.450 | 1.5254   | 0.800 | 0.8482   |
| 0.150 | 0.8472   | 0.500 | 1.5168   | 0.850 | 0.6584   |
| 0.200 | 1.0516   | 0.550 | 1.4754   | 0.900 | 0.4524   |
| 0.250 | 1.2190   | 0.600 | 1.4036   | 0.950 | 0.2330   |
| 0.300 | 1.3490   | 0.650 | 1.2996   | 1.000 | 0.0000   |

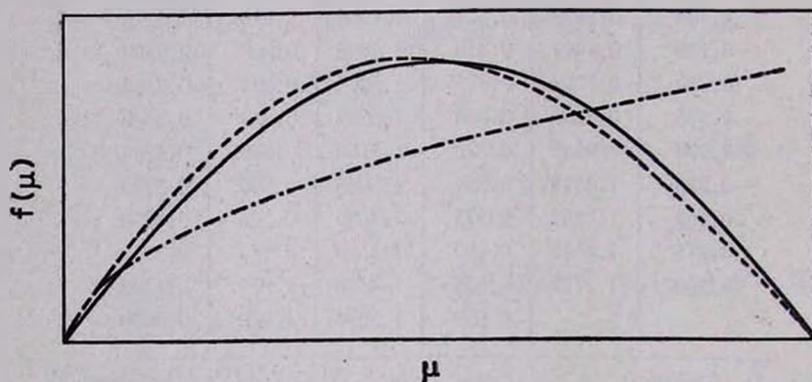


Рис. 1.

2. *Определение скорости диссипации звезд.* Скорость диссипации звезд из скопления определяется выражением

$$\frac{dN_0}{N_0} = - dt \int_0^{z'} f(z) dz \int_{z'-z}^{\infty} \Psi_1(z, u) du, \quad (16)$$

где  $f(z) dz$  — функция распределения квадратов скоростей звезд, ус-

танавливающаяся в результате столкновений и удовлетворяющая уравнению (10);  $N_0$  — число звезд нулевых масс в рассматриваемом объеме. Используя (11), выражение (16) можно привести к виду

$$\frac{dN_0}{N_0} = -L dt \int_0^1 f(\mu) d\mu \int_{1-\mu}^{\infty} \Psi_1(\mu, \nu) d\nu, \quad (17)$$

где для удобства введено

$$\Psi_1(\mu, \nu) = \frac{\Psi_1(\mu, \nu)}{L}. \quad (18)$$

Используя для вычисления (17) полученную функцию  $f(\mu)$ , находим

$$\frac{dN_0}{N_0} = -1.776 L dt \quad \text{при } \alpha = 4, \quad (19)$$

$$\frac{dN_0}{N_0} = -7.663 L dt \quad \text{при } \alpha = 2. \quad (20)$$

Сравним  $dN_0/N_0$  при  $\alpha = 4$  с соответствующим значением  $dN/N$ , полученным нами в [11] для звезд равных масс и  $\alpha = 4$ . В работе [11] мы использовали выражение  $\Psi_1(z, u)$  для звезд равных масс, приведенное в [12], в котором был пропущен коэффициент 2. Поэтому темп диссипации и изменение энергии, приведенные в [11], должны быть увеличены в 2 раза. С учетом этого замечания  $dN/N = 0.214$ . Мы видим, что доля звезд нулевых масс, покидающих систему за время  $dt$ , существенно больше доли звезд основной массы, покидающих систему за то же время.

3. *Изменение энергии системы в ходе эволюции.* Энергия, уносимая диссипирующими членами за время  $dt$ , определяется равенством

$$dE = -\frac{1}{2} m_0 N_0 dt \int_0^{z'} f(z) dz \int_{z'-z}^{\infty} \Psi_1(z, u) [u - (z' - z)] du. \quad (21)$$

Используя (11), преобразуем (21) к виду

$$dE = -\frac{1}{2} L z' m_0 N_0 dt \int_0^1 f(\mu) d\mu \int_{1-\mu}^{\infty} \Psi_1(\mu, \nu) [\nu - (1 - \mu)] d\nu. \quad (22)$$

Используя для вычисления (22) полученную функцию  $f(\mu)$ , находим

$$dE = -0.1462 m_0 N_0 \bar{L} z_0 dt \quad (\alpha = 4), \quad (23)$$

$$dE = -0.8404 m_0 N_0 \bar{L} z_0 dt \quad (\alpha = 2). \quad (24)$$

Здесь мы использовали соотношение (14). Сравнение (23) с результатом  $dE = -0.0133$ , полученным в [11] (с учетом множителя 2), показывает, что и изменение энергии в случае звезд нулевых масс существенно больше, чем в случае звезд средних масс.

Средняя энергия, которую имели диссипирующие члены, до того как они покинули систему, определяется выражением

$$\bar{E} = -\frac{1}{2} \bar{z}_0 m_0 dN_0. \quad (25)$$

Подставляя  $dN_0$  из (19) и (20) в (25), получаем

$$\bar{E} = -0.8878 L m_0 \bar{z}_0 N_0 dt \quad \text{при } \alpha = 4, \quad (26)$$

$$\bar{E} = -3.8314 L m_0 \bar{z}_0 N_0 dt \quad \text{при } \alpha = 2. \quad (27)$$

Разделив (23) на (26), а (24) на (27), получим долю унесенной диссипирующими членами энергии по отношению к энергии, которую они имели до того, как покинули систему

$$\frac{\Delta E}{\bar{E}} = 0.1647 \quad \text{при } \alpha = 4, \quad (28)$$

$$\frac{\Delta E}{\bar{E}} = 0.2913 \quad \text{при } \alpha = 2. \quad (29)$$

Таким образом, звезды нулевых масс диссипируют намного быстрее и уносят, относительно, энергии намного больше, чем звезды средних масс.

Очевидно, что и звезды с массами  $0 < m < \bar{m}$  также должны диссипировать быстрее, чем звезды средних масс, хотя и медленнее, чем звезды нулевых масс.

Как известно, унос положительной энергии диссипирующими звездами ускоряет процесс диссипации. Поэтому полученные результаты показывают, что наличие дисперсии масс в звездном скоплении должно значительно ускорять его эволюцию, существенно уменьшая время полной диссипации.

В заключение автор выражает благодарность Т. А. Агекяну за руководство работой.

Ленинградский Государственный  
университет

## THE VELOCITY DISTRIBUTION FUNCTION FOR STARS OF SMALL MASS IN STAR-CLUSTERS

V. S. KALIBERDA

The function of distribution of star velocities in non-rotating systems is found. It is supposed that all the stars of the field are of equal mass but the mass of the star under consideration is zero. The effect of multiplicity of star encounter is taken into account. The amount of energy, which is taken away by the dissipated stars, and the rate of dissipation are estimated. It is concluded that the dispersion in mass accelerates the evolution of star systems.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Амбарцумян, Уч. зап. ЛГУ, вып. 4, № 22, 1938.
2. L. Spitzer, M.N., 100, 396, 1940.
3. J. King, A. J., 63, 114, 1958.
4. L. Spitzer, R. Härt, Ap. J., 127, 544, 1958.
5. R. W. Michie, M.N., 125, 127, 1963.
6. R. Woolley, M.N., 2, 191, 1954.
7. Т. А. Агекян, Астрон. ж., 36, 41, 1959.
8. М. Непол, Ann. Astrophys., 23, 668, 1950.
9. R. Woolley, D. A. Robertson, M.N., 116, 288, 1956.
10. Т. А. Агекян, Астрон. ж., 36, 283, 1959.
11. В. С. Калиберда, Вестн. ЛГУ, 1, 123, 1964.
12. Т. А. Агекян, Астрон. ж., 38, 1055, 1961.



## ГАЛАКТИКИ С УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫМ КОНТИНУУМОМ. II

Б. Е. МАРКАРЯН

Поступила 29 мая 1969

Приводится второй список галактик с ультрафиолетовым континуумом, являющийся продолжением нашего первого списка, опубликованного в статье [4], которую впредь мы будем называть I в серии статей, посвященных галактикам, имеющим избыточное ультрафиолетовое излучение. Новый список содержит данные о 130 объектах, обнаруженных при продолжающемся исследовании спектров слабых галактик. Применяемая нами методика наблюдения и изучения спектров, описана в статье I. В спектрах 29 объектов нового списка были обнаружены эмиссионные линии, а у 59 объектов их присутствие заподозрено. У тринадцати объектов заподозрено наличие особенностей, характерных для галактик Сейферта, а у шести — особенностей квазизвездных галактик.

Порядковые номера первых отмечены одной, а вторых — двумя звездочками.

Галактики, отнесенные нами к типу s, по своим морфологическим и физическим характеристикам очень близки к квазизвездным галактикам и родственным им ядрам сейфертовских галактик.

Галактики же, относящиеся к типу d, судя по их морфологическим особенностям, находятся в послееруптивной стадии, а по цветовым и спектральным характеристикам они сходны с ассоциациями и сверхассоциациями голубых гигантов. Поэтому весьма вероятно, что в этих объектах идет бурный процесс звездообразования. Высказывается предположение, что объекты типа s должны, либо, раздробившись, образовать группы галактик, либо, претерпев взрыв и потеряв часть своего вещества, перейти в стадию, характерную для объектов типа d.

Спектры галактик обычно относятся к их ярким ядерным областям, излучение которых, согласно общепринятому ныне представлению, обуславливают в основном красные и частично оранжевые гиганты. Поэтому коротковолновые части спектров галактик обычно очень слабы, а ультрафиолетовый континуум практически отсутствует. Известно, однако, что у некоторых галактик центральные области обладают заметным, а иногда даже значительным ультрафиолетовым излучением [1]. В большинстве случаев цвета центральных областей

таких галактик являются аномальными:  $B - V > +0.3$  и  $U - B < -0.3$  (у некоторых объектов цвета достигают значений соответственно  $+1^m$  и  $-1^m$ ), т. е. они обладают цветами, характерными для квазизвездных объектов и ядер галактик Сейферта.

Исследование ярких галактик с аномальным спектром и цветом центральных частей [1] привело к заключению, что наблюдаемое в них избыточное ультрафиолетовое излучение не имеет обычного—звездного происхождения, а носит нетепловой характер. В дальнейшем радиоисследование этих объектов, выполненное Г. М. Товмасыном [2], показало, что нетепловой компонент в составе излучения центральных частей галактик действительно имеется.

Ввиду этого наличие избыточного ультрафиолетового излучения у ядер галактик можно рассматривать как одну из форм проявления их активной деятельности.

На активную роль ядер в эволюции галактик и систем галактик впервые обратил внимание В. А. Амбарцумян [3] еще в конце пятидесятых годов. В качестве форм проявления активной деятельности ядер им была указана возможность выброса вещества из них в виде струи и спутника, а также возможность дробления и взрыва ядер. В дальнейшем исследованиями других астрономов было обнаружено много проявлений подобной активности ядер. Таким образом, концепция В. А. Амбарцумяна об активной деятельности ядер галактик, получив ряд подтверждений наблюдениями, стала общепризнанной. Эта концепция играет огромную роль в складывающемся ныне представлении о происхождении и эволюции галактик и их систем.

Для дальнейшего развития представления о природе галактик и их эволюции возникла необходимость расширения спектральных исследований и распространения их на слабые галактики.

С этой целью в Бюраканской обсерватории был предпринят обзор неба с помощью светосильного ( $D/F = 1/2$ ) телескопа системы Шмидта ( $40'' - 52''$ ) в сочетании с полутораградусной объективной призмой.

Первые результаты этого обзора и исследования, посвященные 70 галактикам, имеющим избыточное ультрафиолетовое излучение, уже были опубликованы [4]. Эту опубликованную статью впредь мы будем называть I в серии статей, посвященных результатам исследования спектров слабых галактик.

В настоящей—второй статье этой серии мы приводим данные для 130 новых галактик, имеющих довольно сильное ультрафиолетовое излучение. Примененная нами методика наблюдения и изучения спектров галактик подробно описана в статье [4].

Данные об указанных выше 130 галактиках приводятся в прилагаемой таблице. В столбцах таблицы последовательно даны:

- 1 — нумерация галактик, с учётом 70 объектов, приведенных в статье I [4].
- 2 — номер по NGC и IC (номера IC отмечены звездочкой) или MCG [5], если галактика занесена в один из этих каталогов. Отметим, что трехзначные и четырехзначные числа представляют собой номера по NGC и IC, а пяти-шестизначные числа, разделенные черточками, относятся к MCG.
- 3 и 4 — экваториальные координаты по [5] и [6], если объект занесен в один из этих каталогов. В остальных же случаях координаты определены нами с точностью  $0^m 1$  для прямого восхождения и  $1'$  для склонения. Для уверенного отождествления рассматриваемых объектов к статье прилагаются карты, представляющие собой репродукции, сделанные с карт Паломарского обозрения неба в красных лучах.
- 5 — угловые размеры в секундах дуги главного тела галактики по измерениям их изображений на картах Паломарского обозрения.
- 6 — приближенная яркость—фотографическая величина ядра или центрального сгущения, обуславливающего спектр галактики. Приведенные оценки яркости получены путем глазомерных сравнений (с помощью лупы) спектральных изображений галактик и звезд шаровых скоплений NGC 5272 и 5466.
- 7 — спектральные характеристики, к которым мы вернемся дальше. К таблице даны примечания, относящиеся к морфологии и ориентации галактики на небе, а также отмечается присутствие в спектре той или иной эмиссионной линии.

Порядковые номера шести из занесенных в список объектов, отмечены двумя звездочками. Спектральное изображение этих объектов—звздообразное, иногда с ко-какими признаками, характерными для сильно конденсированных—звздоподобных галактик, а иногда без этих признаков. В принципе возможно, что в этих случаях произошло просто проектирование звезды на центр галактики. Но, поскольку вероятность проектирования звезды более или менее раннего типа на центр галактики очень мала, а такие случаи наблюдаются довольно часто, то среди них непременно должны быть квазизвездные объекты. Поэтому объекты такого рода были включены в список для их дальнейшего спектрального исследования.

Прежде чем перейти к рассмотрению спектральных характеристик галактик, отметим, что выбор полутораградусной призмы для обзора

неба из имеющихся трех 40" призм с углами преломления: 1.5, 3° и 4° и с дисперсией у  $H_\gamma$  соответственно 1800, 900 и 280 Å/мм был обусловлен стремлением к исследованию слабых объектов и уменьшению вероятности перекрывания спектров звезд, а также следующим важным обстоятельством.

Спектры белых звезд (типа В 9, А 0—2), получаемых с полутораградусной приямой на панхроматических пластинках типа F делятся зеленым провалом на две почти равные части с примерно равными интенсивностями. Это обстоятельство существенно облегчает изучение и выявление спектральных особенностей слабых звезд и галактик.

Но, с другой стороны, следует отметить, что спектры, получаемые с полутораградусной призмой из-за очень низкой дисперсии дают крайне ограниченную информацию. Тем не менее, при тщательном изучении спектров галактик нам удалось из полученного на наших снимках огромного количества спектров слабых галактик выделить объекты, обладающие сильным, а также умеренным ультрафиолетовым излучением и отметить некоторые их физические особенности. Эти особенности будут ниже обсуждены. Для этого приходилось производить сравнение изучаемых спектров со спектрами внегалактических объектов с более или менее хорошо известными особенностями и спектрами звезд разных спектральных типов. Как отмечалось, в отличие от основной массы галактик, в спектрах отобранных объектов наблюдается сильный или умеренный ультрафиолетовый континуум. Степень интенсивности ультрафиолетового континуума в спектре отмечается в седьмом столбце таблицы цифрами: 1—наиболее интенсивный, сравнимый с ультрафиолетовым континуумом голубых гигантов и 3—умеренный, сравнимый с ультрафиолетовым континуумом звезд поздних подразделений спектрального типа В.

Промежуточный по интенсивности континуум отмечается цифрой 2\*. Эти цифры приписываются к буквам s и d, которыми обозначаются спектральные типы галактик.

Присутствие в спектрах эмиссионных линий отмечается индексом e, приписанным к s и d. В тех же случаях, когда присутствие эмиссионных линий можно лишь заподозрить, индекс e отмечается двояточием.

В спектрах 29 из 130 занесенных в список объектов обнаружены эмиссионные линии, которые должны быть очень интенсивными, поскольку они выделяются в спектрах очень низкой дисперсии. У 59 же объектов присутствие эмиссионных линий в спектре заподозрено.

\* В статье I [4] умеренный континуум отмечался цифрой 2, а промежуточный—комбинацией 1 и 2.

Таким образом, почти у семидесяти процентов галактик нового списка присутствие эмиссионных линий установлено или заподозрено. Отметим, что согласно более обстоятельному спектральному исследованию Д. В. Видмана и Э. Е. Хачикяна [7, 8], 29 из 35 изученных ими объектов нашего первого списка, оказались эмиссионными. Таким образом процент эмиссионных объектов достигает восьмидесяти. Такое преобладание объектов с эмиссионными линиями среди обсуждаемых галактик является проявлением закономерности, заключающейся в том, что *присутствие в спектрах галактик ультрафиолетового континуума почти всегда сопровождается эмиссионными линиями.*

Отметим, наконец, что у тринадцати объектов, номера которых в списке отмечены звездочкой, были обнаружены признаки, позволяющие заподозрить в них присутствие спектральных особенностей, характерных для галактик Сейферта. Отсюда вовсе не следует, что среди остальных галактик списка не может быть объектов с признаками галактик Сейферта. Как уже отмечалось выше и в [4], галактики отнесенные нами к типу s, имеют много общего с галактиками Сейферта и квазизвездными галактиками. *Они являются звездоподобными или имеют звездоподобное ядро, а цвета их и распределение энергии в спектре сходны с таковыми у сейфертовских галактик.*

Поэтому у таких объектов следует искать и основную, вообще редко встречающуюся, особенность галактик Сейферта — широкие эмиссионные линии в спектре. Только при наличии этой особенности, наряду с вышеуказанными, галактику можно отнести к типу сейфертовских. Исходя из общего вида спектра и соотношения яркостей эмиссионных линий, мы из числа галактик, отнесенных к типу s, выделили вышеупомянутые тринадцать объектов (отмеченных звездочками) в качестве вероятных кандидатов в галактики типа Сейферта.

Все спектры с умеренным и сильным ультрафиолетовым континуумом мы разделили на два основных типа, обозначенных буквами s и d. *К типу s отнесены спектры, изображения которых мало отличаются от изображений спектров звезд. Непрерывный спектр в них очень интенсивный и на его фоне с трудом выделяются эмиссионные линии.* По характеру распределения энергии спектры типа s сходны со спектрами квазизвездных объектов и ядер галактик Сейферта. Как известно, цвета U—В квазизвездных объектов и ядер галактик Сейферта существенно отрицательны, а В—V, наоборот, существенно положительны. Такие же цвета, судя по характеру распределения энергии в спектре, должны иметь объекты, отнесенные к типу s. Это

подтверждается результатами фотоэлектрических наблюдений галактик нашего списка I, произведенных Д. В. Видманом и Э. Е. Хачикьяном [7, 8]. Спектры типа s обычно получаются для звездообразных ядер и сильно конденсированных звездоподобных галактик.

К типу же d — относятся спектры с размытыми краями. Они представляются имеющими несколько диффузный вид, благодаря чему легко отличаются от спектров звезд. Непрерывный спектр в них слаб и на его фоне часто наблюдаются яркие эмиссионные линии. Спектры типа d очень похожи, как по общему виду, так и в деталях, на спектры более или менее компактных ассоциаций голубых гигантов (обычно связанных со значительными газовыми туманностями), которые часто наблюдаются в рукавах поздних спиралей, а также в иррегулярных галактиках. Повтому возможно, что объекты, имеющие спектры типа d, представляют собой конгломерат, состоящий в основном из голубых гигантов и газовых туманностей, и являясь очень молодыми образованиями. В пользу этого представления говорят и их морфологические особенности. В самом деле, у объектов, характеризующихся спектром типа d, часто наблюдаются выбросы, иногда прямолинейные, а также хвосты, отростки, выступы и т. д., по-видимому, свидетельствующие о том, что эти объекты находятся в послееруптивной стадии. До этого они, возможно, находились в стадии, характеризуемой спектральным типом s. Объекты со спектральными характеристиками типа s, как уже отмечалось выше, являются сильно конденсированными, и, по-видимому, очень массивными, так как исследование Д. В. Видмана и Э. Е. Хачикьяна [8] показывает, что они обладают очень большими светимостями. Абсолютная величина у них достигает иногда  $-22^m$ . Принимая во внимание, наряду с этим, малые размеры этих объектов, мы неминуемо приходим к выводу, что они должны быть очень плотными образованиями. Если это представление правильно, то объекты со спектральными характеристиками s должны содержать в себе, в основном, сверхмассивное тело. В пользу этого говорят и их необычные цвета, близкие к цветам квазизвездных радиоисточников и ядер галактик Сейферта, незвездная природа которых теперь, по-видимому, не вызывает никакого сомнения.

В этой связи отметим, что у ряда объектов нашего первого списка, согласно [7, 8], наблюдаются широкие эмиссионные линии. Правда, лишь пять из них оказались типа галактик Сейферта. В спектрах этих пяти объектов были обнаружены широкие эмиссионные линии водорода и относительно узкие запрещенные линии. Присутствие

Таблица 1

| №№    | Галактика | Координаты                        |                 | Размеры | $m_{pg}$        | Спектр. тип |
|-------|-----------|-----------------------------------|-----------------|---------|-----------------|-------------|
|       |           | $\alpha_{1950}$                   | $\delta_{1950}$ |         |                 |             |
| 1     | 2         | 3                                 | 4               | 5       | 6               | 7           |
| 71    | 2366      | 6 <sup>h</sup> 23. <sup>m</sup> 5 | 69°17'          | 20"×33" | 14 <sup>m</sup> | d1e         |
| 72    | —         | 7 25.5                            | 56 57           | 8       | 17              | d3e:        |
| 73    | —         | 27.2                              | 63 20           | 15      | 15              | sd3e        |
| 74    | —         | 27.6                              | 55 21           | 7×10    | 16              | d3          |
| 75    | —         | 29.0                              | 55 19           | 10      | 16              | ds3         |
| 76    | —         | 30.5                              | 65 07           | 13×25   | 15.5            | ds3e        |
| 77    | —         | 34.8                              | 60 25           | 8       | 16.5            | sd3e:       |
| 78    | —         | 38.2                              | 65 17           | 10×15   | 15              | ds1e        |
| 79*   | 8—14—33   | 38.7                              | 49 56           | 20×40   | 13.5            | s1e         |
| 80    | —         | 39.6                              | 64 51           | 8       | 17              | d3e:        |
| 81    | 10—11—130 | 39.7                              | 57 07           | 20×30   | 14.5            | sd2e:       |
| 82    | —         | 42.8                              | 62 31           | 10      | 15.5            | s2e:        |
| 83    | —         | 44.5                              | 54 20           | 7       | 16.5            | s3e:        |
| 84    | 9—13—90   | 51.4                              | 55 50           | 10×30   | 14.5            | s2          |
| 85    | 2534      | 9.0                               | 55 50           | 25      | 14              | s3e:        |
| 86    | 2537      | 9.6                               | 46 09           | 54      | 12.0            | d1e+d3e:    |
| 87    | 2544      | 16.0                              | 74 09           | 15×20   | 15              | sd3e        |
| 88    | —         | 24.3                              | 55 52           | 15      | 14.5            | d2e:        |
| 89    | —         | 25.8                              | 52 16           | 8×12    | 15              | sd2e:       |
| 90    | —         | 26.2                              | 52 52           | 20×35   | 14              | s3          |
| 91    | —         | 28.7                              | 52 46           | 9×12    | 15.5            | sd2         |
| 92*   | —         | 31.9                              | 46 40           | 10      | 15              | s1e         |
| 93    | —         | 33.1                              | 66 23           | 7×10    | 16.5            | sd1e        |
| 94    | —         | 34.0                              | 51 49           | 7       | 16.5            | d1e         |
| 95    | —         | 44.8                              | 70 21           | 10×13   | 15.5            | d2          |
| 96*   | —         | 45.6                              | 46 28           | 9       | 15.5            | sd1e        |
| 97    | —         | 46.7                              | 65 51           | 10×20   | 15.5            | ds3         |
| 98    | 12— 9—23  | 46.9                              | 72 00           | 10×12   | 15              | d1e         |
| 99    | —         | 48.5                              | 61 10           | 7×10    | 16.5            | d3e:        |
| 100   | —         | 55.4                              | 66 38           | 28      | 14.5            | s2e:        |
| 101** | —         | 9 1.0                             | 51 50           | 20×30   | 13.5            | s1          |
| 102   | —         | 8.4                               | 46 51           | 13×17   | 14.5            | ds3e:       |
| 103   | —         | 11.4                              | 68 00           | 8×18    | 16.5            | s3          |
| 104*  | —         | 13.2                              | 53 39           | 10×13   | 15              | s1e:        |
| 105   | —         | 15.6                              | 71 37           | 6×8     | 16              | s2          |

Таблица 1 (продолжение)

| 1     | 2        | 3                                 | 4      | 5     | 6               | 7          |
|-------|----------|-----------------------------------|--------|-------|-----------------|------------|
| 106** | —        | 9 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup> .4 | 55°33' | 5"    | 16 <sup>m</sup> | s1         |
| 107   | 12— 9—41 | 17.1                              | 71 45  | 13×21 | 15              | d3e:       |
| 108   | 2458*    | 17.4                              | 64 27  | 8×13  | 15              | d1e        |
| 109   | 8—17—86  | 19.1                              | 47 27  | 10×15 | 16              | d3         |
| 110   | —        | 21.6                              | 52 29  | 7×10  | 16              | ds1e:      |
| 111   | 12— 9—49 | 23.8                              | 68 38  | 20×30 | 14              | s2e:       |
| 112   | —        | 24.7                              | 48 18  | 8     | 16.5            | d3         |
| 113** | —        | 25.5                              | 62 53  | 10×13 | 14.5            | s2         |
| 114   | 9—16—24  | 26.6                              | 56 04  | 15×30 | 14              | s3         |
| 115   | —        | 27.4                              | 49 28  | 10    | 16              | s2         |
| 116   | —        | 30.4                              | 55 30  | 5 и 6 | 17 и 16.5       | sd1e+sd1e: |
| 117   | —        | 30.7                              | 50 14  | 12    | 16              | d3e:       |
| 118   | —        | 39.0                              | 76 35  | 16×22 | 15.5            | d3         |
| 119   | —        | 40.0                              | 66 12  | 16×20 | 14              | d2e:       |
| 120   | —        | 42.5                              | 72 04  | 6     | 17              | ds2e:      |
| 121   | 12—10—1  | 42.6                              | 73 13  | 10    | 16              | sd2        |
| 122   | 2963     | 43.1                              | 73 12  | 20×36 | 14              | s3         |
| 123   | —        | 43.5                              | 56 22  | 8×15  | 15.5            | ds3        |
| 124** | —        | 45.1                              | 50 45  | 7     | 16              | s1e:       |
| 125   | —        | 47.1                              | 46 12  | 12    | 15              | d3e        |
| 126   | —        | 49.3                              | 52 26  | 15    | 15.5            | ds3e       |
| 127   | —        | 50.8                              | 51 29  | 8     | 16.5            | s2e        |
| 128   | 10—14—53 | 53.2                              | 60 20  | 10×20 | 16              | d3         |
| 129   | —        | 53.6                              | 46 42  | 10×15 | 15.5            | sd3        |
| 130   | —        | 56.8                              | 47 32  | 8     | 16.5            | ds3e:      |
| 131   | 3073     | 57.4                              | 55 54  | 25    | 14              | sd2        |
| 132** | —        | 58.1                              | 55 02  | 6     | 15              | s1e:       |
| 133*  | 3066     | 58.1                              | 72 22  | 30×40 | 14.5            | s1e:       |
| 134   | —        | 59.7                              | 43 25  | 8×11  | 17              | d3e:       |
| 135   | —        | 10 2.7                            | 53 57  | 7     | 16              | s2e        |
| 136   | —        | 4.1                               | 77 08  | 6×8   | 17              | sd1e:      |
| 137   | —        | 9.1                               | 65 32  | 9×12  | 16.5            | ds2e:      |
| 138   | —        | 9.2                               | 67 38  | 8×13  | 16              | d2         |
| 139   | 7—21—34  | 12.8                              | 44 02  | 11×18 | 14.5            | sd2        |
| 140*  | —        | 13.4                              | 45 35  | 10×15 | 15              | sd1e       |
| 141   | 11—13—18 | 15.8                              | 64 12  | 11×14 | 14.5            | s2e:       |
| 142*  | —        | 18.8                              | 51 56  | 7×9   | 16.5            | s1e:       |
| 143   | —        | 23.7                              | 62 38  | 12    | 16              | d3         |

Таблица 1 (продолжение)

| 1     | 2        | 3                                  | 4      | 5          | 6               | 7                |
|-------|----------|------------------------------------|--------|------------|-----------------|------------------|
| 144   | —        | 10 <sup>h</sup> 23. <sup>m</sup> 9 | 44°15' | 12"        | 15 <sup>m</sup> | ds3 <sub>2</sub> |
| 145   | —        | 31.8                               | 64 45  | 10         | 16              | d3e:             |
| 146*  | —        | 32.1                               | 46 49  | 20         | 14              | s1               |
| 147   | —        | 32.4                               | 63 50  | 7×12       | 15.5            | d3               |
| 148   | —        | 32.6                               | 44 33  | 10×13      | 16              | d3e:             |
| 149   | —        | 34.7                               | 64 34  | 15         | 14.5            | s3e:             |
| 150*  | —        | 35.7                               | 44 47  | 9×12       | 15.5            | sd1e             |
| 151   | 8-20-16  | 39.3                               | 48 01  | 10×15      | 14.5            | s2               |
| 152   | 8-20-28  | 45.9                               | 50 18  | 10×25      | 15              | s2               |
| 153   | 9-18-32  | 46.1                               | 52 36  | 10×20      | 15.5            | d1e:             |
| 154   | —        | 47.5                               | 50 20  | 10×13      | 16              | d3e:             |
| 155   | —        | 48.4                               | 44 50  | 13×25      | 13.5            | ds3e:            |
| 156   | —        | 50.2                               | 50 34  | 10×40      | 15              | d2e              |
| 157   | —        | 52.0                               | 49 59  | 15×23      | 14              | d2e              |
| 158   | —        | 55.9                               | 61 48  | 35×45      | 14              | s2e:             |
| 159** | —        | 56.1                               | 72 56  | 8×10       | 14.5            | s1               |
| 160   | —        | 57.6                               | 70 21  | 10         | 16.5            | d2e:             |
| 161   | 8-20-69  | 59.1                               | 45 30  | 20×30      | 13.5            | s2e:             |
| 162   | 8-20-83  | 11 2.2                             | 45 00  | 11×22      | 15              | d1e              |
| 163   | —        | 3.5                                | 48 54  | 6          | 17.5            | sd3e:            |
| 164   | —        | 9.7                                | 51 54  | 6×8        | 17              | d3e:             |
| 165   | —        | 15.5                               | 63 35  | 13         | 15              | s2e:             |
| 166*  | —        | 16.2                               | 62 48  | 8          | 15.5            | s1e:             |
| 167   | —        | 19.2                               | 51 25  | 6          | 17.5            | sd2              |
| 168   | —        | 22.9                               | 47 17  | 10         | 16              | d1e:             |
| 169   | 691      | 24.0                               | 59 25  | 20×25      | 14.5            | sd2e:            |
| 170   | —        | 24.0                               | 64 25  | 15×30      | 16              | ds2e:            |
| 171   | 3690     | 25.8                               | 58 50  | 36 и 30×60 | 13 и 13.5       | sd1e+d1          |
| 172   | —        | 26.7                               | 22 01  | 8          | 17.5            | ds1e:            |
| 173   | —        | 27.8                               | 48 22  | 10         | 16.5            | d3e              |
| 174   | —        | 28.3                               | 56 23  | 8×10       | 16.5            | s3e:             |
| 175   | 11-14-28 | 29.6                               | 62 47  | 20×35      | 14.5            | ds3e:            |
| 176   | 9-19-111 | 29.8                               | 53 13  | 8×60       | 15-17           | sd2e             |
| 177   | —        | 30.4                               | 55 20  | 12         | 16              | ds2              |
| 178   | 8-21-53  | 30.8                               | 49 31  | 20×30      | 14              | sd2e             |
| 179   | 3725     | 31.0                               | 62 10  | 50         | 14              | sd3e:            |
| 180*  | —        | 33.5                               | 70 25  | 15×20      | 15              | s1e              |
| 181   | —        | 34.3                               | 20 14  | 15×22      | 14.5            | ds3              |

Таблица 1 (продолжение)

| 1    | 2        | 3                                  | 4      | 5     | 6               | 7     |
|------|----------|------------------------------------|--------|-------|-----------------|-------|
| 182  | —        | 11 <sup>h</sup> 34. <sup>m</sup> 3 | 20°11' | 6"    | 17 <sup>m</sup> | sd2e: |
| 183  | —        | 35.5                               | 68 50  | 10×13 | 15.5            | d3e:  |
| 184  | —        | 36.8                               | 55 15  | 10    | 16              | d3    |
| 185  | 3811     | 38.6                               | 47 58  | 30×55 | 13              | sd3   |
| 186  | 3870     | 43.3                               | 50 30  | 20×35 | 13.5            | ds1e  |
| 187  | —        | 43.5                               | 71 54  | 7     | 17.5            | ds3e: |
| 188  | 3888     | 45.0                               | 56 15  | 30×55 | 13              | sd3   |
| 189  | —        | 45.3                               | 67 53  | 7     | 16              | d3    |
| 190  | 3928     | 49.1                               | 48 57  | 35    | 13              | sd2   |
| 191  | —        | 51.1                               | 70 40  | 12×20 | 15.5            | sd1   |
| 192  | —        | 52.8                               | 51 25  | 8     | 17              | s3e:  |
| 193  | —        | 53.1                               | 57 57  | 7     | 16.5            | d1e   |
| 194* | —        | 59.5                               | 66 40  | 10    | 15.5            | s1e:  |
| 195* | 11—15—12 | 12 0.0                             | 64 38  | 18×25 | 14.5            | s1e   |
| 196  | —        | 1.5                                | 66 51  | 7×10  | 17              | d3    |
| 197  | —        | 5.5                                | 67 39  | 25    | 14.5            | s2e:  |
| 198  | 8—22—73  | 6.6                                | 47 20  | 12    | 15              | sd2e  |
| 199  | —        | 8.0                                | 70 37  | 8×25  | 16              | d2    |
| 200  | —        | 9.4                                | 48 48  | 8     | 17              | d3e:  |

## Примечания к таблице

- 71 — По [9] морфологический тип dIB (s) m, яркость 11.<sup>m</sup> 4. Кометовидная галактика, голова-ядро которой состоит из горячих пятен. Приведенные данные относятся к ядру.
- 72 — Компактная, но границы нерезкие и конденсирована слабо.
- 73 — Сфероидальная, со слабой, мало развитой короной. В спектре заметна H $\alpha$  (в эмиссии).
- 74 — По-видимому, тесно-двойная система.
- 75 — Сфероидальная, компактная.
- 76 — В спектре намечается H $\alpha$  (в эмиссии).
- 77 — Очень компактная. В спектре намечаются N $_1$  + N $_2$  + N $_3$  и H $\alpha$  (в эмиссии).
- 78 — По-видимому, эллиптическая галактика с довольно резкими границами. В спектре очень сильны линии H $\alpha$ , N $_1$  + N $_2$  + N $_3$  и  $\lambda$  3727.
- 79 — Баред со слабо развитыми рукавами и с выделяющимся в баре звездообразным ядром. В спектре много ярких линий. Судя по ее характеристикам, она должна быть типа галактик Сейферта.
- 80 — Слабая галактика с небольшим отростком.

- 81 — Линзовидная, с довольно яркой оболочкой. Центральная часть сильно конденсирована, коротковолновая часть спектра слаба, но тянется до далекого ультрафиолета.
- 82 — Сферическая-компактная, но границы нерезкие—размытые.
- 83 — Очень компактная и довольно сильно конденсирована.
- 84 — Вытянута по  $\delta$ . С севера выходит искривленный отросток. Судя по всему, имеет звездообразное ядро.
- 85 — Сфероидальная, без резких границ.
- 86 — Согласно [9], морфологический тип IB (s) sp; состоит из трех ярких сгущений, которые огибает дуга, состоящая из сравнительно слабых сгущений.
- 87 — Баред  $14^m$  с выделяющимся ярким ядром, к которому и относятся приведенные данные. В эмиссии  $H\alpha$ .
- 88 — На вид компактная, но мало конденсированная галактика.
- 89 — Вытянута почти по  $\alpha$ .
- 90 — Пекулярная спираль. Вытянута по  $\delta$ . Ядро, по-видимому, звездоподобное.
- 91 — Имеет слабую корону. Вытянута по  $\alpha$ .
- 92 — Сфероидальный компактный компонент тесной пары; другой компонент, расположенный к северо-востоку от первого—линзовидная галактика с низкой поверхностной яркостью. Первый компонент по спектральным признакам похож на галактику типа Сейферта.
- 93 — Имеет эллиптическую форму. В спектре намечаются  $\lambda$  3727 и  $H\alpha$ . Возможны слабо выраженные признаки галактик Сейферта.
- 94 — Очень компактная. Расположена на периферии расстроенной спирали. В спектре наблюдается сильная эмиссия в линиях  $H\alpha$ ,  $N_1 + N_2 + H\beta$  и  $\lambda$  3727.
- 95 — Имеет небольшие выступы в точках севера и юга.
- 96 — Очень компактная, с резкими границами, но конденсирована умеренно. В спектре хорошо выделяются  $\lambda$  3727 и  $H\alpha$ . Возможно присутствие особенностей сейфертовских галактик.
- 97 — Вытянута по  $\delta$ . На концах большой оси как будто намечается начало образования спиральных рукавов. Непрерывный спектр довольно слабый.
- 98 — Имеет небольшой хвост, похожа на малоразвитую комету. В спектре намечаются  $\lambda$  3727 и  $H\alpha$ .
- 99 — На юго-западной стороне имеется небольшой отросток.
- 100 — Сферическая галактика без резких границ; ядро звездоподобное. Непрерывный спектр довольно интенсивный.
- 101 — На прямых снимках галактика имеет заметные размеры, а спектральное изображение звездное, в тумане. Возможно, что на галактику проектируется звезда. Но, с другой стороны, возможно, что это—квазизвездный объект с короной.
- 102 — Сфероидальная, без резких границ.
- 103 — Маленькая галактика с загнутым, искривленным хвостом, оставляющим впечатление спирального рукава.
- 104 — Сильно конденсированная сфероидальная галактика с малоразвитым широким хвостом, направленным на север. Спектральные признаки позволяют считать ее кандидатом в галактики типа Сейферта.
- 105 — Слегка вытянутая компактная галактика. Спектральное изображение звездоподобное.
- 106 — Как прямое, так и спектральное изображения звездоподобные, но общий вид спектра похож на спектры квазизвездных объектов и ядер сейфертовских га-

- лактик; поэтому она может быть либо объектом указанных типов, либо необычной звездой.
- 107 — Тесная пара в тумане, которая, как будто, находится в процессе деления.
  - 108 — Один из компонентов четверной системы № 124 Холмберга [10]. Согласно Пейджу, все составляющие этой системы являются эмиссионными, но на наших снимках эмиссия (довольно сильная) наблюдается только у этой галактики.
  - 109 — Тесная двойная система, составляющие которой — слабые сфероидальные галактики.
  - 110 — Тесная двойная; компоненты наполовину перекрывают друг друга. Компонент, расположенный на северо-востоке, на прямых снимках выглядит звездой.
  - 111 — Объект сложной структуры — пекулярный. В нем наблюдается несколько сгущений; ярчайшее из них — звездоподобное и, видимо, является ядром галактики.
  - 112 — Выглядит компактной, особенно в синих лучах.
  - 113 — Изображение звездное, спектр по распределению энергии похож на спектры квазизвездных объектов. Возможность проектирования звезды на галактику не исключена, но скорее всего это квазизвездная галактика.
  - 114 — Спираль с перемычкой, видимо, подтипа SBbc со слабыми, но развитыми рукавами и звездоподобным ядром.
  - 115 — Сфероидальная со звездоподобным ядром.
  - 116 — Тесная двойная, компоненты которой перекрывают друг друга. На прямых снимках выглядят звездами, но спектральные изображения исключают эту возможность. Спектры крайне необычны: непрерывный спектр очень силен в синей и фиолетовой частях и слаб в красной части, где намечаются  $H_2$  и  $N_1 + N_2 + H_3$ .
  - 117 — Сфероидальная, имеет два слабых спутника  $19^m$  и  $19^{m.5}$ . Один из них, расположенный к юго-западу, на расстоянии  $20''$ , соединен с галактикой заметным мостиком и выглядит как выброс.
  - 118 — Имеет значительный хвост тянущийся к юго-западу, который кончается сгущениями.
  - 119 — Хотя и значительна по размерам, но выглядит компактной. В спектре как будто намечается  $H_2$ .
  - 120 — Очень компактная; на прямых снимках с трудом отличается от звезд, но мало конденсирована.
  - 121 — Западный компонент двойной системы. Общая структура неясна.
  - 122 — Имеет звездоподобное ядро и на юго-образование, напоминающее ожерелье, состоящее из горячих пятен.
  - 123 — Линзовидная. Имеет слабый голубой спутник на расстоянии  $25''$ .
  - 124 — Изображение звездобразное, но по степени почернения несколько уступает звездам таких же поперечников. Поэтому она скорее всего является квазизвездным объектом. Со стороны востока и запада наблюдается слабый туман, а в окружении — три-четыре голубых объекта  $18-20^m$ .
  - 125 — Сфероидальная, компактная.
  - 126 — Сферическая, мало конденсированная, но ядро звездоподобное.
  - 127 — Очень компактная, на прямых снимках с трудом отличается от звезд.
  - 128 — Линзовидная, без сильного центрального сгущения. Вытянута почти по  $\delta$  (от круга склонения отклоняется не более  $15^\circ$ ).
  - 129 — Имеет слабую корону. Красная часть спектра интенсивнее синей, но коротковолновая хотя и слаба, но тянется до далекого ультрафиолета.
  - 130 — Мало конденсированная, компактная галактика.

- 131 — Сфероидальная, со слабой короной. Центральная часть сильно конденсирована.
- 132 — Изображение звездное, но характер распределения энергии и намеки на эмиссионные линии в спектре делают принадлежность этого объекта к числу квазизвездных весьма вероятной.
- 133 — Согласно [9], морфологический тип SAB(s)bcr и  $m = 13.3$ . Судя по спектральному изображению, ядро звездоподобное. Возможно присутствие слабо выраженных особенностей галактик Сейферта.
- 134 — Вытянута по  $z$ . Непрерывный спектр слабый.
- 135 — Компактная, выглядит слегка пушистой. Намечается слабая оболочка эллиптической формы. У этой галактики могут быть слабо выраженные характеристики сейфертовских галактик.
- 136 — Имеет эллиптическую форму, но не вид компактная.
- 137 — Сфероидальная, со слабой короной. Как будто в эмиссии  $H\alpha$ .
- 138 — Двойная, компоненты расположены вдоль круга склонения. Имеет клинообразный хвост.
- 139 — Вытянута по  $\delta$ . Непрерывный спектр интенсивный, но с размытыми краями.
- 140 — По-видимому, пара неразрешенных галактик. Непрерывный спектр умеренной интенсивности. Наблюдаются  $\lambda 3727$  и  $H\alpha$  (в эмиссии). Спектральные признаки в известной степени сходны с таковыми сейфертовских галактик.
- 141 — Имеет звездоподобное ядро. Непрерывный спектр сильный.
- 142 — Незначительно вытянутая компактная галактика. Спектральное изображение звездобразное. Общий вид спектра похож на спектры ядер галактик Сейферта.
- 143 — Сфероидальная, имеет небольшую, слабую корону.
- 144 — Сфероидальная, имеет заметный отросток или искривленный хвост.
- 145 — Немного вытянутая галактика со слабым непрерывным спектром.
- 146 — Сфероидальная, без резких границ. Имеет звездобразное ядро  $15^m$ .
- 147 — Северо-восточный компонент двойной системы. Возможно, что и сама двойная.
- 148 — В направлении северо-запада наблюдается выброс протяженностью  $30''$  и небольшой выступ в противоположной стороне. Намечаются  $\lambda 3727$  и  $H\alpha$ .
- 149 — Компактного вида сферическая галактика с звездоподобным ядром.
- 150 — Вытянута почти по  $\alpha$ . На западной стороне наблюдается небольшой выступ и туман. Непрерывный спектр умеренной интенсивности, хорошо выделяются  $\lambda 3727$  и  $H\alpha$ .
- 151 — Линзовидная галактика со звездобразным ядром  $15^m 5$ .
- 152 — Спираль типа SBab со звездоподобным ядром.
- 153 — Система, состоящая из двух-трех голубых неразрешенных галактик  $16-17^m$ .
- 154 — Вытянута по  $\alpha$ . Как будто в эмиссии  $H\alpha$ .
- 155 — Имеет эллиптическую форму и очень яркое центральное сгущение. Непрерывный спектр довольно сильный.
- 156 — Пекuliarное образование, сильно вытянутое по  $\alpha$ . По-видимому, иррегулярная галактика, содержащая яркие сгущения.
- 157 — По-видимому, эллиптическая галактика.
- 158 — Сравнительно яркая и большая галактика, имеющая звездоподобное ядро  $15^m$ .
- 159 — Два неразрешенных объекта: сфероидальная галактика с нерезкими краями и звездобразный объект, который покрывает галактику с юга на  $50\%$ . Возможно, что последняя — звезда и произошло проектирование. Но не исключена возможность, что она является квазизвездным объектом.

- 160 — Слегка вытянутая компактная галактика с нерезкими краями.
- 161 — Морфологический тип неопределенный. Имеет звездоподобное ядро  $15^m$  и прилегающие к нему с востока и запада сгущения  $16^m$ . Последние также обладают значительным ультрафиолетовым континуумом.
- 162 — Большая ось отклоняется от круга склонения на восток примерно на  $20^\circ$ .
- 163 — Незначительно вытянута по  $\delta$ . Компактная галактика. Непрерывный спектр очень слабый.
- 164 — Сферическая галактика. В точках севера и юга наблюдаются небольшие острые выступы, придающие ей линзовидную форму.
- 165 — На вид компактная. Непрерывный спектр сильный, но ультрафиолет умеренный.
- 166 — Очень компактная. Непрерывный спектр сильный и распространяется до далекого ультрафиолета.
- 167 — Очень компактная. Непрерывный спектр умеренной интенсивности.
- 168 — Сферическая, на вид компактная; с северо-западной стороны в контакте голубой спутник  $16^m$ . Возможно присутствие особенностей сейфертовских галактик.
- 169 — Сферическая, с довольно сильно конденсированным ярким ядром. Возможно присутствие слабо выраженных особенностей галактик Сейферта.
- 170 — Форма нерегулярная; возможно, что состоит из нескольких сгущений.
- 171 — Двойная Холмберга 256 [10]. Две пекулярные неразрешенные спирали. Ядро западного компонента, по-видимому, звездоподобное, а восточного — сложное, состоит из горячих пятен. Имеет два спутника.
- 172 — Очень компактная, но, судя по спектральному изображению, мало конденсирована.
- 173 — Мало конденсированная компактная галактика.
- 174 — Компактное образование с резкими краями, окруженное слабой оболочкой, т. е. обладает признаками галактик типа N.
- 175 — Сравнительно яркая и большая галактика, ядро которой, по-видимому, имеет эмиссионный спектр и умеренный континуум.
- 176 — Цепочка слабых галактик, расположенная на  $7''$  южнее NGC 3718. Впервые зарегистрирована в [11]. В спектрах всех четырех составляющих наблюдается умеренный или сильный ультрафиолетовый континуум и, как будто, эмиссионные линии. Согласно [12], у ярчайшего компонента линии водорода широкие.
- 177 — Незначительно вытянутая по кругу склонения сфероидальная галактика.
- 178 — По-видимому, двойная со сфероидальным и нерегулярным компонентами в общем тумане. Приведенные спектральные характеристики относятся к сфероидальному компоненту.
- 179 — Спираль с широкими и запутанными рукавами, имеющая звездоподобное ядро  $15^m$ .
- 180 — Сфероидальная, без резких границ. С юга с ней соприкасается звезда  $15.5-16^m$ . Для получения спектра галактики дисперсию следует направлять вдоль  $\alpha$ . Спектр по общему виду похож на спектр ядер галактик Сейферта.
- 181 — Форма эллиптическая. От главного тела к югу тянется широкий отросток.
- 182 — Сферическая, очень компактная.
- 183 — Эллиптической формы. Имеет оболочку и выступ на восточной стороне.
- 184 — Компактная галактика с довольно резкими краями.
- 185 — Морфологический тип, по-видимому, Sb. Ядро звездоподобное  $14^m.5$ . Интенсивность коротковолновой части спектра хотя и низка, но он распространяется до далекого ультрафиолета.

- 186 — Форма эллиптическая. Имеет слабую оболочку. Центральная часть яркая, но не звездоподобная. Возможно, что она состоит из горячих пятен.
- 187 — Очень компактная галактика.
- 188 — Морфологический тип по [9] SABc. Имеет довольно сильно конденсированное ядро  $15^m$ .
- 189 — Компактная, вид несколько пушистый.
- 190 — Центральная часть сильно конденсирована.
- 191 — Форма нерегулярная. Спектральное изображение, пожалуй, звездоподобное, однако без характерного уплотнения в конце длинноволновой части, что свидетельствует об отсутствии эмиссии в  $H\alpha$ , или о сильном смещении последней.
- 192 — Слегка вытянутая сферoidalная галактика.
- 193 — Очень компактная, на прямых снимках почти не отличается от звезд. В эмиссии  $H\alpha$  и  $H\beta + N_1 + N_2$ . Последняя значительно сильнее  $H\alpha$ , что редко бывает. По-видимому, у нее необычно сильны  $N_1$  и  $N_2$ .
- 194 — Сферическая, вид пушистый. Имеет соприкасающийся со стороны запада спутник  $19^m$  и слабую корону. Спектр по общему виду напоминает спектры сейфертовских галактик.
- 195 — Имеет линзовидную форму, обладает звездообразным ядром. По спектральным признакам похожа на сейфертовские галактики.
- 196 — Очень маленькая и слабая галактика эллиптической формы.
- 197 — Сферическая галактика компактного вида со звездоподобным ядром  $15^m$ . Непрерывный спектр довольно интенсивный.
- 198 — Сферическая, с резкими краями. Имеет заметную оболочку, которая, по-видимому, создается двумя широкими рукавами низкой поверхностной яркости. Непрерывный спектр умеренной интенсивности. В далеком ультрафиолете замечаются эмиссионные линии.
- 199 — Цепочка трех неразрешенных галактик примерно  $17^m$ .
- 200 — Выглядит компактной.

в спектре ядер расширенных эмиссионных линий вообще интерпретируется как свидетельство наличия газовых потоков, исходящих из ядер. В таких случаях несомненно можно утверждать о наличии в них сверхмассивного тела, с которым следует связывать истечение газа и происхождение избыточного ультрафиолетового излучения.

По всей вероятности, объекты со спектральными характеристиками типа  $s$  по своей природе близки к квазизвездным галактикам. Судя по всему, они недолго пребывают в этой стадии. Они должны либо, раздробившись, образовать группу галактик, либо, претерпев взрыв и потеряв часть своего вещества, перейти в стадию, характеризуемую типом  $d$ , после чего только в них начинается процесс звездообразования.

В заключение считаю своим приятным долгом выразить благодарность академику В. А. Амбарцумяну за интерес и внимание, проявленные к настоящему исследованию.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория

## THE GALAXIES WITH ULTRAVIOLET CONTINUUM. II

B. E. MARKARIAN

The second list of galaxies with ultraviolet continuum is presented. It is the continuation of our first list, published already in the paper [4], which henceforth will be referred as No. I of the series of papers, devoted to galaxies with excessive ultraviolet radiation. The new list contains data for 130 objects, detected during the investigation of spectra of faint galaxies, going on at the Byurakan observatory. The applied methods of observation and investigation of spectra were described in the paper II.

29 out of 130 objects of the present list show emission lines in their spectra, while 59 other objects are suspected in having them. 13 objects were suspected in possessing the peculiarities which are typical for Seyfert galaxies and 6 objects—in having the peculiarities of quasi-stellar galaxies. The ordinal numbers of these 13 objects are marked with one asterisk and those of the last 6—with two.

The galaxies, we consider to be of type *s*, are by their morphological and physical properties very close to quasi-stellar galaxies and to the nuclei of Seyfert galaxies.

As for the *d* type galaxies—judging by their morphological peculiarities—they should be in the post-ruptive stage. Their colours and spectral characteristics are similar to those of associations and super-associations of blue giants. Therefore, it is very probable that a rapid process of stellar formation takes place in these objects. It is supposed that the *s* type objects must either disintegrate and form groups of galaxies, or, as a consequence of a burst and loss of matter, pass to the stage typical for the *d* type objects.

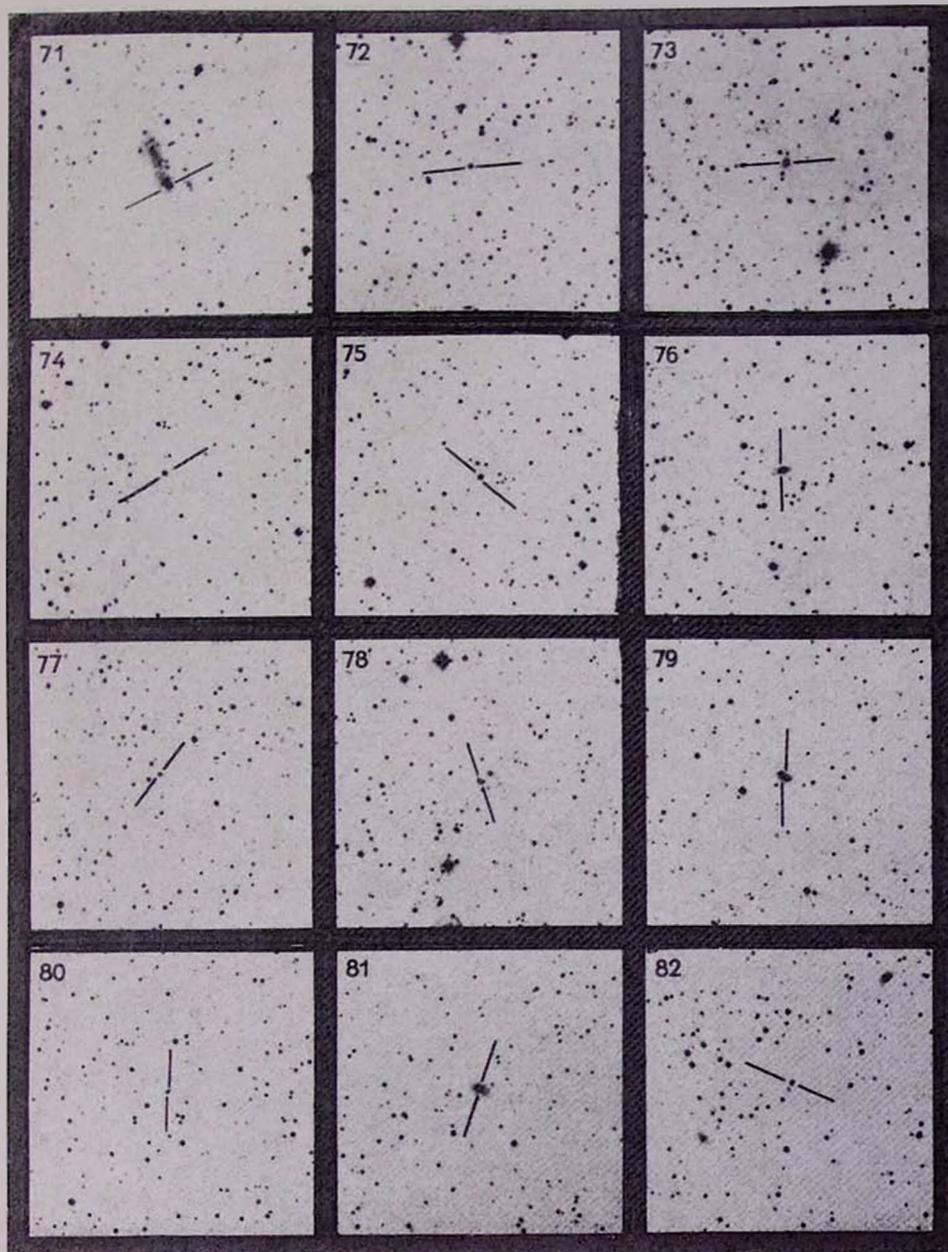
## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Б. Е. Маркарян, Сообщ. Бюр. обс., 34, 3, 1963.
2. Г. М. Товмасян, Нестационарные явления в галактиках, Ереван, 1968, стр. 104.
3. V. A. Ambartsumian, Solvay Conference Report, Brussels, 1958; Transactions of the IAU, XIV, 1962, 145.
4. Б. Е. Маркарян, Астрофизика, 3, 55, 1967.
5. Б. А. Воронцов-Вельяминов, А. А. Красногорская, В. П. Архипова, Морфологический каталог галактик, I и II, М., 1962 и 1964.
6. F. Zwicky, E. Herzog, Catalogue of Galaxies and Clusters of Galaxies. Vol. II, 1963; Vol. III, 1966, Zuerich.

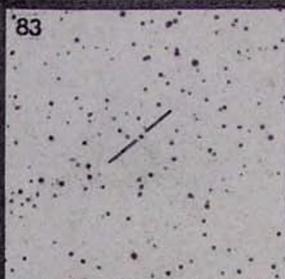
7. *Д. В. Видман, Э. Е. Хачикян*, *Астрофизика*, 4, 587, 1968.
8. *Д. В. Видман, Э. Е. Хачикян*, *Астрофизика*, 5, 113, 1969.
9. *G. de Vaucouleurs*, *Ap. J., Suppl. ser.*, 8, 31, 1963.
10. *E. Holmberg*, *Lund Medd.*, II, № 136, 1958.
11. *Б. А. Воронцов-Вельяминов*, *Атлас и каталог взаимодействующих галактик*, М., 1958.
12. *E. M. Burbidge, G. R. Burbidge*, *A. J.*, 66, 544, 1961.

КАРТЫ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ

(в красных лучах). Каждая карта покрывает область  $16' \times 16'$ .  
Север сверху. Восток слева.



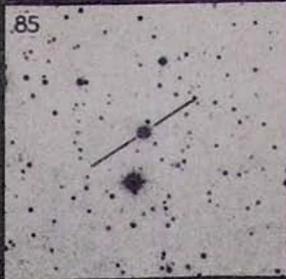
83



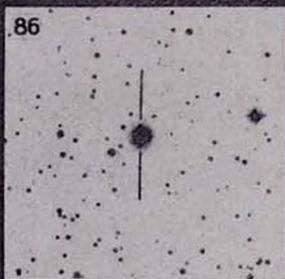
84



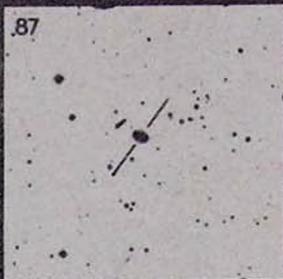
85



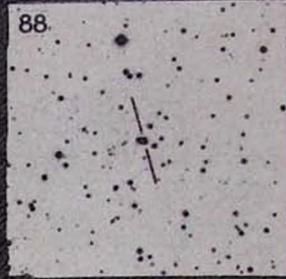
86



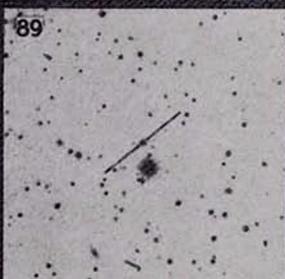
87



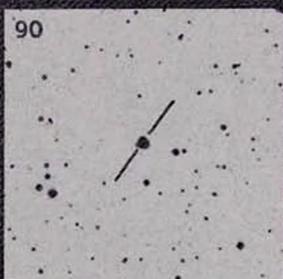
88



89



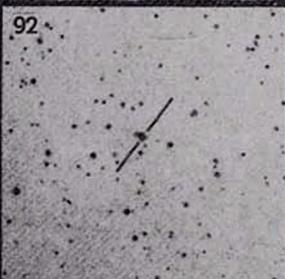
90



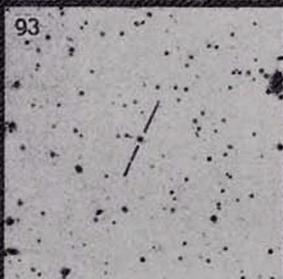
91



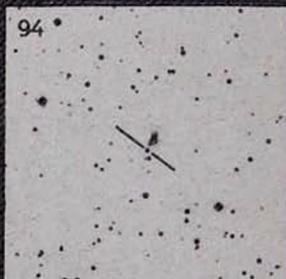
92



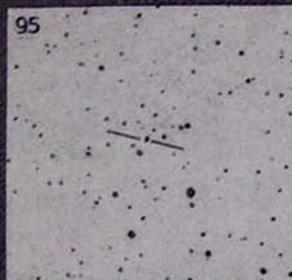
93



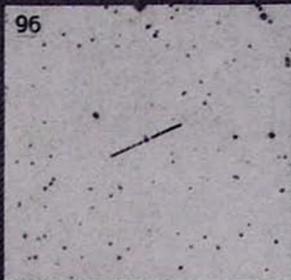
94



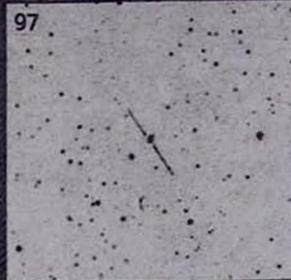
95



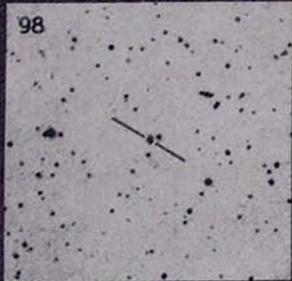
96



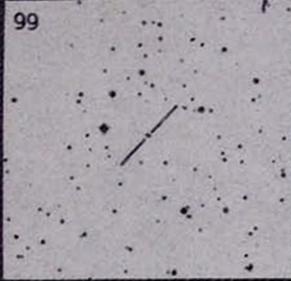
97



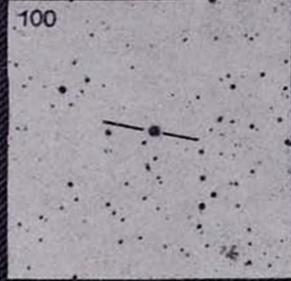
98



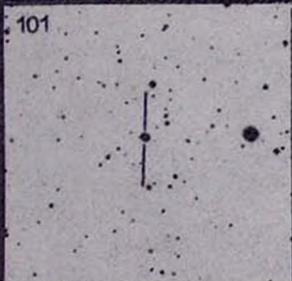
99



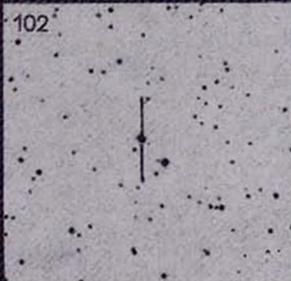
100



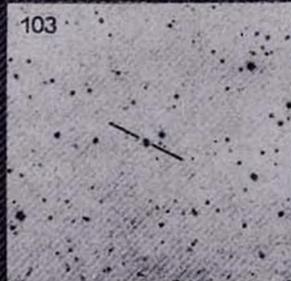
101



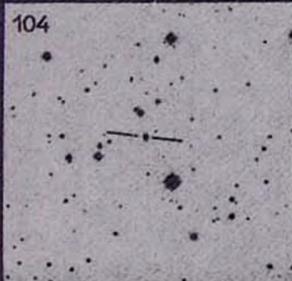
102



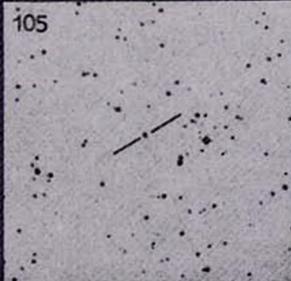
103



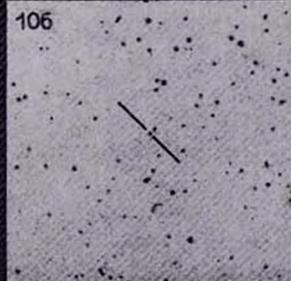
104



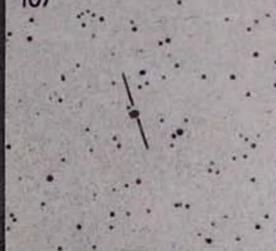
105



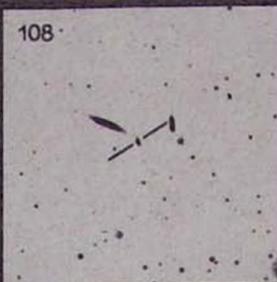
106



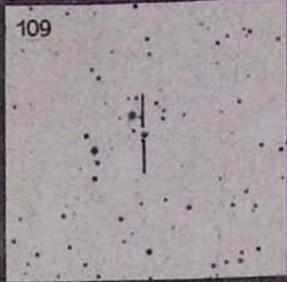
107



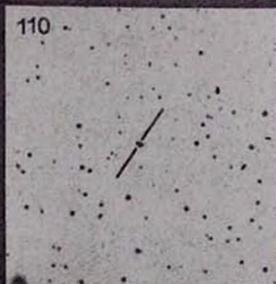
108



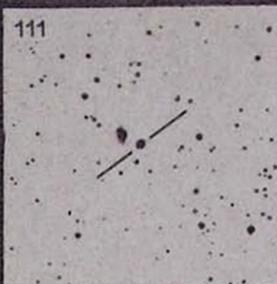
109



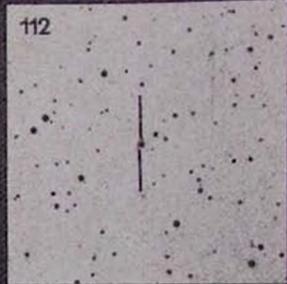
110



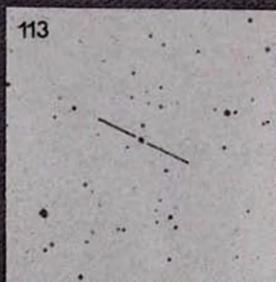
111



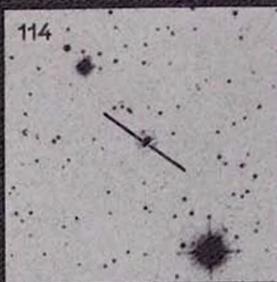
112



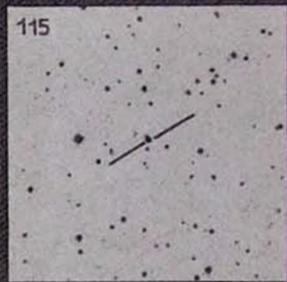
113



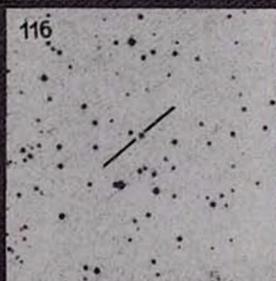
114



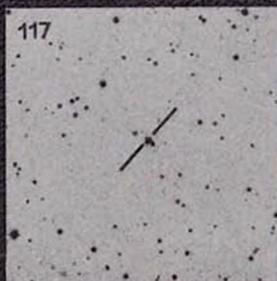
115



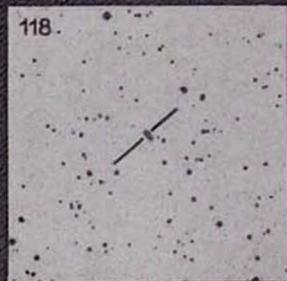
116



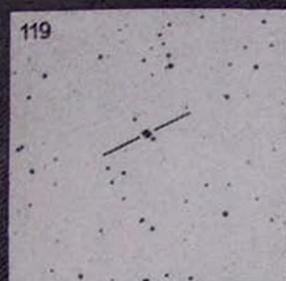
117



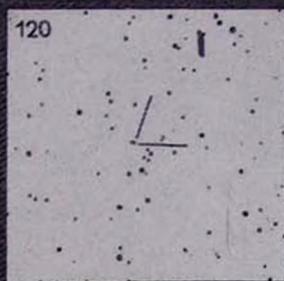
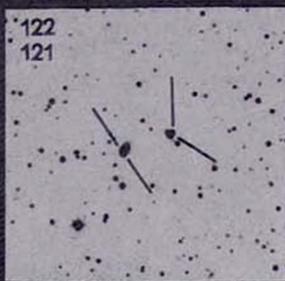
118



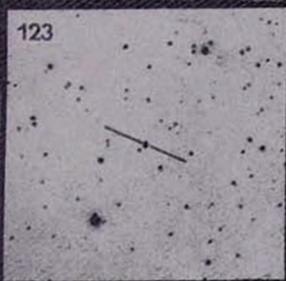
119



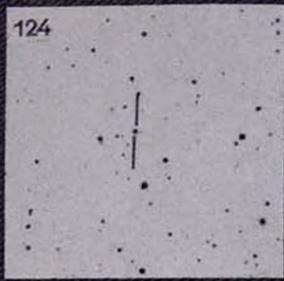
120

122  
121

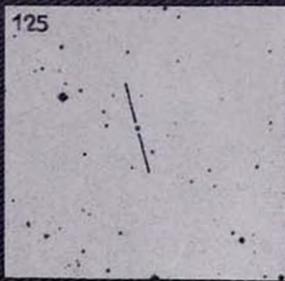
123



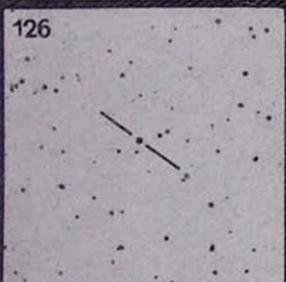
124



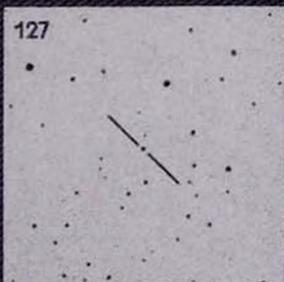
125



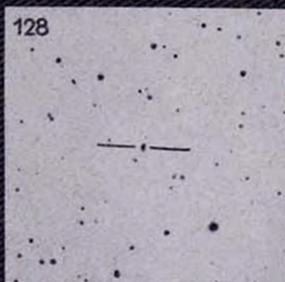
126



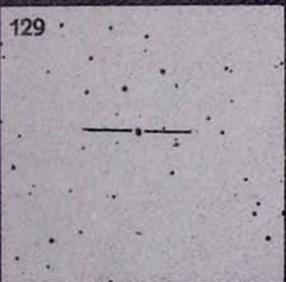
127



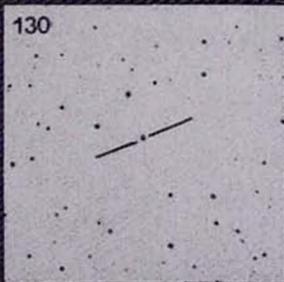
128



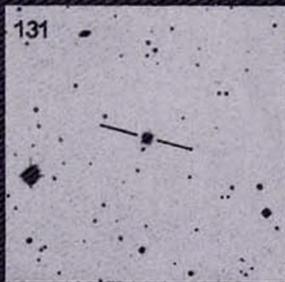
129



130



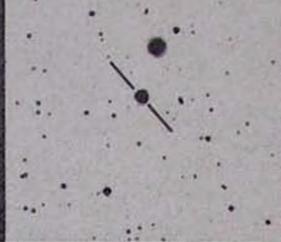
131



132



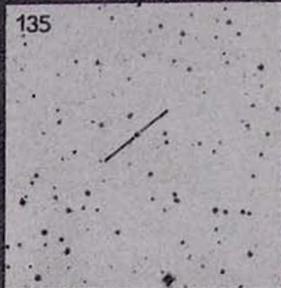
133



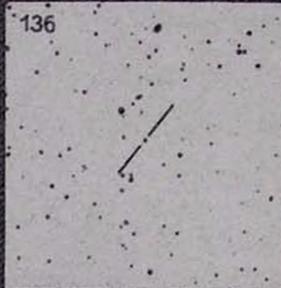
134



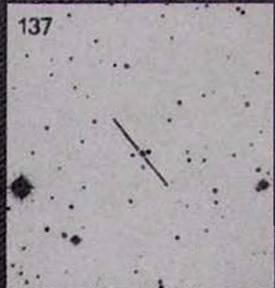
135



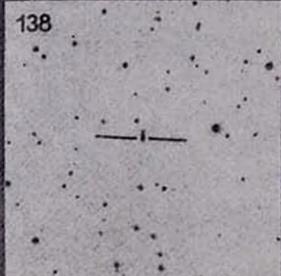
136



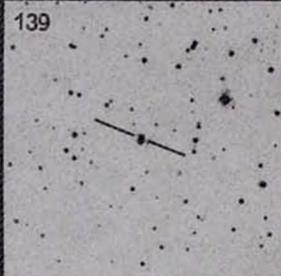
137



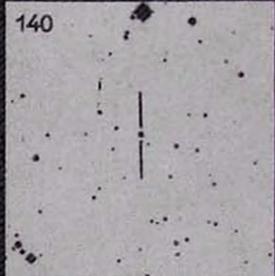
138



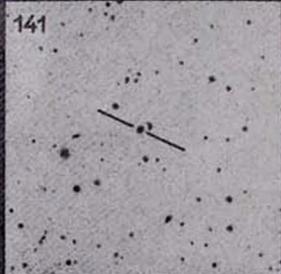
139



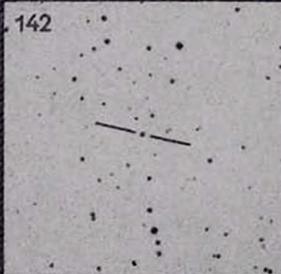
140



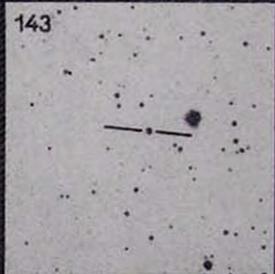
141



142



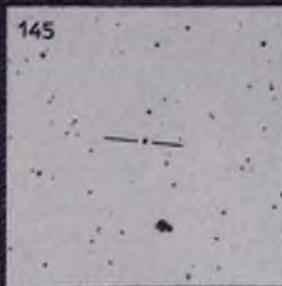
143



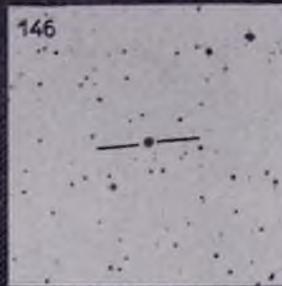
144



145



146



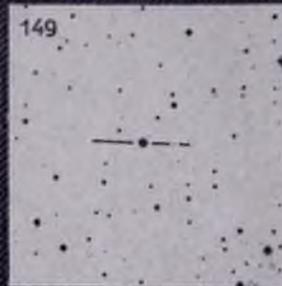
147



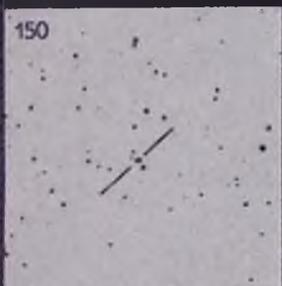
148



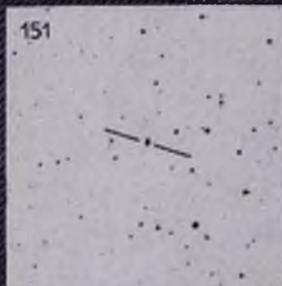
149



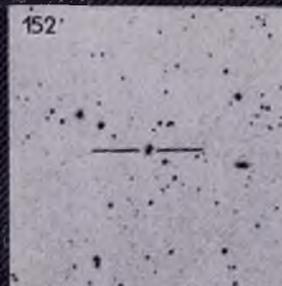
150



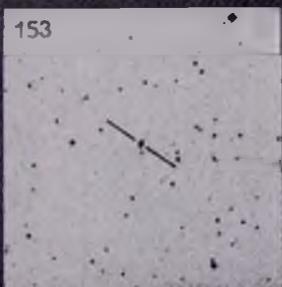
151



152



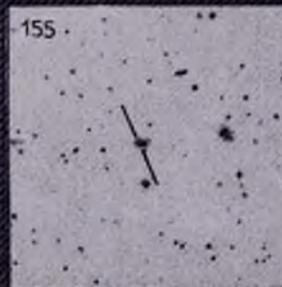
153

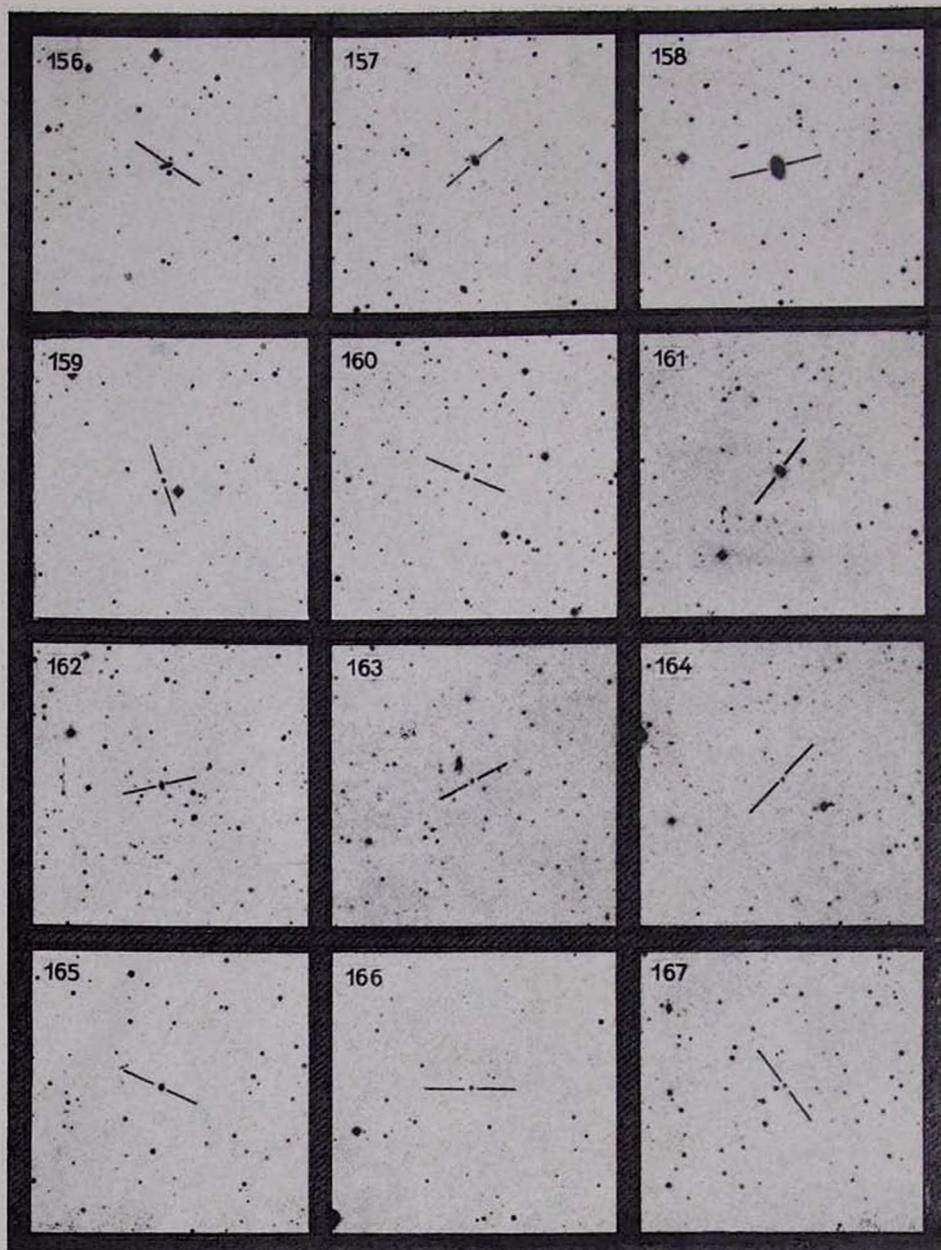


154



155





168



169



170



171



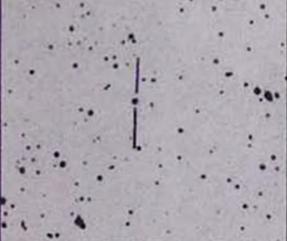
172



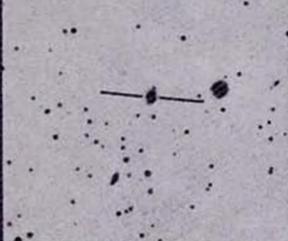
173



174



175



176



177



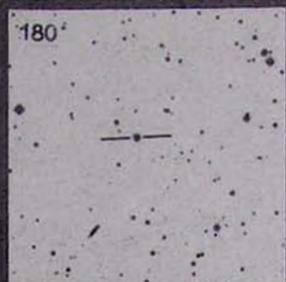
178



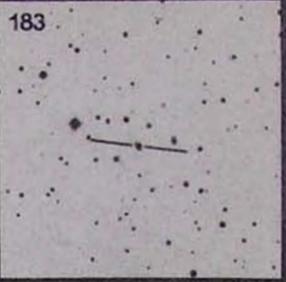
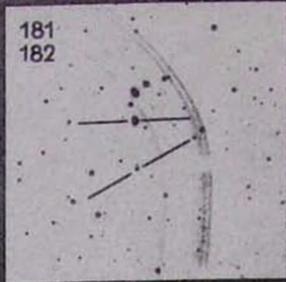
179



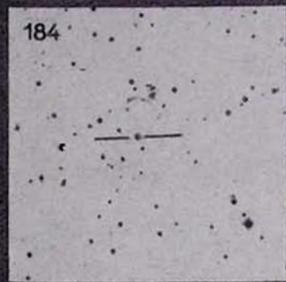
180



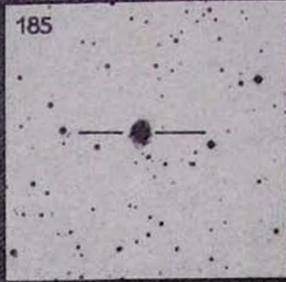
181  
182



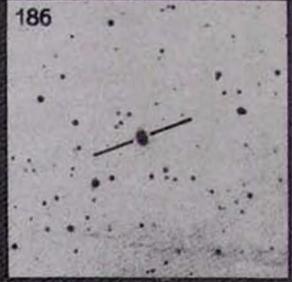
184



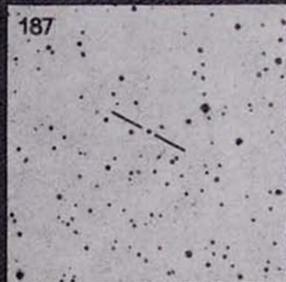
185



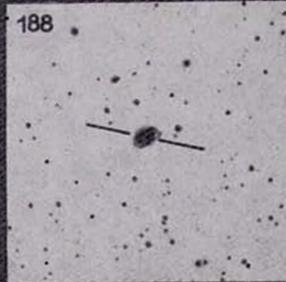
186



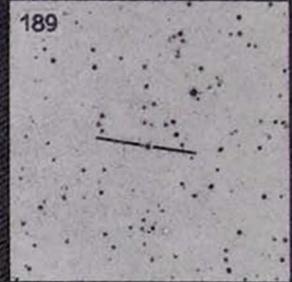
187



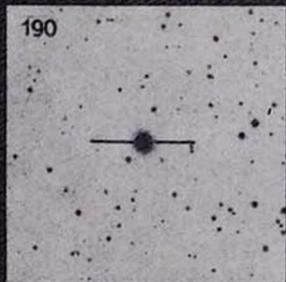
188



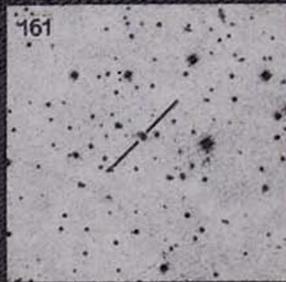
189



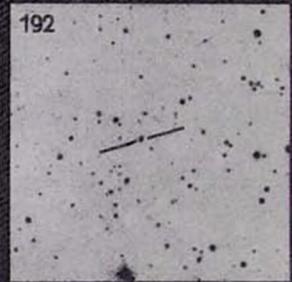
190



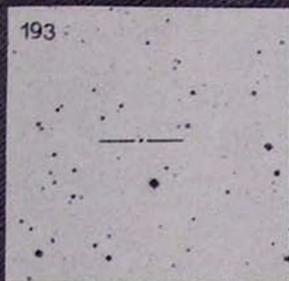
191



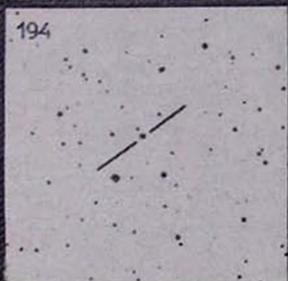
192



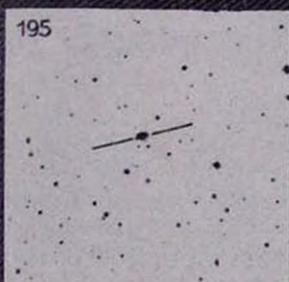
193



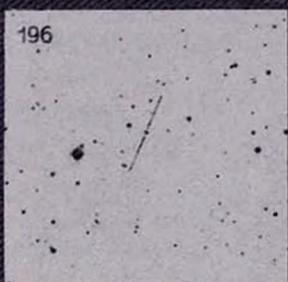
194



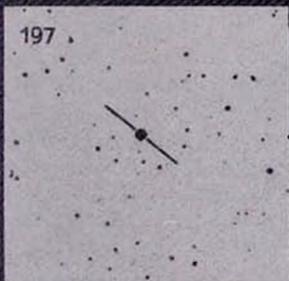
195



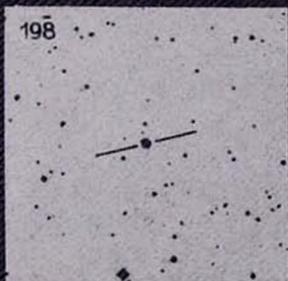
196



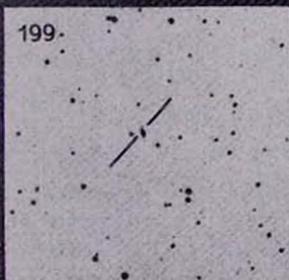
197



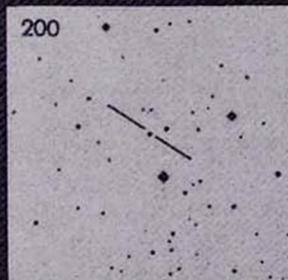
198



199



200



АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР  
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 5

АВГУСТ, 1969

ВЫПУСК 3

О ХАРАКТЕРЕ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ,  
СВЯЗАННЫХ С КВАЗИЗВЕЗДНЫМИ РАДИОИСТОЧНИКАМИ. I

М. А. АРАКЕЛЯН

Поступила 25 февраля 1969

Метод исследования эволюционных эффектов, примененный ранее М. Шмидтом ( $V/V_m$ —метод) к выборке квазизвездных радиоисточников из каталога ЗСР, применен к двум выборкам. В одном случае объем  $V_m$  вычисляется лишь по оптической светимости, в другом — по радиосветимости. В первом случае никаких эволюционных эффектов не обнаружено, а во втором этот эффект проявляется совершенно определенно. Аналогичные результаты получаются при исследовании квазизвездных радиоисточников из каталога 4С.

Эти факты интерпретируются как следствие равномерного распределения квазизвездных радиоисточников в сопутствующем пространстве, их постоянной средней оптической светимости и эволюционирующей радиосветимости.

Изменение средней радиосветимости может быть понято в свете представления о квазизвездных радиоисточниках как некоторой активной фазе квазизвездных объектов. Предполагается, что квазизвездные объекты время от времени претерпевают радиовспышки, причем мощность более поздних вспышек в среднем меньше, чем мощность более ранних.

Рядом авторов были получены свидетельства того, что имеют место эволюционные эффекты, связанные с квазизвездными радиоисточниками. Такой вывод был сделан в работах М. Райла и Р. Кларк [1], У. Девидсона [2], Дж. Гауэра [3] и М. Лонгейра [4] на основе того, что угловой коэффициент зависимости  $\lg N$  от  $\lg S$  ( $N$ —число источников с плотностью потока, превышающей  $S$ ) меньше  $-1.5$ —значения, соответствующего случаю равномерного распределения источников в пространстве и отсутствия зависимости их средней светимости от расстояния. Аналогичное заключение было сделано М. Шмидтом [5] и М. Роуэн-Робинсоном [6], исследовавшими расположение квазизвездных радиоисточников на диаграмме  $V, \lg F$ , где  $V$ —объем сферы с радиусом, равным расстоянию данного объекта, а  $F$ —его светимость.

Поведение зависимости  $\lg N$  от  $\lg S$ , а также результаты, полученные в работах [5, 6] (см. ниже), могут быть интерпретированы в свете одного из следующих предположений:

а) средняя пространственная плотность квазизвездных радиоисточников является возрастающей функцией расстояния;

б) средняя светимость квазизвездных радиоисточников является возрастающей функцией расстояния.

Иными словами, эволюционный эффект может состоять как в убывании пространственной плотности со временем, так и в убывании светимости. Очевидно, что возможна также комбинация указанных явлений. В настоящей статье приводятся результаты статистического исследования квазизвездных радиоисточников из каталога 4С, которые свидетельствуют о том, что доминирующим эффектом является эволюция радиосветимости.

1. *Применение  $V/V_m$ -метода М. Шмидта к выборкам, ограниченным оптической- и радиосветимостью.* Метод исследования эволюционных эффектов, использованный в работах [5, 6], состоит в следующем. Для выборки, ограниченной некоторой предельной видимой яркостью, исследуется поведение случайной величины  $V/V_m$ , где  $V_m$  — объем сферы с максимальным радиусом, находясь внутри которой данный источник входил бы в рассматриваемую выборку. Очевидно, что при равномерном распределении квазизвездных радиоисточников в пространстве и отсутствии систематического изменения их светимости с расстоянием, величина  $V/V_m$  должна быть равномерно распределена на отрезке [0,1].

В обеих работах был сделан вывод о значительном возрастании пространственной плотности квазизвездных радиоисточников с расстоянием. Однако, как было отмечено Дж. Пфлайдерером и М. Райнхардтом [7], результаты этих работ совместимы также с представлением об эволюции светимости. Следует отметить, что, хотя в работах [5, 6] рассматривались выборки, ограниченные как оптической, так и радиосветимостью, сделанный в них вывод основывается в первую очередь на данных о радиосветимостях.

В работах [5, 6] рассмотрены комбинированные данные о радио- и оптической светимости квазизвездных радиоисточников. В частности, М. Шмидт при исследовании поведения величины  $V/V_m$  использовал  $V_m$ , равные меньшим из значений, полученных по радиосветимости и оптической светимости. Такой подход при исследовании эволюционных эффектов является абсолютно правильным, если исходить из того, что возможна лишь эволюция плотности. Однако, если принимается во внимание также эволюция светимости и возможность того,

что в отношении радиосветимости и оптической светимости она может проявиться в разной мере, то становится целесообразным рассмотрение соответствующих данных в отдельности. Разумеется, в этом случае становится более ощутимой возможность влияния наблюдательной селекции. Однако эта опасность не столь велика благодаря тому, что корреляции между оптическими и радиосветимостями практически нет. Поэтому мы рассмотрим поведение случайной величины  $V/V_m$  в отдельности для случаев, когда  $V_m$  определяется оптической- и радиосветимостью. Оказывается, что исследование выборки, ограниченной лишь предельной оптической светимостью, приводит к результатам, существенно отличным от тех, которые получаются при исследовании выборки, ограниченной радиосветимостью.

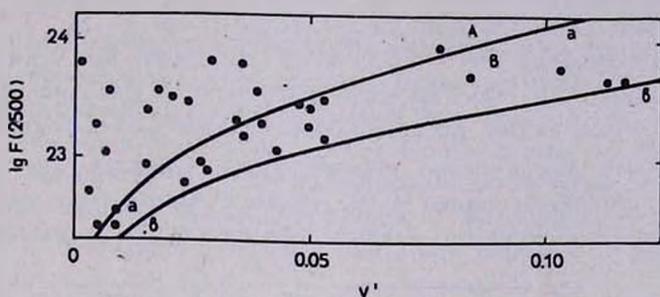


Рис. 1. Диаграмма  $V'$ ,  $\lg F(2500)$  для 33 квазизвездных радиоисточников из каталога 3CR с плотностью потока на длине волны  $2500 \text{ \AA}$ , не меньшей, чем  $10^{-30} \text{ вт м}^{-2} \text{ ц}^{-1}$ . Линия  $aa$  представляет положения источников с предельной плотностью потока. Абсциссы точек линии  $aa$  равны половине абсцисс точек линии  $bb$ .

На рис. 1 33 квазизвездных радиоисточника из каталога 3CR [8] (выборка М. Шмидта [5]), яркости которых на длине волны  $2500 \text{ \AA}$  не меньше, чем  $10^{-30} \text{ вт м}^{-2} \text{ ц}^{-1}$ , нанесены на диаграмму  $V'$  [ $= V/4\pi \times (c/H)^{-3}$ ],  $\lg F(2500)^*$ , где  $F(2500)$  — абсолютная светимость на длине волны  $2500 \text{ \AA}$  в  $\text{вт ц}^{-1}$ . Линия  $aa$  представляет положение объектов с приведенной предельной яркостью (значения  $V_m$ ). Абсцисса каждой точки линии  $aa$  равна половине абсциссы точки линии  $bb$ , имеющей ту же ординату. Очевидно, что при отсутствии эволюционных эффектов количества квазизвездных радиоисточников в областях А и В, расположенных выше и ниже кривой  $aa$ , должны совпадать. Для использованных Шмидтом квазизвездных радиоисточников из ка-

\* Все вычисления в настоящей статье проведены для модели Вселенной с нулевым давлением, нулевой космологической постоянной, постоянной Хаббла  $H = 100 \text{ км сек}^{-1} \text{ Мпс}^{-1}$  и параметром ускорения  $q_0 = +1$ .

талога ЗСР эти числа равны соответственно 16 и 17, а среднее значение  $V/V_m$  составляет 0.49. Отметим, что распределение случайной величины  $V/V_m$  в этом случае оказывается равномерным и при более детальном рассмотрении. Действительно, в интервалах 0—0.2, 0.2—0.4, 0.4—0.6, 0.6—0.8 и 0.8—1.0 имеется соответственно 8, 6, 7, 6 и 6 объектов.

Таким образом, данные, основанные лишь на оптических светимостях квазизвездных радиоисточников, приводят к выводу об отсутствии эволюционных эффектов. Однако, как отмечалось выше, аналогичные данные, основанные на радиосветимостях, приводят к другому заключению. На рис. 2, где  $F(500)$  — абсолютная светимость на частоте 500  $M\mu$ , нанесены 40 квазизвездных радиоисточников [5] из каталога ЗСР. Линия  $bb$  представляет положения источников с предельной плотностью потока каталога ЗСР ( $S_{178} = 9 \times 10^{-26} \text{ вт м}^{-2} \mu\text{м}^{-1}$ ), вычисленные в предположении  $\alpha = -0.73$ , т. е. среднему по этим 40 объектам. На линии  $aa$ , так же, как и на рис. 1, выполняется условие  $V' = 0.5 V'_m$ . Как видим, распределение квазизвездных радиоисточников в этом случае существенно неравномерно. Среднее значение  $V/V_m$  по этим 40 объектам равно 0.68. Таким образом, радиоданные определенно свидетельствуют о наличии эволюционных эффектов.

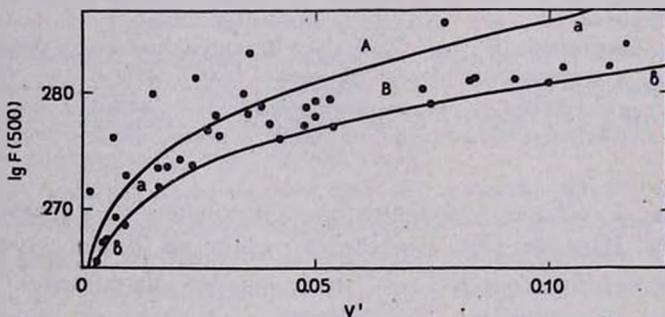


Рис. 2. Диаграмма  $V'$ ,  $\lg F(500)$  для 40 квазизвездных радиоисточников из каталога ЗСР. Линия  $bb$  представляет положения источников с  $S_{178} = 9 \times 10^{-26} \text{ вт м}^{-2} \mu\text{м}^{-1}$ . Линия  $aa$  проведена так же, как на предыдущем рисунке.

Близкие по характеру результаты на том же материале были получены в работе автора [9]. На основе совпадений значений пространственной плотности квазизвездных радиоисточников, полученных с помощью красных смещений отдельных ближайших объектов данной оптической светимости, в [9] был сделан вывод о том, что красные смещения имеют космологическую природу, а пространственное распределение квазизвездных радиоисточников при не очень больших  $z$

является равномерным. Однако применение этого метода к тем же объектам, сгруппированным по их радиосветимости, выявило рост значений плотности с красным смещением (этот эффект становится еще более отчетливым, если используются данные о всех 40 указанных выше источниках). В [9] было высказано предположение, что наблюдаемое явление обусловлено невысокой точностью значений спектрального индекса  $\alpha$ , однако позже мы убедились в том, что подобное объяснение неприемлемо.

Таким образом, как исследование распределения величин  $V/V_m$ , так и метод, примененный нами, приводят к выводу об отсутствии эволюционных эффектов, когда используются данные об оптической светимости квазизвездных радиоисточников, и о наличии этих эффектов, когда используются данные об их радиосветимости. Такой результат может быть интерпретирован только как свидетельство того, что пространственное распределение квазизвездных радиоисточников является равномерным, а их средняя радиосветимость является возрастающей функцией красного смещения при условии постоянства оптических светимостей. Поскольку надежность такого заключения существенно зависит от полноты использованных выборок, то представляет интерес исследование источников с меньшей плотностью радиопотока и поведение величины  $V/V_m$  при переходе к таким источникам.

2. *Исследование пространственного распределения квазизвездных радиоисточников каталога 4С по оптическим данным.* В табл. 1 приведены наблюдательные данные о 91 квазизвездном радиоисточнике из каталога 4С [10, 11], для которых к концу 1968 г. были определены красные смещения. Значения спектрального индекса  $\alpha$  вычислены сравнением приведенных в 4С плотностей потока на 178  $M\mu$  с плотностями потока на одной из частот 408  $M\mu$  [12, 13], 635  $M\mu$  [14], 400  $M\mu$  [15] и 750  $M\mu$  [16]. Среднее значение спектрального индекса 74 источников, для которых хотя бы в одном из каталогов [12—16] приведена плотность потока, равно — 0.55. Это значение принято для тех 17 источников, которые в каталогах [12—16] не содержатся.

Плотность потока в  $вт\ м^{-2}\ \mu^{-1}$ , отнесенная к частоте 500  $M\mu$  вычислена по формуле

$$f(500) = S_{178} \times 10^{-26} \times \left( \frac{500}{178} \right)^\alpha (1+z)^{-(1+\alpha)} \quad (1)$$

значения  $\lg f(500)$  приведены в пятом столбце табл. 1.

Таблица 1

| 4С     | $z$   | $S_{178}$ | $\alpha$ | $\lg f(500)$ | V     | B-V  | U-B   | $\lg f(2500)$ | V'     |
|--------|-------|-----------|----------|--------------|-------|------|-------|---------------|--------|
| 1      | 2     | 3         | 4        | 5            | 6     | 7    | 8     | 9             | 10     |
| 15.1   | 0.450 | 4.3       | -0.61    | -25.70       | 16.40 | 0.11 | -0.70 | -29.07        | 0.0103 |
| -00.1  | 1.037 | 13.2      | -0.56    | -25.27       | 19.35 | 0.79 | -0.96 | -30.51        | 0.0480 |
| 15.2   | 2.012 | 16.3      | -1.09    | -25.23       | 18.21 | 0.24 | -0.76 | -29.99        | 0.1172 |
| 42.1   | 1.588 | 2.0       |          | -26.13       |       |      |       |               | 0.0880 |
| -00.6  | 0.717 | 5.3       | -0.37    | -25.59       | 17.33 | 0.20 | -0.70 | -29.55        | 0.0256 |
| 01.2   | 2.107 | 4.0       | -0.17    | -25.88       | 18.39 | 0.15 | -0.70 | -30.08        | 0.1234 |
| 02.4   | 0.672 | 7.5       | -0.71    | -25.51       |       |      |       |               | 0.0228 |
| -04.4  | 1.955 | 5.0       | -0.99    | -25.75       | 16.88 | 0.46 | -0.72 | -29.47        | 0.134  |
| 25.5   | 2.358 | 2.5       | -0.65    | -26.08       |       |      |       |               | 0.1399 |
| 20.7   | 0.425 | 26.4      | -0.92    | -25.00       | 18.10 | 0.05 | -0.65 | -29.74        | 0.0091 |
| 32.8   | 0.367 | 51.0      | -0.36    | -24.54       | 16.20 | 0.42 | -0.58 | -29.11        | 0.0066 |
| -05.6  | 0.308 | 2.2       |          | -25.95       | 18.25 | 0.04 | -0.81 | -29.82        | 0.0044 |
| 01.4   | 0.260 | 3.8       |          | -25.71       | 17.07 | 0.05 | -1.02 | -29.24        | 0.0030 |
| 10.6   | 0.408 | 6.1       | -1 18    | -25.72       |       |      |       |               | 0.0083 |
| -01.11 | 0.685 | 2.7       | 0.20     | -25.75       |       |      |       |               | 0.0236 |
| -03.7  | 2.064 | 3.2       |          | -25.97       | 16.96 | 0.07 | -0.82 | -29.50        | 0.1206 |
| 13.14  | 2.065 | 2.3       |          | -26.10       | 17.71 | 0.25 | -0.73 | -29.78        | 0.1207 |
| -04.6  | 1.439 | 6.1       | -0.78    | -25.65       | 16.46 | 0.15 | -0.89 | -29.28        | 0.0773 |
| 16.12  | 0.760 | 18.7      | -0.08    | -24.99       | 18.84 | 0.53 | -0.16 | -29.92        | 0.0284 |
| 49.14  | 0.545 | 59.6      | -0.31    | -24.49       | 17.80 | 0.65 | -0.37 | -29.56        | 0.0152 |
| 11.26  | 0.768 | 17.2      | -0.84    | -25.18       | 16.60 | 0.45 | -0.50 | -28.99        | 0.0290 |
| 14.24  | 1.382 | 12.4      | -0.82    | -25.34       | 18.92 | 0.43 | -1.02 | -30.07        | 0.0732 |
| 38.21  | 1.063 | 13.0      | -1.08    | -25.35       | 17.60 | 0.45 | -0.71 | -29.66        | 0.0499 |
| 10.25  | 1.956 | 11.4      | -0.47    | -25.40       | 18.40 | 0.25 | -0.84 | -29.96        | 0.1128 |
| 48.22  | 0.871 | 73.7      | -0.81    | -24.55       | 17.60 | 0.60 | -0.46 | -29.74        | 0.0361 |
| 02.23  | 0.402 | 5.5       | 0.10     | -25.37       |       |      |       |               | 0.0081 |
| 37.24  | 0.914 | 8.5       |          | -25.44       | 18.11 | 0.42 | -0.81 | -29.90        | 0.0391 |
| 65.9   | 1.112 | 9.2       | -0.94    | -25.48       | 18.21 | 0.55 | -0.99 | -29.96        | 0.0534 |
| 58.16  | 1.534 | 12.5      | -0.80    | -25.34       | 17.62 | 0.49 | -0.49 | -29.71        | 0.0842 |
| 19.31  | 1.689 | 2.8       |          | -25.99       |       |      |       |               | 0.0952 |
| 13.38  | 0.684 | 12.0      | -0.60    | -25.28       | 18.15 | 0.43 | -0.42 | -29.91        | 0.0235 |
| 14.28  | 1.110 | 17.0      | -0.73    | -25.18       | 17.42 | 0.34 | -1.00 | -29.62        | 0.0533 |
| 17.46  | 1.444 | 3.7       |          | -25.85       |       |      |       |               | 0.0777 |
| 16.26  | 0.411 | 9.9       | -0.92    | -25.43       | 18.27 | 0.21 | -0.66 | -29.85        | 0.0085 |
| 14.31  | 0.895 | 5.3       | -0.77    | -25.68       | 17.96 | 0.54 | -0.52 | -29.89        | 0.0379 |
| 39.25  | 0.699 | 5.4       |          | -25.62       | 17.86 | 0.06 | -0.31 | -29.71        | 0.0244 |

Таблица 1 (продолжение)

| 1      | 2     | 3    | 4     | 5      | 6     | 7     | 8     | 9      | 10     |
|--------|-------|------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|--------|
| 02.27  | 0.659 | 3.7  | -0.21 | -25.70 | 17.39 | 0.13  | -0.45 | -29.52 | 0.0220 |
| 32.33  | 0.534 | 4.0  | -0.45 | -25.70 | 15.78 | 0.10  | -0.68 | -28.85 | 0.0146 |
| 00.34  | 0.906 | 6.1  | -0.82 | -25.63 | 17.57 | 0.47  | -0.71 | -29.71 | 0.0386 |
| 13.41  | 0.240 | 5.1  | -0.52 | -25.57 | 15.15 | 0.13  | -0.82 | -28.56 | 0.0024 |
| 48.28  | 0.385 | 2.7  |       | -25.88 |       |       |       |        | 0.0073 |
| 12.37  | 1.029 | 12.5 | -0.60 | -25.30 | 17.25 | 0.45  | -0.83 | -29.61 | 0.0473 |
| 20.24  | 1.11  | 9.5  | -0.55 | -25.42 | 17.07 | 0.44  | -0.81 | -29.54 | 0.0533 |
| 77.9   | 0.311 | 10.4 | -0.72 | -25.34 | 15.72 | -0.02 | -0.77 | -28.74 | 0.0045 |
| 40.28  | 0.734 | 21.7 | -0.88 | -25.09 | 17.98 | 0.15  | -0.49 | -29.80 | 0.0268 |
| 12.39  | 2.118 | 4.4  | 0.27  | -25.86 | 19.25 | 0.14  | -0.76 | -30.43 | 0.1241 |
| 30.22  | 0.614 | 6.5  | -0.70 | -25.57 | 18.24 | 0.24  | -0.56 | -29.95 | 0.0193 |
| 66.13  | 0.652 | 13.7 | -0.61 | -25.22 | 16.32 | 0.18  | -0.56 | -29.14 | 0.0210 |
| -00.47 | 1.982 | 2.5  | 0.41  | -26.08 | 17.60 | 0.17  | -0.97 | -29.76 | 0.1152 |
| 49.22  | 0.334 | 5.6  |       | -25.55 |       |       |       |        | 0.0053 |
| 31.38  | 1.557 | 7.5  | -0.80 | -25.57 | 18.96 | 0.37  | -0.65 | -30.29 | 0.0858 |
| 43.23  | 1.400 | 9.5  | -0.67 | -25.45 | 18.42 | 0.58  | -0.69 | -30.07 | 0.0745 |
| 33.29  | 1.519 | 12.7 | -0.64 | -25.33 | 18.61 | 0.19  | -0.61 | -30.15 | 0.0831 |
| 21.35  | 0.434 | 6.6  | -0.73 | -25.55 | 17.50 | 0.06  | -0.69 | -29.54 | 0.0095 |
| 25.40  | 0.267 | 2.1  |       | -25.97 |       |       |       |        | 0.0032 |
| 02.32  | 0.158 | 75.0 | -0.37 | -24.33 | 12.80 | 0.21  | -0.85 | -27.63 | 0.0008 |
| -02.55 | 0.388 | 7.4  | -0.57 | -25.45 | 16.75 | 0.48  | -0.66 | -29.41 | 0.0075 |
| 16.34  | 0.557 | 15.6 | -0.61 | -25.16 | 19.00 | 0.23  | -0.43 | -30.29 | 0.0159 |
| 56.20  | 0.320 | 8.9  | -0.63 | -25.38 | 17.93 | -0.17 | -0.78 | -29.60 | 0.0049 |
| -05.55 | 0.536 | 20.9 | -0.53 | -25.00 | 17.75 | 0.26  | -0.56 | -29.75 | 0.0147 |
| 40.32  | 1.659 | 9.2  | -0.88 | -25.48 | 19.44 | -0.13 | -0.70 | -30.49 | 0.0931 |
| -00.50 | 0.894 | 4.4  | 0.25  | -25.59 | 17.32 | 0.52  | -0.62 | -29.66 | 0.0374 |
| 25.43  | 1.055 | 16.0 | -0.23 | -25.14 | 17.67 | 0.63  | -0.65 | -29.81 | 0.0493 |
| 30.26  | 0.849 | 24.0 | -0.03 | -24.89 | 17.30 | 0.22  | -0.84 | -29.57 | 0.0345 |
| 55.27  | 0.249 | 2.6  |       | -25.87 |       |       |       |        | 0.0026 |
| -06.35 | 0.625 | 18.1 | -0.70 | -25.12 | 17.68 | 0.14  | -0.66 | -29.65 | 0.0199 |
| 60.18  | 0.961 | 8.3  | -0.74 | -25.49 | 18.12 | 0.39  | -0.82 | -29.95 | 0.0425 |
| 19.44  | 0.720 | 7.6  | -0.28 | -25.42 | 16.02 | 0.18  | -0.55 | -29.03 | 0.0259 |
| 06.49  | 1.439 | 47.1 | -0.79 | -24.76 | 16.79 | 0.33  | -0.70 | -29.41 | 0.0773 |
| 20.33  | 0.871 | 7.4  | -1.16 | -25.61 | 17.65 | 0.44  | -0.69 | -29.78 | 0.0366 |
| 71.15  | 0.904 | 23.1 | -0.56 | -25.01 | 16.78 | 0.46  | -0.77 | -29.40 | 0.0384 |
| 37.43  | 0.370 | 4.8  |       | -25.62 |       |       |       |        | 0.0067 |
| 21.45  | 0.264 | 10.0 | -0.63 | -25.32 | 16.69 | 0.11  | -0.85 | -29.17 | 0.0031 |
| 17.68  | 0.555 | 10.9 | -0.66 | -25.32 | 16.41 | 0.12  | -0.59 | -29.11 | 0.0158 |

Таблица 1 (продолжение)

| 1      | 2     | 3    | 4     | 5      | 6     | 7    | 8     | 9      | 10     |
|--------|-------|------|-------|--------|-------|------|-------|--------|--------|
| 23.43  | 0.927 | 12.6 | -0.63 | -25.29 | 17.47 | 0.44 | -0.79 | -29.67 | 0.0401 |
| 26.49  | 0.561 | 6.9  | -0.83 | -25.57 | 17.75 | 0.26 |       | -29.66 | 0.0161 |
| 39.48  | 0.595 | 11.9 | -0.32 | -25.21 | 15.96 | 0.29 | -0.50 | -29.02 | 0.0180 |
| 29.50  | 1.927 | 6.6  |       | -25.64 | 19.14 | 0.15 | -0.86 | -30.33 | 0.1115 |
| 60.24  | 0.371 | 13.5 | -0.67 | -25.22 | 15.28 | 0.13 | -0.75 | -28.59 | 0.0068 |
| 48.46  | 0.691 | 63.9 | -0.68 | -24.57 | 16.81 | 0.24 | -0.59 | -29.23 | 0.0240 |
| 16.72  | 1.805 | 12.5 | -0.54 | -25.35 | 17.96 | 0.22 | -0.79 | -29.79 | 0.1032 |
| -03.79 | 0.901 | 2.8  | 0.00  | -25.83 | 16.93 | 0.55 | -0.62 | -29.49 | 0.0382 |
| -05.92 | 1.403 | 17.3 | -0.62 | -25.18 | 18.39 | 0.44 | -0.90 | -30.04 | 0.0748 |
| -05.93 | 1.981 | 3.2  |       | -25.96 |       |      |       |        | 0.1152 |
| 11.69  | 1.037 | 5.5  | 0.31  | -25.53 | 17.32 | 0.42 | -0.79 | -29.60 | 0.0480 |
| 18.67  | 1.757 | 10.7 | -1.02 | -25.42 | 18.40 | 0.12 | -0.95 | -30.03 | 0.0999 |
| 15.76  | 0.859 | 12.7 | 0.26  | -25.12 | 16.10 | 0.47 | -0.66 | -29.12 | 0.0353 |
| 11.72  | 0.323 | 6.7  | -0.72 | -25.53 | 15.80 | 0.20 | -0.84 | -28.84 | 0.0049 |
| 29.68  | 1.012 | 6.7  |       | -25.56 | 17.30 | 0.65 | -0.87 | -29.60 | 0.0464 |
| 09.74  | 0.677 | 2.7  | 0.00  | -25.79 | 15.97 | 0.25 | -0.60 | -29.02 | 0.0231 |
| 14.85  | 1.810 | 4.9  | -0.34 | -25.76 |       |      |       |        | 0.1036 |

Вычисление плотности потока, отнесенного к длине волны 2500 Å,  $f(2500)$ , также произведено по методике М. Шмидта. При этом для учета влияния эмиссионной линии Mg II 2798 использована табл. 2 из [5]. Значения  $\lg f(2500)$  приведены в девятом столбце табл. 1. В десятом столбце этой таблицы приведены значения  $V' = V/4\pi \times (c/H)^{-3}$ .

Данные об абсолютных светимостях представлены в табл. 2. Во втором столбце для 76 источников с известными оптическими данными приведены логарифмы абсолютной оптической светимости, вычисленные по формуле

$$\lg F(2500) = \lg f(2500) + 2 \lg z + 53.03, \quad (2)$$

а в следующих четырех столбцах — значения  $V/V_m$  при различных значениях предельной плотности потока на 2500 Å. Данные третьего-шестого столбцов относятся соответственно к предельным значениям  $\lg f(2500)$ , равным -30.0, -29.8, -29.6, -29.4. Предельные значения объема  $V_m$  вычислены с помощью предельных значений  $z$ , полученных в свою очередь из уравнения (2) после подстановки в него соответствующего значения  $\lg f(2500)$ .

Среднее значение  $V/V_m$  при предельной плотности потока  $f(2500) = 10^{-30}$  вт м<sup>-2</sup> цу<sup>-1</sup> оказывается равным 0.47, что находится в

Таблица 2

| 4C     | lgF(2500) | $(V/V_m)_{opt}$ |       |       |       | lgF(500) | $(V/V_m)_{rad}$ |      |      |      |      |
|--------|-----------|-----------------|-------|-------|-------|----------|-----------------|------|------|------|------|
|        |           | -30.0           | -29.8 | -29.6 | -29.4 |          | S=2             | S=4  | S=6  | S=8  | S=10 |
| 1      | 2         | 3               | 4     | 5     | 6     | 7        | 8               | 9    | 10   | 11   | 12   |
| 15.1   | 23.26     | 0.15            | 0.21  | 0.31  | 0.47  | 26.63    | 0.44            | 0.92 | —    | —    | —    |
| -00.1  | 22.55     | —               | —     | —     | —     | 27.80    | 0.26            | 0.40 | 0.53 | 0.66 | 0.79 |
| 15.2   | 23.65     | 0.99            | —     | —     | —     | 28.40    | 0.42            | 0.53 | 0.62 | 0.70 | 0.78 |
| 42.1   | —         | —               | —     | —     | —     | 27.30    | 1.00            | —    | —    | —    | —    |
| -00.6  | 23.19     | 0.43            | 0.61  | 0.90  | —     | 27.15    | 0.39            | 0.75 | —    | —    | —    |
| 01.2   | 23.60     | —               | —     | —     | —     | 27.79    | 0.62            | 1.00 | —    | —    | —    |
| 02.4   | —         | —               | —     | —     | —     | 27.18    | 0.32            | 0.56 | 0.81 | —    | —    |
| -04.4  | 24.14     | 0.55            | 0.68  | 0.85  | —     | 27.86    | 0.63            | 0.88 | —    | —    | —    |
| 25.5   | —         | —               | —     | —     | —     | 27.70    | 0.88            | —    | —    | —    | —    |
| 20.7   | 22.55     | 0.53            | 0.85  | —     | —     | 27.28    | 0.10            | 0.17 | 0.24 | 0.30 | 0.37 |
| 32.8   | 23.05     | 0.14            | 0.20  | 0.31  | 0.49  | 27.62    | 0.04            | 0.07 | 0.10 | 0.13 | 0.16 |
| -05.6  | 22.19     | 0.62            | —     | —     | —     | 26.05    | 0.89            | —    | —    | —    | —    |
| 01.4   | 22.62     | 0.15            | 0.24  | 0.39  | 0.66  | 26.15    | 0.46            | —    | —    | —    | —    |
| 10.6   | —         | —               | —     | —     | —     | 26.54    | 0.34            | 0.65 | 0.98 | —    | —    |
| -01.11 | —         | —               | —     | —     | —     | 26.95    | 0.70            | —    | —    | —    | —    |
| -03.7  | 24.16     | 0.58            | 0.71  | 0.89  | —     | 27.70    | 0.75            | —    | —    | —    | —    |
| 13.14  | 23.88     | 0.77            | 0.98  | —     | —     | 27.56    | 0.91            | —    | —    | —    | —    |
| -04.6  | 24.07     | 0.40            | 0.50  | 0.63  | 0.83  | 27.70    | 0.50            | 0.75 | 0.99 | —    | —    |
| 16.12  | 22.87     | 0.85            | —     | —     | —     | 27.80    | 0.14            | 0.23 | 0.32 | 0.42 | 0.52 |
| 49.14  | 22.94     | 0.40            | 0.59  | 0.92  | —     | 28.01    | 0.07            | 0.09 | 0.12 | 0.14 | 0.17 |
| 11.26  | 23.81     | 0.20            | 0.26  | 0.34  | 0.46  | 27.62    | 0.21            | 0.32 | 0.42 | 0.52 | 0.62 |
| 14.24  | 23.24     | —               | —     | —     | —     | 27.97    | 0.35            | 0.49 | 0.62 | 0.74 | 0.86 |
| 38.21  | 23.42     | 0.58            | 0.79  | —     | —     | 27.74    | 0.32            | 0.46 | 0.58 | 0.71 | 0.82 |
| 10.25  | 23.65     | 0.95            | —     | —     | —     | 28.20    | 0.39            | 0.53 | 0.66 | 0.79 | 0.91 |
| 48.22  | 23.17     | 0.62            | 0.88  | —     | —     | 28.36    | 0.12            | 0.16 | 0.19 | 0.22 | 0.24 |
| 02.23  | —         | —               | —     | —     | —     | 26.86    | 0.29            | 0.67 | —    | —    | —    |
| 37.24  | 23.05     | 0.83            | —     | —     | —     | 27.51    | 0.32            | 0.52 | 0.73 | 0.95 | —    |
| 65.9   | 23.16     | 0.93            | —     | —     | —     | 27.64    | 0.37            | 0.56 | 0.73 | 0.90 | —    |
| 58.16  | 23.69     | 0.67            | 0.88  | —     | —     | 28.06    | 0.37            | 0.51 | 0.63 | 0.75 | 0.86 |
| 19.31  | —         | —               | —     | —     | —     | 27.49    | 0.79            | —    | —    | —    | —    |
| 13.38  | 22.79     | 0.82            | —     | —     | —     | 27.42    | 0.22            | 0.37 | 0.52 | 0.67 | 0.83 |
| 14.28  | 23.50     | 0.54            | 0.73  | —     | —     | 27.94    | 0.26            | 0.37 | 0.47 | 0.57 | 0.66 |
| 17.46  | —         | —               | —     | —     | —     | 27.50    | 0.64            | —    | —    | —    | —    |
| 16.26  | 22.41     | 0.69            | —     | —     | —     | 26.83    | 0.21            | 0.39 | 0.59 | 0.79 | —    |
| 14.31  | 23.04     | 0.82            | —     | —     | —     | 27.25    | 0.46            | 0.79 | —    | —    | —    |
| 39.25  | 23.01     | 0.56            | 0.83  | —     | —     | 27.10    | 0.40            | 0.74 | —    | —    | —    |

Таблица 2 (продолжение)

| 1      | 2     | 3    | 4    | 5    | 6    | 7     | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
|--------|-------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------|------|
| 02.27  | 23.15 | 0.39 | 0.56 | 0.84 | —    | 26.97 | 0.52 | —    | —    | —    | —    |
| 32.33  | 23.63 | 0.13 | 0.17 | 0.23 | 0.32 | 26.78 | 0.48 | 1.00 | —    | —    | —    |
| 00.34  | 23.23 | 0.60 | 0.85 | —    | —    | 27.31 | 0.42 | 0.70 | 0.99 | —    | —    |
| 13.41  | 23.23 | 0.04 | 0.05 | 0.08 | 0.12 | 26.22 | 0.32 | 0.74 | —    | —    | —    |
| 48.28  | —     | —    | —    | —    | —    | 26.32 | 0.71 | —    | —    | —    | —    |
| 12.37  | 23.44 | 0.53 | 0.72 | —    | —    | 27.76 | 0.27 | 0.42 | 0.55 | 0.69 | 0.83 |
| 20.24  | 23.58 | 0.49 | 0.66 | 0.90 | —    | 27.70 | 0.33 | 0.51 | 0.69 | 0.86 | —    |
| 77.9   | 23.28 | 0.06 | 0.09 | 0.13 | 0.20 | 26.68 | 0.17 | 0.34 | 0.53 | 0.73 | 0.95 |
| 40.28  | 22.96 | 0.67 | —    | —    | —    | 27.67 | 0.18 | 0.27 | 0.35 | 0.43 | 0.51 |
| 12.39  | 23.25 | —    | —    | —    | —    | 27.82 | 0.51 | 0.91 | —    | —    | —    |
| 30.22  | 22.65 | 0.90 | —    | —    | —    | 27.05 | 0.34 | 0.62 | 0.92 | —    | —    |
| 66.13  | 23.52 | 0.21 | 0.29 | 0.40 | 0.58 | 27.44 | 0.20 | 0.33 | 0.46 | 0.59 | 0.73 |
| -00.47 | 23.87 | 0.74 | 0.95 | —    | —    | 27.54 | 0.79 | —    | —    | —    | —    |
| 49.22  | —     | —    | —    | —    | —    | 26.53 | 0.31 | 0.67 | —    | —    | —    |
| 31.38  | 23.12 | —    | —    | —    | —    | 27.85 | 0.47 | 0.67 | 0.86 | —    | —    |
| 43.23  | 23.25 | —    | —    | —    | —    | 27.87 | 0.38 | 0.56 | 0.72 | 0.88 | —    |
| 33.29  | 23.24 | —    | —    | —    | —    | 28.06 | 0.35 | 0.48 | 0.61 | 0.73 | 0.84 |
| 21.35  | 22.76 | 0.35 | 0.54 | 0.87 | —    | 26.75 | 0.30 | 0.58 | 0.90 | —    | —    |
| 25.40  | —     | —    | —    | —    | —    | 25.92 | 0.94 | —    | —    | —    | —    |
| 02.32  | 23.80 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 27.10 | 0.01 | 0.03 | 0.04 | 0.06 | 0.08 |
| -02.55 | 22.80 | 0.26 | 0.40 | 0.63 | —    | 26.76 | 0.25 | 0.50 | 0.78 | —    | —    |
| 16.34  | 22.23 | —    | —    | —    | —    | 27.36 | 0.16 | 0.27 | 0.39 | 0.51 | 0.63 |
| 56.20  | 22.44 | 0.37 | 0.60 | —    | —    | 26.66 | 0.19 | 0.40 | 0.63 | 0.88 | —    |
| -05.55 | 22.74 | 0.57 | 0.89 | —    | —    | 27.48 | 0.12 | 0.21 | 0.29 | 0.38 | 0.47 |
| 40.32  | 22.98 | —    | —    | —    | —    | 27.99 | 0.44 | 0.61 | 0.77 | 0.91 | —    |
| -00.50 | 23.27 | 0.55 | 0.77 | —    | —    | 27.34 | 0.42 | 0.89 | —    | —    | —    |
| 25.43  | 23.26 | 0.73 | —    | —    | —    | 27.94 | 0.21 | 0.32 | 0.43 | 0.54 | 0.65 |
| 30.26  | 23.32 | 0.47 | 0.65 | 0.94 | —    | 27.99 | 0.13 | 0.19 | 0.26 | 0.34 | 0.41 |
| 55.27  | —     | —    | —    | —    | —    | 25.94 | 0.71 | —    | —    | —    | —    |
| -06.35 | 22.97 | 0.49 | 0.73 | —    | —    | 27.50 | 0.16 | 0.26 | 0.36 | 0.46 | 0.57 |
| 60.18  | 23.05 | 0.91 | —    | —    | —    | 27.50 | 0.35 | 0.55 | 0.76 | 0.97 | —    |
| 19.44  | 23.71 | 0.20 | 0.26 | 0.35 | 0.49 | 27.33 | 0.28 | 0.52 | 0.78 | —    | —    |
| 06.49  | 23.93 | 0.46 | 0.58 | 0.76 | —    | 28.58 | 0.22 | 0.28 | 0.32 | 0.36 | 0.40 |
| 20.33  | 23.14 | 0.66 | 0.95 | —    | —    | 27.31 | 0.40 | 0.63 | 0.85 | —    | —    |
| 71.15  | 23.55 | 0.37 | 0.50 | 0.69 | 0.99 | 27.93 | 0.18 | 0.26 | 0.34 | 0.41 | 0.49 |
| 37.43  | —     | —    | —    | —    | —    | 26.54 | 0.37 | 0.81 | —    | —    | —    |
| 21.45  | 22.70 | 0.13 | 0.20 | 0.32 | 0.54 | 26.55 | 0.16 | 0.34 | 0.54 | 0.76 | 1.00 |
| 17.68  | 23.41 | 0.19 | 0.26 | 0.36 | 0.54 | 27.19 | 0.21 | 0.38 | 0.55 | 0.73 | 0.91 |

Таблица 2 (продолжение)

| 1      | 2     | 3    | 4    | 5    | 6    | 7     | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
|--------|-------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------|------|
| 23.43  | 23.29 | 0.56 | 0.79 | —    | —    | 27.68 | 0.26 | 0.40 | 0.54 | 0.68 | 0.82 |
| 26.49  | 22.87 | 0.48 | 0.73 | —    | —    | 26.96 | 0.32 | 0.59 | 0.87 | —    | —    |
| 39.48  | 23.55 | 0.17 | 0.23 | 0.32 | 0.46 | 27.37 | 0.18 | 0.33 | 0.49 | 0.65 | 0.83 |
| 29.50  | 23.27 | —    | —    | —    | —    | 27.96 | 0.50 | 0.73 | 0.94 | —    | —    |
| 60.24  | 23.58 | 0.06 | 0.08 | 0.12 | 0.17 | 26.95 | 0.14 | 0.27 | 0.41 | 0.55 | 0.71 |
| 48.46  | 23.48 | 0.26 | 0.35 | 0.49 | 0.71 | 28.14 | 0.09 | 0.13 | 0.16 | 0.19 | 0.22 |
| 16.72  | 23.75 | 0.77 | 0.99 | —    | —    | 28.19 | 0.37 | 0.50 | 0.63 | 0.74 | 0.86 |
| -03.79 | 23.45 | 0.42 | 0.58 | 0.82 | —    | 27.11 | 0.70 | —    | —    | —    | —    |
| -05.92 | 23.29 | —    | —    | —    | —    | 28.14 | 0.29 | 0.40 | 0.49 | 0.59 | 0.68 |
| -05.93 | —     | —    | —    | —    | —    | 27.67 | 0.74 | —    | —    | —    | —    |
| 11.69  | 23.46 | 0.52 | 0.71 | —    | —    | 27.54 | 0.34 | 0.69 | —    | —    | —    |
| 18.67  | 23.49 | —    | —    | —    | —    | 28.10 | 0.44 | 0.59 | 0.72 | 0.84 | 0.96 |
| 15.76  | 23.78 | 0.25 | 0.33 | 0.43 | 0.60 | 27.78 | 0.16 | 0.28 | 0.43 | 0.58 | 0.75 |
| 11.72  | 23.21 | 0.08 | 0.11 | 0.17 | 0.25 | 26.52 | 0.26 | 0.55 | 0.88 | —    | —    |
| 29.68  | 23.44 | 0.52 | 0.71 | —    | —    | 27.49 | 0.39 | 0.65 | 0.91 | —    | —    |
| 09.74  | 23.68 | 0.19 | 0.25 | 0.33 | 0.47 | 26.90 | 0.71 | —    | —    | —    | —    |
| 14.85  | —     | —    | —    | —    | —    | 27.79 | 0.55 | 0.86 | —    | —    | —    |

хорошем согласии с приведенной выше величиной, полученной для источников из каталога 3CR. Этот результат показывает, что переход к объектам с меньшей плотностью радиопотока не влияет на сделанный выше вывод о равномерном распределении квазизвездных радиоисточников в сопутствующем пространстве. В отсутствии систематического хода величины  $V/V_m$  при переходе к объектам с меньшей плотностью радиопотока можно убедиться по данным табл. 3, в которой приведены средние значения этой величины для источников с различными  $S_{178}$ .

Таблица 3

| Пределы $S_{178}$ | $15 < S_{178}$ | $9 < S_{178} < 15$ | $5 < S_{178} < 9$ | $2 < S_{178} < 5$ |
|-------------------|----------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| $(V/V_m)_{opt}$   | 0.48           | 0.47               | 0.49              | 0.44              |
| $n$               | 17             | 17                 | 18                | 12                |

В связи с этим заслуживает внимания следующее обстоятельство. Зависимость  $\lg N$  от  $\lg S$ , построенная на материале 76 квазизвездных радиоисточников с известными оптическими данными, имеет постоянный угловой коэффициент, равный  $-1.95$ , вплоть до  $S_{178} = 10$  единиц потока (рис. 3а). Средние значения  $(V/V_m)_{opt}$ , вычисленные по 30 объектам с  $S_{178} > 10$  единиц потока и по 34 объектам с  $S_{178} < 10$

единицам потока, равны друг другу. С другой стороны, изменение углового коэффициента зависимости  $\lg N$  от  $\lg S$  при  $S = 10$  единицам потока говорит о значительном влиянии наблюдательной селекции. Поскольку при этом среднее значение  $(V/V_m)_{\text{opt}}$  не меняется, то мы можем констатировать, что наша выборка объектов с известными оптическими данными и для слабых радиисточников остается представительной. Это обстоятельство может служить свидетельством отсутствия корреляции между оптическими светимостями и радиосветимостями квазизвездных радиисточников.

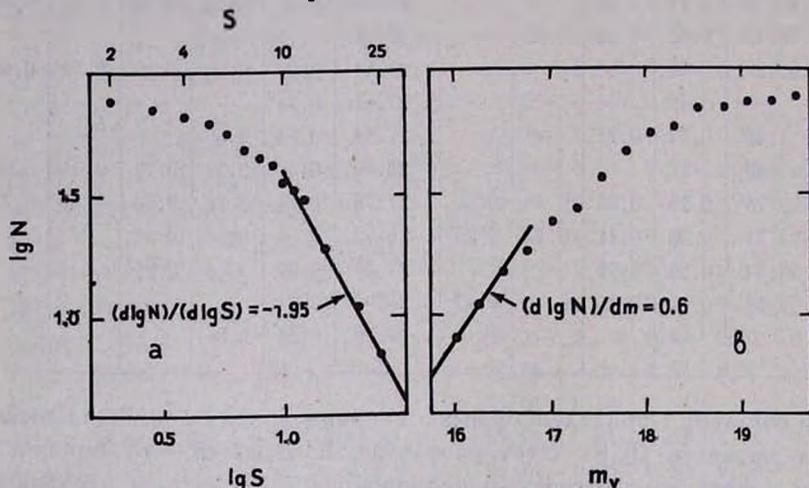


Рис. 3. Соотношения  $\lg N$ ,  $\lg S$  (а) и  $\lg N$ ,  $m_v$  (б) для 76 квазизвездных радиисточников из каталога 4С.с и известными красными смещениями и оптическими данными.

Легко убедиться также в том, что среднее значение  $(V/V_m)_{\text{opt}}$  мало меняется при различных предельных оптических потоках. В табл. 4 приведены вычисленные по данным табл. 2 средние значения  $(V/V_m)_{\text{opt}}$  при различных предельных значениях видимой оптической плотности потока.

Таблица 4

| Предельное значение $\lg f$ (2500) | -30.0 | -29.8 | -29.6 | -29.4 |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| $(V/V_m)_{\text{opt}}$             | 0.47  | 0.54  | 0.51  | 0.48  |
| $n$                                | 64    | 51    | 31    | 20    |

Данные табл. 3 и 4 показывают, что близость среднего значения  $(V/V_m)_{\text{opt}}$  к 0.5 не обусловлена наблюдательной селекцией, по-

сколько эта величина не показывает заметного хода с изменением предельной плотности потока в оптическом или радиодиапазоне. Можно констатировать, таким образом, что данные каталога 4С подтверждают сделанный выше вывод об отсутствии эволюционных эффектов, связанных с квазизвездными радиоисточниками, если их исследование ведется с помощью оптических данных. В виде дополнительного свидетельства в пользу этого утверждения можно привести следующий факт. Зависимость  $\lg N$  от  $\lg S$ , построенная по оптическим данным о тех же 76 объектах, на которых основана зависимость, приведенная на рис. 3а, ни в одном интервале не имеет наклона меньшего, чем  $-1.5$  (рис. 3в).

3. *Исследование пространственного распределения квазизвездных радиоисточников каталога 4С по радиоданным.* В табл. 2 приведены данные об абсолютных радиосветимостях квазизвездных радиоисточников табл. 1. В седьмом столбце таблицы даны логарифмы абсолютной радиосветимости на частоте 500 Мц, вычисленные по формуле, аналогичной (2). Далее, в восьмом — двенадцатом столбцах приведены значения  $(V/V_m)_{\text{rad}}$  при различных предельных плотностях радиопотока на частоте 178 Мц. Для вычисления  $V_m$  в каждом случае решалось относительно  $z$  уравнение

$$\lg F(500) = \lg S_{178} + \alpha \lg \left( \frac{500}{178} \right) - (1 + \alpha) \lg(1 + z) + 2 \lg z + 27.03 \quad (3)$$

с соответствующим предельным значением  $S_{178}$ . С помощью полученных предельных значений красного смещения  $z$  вычислялись предельные значения  $V_m$  и соответствующие  $(V/V_m)_{\text{rad}}$ . Результаты определения средних значений  $(V/V_m)_{\text{rad}}$  при различных предельных плотностях радиопотока приведены в табл. 5. Из таблицы следует, что средние значения  $(V/V_m)_{\text{rad}}$  систематически убывают при привлечении источников с меньшими предельными плотностями потока.

Таблица 5

| Предельное значение $S_{178}$     | 10         | 8          | 6          | 4          | 2          |
|-----------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| $\overline{(V/V_m)_{\text{rad}}}$ | 0.65(0.62) | 0.60(0.57) | 0.58(0.54) | 0.50(0.46) | 0.38(0.33) |
| $n$                               | 37(31)     | 45(37)     | 59(47)     | 74(56)     | 91(64)     |

Как видим, поведение величины  $V/V_m$ , обусловленной радиосветимостями, существенно отличается от поведения ее аналога, соот-

ветствующего оптической светимости (табл. 4) — среднее значение  $(V/V_m)_{\text{rad}}$  при не очень малых предельных плотностях радиопотока значительно превосходит значение 0.5. Следует отметить, что различие между средними значениями  $(V/V_m)_{\text{rad}}$  и  $(V/V_m)_{\text{opt}}$  не обусловлено тем, что эти средние получены по различным выборкам. Действительно, средние значения  $(V/V_m)_{\text{rad}}$ , вычисленные лишь с помощью 64 объектов, использованных выше при вычислении  $\overline{(V/V_m)_{\text{opt}}}$ , приведены в табл. 5, в скобках. Как видим, они мало отличаются от значений, соответствующих всей использованной выборке.

Таким образом, статистика квазизвездных радиоисточников, основанная на их радиосветимостях, определенно свидетельствует о наличии эволюционных эффектов. Что касается уменьшения среднего значения  $(V/V_m)_{\text{rad}}$  при переходе к меньшим предельным плотностям радиопотока, то оно несомненно должно быть отчасти обусловлено эффектом селекции. Однако при наличии эволюции радиосветимости такого эффекта можно было бы ожидать также и в случае отсутствия наблюдательной селекции. Действительно, если радиосветимости квазизвездных радиоисточников возрастают с увеличением красного смещения, причем их пространственная плотность остается постоянной, то среднее значение  $(V/V_m)_{\text{rad}}$  с переходом к достаточно слабым источникам должно начать убывать. Это связано с тем обстоятельством, что в случае роста средней радиосветимости в принципе должно существовать такое значение предельной плотности потока, с дальнейшим уменьшением которого новые источники низкой собственной светимости обнаруживаться не будут. Это повлечет за собой увеличение значений  $V_m$  при неизменных значениях  $V$  источников практически той же самой выборки. В случае же роста пространственной плотности среднее значение  $V/V_m$  при переходе к меньшим предельным плотностям потока должно возрастать.

4. *Обсуждение результатов.* Результаты, полученные в настоящей работе, так же, как и результаты, приведенные в [9], показывают, что статистическое исследование квазизвездных радиоисточников выявляет наличие эволюционных эффектов, когда используются данные, полученные из радионаблюдений, и не выявляет таких эффектов, когда используются результаты оптических наблюдений. Такая ситуация может возникнуть лишь в случае, когда эволюционные эффекты главным образом связаны с уменьшением радиосветимости источников со временем и в гораздо меньшей степени — с уменьшением их пространственной плотности. Такое утверждение, безусловно, ни в

к которой не означает, что отрицается эволюция плотности квазизвездных радиоисточников. Речь идет лишь о том, что доминирующим фактором, обуславливающим наблюдаемые эволюционные эффекты, является уменьшение со временем средней радиосветимости квазизвездных радиоисточников.

Представление о монотонном уменьшении радиосветимости со временем встречается с серьезными затруднениями. Дело в том, что обсуждаемое изменение радиосветимости получено из исследования источников, находящихся на расстояниях, достигающих  $10^{10}$  световых лет. А принятые в настоящее время значения продолжительности радиожизни квазизвездных радиоисточников — порядка  $10^7$  лет [17]. Поэтому обсуждаемое уменьшение радиосветимости не может быть отражением монотонного изменения мощности их радиоизлучения.

С другой стороны, едва ли можно полагать, что обсуждаемый эффект является результатом того, что квазизвездные радиоисточники, возникшие в более ранние эпохи, обладают большей мощностью радиоизлучения. Этому противоречит то обстоятельство, что даже при  $z > 2$  существует множество квазизвездных объектов, не имеющих радиоизлучения. Их число, по-видимому, на несколько порядков превосходит число квазизвездных радиоисточников.

Эти трудности могут быть преодолены в свете представления о последовательных радиовспышках квазизвездных объектов. Предположение о том, что продолжительность жизни этих объектов порядка  $10^{10}$  лет, а суммарная продолжительность радиовспышек, т. е. продолжительность жизни в состоянии квазизвездного радиоисточника —  $10^7$  лет, находится в согласии с отношением пространственных плотностей этих объектов. Тогда для объяснения наблюдаемого изменения средней радиосветимости квазизвездных радиоисточников достаточно сделать весьма естественное предположение о том, что более поздние радиовспышки этих объектов в среднем характеризуются меньшей мощностью, чем более ранние. Таким образом, квазизвездные радиоисточники могут рассматриваться как своего рода активная фаза квазизвездных объектов.

Автор благодарен академику В. А. Амбарцумяну за внимание к работе и ценное обсуждение.

## ON THE NATURE OF EVOLUTIONARY EFFECTS, ASSOCIATED WITH QUASI-STELLAR RADIO SOURCES. I

M. A. ARAKELIAN

The method of investigation of evolutionary effects applied earlier by M. Schmidt ( $V/V_m$  — method) to the sample of quasi-stellar radio sources from 3CR Catalogue is used for two samples. The volume  $V_m$  is calculated for one of them by means of optical luminosities only, and the radioluminities are used for the other one. No evolutionary effect is found in the first case, but this effect is quite evident in the second case. Similar results are obtained by the investigation of quasi-stellar radio sources from 4C Catalogue.

These facts are interpreted as a result of uniform distribution of quasi-stellar radio sources in co-moving space, their constant mean optical luminosity and evolving radioluminosity.

The variation of mean radioluminosity may be understood if one considers the quasi-stellar radio sources as some active phase of quasi-stellar objects. It is supposed that quasi-stellar objects from time to time are undergo some sort of radio bursts and the mean intensity of the later bursts are less than that of the earlier ones.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. M. Ryle, R. W. Clarke, M. N., 122, 349, 1961.
2. W. Davidson, M. N., 123, 425, 1962.
3. J. F. R. Gower, M. N., 133, 151, 1966.
4. M. S. Longair, M. N., 133, 421, 1966.
5. M. Schmidt, Ap. J., 151, 393, 1968.
6. M. Rowan-Robinson, M. N., 138, 445, 1968.
7. J. Pfeleiderer, M. v. Reinhardt, Mitteilungen der Astronomischen Institute, № 100, Bonn, 1968.
8. A. S. Bennet, Mem. RAS, 68, 163, 1962.
9. M. A. Arakelian, Nature, 219, 595, 1968.
10. J. D. N. Pilkington, P. F. Scott, Mem. RAS, 69, 183, 1965.
11. J. F. R. Gower, P. F. Scott, D. Wills, Mem. RAS, 71, 49, 1967.
12. G. A. Day, A. J. Shimmins, R. D. Ekers, D. J. Cole, Aust., J. Phys., 19, 35, 1966.
13. A. J. Shimmins, G. A. Day, R. D. Ekers, D. J. Cole, Austr. J. Phys., 19, 837, 1966.
14. A. J. Shimmins, G. A. Day, Austr. J. Phys., 21, 377, 1968.
15. K. I. Kellermann, Ap. J., 140, 969, 1964.
16. I. I. K. Pauliny-Toth, C. M. Wade, D. S. Heeschen, Ap. J., Suppl., 13, 65, 1966.
17. M. Schmidt, Ap. J., 146, 7, 1966.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР  
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 5

АВГУСТ, 1969

ВЫПУСК 3

О СОБСТВЕННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ RY ПЕРСЕЯ

О. С. ШУЛОВ, Г. А. ГУДКОВА

Поступила 13 января 1969

Исправлена 20 апреля 1969

Для затменной двойной RY Персея была найдена усредненная зависимость поляризации от фазы, основанная на 230 индивидуальных наблюдениях Н. М. Шаховского [1] и О. С. Шулова [2]. Из изучения межзвездной поляризации 24 звезд в области неба вокруг RY Персея определен межзвездный компонент поляризации и выделена собственная поляризация излучения затменной как функция фазы (рис. 2).

Собственная поляризация излучения RY Персея в общих чертах интерпретирована как результат рассеяния света звезд этой двойной системы на свободных электронах газовой дискообразной туманности, окружающей главную звезду (рис. 4). Масса этой туманности оценена как  $2.6 \cdot 10^{-11} m_{\odot}$ .

1. *Поляриметрические наблюдения RY Персея.* Переменность поляризации излучения затменной двойной RY Персея была обнаружена Н. М. Шаховским по его наблюдениям 1961 года [1]. Оказалось, что в главном минимуме кривой блеска параметры поляризации претерпевают сильные изменения с фазой, тогда как вне затмения поляризация была найдена примерно постоянной, насколько можно было судить об этом по тому количеству наблюдений, которое имелось в [1].

Совершенно независимо от результатов работы [1] нами в 1964 году были начаты, а в 1965 продолжены поляриметрические наблюдения этой затменной системы. За два наблюдательных сезона было выполнено 180 измерений параметров поляризации; полученный наблюдательный материал был опубликован в [2]. Большие изменения поляризации на фазах главного минимума хорошо подтвердились. Кроме того, наши наблюдения показали, что и вне затмения поляризация из-

меняется с фазой, однако в значительно меньших пределах, чем во время затмения.

Сравнение рядов наблюдений из [1] и [2] показало отсутствие между ними заметных систематических различий, что позволило объединить эти два ряда в целях построения единой усредненной зависимости параметров поляризации от фотометрической фазы. Таким образом, появилась возможность использовать около 230 наблюдений, достаточно хорошо перекрывающих все фазы периода RY Персея.

Таблица 1

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ  
RY ПЕРСЕЯ НА РАЗНЫХ ФАЗАХ

| $f$    | $n$ | $p \pm \sigma_p$ (в %) | $\theta \pm \sigma_\theta$ |
|--------|-----|------------------------|----------------------------|
| 0.0690 | 9   | 0.43±0.05              | 99.0±3.5                   |
| 0.171  | 14  | 0.31 0.04              | 98.5 3.5                   |
| 0.230  | 10  | 0.39 0.03              | 96.5 2.0                   |
| 0.352  | 10  | 0.37 0.04              | 98.0 3.0                   |
| 0.473  | 15  | 0.27 0.03              | 94.0 3.0                   |
| 0.532  | 21  | 0.31 0.03              | 99.5 2.5                   |
| 0.646  | 7   | 0.19 0.05              | 88.5 7.5                   |
| 0.751  | 11  | 0.19 0.06              | 84.0 9.0                   |
| 0.829  | 7   | 0.33 0.06              | 96.0 5.0                   |
| 0.9130 | 3   | 0.36 0.06              | 105.0 5.0                  |
| 0.9465 | 6   | 0.46 0.09              | 98.0 5.5                   |
| 0.9559 | 11  | 0.40 0.04              | 102.5 3.0                  |
| 0.9647 | 13  | 0.25 0.05              | 98.0 5.5                   |
| 0.9728 | 10  | 0.26 0.05              | 84.5 5.5                   |
| 0.9771 | 10  | 0.36 0.06              | 64.0 5.0                   |
| 0.9841 | 7   | 0.72 0.11              | 49.0 4.5                   |
| 0.9941 | 7   | 0.56 0.15              | 37.0 7.5                   |
| 0.0050 | 9   | 0.58 0.10              | 35.5 5.5                   |
| 0.0150 | 10  | 0.33 0.07              | 58.0 6.0                   |
| 0.0236 | 12  | 0.35 0.06              | 79.0 5.0                   |
| 0.0362 | 9   | 0.49 0.03              | 100.5 2.0                  |
| 0.0449 | 11  | 0.49 0.05              | 100.0 2.5                  |
| 0.0534 | 8   | 0.36±0.06              | 106.5±5.0                  |

Средние значения параметров поляризации в зависимости от фазы приведены в табл. 1, в которой фазы  $f$ , приведенные в первом столбце, вычислены от элементов ОКПЗ 1958. Во втором столбце этой табл. 1 указано число наблюдений, а в двух последних столбцах

приводятся средние значения параметров поляризации  $p$  и  $\theta$  вместе с их ошибками, найденными из разброса индивидуальных наблюдений. Усреднение производилось по составляющим вектора поляризации  $p_x$  и  $p_y$  в прямоугольной системе координат.

2. *Межзвездный компонент поляризации.* Очевидно, что наблюдаемая переменная поляризация в общем случае есть векторная сумма переменной собственной поляризации и постоянной поляризации межзвездного происхождения и что для выделения собственного компонента необходимо определить межзвездную поляризацию из каких-либо дополнительных данных.

Для этой цели мы использовали, во-первых, полученные нами результаты изучения межзвездной поляризации в площадке неба диаметром около  $1^\circ$  вокруг RY Персея и, во-вторых, для уточнения значений параметров межзвездного компонента поляризации RY Персея воспользовались тем довольно очевидным обстоятельством, что для затменной системы (с наклонностью  $i \approx 90^\circ$ ) направление собственной поляризации на всех фазах должно оставаться примерно постоянным и быть перпендикулярным плоскости орбиты. Последний прием был описан, например, в работе [1].

Наблюдательные данные для изучения межзвездной поляризации в окрестности RY Персея были получены нами в 1967 году в Бюракане. Фотометрические и поляризационные наблюдения 24 звезд были сделаны на универсальном фотовольтрическом фотометре, установленном на  $20''$  рефлекторе АЗТ-14 Бюраканской станции АО ЛГУ [3], а спектральная классификация была выполнена по снимкам с объективной призмой (дисперсия  $450 \text{ \AA}/\text{мм}$  у  $H_\gamma$ ), полученным на  $8''$  камере Шмидта Бюраканской обсерватории АН АрмССР.

Методы обработки наблюдений и нахождения закономерностей в пространственном распределении межзвездной поляризации аналогичны тем, которые описываются в публикуемой нами работе [4]. Там же показан способ нахождения искомого межзвездного компонента поляризации для затменной звезды с собственной поляризацией и обсуждаются ошибки такой операции. Здесь мы не будем вновь касаться этих вопросов, а сформулируем лишь основные заключения, к которым мы пришли в результате анализа наблюдательных данных.

Межзвездная поляризация в площадке неба вокруг затменной RY Персея довольно регулярна по направлению, как можно видеть из рис. 1. Существенные отклонения в направлении поляризации встречаются только у близких звезд с небольшой поляризацией и у звезды с самой большой наблюдаемой поляризацией, расположенной значительно дальше всех остальных звезд.

Наблюдения RY Персея, сделанные на фазе 0.27, когда можно считать излучение яркой звезды преобладающим в общем блеске системы, показали, что для нее

$$V = 8.50, \quad B - V = +0.15, \quad Sp = B5V.$$

Отсюда для этой затменной системы получаем:

$$A_V = 0.93, \quad V_0 - M_V = 8.6, \quad r = 520 \text{ пс.}$$

Выделив среди наблюдаемых звезд в площадке те, которые расположены на примерно одинаковых с RY Персея расстояниях, имеют близкие с ней величины межзвездного поглощения и спектральные

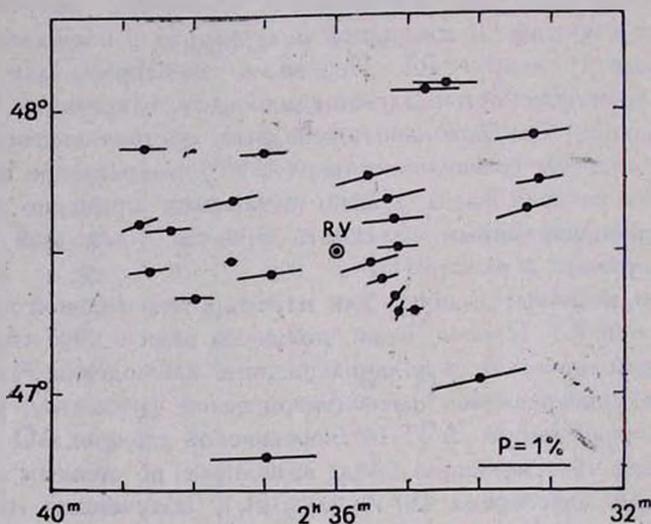


Рис. 1. Межзвездная поляризация в окрестности RY Персея.

типы В или А, мы нашли, что степень межзвездной поляризации для RY Персея должна быть равной  $p_M = 0.70\% \pm 0.20\%$ , а позиционный угол  $\theta_M$  направления межзвездной поляризации должен иметь значение, находящееся где-то между  $90^\circ$  и  $107'$ . Для уточнения величины  $\theta_M$  был использован упомянутый выше способ, описанный в [1], который дал  $\theta_M = 107^\circ$ . Поскольку этот ответ не противоречил пределам, установленным из наблюдений межзвездной поляризации у соседних с RY Персея звезд, величины

$$p_M = 0.70\% \pm 0.20\%, \quad \theta_M = 107^\circ \pm 8^\circ$$

были приняты как окончательные параметры межзвездного компонента поляризации излучения RY Персея.

3. *Собственная поляризация и количество поляризованного света.* Полученная после исключения межзвездного компонента зависимость собственной поляризации от фазы представлена на рис. 2,

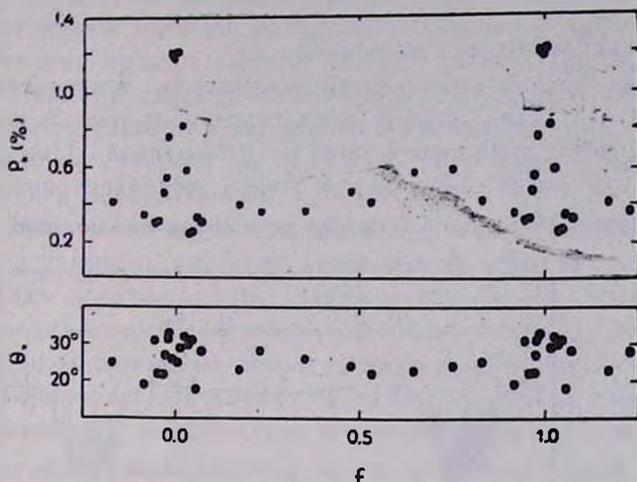


Рис. 2. Зависимость параметров собственной поляризации RY Персея от фазы.

из которого видно, что направление собственной поляризации практически не меняется — вычисленные значения  $\theta_*$  группируются (с разбросом, определяемым в основном ошибками измерений) вокруг позиционного угла  $26^\circ$ . Именно этого и следовало ожидать для затменной системы (см. [1, 6]), если собственная поляризация ее излучения производится рассеянием света звезд-компонентов системы на веществе газового потока или образованной им туманности, поскольку газовые массы локализируются в плоскости орбиты двойной. Так как направление собственной поляризации перпендикулярно плоскости орбиты, позиционный угол линии узлов орбиты RY Персея — элемент, определяемый только из поляризационных наблюдений — равен  $116^\circ$ .

Степень собственной поляризации  $p_p$  резко возрастает (от  $0.4\%$  вне затмения до  $1.2\%$ ) на фазах, соответствующих затмению главной звезды, что отчасти объясняется увеличением доли поляризованного света в общем излучении системы, если поляризация возникает в рассеивающем облаке, размер которого существенно превышает размеры затмевающей звезды [6].

Изменение поляризации суммарного излучения системы вследствие затмений звезд друг другом является эффектом побочного характера, не имеющим отношения к свечению самого рассеивающего облака, и если мы хотим выделить только то, что относится непосредственно к самому облаку, от этого эффекта надо освободиться.

Для этого достаточно [6] перейти от собственной поляризации  $p_s$  к количеству поляризованного света  $p_0$  согласно соотношению

$$p_0(f) = l(f) \cdot p_s(f),$$

где  $l(f)$  — кривая блеска затменной.

Для RY Персея наблюдаемая зависимость количества поляризованного света от фазы представлена точками на рис. 3; вертикальные черточки у точек изображают ошибки наблюдений. При вычислении величин  $p_0(f)$  здесь была использована фотоэлектрическая кривая блеска, полученная из наших поляризационных наблюдений 1965 года.

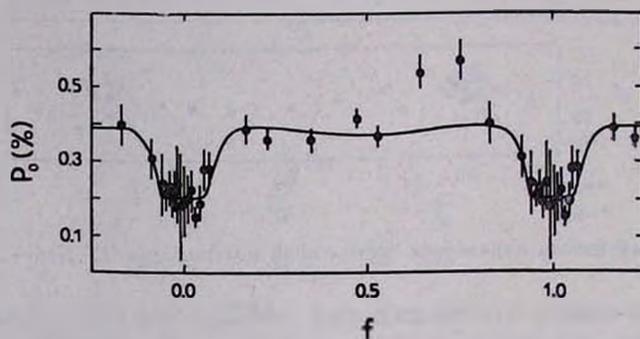


Рис. 3. Количество поляризованного света в излучении RY Персея. Точки — наблюдаемые величины, сплошная линия — вычисленная кривая.

Как видно из рис. 3, для зависимости количества поляризованного света от фазы характерны: во-первых, широкий минимум (в интервале фаз от  $-0.15$  до  $+0.15$ ), в котором  $p_0$  уменьшается примерно наполовину по сравнению с внезатменными фазами; во-вторых, некоторое увеличение  $p_0$  во второй половине периода (у фазы 0.7) и, в-третьих, примерное постоянство  $p_0$  на остальных фазах. Эти характерные черты зависимости  $p_0(f)$  требуют истолкования. Отметим, что предложенная в [1] схема возникновения собственной поляризации — рассеяние света в туманности, окружающей всю систему RY Персея — не может объяснить все отмеченные выше детали зависимости  $p_0(f)$ , а потому сейчас уже не может считаться удовлетворительной.

4. *Интерпретация зависимости  $p_0(f)$  и модель системы.* Согласно данным каталога Э. Копала и М. Шэпли [7], холодная звезда-спутник в системе RY Персея полностью заполняет свою внутреннюю критическую полость Роша, поэтому в системе возможно существо-

вание газового потока, направленного от спутника к яркой звезде, что и подтверждается спектроскопическими наблюдениями У. Хильтнера [6]. Более того, Хильтнер нашел, что вещество, выброшенное с поверхности спутника, образует вокруг главной звезды системы медленно вращающуюся плоскую водородную оболочку, сконцентрированную в плоскости орбиты двойной. Иными словами, вокруг звезды В имеется газовое образование типа кольца или дискообразной туманности, в котором рассеяние на свободных электронах должно вести к возникновению собственной поляризации, что, как мы видели выше, и наблюдается в действительности.

Уменьшение количества поляризованного света вблизи фаз фотометрического главного минимума естественно объясняется тем, что на этих фазах звезда-спутник частично экранирует поляризованное излучение рассеивающей дискообразной туманности. По протяженности поляризационного минимума можно оценить радиус орбитального сечения этой туманности. Интересно отметить, что полученная таким образом величина  $r_{\text{тум}} = 0.55 a$  (где  $a$  — радиус относительной орбиты двойной) примерно равна радиусу внутренней критической поверхности Роша для яркой и более массивной звезды системы RY Персея.

Далее, для этой туманности по способу, описанному в [6], мы вычислили поляризационную кривую  $p_0(f)$ , наилучшим образом удовлетворяющую наблюдениям; на рис. 3 она показана сплошной линией. При вычислениях были использованы элементы системы, взятые из каталога [7]. Следует заметить, что не зная точно толщины туманности, мы принимали ее равной 0.1  $a$ .

Как видно из рис. 3, вычисленная кривая достаточно хорошо объясняет все наблюдения, кроме наблюдений около фазы 0.7, где намечается дополнительный максимум поляризации. Анализ показал, что этот дополнительный максимум не может быть объяснен рассеянием в туманности вокруг яркой звезды. Отсутствие симметричного ему поляризационного максимума в первой половине периода наводит на мысль, что ответственные за его возникновение рассеивающие газовые массы должны быть сосредоточены где-то вблизи передней по ходу орбитального движения полусферы спутника и почти полностью экранироваться последним на фазах первой половины периода. Тогда рассеянный в них свет главной звезды должен дать максимум поляризации именно вблизи фазы 0.7, тогда как рассеянное излучение спутника, наблюдаемое нами с большого расстояния, будет почти неполяризованным, если рассеивающие массы образуют около передней полусферы спутника некоторое подобие однородного полусферического слоя. Физическую картину образования такого слоя можно

было бы видеть в эруптивной активности спутника, которая почему-то сосредоточена в основном на его передней полусфере. Более определенное толкование поляризационного максимума около фазы 0.7 мы в настоящее время дать затрудняемся.

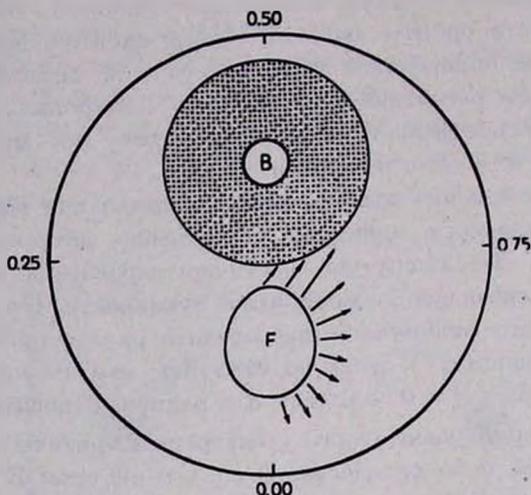


Рис. 4. Модель системы RY Персея, объясняющая поляризационные наблюдения.

На рис. 4 показана модель системы RY Персея, предлагаемая нами для интерпретации поляризационных наблюдений. Стрелками схематически показана предполагаемая эруптивная активность звезды-спутника, которая, возможно, и является причиной существования в этой системе газового потока. Вокруг звезды В изображена дискообразная рассеивающая туманность, образованная газовым потоком от спутника. Для нее на основании вычислений кривой  $p_0(f)$  при использовании абсолютных элементов системы RY Персея из [7] мы получили (относительно деталей таких расчетов см. [6]) следующие оценки плотности и полной массы вещества:

плотность свободных электронов  $n_e = 1.33 \times 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,

полное число свободных электро-

нов в туманности  $\dots \dots N_e = 4.7 \times 10^{46}$ ,

масса туманности  $\dots \dots m_{\text{тум}} = 7.8 \times 10^{22} \text{ г} = 2.6 \times 10^{-11} m_{\odot}$ .

При определении массы туманности предполагалось, что преобладающим элементом в ней является водород, находящийся в полностью ионизованном состоянии. Плотность считалась распределенной однородно внутри туманности, что, как видно из рис. 3, достаточно хорошо соответствует наблюдениям.

В заключение отметим, что случай системы RY Персея выгодно демонстрирует эффективность поляриметрического метода исследования рассеивающих газовых оболочек в тесных двойных системах. Действительно, фотометрические наблюдения в данном случае практически никак не обнаруживают существования газового потока и туманности в этой системе; щелевые спектрограммы могут дать очень много, однако их получение требует большого телескопа, тогда как обсуждавшиеся здесь поляриметрические наблюдения, выполненные на небольших телескопах, позволили довольно уверенно установить как массу вещества в туманности, так и некоторые геометрические характеристики этой туманности.

Ленинградский Государственный  
университет

## ON THE INTRINSIC POLARIZATION OF THE RY PERSEI RADIATION

O. S. SHOULOV, G. A. GOUDCOVA

The average dependence of the polarization with phase has been established for the eclipsing binary RY Persei. This dependence is based on 230 individual polarization observations by N. M. Shahovskoy [1] and O. S. Shoulov [2]. The interstellar polarization component have been determined from the study of polarization of 24 stars in the sky region around RY Persei and the intrinsic polarization of the RY Persei radiation have been derived as a function of the phase (Fig. 2).

The intrinsic polarization in the RY Persei radiation have been interpreted in more details in terms of free electron scattering of light from the stars of the binary in the gaseous disk nebula surrounding the prime star (Fig. 4). The mass of this nebula have been evaluated as  $2.6 \times 10^{-11} m_{\odot}$ .

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Н. М. Шаховской, Астрон. ж., 41, 1042, 1964.
2. О. С. Шулов, Труды АО ЛГУ, 24, 38, 1967.
3. В. А. Домбровский, В. А. Гаген-Тофн., С. М. Гуткевич, Т. А. Полякова, М. А. Свечников, О. С. Шулов, Труды АО ЛГУ, 22, 95, 1965.
4. О. С. Шулов, Г. А. Гудкова, Труды АО ЛГУ, 28 (в печати).
5. W. A. Hiltner, Ap. J., 104, 396, 1946.
6. О. С. Шулов, Астрофизика, 3, 433, 1967.
7. Z. Kopal, M. Shapley, Jodrell Bank Ann., 1, 4, 141, 1956.



О РЕЛАКСАЦИИ ЗВЕЗД ПЛОСКИХ ПОДСИСТЕМ  
ГАЛАКТИКИ НА СПИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЕ

Л. С. МАРОЧНИК

Поступила 18 ноября 1968

В бесконечно тонком самогравитирующем диске (или цилиндре), состоящем из дифференциально вращающегося звездного населения I и невращающегося населения II, спиральные волны плотности (отождествляемые со спиральной структурой Галактики) нарастают вследствие неустойчивости Ландау. Неустойчивость воли плотности приводит к релаксации звезд населения I. За время порядка  $10^8$ — $10^9$  лет дисперсия скоростей в галактической плоскости в окрестности Солнца увеличивается приблизительно в два раза. В области малых скоростей устанавливается шварцшильдовское распределение с отношением дисперсий  $\sigma_r/\sigma_\theta = [1 + (r/2\Omega) \partial \Omega / \partial r]^{-1/2}$ . В области больших скоростей функция распределения располагается выше шварцшильдовской. Нарастающие спиральные волны могут быть источником турбулизации межзвездного газа, но вряд ли лишь они ответственны за релаксацию населения I по  $z$ -координате.

1. *Введение.* Сложившаяся в настоящее время система взглядов удовлетворительно объясняет, по крайней мере качественно, сумму основных наблюдательных фактов, касающихся происхождения и эволюции Галактики [1, 2]. Имеется, однако, принципиальная проблема, не нашедшая объяснения в рамках сложившихся представлений. Это проблема релаксации или иначе „основной парадокс динамики звездных систем без звездно-звездных сближений“ [3].

Суть проблемы в следующем. Согласно наблюдениям, молодые O—B звезды, рождающиеся в межзвездном газе плоских подсистем Галактики, имеют дисперсии пекулярных скоростей в галактической плоскости  $\sigma = (1/2 \sigma_r^2 + 1/2 \sigma_\theta^2)^{1/2} \approx 10$  км/сек [4, 5]. Более поздние звезды F0—F9 имеют соответственно  $\sigma \approx 20$  км/сек [6]. Таким образом, с достаточной уверенностью можно считать, что в галактической плоскости имеет место увеличение дисперсии пекулярных

скоростей звезд приблизительно в два раза при переходе от ранних к поздним спектральным классам<sup>1</sup>. Функция распределения пекулярных скоростей звезд плоских подсистем в галактической плоскости, по-видимому, близка к шварцшильдовской в области малых скоростей и располагается выше шварцшильдовской в области больших [7].

В настоящее время непротиворечивая интерпретация указанных наблюдательных фактов отсутствует. Имеются две возможности для объяснения. Можно предположить, что: 1. Звезды каждого спектрального класса рождаются с уже готовым наблюдаемым распределением скоростей, причем более старые звезды имели от рождения большую дисперсию, чем молодые. 2. Звезды независимо от возраста рождались с приблизительно одинаковой дисперсией скоростей и неким начальным распределением, которое могло бы быть как одинаковым, так и различным у звезд разного возраста. Далее, под действием какого-либо стохастического процесса происходило увеличение дисперсии скоростей (которая, таким образом, будет функцией возраста звезд) и установление наблюдаемого распределения, т. е. звездное население релаксировало с течением времени.

Первая возможность маловероятна, так как требует неестественных предположений. Остается вторая возможность. В этом случае требуется указать стохастический механизм, который мог бы обеспечить релаксацию функции распределения и дисперсии к наблюдаемым значениям. В этом заключается проблема, так как все предложенные до настоящего времени механизмы, по-видимому, неудовлетворительны.

1. Как показал С. Чандрасекар [8], звездно-звездные сближения неэффективны из-за разреженности Галактики. Увеличение дисперсии скоростей в два раза происходит за время порядка  $\tau_c \approx 10^{14}$  лет, в то время, как возраст самой старой из галактических подсистем не превышает, вероятно,  $1.4 \cdot 10^{10}$  лет [2].

2. Сближения звезд с пылевыми облаками (с учетом светового давления) рассмотрел Т. А. Агекия [9]. Чтобы дисперсия скоростей звезд увеличилась до 20 км/сек, необходимо существование большого числа облаков с массами порядка  $M \approx 10^6 M_\odot$ , где  $M_\odot$  — масса Солнца.

В действительности массы наблюдаемых пылевых облаков вряд ли значительно превышают  $M \approx 300 M_\odot$  [10].

3. Л. Спитцер и М. Шварцшильд [11] и Д. Остерброк [12] предположили, что увеличение дисперсии скоростей звезд плоских подсистем в галактической плоскости от 10 до 20 км/сек происходит вследствие сближения звезд с гигантскими комплексами газовых об-

<sup>1</sup> Ситуация по  $x$ -координате обсуждается в разделе 5.

лаков. Вследствие дифференциальности вращения Галактики комплексы могли бы иметь „эффективную дисперсию скоростей“ порядка  $\approx 15$  км/сек. Тогда, вследствие стремления кинетической энергии звезд и облаков к равномерному распределению, первые будут увеличивать свою дисперсию. Однако, как и в случае пыли, комплексы должны иметь массу порядка  $M \approx 10^8 M_{\odot}$ , чтобы дисперсия выросла до 20 км/сек. Комплексы такой величины в Галактике не наблюдаются. Типичны массы комплексов с  $M \approx 3 \cdot 10^4 M_{\odot}$  [13]. Изредка, вероятно, встречаются массы  $M \approx 10^5 M_{\odot}$ , как в туманности Ориона. Таким образом, наблюдаемые комплексы вряд ли ответственны за релаксацию.

4. А. И. Лебединский [14] и Л. Э. Гуревич [15] предположили, что релаксация может быть следствием сближений звезд с флуктуациями звездной плотности — звездными облаками с  $M \approx 10^8 M_{\odot}$ . Однако в рамках нынешних представлений гравитационно-неустойчивые звездные облака возникать, по-видимому, не могут [16]; гравитационно устойчивые облака имеют малое время жизни ( $\sim 16^6$  лет) и, таким образом, неэффективны.

5. В последние годы делались попытки объяснить релаксацию с помощью спиральной структуры Галактики. Существующие точки зрения на природу спиральной структуры можно разделить на две категории. Согласно первой, спиральные ветви — это „материальные“ образования, состоящие из газа и звезд [17—21]. Согласно второй — волны звездно-газовой плотности [22—25]. „Материальная“ концепция сталкивается с рядом принципиальных трудностей, которые делают ее малопривлекательной [24, 25].

Попытки объяснить релаксацию с помощью спиральной структуры основаны, главным образом, на „материальной“ концепции [26, 27] и чаще всего представляют некоторую модификацию механизма Л. Спитцера и М. Шварцшильда. Согласно [26], например, необходимое увеличение дисперсии скоростей звезд может происходить вследствие „столкновений“ с гигантскими газовыми облаками ( $M \approx 10^7 M_{\odot}$ ), размеры которых порядка шкалы неоднородности, связанной со спиральной структурой, а их дисперсия скоростей обусловлена так же, как в [11], дифференциальностью вращения. Если, однако, спиральная структура имеет волновую природу, то подобный механизм не может работать: фронт волны вращается почти твердотельно, эффективная дисперсия скоростей, связанная с дифференциальностью вращения, отсутствует, так что существенное увеличение дисперсии скоростей звезд вследствие стремления к равномерному распределению кинетической энергии не может иметь места.

В [28] на основе феноменологического рассмотрения движения звезд в поле заданного „спирального“ гравитационного потенциала

было показано, что звезды населения I могут получать скорость порядка наблюдаемой, если задаваемый потенциал соответствует параметрам спиральной структуры Галактики. Однако это, по-видимому, обратимый процесс, не приводящий к релаксации [29].

В работах [30] автором был указан универсальный стохастический механизм, который может быть ответствен за релаксацию бесстолкновительных звездных систем без звездно-звездных сближений. Необходимым условием для „включения“ механизма является неустойчивость (произвольной природы) системы по отношению к малым возмущениям.

Настоящая работа имеет целью показать, что этот механизм может обеспечить быструю релаксацию звезд плоских подсистем Галактики на спиральных ветвях волновой природы.

2. *Кинетика релаксации на спиральных волнах плотности.* В [25] была рассмотрена модель Галактики в виде бесконечно тонкого диска, состоящего из двух подсистем: дифференциально вращающегося с угловой скоростью  $\Omega(r)$  населения I и невращающегося населения II. Произвольное малое возмущение, наложенное на равновесную систему, представлялось в виде Фурье-Лапласа суперпозиции спиральных гармоник. Было показано, что в такой двухкомпонентной системе возмущения распространяются в форме волн плотности, которые сильно неустойчивы (нарастают) вследствие эффекта Ландау. Уравнение, связывающее комплексную частоту данной спиральной гармоники  $\omega_{km'} = \omega'_{km'} + i\gamma'_{km'}$  с ее радиальным и азимутальным волновыми числами  $k$  и  $m'$  (дисперсионное уравнение), имеет вид [25]

$$1 = 2\pi G \operatorname{sgn} k \left[ \sigma_2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_2' dv}{\omega_{km'} - kv} + \frac{2\pi\kappa\sigma_1}{2\Omega k} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{s J_s^2(\alpha)}{\beta_{km'} - s} f_1' d\omega_{\perp} \right] \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{4\Omega^2 k \omega_{\perp}}{x^3}, \quad \beta_{km'} = \frac{-\omega_{km'} + m'\Omega}{x}, \quad x = 2\Omega \left( 1 + \frac{r}{2\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right)^{1/2},$$

где  $\sigma_{1,2}$ ,  $f_{1,2}$  — поверхностные плотности и функции распределения пекулярных скоростей звезд I-го и II-го типов населения,  $J_s$  — функция Бесселя  $s$ -ого порядка,  $f_1' = \partial f_1 / \partial \omega_{\perp}$ ,  $f_2' = \partial f_2 / \partial v$ ,  $v = v_r$  — пекулярная скорость по радиусу. Функция  $f_1$  записана в  $\omega_{\perp}$ ,  $\Psi$  — координатах в пространстве скоростей:

$$v_r = \left( \frac{2\Omega}{x} \right)^2 \omega_{\perp} \cos \Psi, \quad v_{\theta} = \frac{2\Omega}{x} \omega_{\perp} \sin \Psi. \quad (2)$$

Функция  $f_2$  проинтегрирована по  $v_{\theta}$ .

Под действием волн плотности происходит изменение функций распределения  $f_{1,2}$ . Как показано в [25], вследствие адиабатической „слежки“ звезд населений I и II за растущим полем спиральных волн в пространстве скоростей происходит диффузия. Уравнения, описывающие эволюцию усредненных по пространству, занятому системой, функций распределения (диффузию под действием нарастающих спиральных волн), имеют вид [25]

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = \frac{1}{w_1} \frac{\partial}{\partial w_1} \left( w_1 D_1 \frac{\partial f_1}{\partial w_1} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v} \left( D_2 \frac{\partial f_2}{\partial v} \right). \quad (4)$$

Коэффициенты диффузии  $D_1, D_2$  таковы:

$$D_1 = Re \frac{4\pi G}{x} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s^2 J_s^2(\alpha) |k| \varepsilon_{km} dk}{i \alpha^2 (\beta_{km} - s)}, \quad (5)$$

$$D_2 = Re 4\pi G \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|k| \varepsilon_{km} dk}{i (kv - \omega_{km})}. \quad (6)$$

Спектральная плотность модуля поверхностной плотности гравитационной энергии волн  $\varepsilon_{km}$  равна

$$\varepsilon_{km}(t) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{|k| |\varphi_{km}(t)|^2}{16 \pi^3 GL}, \quad (7)$$

где  $\varphi$  — потенциал поля волны,  $L$  — интервал усреднения.  $\varepsilon_{km}$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \varepsilon_{km}}{\partial t} = 2\gamma_{km} \varepsilon_{km}. \quad (8)$$

Из сумм по  $m'$ , которые должны входить в (5)–(6) согласно [25], оставлено по одному члену с  $m' = m$ , для которого  $\gamma_{km}$  максимален.

Итак, (3)–(4) описывает обратное влияние (нелинейное) спиральных волн плотности на исходный фон — усредненные по системе функции распределения  $f_1, f_2$ . Входящие в (1)  $\gamma_{km}$  и  $\omega'_{km}$ , (зависящие от времени через  $f_{1,2}$ ) показывают эволюцию волн под влиянием релаксирующего фона. Таким образом, система интегро-дифференциальных

уравнений (1), (3), (4) и (8), являясь замкнутой, описывает взаимовлияние фона и волн. Условия применимости этой системы приведены в [25].

Как показано в [25], вследствие нелинейного взаимодействия волн со звездами система стремится к стационарному состоянию, которое характеризуется максимумом энтропии — система релаксирует. нас будучи интересовать два вопроса:

1. Каков вид  $f_1$  — функции распределения пекулярных скоростей населения I, устанавливающегося в процессе релаксации\*?

2. Какова величина соответствующей этой функции дисперсии скоростей?

3. *Функция распределения.* Для ответа на первый вопрос необходимо решить систему интегро-дифференциальных уравнений (1), (3), (4) и (8), что затруднительно. Ограничимся двумя предельными случаями малых и больших скоростей.

а. *Область малых скоростей.* Разложив  $D_1$  в ряд по степеням  $w_\perp$  и ограничившись первым исчезающим членом, найдем из (5)

$$D_1^0 \approx \text{Re} \frac{2\pi G \beta_{km}}{i\kappa} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|k| \varepsilon_{km} dk}{\beta_{km}^2 - 1}. \quad (9)$$

Поскольку  $D_1^0$  не зависит от  $w_\perp$ , в (3) произведем замену

$$\tau = \int_0^t D_1^0(t') dt', \quad (10)$$

которая приводит (3) к виду

$$\frac{\partial f_1}{\partial \tau} = \frac{1}{w_\perp} \frac{\partial}{\partial w_\perp} \left( w_\perp \frac{\partial f_1}{\partial w_\perp} \right). \quad (11)$$

Асимптотическое по  $\tau$  нормированное на единицу решение (11) есть

$$f_1 = (8\tau)^{-1} \exp\left(-\frac{w_\perp^2}{4\tau}\right). \quad (12)$$

В переменных  $v_r$ ,  $v_\theta$  — это шварцшильдская функция

$$f_1 = (8\tau)^{-1} \exp\left(-\frac{v_r^2}{4\tau\mu^4} - \frac{v_\theta^2}{4\tau\mu^2}\right) \quad (13)$$

с отношением дисперсий

\* Влияние волн плотности на  $f_1$  рассмотрено в [25].

$$\frac{c_r}{c_0} = \mu = \frac{2\Omega}{z} = \left(1 + \frac{r}{2\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial r}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{B}{B-A}\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (14)$$

где  $A$  и  $B$  — коэффициенты Оорта.

Если начальное распределение скоростей было максвелловским, то через конечное время после „включения“ спиральных волн  $f_1$  будет иметь вид (13), но с дисперсией, сдвинутой на величину начальной, так что в (13) следует заменить  $4\tau \rightarrow 4\tau + c_0^2$ .

Можно заключить, таким образом, что в области малых скоростей в процессе адиабатической релаксации на спиральных волнах даже первоначально изотропная (например, максвелловская) функция распределения стремится к шварцшильдовской с отношением дисперсий (14). Эти результаты, по-видимому, согласуются с наблюдательными данными [7].

То обстоятельство, что вследствие дифференциальности вращения Галактики отношение дисперсии скоростей звезд должно быть вида (14), отмечалось рядом авторов [18, 31, 32]. Однако существенно подчеркнуть, что в предлагаемой теории (14) есть прямое следствие адиабатической релаксации звезд на спиральных волнах плотности.

б. *Область больших скоростей.* Нетрудно видеть, что в области больших  $w_{\perp}$  коэффициент диффузии  $D_1$  мал. Поэтому  $f_1(w_{\perp}, \infty)$  в этой области мало отличается от начального распределения  $f_1(w_{\perp}, 0)$ . Приближенное аналитическое выражение для  $f_1(w_{\perp}, \infty)$  получим, вставив в правую часть (3) вместо  $f_1(w_{\perp}, t)$  функцию  $f_1(w_{\perp}, 0)$  и интегрируя (3) по времени в пределах  $(0, \infty)$ . С учетом (8) при этом найдем:

$$f_1(w_{\perp}, \infty) \approx f_1(w_{\perp}, 0) + \frac{2\pi G\sigma_1}{z^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk |k| \cdot [\varepsilon_{km}(\infty) - \varepsilon_{km}(0)] \times \times \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{s^2}{[(\beta_1 - s)^2 + \beta_2^2]} \cdot \frac{1}{w_{\perp}} \frac{\partial}{\partial w_{\perp}} \left[ w_{\perp} \frac{J_s^2(a)}{a^2} \cdot \frac{\partial f_2(w_{\perp}, 0)}{\partial w_{\perp}} \right], \quad (15)$$

где  $\beta_1 = \frac{m\Omega - \omega'_{km}}{z}$ ,  $\beta_2 = \frac{\gamma_{km}}{z}$ .

В рассматриваемой области второй член правой части (15) положителен. Если, таким образом,  $f_1(w_{\perp}, 0)$  принять максвелловской, то в результате адиабатической релаксации в хвосте распределения

должно наблюдаться большее число звезд, чем в случае максвелловской функции — факт, согласующийся с выводами Р. Б. Шацовой [7], полученными ею при обстоятельном анализе наблюдательных данных.

4. *Дисперсия пекулярных скоростей.* Умножая (3) на  $\sigma_1 w_{\perp}^2 / 2 \times \mu^3 w_{\perp} dw_{\perp} d\Psi$ , интегрируем по  $w_{\perp}$  в пределах  $(0, \infty)$  и по  $\Psi$  в пределах  $(0, 2\pi)$ . Уравнение (4) умножаем на  $1/2 \sigma_2 v_r^2 dv_r dv_{\theta}$  и интегрируем в интервале  $(-\infty, \infty)$ . Складывая почленно правые и левые части полученных уравнений, найдем с учетом [1, 5, 6, 8] закон сохранения энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_0^{2\pi} d\Psi \int_0^{\infty} \frac{\sigma_1 w_{\perp}^2}{2} f_1 \mu^3 w_{\perp} dw_{\perp} + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_2 v_r^2}{2} f_2 dv_r dv_{\theta} - \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{km} dk \right) = 0. \quad (16)$$

Переходя в первом члене (16) к переменным  $v_r, v_{\theta}$ , найдем

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\sigma_1}{2\mu^4} [(c_1)_r^2 + \mu^2 (c_1)_{\theta}^2] + \frac{\sigma_r}{2} (c_2)_r^2 - \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{km} dk \right\} = 0, \quad (17)$$

где

$$(c_1)_r^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_r^2 f_1 dv_r dv_{\theta}, \quad (c_1)_{\theta}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_{\theta}^2 f_1 dv_r dv_{\theta}, \quad (18)$$

$$(c_2)_r^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_r^2 f_2 dv_r dv_{\theta}.$$

В формулах (16) и (17) содержится один из основных результатов теории: вследствие развития неустойчивости происходит рост квадрата амплитуды волн плотности с течением времени  $\left( \frac{\partial}{\partial t} \int \varepsilon_{km} dk > 0 \right)$ , что согласно (17) приводит к увеличению дисперсии скоростей, т. е. к релаксации. Как показано в [25], прирост дисперсии скоростей звезд населения II под действием рассмотренных волн плотности мал — спиральная структура лишь очень незначительно влияет на дисперсию населения II.

По порядку величины числовая оценка дисперсии, приобретаемой звездами населения I в процессе релаксации, может быть получена из (17). Положим  $c_{\theta} = \mu^{-1} c_r$  (индекс „1“, относящийся к населению I, далее опускается) и примем, что уменьшение гравитационной

энергии спиральных волн при неустойчивости расходуется приблизительно поровну на увеличение кинетической энергии звезд I и II населений. Тогда (17) можно приближенно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{2}{\mu^4} \cdot \frac{\sigma_2 c_r^2}{2} \approx \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{km} dk \approx \frac{\alpha'}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) \cdot (\varphi_0 - \varphi), \quad (19)$$

где полную поверхностную плотность материи  $(\sigma_1 + \sigma_2)$  в рукавах и вне их считаем приблизительно одинаковой,  $\alpha'$  — доля массы плоской подсистемы, сосредоточенная в рукавах.

Из (19) находим прирост радиальной дисперсии

$$c_r^2 - c_{0r}^2 \approx \frac{\alpha' \mu^4 (\sigma_1 + \sigma_2)}{4 \sigma_1} (\varphi_0 - \varphi), \quad (20)$$

где  $c_{0r}$  — начальная радиальная дисперсия звезд населения I,  $\varphi$ ,  $\varphi_0$  — потенциалы установившихся спиральных волн и невозмущенного состояния соответственно. Для приближенной оценки аппроксимируем спиральный рукав цилиндром, радиуса  $R$  и плотности  $\rho$  (см., например, [18]). Тогда для прироста  $c = (1/2 c_r^2 + 1/2 c_\theta^2)^{1/2}$  получим

$$\frac{c}{c_0} \approx \left[ 1 + \frac{\alpha' \mu^3 (1 + \mu^2) (1 + \sigma_2/\sigma_1) \pi G \rho_0 R^2}{8 c_0^2} \right]^{1/2}, \quad (21)$$

где  $\rho - \rho_0$  — избыток полной плотности в рукаве по сравнению со средней плотностью принят порядка  $\rho_0$ .

Используем для окрестности Солнца следующие числа:  $c_0 = 10$  км/сек,  $\mu = 1.56$ ,  $\sigma_2/\sigma_1 \approx 0.1$ ,  $\alpha' \approx 0.5$ ,  $R = 400$  пс полутолщина ветви,  $\rho_0 \approx 10 \cdot 10^{-24}$  г/см<sup>3</sup>. Из (21) найдем  $c/c_0 \approx 2$ . Таким образом, за время  $\tau \approx 10^8 - 10^9$  лет [25] вследствие адиабатической релаксации возможно увеличение дисперсии скоростей в галактической плоскости от 10 до 20 км/сек.

Легко видеть, что, вследствие рассмотренного механизма, адиабатически увеличивается и дисперсия турбулентных скоростей облаков межзвездного газа. Очевидно при отсутствии диссипации в ударных волнах она могла бы вырасти до 20 км/сек. Вследствие диссипации она может быть несколько меньше.

Таким образом, адиабатически нарастающие спиральные волны плотности, по-видимому, могут быть также достаточным источником энергии для турбулизации межзвездного газа в плоских подсистемах Галактики.

5. *Дисперсия скоростей по z-координате.* z-компонент скорости звезды населения I совершает колебания относительно галактической плоскости. Центр колебаний движется в галактической плоскости, его средняя по орбите скорость увеличивается в процессе адиабатической „слежки“ за нарастающим гравитационным полем спиральных волн. Согласно [30], дисперсия в процессе „слежки“ также адиабатически увеличивается вследствие сохранения продольного адиабатического инварианта. Вопрос в том, могут ли нарастающие спиральные волны обеспечить наблюдаемую по z-координате дисперсию?

Отношение прироста дисперсий в плоскости и по z-координате с учетом (21) порядка

$$\left( \frac{c^2 - c_0^2}{c_z^2 - c_{0z}^2} \right)^{1/2} \approx \frac{R_\perp}{R_z} \left[ \frac{\mu^2 (1 + \mu^2)}{2} \right]^{1/2}, \quad (22)$$

где  $c_{0z}$ ,  $c_z$  — начальная и конечная дисперсии по z-координате,  $R_\perp$ ,  $R_z$  — линейные размеры спиральной ветви в галактической плоскости по z-координате соответственно.

Принимая прежние значения  $\mu$ ,  $c_0$ ,  $c$  и  $c_{0z} \approx 4$  км/сек,  $c_z \approx 8$  км/сек, найдем  $R_\perp/R_z \approx 1.22$ . Это приблизительно в три раза меньше того, что дают наблюдения (согласно Оорту [33], например  $2R_\perp \approx 800$  пс,  $2R_z \approx 220$  пс). Чтобы, таким образом, нарастающая спиральная волна могла привести к увеличению z-дисперсии от 4 до 8 км/сек, ее высота над галактической плоскостью должна была бы составлять 330 пс, а не 110 пс, как следует из наблюдений [33]. Средняя z-координата, равная  $\bar{z} = 330$  пс, приблизительно соответствует высоте слоя, содержащего объекты плоской составляющей [5].

Если использованные числовые данные считать достаточно уверенными, то приходим к выводу, что одни лишь спиральные волны вряд ли могут быть ответственны за релаксацию по z-координате, хотя могут вносить в нее заметный вклад. Вопрос о релаксации по z-координате обсуждается в [30].

6. *Заключение.* В самогравитирующем бесконечно тонком диске, состоящем из дифференциально вращающейся подсистемы I и невращающейся подсистемы II, вследствие неустойчивости Ландау с течением времени из произвольного возмущения формируются спиральные волны плотности конечной амплитуды. Амплитуда волны нарастает адиабатически (медленно). Поэтому звезды, проходя через рукава, адиабатически „следят“ за ростом амплитуды, при этом увеличивается их дисперсия: в пространстве скоростей происходит диффузия — идет процесс адиабатической релаксации.

Звезды населения I в процессе адиабатической релаксации на спиральных волнах увеличивают свою дисперсию в окрестности Солнца примерно в два раза. В области малых скоростей вследствие адиабатической релаксации устанавливается распределение Шварцшильда с отношением дисперсий  $c_r/c_0 = [B/(B-A)]^{-1/2}$ . В области больших скоростей „хвост“ функции распределения располагается выше шварцшильдовского.

Нарастающие спиральные волны могут быть, по-видимому, источником, поддерживающим высокие турбулентные скорости в межзвездном газе. Однако вряд ли лишь они приводят к релаксации по  $z$ -координате, хотя могут вносить в нее заметный вклад.

Институт астрофизики  
АН ТаджССР

## ON THE RELAXATION OF STARS OF FLAT SUBSYSTEMS OF GALAXY ON SPIRAL STRUCTURE

L. S. MAROCHNIK

The spiral density waves (which are identified with the spiral pattern of the Galaxy) grow due to Landau instability in the self-gravitating infinitesimally thin disc (or the cylinder) consisting of differentially rotating stellar population I and non-rotating stellar population II. The relaxation is caused by the instability of the density waves. The velocity dispersion in the galactic plane in the solar neighbourhood approximately doubles in time of the order of  $10^8$ — $10^9$  years. The Schwarzschild velocity distribution with the relation of velocity dispersions  $c_r/c_0 = [1 + (r/2\Omega) \partial\Omega/\partial r]^{-1/2}$  ( $\Omega$  is angular velocity) is settled in the region of small velocities. In the region of large velocities the distribution function is placed over the Schwarzschild distribution. It is possible that the growing spiral waves give rise to turbulization of the interstellar gas but apparently the relaxation of the stellar population I in  $z$ -direction cannot be caused by them only.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Я. Оорт, Доклад на XII Ассамблее МАС, 1964.
2. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, Эволюция межзвездной среды, ГИФМЛ, 1963.
3. К. Ф. Огородников, Динамика звездных систем, Физматгиз, 1958.
4. Н. Nordstrom, Lund. Obs. Medd., Ser. 11, 79, 161, 1936.
5. J. Oort, Proc. Vatican Conf. on Stellar Population, 5, 415, 1958.

6. E. T. R. Williams, A. N. Vyssotaky, Ap. J., 53, 92, 1947.
7. Р. Б. Шацова, Планковское распределение скоростей звезд в окрестности Солнца. Изд-во Ростовского ун-та, 1965.
8. С. Чандрасекар, Принципы звездной динамики, ИЛ, 1948.
9. Т. А. Азелян, ДАН СССР, 75, 361, 1950.
10. В. Bok, Centennial Symposia, Harv. Obs. Monograph., 7, 58, 1946.
11. L. Spitzer, M. Schwarzschild, Ap. J., 114, 385, 1951.
12. В. Osterbrock. Ap. J., 116, 164, 1952.
13. L. Spitzer, Proc. Vatican Conf. on Stellar Population, 5, 445, 1958.
14. А. И. Лебединский, Вопросы космогонии, 2, 5, 1954.
15. Л. Э. Гуревич, Вопросы космогонии, , 150, 1954.
16. Л. С. Марочник, Астрон. ж., 45, 464, 1968.
17. С. F. von Weizsäcker, Z. Naturforsch., 3a, 524, 1948; W. Heisenberg, C. F. von Weizsäcker, Z. Phys., 125, 290, 1949.
18. S. Chandrasekhar, E. Fermi, Ap. J., 118, 113, 1953.
19. A. Toomre, Ap. J., 139, 1217, 1964.
20. С. Б. Пикельнер, Астрон. ж., 42, 3, 515, 1965.
21. P. Goldreich, D. Lynden-Bell, M. N., 130, 125, 1965.
22. P. O. Lindblad, Stockholm Obs., Ann., 21, 4, 1960.
23. В. Lindblad, Stockholm Obs. Ann., 21, 8, 1961.
24. С. С. Lin, F. Shi, Ap. J., 140, 646, 1964; Proc. Nat. Acad. Sci., 55, 229, 1966; C. C. Lin, J. SIAM Appl. Math., 14, 876, 1966.
25. Л. С. Марочник, А. Д. Сучков, Преприаты Ин-та астрофиз. АН Тадж.ССР, № 1—4, 1968; Бюлл. Ин-та астрофиз. АН Тадж. ССР, № 58, в печати; Астрон. ж., 46, № 2, № 3, 1969.
26. W. H. Julian, A. Toomre, Ap. J., 146, 810, 1966; W. H. Julian, Ap. J., 148, 175, 1967.
27. R. Graham, M. N., 137, 25, 1967.
28. В. Barbans, L. Woltjer, Ap. J., 150, 461, 1967.
29. С. Г. Помогаев, Астрон. ж., (в печати).
30. Л. С. Марочник, Препринт Ин-та астрофиз. АН Тадж. ССР, № 6, 1968; Астрон. ж., (в печати); Бюлл. Ин-та астрофиз. АН Тадж. ССР, № 51—52, 1968.
31. В. Линдبلاد, в кн. „Строение звездных систем“, ИЛ, М. 1962, стр. 86.
32. S. Kato, Hydrodynamic Equations of Differentially Rotating Stellar Systems and on the Velocity Ellipsoid, Preprint from Department of Astronomy, University of Tokyo, 1968.
33. Я. Оорт, в кн. „Строение звездных систем“, ИЛ, М., 1963, стр. 145.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР  
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 5

АВГУСТ, 1969

ВЫПУСК 3

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ДВЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ВСПЫХИВАЮЩИЕ ЗВЕЗДЫ  
В ПЛЕЯДАХ

В зимнем сезоне 1968—1969 гг. в Плеядах было открыто 46 новых вспыхивающих звезд и наблюдалось несколько повторных вспышек уже известных объектов. Из 146 известных к настоящему времени вспыхивающих звезд в Плеядах у 22 звезд наблюдалось более одной вспышки. Среди них большой интерес представляют две звезды, которым посвящена настоящая заметка.

Наблюдения, проведенные в Бюраканской обсерватории и в обсерватории Тонантцинтла в октябре-декабре 1968 года позволили за 120 часов непрерывающихся во времени наблюдений обнаружить три большие вспышки у слабой звезды ВЗП 101\* [1], которая до этого не была известна как вспыхивающая. Если допустить, что в среднем частота вспышек для всех звезд скопления одинакова, то при пуассоновском распределении вероятностей вспышек [2] средний интервал между двумя вспышками равен 2900 часам, если принять для всех звезд одну и ту же частоту вспышек. Однако в случае звезды ВЗП 101 одна вспышка в среднем происходит за каждые 40 часов. Такая большая частота, по-видимому, не может быть обусловлена только случайной флуктуацией. Скорее всего нужно допустить существование звезд с различной частотой вспышек [2, 3]. Следует добавить, что так как звезда ВЗП 101 имеет низкую светимость ( $m_{pg} \sim 17^m8 - 18^m0$ ,  $m_n \sim 19^m5$ ), то нами не регистрируются вспышки с  $\Delta m > 2^m0$ , в то

\* Под обозначением ВЗП 101 мы подразумеваем 101-ю звезду общей нумерации вспыхивающих звезд Плеяд, начатой обсерваторией Тонантцинтла и продолженной в работе бюраканских авторов [3].

время как известно, что максимум количества вспышек падает именно на такие малые амплитуды.

Ниже, в табл. 1 приведены данные об этой звезде.

Таблица 1

| ВСПЫШКИ ВЗП 101   |                             |              |
|---|-----------------------------|--------------|
| $(\alpha_{1900} = 3^{\text{h}}33^{\text{m}}2; \delta_{1900} = 24^{\circ}25'; S_p > M2)$ |                             |              |
| Дата вспышки  | $\Delta m_a$                | Обсерватория |
| 26.10.1968  | $5^{\text{m}}6_{\text{pг}}$ | Бюракан      |
| 23.12.1968  | 6.8                         | Тонантцинтла |
| 24.12.1968  | 4.8                         | Тонантцинтла |

Ни в одном из трех случаев продолжительность вспышки, точнее, продолжительность пребывания звезды выше уровня блеска, предельного для данных наблюдений ( $m_{\text{pг}} = 16^{\text{m}}5$  для бюраканского телескопа и  $m_a = 17^{\text{m}}3$  для телескопа Тонантцинтла) не превышала 60 минут. Если перевести амплитуду первой вспышки в фотографических лучах с помощью соотношения, имеющего место при больших амплитудах,

$$\Delta m_a - \Delta m_B = (U - V)_{\text{min}} - (U - V)_{\text{max}}$$

в ультрафиолетовую шкалу, приняв приблизительно  $(U - V)_{\text{min}} = 1^{\text{m}}0$ ,  $(U - V)_{\text{max}} = -1^{\text{m}}0$ , то для нее  $\Delta m_a > 7^{\text{m}}0$ . Амплитуды вспышек в ультрафиолетовых лучах в действительности должны быть больше, чем наблюдаемые нами в Тонантцинтла, так как в этих случаях каждая экспозиция длилась 15 минут и естественно происходило усреднение амплитуды вспышек во времени. На фото 1 приведены фотографии вспышек, имевших место 26. 10. 1968 г. (а) и 23. 12. 1968 г. (в).

Однако, несмотря на отмеченную частоту вспышек, наблюдения, проведенные в Тонантцинтла в течение 1963—1967 гг. в идентичных условиях (телескоп, время и. д.) с эффективным временем наблюдений порядка 400 часов, не зарегистрировали ни одной вспышки этой звезды, хотя ожидаемое число вспышек при данной частоте должно было быть порядка десяти. Наблюдаемая картина может быть следствием одной из двух причин [2]: а) изменения во времени частоты вспышек у этой звезды, в данном случае увеличения, и б) увеличения средней амплитуды вспышек. Дальнейшие наблюдения, по-видимому, помогут установить, какой из этих случаев имеет место в действительности.

Второй примечательной вспыхивающей звездой является звезда Н II 357, принадлежащая к спектральному типу К 5, К 6е [4, 5]

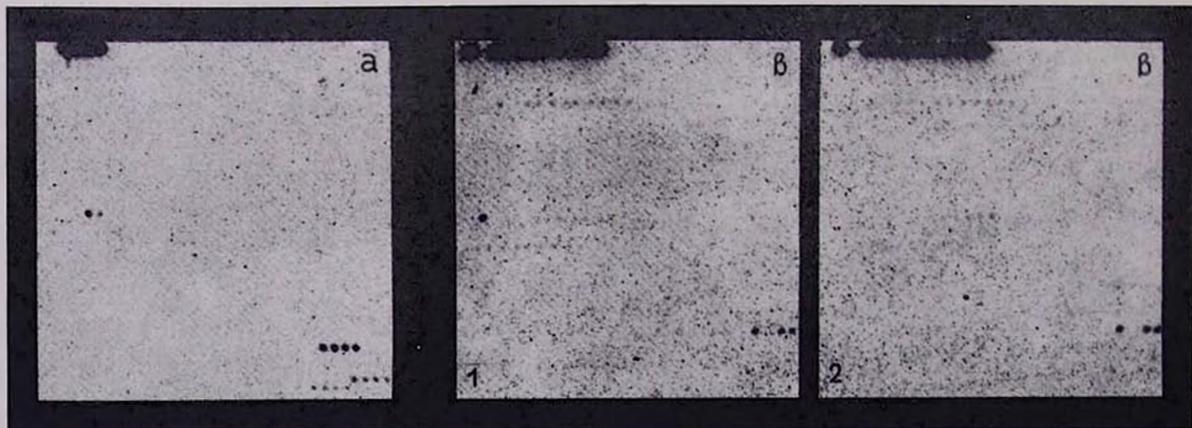


Фото 1. На снимке а зарегистрирована вспышка ВЭП 101, происшедшая 26.10.1968. На двух последовательных снимках в1 и в2 зарегистрированы начало и конец вспышки той же звезды 23.12.1968.

В настоящее время известно девять вспышек этой звезды—самой активной среди ярких членов Плеяд. Данные об этой звезде приведены в табл. 2

Таблица 2  
ВСПЫШКИ Н II 357

| Дата вспышки | $\Delta t_{ii}$   | Литература |
|--------------|-------------------|------------|
| 10.11.1963   | 2 <sup>m</sup> 0  | [6]        |
| 22.11.1963   | 1.0               | [6]        |
|              | 0.5               | [6]        |
| 7.12.1964    | 0.7               | [7]        |
| 23.10.1965   | 0.9 <sub>pg</sub> | [8]        |
| 28.10.1967   | 0.8               | [8]        |
| 16.11.1968   | 0.6               | [1]        |
| 16.11.1968   | 1.0               | [1]        |
| 27.10.1968   | 1.2 <sub>pg</sub> | [9]        |

Эффективное время наблюдений, охватывающее зарегистрированные вспышки, составляет примерно 650 часов, что приводит к одной вспышке за каждые 72 часа. Это число значительно уменьшается, если рассмотреть только три вспышки, пронаблюденные в течение осени—зимы 1968 года. Не зная количества времени наблюдений Розино [5] до 27.10.1968 г., можно допустить, что оно вряд ли превышает 30 часов. В этом случае для средней частоты вспышек звезды Н II 357 получаем одну вспышку за каждые 33 часа, что примерно равно частоте вспышек звезды ВЗП 101. Следует учесть, что благодаря яркости Н II 357 в этом случае нам доступны все вспышки  $> 0^m.5$ . Такого же порядка частоту вспышек имеют звезды Н II 906 и Н II 1306. Первая из них показывает одну вспышку каждые 92 часа, а вторая—каждые 63 часа. Не лишне отметить, что минимальный наблюдаемый промежуток времени между двумя вспышками в случае звезды ВЗП 101 равнялся 23 часам, а Н II 327—лишь 5 часам.

Как показано в работе [3], наблюдаемое распределение числа вспышек можно представить наложением двух пуассоновских распределений с двумя частотами  $\nu_1$  и  $\nu_2$ . Количество звезд с частотой  $\nu_2$  очень мало численно и  $\nu_2^{-1} \approx 120^h$ . Звезды ВЗП 101 и Н II 357, по-видимому, относятся к этой последней группе. Таким образом, существует группа вспыхивающих звезд в Плеядах, частота вспышек которых значительно отличается от средней частоты большинства вспыхивающих звезд. К этой группе могут относиться вспыхивающие звезды как самых ранних, так и поздних спектральных типов.

Авторы приносят свою благодарность академику В. А. Амбарцумяну за ценные советы.

*Two remarkable flare stars in Pleiades.* Flare stars N 101 and N II 357 in the Pleiades flare with higher frequency than Pleiades flare stars in the mean. It is shown that both of them concern the very small group of flare stars in the Pleiades with  $\nu_2^{-1} \sim 120^h$ . The members of this group can be of early and late spectral types.

16 августа 1969

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория

Э. С. ПАРСАМЯН  
О. С. ЧАВУШАН

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *E. S. Parsamian, E. Chavira*, Bol. Obs. Tonantzintla, 5, 31, 35, 1969.
2. *В. А. Амбарцумян*, Звезды, туманности, галактики. Труды Бюраканского симпозиума, Ереван, 1969, стр. 279.
3. *В. А. Амбарцумян, Л. В. Мирзоян, Э. С. Парсамян, О. С. Чавушян, Л. К. Ерастова*. Вспыхивающие звезды в Плеядах. Препринт Бюр. обс., № 1, 1969.
4. *G. H. Herbig*, Ap. J., 135, 736, 1962.
5. *R. Kraft, J. Greenstein*, private communication, 1969.
6. *G. Haro*, Stars and Stellar Systems, vol. 7, ed. *B. M. Middlehurst, L. H. Aller*, Univ. of Chicago Press, Chicago, 1968, p. 141.
7. *L. Rosino*, Contr. Asiago, 189, 1966.
8. *G. Haro, E. Chavira*, Bol. Obs. Tonantzintla, 5, 31, 23, 1969.
9. *L. Rosino*, Private communication, 1969.

#### ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ФОТОМЕТРИЯ ДВОЙНОЙ ЗВЕЗДЫ ТИПА ВОЛЬФ-РАЙЕ HD 211853

В течение 1964–65 гг. были проведены фотоэлектрические наблюдения двойной звезды типа Вольф-Райе в трех цветах, в фотометрической системе, близкой к U, B, V на 20 см телескопе Крымской астрофизической обсерватории АН СССР.

Ранними наблюдениями Хельминга и Хилтнера [1] были установлены неправильные изменения блеска звезды HD 211853 от ночи к ночи.

Проведенными нами наблюдениями обнаружены также неправильные изменения блеска звезды HD 211853 и в течение ночи. Наибольшие значения их различны в разных  $\lambda$  и составляли  $0^m11$ ,  $0^m15$  и  $0^m09$  в фиолетовой, синей и желтой областях спектра соответственно. Срав-

нением с ранними наблюдениями выявлено изменение максимальных значений изменения блеска с течением времени, установлена переменность максимального значения изменения блеска от ночи к ночи.

Найдено увеличение блеска в 1965 г. примерно на  $0^m.5$  по сравнению с наблюдениями 1964 г.

*The photoelectric photometry of the Wolf-Rayet type binary star HD 211853. The photoelectric observations of HD 211853 in the system near U, B, V made by 20 cm telescope of the Crimean Astrophysical Observatory are presented.*

15 апреля 1968

Шемазинская астрофизическая  
обсерватория

А. А. ГУСЕЙНЗАДЕ

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R. M. Hjellming, W. A. Hiltner, Ap. J., 137, 1080, 1963.

### ЭЛЛИПТИЧНОСТЬ СЛАБО ВРАЩАЮЩИХСЯ КОНФИГУРАЦИЙ

Для слабо вращающихся конфигураций Клеро (см. [1]) установил следующее соотношение:

$$\sigma = \frac{4\pi}{5MR^2} \int_0^R \rho(c) d(c^3 \sigma(c)) = \frac{m}{2}, \quad (1)$$

где  $\sigma$  — эллиптичность фигуры равновесия,  $m$  — отношение центробежной силы к силе тяжести на экваторе тела, остальные обозначения см. в [1]. Легко видеть, что величина отношения  $5m/4\sigma$  заключена в пределах от 1 (для однородной конфигурации) до 2.5 (для конфигурации с бесконечной концентрацией вещества к центру).

Для конфигураций, в которых выполнено условие  $\bar{\rho}(r) \gg \rho(r)$ , имеет место неравенство [2]:

$$\sigma > \sigma(c) > \sigma \left( \frac{c}{R} \right)^3 \quad (2)$$

и  $\sigma(c)$  является монотонно растущей функцией от  $c$ .

Значения пределов для величины  $5m/4\sigma$  были получены в [3] с помощью теоремы вириала второго порядка. Результаты вместе с точными значениями  $5m/4\sigma$  для политропов [4] и для белых карликов [5]

показаны в табл. 1, 2. Неравенства Чандрасекара-Робертса не дают разумного верхнего предела  $5m/4z$  для политроп с индексами  $n > 5/3$  и для белых карликов с  $y_0^{-2} < 0.5$  (при этом отношение центральной плотности к средней больше 7.35).

Целью этой заметки является показать, что пределы для величины  $5m/4z$ , найденные с помощью формул (1), (2), являются более точными, нежели пределы Чандрасекара-Робертса. С этой целью в табл. 1, 2 приводятся также результаты вычислений по формулам (1), (2) с использованием эдденовских функций для политроп и чандрасекаровских функций для белых карликов.

Таблица 1  
ЗНАЧЕНИЯ  $5m/4z$  ДЛЯ ПОЛИТРОП

| n   | Нижний предел |       | Точное значение [4] | Верхний предел |       |
|-----|---------------|-------|---------------------|----------------|-------|
|     | автор         | [3]   |                     | автор          | [3]   |
| 0   | 1             | 1     | 1                   | 1              | 1     |
| 1   | 1.5198        | 1.456 | 1.6449              | 1.8668         | 1.750 |
| 1.5 | 1.7328        | 1.661 | 1.9432              | 2.1146         | 2.286 |
| 3   | 2.2174        | 2.117 | 2.4298              | 2.4486         | ...   |

Таблица 2  
ЗНАЧЕНИЯ  $5m/4z$  ДЛЯ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ

| $y_0^{-2}$ | Нижний предел |        | Точное значение [5] | Верхний предел |        |
|------------|---------------|--------|---------------------|----------------|--------|
|            | автор         | [3]    |                     | автор          | [3]    |
| 0.8        | 1.7469        | 1.6741 | 1.9628              | 2.1278         | 2.3727 |
| 0.4        | 1.7964        | 1.7209 | 2.0262              | 2.1906         | 2.5533 |
| 0.1        | 1.9046        | 1.8859 | 2.1564              | 2.2530         | 3.0300 |
| 0.01       | 2.0707        | 1.9971 | 2.3542              | 2.3679         | 4.0395 |

В обоих случаях эти пределы оказываются более точными, чем пределы Чандрасекара-Робертса, причем, в противоположность [3], у нас как раз точность верхнего предела тем больше, чем больше  $n$ , или чем меньше  $y_0^{-2}$ .

Более подробная статья будет опубликована в Известиях Академии наук АзербССР.

*The ellipticity of slowly rotating configurations.* The upper and lower bounds for  $m/\varepsilon$ , where  $m$  is the ratio of centrifugal force to the gravity force at the equator and  $\varepsilon$  is the ellipticity of configuration, are set up.

26 июля 1969

Шемахинская астрофизическая  
обсерватория

Э. Ф. СЕИДОВ

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Крат, Фигуры равновесия небесных тел, ИЛ, М., 1950.
2. H. Jeffreys, The Earth, Cambridge, 1959.
3. S. Chandrasekhar, P. H. Roberts, Ap. J., 138, 801, 1963.
4. S. Chandrasekhar, N. R. Lebovitz, Ap. J., 136, 1082, 1962.
5. K. Suda, Sci. Rep., Tohoku Univ., ser. 1, 37, 307, 1953.

## CONTENTS

|  |  |
|--|--|
| ANISOTROPIC LIGHT SCATTERING IN THE ATMOSPHERE OF FINITE OPTICAL THICKNESS . . . . .           | <i>V. V. Sobolev</i> 343                                   |
| THE POLYCHROMATIC LIGHT SCATTERING IN A SEMI-INFINITE MEDIUM . . . . .                         | <i>V. Yu. Terebtzh</i> 359                                 |
| INTENSITIES OF THE HYDROGEN LINES EMITTED BY AN OPTICALLY THICK PLASMA . . . . .               | <i>V. P. Grinin</i> 371                                    |
| ON THE LIGHT-CURVES OF FLARE STARS . . . . .   | <i>G. A. Gurzadian</i> 383                                 |
| THE EFFECT OF ELECTRON SCREENING ON THERMONUCLEAR REACTIONS UNDER HIGH DENSITIES               | <i>V. V. Porfiriev, Yu. N. Redcoborody</i> 393             |
| SLOW ROTATION OF WHITE DWARFS AND BARIONIC STARS   | <i>V. V. Papoyan, D. M. Sedrakian, E. V. Chubartan</i> 415 |
| ON THE EQUILIBRIUM STATES OF THE SYSTEM OF GRAVITATING PARTICLES . . . . .                     | <i>G. S. Btsnovaty-Kogan, Ya. B. Zeldovitch</i> 425        |
| THE VELOCITY DISTRIBUTION FUNCTION FOR STARS OF SMALL MASS IN STAR-CLUSTERS . . . . .          | <i>V. S. Kaliberda</i> 433                                 |
| THE GALAXIES WITH ULTRAVIOLET CONTINUUM. II . . . . .  | <i>B. E. Markartan</i> 443                                 |
| ON THE NATURE OF EVOLUTIONARY EFFECTS ASSOCIATED WITH QUASI-STELLAR RADIO SOURCES. I . . . . . | <i>M. A. Arakelian</i> 461                                 |
| ON THE INTRINSIC POLARIZATION OF THE RY PERSEI RADIATION                                       | <i>O. S. Shoulov, G. A. Goudkova</i> 477                   |
| ON THE RELAXATION OF STARS OF FLAT SUBSYSTEMS OF GALAXY ON SPIRAL STRUCTURE . . . . .          | <i>L. S. Marochntk</i> 487                                 |
| NOTES  |  |
| TWO REMARKABLE FLARE STARS IN PLEIADES   | <i>E. S. Parsamian, H. S. Chavushian</i> 499               |
| THE PHOTOELECTRIC PHOTOMETRY OF THE WOLF-RAYET TYPE BINARY STAR HD 211853                      | <i>A. A. Guseinzade</i> 502                                |
| THE ELLIPTICITY OF SLOWLY ROTATING CONFIGURATIONS . . . . .                                    | <i>Z. F. Seitdov</i> 503                                   |