USCOBPQP4U АСТРОФИЗИКА Том 5 МАЙ, 1969 ВЫПУСК 2

о некоторых асимптотических формулах в теории неизо-	
ТРОПНОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА · · А. К. Колесов, В. В. Соболев	175
ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА	
В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ · · · Ю. Ю. Абрамов, А. П. Напартович	187
к нелинейной нестационарной задаче переноса излуче-	
НИЯ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ЛИНИИ Р. С. Варданян, Н. Б. Еншбарян	203
об относительных интенсивностях водородных линий в	
СПЕКТРАХ ТУМАННОСТЕИ В. П. Гринин	213
модели скоплении точечных масс с большим красным	000
СМЕЩЕНИЕМ В ЦЕНТРЕ Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдович	223
ВЗАИМОДЕИСТВИЕ НИЗКОЧАСТОТНОГО РАДИАЛЬНОГО И ВЫСОКО-	
VACIDIHUI O KOAEDAHUM SBESA	235
O CREAK FEALLY KARANKOR CO PORTUNIKANI CREAKING I THINK	233
	243
CTERTEN BERAR B KONFTOOFPARHIY TVMAHHOCTAY 2 4 Augat	249
ОБШЕЕ ПОГЛОШЕНИЕ В ЛИНИЯХ И ПОЛОСАХ В СПЕКТРАХ ЗВЕЗЛ	247
КЛАССОВ F-M М. Г. Родрицес	269
ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ МЕРЦАЮЩЕЙ КОМПОНЕНТЫ ИСТОЧНИКА	
3C 273 НА ЧАСТОТАХ 86 И 60 МГЦ	
Т. Д. Антонова, В. В. Виткввич, В. Г. Панаджян	283
ОЦЕНКА УГЛОВЫХ РАЗМЕРОВ РАДИОИСТОЧНИКА 3С 48 НА ЧА-	
СТОТЕ 60 МГЦ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ МЕРЦАНИЙ В. Г. Панаджан	291
О ЗАВИСИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО ИНДЕКСА ВНЕГАЛАКТИЧЕСКИХ	
РАДИОИСТОЧНИКОВ ОТ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА	0.07
Р. Д. Дагквсаманский	297
построение моделей звездных систем при помощи числен-	205
НОГО ЭКСПЕРИМЕНТА Т. А. Алекян, А. С. Баранов	303
МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАСС В МЗІ. П В. С. Сизиков	317
МАССЫ ЦЕФЕИД И. Н. Латышев	331
краткие сообщения	
о возможной ириволя короткопериолических пульсаций БЛЕСКА ЗВЕЗЛЫ	

EPEBAH

Խմբագրական կոլեգիա

Ա. Ա. Բոյարչուկ, Վ. Ա. Դոմբրովսկի, Յա. Բ. Ջելդովիչ, Հ. Մ. Թովմասյան, Ս. Ա. Կապլան, Վ. Հ. Համբարձումյան (գլխավոր խմբագիր), Բ. Ե. Մարգարյան, Լ. Վ. Միրզոյան (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Վ. Սորոյև

Редакционная коллегия

В. А. Амбарцумян (главный редактор), А. А. Боярчук, В. А. Домбровский, Я. Б. Зельдович, С. А. Каплан, Б. Е. Маркарян, Л. В. Мирзоян (зам. главного редактора), В. В. Соболев, Г. М. Товмасян

"АСТРОФИЗИКА" — научный журнал, издаваемый Академкей наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьм по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журкал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старник курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство "Междувародная книга", Москва, 200.

«Աստոսֆիզիկա»-ն գիտական ճանդես է, որը ճրառառակվում է Հայկական ՍՍՀ Գիտությունների ակադեմիայի կողմից։ Հանդեսը ապագրում է ինքնատիպ ճոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների ու միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղային և արաագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստոռֆիզիկային սաճմանակից բնագավառների գծով։

Հանդեսը նախատեսված է գիտական աջխատակիցների, տսպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների ճամար։

Հանդեսը լույս է աեսնում տաշեկան 4 անգամ, 1 ճամաշի աշժենն է 1 ռութլի, թաժանուղագինը 4 ռութլի մեկ տաշվա ճամաշ։ Բաժանուդազշվել կաշելի է «Սոյուզպեչատ»-ի թոլոշ թաժանմունքներում, իսկ աշտասանմանում «Մեժդունաշոդնայա կնիգա» գործակալության միջոցով, Մոսկվա, 200: АКАЛЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

ВЫПУСК 2

О НЕКОТОРЫХ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ФОРМУЛАХ В ТЕОРИИ НЕИЗОТРОПНОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА

А. К. КОЛЕСОВ, В. В. СОБОЛЕВ Поступила 1 яюля 1968

Рассматривается проблема неизотропного рассеяния света в полубесконечной среде для случая, когда альбедо частицы λ близко к 1. Получена асимптотическая формула для функции $H(\eta)$, содержащая нулевой и первый члены ее разложения по степеням $\sqrt{1-\lambda}$. Аналогичные формулы для других функций, характеризующих поле излучения, были найдены ранее [3, 4]. Результаты вычислений, сделанных по асимптотическим и по точным формулам, сравниваются друг с другом при трехчленной индикатрисе рассеяния.

При исследовании переноса излучения в различных поглощающих и рассеивающих средах (туманностях, планетных атмосферах, водных бассейнах и т. д.) весьма часто встречается случай, когда коэффициент истинного поглощения гораздо меньше коэффициента рассеяния. В этом случае могут быть получены простые асимптотические формулы для разных величин, характеризующих поле излучения. При помощи таких формул эти величины выражаются через аналогичные величины в случае чистого рассеяния.

В настоящей статье рассматривается задача о диффузии излучения в полубесконечной среде, освещенной параллельными лучами, при неизотропном рассеянии. Косинус угла падения внешнего излучения обозначим через ζ , а косинус угла отражения (или пропускания) — через η . Нас будут интересовать следующие величины, характеризующие поле излучения, рассеянного средой: функции $\varphi_i(\eta)$, введенные В. А. Амбарцумяном [1], функция $H(\eta)$, введенная С. Чандрасскаром [2], коэффициент отражения $\rho(\eta, \zeta)$ (усредненный по азимуту), альбедо среды $A(\zeta)$ и коэффициент пропускания $\sigma(\eta)$.

Обозначим через λ отношение коэффициента рассеяния к сумме коэффициентов рассеяния и истинного поглощения (иными словами, "альбедо частицы"). Все перечисленные величины могут быть разложены в ряды по степеням $\sqrt{1-\lambda}$. Если значение λ достаточно близко к 1, то в втих рядах можно ограничиться лишь двумя первыми членами (нулевым и первым). Найденные таким путем асимптотические формулы будут обладать погрешностью порядка $1 - \lambda$.

Асимптотические формулы для величин $\varphi_t(\eta)$, $\rho(\eta, \zeta)$, $A(\zeta)$ и $\sigma(\eta)$ были получены недавно В. В. Соболевым [3]. Некоторые из этих формул найдены также ван де Хюлстом [4] (к сожалению, его книга пока нам недоступна).

В этой статье сначала выводится асимптотическая формула для функции $H(\eta)$. Как и другие упомянутые асимптотики, она справедлива при произвольной индикатрисе рассеяния.

Затем в статье приводятся результаты вычислений всех перечисленных величин по асимптотическим формулам для случая трехчленной индикатрисы рассеяния. Для сравнения даются тэкже точные значения этих величин, вычисленные при той же индикатрисе по формулам, полученным в работе В. В. Соболева [5]. Результаты вычислений по точным формулам частично взяты из нашей предыдуцей статьи [6], а частично приводятся впервые. Это сравнение ясно показывает, какой точностью обладают асимптотические формулы при разных λ .

 $\mathcal{O}_{\mathcal{Y}HKUUS}$ $H(\eta)$. В теории неизотропного рассеяния света важную роль играет функция $H(\eta)$, определенная уравнением

$$H(\eta) = 1 + \eta H(\eta) \int_{0}^{1} \frac{\Psi(\eta')}{\eta + \eta'} H(\eta') d\eta', \qquad (1)$$

где функция $\Psi(\eta)$ зависит от λ и индикатрисы рассеяния $x(\eta)$.

Если индикатриса рассеяния разложена в ряд по полиномам Лежандра, то есть

$$\mathbf{x}(\mathbf{\gamma}) = \sum_{0}^{n} x_{i} P_{i} (\cos \mathbf{\gamma}), \qquad (2)$$

TO

$$\Psi(\eta) = \frac{\lambda}{2} \sum_{0}^{n} x_{i} R_{i}(\eta) P_{i}(\eta), \qquad (3)$$

где функции R₁ (7) определяются рекуррентным соотношением

$$iR_{i}(\eta) + (i-1)R_{i-2}(\eta) = (2i-1-\lambda x_{i-1})\eta R_{i-1}(\eta)$$
(4)

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ В ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА 177

при

$$R_0(\eta) = 1, \quad R_1(\eta) = (1 - \lambda) \eta.$$
 (5)

Мы примем, что $1-\lambda \ll 1$ и будем искать функцию $H(\eta)$ в виде

$$H(\eta) = H_0(\eta) - H_1(\eta) \sqrt{1-\lambda}, \qquad (6)$$

где $H_0(\eta)$ — функция $H(\eta)$ в случае чистого рассеяния, считающаяся известной, и $H_1(\eta)$ – функция, подлежащая определению.

Подставляя (б) в (1) и пренебрегая членами порядка $1 - \lambda$, получаем:

$$H_{1}(\eta) = \eta H_{1}(\eta) \int_{0}^{1} \frac{\Psi_{0}(\eta')}{\eta + \eta'} H_{0}(\eta') d\eta' + \eta H_{0}(\eta) \int_{0}^{1} \frac{\Psi_{0}(\eta')}{\eta + \eta'} H_{1}(\eta') d\eta', \quad (7)$$

где $\Psi_0(\eta) - \phi$ ункция $\Psi(\eta)$ при $\lambda = 1$.

Легко видеть, что уравнению (7) удовлетворяет функция

$$H_1(\eta) = C \eta H_0(\eta), \tag{8}$$

где C — произвольная постоянная. Здесь мы воспользовались соотношением

$$\int_{0}^{1} \Psi_{0}(\eta) H_{0}(\eta) d\eta = 1, \qquad (9)$$

вытекающим из (1), так как в случае чистого рассеяния

$$2\int_{0}^{1}\Psi_{0}(\eta)\,d\eta=1.$$
 (10)

Постоянная С может быть найдена из формулы

$$\int_{0}^{1} \Psi(\eta) H(\eta) d\eta = 1 - \left[1 - 2 \int_{0}^{1} \Psi(\eta) d\eta \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

также вытекающей из (1). Подставляя в (11) выражение (6), в котором функция $H_1(\eta)$ дается формулой (8), а также выражение для функции $\Psi(\eta)$ в виде

$$\Psi(\eta) = \Psi_0(\eta) - (1-\lambda) \Psi_1(\eta), \qquad (12)$$

получаем

$$C\int_{0}^{1} \Psi_{0}(\eta) H_{0}(\eta) \eta \, d\eta = \left[2\int_{0}^{1} \Psi_{1}(\eta) \, d\eta \right]^{\frac{1}{2}}.$$
 (13)

Так как известно (см. [2]), что

$$\int_{0}^{1} \Psi_{0}(\eta) H_{0}(\eta) \eta d\eta = \left| 2 \int_{0}^{1} \Psi_{0}(\eta) \eta^{2} d\eta \right|^{\frac{1}{2}}$$
(14)

то вместо (13) имеем

$$C = \left[\frac{\int_{0}^{1} \Psi_{1}(\eta) d\eta}{\int_{0}^{1} \Psi_{0}(\eta) \eta^{2} d\eta} \right]^{\frac{1}{2}}.$$
 (15)

Для упрощения выражения (15) воспользуемся двумя формулами, вытекающими при $\lambda = 1$ из соотношений, найденных Кущером [7]:

$$2\int_{0}^{j} \Psi_{1}(\eta) d\eta = \left(1 - \frac{x_{1}}{3}\right) \left(1 - \frac{x_{2}}{5}\right) \cdots,$$
(16)

$$2\int_{\eta}^{0} \Psi_{0}(\eta) \eta^{2} d\eta = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{x_{2}}{5}\right) \left(1 - \frac{x_{3}}{7}\right) \cdots$$
(17)

Подстановка (16) и (17) в (15) дает

$$C = \sqrt{3 - x_1}. \tag{18}$$

Таким образом, для функции $H(\eta)$ мы получаем следующую асимптотическую формулу

$$H(\eta) = H_0(\eta) (1 - k\eta),$$
(19)

где

.52

$$k = \sqrt{(1-\lambda)(3-x_1)}.$$
 (20)

Формула (19) справедлива при любой индикатрисе рассеяния. Входящий в эту формулу параметр x_1 представляет собой первый ковффициент в разложении индикатрисы рассеяния по полиномам Лежандра, то есть

$$x_1 = \frac{3}{2} \int_0^{\pi} x(\gamma) \cos\gamma \sin\gamma d\gamma.$$
 (21)

При изотропном рассеянии из (19) вытекает формула, найденная ранее ван де Хюлстом [8], а при индикатрисе рассеяния $x(\gamma) = 1 + x_1 \cos \gamma - \phi$ ормула, полученная В. В. Ивановым и В. В. Леоновым [9].

В качестве примера мы применили формулу (19) к случаю трехчленной индикатрисы рассеяния

$$x(\gamma) = 1 + x_1 \cos \gamma + x_2 P_2(\cos \gamma). \tag{22}$$

Значения функции $H_0(\eta)$ при $x_1 = 1$ и $x_2 = 1$ были взяты из нашей статьи [6]. Результаты вычислений функции $H(\eta)$ по формуле (19) при значениях величины $1 - \lambda$, равных 10^{-4} , 10^{-3} и 10^{-2} , приведены в табл. 1.

Таблица 1

1-λ	10-4		10-3		10-2	
η	точн.	прибл.	точн.	прибл.	точн.	прибл.
0.0	1.0000	1.0000	1.000	1.000	1.00	1.00
0.1	1.2815	1.2815	1.227	1.278	1.26	1.27
0.2	1.5084	1.5084	1.499	1.499	1.47	1.47
0.3	1.7216	1.7217	1.706	1.706	1.65	1.66
0.4	1.9278	1.9278	1.904	1.904	1.83	1.83
0.5	2.1296	2.1295	2.097	2.097	2.00	1.99
0.6	2.3282	2.3282	2.286	2.285	2.16	2.15
0.7	2.5245	2.5244	2.471	2.470	2.31	2.30
0.8	2.7190	2.7188	2.654	2.652	2.46	2.44
0.9	2.9119	2.9116	2.834	2.830	2.61	2.57
1.0	3.1035	3.1030	3.012	3.007	2.75	2.70

ФУНКЦИЯ Н(т)

В той же таблице для сравнения даны точные значения функции $H(\eta)$, найденные путем численного решения уравнения (1) при индикатрисе рассеяния (22).

Из таблицы видно, что при значениях λ , достаточно близких к 1, определение функции $H(\eta)$ по асимптотической формуле (19) может дать вполне удовлетворительные результаты.

 \mathcal{O} ункции $\varphi_i(\eta)$. Наряду с функцией $H(\eta)$, в теории неизотропного рассеяния излучения также широко используются функции $\varphi_i(\eta)$. Согласно В. А. Амбарцумяну [1], они определяются системой нелинейных интегральных уравнений

$$\varphi_{\ell}(\eta) = P_{\ell}(\eta) + \frac{\lambda}{2} \eta \sum_{j=0}^{n} x_{j} (-1)^{i+j} \varphi_{j}(\eta) \int_{0}^{1} \frac{\varphi_{j}(\zeta)}{\eta + \zeta} P_{j}(\zeta) d\zeta.$$
(23)

Недавно [3] для функций φ_ί (η) были получены следующие асимптотические формулы

$$\varphi_{i}(\eta) = \varphi_{i}^{0}(\eta) - \frac{6k}{3-x_{1}} \alpha_{i1}^{0} u_{0}(\eta) \eta, \quad (i \neq 1)$$
(24)

$$\varphi_{1}(\eta) = \frac{4k}{3-x_{1}} u_{0}(\eta) \eta_{l},$$
 (25)

				10 1 10		
1λ	10-4		10 ⁻³ 10 ⁻		-2	
η	точн.	прибл.	точн.	приба.	точн.	приба.
0.0	1.0000	1.0000	1.000	1,000	1.00	1.00
0.1	1.2674	1.2674	1.262	1.262	1.24	1.24
0.2	1.4751	1.4752	1.462	1.462	1.42	1.42
0.3	1.6646	1.6646	1.643	1.643	1.58	1.57
0.4	1.8426	1.8426	1.811	1.810	1.72	1.71
0.5	2.0118	2.0116	1.968	1.966	1.84	1.82
0.6	2.1735	2.1732	2.116	2.113	1.95	1.92
0.7	2.3285	2.3281	2.257	2.252	2.05	2.01
0.8	2.4774	2.4768	2.390	2.383	2.15	2.09
0.9	2.6205	2.6196	2.515	2.507	2.23	2.15
1.0	2.7579	2.7568	2.634	2.623	2.30	2.20

THATTHE ... (m)

Таблица 2

где k определяется формулой (20), $\varphi_i^0(\eta) - \phi$ ункция $\varphi_i(\eta)$ в случае чистого рассеяния (то есть при k = 0), α_{i1}^0 — первый момент этой функции, то есть

$$a_{i1}^{0} = \int_{0}^{1} \varphi_{i}^{0}(\eta) \, \eta d\eta, \qquad (26)$$

а $u_0(\eta)$ — ковффициент пропускания света полубесконечной средой при $\lambda = 1$, нормированный согласно условию

$$2\int_{0}^{1} u_{0}(\eta) \eta d\eta = 1.$$
 (27)

Функция и0 (1) может быть найдена по формуле

$$u_{0}(\tau_{i}) = \frac{1}{2\tau_{i}} \left[\frac{1}{2} \varphi_{0}^{0}(\tau_{i}) + \varphi_{2}^{0}(\tau_{i}) \right]$$
(28)

Применим приведенные формулы к случаю индикатрисы рассеяния (22). В данном случае, согласно [5], имеем:

$$\varphi_0^0(\eta) = H_0(\eta) \left(1 - \frac{h_0 - 2}{h_1} \eta \right),$$
 (29)

Таблица З

1-1.	10-4		10-3		10-2	
7)	TOVB.	приба.	точн.	прибл.	точн.	пряба.
0.0	0,0000	0,0000	0.000	0.000	0.00	0.00
0.1	0.0015	0.0015	0.005	0.005	0.01	0.01
0.2	0.0034	0.0035	0.011	0.011	0.03	0.03
0.3	0.0059	0.0059	0.018	0.019	0.05	0.06
0.4	0.0088	0.0089	0.027	0.028	0.08	0.09
0.5	0.0121	0.0122	0.037	0.039	0.11	0.12
0.6	0.0159	0.0161	0.049	0.051	0.14	0.16
0.7	0.0201	0.0204	0.062	0.064	0.18	0.20
0.8	0.0247	0.0251	0.075	0.079	0.21	0.25
0.9	0.0298	0.0303	0.091	0.096	0.25	0.30
1.0	0.0353	0.0359	0.107	0.114	0.30	0.36
	the second second	and the second s				

ФУНКЦИЯ 🚎 (т)

$$\varphi_2^0(\eta) = H_0(\eta) \left(-\frac{1}{2} + \frac{h_0}{2h_1} \eta \right), \tag{30}$$

$$u_0(\eta) = \frac{H_0(\eta)}{2h_1},$$
 (31)

где h_k — моменты функции $H_0(\eta)$, то есть

$$h_{k} = \int_{0}^{1} H_{0}(\eta) \eta^{k} d\eta.$$
 (32)

Поэтому для функций ф. (7) получаем

$$\varphi_0(\eta) = H_0(\eta) \left[1 - \frac{h_0 - 2}{h_1} \eta - \frac{3k}{3 - x_1} \left(1 - \frac{h_0 - 2}{h_1^2} h_2 \right) \eta \right], \quad (33)$$

$$p_1(\eta) = H_0(\eta) \frac{2k\eta}{(3-x_1)h_1},$$
(34)

$$\varphi_{2}(\eta) = -\frac{1}{2} H_{0}(\eta) \left[1 - \frac{h_{0}}{h_{1}} \eta - \frac{3k}{3 - x_{1}} \left(1 - \frac{h_{0}}{h_{1}^{2}} h_{s} \right) \eta \right].$$
(35)

Таблица 4

1-λ 10-4		10-3		10-2		
η	TOTE.	приба.	точн.	прибл.	точн.	прибл.
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6	-0.5000 -0.5316 -0.4969 -0.4198 -0.3045 -0.1529 0.0339	-0.5000 -0.5316 -0.4969 -0.4198 -0.3045 -0.1530 0.0338	0.500 0.523 0.498 0.422 0.308 0.158 0.028	0.500 0.532 0.498 0.422 0.308 0.158 0.027	-0.50 -0.53 -0.50 -0.43 -0.32 -0.17 0.01	-0.50 -0.53 -0.50 -0.43 -0.32 -0.18 0.00
0.7 0.8 0.9	0.2554	0.2552 0.5111 0.8010	0.247 0.501 0.789	0.246	0.23 0.48 0.76	0.22 0.46
1.0	1.1249	1.1247	1.110	1.108	1.08	1.06

Результаты вычислений по формулам (33), (34) и (35) при $x_1 = 1$ и $x_2 = 1$ содержатся в таблицах 2, 3 и 4. В тех же таблицах приведены для сравнения значения функций $\varphi_i(\eta)$, найденные по точным формулам работы [5].

Диффузное отражение света. Пусть полубесконечная среда освещена параллельными лучами, падающими под углом arc cos ζ к нормали. Освещенность площадки, перпендикулярной к этим лучам, обозначим через πS . Интенсивность излучения, диффузно отраженного средой (усредненную по азимуту), представим в виде

$$J(\eta, \zeta) = S \rho(\eta, \zeta) \zeta, \tag{36}$$

где $\rho(\eta, \zeta)$ —ковффициент отражения. Величина $\rho(\eta, \zeta)$ выражается через функции $\gamma_i(\eta)$ формулой

$$\rho(\eta, \zeta) = \frac{\lambda}{4} \sum_{0}^{n} x_{i} (-1)^{i} \frac{\varphi_{i}(\eta) \varphi_{i}(\zeta)}{\eta + \zeta}.$$
(37)

Важной характеристикой отражательных свойств среды является также ее альбедо A, то есть отношение внергии, отраженной средой во все стороны, к внергии падающей на нее. Если внешнее излучение падает под углом arc cos C к нормали, то альбедо равно

$$A(\zeta) = 2 \int_{0}^{1} \rho(\eta, \zeta) \eta d\eta.$$
(38)

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ В ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА 183

Величина А (ζ) связана простой формулой с функцией 🕫 (ζ):

$$A(\zeta) = 1 - \frac{1}{\zeta} z_1(\zeta). \tag{39}$$

Для функций $\rho(\eta, \zeta)$ и $A(\zeta)$ мы имеем следующие асимптотические формулы:

$$\rho(\eta, \zeta) = \rho_0(\eta, \zeta) - \frac{4k}{3-x_1} u_0(\eta) u_0(\zeta), \qquad (40)$$

где $\rho_0(\eta, \zeta)$ — величина $\rho(\eta, \zeta)$ при k = 0,

$$A(\zeta) = 1 - \frac{4k}{3 - x_1} u_0(\zeta). \tag{41}$$

В случае индикатрисы рассеяния (22) асимптотические формулы (40) и (41) при помощи формул (37) (при $\lambda = 1$), (29), (30) и (31) преобразуются к виду

$$\times \left[\frac{\left(1 - \frac{h_0 - 2}{h_1} \eta\right) \left(1 - \frac{h_0 - 2}{h_1} \zeta\right) + \frac{x_2}{4} \left(1 - \frac{h_0}{h_1} \eta\right) \left(1 - \frac{h_0}{h_1} \zeta\right)}{4 (\eta + \zeta)} - \frac{k}{3 - x_1} \frac{\zeta \eta}{h_1^2} \right],$$

$$(42)$$

$$A(\zeta) = 1 - \frac{2k}{(3-x_1)h_1} H_0(\zeta).$$
 (43)

Таблица 5

p (ζ, ζ) $A(\varsigma)$ ζ прибл. TOTE. прибл. точя. 0.89 0.89 0.0 00 00 0.86 0.85 2.30 0.1 2.27 0.84 0.83 0.2 1.41 1.42 1.10 0.82 0.80 0.3 1.10 0.94 0.80 0.78 0.94 0.4 0.78 0.76 0.5 0.84 0.83 0.76 0.73 0.78 0.76 0.6 0.71 0.75 0.75 0.71 0.7 0.69 0.8 0.74 0.69 0.73 0.66 0.72 0.9 0.75 0.68 0.64 0.70 1.0 0.78 0.70

ВЕЛИЧИНЫ ρ (ζ, ζ) И А (ζ) ПРИ λ=0.99

В табл. 5 приведены для сравнения значения величин $\rho(\zeta, \zeta)$ и $A(\zeta)$, вычисленные по асимптотическим формулам (42) и (43), а также по точным формулам (37) и (39) (при $x_1 = 1$ и $x_2 = 1$).

Диффузное пропускание света. Если плоский слой имеет конечную оптическую толщину, то часть падающего на него излучения диффузно отражается и часть диффузно пропускается. С увеличением оптической толщины интенсивность диффузно пропущенного излучения убывает, а его относительное угловое распределение стремится к некоторому предельному распределению. Мы будем считать, что излучение с таким предельным угловым распределением диффузно пропускается средой бесконечно большой оптической толщины. Интенсивность втого излучения, выраженную в относительных единицах, обозначим через $u(\eta)$ (понимая под η косинус угла пропускания).

В. А. Амбарцумян [10] показал, что величина u (η) выражается через функции φ, (η) при помощи формулы

$$u(\eta) = \frac{\lambda}{2} \sum_{0}^{n} \frac{c_{\ell} x_{\ell} \varphi_{\ell}(\eta)}{1 - k \eta}, \qquad (44)$$

где

$$c_{i} = \int_{0}^{1} u(\eta) P_{i}(\eta) d\eta.$$
(45)

(46)

Подстановка (44) в (45) дает систему однородных линейных уравнений для определения ковффициентов c_i , из условия разрешимости которой находится величина k. Можно показать, что выражение (20) является асимптотической формулой для величины k (точнее говоря, первым членом ее разложения по степеням $\sqrt[3]{1-\lambda}$).

Указанным способом ковффициенты c_{i} , а значит и функция $u(\eta)$ определяются с точностью до постоянного множителя. Выше мы нормировали вту функцию (при $\lambda = 1$) формулой (27). Теперь же введем вместо функции $u(\eta)$ пропорциональную ей функцию $\sigma(\eta)$, определенную равенством

$$\sigma(\eta)=\frac{u(\eta)}{u(0)},$$

то есть нормированную так, что $\sigma(0) = 1$. Функция $\sigma(\eta)$ дает, в частности, распределение яркости по диску звезды. в атмосфере которой происходит рассеяние света с заданными λ и $x(\gamma)$, при условии, что яркость на краю диска принята за единицу.

Ранее было установлено [3], что в разложении функции $\sigma(\eta)$ по степеням k отсутствует член, содержащий k в первой степени. Иными словами, можно написать

$$\sigma(r_i) = \sigma_0(r_i) + O(k^2), \qquad (47)$$

где $\sigma_0(\eta)$ — функция $\sigma(\eta)$ в случае чистого рассеяния (то есть при k = 0). Следовательно, значения функции $\sigma(\eta)$ при данном λ отличаются от ее значений при $\lambda = 1$ на величину порядка $1 - \lambda$.

Подчеркнем, что этим своим свойством функция $\sigma(\eta)$ существенно отличается от всех функций, рассмотренных выше, значения которых при данном λ отличаются от их значений при $\lambda = 1$ на величины порядка $\sqrt{1-\lambda}$.

В табл. б для иллюстрации сказанного приведены значения функций $\sigma_0(\eta)$ и $\sigma(\eta)$ при $\lambda = 0.99$ для индикатрисы рассеяния (22) (при $x_1 = 1, x_2 = 1$). Мы видим, что значения этих функций довольно близки друг к другу, хотя значение λ и не очень близко к 1.

η	$x(\gamma) = 1$	Индикатриса (22) при x ₁ =1, x ₂ =1			
		λ=1	λ=0.99		
0.0	1.00	1.00	1.00		
0.1	1.25	1.28	1.28		
0.2	1.45	1.51	1.51		
0.3	1.64	1.73	1.73		
0.4	1.83	1.94	1.95		
0.5	2.01	2.14	2.16		
0.6	2.19	2.35	2.37		
0.7	2.37	2.55	2.59		
0.8	2.55	2.75	2.80		
0.9	2.73	2.95	3.02		
1.0	2.91	3.15	3.24		

Таблица б ФУНКЦИЯ э (ζ)

Как известно, при индикатрисе рассеяния $1 + x_1 \cos \gamma$ функция $\sigma_0(\gamma_i)$ не зависит от величины параметра x_1 , то есть является такой же, как при сферической индикатрисе рассеяния. Можно ожидать,

что и при произвольной индикатрисе рассеяния значения функции $\sigma_{0}(\eta)$ не будут сильно отличаться от ее значений при изотропном рассеянии, то есть функция $\sigma_{0}(\eta)$ вообще не будет сильно зависеть от индикатрисы рассеяния. Значения функции $\sigma_{0}(\eta)$ при $x(\gamma) = 1$ также даны в табл. 6.

Учитывая еще результат, выраженный формулой (47), мы можем высказать следующее предположение. Относительное угловое распределение излучения, диффузно пропущенного плоским слоем большой оптической толщины в случае малого истинного поглощения $(1-\lambda\ll1)$ при произвольной индикатрисе рассеяния, не должно сильно отличаться от того, какое осуществляется в случае чистого рассеяния при $x(\gamma) = 1$. Интересно выяснить, в какой мере справедливо это предположение.

Аенинградский Государственный университет

ON SOME ASYMPTOTIC FORMULAE IN THE THEORY OF ANISOTROPIC LIGHT SCATTERING

A. K. KOLESOV, V. V. SOBOLEV

The problem of anisotropic light scattering in the semi-infinite medium is considered. Particle albedo λ is assumed to be close to unity. The asymptotic formula is found containing the zeroth and the first terms of the expansion of the function $H(\eta)$ in powers of $\sqrt{1-\lambda}$. Similar formulae for other functions describing the radiation field were found previously [3, 4]. For the case of a three-term scattering indicatrix the results of calculations carried out using both asymptotic and exact formulae are compared.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. В. А. Амбаруумян, ЖЭТФ, 13, 224, 1943.
- 2. R. Chandrasekhar, Radiative Transfer, Oxford, 1950 (русся. перевод: Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, 1953).
- 3. В. В. Соболев, Астрон. ж., 45, 254, 1968.
- 4. H. C. van de Hulst (B Печати).
- 5. В. В. Соболев, Астрон. ж., 45, 528, 1968.
- 6. А. К. Колесов, В. В. Соболев, Уч. зап. ЛГУ (Труды Астрон. обс.), 26, 1969.
- 7. I. Kuščer, J. Math. Phys., 34, 256, 1955.
- 8. H. C. van de Hulst, статья в сб. "The Atmospheres of the Earth and Planets", 1947 (русск. перевод: "Атмосферы Земли и планет", ИЛ, 1951).
- 9. В. Иванов, В. В. Леонов, Изв. АН СССР, физика атмосферы и океана, 1, № 8, 1965.
- 10. В. А. Амбаруумян, ДАН СССР, 43, 106, 1944.

академия наук армянской сср АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

ВЫПУСК 2

ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Ю. Ю. АБРАМОВ, А. П. НАПАРТОВИЧ Поступила 16 июля 1968

При решении задач о переносе разовансного излучения в полупространстве, как правило, ограничиваются рассмотрением плоских источников; в этом случае все величины можно считать зависящими от одной координаты. В предлагаемой статье рассмотрен случай, когда на границе среда—вакуум расположен точечный источник, при этом, очевидно, возникает добавочная неоднородность в плоскости, параллельной поверхности. Получены точные формулы для плотности возбужденных атомов в среде и интеясивности выходящего излучения. Проводится подробное исследование этих формул; при этом удается установить некоторые простые закономерности в асимптотическом поведении плотности возбужденных атомов на больших расстояниях от источника.

Показано, что форма линии выходящего из среды излучения имеет характерный "двугорбый" вид с максимумами на частотах таких, что $k_v R \sim 1$, где R — расстояние до источника. Проводится обсуждение результатов.

1. Введение. В последние годы удалось найти точные решения ряда задач теории переноса резонансного излучения в полуограниченной среде. В частности, была решена проблема Милна (задача с источником на бесконечности), а также подробно исследованы многие задачи (стационарные и временные) с плоским источником, когда все величины можно считать зависящими от одной координаты x, перпендикулярной границе раздела среда—вакуум (см., например, [1—7]).

Важным результатом, следующим из этих работ, является то, что ответ всегда может быть выражен через две хорошо изученные функции — ядро интегрального уравнения и решение проблемы Милна. При этом асимптотическое поведение плотности возбужденных атомов известно для любой линии поглощения [5].

Ценность задач, допускающих точное решение, заключается в возможности оценки погрешности различных приближенных методов.

Кроме того, подробное исследование этих задач позволяет сделать некоторые заключения о характере решения в более сложых случаях.

В этом смысле представляет интерес задача о резонансном рассеянии излучения от точечного источника, поскольку она содержит явную неоднородность в плоскости, параллельной поверхности. Настоящая работа посвящена решению этой задачи.

Во втором разделе выводится точная формула, которая подробно исследуется в следующих разделах. Асимптотическое поведение решения, как и в задачах с плоской геометрией, выражается через асимптотику ядра и решение проблемы Милна. Аналогичная задача для рассеяния нейтронов в непоглощающей среде была решена Эллиотом [8].

2. Формальное решение. Как известно [1--6], перенос резонансного излучения в однородной среде описывается следующим интегральным уравнением для плотности возбужденных атомов n(r):

$$n(\vec{r}) = \int K_0(|\vec{r} - \vec{r'}|) n(\vec{r'}) d\vec{r'} + F(\vec{r}).$$
(1)

Интегрирование производится по всей среде (в данном случаепо полупространству), функция F(r) описывает распределение источников и

$$K_0(r) = \frac{\lambda}{4\pi \bar{k}} \int_0^\infty d\nu k_\nu^2 \frac{e^{-k_\nu r}}{r^2}$$
(2)

Здесь λ — вероятность выживания фотона при рассеянии, k_{v} — нормированный коэффициент поглощения (в центре линии $k_{v_0} = 1$),

$$\bar{k} = \int_{0}^{\infty} k dv, \quad |\bar{r}| = r.$$

Единицей измерения расстояния является длина поглощения в центре линии, а частоты — характерная ширина линии. Если рассеивающая среда занимает все пространство, уравнение (1) легко решается применением трехмерного преобразования Фурье. В случае полуограниченной среды задача существенно усложняется в силу наличия явной неоднородности по одному направлению (x). Однако в плоскости, параллельной границе, среда остается однородной, что позволяет с по-

мощью преобразования Фурье по y и z свести задачу к хорошо изученной плоской. Заметим вначале, что интегрированием по координатам y, z уравнение (1) переходит в уравнение для плоской геометрии:

$$\widetilde{n}(x) = \int_{0}^{\infty} K(|x-x'|) \widetilde{n}(x') dx' + \widetilde{F}(x), \qquad (1a)$$

где $n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} n(r) dy dz$ и аналогично для K(x) и $\tilde{F}(x)$ (укажем

простую связь между ядрами $K_0(x)$ и K(x): $K_0(x) = -\frac{1}{2\pi x} \frac{\partial K(x)}{\partial x}$.

Резольвентная функция этого уравнения изучена для ядер довольно широкого класса [5] (некоторые сведения собраны в приложении 1 к настоящей статье). Таким образом, количество возбужденных атомов в слое dx (n(x) dx) можно считать известным, и речь идет о нахож-

дении распределения их в этом слое в зависимости от координат y, z. Предположим, что F(r) = F(x, R), где $R = \sqrt{y^2 + z^3}$, тогда n(r) = n(x, R) и двухмерное преобразование Фурье по y, z сводится к преобразованию Ганкеля.

Применяя его к уравнению (1), получаем:

$$n(x, q) = \int_{0}^{\infty} K_{0}(|x - x'|, q) n(x', q) dx' + F(x, q), \qquad (3)$$

где $n(x, q) = 2\pi \int_{0}^{\infty} RI_{0}(qR) n(x, R) R dR$ и аналогичная формула спра-

ведлива для $K_0(|x|, q)$ и $F(x, q)(I_0(qR) - функция Бесселя ну$ левого порядка). Уравнение (3) достаточно решить для положительных q, так как обратное преобразование Ганкеля производится поформуле

$$n(x, R) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\infty} q I_{0}(qR) n(x, q) dq.$$

Поскольку уравнение (3) формально эквивалентно уравнению (1а), его решение можно получить обычным образом [1-3, 5, 6]. Выберем для определенности источник в виде δ — функции ($F(r) = \delta(r)$).

Тогла

$$\overline{n(p,q)} = \frac{1}{\widehat{G}^+(p,q)},$$
(4)

где $\overline{n(p,q)}$ — односторонний образ Фурье функции n(x,q). При этом $G^+(p,q)$ аналитична в верхней полуплоскости p и удовлетворяет функциональному уравнению (1)

$$G^{+}(p, q) G^{+}(--p, q) = G_{0}(p, q),$$
 (5)

где

$$G_0(p,q) \equiv 1 - \overline{K_0(p,q)}, \quad a \quad \overline{K_0(p,q)} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{ipx} K_0(|x|, q) dx.$$

Таким образом, задача сводится к исследованию аналитических свойств функции $G_0(p, q)$.

Заметим, что поскольку $K_0(r)$ —сферически симметричная функция, то и $\overline{K_0(p,q)}$ зависит только от модуля трехмерного вектора Фурье. Используя это замечание, можно показать, что $\overline{K_0(p,q)} = \overline{K(\sqrt{p^3+q^2})}$. где $\overline{K(p)}$ — двухсторонний образ Фурье ядра уравнения плоской геометрии (1а). Необходимые сведения о нем изложены в приложении 1, и мы можем ими воспользоваться. Из них, в частности, следует, что $G_0(p,q) = G(\sqrt{p^2+q^2})$ аналитична в плоскости p с разрезом вдоль мнимой оси от -iq до +iq через бесконечность. $G^+(p,q)$ соответственно аналитична в плоскости p с разрезом от -iq до $-i\infty$ вдоль отрицательной мнимой полуоси. Сводя интеграл обратного преобразования Фурье по p к берегам этого разреза, находим (p = -is):

$$n(x, R) = \hat{v}(\vec{r}) + \frac{1}{2\pi^{3}} \int_{0}^{\infty} qI_{0}(qR) dq \int_{q}^{\infty} e^{-sx} \frac{G^{+}(is, q) \operatorname{Im} G(\sqrt{q^{2}-s^{2}}-0) ds}{|G(\sqrt{q^{2}-s^{2}})|^{2}}.$$
(6)

Здесь $|G(\sqrt{q^2-s^2})|$ и Im $G(\sqrt{q^2-s^2}-0)$ соответственно модуль и мнимая часть функции $G(\sqrt{q^2+p^2})$ на разрезе. В следующих разделах мы перейдем к исследованию этого выражения на больших расстояниях от источника.

ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

3. Асимптотическое поведение вдали от границы. Рассмотрим вначале случай x » 1, R произвольно. При этом, как следует из (6), основной вклад в интеграл дают s, q < 1. Исследуем подынтегральную функцию в этой области.

Как легко видеть, $G(0) = 1 - \lambda$, а из (5) получаем значение $G^+(0, 0)$, равное $\sqrt{1-\lambda}$. Если $\lambda \neq 1$, то при $x \gg 1$ достаточно вычислить следующий интеграл $\frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} qI_0(qR) dq \int_0^{\infty} e^{-sx} \operatorname{Im} G(\sqrt{q^2 - s^2} - 0) ds$,

который, как можно показать, совпадает с K₀(r).

Таким образом, при $\lambda \neq 1$, $x \gg 1$

$$n(x, R) \simeq (1-\lambda)^{-3/2} K_0(r), \quad r = \sqrt{R^2 + x^2},$$
 (7)

то есть на больших расстояниях от поверхности n(r) является сферически симметричной функцией. Интегрированием по y и z получается асимптотическое выражение решения для плоской геометрии (формула (1.7) приложения I).

Пусть теперь $\lambda = 1$. В этом случае $G(\sqrt{q^2 - s^2})$ обращается в нуль в точке s = q. Асимптотическое поведение выражения (6) зависит от поведения функции $G(\sqrt{q^2 - s^2})$ в малой окрестности точки $s \simeq q \ll 1$.

Во всех исследованных до сих пор задачах теории переноса для G(p) справедливо следующее предельное выражение при $p \rightarrow 0^*$:

$$G(p) \simeq p^{2\gamma} f(p^2), \quad \lambda = 1, \tag{8}$$

где $f(p^2)$ —медлевная функция, то есть $\lim_{t\to 0} \frac{f(ts)}{f(t)} = 1$. (Удобство в использовании медленной функции состоит в том, что при нахождении асимптотик ее можно выносить из-под знака операций дифференцирования и интегрирования, действующих на произведение медленной функции со степенной). Укажем, например, что для переноса с упругим рассеянием $\gamma = 1$, f = 1/3, а для переноса излучения в линии $\gamma_A = 1/4$, $f_A = \sqrt{2}/3$ и $\gamma_D = 1/2$, $f_D = \sqrt{\pi}/4(1/2 \ln 1/z^2)^{-1/4}$ соответственно для лорентцевой и допплеровой линий. Используя результаты работы [5], можно выразить γ и f через характеристики произвольной линии поглощения.

• На возможность такого подхода нам указал В. В. Иванов.

Так как область аналитичности функции G(p) имеет разрез вдоль мнимой оси, то, продолжая выражение (8) на этот разрез, получим при s $\ll 1$

$$G(is) \simeq e^{i\pi \gamma} G(s), \quad (\gamma \neq 1); \tag{9}$$

эдесь s вещественно. Это равенство следует из того, что в основном порядке $f(-s^3) \simeq f(s^3)$.

В формуле (б) осталась еще неизвестной функция $G^+(is, q)$ при s, $q \ll 1$. Используем соотношение (5). Как видно из него, $G^+(is, q)$ можно представить в виде:

$$G^+(is, q) \simeq (s+q)^{\mathrm{T}} \varphi(s, q). \tag{10}$$

При этом $\varphi(s, q) \varphi(-s, q) \simeq f(s^2 - q^2)$, откуда следует, в частности, что $\varphi(s, q)$ является медленной функцией от обоих своих аргументов. Учитывая соотношения (9) и (10), получаем из (6)

$$n(x, R) \simeq \frac{\sin \pi \gamma}{2\pi^2} \int_0^\infty q I_0(qR) dq \int_q^\infty e^{-sx} \frac{\varphi(s, q) ds}{(s-q)^{\mathrm{T}} f(s^2-q^2)}$$

Производя замену переменных $s = t_1/x$, $q = t_2/x$, используем медленность функций $\varphi(s, q)$ и $f(s^2 - q^2)$, положив под знаком интеграла $f[1/x^2(t_1^2 - t_2^2)] \simeq f(1/x^2)$ и

$$\varphi\left(\frac{t_1}{x}, \frac{t_2}{x}\right) \simeq \varphi\left(\frac{1}{x}, \frac{1}{x}\right) = \sqrt{f\left(\frac{1}{x^2}\right)},$$

по сле чего находим окончательный ответ:

$$n(x, R) \simeq \frac{x^{\gamma}}{2\pi\Gamma(\gamma) r^{3}} \left[f\left(\frac{1}{x^{2}}\right) \right]^{-\frac{1}{2}}.$$
 (11)

Здесь $\Gamma(\gamma)$ — гамма-функция, а $r^2 = R^2 + x^2$. (При $\gamma = 1$, f = 1/3 (11) переходит в ответ Эллиота [8]).

Сравнивая формулу (11) с формулами (1.8) й (1.10) приложения I, получаем еще две эквивалентные записи асимптотического выражения (11):

$$n(x, R) \simeq \frac{\Pi(x)}{2\pi r^2} \frac{x}{r},$$
 (12)

$$n(x, R) = \frac{\gamma S(x)}{2\pi r^3}$$
(13)

Здесь $\Pi(x) dx$ — число возбужденных атомов в слое dx, S(x) — решение задачи с источником на бесконечности.

Исследуем распределение возбужденных атомов в плоскости $x = \text{const} \gg 1$ в зависимости от $R = \sqrt{y^2 + z^2}$. Введем величину

$$\Pi(x, R) dx = \left[2\pi \int_{0}^{\infty} n(x, R) R dR\right] dx$$
, равную числу частиц в цилиндри-

ческом слое радиуса R и толщины dx. С помощью (12) легко находим, что $\Pi(x, R) = \Pi(x) (1 - x/r)$, то есть плотность частиц на плоскости x = const пропорциональна телесному углу, под которым виден данный участок плоскости из начала координат. Этот результат универсален, не зависит от типа рассеяния (при отсутствии гибели частиц) и справедлив даже, если частицы вовсе не рассеиваются.

Если $1 - \lambda \ll 1$, формулы (11)—(13) остаются справедливыми, но возникают ограничения на область их применимости. Эти ограничения легко установить из предыдущего вывода:

$$1-\lambda \ll \frac{f(1/x^2)}{x^{2\gamma}} \sim xK(x) \sim \int_{0}^{\infty} K(t) dt, \quad x \gg 1.$$

Если использовать понятие длины термализации [1], то можно сказать, что асимптотическое выражение (11) справедливо на расстояниях, много больших длины поглощения в центре линии и много меньших длины термализации.

4. Асимптотическое поведение вдали от источника. Перейдем к изучению асимптотического поведения n(x, R) вблизи поверхности на больших расстояниях от источенка $(R \gg 1, R \gg x)$. В этой области возбуждение атомов осуществляется в основном многократно рассеянным излучением, идущим из глубины среды. Эта ситуация аналогична случаю, когда источник помещен внутри среды. Поскольку в задаче переноса резонансного излучения отсутствует характерный размер, можно ожидать, что зависимость от x будет описываться решением для источника, помещенного на бесконечности (проблема Милна), то есть

$$n(\mathbf{x}, R) \simeq S(\mathbf{x}) \psi(R), \qquad (14)$$

где $\psi(R)$ — неизвестная функция. В случае перевоса нейтронов, например, решение имеет такой вид с функцией $\psi(R) = 1/2\pi R^3$ [8].

Для нахождения $\psi(R)$ воспользуемся тем, что рассматриваемая область $R \gg 1$, х перекрывается с областью $x \gg 1$, где справедливы ранее найденные выражения (7) и (13). Следовательно, при $\lambda \neq 1$ и $R \gg x \gg 1$ формулы (7) и (14) должны переходить друг в друга, откуда при учете (1.9) получаем, что $\psi(R) \simeq K_0(R)/1 - \lambda$. Таким образом, вблизи поверхности и вдали от источника имеем

$$n(x, R) \simeq \frac{S(x)}{1-\lambda} K_0(R).$$
 (15)

Сравнивая (7) и (15) видим, что формула

$$n(x, R) \simeq \frac{S(x)}{1-\lambda} K_0(r)$$
(16)

описывает асимптотическое поведение n(x, R) всюду на больших расстояниях от источника ($r = \sqrt{R^2 + x^2} \gg 1$).

При $\lambda = 1$ из сравнения (13) и (14) непосредственно находим, что $\psi(R) \simeq \gamma/2\pi R^3$, а формула (13) справедлива всюду на больших расстояниях от источника.

Если $1 - \lambda \ll 1$, то на очень больших расстояниях применимо выражение (16), а на промежуточных — (13). Можно определить расстояние, на котором они переходят друг в друга, если поставить между (13) и (16) знак равенства: $K_0(r_T)/1 - \lambda = \gamma/2\pi r_T^3$. Нетрудно видеть, что размер, находимый из этого равенства, совпадает с длиной термализации [1]. При $r \ll r_T$ справедлив асимптотический закон (13), а при $r \gg r_T$ — (16). Таким образом, параметр, появляющийся в задаче с точечным источником, совпадает с известным ранее параметром [1] теории переноса резонансного излучения в плоской геометрии.

Более строгий вывод асимптотических выражений в области $R \gg 1$, х производится в приложении II с использованием интегрального представления для функции $G^+(p, q)$.

5. Излучение на выходе из среды. Измерение плотности возбужденных атомов в данной точке является очень сложной экспериментальной задачей. Обычно на опыте наблюдают излучение, выходящее из среды. Для облегчения сравнения теории с экспериментом необходимо исследовать спектр и угловую зависимость выходящего излучения и попытаться найти простые закономерности, легко наблюдаемые на опыте.

Характеризуем излучение на выходе из среды частотой (ν) и единичным вектором в направлении луча $e(e_1, e_2, e_3)$. Поскольку вероятность излучения атомом в интервал телесного угла d^{Ω} и частоты d_{ν}

ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

равна $(i/4\pi)/k$, $d\nu d\Omega$, а вероятность выйти без поглощения равна exp(-k,r), где r — расстояние от точки среды до данной точки поверхности, то легко получить формулу, связывающую излучение на ныходе с плотностью возбужденных атомов внутри среды:

$$I_{*}(\vec{e}, \vec{R}) = \frac{\lambda}{4\pi} k_{*} \int_{0}^{\infty} e^{-k_{*}t} n(e_{1}, t, y - e_{2}t, z - e_{3}t) dt.$$
(17)

Здесь обозначения те же, что в формуле (2) и R(y, z) — точка поверхности, из которой выходит излучение. Интегрирование в (17) производится вдоль прямой в направлении луча света. Если эта прямая проходит на большом расстоянии от полусферы |r| = 1, где |r| — расстояние до источника, то мы можем при вычислении интеграла использовать для n(x, R) асимптотические выражения вместо точного (6).

В случае ∧ ≠ 1 имеем

$$I_{\nu}(\vec{e},\vec{R}) \simeq \frac{\lambda}{4\pi (1-\lambda)} k_{\nu} \int_{0}^{\infty} e^{-k_{\nu}t} S(e_{1},t) K_{0} \left(\sqrt{t^{2} + R^{2} - 2t(\vec{R} \cdot \vec{e}_{\perp})} \right) dt,$$
(18)

где $e_{\perp}(e_2, e_3)$ — проекция вектора e на плоскость x=0. Пусть $e_1=\cos\theta$, где θ — угол между направлением вылета и осью x, тогда e_{\perp} $\vec{R} = R\sin\theta \cdot \cos\varphi$, где φ — угол между \vec{R} и e_{\perp} . Перепишем формулу (18) с учетом этого замечания:

$$l_{\lambda}(\theta, \varphi, R) \approx \frac{\lambda}{4\pi (1-\lambda)} k_{\nu} \int_{0}^{\infty} e^{-k_{\nu} t} S(t \cos \theta) \times \\ \times K_{0}(\sqrt{t^{2} + R^{2} - 2tR \sin \theta \cdot \cos \varphi}) dt.$$
(19)

Последняя формула применима при $1 - \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \phi \gg 1/R^2$ (это условие того, что линия интегрирования проходит далеко от начала координат).

Функция K_0 ($\sqrt{t^2 + R^2 - 2tR \sin \theta \cdot \cos \varphi}$) в подынтегральном выражении изменяется существенно на расстояниях $\sim R$, тогда как экспонента — на расстояниях $\sim 1/k$. При $k, R \gg 1$ можно пренебречь изменением $K_0(\sqrt{t^2 + R^2 - 2tR\sin\theta \cdot \cos\phi})$ в существенной области интегрирования, в результате чего получаем:

$$I_{*}(\theta, \varphi, R) \simeq \frac{K_{0}(R)}{1-i} I^{*}\left(\frac{k_{*}}{\cos\theta}\right), \qquad (20)$$

(предполагалось, что $R \cos \theta \gg 1$), $I^* (k_*/\cos \theta) -$ описывает выход излучения в случае, когда источник помещен на бесконечности (см. приложение I). Как видим, в центре линии излучения появляется впадина. Пусть теперь $k_*R \ll 1$, то есть рассмотрим далекие крылья линии излучения. В этом случае можно пренебречь изменением экспоненты в существенной области интегрирования ($\sim R$) и воспользоваться асимптотическим выражением и для $S(t \cos \theta)$, и для

$$K_0(V t^2 + R^2 - 2tR\sin\theta \cdot \cos\varphi).$$

Последнее получается применением формулы $K_0(r) = -1/2\pi r \, \partial K(r) \, \partial r$ и формулы (1.5) приложения I.

В результате находим:

$$I, (\theta, \varphi, R) \simeq k, \frac{\lambda \cdot 2^{\tau} \Gamma(2+\gamma) R K_0(R)}{4\pi (1-\lambda)^{s_{\ell_1}} (1+\gamma)} |1-\sin\theta \cdot \cos\varphi|^{\frac{1+\gamma}{2}} \times |P_{-1-\tau}^{-1-\gamma}(-\sin\theta \cdot \cos\varphi)|,$$
(21)

где P_{-1-7}^{-1-7} (— sin $\theta \cdot \cos \varphi$) — шаровая функция первого рода. Угловая зависимость в этом случае, как и следовало ожидать, описывается довольно сложной функцией. Края линии излучения оказываются неискаженными, такими же, как для отдельного атома (~ k,).

Пусть теперь $\lambda = 1$. В этом случае с использованием (13) находим

$$I_{*}(\theta, \varphi, R) = \frac{\gamma k_{*}}{8\pi^{2}} \int_{0}^{\infty} e^{-k_{*}t} \frac{S(t\cos\theta) dt}{(t^{*} + R^{2} - 2tR\sin\theta \cdot \cos\varphi)^{3/2}}$$
(22)

Исследование этого выражения полностью аналогично предыдущему. В результате получаем:

$$I_{*}(\theta, \varphi, R) \simeq \frac{\gamma}{2\pi R^{3}} I^{*}\left(\frac{k_{*}}{\cos \theta}\right), \quad k_{*}R \gg 1, \quad R\cos \theta \gg 1, \quad (23)$$

$$I_{\tau}(\theta, \varphi, R) \simeq k_{\tau} \cdot \frac{\Gamma(1-\tau)}{8\pi} \cdot \frac{R^{\tau-2}}{\sqrt{f(1/R^2)}} (\cos\theta)^{\tau} (1-\sin\theta \cdot \cos\varphi)^{t_{\pi}} \times \left| \frac{dP_{\tau-1}(\cos\xi)}{d\xi} \right|_{\cos\xi=-\sin\theta \cdot \cos\varphi}; \quad k_{\tau}R \ll 1, \quad R\cos\theta \gg 1.$$

$$(24)$$

ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Здесь $P_{1-\tau}(\cos \xi)$ — шаровая функция первого рода, а $I''(k,/\cos \theta)$ определяется формулой (1.11) приложения І. В центре линии имеется провал, края линии спадают пропорционально k. Форма линии—характерная для многократного рассеяния [3]—двугорбая с положением горбов на частотах, определяемых из соотношения $k, R \sim 1$.

При 1 — $\lambda \ll 1$ существуют две области ($r \gg r_T$, $r \ll r_T$), в которых асимптотики имеют разный вид. Область $r \sim r_T$ не описывается какими-либо простыми формулами. Поэтому, если эта область дает значительный вклад в излучение, простых выражений, подобных (20)—(24) написать уже не удается, следует прибегать к численному счету.

6. Заключение. Исследование, произведенное в предыдущих разделах, показало наличие простых и общих закономерностей в задаче о переносе резонансного излучения от точечного источника. Из полученных нами формул (при x >> 1) следуют асимптотические формулы для плоской геометрии. На больших расстояниях от источника решение выражается через решение проблемы Милна и ядро интегрального уравнения (1). В отсутствие гибели частиц ($\lambda = 1$) распределение возбужденных атомов в плоскости $x = \text{const} \gg 1$ оказывается не зависящим от характера рассеяния (от ядра K₀(r)). Число возбужденных атомов на участке плоскости пропорционально телесному углу, под которым виден этот участок из начала координат. Асимптотическое поведение плотности возбужденных атомов зависит от одного параметра-длины термализации (г,). Форма линии выходящего излучения имеет двугорбый вид с провалом в центре и максимумами на частотах, для которых $k_R \sim 1$ при $R \gg 1$, R — расстояние от источника до точки поверхности, из которой выходит излучение. Вблизи центра линии зависимость от частоты и углов такая же, как в случае источника на бесконечности. Края линии $(k, R \ll 1)$ пропорциональны k. Выходящее излучение на этих частотах обладает довольно сложной угловой зависимостью.

Приложение І

Приведем для справок в наших обозначениях основные формулы теории переноса резонансного излучения в полупространстве при наличии плоских источников. Исходное интегральное уравнение в этом случае имеет вид (см. Ia):

$$\tilde{n}(x) = \int_{0}^{\infty} K(|x - x'|) \, \tilde{n}(x') \, dx' + \delta(x). \quad (1.1)$$

Различными способами [1-3, 5, 6] можно получить для одностороннего образа Фурье решения n(x) следующее соотношение:

$$\widetilde{n}(p) = \frac{1}{G^+(p)} = \left(H\left(\frac{1}{p}\right)\right).$$
(I.2)

В скобках указано обозначение, употребляемое обычно группой ленинградских теоретиков [1-3, 6, 7]. Функция $G^+(p)$ является аналитической в верхней полуплоскости и удовлетворяет уравнению

$$G^{+}(p) G^{+}(-p) = G(p),$$
 (1.3)

где $G(p) = 1 - \overline{K(p)} = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} e^{ipx} K(|x|) dx$, определяется этим ра-

венством для действительных p и аналитически продолжается на комплексные p. Ввиду четности G(p) ее достаточно продолжить в правую полуплоскость. Имеющиеся точки ветвления удобно соединить разрезом вдоль мнимой оси. Из-за четности G(p) при этом оказывается вырезанной вся мнимая ось. При $\lambda \neq 1$ $G(p) \neq 0$ во всей плоскости p. При $\lambda = 1$ G(p) обращается в нуль в одной точке p = 0. Во всех исследованных до настоящего времени задачах переноса для G(p) при $|p| \ll 1$ справедливо следующее предельное выражение:

$$G(p) \simeq 1 - \lambda + p^{2\gamma} f(p^2),$$
 (I.4)

где $0 < \gamma < 1$, а $f(p^3)$ — медленная функция (такая, что $\lim_{t \to 0} f(ts)/f(t) = 1$). Формуле (1.4) соответствует асимптотическое поведение ядра

$$K(x) = \frac{\Gamma(1+2\gamma)\sin\pi\gamma}{\pi} \frac{f(1/x^2)}{x^{1+2\gamma}}, \quad (\gamma \neq 1), \quad (I.5)$$

 $(\Gamma(1+2\gamma) - гамма-функция).$ Как следует из свойств G(p), $G^+(p)$ аналитична в плоскости p с вырезом вдоль отрицательной мнимой полуоси. Сводя к берегам втого разреза интеграл обратного преобразования Фурье от функции $1/G^+(p)$, получим

$$\widetilde{n}(x) \equiv \delta(x) + \Pi(x) = \delta(x) + \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} e^{-sx} \frac{G^{+}(is) I_{m} G(-is-0) ds}{|G(-is)|^{2}} \cdot (1.6)$$

ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

(П (x) — так называемая резольвентная функция [2, 3, 5, 6]). Здесь $iI_m G (-is - 0) = 1/2 [G (-is - 0) - G (-is + 0)] - полуразность зна$ чений функции <math>G(p) на берегах разреза p = -is. Из формулы (1.6) с использованием (1.4) при $x \gg 1$ получаем, что

$$\widetilde{n}(x) = \Pi(x) \simeq (1-\lambda)^{-3} K(x), \quad \lambda \neq 1,$$
 (I.7)

$$\widetilde{n}(x) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \frac{x^{\gamma-1}}{\sqrt{f(1/x^2)}}, \quad \lambda = 1.$$
 (I.8)

(В последней формуле $\Gamma(\gamma)$ — гамма-функция). Использовано также соотношение $G^+(is) \simeq \sqrt{G(s)}$, справедливое в главном порядке при $s \ll 1$. Решение проблемы Милна (задачи с источником на бесконечности) выражается через n(x) следующим образом [5, 6]:

$$S(x) = 1 + \int_{0}^{\infty} \Pi(t) dt = \int_{0}^{\infty} \overline{n}(t) dt,$$

откуда при x >> 1 имеем:

$$S(x) \simeq (1-\lambda)^{-\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{\int_{x}^{0} K(t) dt}{1-\lambda}\right), \quad \lambda \neq 1, \quad (I.9)$$

$$S(x) \simeq \frac{1}{\gamma \Gamma(\gamma)} \frac{x^{\gamma}}{\sqrt{f(1/x^2)}}, \quad \lambda = 1.$$
 (I.10)

(Для образа Фурье, очевидно, справедливо равенство

$$\overline{S(p)} = \frac{i}{pG^+(p)} \Big) \cdot$$

Количество выходящего излучения легко выражается через плотность возбужденных атомов [3, 5]:

$$I_{v}(\mu)=\frac{\lambda k_{v}}{4\pi\mu}\int_{0}^{\infty}e^{-k_{v}x/\mu}\tilde{n}(x)\,dx,$$

где $\mu = \cos \theta$ задает направление выхода излучения. $I_{\nu}(\mu)$ — плотность выходящего излучения в зависимости от частоты и угла выхода (в остальном обозначения как в формуле (2) текста статьи). Если источник находится на бесконечности (проблема Милна), получаем

Ю. Ю. АБРАМОВ, А. П. НАПАРТОВИЧ

$$I_{\nu}(\mu) \equiv I^{*}\left(\frac{k_{\nu}}{\mu}\right) = \frac{\lambda}{4\pi} \frac{1}{G^{+}\left(i\frac{k_{\nu}}{\mu}\right)}$$
(I.11)

Поскольку G^+ (*is*) является монотонной функцией при действительных s > 0, обращается в $\sqrt{1-\lambda}$ при s = 0 и в 1 при $s \to \infty$, то линия излучения будет иметь впадину в центре ($k_x = 1$), а на крыльях ($k_x \to 0$) плотность выходящего излучения стремится к величине $\lambda/4\pi (1-\lambda)^{-1/4}$.

Приложение II

Как следует из формулы обращения преобразования Фурье

$$n(x, R) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{0}^{\infty} q I_{0}(qR) dq \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ipx} \frac{1}{G^{+}(p, q)} dp, \qquad (II.1)$$

при $R \gg 1$, х главный вклад в интеграл дает область $q \ll 1$, |p|. Исследуем $G^+(p,q)$ в этой области. Воспользуемся хорошо известным интегральным представлением [6], обобщенным на случай $q \neq 0$:

$$\ln G^{+}(ip, q) = \frac{p}{\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{\ln G(\sqrt{z^{2} + q^{2}})}{z^{2} + p^{2}} dz.$$
(II.2)

Вычислим $\frac{\partial \ln G^+(ip, q)}{\partial q}$ при $q \ll 1, |p|$:

$$\frac{\partial \ln G^{+}(ip, q)}{\partial q} = \frac{q}{\pi p} \int_{0}^{\infty} \frac{G'(\sqrt{z^{2} + p^{3}})}{G(\sqrt{z^{2} + q^{3}})} \frac{dz}{(z^{2} + p^{2})(z^{2} + q^{2})^{1/2}},$$
$$\left(G'(p) \equiv \frac{dG(p)}{dp}\right).$$

После замены переменного z = qt получаем:

$$\frac{\partial \ln G^{+}(tp, q)}{\partial q} = \frac{q}{\pi p} \int_{0}^{\infty} \frac{G'(q\sqrt{1+t^{2}})}{G(q\sqrt{1+t^{2}})} \frac{dt}{[1+(qt/p)^{2}](1+t^{2})^{1/s}}.$$
 (II.3)

При q = 0 интеграл в (II.3) расходится. Поэтому для вычисления его при малых q можно воспользоваться выражением (I.4) для функции $G(q \mid 1 + t^3)$ (в главном порядке по q):

$$G(q\sqrt{1+t^2}) \simeq 1 - \lambda + q^{2T}f(q^2)(1+t^2)^T.$$
 (II.4)

(Учтено, что $f(q^2)$ -- медленная функция).

При $\lambda = 1$ из (II.3) с учетом (II.4) легко получаем

$$\frac{\partial \ln G^+(ip, q)}{\partial q}\Big|_{q=0} = \frac{\gamma}{p},$$

откуда следует, что при $q \ll 1$, $|p| G^+(p,q) \simeq G^+(p)(1 + \gamma q/-ip)$. Подставляя это выражение в (II.1), находим

$$n(x, R) \simeq \frac{\gamma S(x)}{2\pi R^3},$$

что доказывает полученный в тексте вывод о применимости формулы (13) всюду при $r = \sqrt{R^2 + x^2} \gg 1$.

При $\lambda \neq 1$ вычисление интеграла в (II.3) приводит к формуле

$$\frac{\partial \ln G^+(ip,q)}{\partial q} \simeq \frac{\gamma \Gamma(1/2-\gamma)}{\sqrt{\pi} \Gamma(1-\gamma)} \cdot \frac{q^{2\gamma} f(q^2)}{(1-\lambda)p},$$

откуда получается

$$G^{+}(p, q) \simeq G^{+}(p) \left[1 + \frac{i\gamma\Gamma(1/2 - \gamma)}{\sqrt{\pi}(1 + 2\gamma)\Gamma(1 - \gamma)} \cdot \frac{q^{1 + 2\gamma}f(q^{2})}{(1 - \lambda)p} \right]$$
(II.5)

После вычисления интеграла в (II.1) при $R \gg 1$ для n(x, R) находим выражение, совпадающее с формулой (15) текста:

$$n(x, R) \simeq \frac{S(x)}{1-\lambda} \cdot K_0(R).$$
(II.6)

Отметим, что формула (II.5) справедлива лишь при $0 < \gamma < 1/2$, однако можно ожидать, что окончательный ответ (II.6) остается справедливым при $0 < \gamma < 1$. Это следует из формул (1.5) и (1.9), с помощью которых легко убедиться, что при $x \gg 1$ и $R \gg 1$ S(x) и $K_0(R)$, рассматриваемые как функции γ , регулярны в круге $|\gamma| < 1$.

Институт атомной энергии им. Курчатова

Ю. Ю. АБРАМОВ, А. П. НАПАРТОВИЧ

THE RESONANCE LINE RADIATION TRANSFER FROM POINT SOURCE IN SEMI-INFINITE MEDIUM

Y. Y. ABRAMOV, A. P. NAPARTOVICH

The case is considered when the point source is situated on the boundary of the halfspace. The complete redistribution assumption is used. The continuous absorption is neglected. Quite simple expressions are found for asymptotic behaviour of the degree of atom excitation on large distances from the source.

The spectral line of emergent radiation has two maximums located on frequencies determined by the equality $k, R \sim 1$, where k, is the absorption coefficient and R is the distance from the origin.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теория звездных спектров, Наука, М., 1966.

- 2. В. В. Иванов, Уч. зап. ЛГУ, Труды астрон. обсерв., 22, 44, 1965.
- 3. В. В. Соболев, Перевос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
- 4. Л. М. Биберман, ЖЭТФ, 17, 416, 1947.
- 5. Ю. Ю. Абрамов, А. М. Дыхне, А. П. Напартович, Астрофизика, 3, 459, 1967.
- 6. В. В. Иванов, Астрон. ж., 39, 1020, 1962.
- 7. Д. И. Назирнер, Астрофизика 5, 31, 1969.
- 8. J. P. Elliot, Proc. R. Soc., 228 A, 424, 1955.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

ВЫПУСК 2

К НЕЛИНЕЙНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧЕ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ЛИНИИ

Р. С. ВАРДАНЯН, Н. Б. ЕНГИБАРЯН

Поступила 11 июня 1968 Исправлена 3 октября 1968

В статье рассматривается нелинейная нестационарная задача переноса излучения в плоскопараллельном слое и в одномерной среде, состоящих из атомов с двумя внергетическими уровнями. Рассеяние считается либо когерентным, либо полностью некогерентным. Решение задачи получается в виде разложения по степеням времени.

Некоторые нелинейные нестационарные задачи переноса излучения были рассмотрены в связи с теорией лазеров (см., например, [1]), а также в статье авторов [2] в случае очень больших плотностей излучения.

В настоящей статье будут рассматриваться трехмерная и одномерная нелинейные нестационарные задачи переноса в спектральной линии при учете только времени нахождения квантов в поглощенном состоянии. Причем в разделе 1 рассматривается задача монохроматического рассеяния, а в разделе 2 принимается, что рассеяние кванта происходит с полным перераспределением по частотам.

1. Монохрожатическое рассеяние. Пусть изотермический плоскопараллельный слой с геометрической толщиной z_0 равномерно заполнен атомами одного типа с двумя энергетическими уровнями. Обозначим через n и n_s концентрацию атомов и свободных электронов соответственно.

Пусть среда сверху освещена излучением с резонансной частотой v_0 (соответствующей переходу атомов между состояниями $1 \leftrightarrow 2$), распределение которого по направлениям в момент времени t описывается интенсивностью $\overline{I_0}(t, \eta)$, где η — косинус угла падения. Тогда в каждой внутренней точке среды z создается определенное поле излучения $\overline{I}(z, t, \eta)$ и распределение атомов по уровням.

Обозначим через $n_k = n_k(z, t)$ (k = 1, 2) число атомов в 1 см³ на глубине z в момент времени t.

$$n_1 + n_2 = n = \text{const.} \tag{1}$$

Уравнение переноса имеет следующий вид:

$$\eta \frac{\partial I}{\partial z} = -\frac{h v_0 B_{12}}{c} \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) \bar{I} + \frac{h v_0 A_{21}}{4\pi} n_2 \tag{2}$$

с условиями

$$\overline{I}(0, t, \eta) = \overline{I}_0(t, \eta)$$
 при $\eta > 0$ и $\overline{I}(z_0, t, \eta) = 0$ при $\eta < 0.$ (3)

Изменение населенности возбужденного состояния со временем описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = -\frac{2\pi}{c} \,\overline{S} \,B_{11} \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} \,n_2 \right) + a_{12} \,n_1 - (a_{21} + A_{21}) \,n_2, \qquad (4)$$

с условием

$$n_{2}(z, 0) = n_{2}^{0}(z), \tag{5}$$

где

$$\overline{S} = \overline{S}(z, t) = \int_{-1}^{1} \overline{I}(z, t, \eta) d\eta.$$
 (6)

 B_{12} , A_{21} — суть эйнштейновские коэффициенты переходов; g_1 и g_2 — статистические веса соответствующих состояний; $a_{12} = n_e q_{12}$ и $a_{21} = n_e q_{21}$ — коэффициенты электронных ударов первого и второго родов соответственно.

Введем следующие обозначения:

$$\tau = \frac{h v_0 B_{12} n}{c} z, \qquad \tau_0 = \frac{h v_0 B_{12} n}{c} z_0. \tag{7}$$

т — предельная оптическая глубина точки (определение см. в [4]) с геометрической глубиной z.

$$T = A_{21}t. \tag{8}$$

$$I(\tau, t, \eta) = \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) \frac{2\pi}{c} \frac{B_{12}}{A_{21}} \overline{I}(z, t, \eta) + \frac{1}{2}.$$
 (9)

к нестационарной задаче переноса излучения

$$S(\tau, T) = \int_{-1}^{1} I(\tau, T, \eta) d\eta.$$
 (10).

$$q(\tau, T) = \frac{n_1 - \frac{g_1}{g_2}}{n} \cdot$$
(11),

В этих обозначениях уравнения (2) и (4) примут вид

$$\eta \frac{\partial I}{\partial \tau} = -lq + \frac{1}{2} \tag{12}$$

$$\frac{\partial q}{\partial T} = -Sq + \alpha - \beta q \tag{13}$$

с условиями

$$I(0, T, \eta) = I_0(T, \eta) = \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) \frac{2\pi}{c} \frac{B_{12}}{A_{21}} \overline{I}_0\left(\frac{7}{A_{21}}, \eta\right) + \frac{1}{2} \quad (14)$$

при $\eta > 0$
$$I(\tau, T, \eta) = \frac{1}{2} \quad \text{при } \eta < 0 \quad (15)$$

$$I(\tau_0, T, \eta) = \frac{1}{2}$$
 при $\eta < 0$ (15)

$$q(\tau, 0) = q_0(\tau) = 1 - \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) \frac{n_2^0\left(\frac{\tau c}{h\nu_0 B_{12}n}\right)}{n}, \quad (16)$$

где

И

$$a = \frac{2\pi}{c} \frac{B_{12}}{A_{21}} \left(a_{21} - \frac{g_1}{g_2} a_{12} \right) + 1, \qquad (17)$$

$$\beta = \frac{2\pi}{c} \frac{B_{12}}{A_{21}} (a_{12} + a_{21}). \tag{18}$$

Займемся решением системы (12—13) с условиями (14—16). Обозначим

$$Q(\tau, T) = \int_{0}^{\tau} q(\tau, T) d\tau. \qquad (19)^{-1}$$

 $Q(\tau, T)$ представляет собой реальную оптическую глубину точки с предельной глубиной τ в момент T.

Уравнение (12) с условиями (14—15) эквивалентно следующему уравнению:

$$S(:, T) = \int_{0}^{1} \left[I_{0}(T, \eta) e^{-\frac{Q(\tau, T)}{\eta}} + \frac{1}{2} e^{-\frac{Q(\tau_{0}, T) - Q(\tau, T)}{\eta}} \right] d\eta + \frac{1}{2} \int_{0}^{T} E_{1} |Q(\tau, T) - Q(x, T)| dx.$$
(20)

Как обычно,

$$E_n(x) = \int_0^1 e^{-\frac{x}{\eta}} \eta^{n-2} d\eta.$$

Интегрируя обе части уравнения (13) по т от 0 до т, получим

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = -\int_{0}^{\tau} Sqd\tau + \alpha\tau - \beta Q.$$
 (21)

Умножая (20) на $q(\tau, T)$ и интегрируя по τ от 0 до τ (с учетом соотношения $dQ = qd\tau$), после некоторых преобразований получим выражения для $\int Sqd\tau$ через Q, подставляя которое в (21) получим следующее нелинейное интегро-дифференциальное уравнение относительно функции $Q(\tau, T)$:

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = -\int_{0}^{1} \eta I_{0}(T, \eta) \left[1 - e^{-\frac{Q(\tau, T)}{\eta}} \right] d\eta - -\frac{1}{2} E_{3} \left[Q(\tau_{0}, T) - Q(\tau, T) \right] + \frac{1}{2} E_{3} \left[Q(\tau_{0}, T) \right] + \frac{1}{2} \int_{0}^{\tau} E_{3} \left[Q(x, T) \right] dx + \frac{1}{2} \int_{0}^{\tau} E_{2} \left[Q(\tau, T) - Q(x T) \right] dx - -\frac{1}{2} \int_{0}^{\tau} E_{2} \left[Q(x, T) - Q(\tau, T) \right] dx + (\alpha - 1)\tau - \beta Q(\tau, T),$$
(22)

с условием

$$Q(\tau, 0) = Q_0(\tau) = \int_0^{\tau} q_0(\tau) d\tau.$$
(23)

Таким образом, полное решение задачи сводится к определению функции Q из (22) с условием (23).

Решение уравнения (22) в ряде случаев можно найти в виде ряда Тейлора по T. Так, например, в случае аналитичности функции $I_0(T, \eta)$, когда имеет место разложение

$$I_0(T, \eta) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_k(\eta) T^k, \quad T > 0, \qquad (24)$$

решение уравнения (22) можно искать в виде

$$Q(\tau, T) = \sum_{k=0}^{\infty} Q_k(\tau) T^k.$$
 (25)

Если ряд (24) сходится с факториальной скоростью, то с такой же скоростью будет сходиться ряд (25).

Из (22), учитывая (23), можно получить рекуррентные соотношения для ковффициентов $Q_k(\tau)$. Наличие в уравнении (22) членов, содержащих $Q(\tau_0, T)$, не усложняет нахождение ковффициентов $Q_k(\tau)$.

Рекуррентные соотношения для $Q_k(\tau)$ особенно просты при $q_0(\tau) = c = \text{const}$, то есть когда $Q_0(\tau) = c\tau$. Так может быть в случае, когда при T < 0 среда находилась в состоянии термодинамического равновесия; тогда для ковффициента с получается следующее значение:

$$c = \frac{1 - e^{-\frac{hv_s}{kT}}}{1 + \frac{g_1}{g_2}e^{-\frac{hv_s}{kT}}}.$$

Решение одномерной вадачи сводится к следующему уравнению, аналогичному уравнению (22),

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = -l_0 (T) [1 - e^{-Q(\tau, T)}] - \frac{1}{2} e^{-Q(\tau_0 T)} [e^{Q(\tau, T)} - 1] + \frac{1}{2} \int_0^{\tau_0} e^{-[Q(\tau, T) - Q(\tau, T)]} dx - \frac{1}{2} \int_{\tau_0}^{\tau_0} e^{-[Q(x, T) - Q(\tau, T)]} dx + (26) + \frac{1}{2} \int_0^{\tau_0} e^{-Q(x, T)} dx + (\alpha - 1) \tau - \beta Q;$$

с условием

$$Q(\tau, 0) = Q_0(\tau). \tag{27}$$

В случае $Q_0(\tau) = c\tau$ для $Q_1(\tau)$ и $Q_2(\tau)$ получаются следующие выражения:

$$Q_{1}(\tau) = \left[-\tau_{0} + \frac{1}{2c} + \frac{1}{2}e^{-c\tau_{0}}\left(1 - \frac{1}{c}\right) + (\alpha - 1 - c\beta)\tau + \right. \\ \left. + \left[\tau_{0} - \frac{1}{2c} \right]e^{-c\tau} + \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2c} \right]e^{-c(\tau_{0} - \tau)} \right. \\ \left. Q_{2}(\tau) = \frac{\tau_{1}}{2} - \frac{\tau_{1} + \tau_{0}Q_{1}(\tau)}{2}e^{-c\tau} + \right. \\ \left. + \frac{1}{4}\left[Q_{1}(\tau_{0}) - Q_{1}(\tau) \right]e^{-c(\tau_{0} - \tau)} - \frac{1}{4}Q_{1}(\tau_{0})e^{-c\tau_{0}} - \right. \\ \left. - \frac{1}{4}\int_{0}^{\tau} \left[Q_{1}(\tau) - Q_{1}(x) \right]e^{-c(\tau_{0} - x)}dx - \frac{1}{4}\int_{\tau}^{\tau} \left[Q_{1}(x) - Q_{1}(\tau) \right]e^{-c(x - \tau)}dx - \left. - \frac{1}{4}\int_{0}^{\tau} Q_{1}(x)e^{-cx}dx + (\alpha - 1)\tau - \beta c Q_{1}(\tau) \right] \right] \right]$$

где γ_{L} — коэффициенты разложения функции I_0 (т) в степенной ряд.

Можно убедиться, что при последовательном вычислении ковффициентов $Q_m(\tau)$ встречаются интегралы только вида

$$\int \tau^p e^{\pm cq} d\tau \quad p \leq m-1, \quad q \leq m$$

(р и q — целые положительные).

В случае кусочной аналитичности функции $I_0(T, \eta)$ по T (например, в случае прямоугольного входного импульса $I_0(T, \eta) = I_0(\eta)$ при $0 < T < T_1$ и $I_0(T, \eta) = 0$ при $T > T_1$) можно с помощью разложения (25) определить функцию $Q(\tau, T_1)$, где T_1 — первая точка нарушения аналитичности функции $I_0(T, \eta)$, после чего написать новое разложение по степеням $(T - T_1)$, принимая в качестве нового начального условия функцию $Q(\tau, T_1)$.

В том; случае, если среда освещается мгновенным импульсом $I_0(T, \eta) = I_0(\eta) \delta(T)$, где $\delta(T) - \phi$ ункция Дирака, можно пользоваться ею заменой прямоугольным импульсом, но, вероятно, можно найти более вффективный метод рассмотрения этого случая.
Предполагается применить полученные результаты к вспыхивающим звездам.

2. Случай полного перераспределения по частотам внутри спектральной линии. Будем считать, что рассеяние света в спектральной линии происходит с полным перераспределением по частотам. Это означает, что вероятность переизлучения кванта с частотой у не зависит от частоты поглощенного кванта.

Нелинейная стационарная задача переноса в спектральной линии при таких предложениях рассмотрена в статье В. Ю. Теребижа [3].

Для нелинейной нестационарной задачи переноса (при учете только времени пребывания кванта в поглощенном состоянии) получаются следующие уравнения:

$$\eta \frac{dN_x}{d\tau} = -\alpha(x) q(\tau, T) N_x(\tau, T, \eta) + \frac{1}{2}\alpha(x)$$
(28)

с условиями

$$\begin{cases} N_{x}(0, T, \eta) = N^{0}(T, \eta) & \text{при } \eta > 0 \\ N_{x}(\tau_{0}, T, \eta) = \frac{1}{2} & \text{при } \eta < 0 \end{cases}$$
(29)

И

$$\frac{\partial q}{\partial T} = -Sq + \alpha - \beta q \tag{30}$$

с условием

$$q(\tau, 0) = q_0(\tau),$$
 (31)

где

$$N_x = \frac{c^2}{4hv_0^3} \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) I_v + \frac{1}{2},$$
 (32)

 $x = (v - v_0)/\Delta v; \Delta v - ширина спектральной линии; <math>\alpha(x) - контур ковф$ $фициента поглощения; <math>\tau - предельная оптическая глубина в центре$ линии,

$$S(\tau, T) = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) dx} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) dx \int_{-1}^{1} N_x(\tau, T, \eta) d\eta.$$
(33)

Р. С. ВАРДАНЯН, Н. Б. ЕНГИБАРЯН

Для функции $Q(\tau, T)$ получается следующее уравнение:

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = -\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{0}^{1} \eta N_{x}^{0}(T, \eta) \left[1 - e^{-\frac{\alpha(x)Q(\tau, T)}{\eta}}\right] d\eta - \\ -\frac{1}{2} K_{3}[Q(\tau_{0}, T) - Q(\tau, T)] + \frac{1}{2} K_{3}[Q(\tau_{0}, T)] + \\ \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} K_{3}[Q(\tau', T)] d\tau' + \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} K_{3}[Q(\tau, T) - Q(\tau', T)] d\tau' - \\ -\frac{1}{2} \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} K_{3}[Q(\tau', T) - Q(\tau, T)] d\tau' + (\alpha - 1)\tau - \beta Q(\tau, T),$$
(34)

с условием

$$Q(\tau, 0) = Q_0(\tau) = \int_0^{\tau} q_0(\tau) d\tau, \qquad (35)$$

где

$$K_{n}(\tau) = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) \, dx} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^{3-n}(x) \, E_{n}[\alpha(x) \, \tau] \, dx \qquad (n = 1, 2, 3). \tag{36}$$

При решении уравнения (34) с условием (35) также можно польвоваться разложением функции $Q(\tau, T)$ в ряд по степеням T.

Институт физических исследований АН АрмССР Институт математики и механики АН АрмССР

ON THE NONLINEAR NONSTATIONARY PROBLEM OF RADIATION TRANSFER IN SPECTRAL LINE

R. S. VARDANIAN, N. B. YENGIBARIAN

A nonlinear nonstationary problem of the radiation transfer in plane-parallel layers or in one-dimensional medium, consisting of two-level atoms is considered. The cases of monochromatic scattering and complete redistribution of frequencies are discussed. The solution of these problems are obtained as a power series of t.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. А. Л. Микаелян, М. Л. Тер-Микаелян, Ю. Г. Турков, Вопросы радновлектроннки, 17, № 10, 32, 1964.
- 2. Р. С. Варданян, Н. Б. Еншбарян, Уч. зап. Ереван. Гос. ун-та, 3, 94, 1968.
- 3. В. Ю. Теребиж, Астрофизика, 3, 281, 1967.
- 4. Н. Б. Енгибарян, Астрофизика, 2, 31, 1966.



АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

ВЫПУСК 2

ОБ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ИНТЕНСИВНОСТЯХ ВОДОРОДНЫХ ЛИНИЙ В СПЕКТРАХ ТУМАННОСТЕЙ

в. п. гринин

Поступила 15 октября 1968

Составлены уравнения, определяющие населенности возбужденных уровней водорода с учетом частичной непрозрачности в ливиях лаймановской серии для плоской геометрии. Принято во внимание перераспределение излучения между линиями и по частотам внутри линии.

Уравнения решены численно для ряда оптических толщин в линии L₂ и электронной температуры $T_s = 10\,000$. Найдены лаймановский и бальмеровский декременты с учетом самопоглощения в линиях лаймановской серии. Показано, что предположение о полной непрозрачности в лаймановских линиях, используемое в теории бальмеровского декремента (случай B), выполяется с достаточной для приложений точностью при $\tau_L > 10^2$.

Введение. В оптически тонкой плазме интенсивности эмиссионных линий пропорциональны населенностям соответствующих уровней, которые могут быть найдены путем решения системы уравнений стационарности. Имеется большое количество работ, в которых интенсивности эмиссионных линий находятся при различных предположениях о механизмах заселения уровней. Мы не будем перечислять эти работы, так как достаточно полную библиографию по этому вопросу можно найти, например, в [1]. Отметим лишь, что при вычислении бальмеровского декремента обычно рассматриваются так называемые случаи A и B, введенные Д. Мензелом и Дж. Бэкером [2]. Случай A соответствует плазме, оптически тонкой во всех линиях. В случае B плазма полностью непрозрачна в линиях лаймановской серии и прозрачна в линиях субординатных серий.

При решении системы уравнений стационарности, соответствующей какому-либо из этих двух случаев, не возникает никаких принципиальных трудностей. Например, если спонтанные переходы не прерываются, то решение задачи сводится к вычислению элементов каскадной матрицы Ситона [3].

Иначе обстоит дело, когда плазма частично непрозрачна в линиях лаймановской серии, так как в этом случае приходится решать систему уравнений стационарности совместно с системой уравнений переноса. По этой причине населенности возбужденных уровней, а следовательно и интенсивности выходящего излучения будут зависеть не только от электронной температуры и концентрации, но также от геометрической модели излучающего газа, типа рассеяния квантов и т. д. Решение такой задачи и является целью настоящей статьи.

1. Основные уравнения. Будем считать, что водородная плазма, прозрачная в лаймановском континууме и в линиях субординатных серий, представляет собой плоскопараллельный изотермический слой газа постоянной плотности, характеризуемый малой плотностью вещества и излучения. Предполагается, что населенности подуровней пропорциональны их статистическим весам. Тогда для рекомбинационного механизма заселения уровней систему уравнений стационарности можно записать следующим образом:

$$n_{i}\sum_{j=1}^{i-1}A_{ij} = n_{1}B_{1i}P_{1i} + n_{e}n^{+}C_{i} + \sum_{k=i+1}^{\infty}n_{k}A_{ki}, (i=2,3,...),$$
(1)

где n_i — населенность *i*-того уровня, n_e , n^+ — концентрация электронов и ионов соответственно, A_{kt} , B_{1t} — эйнштейновские коэффициенты вероятностей переходов, C_i — коэффициент рекомбинации на *i*-тый уровень, ρ_{1t} — плотность излучения в линии $1 \rightarrow i$ (взвешенная по профилю линии).

Чтобы найти явное выражение для числа фотовозбуждений, мы примем, что коэффициент поглощения в линиях целиком определяется эффектом Допплера, а элементарный акт рассеяния фотонов происходит с полным перераспределением по частоте внутри линии. Тогда, следуя [4], нетрудно показать, что

$$a_{1}B_{1i}\rho_{1i} = \frac{1}{2}A_{i1}\int_{0}^{\pi} K_{i}(|\tau - \tau'|) n_{i}(\tau') d\tau', \qquad (2)$$

$$K_t(p) = d_t K(pd_t), \qquad (3)$$

$$K(p) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2x^{2}} E_{1}\left(p \; \frac{e^{-x^{2}}}{\sqrt{\pi}}\right) dx, \qquad (4)$$

где

 $E_1(t)$ — первая интегральная показательная функция, d_t — отношение коэффициентов поглощения в центрах линии $1 \rightarrow t$ и линии L_{α} , то есть $d_t = k_{1t}/k_{12}$, — оптическая глубина в линии L_{α} , усредненная по профилю линии

$$\tau = \sqrt{\pi} \int_0^z n_1 k_{12} \, dz,$$

 τ_0 — оптическая толщина слоя: $\tau_0 = \tau(z_0)$.

Выражая населенности уровней в долях термодинамически равновесных, соответствующих данной электронной температуре и концентрации, то есть полагая

$$n_{t}(\tau) = b_{t}^{1}(\tau) n_{s} n^{+} \frac{h^{3} i^{2}}{\left(2\pi \, mk \, T_{s}\right)^{3/s}} e^{X_{t}}$$
(5)

и подставляя (2) и (5) в уравнение (1), после простых преобразований получаем систему интегральных уравнений для определения мензеловских параметров b_i (τ):

$$b_{i}(\tau) = \frac{\lambda_{i}}{2} \int_{0}^{\tau_{i}} K_{i}(|\tau - \tau'|) b_{i}(\tau') d\tau' + q_{i} + \sum_{k=i+1}^{\infty} b_{k}(\tau) \sigma_{ki}$$
(6)

где

$$y_{i} = \frac{A_{i1}}{\sum_{j=1}^{t-1} A_{ij}} = \frac{g_{i1}}{(i^{2} - 1)} t_{i}, \qquad (7)$$

$$q_{t} = \frac{1}{2} \frac{1}{i^{2}} E_{1}(X_{t}) \overline{g}_{t} t_{t}, \qquad (8)$$

$$\sigma_{kl} = \frac{g_{kl}}{(k^2 - i^2)k_l} e^{X_k - X_l} t_l, \qquad (9)$$

$$t_i = \left[\sum_{j=1}^{i-1} \frac{g_{ij}}{(i^2 - j^2) j}\right]^{-1}.$$
 (10)

Здесь $X_t = \lambda_t/k T_e$, где λ_t — внергия ионизации с *i*-того уровня, g_{ik} , g_i — гаунтовские множители для соответствующих переходов, остальные обозначения обычные. Отметим, что λ_i есть вероятность выживания кванта в линии $1 \rightarrow i$ при элементарном акте рассеяния, обусловленная механизмом дробления квантов.

В. П. ГРИНИН

При переходе к системе (6) мы использовали предположение о постоянстве электронной температуры и концентрации. При этом функции $b_i(\tau)$ должны быть симметричны относительно $\tau_0/2$. С точностью до постоянного множителя $b_i(\tau)$ равны соответствующим функциям источника.

После того, как найдено решение системы интегральных уравнений (6), вычисление относительных интенсивностей лаймановских и бальмеровских линий не представляет большого труда. Действительно, энергия, выходящая за единицу времени через единичную площадку в линии 1 — *i*, равна

$$F_{i} = \frac{1}{2} A_{i1} \frac{h v_{i1}}{n_{1} k_{12} \sqrt{\pi}} \int_{0}^{\infty} n_{i}(\tau) L_{i}(\tau) d\tau, \qquad (i=3, 4, ...)$$
(11)

где 1/2 $L_i(\tau)$ — вероятность того, что квант, излученный в линии $1 \rightarrow i$ на глубине τ , выйдет из среды без последующих рассеяний. Как известно (см., например, [4]),

$$L_i(\tau) = \int K_i(p) \, dp. \tag{12}$$

Учитывая, что в условиях нашей задачи вероятность выживания кванта, соответствующего переходу $1 \rightarrow 2$, равна единице ($\lambda_g = 1$), поток излучения в этой линии можно найти, не решая уравнения стационарности для второго уровня. Воспользуемся для этого следующими соображениями: за единицу времени в $1 \, сm^3$ на второй уровень происходит

$$N(\tau) = \sum_{i=3}^{\infty} n_i(\tau) A_{i2} + n_e n^+ C_2$$
(13)

переходов. Каждый такой переход приводит к появлению L_{α} — кванта, который, диффундируя в плазме, обязательно ($i_2 = 1$) выйдет из нее. Следовательно, в силу условия стационарности

$$F_{2} = \frac{1}{2} \frac{h v_{12}}{n_{1} k_{12} \sqrt{\pi}} \int_{0}^{7} N(\tau) d\tau.$$
(14)

Так как мы предполагаем, что плазма полностью прозрачна в линиях субординатных серий, бальмеровский декремент находится по формуле

$$\frac{H_i}{H_4} = \frac{\overline{b}_i}{\overline{b}_4} e^{X_i - X_4} \left(\frac{4}{i}\right)^3 \frac{g_{i2}}{g_{42}}, \qquad (i = 3, 4, ...)$$
(15)

где

$$\overline{b}_t = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} b_t(\tau) \, d\tau. \tag{16}$$

2. Результаты расчетов. Для решения системы интегральных уравнений (6) была использована ядерная аппроксимация, предложенная Ю. Эвреттом и Д. Хаммером [5]

$$K_{i}(p) \approx 2 \sum_{k=1}^{32} a_{k} d_{i} e^{-b_{k} d_{i} p}, \qquad (17)$$

где a_k и b_k — постоянные, табулированные в [5]. Для этой аппроксимации

$$\left| K(p) - 2 \sum_{k=1}^{32} a_k e^{-b_k p} \right| < 0.01 K(p)$$
 (18)

для всех $p \in [10^{-4}, 10^8]$. Очевидно, что при p = 0 аппроксимация экспонентами не годится, так как $K(0) = \infty$, поэтому нижняя граница выбрана так, чтобы обеспечить достаточную точность при вычислении интегралов, содержащих ядро K(p).

При вычислениях мы ограничились двадцатью уровнями и приняли, что $b_{20} = 1$. Система (6) распадается на "цепочку" интегральных уравнений с известными свободными членами, которая решалась. путем последовательного перехода от высоких уровней к более низким. Каждое интегральное уравнение решалось методом последовательных приближений. Этот метод применительно к нашей задаче имеет простой физический смысл: каждое приближение соответствует учету одного акта рассеяния фотона, а так как последний, диффундируя в плазме, совершает в среднем небольшое число рассеяний (соответствующие вероятности выживания λ_i малы), итерации сходятся достаточно быстро. При этом точность получаемых значений b_i (т) зависит от оптических толщин в соответствующих линиях и значений λ_i . Анализ показывает, что максимальная ошибка (при $\tau_0 = 10^3$ и i = 3) не превышает нескольких процентов, точность же интегральных величин, таких как \overline{b}_i и F_i , должна быть несколько выше.

При вычислении коэффициентов q_i мы приняли $\overline{g_i} = 1$. Гаунтовские множители для спонтанных переходов брались из работы \mathcal{A} . Мензела и \mathcal{A} ж. Бэкера [2].

Система интегральных уравнений (6) при i = 3, 4, ... 19 была решена для $\tau_0 = 0, 50, 10^2$ и 10^3 и влектронной температуры $T_s = 10^4$.

Вычисления велись на ЭВМ М-20 и БЭСМ-3М Вычислительного центра Ленинградского университета.

На рис. 1 приведены для нескольких нижних уровней функции $b_t(\tau)$ при $\tau_0 = 10^2$, 10^3 и значения b_t , соответствующие случаю B. Как и следовало ожидать, с увеличением оптической толщины $b_t(\tau_0/2) \rightarrow b_t(\infty)$. (Мензеловский параметр $b_3(\tau)$ при $\tau_0 = 10^3$ в центре слоя несколько выше соответствующего предельного значения из-за погрешностей использованного численного метода решения).



Рис. 1. Мензеловские параметры bi (т).

На рис. 2 приведены относительные интенсивности лаймановских линий. Мы видим, что с увеличением оптической толщины τ_0 перераспределение излучения между линиями, происходящее при диффузии квантов, приводит к существенному изменению лаймановского декремента. Особенно чувствительно к изменениям величины τ_0 отношение F_2/F_4 .

Напомним, что все результаты, относящиеся к линии L₂, получены в предположении о чистом рассеянии в этой линии. Что касается вопроса о применимости этого приближения, то здесь можно сослаться на работу Д. Хаммера [6], где достаточно подробно рассмотрены физические процессы, приводящие к гибели L₂-квантов.

относительные интенсивности водородных линии 219

В табл. 1 мы даем усредненные по всему слою значения мензеловских параметров, определяемые формулой (16). Величины, приведенные в столбце $\tau_0 = 0$, соответствуют случаю A, в столбце $\tau_0 = \infty$ — случаю B.



Рис. 2. Относительные интенсивности лаймановских линий.

Таблица 1 СРЕДНИЕ ЗНАЧЕНИЯ МЕНЗЕЛОВСКИХ ПАРАМЕТРОВ Б

$T_e = 10000^{-1}$					
1 50	0	50	103	10 ³	8
3	$0.375.10^{-1}$	0.777.10 ⁻¹	0.905.10-1	0.115	0.115
4	$0.902.10^{-1}$	0.129	0.145	0.185	0.195
5	0.141	0.172	0.188	0.243	0.262
6	0.184	0.207	0.220	0.282	0.312
7	0.221	0.241	0.253	0.316	0.355
8	0.251	0.266	0.276	0.355	0.386
9	0.276	0.287	0.295	0.350	0.410
10	0.296	0.305	0.311	0.361	0.428
11	0.312	0.320	0.325	0.369	0.442
12	0.326	0.333	0.337	0.375	0.452
13	0.338	0.343	0.346	0.381	0.460
14	0.346	0.351	0.352	0.383	0.465
15	0.355	0.359	0.360	0.387	0.469

Далее, на рис. З приведены величины Δ₁, представляющие собой отношение бальмеровского декремента H_i/H_4 , вычисленного по формулам (15) и (16), к бальмеровскому декременту, соответствующему случаю В. Как следует из графика, бальмеровский декремент при переходе от случая А к случаю В меняется довольно сложным образом. Например, если судить по абсолютной величине отклонений Д, от единицы, то следовало бы сделать вывод, что при 🖡 = 10² предположение о полной непрозрачности в лаймановских линиях (i < 15) несколько лучше, при $\tau_0 = 10^3$. Причину выполняется чем такого поведения понять нетрудно, если учесть, что при заданной температуре бальмеровский декремент электронной определяется отношением $\overline{b}_l/\overline{b}_a$. При $\tau_0 = 10^2$ вследствие выхода излучения в лаймановских линиях все значения $\overline{b_i}$ смещены так, что относительные интенсивности бальмеровских линий (i < 15) почти в точности соответствуют случаю В.



Рис. 3. Величины $\Delta_i = (H_i/H_4)/(H_i/H_4)_B$.

В заключение следует заметить, что, по-видимому, у большинства туманностей оптическая толщина в линии L_{*} по порядку величины равна $10^4 + 10^5$, но даже в тех случаях, когда τ_0 порядка $10^2 + 10^3$, предположение о полной непрозрачности в лаймановских линиях все еще является разумным приближевием при вычислении бальмеровского декремента.

относительные интенсивности водородных линий 2

Автор выражает благодарность В. В. Иванову за постановку задачи и полезные советы, полученные в ходе выполнения работы.

Крымская астрофизическая обсерватория

ON THE RELATIVE INTENSITIES OF THE HYDROGEN LINES IN THE SPECTRA OF NEBULAE

V. P. GRININ

The equations governing the populations of excited levels of hydrogen are derived for the plane-parallel geometry taking into account partial opacity in the Lyman lines. The redistribution of radiation between the lines as well as the frequency redistribution within the lines themselves are taken into consideration.

The equations are solved numerically for the electron temperature $T_{\bullet} = 10^{4}$ and for a set of optical thicknesses in Lyman-a. The Lyman and Balmer decrements are obtained taking into account the self-absorbtion in the Lyman lines. It is shown that when $\tau_{L_{a}} > 10^{2}$ the assumption of the total opacity in the Lyman lines, used in the theory of the Balmer decrement (the so called case *B*), holds within the accuracy sufficient for applications.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Боярчук, Изв. КрАО, 35, 43, 1966.

- 2. D. H. Menzel, J. D. Baker, Ap. J., 86, 70, 1937.
- 3. M. J. Seaton, M. N., 119, 81, 1959.
- 4. В. В. Иванов, сб. "Теория звездных спектров", стр. 127, Наука, М., 1966.
- 5. D. G. Hummer, E. H. Avrett, M. N., 130, 295, 1965.
- 6. D. G. Hummer, Доклад на симпознуме МАС по планетарным туманностям, Та-транска Ломница, 1967.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

ВЫПУСК 2

МОДЕЛИ СКОПЛЕНИЙ ТОЧЕЧНЫХ МАСС С БОЛЬШИМ КРАСНЫМ СМЕЩЕНИЕМ В ЦЕНТРЕ

Г. С. БИСНОВАТЫЙ-КОГАН, Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ Поступила 8 декабря 1968

В ньютоновском случае получено изотропное автомодельное решение кинетического уравнения с самосогласованным полем тяжести для произвольного степенного распределения плотности $\rho = \beta r^{-s}$, s < 3.

В случае $\rho = \beta r^{-2}$ аналогичное самосогласованное решение получено для анизотропной функции распределения, как в ньютоновском случае, так и в ОТО.

Найденные решения в ОТО с $\rho = \beta r^{-2}$ имеют красные смещения, неограниченно возрастающие при приближения к центру по закону $1+z \sim r^{-1/\alpha}$. В изотропном случае они, по-видимому, устойчивы, когда средние скорости движения много меньше скорости света, u < 0.2c, $\alpha > 21$.

Получено гидродинамическое решение в ОТО для идеального газа с постоянной температурой, имеющее $z \to \infty$ при $r \to 0$.

1. Введение. Для объяснения природы красного смещения квазаров иногда привлекается идея гравитационного смещения частоты [1]. Особенную популярность эта идея приобрела после появления гипотезы Бербиджа [2] о стандартном спектре квазара с линиями поглощения при z = 1.95 [3]. Хотя вопрос не получил 'еще окончательного решения, возможность построения равновесных моделей с большим красным смещением представляется интересной, тем более, что по данному вопросу в литературе имеются предрассудки. Отметим, что авторы не принадлежат к сторонникам гравитационной природы красного смещения квазаров.

Известны два частных решения задачи о движении точечных масс в самосогласованном поле тяготения: а) для ступенчатой функции распределения масс по энергиям, по типу Ферми газа [4] и б) для максвелловского распределения (но без частиц с положительной внергией) [5].

Важной характеристикой является энергия связи решения. В ньютоновском приближении по теореме вириала очевидно, что лю-162-4 бое стационарное решение имеет энергию связи, равную кинетической энергии, то есть существенно положительную; по крайней мере по отношению к полному распаду на отдельные частицы стационарная система всегда устойчива. Однако в общей теории относительности (ОТО) ситуация меняется, существуют стационарные решения с отрицательной энергией связи *B*, способные распадаться на отдельные частицы [5—7].

Устойчивость этих решений относительно малых возмущений до сих пор не выяснена^{*}, однако во всяком случае такие решения не могли возникнуть эволюционно. Численные расчеты показывают, что B = 0 достигается при $z_c = 1.2$ в случае а) и при $z_c \sim 1$ в случае б).

Возникает подозрение, что в ОТО для непатологических моделей существует некоторая верхняя граница z_c, подобно верхней границе z_s, найденной Бонди [12]**. Рассмотренные выше случаи a), б) отличаются изотропным локальным распределением частиц по скоростям в каждой точке; другими словами, в решениях представлен полный набор орбит круговых вытянутых (типа незамкнутых розеток, заменяющих кеплеровские эллипсы) и радиальных.

Известно, что система круговых орбит позволяет получить любые z_c , при положительной энергии связи. Для того, чтобы скорость была постоянна на круговых орбитах, нужно задаться степенной зависимостью g_{00} от радиуса, что соответствует плотности $\rho \sim r^{-2}$. Однако это решение, вероятно, неустойчиво в силу существенной анизотропии функции распределения. Возникает вопрос, является ли неизбежным появление той или иной неустойчивости в решениях с большими z.

В настоящей заметке показано, что в действительности существуют автомодельные решения с $\rho \sim r^{-2}$ и изотропным распределением частиц в каждой точке. В ньютоновской задаче получено аналогичное семейство точных автомодельных решений кинетического уравнения как при $\rho \sim r^{-2}$, так и с произвольной степенью $\rho \sim r^{-k}$. Решения в ОТО имеют немаксвелловскую функцию распределения по энергиям. Самосогласованные решения кинетического уравнения в ОТО рассматривались также в работе [13].

Нет оснований фетишизировать максвелловскую функцию распределения. В бесстолкновительной задаче равноценны все решения с падающей зависимостью плотности в фазовом пространстве от энергии.

** Обозначения: zc — красное смещение для луча, выходящего из центра, zs то же для луча с поверхности.

[•] Отметим, что необходимо исследование устойчивости в рамках кинетического бесстолявовительного уравнения; исследования в этом направлении см. [8-11]. Более простая задача об устойчивости в гидродинамическом приближении решена [7]. Показано, что устойчивость теряется еще раньше, при меньшем z, чем достигается B-0.

Максвелловское распределение выделено тем, что оно сохраняется и при наличии упругих столкновений. Однако в реальной задаче при движении звезд с большими скоростями вследствие неупругих столкновений максвелловское распределение также не является стационарным.

Вопрос о возможности образования скопления звезд с большими красными смещениями в ходе эволюции здесь не рассматривается.

2. Нерелятивистское рассмотрение. В сферически симметричном случае с анизотропной функцией распределения f(r, p) при заданном гравитационном потенциале произвольная функция интегралов движения: энергии E и квадрата момента L^2 является решением кинетического уравнения. При этом

$$E = \frac{m}{2} \left(v_r^2 + v_0^2 + v_z^2 \right) + m\Phi = m \left(\frac{v^2}{2} + \Phi \right)$$

$$L^2 = m^2 r^2 \left(v_0^2 + v_z^2 \right) = m^2 r^2 v_t^2.$$
(1)

Здесь v_r , v_{θ} , v_{φ} — компоненты скорости в сферической системе координат, Φ — гравитационный потенциал, m — масса частиц. Если $\rho = \beta r^{-2}$, то

$$\Phi = 4\pi G \beta \ln r + \text{const.}$$
 (2)

Здесь G— гравитационная постоянная. Зависимость $f(E, L^3)$ только от L^2 , но не от вектора L, обеспечивает сферическую симметрию общей плотности $\rho = m \int f dv$. Исследование их устойчивости не проведено, однако простые критерии (энергия связи, локальная производная фазовой плотности по скорости) не противоречат предположению о существовании устойчивых решений со сколь угодно большими z. Теперь найдем вид f, который был бы самосогласован с заданным законом $\Phi(r)$ для гравитационного потенциала. Рассмотрим функцию распределения, зависящую от E и L^3 следующим образом:

$$f = \frac{A}{L^2} \varphi \left(\frac{E/m - 2\pi G \beta \ln L^2}{\theta} \right).$$
(3)

Аргумент $\varphi(x)$ функции $x = (E/m - 2\pi G\beta \ln L^2)/\theta = (v^2 - 4\pi G\beta \ln v_i^2)/2\theta$ не зависит от r. Повтому $\rho = m \int f dv = \beta/r^2$, где

$$\beta = m \int \frac{A}{v_t^2} \varphi \left(\frac{v^2}{2\theta} - \frac{2\pi G\beta}{\theta} \ln v_t^2 \right) d\bar{v}.$$
 (4)

Уравнение (4) определяет $\beta(A, \theta)$ или $A(\beta, \theta)$. Зададим $\mathfrak{P}(\mathbf{x}) = e^{-x}$, тогда

$$f(v) = \frac{A}{r^2} v_i^{2(4\pi 0.3/2^0 - 1)} e^{-v^3/2^0}.$$
 (5)

При $4\pi G\beta = 2\theta$ получаем максвелловское распределение. Для $\theta \to 0$ функция распределения стремится к f_0

$$f_0 = \frac{\beta}{\pi r^2 m} \,\delta(v_r)\,\delta(v_t^2 - v_0^2), \quad v_0^2 = 4\pi G\beta. \tag{6}$$

Решение (6) соответствует круговым орбитам. В случае круговых орбит можно написать самосогласованное решение для произвольного распределения плотности $\rho(r)$

$$f = \frac{\rho(r)}{m\pi} \delta(v_r) \delta(v_t^2 - v_0^2), \quad v_0^2 = \frac{1}{r} \int_0^r 4\pi G \rho r^2 dr, \quad \int f \, dv = \frac{\rho}{m} = n.$$
(7)

При в → ∞ имеем решение с чисто радиальным движением

$$f = \frac{\beta}{\sqrt{4\pi G\beta} \pi^{s_{t}} r^2 m} \delta(v_t^2) e^{-\frac{v_r^2}{4\pi G\beta}}.$$
 (8)

В промежуточном случае $0 < \theta < \infty$ траектории частиц незамкнуты и представляют собой розетки. Для модели с круговыми орбитами одномерная функция распределения $f_{\mp} = \int f dv_r dv_0$ равна

$$f_{\varphi} = \frac{\rho}{\pi} \frac{1}{\sqrt{v_0^2 - v_z^2}}.$$
(9)

Производная $\partial f_{\psi}/\partial v_{\psi}$ положительна при $v_{\psi} > 0$. В плазме подобное решение неустойчиво из-за механизма Ландау [14]. В модели с круговыми орбитами также может иметь место неустойчивость Ландау. В случае общего анизотропного решения (5) производная $\partial f_{\psi}/\partial v_{\psi} > 0$ при $v_{\psi} > 0$ в окрестности $v_{\psi} = 0$ для $\theta < 2\pi G\beta$. Однако здесь нельзя утверждать о наличии неустойчивость в гравитирующей среде не совсем аналогична плазменной из-за отсутствия квазинейтральности в гравитации, см., например, [11]. Приведем пример самосогласованного изотропного точного решения для произвольной степенной зависимости плотности от радиуса

$$\Phi = -Dr^{-k}, \quad k < 1, \quad k \neq 0, \quad \varphi = \frac{Dk(1-k)}{4\pi G} r^{-k-2}$$

$$4\pi \int_{0}^{r} \varphi r^{2} dr = \frac{Dk}{G} r^{1-k}, \quad f = \frac{k(1-k) \Gamma\left(\frac{2}{k}+2\right) (Dr^{-k}-v^{2})^{\frac{2}{k}-\frac{1}{2}}}{8\pi^{2} G D^{2/k} \Gamma(3/2) \Gamma(2/k+1/2)}$$

$$v^{2} < Dr^{-k},$$

$$0 \quad v^{2} > Dr^{-k},$$

 $\mu = 4$

где и — масса внутри данного лагранжевого радиуса. Последнее решение не обобщается на релятивистский случай в отличие от ньютоновского решения с $\Phi \sim \ln r$, $\rho \sim r^{-2}$.

3. Общерелятивистский случай. Найдем точное решение задачи в ОТО, заимствуя из ньютоновского решения предположение $\rho \sim r^{-2}$, так как именно в этом случае средняя кинетическая энергия частиц не зависит от радиуса. Очевидно, что при этом все компоненты тензора T_1^k также $\sim r^{-2}$ и (в обозначениях Ландау и Лифшица [15]) из уравнений (9.74)—(9.77) стр. 338 видно, что нужно искать решение с $\lambda = \text{const}, \gamma = \text{const} \ln r$, так что получится $g_{20} \sim r^{\lambda}$, $(1 + z) \sim r^{-k/2}$. Степенная зависимость g_{00} от r соответствует логарифмической зависимости ньютоновского потенциала.

В релятивистской задаче необходимо пользоваться импульсом, а не скоростью; импульс обозначен строчным p, в отличие от тензора давления, обозначенного прописным P с двумя индексами ($P_{\rm rr}$), или скаляра P без индексов.

Интегралами кинетического уравнения в случае ОТО являются

$$E_{1} = E\sqrt{g_{00}} = \sqrt{(p^{2}c^{2} + m^{2}c^{4})g_{00}}, \quad p^{2} = p_{r}^{2} + p_{0}^{2} + p_{\mp}^{2} = p_{r}^{2} + p_{t}^{2}$$

$$L^{2} = p_{t}^{2}r^{2}.$$
(10)

Компоненты тензора энергии-импульса выражаются через интегралы от функции распределения

$$T_0^0 = -\varepsilon = -\int f \left(p^2 c^2 + m^2 c^4 \right)^{1/2} dp^*$$

$$T_1^1 = P_{rr} = \int f p_r^2 c^2 \left(p^2 c^2 + m^2 c^4 \right)^{-1/2} dp^*$$
(11)

$$T_2^2 = T_3^3 = P_{\theta\theta} = P_{\varphi\varphi} = P_t = \frac{1}{2} \int f p_t^2 c^2 \left(p^2 c^2 + m^2 c^4 \right)^{-1/2} dp.$$

Плотность числа барионов есть

$$n = \int f \, d\vec{p}. \tag{12}$$

В равновесии компоненты T_i^k связаны уравнением, которое получается из уравнений поля [15].

$$\frac{dP_{rr}}{dr} + \frac{2}{r} \left(P_{rr} - P_t \right) + \frac{\nu'}{2} \left(P_{rr} + E \right) = 0$$
(13)
$$\nu' = \frac{2C\mu}{c^2 r^2} \frac{1 + 4\pi r^3 P_{rr} / \mu c^2}{1 - 2G\mu/c^2 r}.$$

В изотропном случае $P_{rr} = P_t = P$.

Отметим, что уравнение (13) является следствием кинетического уравнения, поэтому функция, являющаяся решением кинетического уравнения, тождественно удовлетворяет соотношениям (11)—(13). Для распределения $\rho = \beta r^{-2}$ из (11) имеем

$$\varepsilon = \frac{\beta c^2}{r^2} I_E, \quad P_{rr} = \frac{\beta c^2}{r^2} I_{rr}, \quad P_t = \frac{\beta c^2}{r^2} I_t. \quad (14)$$

Функция распределения выбирается так, чтобы безразмерные величины I_E , I_{rr} , I_t не зависели от радиуса r. Из (13)—(14) получаем

$$\frac{4I_{t}}{I_{rr}+I_{E}} = \frac{r_{g}}{r} \frac{1+I_{rr}/I_{E}}{1-r_{g}/r} = a$$
(15)

$$g_{m} = e^{v} = \lambda r^{a} \tag{16}$$

$$\frac{r_{I}}{r} = -\frac{8\pi G}{c^4 r} \int_{0}^{c} T_0^0 r^2 dr = \frac{8\pi G\beta}{c^2} I_E = \frac{4I_t I_E}{4I_t I_E + (I_{rr} + I_E)^2}.$$
 (17)

Подставляя (16) в (10), получим

$$E_1 = \sqrt{h} r^{\alpha/2} \left(p^2 c^2 + m^2 c^4 \right)^{1/2}. \tag{18}$$

Тогда функция распределения, удовлетворяющая кинетическому уравнению и дающая закон спадания плотности $\sim r^{-2}$, имеет вид

$$f = AL^{-2} \varphi(E_1 L^{-a/2}), \qquad \int f d\vec{p} = \frac{\beta}{mr^2} = n.$$
 (19)

Красное смещение г определяется следующим образом:

$$1 + z = e^{-v/2} = \frac{1}{\sqrt{v}} r^{-a/2}.$$
 (20)

МОДЕЛИ СКОПЛЕНИИ ТОЧЕЧНЫХ МАСС

Энергия связи В модели с распределением плотности ~ r^2

$$B = (M_0 - M) c^3, \quad M_0 = m \int \frac{4 \pi n r^2 dr}{(1 - r_g/r)^{1/g}}$$
(21)

$$M = \frac{1}{c^2} \int 4\pi s \, r^2 dr, \qquad \frac{B}{Mc^2} = \left[\frac{4 \, I_t \, I_E + (I_E + I_{rr})^2}{I_E^2 (I_E + I_{rr})^2} \right]^{1/a} - 1.$$

Рассмотрим функцию распределения

$$f = \frac{A}{r^2 p_t^2} \left(\left| \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} p_t^{-a/2} \right| \right)^{-k}.$$
 (22)

В распределении (22) произвольными являются две величины из трех (β , A, k). Третья определяется из условия нормировки. При $k = 4a^{-1}$ получаем изотропную функцию распределения

$$f = \frac{A}{r^3} \left(p^2 c^2 + m^2 c^4 \right)^{-2/a}.$$
 (23)

Решение (23) изотропно и есть функция только модуля скорости, повтому по общей теории в плазме такое решение кинетически устойчиво. Того же можно ждать и в гравитации. При малых гравитационных потенциалах решение (23) переходит в максвелловское. Действительно, при $a \rightarrow 0$ имеем, используя (15)—(17),

$$f = \frac{A}{r^2} \left(1 + \frac{p^2}{m^2 c^2} \right)^{-\frac{m^2 c^2}{p^3} \frac{p^2}{4\pi G_{\beta} m^2}} \to \frac{A}{r^2} e^{-\frac{p^2}{4\pi G_{\beta} m^2}}.$$
 (24)

Вводя температуру θ соотношением $4\pi G\beta m^2 = 2\theta m$, получаем максвелловское распределение. Таким образом, для моделей с $\rho = \beta r^{-2}$ функция (23) действительно является релятивистским обобщением изотропного максвелловского распределения и переходит в него при медленно меняющемся потенциале. Как и в нерелятивистском случае средняя кинетическая энергия частиц не зависит от радиуса. В ОТО такое условие необходимо для автомодельности решения, поскольку существует масштаб скорости с, энергии mc^2 , чего нет в ньютоновской теории, допускающей решение с $\Phi \sim r^{-k}$, $u \sim r^{-k/2}$.

Энергию связи модели с распределением (23) получаем при $I_{rr} = I_t$, $\alpha = (I_{rr} + I_E)/2I_{rr} = 2/a$,

используя (20), (21),

$$\frac{B}{Mc^{2}} = \frac{1}{\alpha I_{E}} \left(\alpha^{2} + 2\alpha - 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1, \qquad f = \frac{A}{r^{2}} \left(p^{2}c^{2} + m^{2}c^{4} \right)^{-\alpha}$$

$$1 + z = r^{-\frac{1}{\alpha}} \sqrt{\lambda}.$$
(25)

Используя выражение для I_E из (11), (14) и проведя интегрирование с функцией распределения (23), получим окончательно

$$\frac{B}{Mc^2} = \frac{(\alpha^2 + 2\alpha - 1)^{1/\alpha}}{\alpha} \frac{\Gamma(\alpha - 3/2) \Gamma(\alpha - 1/2)}{\Gamma(\alpha - 2) \Gamma(\alpha)} - 1.$$
(26)

При $\alpha \to 2$ имеем $B/Mc^2 \to -1$ — ультрарелятивистский случай. Энергия связи обращается в нуль при $\alpha \approx 10$. Максимум энергии связи лежит при $\alpha \gg 1$. Разложение для этого случая имеет вид

$$\frac{B}{Mc^2} = \frac{1}{4a} - \frac{83}{32} \frac{1}{a^2}, \quad a \gg 1.$$
 (27)

Максимум энергии связи равен $(B/Mc^2)_{roax} \simeq 0.006$, при этом $\alpha \simeq 21$, $1 + z \sim r^{-4/m}$, $\overline{u^2/c^2} = 1/\alpha$. Мы не имеем решения, которое плавно сопрягало бы автомодельное решение с пустым пространством. Приближенно, однако, можно предположить, что z = 2 получится при $r/R \sim [(1+2)/(1+0.1)]^{20} = 10^{-9}$, $\rho/\overline{\rho} = 10^{18}$.

Таким образом, хотя формально и получено решение с неограниченно нарастающим *z*, фактически получение больших *z* при максимуме энергии связи затруднительно.

При $k \to \infty$ в распределении (22) получаем модель с круговыми орбитами, полностью исследованную ранее Эйнштейном [16]

$$f = \frac{1}{\pi} \frac{\beta}{mr^2} \delta(p_r) \delta(p_t^2 - p_0^2).$$
 (28)

Компоненты Ті при этом равны

$$P_{t} = mnc^{2}\sqrt{1+x^{2}}, \quad P_{rr} = 0, \quad P_{t} = \frac{1}{2}mnc^{2}\frac{x^{2}}{\sqrt{1+x^{2}}}.$$
 (29)

Для $n = \beta/mr^3$ величина $x = p_0/mc = \text{const.}$ Модель с круговыми орбитами можно построить для произвольного распределения плотности n=n(r), тогда соотношения (29) остаются справедливыми, только x = x(r). Из (13), (29) имеем

$$\mu = 4 \pi m \int_{0}^{r} n(r) \sqrt{1 + x^{2}} r^{2} dr$$

$$\nu' = \frac{2G\mu}{c^{2}r^{2}} (1 - 2G\mu/c^{2}r)^{-1} = \frac{2x^{2}}{\sqrt{1 + x^{2}}}.$$
(30)

Задавая произвольную функцию x(r), из (30) получаем $\mu(r)$, затем находим n(r) по формуле $n(r) = \frac{1}{r^2 \sqrt{1+x^2}} \frac{d}{dr} \left(\frac{\mu}{4\pi m}\right)$. Ограничение состоит в том, что x(r) не должна убывать быстрее, чем r^{-1} .

В случае $n = \beta/r^2 m$ при $x = x_0 = \text{const}$ из (30) получаем

$$\frac{r}{r_g} = \frac{2x_0^2}{1+3x_0^2}, \qquad 1+z = e^{-v/2} = \frac{1+3x_0^2}{1+x_0^2} \left(\frac{R}{r}\right)^{\frac{x_0}{1+x_0^2}}$$

$$\frac{B}{Mc^2} = \frac{(1+3x_0^2)^{1/s}}{1+x_0^2} - 1, \qquad \frac{8\pi G\beta}{c^2} = \frac{2x_0^2}{(1+3x_0^2)(1+x_0^2)^{1/s}}.$$
(31)

Энергия связи B/Mc^2 при $x_0 \rightarrow \infty$ стремится к — 1, обращается в нуль при $x_0^2 = 1$ и достигает максимума [16], равного $\sqrt{9/8} - 1 = 0.06$ при $x_0^2 = 1/3$. Сравнение с (26), (27) показывает, что модель с круговыми орбитами имеет максимум энергии связи на порядок больший, чем у модели с изотропным распределением. При $x_0^2 = 1/3$ имеем $r_{g/r} = 1/3$, что соответствует границе устойчивости круговой орбиты [17], поэтому максимум энергии связи соответствует границе устойчивости относительно радиальных возмущений. Однако, по всей вероятности, модель с круговыми орбитами неустойчива в кинетическом смысле (пучковая неустойчивость), как и в ньютоновской теории*.

4. Гидродинамическое решение. В изотропном случае $P_{rr} = P_t = P$ с заданным уравнением состояния имеются решения уравнения равновесия, не удовлетворяющие бесстолкновительному кинетическому уравнению. Рассмотрим модель с локально изотропной максвелловской функцией распределения с постоянной температурой θ .

$$f = \psi \exp\left[-\frac{1}{\theta} \left(p^2 c^3 + m^2 c^4\right)^{1/4}\right]$$
(32)

Функция (32) не удовлетворяет кинетическому уравнению в ОТО, так как не является функцией интегралов движения. Как известно [13], в равновесном распределении постоянна величина $\theta V g_{m}$.

• Модель с круговыми орбитами устойчива относительно радиальных возмущений в ньютововской теории [18] и в ОТО при $v < c \sqrt{3}$. Термодинамические величины имеют вид:

$$n = \int f d\vec{p} = 4 \pi \psi \theta^{3} I_{1}, \qquad I_{1} = \int_{0}^{\infty} \exp\left(-\sqrt{x^{3} + m^{2} c^{4}/\theta^{2}}\right) x^{2} dx,$$
$$P = n\theta, \qquad E = n\theta \frac{I_{2}}{I_{1}}, \qquad (33)$$

$$I_{2} = \int_{0} \exp\left(-\sqrt{x^{2} + m^{2} c^{4/\theta^{2}}}\right) \sqrt{x^{2} + m^{2} c^{4/\theta^{2}} x^{2} dx}.$$

Подставляя (33) в (15), при $P_{rr} = P_t = P$ получаем следующее решение:

$$n = \beta/mr^{2}, \qquad \beta = \frac{c^{4}/2\pi G0}{4 I_{g}/I_{1} + (1 + I_{g}/I_{1})^{2}}$$

$$\mu = 4\pi \frac{\theta}{c^{2}} \beta \frac{I_{g}}{I_{1}} r, \qquad \frac{r_{g}}{r} = \left[1 + \frac{J_{1}}{4I_{2}} \left(1 + \frac{I_{g}}{I_{1}}\right)^{2}\right]^{-1} \qquad (34)$$

$$1 + z = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} r^{-a/2}, \qquad a = 4\left(\frac{I_{2}}{I_{1}} + 1\right) \left[4 \frac{I_{2}}{I_{1}} + \left(1 + \frac{J_{g}}{I_{1}}\right)^{2}\right]^{-1},$$

$$\lambda = \left(\frac{4\pi\theta\beta}{\mu c^{2}} \frac{I_{g}}{I_{1}}\right)^{a} \left(1 - \frac{r_{g}}{r}\right).$$

При $\theta \to 0$ имеем $I_2/I_1 = mc^2/\theta$, $\beta = \theta/2\pi Gm$ и совпадает с нерелятивистским пределом распределения (23). Энергия связи полученной модели есть

$$\frac{B}{Mc^2} = \frac{mc^2/\theta}{I_2/I_1} \left[\frac{4I_2/I_1}{(1+I_2/I_1)^2} + 1 \right]^{1/4} - 1.$$
(35)

Энергия связи обращается в нуль при $mc^2/\theta \simeq 22$. Максимум энергии связи лежит при $mc^2/\theta \gg 1$, разложение при этом имеет вид

$$\frac{B}{Mc^2} = \frac{1}{2} \frac{\theta}{mc^2} - \frac{699}{64} \left(\frac{\theta}{mc^2}\right)^2.$$

Максимум внергии связи равен ~ 0.006 , соответствует $mc^2/\theta \simeq 44$ и приблизительно равен соответствующему максимуму для функции распределения (23), что естественно, так как функция распределения достаточно близка к максвелловской. При $\theta \ll mc^2$ имеем нерелятивистскую модель с $\gamma = 5/3$, которая устойчива.

Выводы. В ньютоновском случае получено изотропное самосогласованное распределение гравитационно взаимодействующих точечных

масс, удовлетворяющее кинетическому уравнению без столкновений и уравнению тяготения для произвольного степенного распределения плотности $y = 3r^{-s}$, s < 3.

В случае $p = \beta r^{-2}$ аналогичное самосогласованное решение получено для анизотропной функции распределения как в ньютоновском случае, так и в ОТО.

Найденные решения в ОТО с $\rho = \beta r^{-2}$ имеют красные смещения в центре, неограниченно возрастающие при приближении к центру по закону $1 + z \sim r^{-1/4}$. В изотропном случае они, по-видимому, устойчивы, когда средние скорости движения много меньше скорости света, $\overline{u} < 0.2 c$, $\alpha > 21$.

Получено гидродинамическое решение в ОТО для идеального газа с постоянной температурой (но переменной $T' = T_1 \sqrt{g_{00}}$) также имеющее $z \to \infty$ при $r \to 0$.

Пользуемся случаем выразить благодарность К. Торну, Л. Хазину и М. Подурцу за дискуссии и в частности Торну за сообщение о неопубликованных результатах американской группы, относящихся к круговым орбитам.

Институт прикладной математики АН СССР

MODELS OF CLUSTERS OF POINT MASSES WITH GREAT CENTRAL RED SHIFT

G. S. BISNOVATY-KOGAN, Y. B. ZELDOVICH

The isotropic self-similar solution of a kinetic equation with a self-consistent gravitational field is obtained in the case of Newtonian gravitation for power distribution of density $\rho = \beta r^{-s}$, s < 3.

An analogous self-consistent solution is obtained in case of $\rho = \beta r^{-2}$ for anisotropic distribution function either in Newtonian gravitation or general relativity.

The solutions in general relativity with $\rho = \beta r^{-2}$ have red shifts, infinitely increasing to the center according to the law $1 + z \sim r^{-1/\alpha}$. They are probably stable in the isotropic case, when the mean velocities are much smaller than light speed, $\overline{u} < 0.2c$, $\alpha > 21$.

The hydrodynamic solution in general relativity is obtained in the case of ideal gas with constant temperature, which also has $z \rightarrow \infty$ at $r \rightarrow 0$.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. J. Greenstein, M. Schmidt, Ap. J., 140, 1, 1964.
- 2. G. Burbidge, Ap. J., 147, 851, 1967.
- 3. F. Hoyle, W. Fowler, Nature, 213, 373, 1967.
- 4. J. Oppenheimer, G. Volkoff, Phys. Rev., 55, 374, 1939.
- 5. Я. Б. Зельдович, М. А. Подурец, Астрон. ж., 42, 963, 1965.
- 6. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, 42, 1667, 1962.
- 7. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Релятивистская астрофизика, Наука, 1967.
- 8. В. А. Антонов, Астрон. ж., 37, 918, 1960.
- 9. М. А. Подурец, Астрон. ж., 46, 129, 1969.
- 10. J. Ipser, K. Thorne, Ap. J., 154, 251, 1968.
- Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдович, Р. З. Сагдеев, А. М. Фридман, Ж. прикл. мех. и техн. физ., № 3, 1969.
- 12. H. Bondi, Proc. Roy. Soc., 281, 39, 1964.
- 13. E. Fackerell, Ap. J., 153, 643, 1968.
- 14. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 16, 574, 1946.
- 15. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Физматгиз, 1962.
- 16. А. Einstein, Ann. Math., 40, 922, 1939. (Русск. перевод: А. Эйнштейн, собр. соч., 2, 514, Наука, 1966).
- 17. С. А. Каплан, ЖЭТФ, 19, 951, 1949.
- 18. Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдсвич, А. М. Фридман, ДАН СССР, 184, 794, 1968.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ. 1969

ВЫПУСК 2

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НИЗКОЧАСТОТНОГО РАДИАЛЬНОГО И ВЫСОКОЧАСТОТНОГО КОЛЕБАНИЙ ЗВЕЗД

Ю. В. ВАНДАКУРОВ, Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ Поступила 22 июля 1968

Рассматривается нелинейное взаимодействие двух аднабатических колебаний, одно из которых является раднальным п имеет близкую к нулю частоту, а частота второго много больше первого. Для краткости они будут называться Hr и br колебаниями. Показано, что наличие br движений является стабилизирующим фактором для Hr пульсации, что следует из теоремы вириала и теории адиабатических инвариантов. Вывод критерия устойчивости произяодится для случая раднального br колебания. Обсуждается вопрос о среднем по времени уравнении равновесия в присутствии br пульсации. При несоблюдении баланса сил в величинах порядка квадрата относительной амплитуды br колебания происходит возбуждение Hr пульсации большой амплитуды.

1. Качественное рассмотрение. Для многих задач теории колебаний существенное значение имеют нелинейные эффекты взаимодействия различных мод. Рассмотрим звезду, у которой наинизшая (основная) частота радиальной пульсации σ_0 близка к нулю. Это условие выполняется у сверхмассивных звезд или у звезд умеренной массы, находящихся на поздней стадии вволюции. Так как равновесие близко к безразличному (потеря устойчивости происходит при среднем показателе адиабаты $\gamma = 4/3$), то существенное значение приобретают различные малые возмущающие силы, такие, как вращение, турбулентность и т. п. (теория вопроса со ссылками на оригивальную литературу см. [1]). В настоящей работе будет изучаться стабилизация звезды при наличии некоторого колебания (*br* колебания), происходящего на частоте σ_s , где $|\sigma_s^2/\sigma_0^2| \gg 1^*$. То, что эффект является стабилизирующим, можно показать различными способами.

^{*} Если br пульсация является раднальной, то частота σ_s — порядка произведения числа узлов s (s=1, 2,...) на отношение средней скорости звука к радиусу звезды R.

Первый способ заключается в прямом применении теоремы вириала: высокочастотные пульсации сопровождаются движением вещества; кинетическая энергия этого движения, усредненная по времени, должна эходить в уравнение вириала так же, как кинетическая энергия классических частиц, имеющих показатель адиабаты $\gamma = 5/3$. Этот аргумент можно рассматривать как наводящее соображение*. Более строгий подход заключается в применении теории адиабатических инвариантов.

Рассмотрим звезду, внутренняя структура которой является пслитропной с индексом n = 3, соответствующим $\gamma = 4/3 = 1 + 1.n$. Выразим энергию br колебаний E_q через полную энтропию S и плотность в центре ρ_c . При любых медленных смещениях из положения равновесия E_q меняется пропорционально частоте, которая имеет порядок $(p_l \rho R^2)^{l_1} \sim F(S) \rho_c^{l_1}$. Тепловая и гравитационная энергии пропорциональны $\rho_s^{l_2}$. Качественно ситуация такая же, как в случае вращающейся звезды, кинетическая энергия которой вместо $\rho_s^{l_2}$ содержит множитель $\rho_s^{l_2}$. Вращение, как известно, является стабилизирующим фактором. Такую же роль играют и br колебания; стабилизация есть следствие того, что показатели ρ_c (2/3 и 1/2) больше показателя в гравитационной энергии (1/3). Детальное математическое исследование устойчивости Hr движений при наличии радиальной br пульсации будет дано в следующем разделе.

2. Исследование взаимодействия радиальных Hr и br колебаний. Проведенное качественное рассмотрение справедливо для произвольных br пульсаций. Однако математическое исследование нерадиальных колебаний в нелинейном приближении очень громоздко (см., например, работу [2], в которой рассматривается более простая задача возбуждения нерадиальных колебаний в радиально пульсирующей звезде). В дальнейшем ограничимся случаем сферически симметричных движений.

Подробный обзор исследований взаимодействия двух радиальных колебаний приведен в работе [3]. Интересно, что основные уравнения колебаний, рассматривавшиеся в этой работе, содержат лишь квадратичные по амплитудам члены, а такие уравнения недостаточны для описания стабилизирующего эффекта, который определяется слагаемыми, пропорциональными кубу амплитуд.

• Вг колебания сверхмассивных звезд применительно к квезарам упомянуты в [4]. Уравнение произвольного адиабатического радиального движения после перехода от эйлеровых координат r, t к лагранжевым $r_0 = (r)_{t=0}, t$ будет^{*}

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} + \frac{r^2}{r_0^2 \varphi_0} \frac{\partial p}{\partial r_0} + \frac{4\pi G}{r^2} \int_0^{r_0} \rho r^2 dr = 0, \qquad (1).$$

где $r = r(r_0, t)$, $\rho_0 = (\rho)_{t=0}$, $\rho = \rho_0 r_0^2/r^2 (\partial r/\partial r_0)$. Функция $p(r_0, t)$ с учетом постоянства энтропии *s* и молекулярного веса μ вдоль траектории элементарного объема определяется уравнением

$$\frac{\partial \ln p}{\partial t} = \gamma \frac{\partial \ln p}{\partial t}, \qquad \gamma = \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln p}\right)_{s, p=\text{const}}.$$
(2)

Для полностью ионизованной нерелятивистской плазмы с излучением

$$\gamma = \frac{4}{3} + \frac{\beta \left(4 - 3\beta\right)}{3 \left(8 - 7\beta\right)},$$

где β — отношение газового давления к полному. Вывод уравнений (1), (2) имеется в обзорной работе [3].

Будем искать решение системы (1), (2) в виде ряда по собственным функциям уравнения колебаний линейного приближения

$$r(r_0, t) = r_0 + r_0 \sum_{t=0}^{\infty} q_t(t) \xi_t(r_0), \qquad (3)$$

$$[\gamma p_0 (r_0 \xi_i + 3\xi_i)]' - (4p_0 - \sigma_i^2 r_0 \rho_0) \xi_i = 0, \qquad (4)$$

где q_i — некоторые функции от t, а штрих обозначает производную по r_0 . По условию задачи ряд (3) в линейном приближении содержит только члены с q_0 и q_s , причем $s \neq 0$, $|\sigma_0^2| \ll \sigma_s^2$ (σ_0 — либо действительная, либо мнимая величина). Положим, что функции ξ_i (r_0) порядка единицы, или точнее

$$N_i \sim \int_0^R \rho r^4 dr, \qquad N_i = \int_0^R \xi_i^2 \rho r^4 dr.$$

Все q_i , кроме q_0 , будем считать малыми. Очевидно, что q_i при $i \neq 0$, s будут порядка q_i^2 или более высокого.

Индекс 0 у р₀, r₀ и др. в подынтегральных выражениях везде опущен.

Основная собственная функция $\epsilon_0(r_0)$ приблизительно равна единице. С учетом поправки, полученной при помощи разложения уравнения (4) по малому параметру $\gamma - 4/3$, будет

$$\xi_{0}(r_{0}) = 1 - \frac{3}{4} \int_{0}^{r_{0}} \frac{1}{pr^{4}} \left\{ \sigma_{0}^{2} \int_{0}^{r_{0}} p r^{4} dr + \int_{0}^{r} [(3\gamma - 4)p]' r^{3} dr \right\} dr$$

$$\sigma_{0}^{2} \int_{0}^{R} pr^{4} dr = 3 \int_{0}^{R} (3\gamma - 4)pr^{2} dr.$$
(5)

Эта формула находится в соответствии с результатом, вытекающим из теоремы вириала [3]. Для определенности примем, что σ_0^2 по порядку не больше $\sigma_s^2 q_s^2$. Именно в этом интервале значений σ_0 возможна стабилизация динамической неустойчивости.

Ряд (3) можно переписать в виде

$$r = r_0 (1 + q_0) (1 + \delta), \qquad \delta = \frac{1}{1 + q_0} \left[\xi_s q_s + (\xi_0 - 1) q_0 + \sum_{\ell \neq 0, s} \xi_\ell q_\ell \right]. \tag{6}$$

Параметр \hat{c} мал, так как $|q_s| \ll 1$, а $\hat{c}_0 - 1 \sim q_s^2$. Подставим ряд (6) в систему (1), (2) и произведем разложение по \hat{c}_0 , отбрасывая поправки порядка q_s^3 . В ковффициентах при q_s , q_1 , q_2 ,..., q_s^2 вместо \hat{c}_0 можно, очевидно, подставить единицу. Заметим еще, что в рассматриваемом приближении показатель адиабаты γ не зависит от t.

При сокращении не зависящих от времени слагаемых нужно учесть следующее обстоятельство. Наличие пульсации эквивалентно некоторому добавочному давлению, пропорциональному квадрату или более высокой степени амплитуды. Обычно это давление не учитывается (см., например, [3]), тогда пульсации происходят относительно некоторых смещенных точек. В общем случае уравнение равновесия можно записать в виде

$$\frac{1}{\mu_{0}}p_{0}' + \frac{4\pi G}{r_{0}^{2}}\int_{0}^{\infty}\rho r^{2}dr = r_{0}\sum_{i=0}^{\infty}K_{i}\xi_{i}, \qquad (7)$$

где K_i — постоянные порядка $5^2 q^2$ или более высокого.

Умножая теперь равенство (1) на $\xi_j \rho_0 r_0^3 dr_0$ и интегрируя от нуля до R, получим систему j уравнений для $q_j(t)$. При помощи интегрирования по частям уравнения j = 0 и j = s можно привести к виду

$$\ddot{q}_{0} + \frac{\sigma_{0}^{2} \ln (1 + q_{0}) + K_{0}}{(1 + q_{0})^{2}} - \frac{3N_{s} \sigma_{s}^{2} q_{s}^{2}}{2N_{0} (1 + q_{0})^{4}} = 0.$$
(8)

$$\ddot{q}_{s} + \frac{\sigma_{s}^{2} q_{s}}{(1+q_{0})^{3}} = 0, \qquad \dot{q} = \frac{dq}{dt}, \qquad N_{t} = \int_{0}^{n} \xi_{t}^{2} \rho r^{4} dr.$$
 (9)

Поправки в (8) имеют порядок σ_0^{4}/σ_s^2 , $\sigma^2 q_s^3$, $K_s q_s$, а в (9) — $\sigma^2 q_s^2$, K_s , $K_0 q_s$, $\sigma_0^2 q_0^2$ и т. п. Видно, что K_0 и $K_s \sim \sigma^2 q^2$. Уравнения с $j \neq 0$, s аналогичны (9) и содержат члены вида $\sigma^2 q_s^2$, повтому $(q_i)_{i+0,s} \sim q_s^2$.

После умножения (8) на $N_0 q_0$, (9) — на $N_1 q_2$ и суммирования, получим интеграл энергии

$$\frac{N_{0}}{2}q_{0}^{2} - \frac{N_{0}}{1+q_{0}} \{\sigma_{0}^{2}[1+\ln(1+q_{0})] + K_{0}\} + \frac{1}{2}N_{s}\left[q_{s}^{2} + \frac{\sigma_{s}^{2}q_{s}^{2}}{(1+q_{0})^{3}}\right] = \text{const.}$$
(10)

Из уравнения (8) вытекает, что $|q_0/q_0| \ll \sigma_s$ (если не рассматривать движений с большими начальными скоростями). Очевидно, что $q_0(t)$ может быть представлено в виде суммы Hr и br слагаемых, причем амплитуда второго слагаемого очень мала. Для нахождения частоты медленной пульсации нужно усреднить (8) по периоду $2\pi/\sigma_s$.

Решение уравнения (9) для $q_s(t)$ можно искать в виде гармонической функции с медленно меняющейся амплитудой и частотой. При условии $q_s(0) = 0$ найдем

$$q_{s} = Q_{s} (1+q_{0})^{s_{4}} \sin\left\{\sigma_{s} \int_{0}^{t} (1+q_{0})^{-s_{4}} dt\right\}, \quad Q_{s} = \text{const.}$$
(11)

Поправки имеют порядок $q_0 q_s/\sigma^2$ или $q_s^2 q_s/\sigma^2$. Если еще учесть ранее отброшенные в (9) члены, то справа в последней формуле появятся дополнительные слагаемые вида $Q_s^2 \cos 2\sigma_s t$. Они не оказывают влияния на усредненное уравнение (8). Формула (11) находится в согласии с теорией адиабатических инвариантов, по которой отношение энергии колебаний к частоте не должно зависеть от q_0

Ю. В. ВАНДАКУРОВ, Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ

После подстановки (11) в уравнение (8) и усреднения найдем

$$\ddot{q}_{0} + \frac{q_{0}^{2} \ln (1+q_{0}) + K_{0}}{(1+q_{0})^{2}} - \frac{3 N_{s} q_{s}^{2} Q_{s}^{2}}{4 N_{0} (1+q_{0})^{\gamma_{s}}} = 0.$$
(12)

Решение (12) может быть представлено в квадратурах.

Если принять, что q_0 мало и отбросить поправки q_0^2 , то из уравнения (12) получим

$$q_{0} = \frac{1}{\Omega_{*}^{2}} (2\Omega^{2} - K_{0}) (1 - \cos \Omega_{*} t) + \text{const} \cdot \sin \Omega_{*} t$$

$$\Omega_{*}^{2} = \sigma_{0}^{2} + \Omega^{2} + 2 (2\Omega^{2} - K_{0}), \qquad \Omega^{2} = \frac{3N_{*}}{8N_{0}} \sigma_{*}^{2} Q_{*}^{2}.$$
(13)

Видно, что условие равенства средних по времени сил удовлетворяется, если

$$K_0 = 2 \, \Omega^2. \tag{14}$$

Критерий устойчивости такой равновесной системы будет

$$a_0^2 + \Omega^2 \geqslant 0. \tag{15}$$

Наличие br колебаний является стабилизирующим фактором для Hr пульсации.

На этапах резкого возбуждения или торможения br колебаний равенство (14) может не удовлетворяться. Тогда из (13) вытекает, что $q_0 \sim 1$, и решение (13) оказывается непригодным. Численное интегрирование системы (8), (9) привело к следующим результатам. Критерий устойчивости Hr пульсации при любых K_0 дается формулой (15). Зависимость периода Hr колебаний $P_* = 2\pi/\Omega_*$ от отношения $x = K_0/2\Omega^3$ определялась при таких условиях: $\sigma_0^2 = \sigma_s^2/10^4$, $q_0(0) = 0$, $q_0(0) \approx 0$, $q_*(0) = 0$, $q_*(0) = \sigma_s/20$. Если x = 1, то $P_* \approx 195/\sigma_s$, что согласуется с формулой $P_* = 2\pi/\sqrt{\sigma_0^2 + \Omega^2}$. При x = 1.33, 0.976 и 0.888 период составляет соответственно 0.48, 1.08, 1.54 от $(P_*)_{x=1}$. Для тех же x величина $1 + q_0$ в точке максимума $|q_0|$ равна 0.40, 1.09 и 1.59. Эти данные показывают, что при отсутствии Hr колебаний в начальный момент и при несоблюдении баланса средних по времени сил в величинах порядка q_*^2 происходит возбуждение Hr пульсаций с амплитудой порядка радиуса звезды. Энергия втих колебаний сравнима

с полной энергией колебаний. Для более детального изучения процесса установления среднего по времени равновесного состояния нужно учесть процессы затухания и возбуждения колебаний.

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе АН СССР

Институт прикладной математики АН СССР

THE INTERACTION BETWEEN LOW FREQUENCY AND HIGH FREQUENCY STELLAR PULSATIONS

Y. V. VANDAKUROV, Y. B. ZELDOVICH

The interaction between two adiabatic pulsations is considered. One of them is radial and has a frequency near zero, while the frequency of the second is much greater than the first. They will be called briefly as Hr and br pulsations. The stabilizing influence of brpulsation on the Hr pulsation is shown. The derivation of stability criterium is made for the case of radial br pulsation. The question of the mean equilibrium equation in the presence of br pulsation is discussed. The excitation of Hr pulsation of large amplitude occurs when the balance of forces in the quantities of the order of the square of relative amplitude of br pulsation is not present.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Релятивистская астрофизика, Наука, М., 1967. 2. Ю. В. Вандакуров, Астрон. ж., 43, 1009, 1966.

3. P. Ledoux Th. Walraven, Variable stars, Handbuch der Physik, 51, 538, 1958.

4. Л. М. Озерной, Астров. ж., 43, 300, 1966.



АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

ВЫПУСК 2

О СВЯЗИ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ СО ВСПЫШКАМИ СВЕРХНОВЫХ І ТИПА

Г. С. БИСНОВАТЫЙ-КОГАН, З. Ф. СЕИДОВ Поступила 10 июля 1968

Показано, что интервал масс горячих болых карликов и время их остывания до момента потери устойчивости достаточны для представления их в качестве модели сверхновых I типа в старых скоплениях.

Белые карлики как предсверхновые рассматривались в ряде работ [1,2]. Во всех этих работах предполагается, что медленное сжатие горячего белого карлика с массой немного больше критической, при T = 0, приводит звезду к критическому состоянию и вэрыву в виде сверхновой I типа с образованием нейтронной звезды [3].

Так как отношение числа вспышек сверхновых I типа к числу вновь образующихся белых карликов в год равно $10^{-3} - 10^{-4}$, интервал масс $\Delta M/M$ белых карликов, вспыхивающих в виде сверхновых I типа, также должен быть $10^{-3} - 10^{-4}$ [4].

Далее, наличие сверхновых I типа в старых звездных скоплениях требует, чтобы время нахождения некоторых звезд в стадии предсверхновой доходило до 10⁷ — 10⁹ лет.

В недавней работе [4] предложена модель, в которой при T=0медленное сжатие обеспечивается трех- и четырехкратно запрещенными β -переходами. Однако вта модель кажется несколько искусственной из-за необходимости строго определенного химического состава (Mg²⁴ в ядре или Fe⁵⁸ в ядре и богатая Ca⁴⁰ оболочка), который не следует с необходимостью из предыдущей эволюции звезды. Кроме того, из-за конечной температуры длительное существование белого карлика с ядром из Mg²⁴ вряд ли возможно.

Действительно, при возникновении элементов тяжелее C^{12} температура в звезде должна быть выше 5.10⁸ °К [5]. При T > 0 реакции,

рассмотренные в [4], могут идти через возбужденные состояния Na²⁴ с энергией возбуждения $\delta = 0.473$ мэв и K⁴⁰ с $\delta = 0.798$ мэв, для которых $f_{14} = 10^5$ [6]:

$$Mg^{24} + e^{-} \rightarrow Na^{24*} + \nu, \qquad (1)$$

$$Ca^{40} + e^- \to K^{40*} + \nu.$$
 (2)

Оценим вероятность и этих реакций, пренебрегая кулоновским барьером, по формуле [7]

$$w = 10^{-5} \int_{\lambda}^{\infty} \frac{\varepsilon (\Delta - \varepsilon)^2 (\varepsilon^2 - 1)^{1/s} d\varepsilon}{1 + \exp \left[(m_{\varepsilon} c^2 \varepsilon - \mu) / k T \right]}$$
(3)

Здесь Δ — энергия β-захвата в единицах m_ec², равная 12.7 для реакции (1) и 5.13 для реакции (2), μ — химический потенциал электронов. Для частично вырожденных релятивистских электронов [8]

$$\frac{\mu}{m_{e}c^{2}} = x + \frac{1}{2x} - \frac{\pi^{2}}{3} \frac{\theta^{2}}{x},$$

$$x = P_{0}/m_{e}c, \quad \theta = kT/m_{e}c^{2}, \quad P_{0} = (\rho/9.82 \cdot 10^{5} \,\mu_{e})^{1/2}m_{e}c,$$
(4)

где m_e — масса электрона, P_0 — импульс Ферми электронов, μ_e — молекулярный вес на один электрон. Остальные символы имеют обычный смысл. Из (3) и (4) получим для интересующего нас интервала параметров, когда сумма первых трех членов в экспоненте в (5) больше, чем — δ/θ , где δ выражена в единицах $m_e c^2$

$$w \gg \frac{2\Delta^2}{10^5} \theta^3 \exp\left[\frac{x}{\theta} + \frac{1}{2} \frac{1}{\theta_x} - \frac{\Delta}{\theta} - \frac{\pi^2}{3} \frac{\theta}{x}\right]$$
(5)

или для времени реакции t = 1/w

$$t \leqslant \frac{10^5}{2\Delta^2} \theta^{-3} e^{\xi/\theta} . \tag{6}$$

При $\theta = 0.1$ ($T = 6.10^8$) время реакции (1) меньше, чем ~ 3.10^9 сек, что по порядку величины сравнимо со временем охлаждения белого карлика из-за излучения плазменных нейтрино [9]. Поэтому медленное сжатие белого карлика не может быть обеспечено реакцией (1). Заметим, что время охлаждения белого карлика за счет излучения фотонов много больше времени реакции (1) (см. ниже, формулу (13)).

Время реакции (2) оказывается больше времени остывания белого карлика за счет излучения плазменных нейтрино. Однако и в этом случае есть трудность, связанная с образованием слоя, богатого Са⁴⁰, у звезды с Fe⁵⁰ в ядре.

Независимо от того, верна модель [4] или нет, нам кажется более естественной модель медленно сжимающихся вследствие остывания горячих белых карликов. Покажем, что эта модель удовлетворяет требованиям, предъявляемым к предсверхновым I типа, о которых говорилось выше.

Оценим интервал масс белых карликов, для которых время охлаждения до момента потери устойчивости больше 10⁷ лет.

При T = 0 критические параметры белых карликов с учетом малых эффектов ОТО были рассмотрены в [10]. Используя результаты этой работы, можно получить для гелиевого белого карлика, A = 4, $\mu_{*} = 2$

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{M_{\rm kp} \left(T \neq 0\right) - M_{\rm kp} \left(T = 0\right)}{M_{\rm kp} \left(T = 0\right)} = 4 \cdot 10^{-4} T_{\rm r},\tag{7}$$

где $T_{1} = T/10^{7}$.

Для большинства элементов (кроме гелия) потеря устойчивости белых карликов из-за β-захватов достигается при плотностях примерно на порядок меньше, чем из-за эффектов ОТО [11] (в отличие от выводов, сделанных в [12]). Используем рассмотренную в [13] зависимость μ_e от плотности, обусловленную β-захватами

$$\mu_{s} = \frac{166 + 1.26 A^{r/s}}{83.8 - 0.54 \left(1 + x^{2}\right)^{1/s}}$$
(8)

и получим для случая переменного и:

$$P\left(\gamma - \frac{4}{3}\right) = -\left(\frac{\pi}{3}\right)^{s/s} \left(\frac{\rho}{\mu_{e}m_{\rho}}\right)^{s/s} \hbar c \frac{d \ln \mu_{e}}{d \ln \rho} + \frac{1}{18} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{s/s} \frac{m_{e}^{2}c^{3}}{\hbar} \left(\frac{\rho}{\mu_{e}m_{\rho}}\right)^{s/s} + \frac{1}{3} \frac{\rho k T}{Am_{\rho}},$$
⁽⁹⁾

причем из (8) с достаточной точностью имеем

$$\frac{d\ln\mu_{o}}{d\ln\rho} = 2.17 \cdot 10^{-8} x.$$
(10)

Подставляя (9) и (10) в уравнения равновесия и устойчивости, полученные энергетическим методом в [10], находим для белого карлика произвольного µ и А

$$\frac{\Delta M}{M} = 2 \cdot 10^{-4} \frac{24}{A} \frac{\mu_{*}}{2} T_{1}.$$
 (11)
Из (7) и (11) получим для белых карликов с $T_7 < 3$, в случае, когда потеря устойчивости обусловлена эффектами ОТО

$$\frac{\Delta M}{M} \leqslant 10^{-3}, A = 4, \text{ OTO}$$
 (12a)

и в случае, когда потеря устойчивости обусловлена обратными β-распадами

$$\Delta M/M \leq 6 \cdot 10^{-4} (\mathbb{P}_{e}/2) (24/A), \beta$$
-захват, (126)

что в обоих случаях вполне удовлетворительно с точки зрения первого условия.

Время существования белого карлика с массой, больше критической при T = 0 до потери устойчивости можно найти, используя зависимость светимости [14] и полной энергии звезды [15] от температуры и плотности. В результате для времени жизни получим следующие выражения:

$$\tau \simeq 10^{\circ} T_7^{-2.5}$$
, для гелиевого белого карлика, ОТО
 $\tau \simeq 2 \cdot 10^{\circ} T_7^{-2.5} \frac{24}{A} \frac{\mu_{\bullet}}{2}$, произвольное A, μ_{\bullet} ; 3-захват. (13)

Таким образом получаем, что

$$\tau > 10^7$$
 лет при $\begin{array}{ccc} T_{\tau} < 2, & A \leqslant 60 \\ T_{\tau} < T, & A = 4, \end{array}$ (14)

что вполне достаточно с точки зрения второго условия. Заметим, что при $T_7 > 3$ сказываются потери внергии на излучение плазменных нейтрино [9], повтому время остывания сильно уменьшается, и формула (13) неприменима при таких высоких температурах.

Резюмируем нашу картину сверхновых I типа: горячие белые карлики с критической температурой меньше $3 \cdot 10^7 \, {}^\circ K$ и с массой немного больше критической, при T = 0, охлаждаясь за время больше 10^7 лет, достигают критического состояния и срываются в коллапс до состояния нейтронных звезд. Эта модель не опирается на какой-либо специальный химический состав и является естественным следствием наличия предельной массы белых карликов.

Звезды большей массы теряют устойчивость при гораздо больших температурах [10, 13], и повтому их время существования мало, так что они не могут представлять сверхновые I типа в старых скоплениях.

СВЯЗЬ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ СО ВСПЫШКАМИ СВЕРХНОВЫХ 247

В заключение выражаем глубокую благодарность Я. Б. Зельдовичу за интерес к работе и ценные замечания.

Институт прикладной математики АН СССР Шемахинская астрофизическая обсерватория АН АзССР

ON THE RELATION BETWEEN WHITE DWARFS AND TYPE I SUPERNOVAE

G. S. BISNOVATY-KOGAN, Z. F. SEIDOV

It is shown that the mass interval of the hot white dwarfs and their cooling times up to the moment of stability loss allow to present such white dwarfs as a model of type I supernovae in old clusters.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Hoyle, W. Fowler, Ap. J., 132, 565, 1960.

2. E. Schatzman, In "Star Evolution", New York, Acad. Press, 389, 1963.

3. D. Arnett, Can. J. Phys., 45, 1621, 1967.

4. A. Finzi, R. Wolf, Ap. J., 150, 115, 1967.

- 5. K. Takado, H. Sato, Ch. Hayashi, Progress. theor. Phys., 36, 504, 1966.
- 6. Б. С. Джелепов, Л. К. Пекер, Схемы распада радиоактивных ядер, АН СССР, М., 1958.

7. F. Hoyle, W. Fowler, Ap. J., Suppl. ser., 91, 201, 1964.

8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, Наука, М., 1964.

9. G. Beandet, V. Petrosian, E. Salpeter, Ap. J., 150, 979, 1967.

10. Г. С. Бисновитый-Коган, Астров. ж., 43, 89, 1966.

11. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Релятивистская астрофизика, Наука, М., 1967.

12. A. Baglin, Ap. J., Let., 1, 143, 1968.

13. A. Baglin, C. r. Acad. Sci. Paris., 260, 2424, 1965.

14. М. Шварцшильд, Строение и эволюция звезд, ИЛ, М., 1961.

15. W. Fowler, Rev. Mod. Phys., 36, 545. 1964.



АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

том 5 МАЙ, 1969 ВЫПУСК 2

СПЕКТРЫ ЗВЕЗД В КОМЕТООБРАЗНЫХ ТУМАННОСТЯХ

Э. А. ДИБАЙ

Поступила 16 декабря 1968

Излагаются наблюдения спектров звезд в кометообразных туманностях, выполненные с помощью 125 см рефлектора в 1964—68 гг. Дается качественное описание спектров, отмечены случан переменности линий. Изучены профили эмиссионных линий в спектрах восьми звезд. Движения в оболочках носят сложный характер (расширение, вращение) и, по-видимому, связаны с динамикой окружающих туманностей. Анализируется с помощью фотоэлектрических наблюдений положение звезд, связанных с кометообразными туманностями, на диаграмме Херцшпрунга—Рессела. Показано, что ряд объектов не лежит на главной последовательности. В целом объекты в кометообразных туманностях являются нестационарными, что, по-видимому, вызвано их молодостью.

Со времени известной работы А. Джоя [1], показавшего необычность спектров звезд, расположенных в темных туманностях, интерес к этим объектам неуклонно возрастает. Спектральные наблюдения В. Струве [2], Дж. Хербига [3], М. Уокера [4] и Л. Кухи [5] показывают сложность процессов, протекающих в этих звездах, как правило, неправильных переменных. Все это, а также ряд независимых аргументов, полученных в последние годы, привело к представлениям о том, что рассматриваемые звезды находятся в стадии формирования и в отдельных случаях, по-видимому, еще не достигли равновесной стадии. На связь таких звезд с кометообразными туманностями, выделяющимися на небе своими характерными очертаниями, было указано В. А. Амбарцумяном [6]. Согласно [6] "... наличие у звезды придатка в виде кометообразной туманности следует считать одной из особенностей наиболее ранней стадии в жизни звезды".

Спектры звезд в кометообразных туманностях исследовались автором в 1964—68 гг. с помощью 125 см рефлектора Крымской станции ГАИШ. Программа наблюдений звезд, связанных с кометообразными туманностями или глобулами, была составлена согласно Г. А. Шайну и В. Ф. Газе [7], В. Г. Фесенкову и Д. А. Рожковскому [8], Дж. Хербигу [9], В. А. Амбарцумяну [6] и Э. С. Парсамян [10]. Использовался дифракционный спектрограф в кассегреновском фокусе, с менисковой камерой системы Г. М. Попова и В. И. Проника [11], с дисперсиями 140, 300 и 120 Å/мм. Ряд спектров получен совместно с В. Ф. Есиповым на спектрографе с электронно-оптическим преобразователем, с дисперсиями 250, 64 и 25 Å/мм. Все спектры получались на пленке А-600, предварительно подсвеченной с целью повышения чувствительности. За четыре года получено свыше ста спектрограмм для двадцати звезд. Фотографировались также звезды АО с известным распределением энергии в спектре [12, 13].

Данные о наблюдательном материале приведены в приложении I. Мы опишем далее основные особенности спектров изученных звезд. При этом будут также использонаны результаты фотоэлектрических оценок отдельных звезд [14].

 $B\mathcal{A} + 8^{\circ} 933$, туманность Барнард 233. Довольно яркая звезда примерно 8 величины, связанная с интересной туманностью, имеющей совершенно различную форму в разных лучах. Фотографии в H₁ показывают более или менее однородное распределение светящейся материи, тогда как в фотографической области спектра туманность резко асимметрична и имеет форму конуса со звездой $B\mathcal{A} + 8^{\circ} 933$ в вершине. Мы располагаем двумя спектрограммами, полученными в 1962 г. на 50 см менисковом телескопе с объективной призмой, с дисперсией 200 Å/мм, дающими спектр B2 без каких-либо особенностей. По-видимому, звезда также не является переменной.

 $B\mathcal{A} + 30^{\circ}$ 549, туманность NGC 1333. Две спектрограммы, полученные в сентябре 1967 г., указывают на спектральный класс B8 без каких-либо особенностей, что согласуется с определением М. В. Долидзе [15].

Анонимная в Андромеде (около BM And). Эта звезда включена в список объектов в кометообразных туманностях В. А. Амбарцумяном [6]. Спектр содержит линии поглощения водорода и гелия, что приводит к спектральному типу В8. Звезда находится в прозрачной области неба, поглощение света невелико.

Парсамян 1. Звезда 11 величины, связана с несимметричной туманностью в виде конуса. Спектр В2 по линиям водорода, гелия и

СПЕКТРЫ ЗВЕЗД В КОМЕТООБРАЗНЫХ ТУМАННОСТЯХ

2 4629. Визуальное поглощение 1.62 величины. Эта звезда, как и три предыдущие, не имеет особенностей в спектре; по-видимому, все они являются обычными звездами главной последовательности. Однако вопрос о переменности блеска этих звезд неясен.

Парсамян 21. Мы располагаем пятью спектрами с электронно-оптическим преобразователем, с дисперсией 250 Å/мм. Видны в поглощении Н₅ и H₇; H₂, по-видимому, обнаруживает слабую эмиссию. Как звезда (по спектру), так и туманность очень похожи на Лик H₂ 233. Спектральный тип примерно А5е², фотографическая величина 13.5.

Лик На 233. Эта звезда связана с очень интересной Х-образной туманностью [9]. Наши данные подтверждают результаты Дж. Хербига [9]. Спектральный тип А7е², визуальное поглощение—две вели. чины.

НК Ориона. Наши данные не показывают каких-либо изменений в спектре за период 1964—68 гг. Видна Н₃ в эмиссии и высшие члены серии Бальмера в поглощении. Спектральный класс, как и в [9], ранний Ае.

Лик Н. 215, туманность NGC 2245. Три спектрограммы с дисперсией 120 Å/жм содержат эмиссии водорода (H_α, H₃) и линии поглощения высших членов бальмеровской серии и гелия, что приводит к спектральному типу—позднему В. Наши UBV наблюдения, если их продолжить до пересечения с главной последовательностью на диаграмме Херцшпрунга-Рессела, пользуясь линиями нарастающего поглощения, приводят к спектральному типу В9е. В этом случае визуальное поглощение составляет 2.15 величины.

Лик Н., 208. Звезда связана с интересной биконической туманностью, открытой Э. Хабблом. Переменность звезды обнаружена фотовлектрически Г. В. Зайцевой на Крымской станции ГАИШ, с амплитудой 0.2 величины в фильтре V и типом RW Возничего. На наших спектрах, в согласии с [9], видна водородная серия (H₂, H₃ в эмиссии и далее в поглощении), линии поглощения гелия и слабые эмиссии FeII в зеленой части спектра. По линиям поглощения спектральный тип около B 5, однако по UBV наблюдениям—примерно A0. Дж. Хербиг [9] также отмечает наличие линии поглощения К ионизованного кальция, противоречащее спектру В. По-видимому, мы имеем дело с оболочкой, накладывающейся на спектр звезды. $B\mathcal{A} + 40^{\circ} 4124$. В спектре этой звезды эмиссионные линии водорода имеют наибольшую интенсивность среди всех изученных объектов. В согласии с [9] наблюдаются эмиссии водорода H_{α} , H_{β} и H_{γ} ; высшие члены серии Бальмера в поглощении. Заметны также линии поглощения гелия. Мы наблюдаем также эмиссии Fell, не отмеченные в [9]. По-видимому, спектр является переменным. Спектральный класс по линиям водорода и гелия B2e [9], однако по UBV он O9,5е как у нас, так и у Дж. Хербига. В этом случае поглощение в визуальной области спектра достигает 3.3 величины.

R Единорога, туманность NGC 2261. Спектры звезды и туманности изучались автором в 1964-65 гг. [16]. Дополнительно был получен ряд спектров в последующее время. Спектры звезды подобны спектру туманности. Фотовлектрические наблюдения с 125 см рефлектором (Г. В. Зайцева и автор, не опубликовано) указывают на "посинение" туманности по мере удаления от звезды, что также является типичным для отражательных туманностей.

В 1948 г. Дж. Гринстейн [17] отметил, что в спектре туманности по сравнению со спектром звезды усилены линии поглощения высших членов бальмеровской серии. Этот же эффект заметен на наших негативах 1964 г. Дж. Гринстейн предполагал наличие в туманности некоторого поглощающего агента, однако сознавал трудности с источником возбуждения бальмеровских линий. Однако в 1966 г. автор [16] и в 1968 г. Дж. Хербиг [18] отметили, что возможно альтернативное решение, заключающееся в том, что мы наблюдаем изменения в спектре звезды с "разверткой по времени" на фоне отражательной несимметричной туманности. Характерный размер туманности порядка нескольких световых месяцев, факт же регулярного усиления и ослабления водородных линий поглощения в спектре звезды отмечался ранее многими наблюдателями.

В настоящее время факты, по-видимому, свидетельствуют в пользу второй возможности. Начиная с 1965 г. линии поглощения постепенно уменьшали свою интенсивность и в настоящее время практически не видны на фоне туманности (негатив 501). Любопытно, что с 1964 по 1968 гг. фотовлектрическая величина звезды изменилась не более, чем на 0.1. Другими словами, вклад эмиссий в общее излучение невелик.

Спектральный класс, определяемый формально по линиям поглощения, для R Единорога—Ае, однако, он целиком, вместе с линиями поглощения, определяется излучением газовой оболочки. По-видимому, можно также утверждать, что R Единорога не лежит на главной последовательности.

СПЕКТРЫ ЗВЕЗД В КОМЕТООБРАЗНЫХ ТУМАННОСТЯХ

V 380 Ориона, туманность NGC 1999. По многочисленности и яркости эмиссионных линий эта звезда напоминает R Единорога. Определение спектрального класса противоречиво. Согласно [9], абсорбционные крылья водородных линий приводят к типу B8—A2; линия кальция K также имеет абсорбционный компонент, что приводит к типу A2—A2. На наших спектрах видны линии поглощения гелия, что дает спектральный класс B8. Однако все эти оценки находятся в противоречии с UBV наблюдениями, дающими, при экстраполяции до главной последовательности, существенно более ранний спектральный класс. По-видимому, как и R Единорога, V 380 Ориона нельзя считать звездой главной последовательности.

МWC 1080. Это звезда того же семейства, что и две предыдущие. Ее спектр соответствует описанию Дж. Хербига [9]. Он содержит яркие эмиссии H_α, H_β [01] 6300 (эта линия в [9] не отмечена) и Fe II. Водородные линии, начиная с H₇, в поглощении, видны также абсорбционные линии H и K ионизованного кальция. Спектральный класс по линиям поглощения поздний В—ранний A, однако с этим определением не согласуются фотоэлектрические наблюдения. По-видимому, и в этом случае излучение звезды определяется в основном газовой оболочкой. Если считать MWC 1080 звездой главной последовательности, то поглощение света достигает рекордной величины 4.30. Однако, как и для R Единорога и V 380 Ориона, вопрос о принадлежности MWC 1080 к главной последовательности неясен.

MWC 1080 замыкает собой список звезд Ас и Ве; теперь мы обратимся к звездам-карликам типов F — G.

Парсамян 23. Три спектрограммы с дисперсией 300 Å/мм содержат линии поглощения металлов, соответствующих типу G 8. Однако цвет звезды более красный, вероятно из-за поглощения света в плотной глобуле. Фотографическая величина 12.0.

Анон IC 1396. Для этой звезды, расположенной в центре заметной глобулы на западной стороне известной туманности IC 1396 в Цефее, в литературе нет данных. Согласно частному сообщению Дж. Хербига, в фотографической области спектра по линиям поглощения F6 — F8, и нет никаких эмиссий (1964 г). По нашим данным спектр в синей области согласуется с данными Дж. Хербига, однако дополнительно наблюдается яркая эмиссионная линия H₄ [19]. Цвет звезды очень красный, поглощение света в визуальной области 3.9 величины.

RY Тельца. Мы располагаем пятью спектрами этой известной переменной звезды. Спектральный класс по линиям поглощения dG0e. Заметно изменение в 1964—68 гг. интенсивностей ярких линий H, Ca II, [S II] и возможно [OI] 6300, ослабевших к 1968 г. Наблюдаются также слабые эмиссии Fe II, не отмеченные ни А. Джоем [1], ни Дж. Хербигом [9]. Последнее обстоятельство делает RY Тельца еще более похожей на T Тельца.

Т Тельца. Эта знаменитая звезда хорошо известна своей оптической и спектральной переменностью. Наши негативы показывают, в согласии с ранними наблюдениями, яркие эмиссии водорода, ионизованного кальция и многочисленные слабые линии Fell и металлов. Наблюдается также яркая линия [OI] 6300, не отмеченная А. Джоем [1]. В 1967 г. по сравнению с 1964 г. интенсивности эмиссий заметно уменьшились. Эквивалентные ширины линий H₃, H₇, Call и [OI] уменьшились примерно в три раза. Укажем на изменение эквивалентной ширины линии H₃ со временем:

январь 1965	февраль 1966	ноябрь 1967
15 Å	7.5 Å	5 Å

Любопытно, что при этом эквивалентные ширины эмиссий Fe II, по-видимому, не изменились. Создается впечатление, что мы наблюдаем некоторый элемент газа, лишенный источников возбуждения (скажем, выброшенный из звезды) и постепенно остывающий при высвечивании.

Спектральный класс Т Тельца, согласно [1], dG5e, однако по нашим UBV наблюдениям он ближе к dK0e. Отметим, что Дж. Хербиг (см. [5]) по спектрам с большой дисперсией дает класс dK1e.

Z Большою Пса. Мы располагаем шестью негативами на протяжении 1964—68 гг. Звезда очень красная, чему соответствуют типичные для звезд поздних спектральных классов линии поглощения Са II и Na I. Водородные линии H_a, H₃, H₇ в эмиссии с абсорбционными компонентами типа Р Лебедя, остальные в поглощении. Заметны также линии поглощения гелия. По линиям водорода и гелия спектральный тип звезды—промежуточный В. Однако это противоречит как цвету, так и линиям поглощения металлов. Звезду нельзя описать единым спектральным классом. Не исключено, что новоподобная по характеру переменности звезда Z Большого Пса является двойной, как и обычные новые звезды.

Линии поглощения гелия отмечены в НД, однако их не наблюдали ни П. Меррил, ни Р. Свингс и О. Струве (ссылки в [9]). ни Дж. Хербиг [9], так что спектр является переменным.

СПЕКТРЫ ЗВЕЗД В КОМЕТООБРАЗНЫХ ТУМАННОСТЯХ

FU Ориона. Эта уникальная по характеру переменности блеска звезда обладает и неповторимым спектром. Ее детальный анализ был недавно проведен Дж. Хербигом [20]. Согласно [20], FU Ориона является сверхгигантом F2 Ia с оболочкой, дающей линии поглощения, смещенные в ультрафиолет по отношению к основному ряду линий поглощения. Дж. Хербиг [20] предполагает, что FU Ориона находится на стадии гравитационного сжатия и еще не достигла главной последовательности.

Наши спектры обладают недостаточной дисперсией (140 и 120 Å/мм) для детального анализа, однако показывают все главные особенности, отмеченные Дж. Хербигом. Наши UBV наблюдения также согласуются с данными [20].

Конденсации в Симеиз 130. В 1965 г. автор на фотографиях, полученных в кассегреновском фокусе 125 см рефлектора, обнаружил в центре туманности Симеиз 130 две туманные конденсации 15—16 величины, разделенные расстоянием две секунды дуги и отличающиеся по виду от окружающих звезд [21]. По-видимому, по своим характеристикам конденсации можно причислить к объектам Хербига-Аро.

Ряд спектрограмм, полученный В. Ф. Есиповым и автором [19], показывает на фоне непрерывного спектра конденсаций эмиссионные линии H_x и H_β. Некоторые заключения о свойствах конденсаций можно получить при изучении спектрограммы, полученной с дисперсией 300 Å/мм и экспозицией 4,5 часа (негатив № 221). На спектре видны линии [O III] 4959 + 5007, принадлежащие туманности, а также [0 II] 3727 и [S II] 4068/76. Линиями собственно конденсаций являются H_x, H_β в эмиссии и водородные абсорбционные линии, начиная с H_z. Эмиссия H_γ наблюдается, однако о ее принадлежности туманности или конденсациям трудно сказать что-либо определенное. Видна межзвездная линия поглощения λ 4430; линии же поглощения H и K ионизованного кальция, которые, вообще говоря, также могут быть межзвездными, скорее всего принадлежат конденсациям, поскольку их наличие согласуется с распределением энергии в непрерывном спектре. Спектральный тип –поздний Ae.

В 1966 г. автор [21], основываясь на некоторых предположениях, оценил характерное время жизни конденсаций ("возраст") в 10⁵ лет и среднюю плотность $n_e = 10^5 \, с \, m^{-3}$. Инфракрасные наблюдения В. И. Мороза и автора [22] подтверждают теоретические прогнозы. Мера эмиссии конденсаций в предположении их малой оптической толщи $ME = 10^8$, что при характерном размере 0.01 *пс* дает $n_e = 10^5 \, c \, m^{-3}$.

Э: А. ДИБАЙ

Суммарная масса конденсаций, по-видимому, заключена в пределах от нескольких сотых до нескольких десятых долей массы Солнца.

Профили На-эмиссионных линий. Осенью 1967 г. В. Ф. Есиповым и автором с помощью спектрографа с электронно-оптическим преобразователем были получены профили линии На для восьми звеза из вышеупомянутого списка. Дисперсия 25 А/мм, разрешение 1 А. или 50 км/сек. Напомним, что профили линий в звездах Т Тельца изучались Л. Кухи [5], который построил модель расширяющейся оболочки с вековой потерей массы. Наши данные показывают, что движения в оболочках звезд являются гораздо более разнобразными. Так например, по аналогии с обычными Ве-звездами [24] можно предполагать также наличие вращательных движений в оболочках. Рис. 1-7 воспроизводят профили индивидуальных линий в единицах непрерывного спектра, согласно [23]. Профиль для FU Ориона не приводится явиду малости эмиссионного компонента. Рассмотрение графиков показывает, что мы наблюдаем расширяющиеся оболочки с самопогло-щением (Z Большого Пса, FU Ориона) и вращающиеся оболочки ("полюсные" эвезды V 380 Ориона, ВД + 40° 4124 и "звезды с экваториальными оболочками" Лик Н_« 215 и, возможно, R Единорога). Остальные случаи являются промежуточными (Т Тельца, RY Тельца). Все профили искажены самопоглощением на коротковолновой стороне линии. Это обстоятельство является естественным, поскольку плотности в оболочках, по-видимому, довольно велики ($n_{*} \approx 10^{10} - 10^{13} \, cm^{-3}$). В этой связи любопытна запрещенная линия ионизованного азота λ 6583 в спектре Т Тельца, по-видимому, не упоминавшаяся в литературе.

Изучение морфологических характеристик кометообразных туманностей, связанных с изучаемыми звездами, приводит к выводу о возможной связи движений в оболочках звезд с динамикой окружающих туманностей.

Фотоэлектрические наблюдения и диаграмма Херцшпрунга— Рессела. Фотоэлектрические UBV наблюдения звезд в кометообразных туманностях проводились Г. В. Зайцевой и автором в 1966—67 гг. [14]. Данные наблюдений приведены в табл. 1. Поскольку звезды являются, как правило, иррегулярными переменными, величины звезд, полученные формальным осреднением, следует рассматривать как некоторые характерные параметры. Там же указаны фотографические оценки блеска звезд Парсамян 21 и 23 (50 см менисковый телескоп), и конденсаций в Симеиз 130 (125 см рефлектор).



Рис. 1—7. Профили эмиссионной линии Н₂ в спектрах звезд, связанных с кометообразными туманностями.

Таблица Г	1
-----------	---

Звезда	a1950	ð ₁₉₅₀	Спектр	$W_{\lambda}(H_{\alpha})$	$W_{\lambda}(H_{\beta})$	V	B-V	U—B	Поглощение Ав
BA+40°4124	20 ^h 18 ^m 0	+41°15′	(B0-B2)e	125	10	10.51	0.78	-0,35	3.30
R Единорога	6 36.4	+ 8 47	Ae	100	10	12.07	.64	11	
V 380 Ориона	5 34.0	- 6 45	Be	70	10	10.50	.60	02	1 F
MWC 1080	23 15.0	+60 34	Be		12	11.84	1.38	.00	
Симена 130	5 20.4	+33 28	Ae	50	10	mpg=16.0		1	2 - 1-
Анк На 215	6 30.0	+10 12	B5e	30		10.64	.56	.25	2.15
Лик На 233	22 32.3	+40 23	A7ea	25	abs	13.82	.88	.72	2.20
Т Тельпа	4 19.1	+19 25	dK0e	25*	15-5*	10.15	1.24	.76	1.25
RY Тельца	4 18.8	+28 20	dG2e	20*		10.40	1.02	.44	1.15
Z Большого Пса	7 02.0	11 28	eq	{15em { 8abs		m _{pg} =9	1		1. 2.
Анон IC 1396	21 35.7	+57 03	(F6-F8)ez	10	abs	13.32	1.79	1.55	3.90
Парсамян 21	19 27.2	+ 9 37	A5e ²	2	abs	m _{pg} =13.5	1110		
FU Ориона	5 42.6	+ 9 03	F21a	{0.5em { 4abs	abs	9.00	1.34	.98	2.95
Анк На 208	6 05.2	+18 42	B8e	-		12.74	.47	.31	1,65
НК Ориона	5 28.7	+12 07	A5e	_	-	11.72	.56	.25	1.25
Парсамян 23	23 06.1	+66 07	G8	_	abs	m _{pg} =12.0	1		-
Парсамян 1	5 28.2	+34 09	B2		abs	11.04	.88	.72	1.60
Анон Анд.	23 35.2	+48 08	B8	abs	abs	9.66	.14	18	0.70

* Переменность

Э. А. ДИБАЙ

СПЕКТРЫ ЗВЕЗД В КОМЕТООБРАЗНЫХ ТУМАННОСТЯХ

Фотовлектрические величины звезд приведены также на двухцветной диаграмме В — IV, U — В (рис. 8), где указано положение стандартной главной последовательности в соответствии с [25].



Рис. 8. Двухцветная диаграмма Херцшпрунга—Рессела для звезд в кометообразных туманностях.

При анализе положения звезд в кометообразных туманностях на диаграмме Херцшпрунга—Рессела следует иметь в виду, что мы наблюдаем объекты, расположенные в плотных поглощающих облаках или глобулах, окруженные оболочками, как правило, иррегулярные переменные и во многих случаях, по-видимому, еще не достигшие главной последовательности. Суммарный эффект всех перечисленных факторов может быть довольно сложным, возможности же оценки каждого фактора в отдельности представляются довольно неопределенными.

1. Влияние оболочек проявляется в излучении эмиссионных линий, а также континуума, искажающих истинный цвет звезды, и в случае непрозрачных оболочек — экранировании собственного спектра звезды, определяемого линиями поглощения. Влияние первого фактора оценивалось Смаком [26]. Аналогично [26], наши данные приводят к следующим цифрам. Так например, для звезды с самой сильной эмиссией $BJ + 40^{\circ} 4124$ суммарная интенсивность эмиссионных линий порядка нескольких сот ангстрем, что по отношению к 2000—3000 Å непрерывного спектра в оптическом диапазоне дает величину около десяти процентов. Ясно, что вклад эмиссий не может существенно изменить положение звезды на диаграмме.

Непрерывное излучение горячего оптически тонкого газа, согласно расчетам Р. Е. Гершберга [27], может дать существенно более голубой цвет, чем цвет звезды. Однако в нашем случае, по-видимому, наблюдаются непрозрачные оболочки. Во-первых, плотности, как это следует из непосредственных оценок [5], довольно велики, во-вторых, наблюдаются узкие и глубокие линии поглощения, образующиеся в самой оболочке. В этих условиях существенна экранировка оболочкой истинного спектра звезды, что может привести к неверному определению спектрального типа и неверному помещению звезды на диаграмме. Для звезд с мощными оболочками, по-видимому, уместно использовать аналогию с Ве-звездами. Полезны также UBV-наблюдения.

2. Влияние поглощения света, как правило, очень велико и в отдельных случаях может достигать 3-4 величин. В этой связи оценка спектрального класса звезды по распределению энергии в непрерывном спектре, как это часто делается, может дать ошибочные результаты.

Далее, на двухцветной диаграмме мы пользуемся линиями нарастающего поглощения с общепринятым наклоном, соответствуюцим стандартной зависимости поглощения от длины волны. В нашем случае звезды расположены в плотных глобулах, где, вообще говоря, закон поглощения может быть и другим. Действительно, уклонения от стандартного закона известны [28, 29], причем они связываются с различной ориентацией пылинок и с различными размерами их. Еще одна любопытная возможность указана А. Поведой [30], согласно которой в плотных глобулах возможно нейтральное поглощение крупными частицами, что ослабляет светимость звезды. Применительно к нашим объектам сделать какие-либо определенные заключения о законе поглощения в настоящее время не представляется возможным.

3. Переменность звезд Т Тельца и RW Возничего исследуется в настоящее время фотовлектрически и спектрально Андерсоном и Кухи на Ликской обсерватории [31] и Г. В. Зайцевой на Крымской станции ГАИШ. В различные фазы переменности звезды занимают различные положения на диаграмме Херцшпрунга—Рессела. Эта причина довольно существенна и в отдельных случаях может объяснить несоответствие между спектром и экстраполированным цветом.

Причина переменности звезд Т Тельца неизвестна, однако она безусловно связана с их недавним происхождением [6, 9, 32]. Можно отметить работы В. Г. Горбацкого [33] и И. Г. Колесника [34] использующих ряд гидродинамических соображений.

4. Выяснение того, расположены ли звезды, связанные с кометообразными туманностями, на главной последовательности или вне ее, является одной из задач настоящего исследования. По-видимому, в отношении ряда объектов этот вывод может быть сделан на основе имеющегося материала довольно определенно. Во-первых, можно сослаться на заключение Дж. Хербига [20] относительно FU Ориона, которую Дж. Хербиг считает объектом в стадии гравитационного сжатия, не достигшим главной последовательности. Наши наблюдения согласуются с данными [20].

Далее, аналогичное заключение можно сделать и о конденсациях в Симеиз 130, которые по своим характеристикам примыкают к известным объектам Хербига—Аро. Убеждение в молодости последних является общепринятым.

По-видимому, довольно уверенно можно считать объектами вне главной последовательности R Единорога, V 380 Ориона и возможно родственную им звезду МWC 1080. Во-первых, непрерывный спектр R Единорога и V 380 Ориона мало искажен поглощением и в общем соответствует спектральному типу по линиям. В отношении R Единорога это было отмечено еще А. Джоем [1]. Далее, поглощение света в этом направлении невелико (Г. В. Зайцева, не опубликовано). Независимым аргументом являются инфракрасные наблюдения [35]. Согласно [35] три звезды: R Единорога, V 380 Ориона и T Тельца обладают наибольшими инфракрасными избытками и расположены вне главной последовательности. Вывод [35] подтверждается независимыми оптическими наблюдениями.

В отношении других звезд ситуация не столь определенная, однако в целом можно думать, что наблюдательные данные, использованные в настоящей статье, подтверждают общий вывод о нестационарности звезд, связанных с кометообразными туманностями [6].

Классификация звезя по спектральным привнакам. Для упорядочения наблюдательного материала сделаем попытку классификации рассматриваемых объектов по спектрам. Привлечение дополнительных данных, скажем, о переменности блеска, было бы черезвычайно полезным, однако и ограниченная классификация имеет определенный смысл. Спектральные классы, вероятно, можно ассоциировать с массами звезд.

Обычные ввезды В. Сюда относятся ВД + 8°933, ВД + 30°549, Анон. Андромеды и Парсамян 1. Вопрос о переменности блеска этих звезд неясен, но по их спектрам это, по-видимому, обычные звезды главной последовательности.

Эвезды Ас и Ве со слабыми эмиссиями. Эта группа содержит звезды Ас (НК Ориона, Лик На 233, Парсамян 21) и звезды Ве (Лик На 208 и Лик На 215). Интенсивность эмиссий в этих звездах невелика, и звезды Лик На 208, 215, вероятно, похожи на обычные звезды Ве. Звезды Ас и Вс с сильными эмиссиями. Группа звезд с мощными газовыми оболочками В \mathcal{A} + 40°4124, R Единорога, V 380 Ориона и MWC 1080. Из них только В \mathcal{A} + 40°4124, вероятно, является обычной звездой Ве; остальные три объекта, по-видимому, не лежат на главной последовательности.

Эвезды-карлики F-G-K. Сюда входят Т Тельца, RY Тельца, Анонимная в IC 1396 и Парсамян 23. Из них только последняя не имеет эмиссионных линий, правда, область H_a не исследовалась.

"Двойные" или "симбиотические" звезды: Этим возможно не вполне удачным термином обозначены Z Большого Пса с противоречивыми характеристиками в спектре и FU Ориона с двумя сериямилиний поглощения. Последняя звезда уникальна и ее трудно отнести к какой-либо группе.

Объекты Хербига— Аро. Эта группа представлена у нас единственным (хотя и двойным) представителем, конденсациями в Симеиз 130. Такие объекты должны быть довольно многочисленны [36].

Результаты наблюдений представлены в табл. 1, где звезды расположены в порядке убывания эквивалентных ширин эмиссионных линий водорода. Таблица содержит обозначение звезды, координаты, спектр, эквивалентные ширины линий H_{α} и H_{β} (черточками отмечены не наблюдавшиеся линии, или те, которые трудно измерить), фотоэлектрические (или фотографические) оценки блеска и цвета и, в том случае, когда звезде можно приписать определенный нормальный цвет, поглощение в фотовизуальной области спектра. Следует отметить, что многие из наблюденных звезд подвержены спектральным изменениям, так что и предлагаемая классификация, и расположение звезд в таблице могут измениться.

Заключение. Результаты наблюдений, представленные в настоящей статье, показывают, что с кометообразными туманностями ассоциируются звезды самых разных спектральных классов, в нашем случае от ВО до КО. Мы приходим к выводу, что в кометообразных туманностях могут возникать звезды с самыми различными физическими характеристиками.

Преобладание среди изученных объектов звезд ранних спектральных типов А—В является, разумеется, следствием наблюдательной селекции, неизбежной при выборке объектов по их яркости. В действительности, как показывают статистические исследования Г. С. Бадаляна [37], число кометообразных туманностей, связанных со звездамикарликами, должно быть значительным. Изучение распределения звезд в кометообразных туманностях по спектральным типам является важной задачей. Не исключено, что это распределение может отличаться от распределения изолированных звезд.

Далее, в нашем списке встречаются и обычные звезды, без каких-либо спектральных особенностей. Их преобладание в спектральном классе В находит естественное объяснение в свете современных представлений [9, 32], согласно которым звезды с большей массой быстрее вволюционируют и быстрее достигают равновесного состояния. Шкала времени эволюции звезд О-В порядка 10^5-10^6 лет, тогда как для звезд G-К эти времена достигают 10^8-10^9 лет. Ивтересно сравнить с этим время жизни кометообразных туманностей.

Встречаются различные формы кометообразных туманностей, с различным соотношением между ионизованным, нейтральным и пылевым веществом. Ионизованный газ (ободки глобул и т. д.) светится вместе с зоной НІІ, возбуждаемой горячей О-звездой, и время жизни таких деталей невелико ($\approx 10^5$ лет). Пылевая и нейтральная компоненты более долговечны. При характерных размерах в несколько десятых парсека и характерных скоростях в доли километра в секунду "кинематическое" время жизни кометообразных туманностей составляет $\approx 10^5$ лет. Правда, наличие стабилизующих факторов, например магнитного поля, может увеличить вто время. В целом нельзя сомневаться в том, что наличие кометообразной туманности свидетельствует о недавнем происхождении связанной с ней звезды, в согласии с [6].

Некоторые соображения о происхождении звезд в кометообразных туманностях предлагались автором ранее [38]; также отмечалась молодость таких звезд.

Автор признателен Г. В. Зайцевой за разрешение использовать неопубликованные данные и за помощь при обработке спектров, В. Т. Дорошенко за получение фотографий на менисковом телескопе, Дж. Хербигу за сообщение данных о звезде IC 1396, В. Ф. Есипову за содействие в получении спектров с ЭОП, В. И. Пронику за предоставление менисковой камеры для спектрографа и А. А. Боярчуку, Р. Е. Гершбергу и П. Н. Холопову за обсуждение результатов.

Крымская станция ГАИШ

Э. А. ДИБАЙ

TRE SPECTRA OF STARS IN COMET-LIKE NEBULAE

E. A. DIBAY

Observations of spectra of stars in comet-like nebulae performed by means of a 125 cm reflector in 1964—1968 are given. Quantitative description of the spectra is given, the cases of variability of lines are found.

The profiles of emission lines in the spectra of eight stars have been studied. The motions in envelopes have a complicated character (broadening, rotating) and it seems that they are connected with the dynamics of surrounding nebulae. By means of photoelectric observations the position of stars connected with comet-like nebulae on the Hertsprung—Russel diagram is analysed. It has been shown that some of these odjects do not lie on the main suquence.

In the whole the objects in comet-like nebulae are nonsteady probably as a result of their yourth.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. A. Joy, Ap. J., 102, 186, 1945.
- 2. O. Struve, P. Swings, Ap. J., 91, 576, 1940; 98, 91, 1943.
- 3. G. H. Herbig, Ap. J., 111, 11, 1950.
- 4. M. F. Walker, Ap. J. Suppl., 2, 365, 1956.
- 5. L. V. Kuhi, Ap. J., 140, 1409, 1964.
- 6. В. А. Амбарцумян, Сообщ. Бюр. обс., 13, 3, 1954.
- 7. Г. А. Шайн, В. Ф. Газе, Изв. КрАО, 15, 11, 1955.
- 8. В. Г. Фесенков, Д. А. Рожковский, Атлас газо-пылевых туманностей, 1953.
- 9. G. H. Herbig, Ap. J., Suppl. ser., 4, 337, 1960.
- 10. Э. С. Парсамян, Изв. АН АрыССР, 18, 146, 1965.
- 11. Г. М. Попов, Изв. КрАО, 30, 320, 1963.
- 12. А. В. Харитонов, Автореферат, Алма-Ата, 1963.
- 13. А. Д. Код, в сб. "Звездные атмосферы", ИА., М., 1963.
- 14. Э. А. Дибай, Г. В. Зайцева, Астрон. цирк., № 481, 1968.
- 15. М. В. Долидве, Бюлл. Абаст. обс., 26, 21, 1961.
- 16. Э. А. Дибай, Астрон. ж., 43, 903, 1966.
- 17. J. L. Greenstein, Ap. J., 107, 375, 1948.
- 18. G. H. Herbig, Ap. J., 152, 439, 1968.
- 19. Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов, Астрон. ж., 45, 566, 1968.
- 20. G. H. Herbig, Vistas in Astronomy, 8, 109, 1966.
- 21. Э. А. Дибай, Астрон. ж., 43, 52, 1966.
- 22. В. И. Мороя, Э. А. Дибай, Астрон. ж., 45, 231, 1968.
- 23. Э. А. Дибай, В. Ф. Есипов, Астрон. ж. (в печати).
- 24. А. А. Боярчук, И. И. Проник, Изв. КрАО, 31, 3, 1964.
- 25. Х. Арп, в сб. "Происхождение и эволюция звезд", ИА., М., 1962
- 26. J. Smak, Ap. J., 139, 1095, 1964.
- .27. Р. Е. Гершбер;, Астрофизика, 3, 127, 1967.

СПЕКТРЫ ЗВЕЗД В КОМЕТООБРАЗНЫХ ТУМАННОСТЯХ

- 28. J. Borgman, H. L. Johnson, Ap. J., 135, 306, 1962.
- 29. И. И. Проник, Астров. ж., 41, 963, 1964.
- 30. A. Poveda, Bull. Obs. Tonantzintla, 4, 15, 1965.
- 31. L. Anderson, L. V. Kuhi, Симпозиум "Непориодические явления в переменных звездах", Будапешт, 1968.
- 32. П. Н. Холопов, ПЗ, 15, 1964.
- 33. В. Г. Горбацкий, ПЭ, 15, 27, 1964.
- 34. И. Г. Колесник, Б. Е. Жиляев, Астрон. ж., 45, 86, 1968.
- 35. E. E. Mendoza, Ap. J., 143, 1010, 1966.
- 36. G. Haro, Ap. J., 117, 73, 1958.
- 37. Г. С. Бадалян, ДАН АрыССР, 31. 261, 1960.

38. Э. А. Дибай, Астрон. ж., 35, 469, 1958; 37, 16, 1960; 40, 759, 1963.

Приложение І

ДАННЫЕ О НАБЛЮДАТЕЛЬНОМ МАТЕРИАЛЕ

Объект	№ ногатива	Анспорсия А/мм	Экспозиция	Дата
1	2	3	4	5
ВД+30°549	330	300	20 мин	9.10.1966
	338	300	30 "	10.10.1966
Анон Андромеды	314	64 ЭОП	20 "	5.10.1966
	315	64	10 "	5.10.1966
	328	300	30 "	9.10.1966
	336	300	15 "	10.10.1966
	361	64 ЭОП	20 "	25.10.1966
Парсамян 1	498	120	1 ч 50 мин	23.03.1968
	499	120	3 4	25.03.1968
Парсамян 21	288	250 ЭОП	30 MUN	14.09.1966
	295	250	60	15.09.1966
	302	250	60 "	20.09.1966
	303	250	60	20.09.1966
	306	250	60 "	21.09.1966
Лик Ha 233	184	250 ЭОП	60	23.09.1965
	191	250	30 "	24.09.1965
	285	250	40	13.09.1966
	293	250	20	14.09.1966
	309	250	30	21.09.1966
НК Ориона	113	140	1 ч 20 мин	30.01.1965
	222	300	60 мин	19.01.1966
	372	300	60	9.03.1967
	491	120	1 ч 40 жин	23.02.1968
	495	120	1 30	24.02.1968
Лик На 215	486	120	40 MUN	20.01.1968
	490	120	60 MUH	23.02.1968
	494	120	30	24.02.1968
Лик Нα 208	186	250 ЭОП	60 мин, щель по склонению	23.09.1965
	193	300	60	24.09.1965
	375	300	60 "	9.03.1967
Парсамян 23	322	64 Э ОП	20	7.10.1966
	329	300	40	9.10.1966
	337	300	1 4 20 14	10.10.1966
AHOH IC 1396	156	300	2 4	28,07,1965
	159	250 ЭОП	30 жин	21.08.1965
	168	250	30	25 08 1965

СПЕКТРЫ ЗВЕЗД В КОМЕТООБРАЗНЫХ ТУМАННОСТЯХ

Приложение 1 (продолжение)

1	2	3	4	5
	173	250	30 "	26.08.1965
	179	250	60 "	21.09.1965
	219	300	3 4	14.12.1965
	277	300	4 "	22.07.1966
	289	250 ЭОП	20 мин	14.09.1966
	304	250	40 "	20.09.1966
	308	250	20 "	21.09.1966
КУ Тельца	112	140	60 "	30.1 .1965
and the second second	339	300	20 "	10.10.1966
	366	300	40 "	13.11.1966
	371	300	30 "	9.03.1967
	483	120	45 "	30.12.1967
Т Тельца	102	140	40 .	3.01.1965
-	225	140	60 "	13.02.1966
	367	300	30 "	13.11.1966
	369	300	20 "	17.11.1966
	479	120	1 ч 30 мин	28.11.1967
BA+40°4124	60	140	60 мин	5.08.1964
	61	140	60 "	6.08.1964
	276	300	40 "	22.07.1966
	326	300	30 "	9.10.1966
	334	300	20 "	10.10.1966
R Единорога	8	140	2 4	5.01.1964
NGC 2261	14	140	3 "	6.01.1964
	15	140	1 "	6.01.1964
	18	140	4 "	8.01.1964
	27	140	75 мин	11.01.1964
	30	140	4 u	12.01.1964
	33	140	3 ч 30 мин	10.03.1964
	38	140	2 "	14.03.1964
	96	140	3 "	8.11.1964
	100	140	2 ч 30 мин	2.01.1965
	107	140	2 " 30 "	24.01.1965
	216	300	75 мин	27.11.1965
	217	300	2 4	2.12.1965
	501	120	3 "	26.03.1968
V 380 Орнона	481	120	30 мин	28.11.1967
	485	120	40 "	20.01.1968
	489	120	60 "	23.02.1968

267

Приложение I (продолжение)

1	2	3	4	5
	493	120	30 мин	24.02.1968
	496	120	60 "	16.03.1968
MWC 1080	365	300	2 ч 30 мин	13.11.1966
	368	300	2 "	17.11.1968
Z Большого Пса	98	140	20 мин	25.12.1964
	114	140	15 "	30.01.1965
	218	300	15 .	2.12.1965
	373	300	12 "	9.03.1967
	487	120	30 "	20.01.1968
	492	120	25 "	24.02.1958
FU Орнона	97	140	20 "	25.12.1964
	106	140	30 "	24.01.1965
a long of the second	224	140	20 "	12.02.1965
	484	120	40 "	28.12.1967
	488	120	20 "	20.01.1968
Симена 130	192	250 ЭОП	60 "	24.09.1965
Конденсация	196	250	60 "	25.09.1965
	200	250	60 "	26.09.1965
allow a Print	203	250	60 "	27.09.1965
	211-215	250	30-40 мин	29.10.1965
	221	300	4 ч 30 мин	16.01.1966
	354	250 ЭОП	40 жин	24.10.1966
	362	64 Э ОП	2 ч 40 мин	25.10.1966
		The second se		

Примечание к корректуре:

Приводем фотовлектрические измерения для звезд Парсамян 23 и Z Большого Пса, полученные совместно с В. М. Лютым:

Эвезда	Дата	v	BV	U-B
Парсамян 23	14/15.1.69	10.83	1.40	1.37
ZC Ma	22/23.4.60	8.90	1.05	1.68

268

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

выпуск 2

ОБЩЕЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ЛИНИЯХ И ПОЛОСАХ В СПЕКТРАХ ЗВЕЗД КЛАССОВ F—M

М. Г. РОДРИГЕС Поступила 9 сентября 1968

Приведены значения покровных козффициентов для звезд спектральных классов F-M различных светимостей в области спектра λλ 6700-3575 Å.

Присутствие линий поглощения в спектрах звезд приводит к перераспределению энергии, излучаемой эвездой. Часть излучения, выходящего в непрерывном спектре, задерживается в частотах линий и рассеивается назад в фотосферу, что уменьшает поток в определенных длинах волн. Задержанное излучение выходит в участках между линиями и тем самым повышает общий уровень непрерывного спектра, по сравнению с тем, который был бы в отсутствие линий. Это связано с нагревом фотосферы, вызванным рассеянным линиями излучением. Первоначально именно этот дополнительный нагрев фотосферы отброшенным назад излучением и назывался "покровным эффектом". В настоящее время этот термин употребляют для обозначения всего комплекса явлений, возникающих вследствие присутствия в спектрах звезд линий поглощения.

Покровный эффект необходимо учитывать при решении многих задач. Например, при выборе модели атмосферы. Наблюдаемому спектральному распределению излучения звезды соответствует модель с более высокой эффективной температурой, чем истинная эффективная температура звезды. При изучении профилей линий нельзя пренебрегать вызванными покровным эффектом изменениями в распределении температуры в фотосфере. Знание величины общего поглощения в линиях в определенных участках спектра необходимо также и в ряде других случаев — при измерениях монохроматических потоков излучения звезд широкополосными приемниками, при различных сопоставлениях цветовых и температурных характеристик звезд различных спектральных классов и химического состава и т. д. Именно слабостью покровного эффекта из-за пониженного содержания металлов объясняется ультрафиолетовый избыток у субкарликов, смещающий их влево от главной последовательности на диаграмме цвет величина [1—4].

Впервые величина поглощения в линиях и полосах была оценена приближенно Миннаертом для Солнца по роуландовским интенсивностям линий. Впоследствии по Утрехтскому атласу солнечного спектра [5] были определены точные значения покровных коэффициентов (доли излучения, задержанного линиями в определенных интервалах длин волн) [6, 7]. Для звезд впервые измерил общее поглощение в линиях Г. А. Шайн [8]. В его работе приведены данные для 8 звезд — a CMi (F 5 IV—V), Солнце (G 2V), a Boo (K 2 III pec), a Tau (K5 III), βAnd (MO III), α Ori, α Sco (M2 Iab), α Her (M5 II). Затем Милфорд [9] по атласу Хилтнера и Уильямса [10] определил поглощение в линиях в спектрах звезд β Ori (B8 Ia), α Lyr (AOV), α CMa (A1V), a Cyg (A 2 Ia), a CMi (F 5 IV-V), a Per (F 5 Ib), aBoo (K 2 III pec). B работе [4] измерены покровные коэффициенты для карликов & Peg (F 7), 50 And (F 8), 70 Vir (G5), центра солнечного диска (G0V) и одного субкарлика класса F. Кроме того, в ряде работ [3, 11, 12, 13] поглощение определялось лишь в нескольких узких полосах (шириной 10-50 Å) в избранных областях спектров некоторых звезд для исправления распределения энергии излучения, полученного из наблюдений с широкополосными приемниками.

Для получения более полных и однородных данных о величине общего поглощения в линиях и полосах были выбраны 20 звезд спектральных классов F—M различных светимостей, в основном — стандарты системы U, B, V. Спектрограммы этих звезд были получены на 70-см рефлекторе ГАО АН УССР с дифракционным спектрографом АСП-21 (94 спектрограммы, λ . 6700—3575 Å, дисперсия 30. 4 Å/мм) и с призменным спектрографом АСП-5 (27 спектрограмм, λ . 4950—3900 Å, дисперсия 30 Å/мм около λ 4525 Å). Использовались пластинки Kodak OaF, OaO, Agfapress, Agfa Isopan ISS. Спектрограммы записывались на микрофотометре MФ—4 с преобразованием в шкалу интенсивностей в масштабе 180:1 или 240:1. Регистрограммы были разделены на участки по 25 Å и в этих участках планиметром измерялось общее поглощение в линиях и полосах в единицах интенсивности непрерывного спектра.

Проведение непрерывного спектра чрезвычайно затруднено для звезд поздних классов. Задача несколько облегчалась тем, что в нашем распоряжении был однородный ряд спектрограмм звезд различных классов, что позволяло сопоставлять уровни непрерывного спектра при постепенном переходе от более ранних звезд к поздним.

При проведении континуума использовался Утрехтский атлас солнечного спектра [5] и атлас звезяных спектров Хилтнера и Уильямса [10]. Кроме того, учитывались результаты Рози-Сольжо [14], которая нашла для звезд G зависимость между разрешением спектрограммы и интенсивностью пиков в окнах" непрерывного спектра в сине-фиолетовой области. У самых поздних звезд, где блендированные линии и полосы сильно блокируют непрерывный спектр. он проводился по самым ярким точкам близ голов некоторых полос окиси титана (1). 6159, 5451, 5167 Å) и близ точки і 4350 Å. Построенный таким образом непрерывный спектр неизбежно оказывается заниженным вследствие сильного физического блендирования, а также недостаточной разрешающей способности спектрографа. Однако никакой другой способ проведения континуума холодных звезд не даст более уверенный результат. В частности, чернотельное приближение неприемлемо в данном случае, поскольку нельзя подобрать какое-либо определенное значение цветовой температуры для достаточно большой спектральной области.

В приложенни приведены полученные значения покровных козффициентов для участков по 25 Å (). в первой колонке — длинноволновый край участка). Для большинства звезд козффициенты получены по 3—6 спектрограммам, для «Agr и β Gem (красная область), «Gem, μ Gem — по двум, ν Per, π^3 Ori, γ Cyg — по одной спектрограмме. Средняя квадратичная ошибка значений козффициентов в среднем равна $3-8^{0}/_{0}$.

Полученные нами значения покровных коэффициентов можно сравнить с данными других авторов для общих звезд. Сопоставление с результатами Милфорда [9] для «Рег показывает удовлетворительное согласие во всей спектральной области, за исключением сине-фиолетовой, где значения Милфорда несколько выше наших. Это расхождение вызвано, по-видимому, различиями в принятых уровнях непрерывного спектра. Сравнение с данными Шайна [8] обнаруживает значительные расхождения почти для всех участков у всех четырех общих звезд — « Tau, β And, « Ori, « Her. Наши значения всюду выше тех, которые приводит Шайн. Это можно объяснить тем, что Шайн использовал спектрограммы с очень низкой дисперсией (призменный спектрограф, 140 Å/мм около λ 6500 Å, 36 Å/мм около H₇), что не позволяло учитывать слабые линии и приводило к существенному занижению уровня непрерывного спектра.

Из таблицы коэффициентов видно, что эффект абсолютной величины весьма существенен. У всех пар звезд одного спектрального 162-7 подкласса общее поглощение заметно больше у звезды большей светимости. Можно отметить, что, например, у α Per (F 5 lb) во многих участках спектра поглощение больше, чем у η Boo (G 0 lV), а у α Aqr (G 2 lb) — больше, чем у ζ Cyg (G 8 ll). Выделяются слабостью общего поглощения две звезды КО — гигант β Gem и субгигант η Cep. Значительные различия в интенсивности линий у ранних К-звезд одного подкласса отмечены многими авторами, в том числе Шайном [8] и Милфордом [9]. Детально исследовала этот вопрос Роман [15]. η Cep отнесена ею к группе звезд со слабым поглощением CN и с большой лучевой скоростью, β Gem классифицирована как звезда со слабыми линиями в спектре. Звезды с такими характеристиками принадлежат к сферической составляющей Галактики и, как и у субкарликов, слабость общего поглощения в линиях у них должна объясняться меньшим содержанием металлов [16].

Подробное исследование покровного эффекта в атмосферах рассмотренных нами звезд будет проведено позднее.

Главная астрономическая обсерватория АН УССР

THE TOTAL LINE AND BAND ABSORPTION IN SPECTRA OF F-M STARS

M. H. RODRIGUEZ

Blanketing coefficients are given for 20 representative stars of spectral classes F-M of different luminosities in the region $\lambda 6700-3575A$.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. M. Schwarzschild, L. Searle, R. Howard, Ap. J., 122, 353, 1955.
- 2. A. R. Sandage, O. J. Eggen, M. N., 119, 278, 1959.
- 3. W. G. Melbourne, Ap. J., 132, 101, 1960.
- 4. R. L. Wildey, E. M. Burbidge, A. R. Sandage, G. R. Burbidge, Ap. J., 135, 94, 1962.
- 5. M. Minnaert, G. F. W. Mulders, J. Hontgast, Photometric Atlas of the Solar Spectrum 3332 to 8771Å, Amsterdam, 1940.
- 6. J. Wempe, A. N., 275, 97, 1947.
- 7. R. Michard, B. A. N. 11, 227, 1950.
- 8. G. A. Shajn, M. N., 94, 642, 1934.
- 9. N. Milford, Ann. d'Astrophys., 13, 243, 1950.
- W. A. Hiltner, R. C. Williams, Photometric Atlas of Stellar Spectra, Ann Arbor, 1946.
- 11. F. D. Talbert, F. N. Edmonds, Jr., Ap. J., 146, 177, 1966.

ОБЩЕЕ ПОГЛОШЕНИЕ В СПЕКТРАХ ЗВЕЗД

J. B. Oke, P. S. Conti, Ap. J., 143, 134, 1966.
 I. J. Danziger, J. B. Oke, Ap. J., 147, 151, 1967.
 A.-M. Rozis-Saulgeot, C. r. Acad. Sci., Paris, 255, 59, 1962.
 N. G. Roman, Ap. J., 116, 122, 1952.
 M. Schwarzschild, L. Spitzer, R. Wildt, Ap. J., 114, 398, 1951.

Ззезда	β Cas	a Per	v Per	π ³ Ori	7 Cyg	η Boo	2 Aqr	3 Dra	+ Her	s Gem
2	F2 IV	F5 Ib	F5 II	F6 V	F8 Ib	G0 IV	G2 Ib	G2 II	G5 IV	G8 Ib
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6700				1		0.054	0.090	0.089		0.099
6675	1		1.191	1.0		061	080	073	0.101	112
6650			1.0	100		072	095	100	110	124
6625	1.5	1.000	- Y	Scare .		071	078	089	090	113
6600	0.022		0.057	0.066		094	096	118	125	132
6575	193	100	220	240	100	178	193	236	217	220
6550	037	No.	056	050	0.041	054	081	116	110	121
6525	030	South	050	029	049	066	095	096	101	112
6500	045	0.098	083	048	097	085	137	145	133	192
6475	044	086	076	046	068	066	105	109	113	130
6450	036	075	063	046	064	057	099	086	103	122
6425	032	066	041	046	062	062	110	106	117	146
6400	023	041	034	027	047	040	091	080	090	128
6375	030	048	047	036	050	057	104	095	100	152
6350	036	054	041	044	060	067	107	099	105	136
6325	044	068	069	062	099	083	140	124	119	184
6300	044	072	078	080	087	071	125	122	121	166
6275	024	060	050	044	085	054	119	119	107	186
6250	038	074	072	044	125	069	138	128	110	179
6225	016	046	035	044	075	052	099	105	087	148
6200	025	039	034	034	060	050	104	116	096	140
6175	037	069	054	067	104	094	138	152	132	197
6150	032	079	060	048	116	073	120	152	119	190
6125	031	051	039	040	077	065	089	122	106	144
6100	024	037	026	039	046	058	077	106	098	142
6075	029	038	038	023	052	040	063	083	081	098
6050	028	046	037	019	028	040	072	082	078	101
6025	035	056	057	043	053	077	103	129	124	166
6000	027	044	045	032	043	063	107	112	120	150
5975	023	030	051	020	035	053	090	101	115	118
5950	032	056	051	016	049	071	116	116	118	157
5925	019	045	058	032	032	075	120	120	127	151
5900	057	086	090	049	112	140	165	167	187	256
5875	026	044	045	040	067	063	116	124	115	162
5850	015	020	026	020	025	033	074	088	093	105

Приложение

Таблица 1

Cyg	\$Gem	7 Cep	Y Aql	; Cyg	2 Tau	& And	a Ori	74 Gem	a Her
G8 II	K0 III	K0 IV	K3 II	K5 Ib	K5 III	MO III	M2 lab	M3 III	M5 II
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	2	0.097			3.		0.380	0.326	1150
	0.067	083	1.485.5	175	0.112	Service States	340	305	-
	078	082			106	101.00	258	235	
	064	084	200		104		206	201	14
	088	086			127		206	202	
	142	158	0.257	0.283	202	0.254	268	258	0.424
0.112	066	090	176	187	143	167	154	166	252
088	066	074	128	148	141	142	214	245	253
137	101	098	168	207	186	185	308	286	276
105	079	092	144	136	144	128	162	152	152
097	071	087	142	143	143	129	178	182	204
105	086	095	145	150	151	140	196	201	198
098	072	075	140	146	153	146	219	230	236
101	096	091	173	188	195	192	289	287	324
108	098	095	156	179	183	190	273	280	312
135	101	111	194	223	237	249	348	382	400
150	126	120	198	252	286	313	453	498	522
152	133	118	232	323	338	361	497	548	562
164	135	118	214	314	358	411	545	625	647
142	110	098	185	284	322	361	530	584	637
144	100	104	165	244	283	333	516	570	643
169	132	148	181	249	263	291	456	467	562
152	120	103	170	211	175	181	259	195	229
142	100	100	144	174	158	171	242	208	279
132	093	086	134	465	154	159	241	221	328
100	084	076	101	131	134	145	247	249	344
096	065	074	098	140	144	158	267	289	383
132	127	116	166	223	227	234	369	390	467
116	114	100	161	214	227	248	386	432	508
107	118	095	138	216	244	261	448	500	588
122	109	104	181	253	275	292	476	501	614
134	110	105	187	286	302	325	523	567	675
189	180	171	310	401	400	398	530	557	671
115	110	105	160	236	244	240	433	456	595
096	084	088	118	174	185	164	283	279	418

М. Г. РОДРИГЕС

							_			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5825	0.019	0.032	0.034	0.028	0.026	0.066	0.104	0.103	0.110	0.132
5800	024	029	060	032	053	084	137	135	125	212
5775	025	036	067	037	059	086	120	114	109	176
5750	024	037	055	024	042	048	100	093	097	146
5725	027	044	092	048	074	104	135	163	141	200
5700	024	084	063	050	099	098	131	137	134	187
5675	028	091	091	050	151	106	150	158	146	218
5650	024	073	048	045	083	079	130	127	130	202
5625	034	086	056	053	095	088	150	136	135	192
5600	045	098	092	059	121	104	167	149	158	219
5575	028	082	041	041	082	079	135	111	132	160
5550	032	101	068	042	114	078	144	119	134	186
5525	031	092	062	024	114	079	157	120	132	200
5500	040	114	069	041	110	098	170	136	139	217
5475	038	105	068	040	104	066	138	119	140	188
5450	045	129	081	049	136	099	153	137	173	198
5425	072	167	122	058	195	138	192	180	187	252
5400	045	125	093	041	150	102	152	143	155	230
5375	043	130	102	056	139	089	142	135	139	182
5350	077	174	138	091	228	137	203	191	186	290
5325	048	137	116	058	179	108	162	144	138	203
5300	058	148	116	083	173	122	173	170	156	250
5275	097	198	164	100	275	185	265	243	222	400
5250	087	187	130	054	228	148	210	190	189	316
5225	069	150	129	058	212	129	186	183	176	315
5200	082	178	130	090	233	159	206	208	229	324
5175	094	193	138	105	268	191	228	246	285	400
5150	062	166	130	069	224	136	198	204	214	350
5125	042	136	093	060	180	106	142	166	181	274
5100	062	147	111	078	206	130	190	193	206	328
5075	060	140	105	059	174	119	162	163	188	258
5050	068	161	122	083	224	155	226	222	223	322
5025	102	195	150	112	292	190	278	266	263	398
5000	078	153	117	071	231	135	224	211	205	315
4975	040	128	076	058	153	118	158	153	166	226
and the second										

ОБЩЕЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В СПЕКТРАХ ЗВЕЗД

Продолжение таблицы 1

0.115 0.100	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
15113911420726324922527328535514411211015321321919828329539411910009515823622819627729239514913613220125425821930331441913612210416819521918030933845514913512019224523719734039745213512910819324525123337345252113613112417823223920535543455148139140193240219205319368444123138127161192183171291328414135117119158189183191295307400139119130187236252255379402499161137149207265272267389404500135118135192279297300486528600147138151216260258230315285300193162174231280245226309 <td< td=""><td>0.115</td><td>0.100</td><td>0.089</td><td>0.129</td><td>0.187</td><td>0.183</td><td>163</td><td>0.268</td><td>0.245</td><td>0.353</td></td<>	0.115	0.100	0.089	0.129	0.187	0.183	163	0.268	0.245	0.353
144 112 110 153 213 219 198 283 295 394 119 100 095 158 236 228 196 277 292 392 149 136 132 201 254 258 219 303 314 419 136 122 104 168 195 219 180 309 338 455 149 135 120 192 245 237 197 340 397 492 135 129 108 193 245 251 233 373 452 55 136 131 124 176 232 239 205 319 368 444 123 138 127 161 192 183 171 291 328 416 135 117 119 158 189 183 191 295 307 407 139 119 130 187 236 252 255 379 402 499 161 137 149 207 265 272 267 389 404 500 147 138 151 216 260 228 230 315 285 300 193 162 174 231 280 245 226 309 277 311 168 144 145 218 274 224 225 <td>151</td> <td>139</td> <td>114</td> <td>207</td> <td>263</td> <td>249</td> <td>225</td> <td>273</td> <td>285</td> <td>351</td>	151	139	114	207	263	249	225	273	285	351
119100095158236228196277292393149136132201254258219303314419136122104168195219180309338455149135120192245237197340397499135129108193245251233373452524136131124178232239205355434557148139140193240219205319368444123138127161192183171291328414135117119158189183191295307400139119130187236252255379402499161137149207265272267389404500135118135192279297300486528600147138151216260258230315285300193162174231280245226309277311168144145218274224225320283344197177192280337288280363 <t< td=""><td>144</td><td>112</td><td>110</td><td>153</td><td>213</td><td>219</td><td>198</td><td>283</td><td>295</td><td>394</td></t<>	144	112	110	153	213	219	198	283	295	394
149 136 132 201 254 258 219 303 314 419 136 122 104 168 195 219 180 309 338 459 149 135 120 192 245 237 197 340 397 499 135 129 108 193 245 251 233 373 452 529 136 131 124 178 232 239 205 355 434 557 148 139 140 193 240 219 205 319 368 444 123 138 127 161 192 183 171 291 328 417 135 117 119 158 189 183 191 295 307 402 139 119 130 187 236 252 255 379 402 499 161 137 149 207 265 272 267 389 404 500 135 118 135 192 279 297 300 486 528 600 147 138 151 216 260 258 230 315 285 300 193 162 174 231 280 245 226 309 277 311 168 144 145 218 274 224 225 <td>119</td> <td>100</td> <td>095</td> <td>158</td> <td>236</td> <td>228</td> <td>196</td> <td>277</td> <td>292</td> <td>393</td>	119	100	095	158	236	228	196	277	292	393
136122104168195219180309338459149135120192245237197340397499135129108193245251233373452529136131124178232239205355434559148139140193240219205319368444123138127161192183171291328411135117119158189183191295307400139119130187236252255379402499161137149207265272267389404500135118135192279297300486528600147138151216260258230315285309193162174231280245226309277311168144145218274224225320283344149125129181235182195285268377197177192280337288280363362422145112137202257190196307 <t< td=""><td>149</td><td>136</td><td>132</td><td>201</td><td>254</td><td>258</td><td>219</td><td>303</td><td>314</td><td>419</td></t<>	149	136	132	201	254	258	219	303	314	419
149 135 120 192 245 237 197 340 397 492 135 129 108 193 245 251 233 373 452 521 136 131 124 178 232 239 205 355 434 551 148 139 140 193 240 219 205 319 368 441 123 138 127 161 192 183 171 291 328 411 135 117 119 158 189 183 191 295 307 402 139 119 130 187 236 252 255 379 402 491 161 137 149 207 265 272 267 389 404 500 135 118 135 192 279 297 300 486 528 600 147 138 151 216 260 258 230 315 285 300 147 138 151 216 260 258 230 315 285 300 193 162 174 231 280 245 226 309 277 311 168 144 145 218 274 224 225 320 283 344 149 125 129 181 235 182 195 <td>136</td> <td>122</td> <td>104</td> <td>168</td> <td>195</td> <td>219</td> <td>180</td> <td>309</td> <td>338</td> <td>459</td>	136	122	104	168	195	219	180	309	338	459
13512910819324525123337345252413613112417823223920535543455148139140193240219205319368444123138127161192183171291328414135117119158189183191295307407139119130187236252255379402491611371492072652722673894045013511813519227929730048652860714713815121626025823031528530716814414521827422422532028334414912512918123518219528526837197177192280337288280363362422145112137202257190196307292411781491632462952302323542824425123623535941034634548441858201175174275339273289454391 </td <td>149</td> <td>135</td> <td>120</td> <td>192</td> <td>245</td> <td>237</td> <td>197</td> <td>340</td> <td>397</td> <td>492</td>	149	135	120	192	245	237	197	340	397	492
1361311241782322392053554345531481391401932402192053193684441231381271611921831712913284141351171191581891831912953074001391191301872362522553794024991611371492072652722673894045001351181351922792973004865286001471381512162602582303152853001931621742312802452263092773111681441452182742242253202833441491251291812351821952852683771971771922803372882803633624221451121372022571901963072924117814916324629523023235428244251236235359410346345484418582011751742753392732894543	135	129	108	193	245	251	233	373	452	529
148 139 140 193 240 219 205 319 368 444 123 138 127 161 192 183 171 291 328 41 135 117 119 158 189 183 191 295 307 400 139 119 130 187 236 252 255 379 402 49 161 137 149 207 265 272 267 389 404 50 135 118 135 192 279 297 300 486 528 60 147 138 151 216 260 258 230 315 285 30 193 162 174 231 280 245 226 309 277 31 168 144 145 218 274 224 225 320 283 34 149 125 129 181 235 182 195 285	136	131	124	178	232	239	205	355	434	552
12313812716119218317129132841413511711915818918319129530740013911913018723625225537940249916113714920726527226738940450013511813519227929730048652860014713815121626025823031528530019316217423128024522630927731716814414521827422422532028334149125129181235182195285268371971771922803372882803633624221451121372022571901963072924117814916324629523023235428244251236235359410346345484418582011751742753392732894543916020818617933439136737354448971229219216337399406409591586 </td <td>148</td> <td>139</td> <td>140</td> <td>- 193</td> <td>240</td> <td>219</td> <td>205</td> <td>319</td> <td>368</td> <td>447</td>	148	139	140	- 193	240	219	205	319	368	447
1351171191581891831912953074001391191301872362522553794024916113714920726527226738940450135118135192279297300486528601471381512162602582303152853019316217423128024522630927731168144145218274224225320283341491251291812351821952852683719717719228033728828036336242145112137202257190196307292411781491632462952302323542824425123623535941034634548441858201175174275339273289454391602081861793343913673735444897122921921633739940640959158677276260274373414387384456437	123	138	127	161	192	183	171	291	328	414
139119130187236252255379402499161137149207265272267389404500135118135192279297300486528600147138151216260258230315285300193162174231280245226309277311681441452182742242253202833414912512918123518219528526837197177192280337288280363362421451121372022571901963072924117814916324629523023235428244251236235359410346345484418582011751742753392732894543916020818617933439136737354448971229219216337399406409591586772762602743733143844564374823018419629934830429232934633 </td <td>135</td> <td>117</td> <td>119</td> <td>158</td> <td>189</td> <td>183</td> <td>191</td> <td>295</td> <td>307</td> <td>407</td>	135	117	119	158	189	183	191	295	307	407
161 137 149 207 265 272 267 389 404 500 135 118 135 192 279 297 300 486 528 600 147 138 151 216 260 258 230 315 285 300 193 162 174 231 280 245 226 309 277 311 168 144 145 218 274 224 225 320 283 344 149 125 129 181 235 182 195 285 268 377 197 177 192 280 337 288 280 363 362 422 145 112 137 202 257 190 196 307 292 411 178 149 163 246 295 230 232 354 282 444 251 236 235 359 410 346 345 484 418 58 201 175 174 275 339 273 289 454 391 600 208 186 179 334 391 367 373 544 489 711 229 219 216 337 399 406 409 591 586 77 276 260 274 373 414 387 384	139	119	130	187	236	252	255	379	402	495
135118135192279297300486528600147138151216260258230315285300193162174231280245226309277311681441452182742242253202833414912512918123518219528526837197177192280337288280363362422145112137202257190196307292411781491632462952302323542824425123623535941034634548441858201175174275339273289454391602081861793343913673735444897122921921633739940640959158677276260274373414387384456437482301841962993483042923293463320015115328029728528031737440214186180273322294266353393 <t< td=""><td>161</td><td>137</td><td>149</td><td>207</td><td>265</td><td>272</td><td>2.67</td><td>389</td><td>404</td><td>508</td></t<>	161	137	149	207	265	272	2.67	389	404	508
147 138 151 216 260 258 230 315 285 300 193 162 174 231 280 245 226 309 277 311 168 144 145 218 274 224 225 320 283 344 149 125 129 181 235 182 195 285 268 377 197 177 192 280 337 288 280 363 362 422 145 112 137 202 257 190 196 307 292 411 178 149 163 246 295 230 232 354 282 444 251 236 235 359 410 346 345 484 418 58 201 175 174 275 339 273 289 454 391 60 208 186 179 334 391 367 373 544 489 711 229 219 216 337 399 406 409 591 586 77 276 260 274 373 414 387 384 456 437 48 230 184 196 299 348 304 292 329 346 33 200 151 153 280 297 285 280 <td< td=""><td>135</td><td>118</td><td>135</td><td>192</td><td>279</td><td>297</td><td>300</td><td>486</td><td>528</td><td>607</td></td<>	135	118	135	192	279	297	300	486	528	607
193 162 174 231 280 245 226 309 277 31 168 144 145 218 274 224 225 320 283 34 149 125 129 181 235 182 195 285 268 37 197 177 192 280 337 288 280 363 362 42 145 112 137 202 257 190 196 307 292 41 178 149 163 246 295 230 232 354 282 44 251 236 235 359 410 346 345 484 418 58 201 175 174 275 339 273 289 454 391 60 208 186 179 334 391 367 373 544 489 71 229 219 216 337 399 406 409 591 586 77 276 260 274 373 414 387 384 456 437 48 230 184 196 299 348 304 292 329 346 33 200 151 153 280 297 285 280 317 374 400 214 186 180 273 322 294 266 353 <	147	138	151	216	260	258	230	315	285	304
168 144 145 218 274 224 225 320 283 34 149 125 129 181 235 182 195 285 268 37 197 177 192 280 337 288 280 363 362 42 145 112 137 202 257 190 196 307 292 41 178 149 163 246 295 230 232 354 282 44 251 236 235 359 410 346 345 484 418 58 201 175 174 275 339 273 289 454 391 60 208 186 179 334 391 367 373 544 489 711 229 219 216 337 399 406 409 591 586 77 276 260 274 373 414 387 384 456 437 48 230 184 196 299 348 304 292 329 346 33 200 151 153 280 297 285 280 317 374 400 214 186 180 273 322 294 266 353 393 49 186 152 169 248 309 259 223 377	193	162	174	231	280	245	226	309	277	317
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	168	144	145	218	274	224	225	320	283	345
19717719228033728828036336242214511213720225719019630729241178149163246295230232354282442512362353594103463454844185820117517427533927328945439160208186179334391367373544489712292192163373994064095915867727626027437341438738445643748230184196299348304292329346332001511532802972852803173744002141861802733222942663533934918615216924830925922337738958226191186293332286278444459682492522173433993353345715797919020418628034128429452451877	149	125	129	181	235	182	195	285	268	378
14511213720225719019630729241178149163246295230232354282442512362353594103463454844185820117517427533927328945439160208186179334391367373544489712292192163373994064095915867727626027437341438738445643748230184196299348304292329346332001511532802972852803173744002141861802733222942663533934918615216924830925922337738958226191186293332286278444459682492522173433993353345715797919020418628034128429452451877	197	177	192	280	337	288	280	363	362	420
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	145	112	137	202	257	190	196	307	292	414.
251236235359410346345484418582011751742753392732894543916020818617933439136737354448971229219216337399406409591586772762602743734143873844564374823018419629934830429232934633200151153280297285280317374402141861802733222942663533934918615216924830925922337738958226191186293332286278444459682492522173433993353345715797919020418628034128429452451877	178	149	163	246	295	230	232	354	282	446
20117517427533927328945439160208186179334391367373544489712292192163373994064095915867727626027437341438738445643748823018419629934830429232934633200151153280297285280317374402141861802733222942663533934918615216924830925922337738958226191186293332286278444459682492522173433993353345715797919020418628034128429452451877	251	236	235	359	410	346	345	484	418	581
208186179334391367373544489712292192163373994064095915867727626027437341438738445643748230184196299348304292329346332001511532802972852803173744002141861802733222942663533934918615216924830925922337738958226191186293332286278444459682492522173433993353345715797919020418628034128429452451877	201	175	174	275	339	273	289	454	391	606
229219216337399406409591586772762602743734143873844564374823018419629934830429232934633200151153280297285280317374402141861802733222942663533934918615216924830925922337738958226191186293332286278444459682492522173433993353345715797919020418628034128429452451877	208	186	179	334	391	367	373	544	489	710
2762602743734143873844564374823018419629934830429232934633200151153280297285280317374402141861802733222942663533934918615216924830925922337738958226191186293332286278444459682492522173433993353345715797919020418628034128429452451877	229	219	216	337	399	406	409	591	586	775
230 184 196 299 348 304 292 329 346 33 200 151 153 280 297 285 280 317 374 40 214 186 180 273 322 294 266 353 393 49 186 152 169 248 309 259 223 377 389 58 226 191 186 293 332 286 278 444 459 68 249 252 217 343 399 335 334 571 579 79 190 204 186 280 341 284 294 524 518 77	276	260	274	373	414	387	384	456	437	485
200 151 153 280 297 285 280 317 374 40 214 186 180 273 322 294 266 353 393 49 186 152 169 248 309 259 223 377 389 58 226 191 186 293 332 286 278 444 459 68 249 252 217 343 399 335 334 571 579 79 190 204 186 280 341 284 294 524 518 77	230	184	196	299	348	304	292	329	346	331
2141861802733222942663533934918615216924830925922337738958226191186293332286278444459682492522173433993353345715797919020418628034128429452451877	200	151	153	280	297	285	280	317	374	400
186 152 169 248 309 259 223 377 389 58 226 191 186 293 332 286 278 444 459 68 249 252 217 343 399 335 334 571 579 79 190 204 186 280 341 284 294 524 518 77	214	186	180	273	322	294	266	353	393	496
226 191 186 293 332 286 278 444 459 68 249 252 217 343 399 335 334 571 579 79 190 204 186 280 341 284 294 524 518 77	186	152	169	248	309	259	223	377	389	586
249 252 217 343 399 335 334 571 579 79 190 204 186 280 341 284 294 524 518 77	226	191	186	293	332	286	278	444	459	685
190 204 186 280 341 284 294 524 518 77	249	252	217	343	399	335	334	571	579	798
	190	204	186	280	341	284	294	524	518	772
155 150 165 242 285 265 276 528 511 72	155	150	165	242	285	265	276	528	511	727

277

м. г. родригес

			_						-	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4950	0.051	0.145	0.109	0.065	0.185	0.136	0.218	0.179	0.166	0.262
4925	070	170	11001	093	214	157	272	211	195	289
4900	077	172		080	193	129	217	201	182	260
4875	280	327	1111	231	318	282	310	299	253	359
4850	057	140		066	143	130	205	193	157	250
4825	039	123		050	137	110	181	180	143	220
4800	047	124	Pland.	044	134	129	173	160	146	242
4775	075	148		055	166	158	203	184	165	279
4750	061	130	Participa	047	147	133	190	181	161	280
4725	053	130	E	049	165	137	220	193	186	250
4700	054	117	1147	062	138	128	189	202	192	285
4675	086	154		089	209	158	233	244	202	319
4650	083	152	1911	075	196	148	218	224	188	312
4625	072	154	-	072	200	129	203	211	143	270
4600	112	203	1. 14	104	275	179	274	273	196	374
4575	117	193		102	302	168	274	261	170	368
4550	141	215	12	129	320	215	326	306	239	425
4525	111	162	12507	072	247	139	264	211	163	308
4500	139	198	() ()	094	300	196	296	260	224	389
4475	184	246		144	379	250	380	336	268	495
4450	159	222		119	336	202	354	302	236	448
4425	177	244	52.04	119	380	221	371	331	286	482
4400	185	240	26.00	122	371	265	400	355	356	485
4375	206	228		109	305	243	325	290	302	392
4350	401	378	Sec.	247	406	330	358	327	338	424
4325	255	273		167	401	351	444	435	441	535
4300	193	254		127	380	303	446	408	392	542
4275	162	229	- 16	117	335	261	350	347	360	497
4250	189	251	1000	130	367	264	389	363	343	100
4225	162	252	11162	090	344	230	380	338	283	
4200	199	282	Sec.	147	371	263	443	384	366	
4175	192	269	12thr.	161	353	243	416	357	327	1
4150	203	266		160	361	231	432	355	287	-
4125	349	367	5417	284	402	286	426	322	277	1
4100	305	338	1	263	384	285	413	309	280	-

ОБЩЕЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В СПЕКТРАХ ЗВЕЗД

Продолжение таблицы 1

12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0.155	0.152	0.187	0.233	0.275	0.219	0.198	0.284	0.226	0.380
169	198	216	273	310	268	230	363	313	526
165	202	201	268	320	280	270	410	415	596
219	254	242	319	367	317	328	506	521	686
144	173	155	246	293	280	299	451	465	652
139	147	129	221	248	267	295	471	493	697
127	146	162	250	284	307	323	497	477	672
155	192	175	256	293	292	302	462	450	615
152	185	176	254	280	272	250	280	309	487
172	206	209	276	270	277	240	300	333	523
172	220	219	301	297	295	263	360	410	568
198	228	218	310	318	304	272	392	458	630
181	224	185	327	344	351	302	428	508	646
158	176	168	285	296	281	237	317	326	580
213	255	224	381	386	365	312	408	440	568
208	237	213	377	363	354	290	378	386	452
250	298	297	457	446	440	394	462	508	508
163	202	220	327	324	304	274	350	433	500
225	265	267	389	360	352	326	395	478	489
279	347	302	476	445	431	404	546	568	551
248	344	276	436	400	375	368	508	500	491
309	378	323	489	460	440	431	509	561	426
378	416	357	504	468	451	448	520	564	389
312	332	298	404	376	354	349	446	465	403
313	336	296	418	399	362	376	467	496	370
464	501	444	539	516	499	495	533	605	454
422	485	405	555	561	535	533	615	678	463
380	469	369	547	548	554	542	603	678	458
366	456	367	527	550	553	569	610		502
410	469	356	527	554	538	548	586		469
499	544	415	557	569	516	526	542		375
504	541	398	559	563	518	521	503		358
448	501	397	546	578	518	542	500	-	432
369	418	330	472	545	480	494	438		438
336	395	323	411	483	432	409			406

279

М. Г. РОДРИГЕС

4075 0.203 0.284 0.184 0.374 0.275 0.447 0.338 0.328 4050 178 276 135 353 251 400 299 299 4025 179 281 354 237 418 309 276 4000 278 369 476 307 543 404 387 3975 497 614 712 572 769 642 614	
4050 178 276 135 353 251 400 299 299 4025 179 281 354 237 418 309 276 4000 278 369 476 307 543 404 387 3975 497 614 712 572 769 642 614	
4025 179 281 354 237 418 309 276 4000 278 369 476 307 543 404 387 3975 497 614 712 572 769 642 614	
4000 278 369 476 307 543 404 387 3975 497 614 712 572 769 642 614	
3975 497 614 712 572 769 642 614	
3950 442 648 793 640 831 691 675	
3925 251 384 536 362 625 483 489	
3900 411 460 490 472 501 568	
3875 185 305 390 507 549 686	
3850 419 486 555 626 566 692	
3825 269 362 425 445 464 557	
3800 351 444 502 413 434 477	
3775 431 495 552 425 433 461	
3750 447 433 592 495 466 573	
3725 429 395 596 441 397 432	
3700 284 369 375 365 404 380	
3675 203 327 324 311 408 318	
3650 233 376 389 385 417	
3625 375 463 463	
3600 390 459 518	

ОБЩЕЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В СПЕКТРАХ ЗВЕЗД

12	13	14	15	16	17	18	19	20	27
	0.454	0.387	0.452	0.496	0.440	0.450			0.425
	411	377	461	472	404	460			475
	368	336	374	413	329	404			482
	472	423		531		557			584
	737	667	1 2 1	738		779			788
	803	715		753	1	761			848
	573	549	1.00		-	-			709
	_	614	1		1.1	- 100			100
		730		200					
		734			-			-	
		611		-	100				
		510	1.15						
	1	500		•	-				
	1000	630	-	1	100				1
	11111	465	1		-	1.000			201
		392	1.0						1
		300			I	100			10/ 5
		465		-					
		525						1	100
	-	597		1		-			

Продолжение таблицы 1


АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

ВЫПУСК 2

ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ МЕРЦАЮЩЕЙ КОМПОНЕНТЫ ИСТОЧНИКА 3С 273 НА ЧАСТОТАХ 86 И 60 *МГЦ*

Т. Д. АНТОНОВА, В. В. ВИТКЕВИЧ, В. Г. ПАНАДЖЯН Поступила 17 июня 1968 Исправлева 18 апреля 1969

Приводены экспериментальные данные мерцаний квазара 3С 273 на неоднородностях межпланетной плазмы. Путом сравнения характеристик мерцаний источников 3С 273 и 3С 48 определены интенсивностя радиоизлучения мерцающей компоненты на волнах $\lambda_1 = 3.5$ м и $\lambda_2 = 5$ м. Получен спектральный индекс мерцающей компоненты $z_m = -0.95$. Мерцания относятся к ядру компоненты А источника 3С 273.

1. Настоящая работа посвящена изучению характеристик мерцаний источника 3С 273 и получению данных о параметрах мерцающей детали. В случае, если характеристики мерцаний на межпланетной плазме известны (мера мерцаний, квазипериод мерцаний) для точечного источника, то исследование мерцаний неточечных и многокомпснентных источников может дать информацию об угловых размерах и интенсивностях их мерцающих компонент. Этот вопрос независимо исследовался в работах [1-3]. В качестве первого и очевидного этапа проводились исследования с целью выявления мерцающих источников или их деталей. Такие исследования привели ряд авторов к обнаружению многих мерцающих, а значит имеющих угловые размеры 1", источников в широком диапазоне длин волн.

В настоящей статье мы анализируем спектр мерцаний и приводим некоторые данные об источнике 3С 273 на волнах $\lambda_1 = 3.5 \ m$ и $\lambda_2 = 5 \ m$.

2. Наблюдения за мерцаниями указанного источника проводились с июня по декабрь 1967 г. на линии В-З ДКР-1000 на длинах волн 3.5 и 5 м (приемник на длине волны 5 м был предоставлен радиоастрономическим отделом Бюраканской астрофизической обсерватории). По полученным записям определялись мера мерцаний $f = \overline{|\Delta I_{\max}|}/\overline{I}$ и средний квазипериод мерцаний T. На рис. 1 приведены полученные значения меры мерцаний f в зависимости от угловых расстояний источника от Солнца γ , причем стрелками вниз указаны дни, для которых мерцания не были обнаружены с точностью, соответствующей данной ординате. Как видно из рис. 1а, на волне $\lambda = 3.5 \, \text{м}$ для углов меньше 15° мерцания не наблюдаются. Для большых значений φ в большинстве случаев мерцания четко наблюдаются, однако для ряда дней их обнаружить не удалось. Из рис. 16 видно, что на волне 5 м мерцания четко наблюдаются на расстояниях $\varphi > 20^{\circ}$.



Рис. 1. Значения меры мерцаний f для источника 3С 273, 1967; а) $\lambda = 3.5$ ж, 6) $\lambda = 5$ ж. Стрелками обозначен верхний предел значений f для случаев, когда мерцания не были обнаружены, — угловые расстояния от источника до Солица в градусах.

На рис. 2 приведены средние значения меры мерцаний f на двух длинах волн для источника 3С 273. Для сравнения на этом же рисунке приведены средние значения меры мерцаний источника 3С 48 на длине

284

волны 3.5 ж. Анализ этих величин на двух волнах показывает, что мера мерцаний источника 3С 273 на волне $\lambda = 5$ ж меньше, чем на $\lambda = 3.5$ ж. Кроме этого, для источника 3С 273 четко виден загиб кривой f(z)в сторону уменьшения при уменьшении z на обеих длинах волн. Это говорит о том, что эффективный угловой размер источника 3С 273 на волне $\lambda = 3.5$ ж больше, чем угловой размер источника 3С 48.



Рис. 2. Зависимость среднего значения меры мерцаний f от углового расстояния φ (усреднение за интервалы в 10°): а) источник 3С 273, $\lambda=3.5$ м. 6) источник 3С 273, $\lambda=5$ м, в) источник 3С 48, $\lambda=3.5$ м.

3. Обратимся теперь к гистограммам квазипериодов мерцаний. На рис. З приведены гистограммы квазипериодов мерцаний источника 3С 273 для описываемого цикла наблюдений. Для сравнения на этом же рисунке приведена гистограмма квазипериодов мерцаний источника 3С 48 на волне $\lambda = 3.5 \ m.$

Из сравнения гистограмм двух источников (а и 6) на волне $\lambda = 3.5 \, \text{м}$ видно, что средний квазипериод мерцаний источника 3C 273 заметно больше, чем источника 3C 48. Это также указывает на то, что угловые размеры источника 3C 273 на волне $\lambda = 3.5 \, \text{и} 5 \, \text{м}$ больше, чем размеры источника 3C 48, что находится в согласии с приведенным в разделе 2 заключением. Гистограммы б, и в, показывают, что средние квазипериоды мерцаний источника ЗС 273 практически одинаковы на двух волнах.

4. Теперь проанализируем полученные значения меры мерцаний. Как известно, при малом набеге фазы $\overline{\Delta s^2} < 1$ мера мерцаний точеч-



Ряс. 3. Гистограммы квазипериодов мерцаний. a) 3С 48, λ =3.5 ж, 6) 3С 273, λ =3.5 ж, в) 3С 273, λ =5 ж.

ного источника $f^0(\lambda) \sim \lambda$. Для источника 3С 273 отношение средних мер мерцаний на длинах волн 5 и 3.5 *м* на расстоянии $\varphi = 65^{\circ}$ равно (см. рис. 2)

$$\frac{\overline{f}(\lambda_2)}{\overline{f}(\lambda_1)} = \frac{12^0/_0}{17.5^0/_0} = 0.7 < 1.43 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$
(1)

Этот результат можно объяснить либо тем, что на волне $\lambda = 5$ м угловые размеры источника заметно больше, чем на волне $\lambda = 3.5$ м, либо, в случае, если источник состоит из двух компонент (ядро < 1'' и гало $\gg 1''$), малая, а значит мерцающая компонента источника

0

3С 273 на волне $\lambda = 3.5$ м составляет большую долю по потоку от всего источника, чем на волне $\lambda = 5$ м^{*}.

Сравнение гистограмм рис. Зб и Зв показывает, что между средними значениями квазипериодов мерцаний источника ЗС 273 на двух волнах (5.2 и 5.5 сек на 5 и 3.5 м соответственно) нет заметной разницы. Это позволяет считать, что на длинах волн 3.5 и 5 м угловые размеры мерцающей компоненты источника ЗС 273 примерно одинаковы.

Обозначим через \overline{I}_M интенсивность мерцающей компоненты источника 3С 273. Тогда истинная мера мерцаний малой компоненты $f_a = \overline{|\Delta I_{max}|}/\overline{I}_M$, и именно эта величина должна быть пропорциональна длине волны в случае малого набега фазы и в случае независимости угловых размеров от длины волны, то есть

$$\frac{f_{a}(\lambda_{2})}{f_{a}(\lambda_{1})} = \frac{\lambda_{2}}{\lambda_{1}} = 1.43.$$
(2)

Преобразовав отношение мер мерцаний, получим

$$\frac{f(\lambda_{3})}{f(\lambda_{1})} = \frac{f_{a}(\lambda_{3})}{f_{a}(\lambda_{1})} \cdot \frac{\overline{I_{M}(\lambda_{3})}/\overline{I}(\lambda_{3})}{\overline{I_{M}(\lambda_{1})}/\overline{I}(\lambda_{1})},$$
(3)

которое с учетом (1), (2) дает

$$\frac{\overline{I}_{M}(\lambda_{2})/\overline{I}(\lambda_{2})}{\overline{I}_{M}(\lambda_{1})/\overline{I}(\lambda_{1})} = \frac{f(\lambda_{2})}{f(\lambda_{1})} \cdot \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2}} = 0.48.$$
(4)

Таким образом, на волне $\lambda = 5 \, m$ мерцающая компонента составляет по потоку почти в 2 раза меньшую часть всего источника, чем на волне $\lambda = 3.5 \, m$.

Оценку относительной интенсивности мерцающей компоненты источника 3С 273 на волне $\lambda = 3.5$ ж можно получить из сравнения мерцаний источников 3С 273 и 3С 48.

* Следует отметить что в случае двух или больше чисел мерцающих компонент, расположенных на угловом расстоянии большем, чем угловой размер неоднородностей, флуктуации их интенсивностей являются независимыми случайными процессами, и наблюдаемая мера мерцаний будет определяться формулой $f = \frac{\sqrt{\Delta I_1^2 + \Delta I_2^2 + \cdots + \Delta I_n^2}}{\overline{T}}$, где $\Delta I_1, \Delta I_2 \cdots \Delta I_n - флуктуации интенсивности каждой$

мерцающей компоненты, пропорциональные интенсивностям этих компонент, \overline{I} общая интенсивность источника, равкая сумме интенсивностей всех компонент, включая вемерцающие. Дальнейшие расчеты сделаны в предположение одной малой компоненты.

162-8

На расстояниях $\varphi > 60^{\circ}$ среднеквадратичный набег фазы мал на волнах $\lambda \leqslant 5$ м [8]. Тогда можно использовать соотношения, связывающие значения меры мерцаний и величины квазипериодов мерцаний с угловыми размерами источника в предположении гауссовского распределения яркости по нему [1]:

$$\frac{f}{f^0} = \left[1 + 2\left(\frac{L\theta}{a}\right)^2\right]^{-1/a} \equiv \beta^{-1}$$
$$\frac{T}{T^0} = \left[1 + 2\left(\frac{L\theta}{a}\right)^2\right]^{1/a} \equiv \beta,$$

где f^0 и T^0 — мера мерцаний и средний квазипериод мерцаний точечного источника, f и T — то же для протяженного источника с гауссовским распределением яркости и радиусом по уровню e^{-1} , равным θ_{r} . L — расстояние до слоя неоднородностей, a — характерный размер неоднородностей межпланетной среды.

Приняв за точечный источник 3С 48**, получим на волне $\lambda = 3.5 \ m$ (7⁰ из [7])

$$\beta = \frac{T}{T^0} = \frac{5.5 \, ce\kappa}{4.0 \, ce\kappa} = 1.37.$$

Тогда мера мерцаний источника $|3C\,273$ с учетом замазывания дифракционной картины равна $\beta f = 1.37 f$. Если (см. рис. 2) на угловом расстоянии от Солнца

$$f^0(\lambda_1)=0.3, \quad \overline{f}(\lambda_1)=0.175,$$

то для относительной интенсивности на длине волны 3.5 м получаем.

$$\frac{\overline{I}_M(\lambda_1)}{\overline{I}(\lambda_1)} = 0.77.$$
⁽⁵⁾

Учитывая (4) и (5), на длине волны 5 м получим

$$\frac{\overline{I}_{M}(\lambda_{1})}{\overline{I}(\lambda_{2})} = 0.37.$$
(6)

Испольвуя вначение потока источника 3С 273 на длине волны 3.5 м, равное $I(\lambda_1) = 160 \cdot 10^{-26} sm/m^2 \cdot \iota_{M}$ [9] и принимая спектральный индекс $\alpha = 0.7$ ($I \sim \gamma^{-\alpha}$) в диапазоне длин волн $1.7 \div 7.9$ м [9–11] по-

^{**} Очевидно, что в случае, если 3С 48 имеет конечные угловые размеры, численные результаты расчета почти не изменятся, если распределение: радиояркости. понему имеет также гауссовскую форму,

лучим для мерцающей компоненты спектральный индекс $\alpha_M = -0.95$ и значения потоков на волнах $\lambda_1 = 3.5 \text{ м}$ и $\lambda_2 = 5 \text{ м} 105 \cdot 10^{-26} \text{ вm/m}^2 \cdot \iota y$ н $75 \cdot 10^{-26} \text{ вm/m}^2 \cdot \iota y$ соответственно.

Как показывают затменные наблюдения [12, 13], наблюдаемые мерцания можно отнести к ядру компоненты А источника 3С 273.

Один из авторов (В. Г. П.) благодарит В. В. Виткевича за предоставление возможности проведения наблюдений на ДКР-1000 на длине волны 5 м.

Физический институт им. П. Н. Лебедева АН СССР Ереванский Государственный униворситет

ESTIMATION OF INTENSITIES OF FLUCTUATING COMPONENT OF RADIO SOURCE 3C 273 AT FREQUENCIES 86 AND 60 mhz

T. D. ANTONOVA, V. V. VITKEVITCH, V. G. PANAJIAN

The paper presents the data on scintillations of quasar $3C\,273$ on irregularities of interplanetary plasma. The intensities of the fluctuating component are determined by comparing the scintillating characteristics of $3C\,273$ and $3C\,48$ at wave-lengths 3.5 and 5 m. The spectral index of the scintillating component is -0.95.

The scintillations are asoribed to the core of component A of 3C 273.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. T. Little, A. Hewish, M. N., 134, 221, 1966.

2. M. N. Cohen, Science, 153, No 3737, 1966.

3. В. В. Виткевич, Труды ФИАН, 38, 80, 1967.

4. A. Hewich, S. E. Okoye, Nature, 207, No 4992, 1965.

5. M. N. Cohen et al., Ap. J., 150, 767, 1967.

6. Т. Д. Антонова, В. В. Виткевич, Т. В. Шабанова, Астрон. цирк., 447, 4, 1967.

7. Т. Д. Антонова, В. В. Виткевич, Астрон. ж., 45, 991, 1968.

8. Т. Д. Антонова, Астрон. цирк., 486, 1968.

9. В. С. Артюх и др., Потоки и спонтральные индексы источников 3С и 3СК каталогов на частоге 86 жид, препринт № 82, ФИАН, М., 1967.

10. В. С. Артюх, В. В. Виткевич, Р. Д. Далкесаманский, Астрон. ж., 44, 984, 1967.

11. А. М. Асланян и др., Астрофизика, 4, 1, 129, 1968.

12. J. A. Bailey, N. J. B. A. Branson, Nature, 201, No 4921, 1964.

13. C. Hazard, S. Gulkis, A. D. Bray, Nature, 21?, No 5061, 1966.



АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

выпуск 2

ОЦЕНКА УГЛОВЫХ РАЗМЕРОВ РАДИОИСТОЧНИКА ЗС 48 НА ЧАСТОТЕ 60 *МГЦ* ПО НАБЛЮДЕНИЯМ МЕРЦАНИЙ

В. Г. ПАНАДЖЯН

Поступила 20 сентября 1968

Приводятся результаты измерений и обсуждение характеристик мерцаний квазара 3С 48 с целью оценки его угловых размеров. Путем сравнения кривых мер мерцаний радноисточников 3С 48 и 3С 119 угловой диаметр 3С 48 в случае модели симметричного источника с гауссовским распределением раднояркости на уровне е⁻¹ получен равным 0.5.

В значениях оценок размеров квазара 3С 48 имеются небольшие расхождения. В работе [1] на основе анализа его мерцаний на неоднор одностях межпланетной плазмы на частоте 86 *миц* для верхнего предела угловых размеров дано значение 0.1. А методом сравнения кривых мер мерцаний квазара 3С 48 и неразрешенного источника 3С 119 на частоте 178 *миц* угловые размеры 3С 48 оценены в 0.3 [2]. По последним интерферометрическим измерениям на частоте 408 *миц* квазар 3С 48 имеет угловые размеры 0.35.0.25 [3, 4].

В данной статье приводятся результаты и анализ наблюдений мерцаний радиоисточника 3С48 на частоте 60 *миц* с целью определения его угловых размеров.

Наблюдения за мерцаниями источника 3С 48 на неоднородностях межпланетной плазмы на частоте 60 ми проводились на ДКР-1000 (Радиоастрономическая станция ФИАН) с июня 1967 г. по июнь 1968 г. В качестве приемной аппаратуры был использован радиометр радиоастрономического отдела Бюраканской астрофизической обсерватории АН Арм.ССР с фазовым переключением. Постоянная времени выхода приблизительно 0.4 сек. Хорошая чувствительность приемной аппаратуры и сравнительно высокое значение потока источника 3С 48 на частоте 60 ми позволяли получать высококачественные записи, в которых антенная температура источника 3С 48 превосходила шумовую температуру в среднем в 6 раз.

Следуя [1], из полученных записей были определены мера мерцаний $f = |\Delta I_{max}| / I$ в зависимости от углового расстояния от Солнца φ и квазилериод мерцаний T.



Рис. 1. Эначение меры мерданий для источника 3С 48 на частоте v = 60 жид. Кривая а) — зависимость среднего значения меры мерданий \overline{f} от углового расстояния от Солида φ , 6) — пересчитаниая кривая меры мерданий точечного источника 3С 119 на частоте v = 60 жид.

На рис. 1. приведены полученные значения меры мерцаний для разных угловых расстояний источника 3С 48 от Солнца, а кривая а) на этом рисунке представляет усредненный ход изменений меры мерцаний с угловым расстоянием от Солнца. В обозначенной пунктиром части кривой измерения не производились из-за помех. Как видно из рис. 1, мерцания уверенно наблюдаются на угловых расстояниях от Солнца до 120°. На близких расстояниях $\varphi = 22 \div 25^{\circ}$ мера мерцаний резко уменьшается. Значения меры мерцаний и квазипериода на близких расстояниях радиоисточника от Солнца ($\varphi \simeq 22 \div 25^{\circ}$) за период апрель-май 1968 г. приведены н табл. 1.

 -	•		
~ ^	. 8 1 /	 ~	

Дата	21.04	26.04	30.04	1.05	2.05	3.05	4.05	5.05	7.05	8.0	59.0	5 10.05	11.05	12.05
f (º/₀)		Mepa	мерца	ний м	еньше	= 10 º/	0		13	16	29	20	17	14
T (cex)		-		100		15	-		3.4	5.	0 3.0	8 3.2	3.8	3.0

На рис. 2 приведена гистограмма квазипериодов мерцаний *Т.* Из этой гистограммы видно, что наиболее вероятное значение среднего квазипериода мерцаний источника 3С 48 на частоте 60 мгу равно -4 -+ 5 сек.



T (Cex)

Рис. 2. Гистограмма квазипериодов мерданий T для источника 3C 48, ч = 60 жид.

Сравнивая характеристики мерцаний известного точечного источника (зависимость меры мерцаний от углового расстояния от Солнца φ или квазипериод мерцаний T) с соответствующими характеристиками исследуемого источника, можно определить угловые размеры последнего, в случае, если он неточечный [2,5]. Если обозначить через \overline{g} , меру мерцаний точечного источника на определенном угловом расстоянии от Солнца, а через \overline{f} меру мерцаний исследуемого источника, то, как показано в [2], в предположении гауссовского распределения радиояркости радиоисточника, для случая фазового экрана и набега фазы в неоднородностях $\Delta \overline{s^2} < 1$ угловые размеры исследуемого симметричного источника можно определить из соотношения

$$\frac{\overline{f}}{\overline{g}} = \left[1 + 2\left(\frac{L\theta_0}{\zeta_0}\right)^2\right]^{-1/s},\tag{1}$$

где L — расстояние неоднородностей от наблюдателя, $2\theta_0$ — угловой размер источника на уровне e^{-1} , ζ_0 — радиус корреляции электровных неоднородностей на наблюдаемом расстоянии источника от Солнца,

В. Г. ПАНАДЖЯН

В качестве точечного источника используем 3С 119 и пересчитаем кривую меры мерцаний на частоте 178 мид, приведенную в [2], на частоту 60 мид, считая, что набег фазы в неоднородностях межпланетной плазмы $\overline{\Delta s^2} < 1$. При малых набегах фазы мера мерцаний пропорциональна длине волны: $\overline{g}(\lambda) \sim \lambda$. Следовательно,

$$\overline{g}_{80,M24} = \overline{g}_{178,M24} \cdot \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) = 3\overline{g}_{178,M24}.$$
(2)

Кроме этого, при пересчете принимаем, что среднеквадратичная мера мерцаний $F = \left(\frac{\overline{\Delta f^2}}{\overline{f^2}}\right)^{\eta_2}$ связана с мерой мерцаний \overline{f} в среднем соотношением [6]

$$F = \sqrt[7]{0.5f^2}.$$
 (3)

Для сравнения просчитанная кривая меры мерцаний источника ЗС 119 на частоте 60 жи приведена на том же рис. 1 (кривая 6)), на котором приведена также кривая меры мерцаний исследуемого источника ЗС 48 (кривая а)). Из рисунка видно, что кривая меры мерцаний источника ЗС 48 на всех расстояниях от Солнца ниже кривой меры мерцаний точечного источника, и кроме того на угловых расстояниях больше 50° кривые мер мерцаний обоих источников подобны. Изрис. 1 находим, что на угловом расстоянии от Солнца р = 60°

$$\frac{\overline{f}_{8C48}}{\overline{g}_{8C119}} = 0.7.$$
 (4)

Это уменьшение меры мерцаний квазара 3С 48 на таких угловых расстояниях от Солнца, где $\Delta s^3 < 1$, вызвано замазыванием дифракционной картины на Земле за счет его конечных угловых размеров.

Теперь определим радиус корреляции электронных неоднородностей. Для этой цели воспользуемся гистограммой квазипериодов. Размер дифракционной картины на Земле равен $l = v \cdot T$, где v средняя скорость дифракционной картины на Земле, равная 235 км/сек [7]. Если автокорреляционная функция дифракционной картины имеет гауссовский вид, то ее радиус корреляции ζ связан со средним расстоянием между максимумами радиояркости соотношением [8]

$$\zeta = \frac{l}{2.6} = \frac{\upsilon \cdot T}{2.6} \tag{5}$$

294

Если межпланетная среда просвечивается неточечным радиоисточником, то радиус корреляции дифракционной картины увеличивается по сравнению с точечным в

$$\frac{\zeta_{\text{meroy}}}{\zeta_{\text{roy}}} = \left[1 + 2\left(\frac{L\theta_0}{\zeta_0}\right)^2\right]^{1/2} \tag{6}$$

раз. Следовательно, учитывая (1), (4), (5) и (6), для радиуса корреляции дифракционной картины от точечного источника получаем

$$\zeta_{\rm rov} = 0.7 \, \frac{\sigma \cdot T}{2.6} \, , \tag{7}$$

который при $v = 235 \ \kappa m/cek$, $T = 4.5 \ cek$ равен $\zeta_{rov} = 285 \ \kappa m$. В рассматриваемом случае фазового экрана и набега фазы $\Delta s^2 < 1$ величина ζ_{rov} равна радиусу корреляции электронных неоднородностей возмущающей среды ζ_0 [9]. Подставляя в (1) значение $\zeta_0 = \zeta_{rov} = 285 \ \kappa m$, принимая $L = 1 \ a. \ e.$ и испсльзуя (4), для угловых резмеров квазара 3С 48 на частоте 60 *ми* на уровне e^{-1} получаем $2\theta_0 = 0.5$. Точность определения угловых размеров зависит от многих факторов, но в основном от точности определения отношения f/g. По нашим оценкам: $f/g = 0.7 \pm 0.15$, которое для угловых размеров дает $2\theta_0 = 0.5 \pm 0.15$.

Таким образом на частоте 60 *миу* угловые размеры квазара. 3С 48 несколько больше, чем на сравнительно высоких частотах и в основном хорошо согласуются со значениями угловых размеров 3С 48, приведенными в [2-4, 10].

В заключение заметим, что полученное уменьшение меры мерцаний на угловых расстояниях от Солнца, где $\Delta s^2 < 1$, можно интерпретировать и иначе. Исходя из (4), можно сказать что только 70% общего потока радиоизлучения квазара 3С48 излучается областью, угловой диаметр которой ≤ 0 1, а остальные 30 процентов, которые не дают вклада в мерцания, излучаются областью, диаметр которой ≥ 1 ".

Какой именно случай имеет место в действительности, можно было бы установить при наличии гистограммы квазипериодов мерцаний точечного источника на частоте 60 мгц.

Автор выражает благодарность В. В. Виткевичу за ценные замечания, а также за любезное предоставление возможности проведения: данной работы на ДКР-1000.

Ереванский Государственный университет

В. Г. ПАНАДЖЯН

AN ESTIMATION OF ANGULAR DIMENSIONS OF RADIO SOURCE 3C 48 AT 60 mhz FROM INTERPLANETARY SCINTILLATIONS

V. G. PANAJIAN

The characteristics of the intensity fluctuations of quasar 3C 48 at 60 mhz are analysed to estimate its angular dimensions. The intensity fluctuation curve of quasar 3C 48 is compared with that of the point source 3C 119. In the case of circulary symmetrical Gaussian source model the angular dimensions of quasar 3C 48 on the level e^{-1} are seen to be equal to 0.5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Д. Антонова, В. В. Виткевич, В. И. Власов, Тр. ФИАН, 38, 80, 1967.

- 2. L. T. Little, A. Hewish, M. N., 138, 393, 1966.
- S. B. Anderson, W. Donaldson, Nature, 205, 375, 1965.
- 4. B. Anderson, W. Donaldson, M. N., 137, 81, 1967.
- 5. L. T. Little, A. Hewish, M. N., 134, 3, 1968.

6. В. В. Виткевич, Препринт ФИАН, 1966.

7. В. В. Виткевич, В. И. Власов, Препринт ФИАН, 1966,

8. I. Ratcliffe, Rept. Progr. Phys., 19, 188, 1956,

- 9. В. В. Писарева, Астрон. ж., 35, 112, 1958,
- 10. M. W. Cohen. Ap. J., 150, 767, 1967.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

выпуск 2

О ЗАВИСИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО ИНДЕКСА ВНЕГАЛАКТИЧЕСКИХ РАДИОИСТОЧНИКОВ ОТ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА

Р. Д. ДАГКЕСАМАНСКИЙ Поступила 18 марта 1968 Исправлена 4 августа 1968

На основе аналива дленых о плотностях потоков радионсточников из каталога ЗСК делается вывод об увеличения спектрального индекса внегалактических радиоисточников при уменьшевии их плотностей потоков. Найдены наклоны кривых $\alpha - \lg S_{178}$ для спектральных индексов, соответствующих различным диапазонам частот.

1. Введение. Как известно, подсчеты радиоисточников, проведенные за последние 5-6 лет, главным образом в Кембридже (Англия), свидетельствуют в пользу эволюционной модели Вселенной (см., например, [1]). Однако пока еще трудно сделать однозначный вывод о том, меняются ли с эпохой пространственная плотность радиоисточников или их светимость. Было бы весьма желательным проследить возможные изменения с эпохой и других характеристик радиоисточников, например, их спектральных индексов. Подобные работы были выполнены рядом авторов, которые пытались найри корреляцию между спектральным индексом а и плотностью потока источников S на некоторой частоте. Все они дали отрицательный результат. В настоящей работе на основе измеренных плотносжей потоков радиоисточников из каталога ЗСК на частоте 86 миз ([6, 7]) и данных некоторых других авторов сделана еще одна понытка обнаружения этой зависимости.

2. Аналив данных наблюдений. Как уже сообщалось в [7], по измеренным на частоте 86 ми плотностям потоков радиоисточников и данным каталога 3CR [8], приведенным к шкале [2], были опреде-

Р. Д. ДАГКЕСАМАНСКИЙ

лены спектральные индексы $a_1 = a (86-178 \text{ миg})$. Все источники с галактической широтой $|b| > 10^\circ$ были разделены на 5 групп по плотностям потоков S_{3CR} , и для каждой группы найдено среднее значение спектрального индекса a_1 . Построенная таким образом зависимость a_1 от S_{3CR} (см. рис. 1) обнаруживает заметное увеличение спектрального индекса при переходе к последней группе источников с плотностями потоков $S_{8CR} < 11 \times 10^{-26} \text{ вт/м}^2 г g$. Анализ возможных ошибок,



Рис. 1. Зависимость спектрального индекса $a_1 = a$ (86—178 *ми*) от плотности потока S_{3CR} .

связанных с нелинейностью в калибровке и эффектом "путаницы" (confusion) на частоте 86 мид, показал, что они не могут объяснить такое увеличение спектрального индекса. В то же время сопоставление плотностей потоков радиоисточников, измеренных в каталоге ЗСR с плотностями потоков этих же источников по данным каталогов 3С [9] и 4С [10, 11] указывает, по-видимому, на имеющее место в 3СR занижение плотностей потоков слабых радиоисточников (см. табл. 1). Однако достаточно точное определение соответствующих

№№ групп	$\frac{S_{3CR}}{10^{-26} sm/m^2 i g}$	S _{4C} /S _{3CR}	S _{3C} /S _{3CR}
I	S<40	1.086±0.009	1.052 <u>+</u> 0.047
II	20 < S < 40	1.075 .017	1.107 .056
III	15< <i>S</i> <20	1.061 .012	1.077 .056
IV	11<\$<15	1.079 .012	1.075 .039
v	S<11	1.108 .014	1.183 .030

поправок в плотности потоков S_{3CR} нам представлялось весьма затруднительным и поэтому в дальнейшем анализе мы использовали данные о плотностях потоков радиоисточников на частоте 178 ми, полученные в обзоре 4С и приведенные к шкале [2].

Помимо работы [6] и каталога 4С в дальнейшем использовались данные обзора радиоисточников из каталога 3СК на частотах [750 ми и 1400 ми [3]. На основе этих данных для источников с галактической широтой $|b| > 10^{\circ}$ были построены зависимости $a(v_1 - v_2)$ от S_{178} для ряда возможных комбинаций и и и (см. рис. 2). Средние значения спектральных индексов и среднеквадратичные уклонения их от среднего, найденные для каждой группы источников, приведены в табл. 2*. Там же приведены значения ковффициентов a и b($a = a \lg S_{178} + b$), найденных по способу наименьших квадратов. При этом условными уравнениями служили соотношения между a и S_{178} для каждого источника в отдельности (всего свыше 240 уравнений) и все они были взяты с равными весами. Данные по каждому источнику, использованные в настоящей работе, приведены в [12].

3. Результаты. Проведенный анализ показывает, что спектральные индексы радиоисточников в среднем увеличиваются с уменьшением плотности потока S₁₇₈. Этот факт, на наш взгляд, невозможно объяснить ошибками, связанными с нелинейностью калибровки в отдельных обзорах или с влиянием эффекта "путаницы". Так, для объяснения зависимости $a_5 = a (86-1400 \text{ мгу})$ от S_{128} систематической ошибкой в измеренных плотностях потоков на 86 или 1400 жи требуется нелинейность ~ 30°/, при изменении мощности входного сигнала в 10 раз. Такая нелинейность в калибровке не может остаться незамеченной. Не может быть она вызвана и эффектом "путаницы". Действительно, среднеквадратичная ошибка, обусловленная эффектом "путаницы", на 86 ми составляет (см. [13]) величину порядка $2 \times 10^{-26} \, sm/m^2$ и (на 1400 ми она оказывается совершенно незначительной), и ожидаемое систематическое завышение плотностей потоков радиоисточников, равное 1/4 σ²/S (где с — среднеквадратичная ошибка, обусловленная эффектом "путаницы", см. [14]), даже для самых слабых источников составляет величину порядка 10/0.

Следует отметить, что если эта ошибка ($\sim 30^{\circ}/_{0}$) содержится в обзоре на частоте 1400 мид, то необходимо объяснить, почему наблюдается аналогичная зависимость $\alpha_{4} = \alpha$ (86—750 мид) от S_{178} , а если считать, что она содержится в обзоре на частоте 86 мид, то

^{*} Значения и и и, приведенные в табл. 2, не являются нозависимыми от предыдущих значений и, и и из.

Таблица 2

	ПАОТНОСТЬ ВОТОКОВ		Спектральные индексы и их среднеквадратичный разброс					
Мо № групп в 10 ⁻²⁴ вт/ж ³ 12 на частоте 178 ж		lgS	$\alpha_1 = \alpha(86 - 178)$	a2=a(178-750)	a3=a(750-1400)	a ₄ =a(86-750)	a ₃ =a(86-1400)	
I	S>40	1.83	$0.81 \pm 0.05 \\ \sigma = 0.25$	0.76 ± 0.04 $\sigma = 0.19$	$0,86\pm0,05$ $\sigma=0,25$	0.77+0.04 c=0,18	0.79 <u>+</u> 0.04 σ=0.19	
п	S<40 S≥20	1,40	0.91 ± 0.03 $\sigma=0.23$	0,79 <u>+</u> 0.03 ₅==0.19	0,84 <u>+</u> 0,03 σ=0.18	0,83+0,02 =0.16	$0,83\pm0.02$ $\sigma=0,16$	
111	\$<20 \$>15	1,23	0,86±0.04 σ=0.32	0.82 ± 0.03 $\sigma=0.21$	$0,86\pm0.03$ $\sigma=0,23$	$0,83\pm0.02$ q=0.17	0,84+0,02 =0,18	
IV	<i>S</i> ^{<15} ≥12.5	1,13	$0.90\pm0.05 \\ \sigma=0.34$	0.89 <u>+</u> 0.04 ₹=0.27	0.86 <u>+0.03</u> 0=0.25	0.89 ± 0.03 $\sigma=0.23$	0.88 ± 0.03 $\sigma=0.22$	
v	<i>S</i> <12.5	1.04	0.95 ± 0.04 $\sigma=0.33$	0.85 ± 0.03 $\sigma=0.21$	0.88 <u>+</u> 0.02 σ=0.17	0.87 ± 0.03 $\sigma=0.19$	0.87+0.02 =0.16	
	a		-0.146±0.080	-0.130+0.058	-0.042+0.056	-0.125 <u>+</u> 0.050	-0.103±0.047	
	Ь		1.079±0.102	0.994±0.074	0.914 + 0.071	1.005±0.064	0.979±0.061	

Р. Д. ДАГКЕСАМАНСКИЙ

О СПЕКТРАЛЬНОМ ИНДЕКСЕ ВНЕГАЛАКТИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ 301,



Рис. 2. Зависимости спектральных индексов a_1 , a_2 , a_3 , a_4 и a_5 (см. табл. 2) от ____ плотности потока S_{178} . Прямые соответствуют ковффициентам a и b (a=a) $S_{178}+b$), приведенным в табл. 2.

значение ковффициента а в зависимости а₁ от S₁₇₈ должно быть около •0.40, что намного превосходит найденное значение 0.146.

Учет закона распределения источников по плотностям потоков ("population-low", см. [5]) лишь незначительно изменит значения средних спектральных индексов для отдельных групп (соответствующая поправка $\Delta \alpha < 0.01$) и значения ковффициентов *a*, приведенные в табл. 2.

Из гистограмм распределения спектральных индексов a_4 и a_5 , построенных для первой и пятой групп источников и приведенных на рис. З, видно, что увеличение среднего спектрального индекса происходит не за счет появления источников со спектральными индексами, существенно превышающими среднее значение. Напротив, распределения источников в этих группах довольно близки по форме, но несколько смещены одно относительно другого.



Рис. 3. Гистограммы распределения первой и пятой групп радноисточников по -спектральным индексам а4 и а5. Стрелками указаны соответствующие средние значения спектральных индексов.

На рис. 4 нанесены значения ковффициента α , взятые из табл. 2, в зависимости от частоты v_{cp} $\left(\lg v_{cp} = \frac{\lg v_1 + \lg v_2}{2} \right)$. Крестиками здесь обозначены точки, соответствующие спектральным индексам α_4 и α_5 , которые не являются полностью независимыми от остальных трех точек. Из этого рисунка следует, что зависимость $\alpha (v_1 - v_2)$ от S_{178} , по-видимому, несколько ослабевает по мере увеличения v_{cp} .



Veru

Рис. 4. Зависимость коэффициента а от v_{ср}. Эначения а, соответствующие спектральным индексам и и а₅, обозначены крестиками.

4. Заключение. В предыдущих разделах были получены некоторые, пока еще скудные, сведения о функции $\alpha(v_{cp}, S_{178})$. В общем случае она оказывается связанной с функцией $\alpha'(v_{взл}, T)$, характеризующей изменения среднего спектрального индекса радиоисточников с эпохой T, некоторым интегральным соотношением, зависящим от конкретно выбранной модели Вселенной и функции светимости радиоисточников.

В свое время Хишен [15] и Ю. П. Псковский [16] указывали на наличие корреляции между спектральным индексом и абсолютной радиосветимостью внегалактических радиоисточников. Нам кажется, что эта корреляция могла возникнуть как следствие реально существуюцей зависимости спектрального индекса от расстояния (впохи) и эффекта селекции (источники малой светимости наблюдаются преимущественно на близких расстояниях). Такое предположение не противоречит данным табл. 2 работы [16].

Отметим, наконец, что из самого факта наличия зависимости спектрального индекса от плотности потока еще вовсе не следует, что средний спектр излучения радиоисточников меняется с эпохой (точно также и из отсутствия ее еще не следует постоянство среднего спектра радиоисточников). Действительно, из-за космологи-162—9 ческого красного смещения мы наблюдаем для близких и далеких источников разные участки спектров излучения. Следовательно, даже в том случае, если α' зависит только от v_{H3A} и не зависит от T, измеряемый спектральный индекс α будет меняться с плотностью потока. Нам представляется, что дальнейшее уточнение вида функции $\alpha(v_{cp}, S)$ позволит сделать некоторые заключения относительно зависимости α' от v_{H3A} и T.

Автор признателен Р. А. Владимировой за помощь, оказанную в проведении расчетов.

Физический институт им. П. Н. Лебедева АН СССР

ON THE DEPENDENCE OF THE SPECTRAL INDEX OF EXTRAGALACTIC RADIO SOURCES FROM FLUX DENSITY

R. D. DAGKESAMANSKI

From the analysis of the data for flux densities of sources from 3CR catalogue the growth of mean spectral index is found when flux density is decreasing. The slopes of $\alpha - \lg S_{178}$ curves are calculated for some frequency diapasons.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. S. Longair, M. N., 133, 421, 1966.

- 2. K. I. Kellermann, Ap. J., 140, 969, 1964.
- I. I. K. Pauliny-Toth, C. M. Wade, D. S. Heeschen, Ap. J., Suppl. ser., 13, No 116, 1966.
- 4. R. J. Long, M. A. Smith, P. Stewart, P. J. S. Williams, M. N., 134, 371, 1966.
- 5. P. J. S. Williams, P. Stewart, M. N., 135, 319, 1967.
- 6. В. С. Артюх, В. В. Виткевич, Р. Д. Дагкесаманский, В. Н. Кожухов, Астрон. ж., 45, 4, 1968.
- 7. В. С. Артюх, В. В. Виткевич, Р. Д. Дагкесаманский, В. Н. Кожухов, ДАН СССР, 178, 6, 1968.
- 8. A. S. Bennett, Mem. R. astr. Soc., 68, 163, 1962.
- D. O. Edge, W. B. McAdam, J. E. Baldwin, J. R. Shakeshaft, Mem. R. astr. Soc. 68, 37, 1959.
- 10. J. D. Pilkington, P. F. Scott, Mem. R. astr. Soc., 69, 183, 1965.
- 11. J. F. R. Gower, P. F. Scott, D. Wills, Mem. R. astr. Soc., 71, 49, 1967.
- 12. Р. Д. Данкесаманский, Препринт ФИАН, 64, 1968.
- 13. В. С. Артюх, В. В. Виткевич, Р. Д. Дагкесаманский. Астрон. т., 44, 5, 1967.
- 14. A. S. Bennett, M. N., 125, 75, 1962.
- 15. D. S. Heeschen, A. J., 65, 346, 1960.
- 16. Ю. П. Псковский, Астрон. ж., 39, 222, 1962.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

выпуск 2

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМ ПРИ ПОМОЩИ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Т. А. АГЕКЯН, А. С. БАРАНОВ Поступила 22 июля 1968

Предлагается метод построения моделей звездных систем при помощи числевного эксперимента.

Метод использован для изучения распределений звездной плотности, потегциала и дисперсий скоростей в радиальном и трансверсальном направлениях в сферически симметричной квазистациоварной системе пяти тел равных масс.

1. Постановка задачи. Несмотря на значительные успехи, достигнутые в последние годы, проблема построения теоретических моделей звездных систем еще не решена. Даже для простейших систем — сферических построенные теоретические модели [1-23] пстребовали введения некоторых предположений о законе распределения скоростей или зависимости фазовой плотности от интегралов движения. С ними в одних случаях трудно согласиться, в других же случаях, хотя они и приемлемы в том смысле, что не могут сущсственно исказить получаемые распределения физических характеристик, их правильность не очевидна. Кроме того, в большинстве исследований до сих пор не учитывается зависимость состояния системы от ее стадии динамической эволюции.

Что касается теоретических моделей вращающихся звездных систем, то их построение только начато [24, 25].

В настоящей работе предлагается способ построения теоретических моделей звездных систем, основанный на методе численного эксперимента.

Хотя численные методы уже широко применялись для решения задачи *п* тел, максимально возможное значение *n* в выполненных ра-

ботах все еще не превосходит нескольких сот, и этого при обычном подходе недостаточно для построения модели даже простейшей сферической системы со звездами равных масс.

В основе предлагаемого метода лежит некоторое обобщение понятий распределения звездной плотности, распределения скоростей центроидов, распределения дисперсий остаточных скоростей звезд, распределения потенциала.

Рассмотрим некоторый малый объем V звездной системы. Звездной плотностью в этом объеме называется величина

$$D = \frac{n}{V},$$
 (1)

где n — число звезд в объеме V.

Компонентом скорости центроида по некоторому направлению называется величина

$$q_{0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} q_{ii}$$
(2)

где q_i — соответствующие компоненты скоростей звезд, и соответствующей дисперсией остаточных скоростей —

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (q_i - q_0)^2.$$
(3)

В реальной звездной системе эти величины все время меняются. Если система стационарна, они являются случайными стационарными функциями. Поэтому при нахождении распределений физических характеристик в модели звездной системы плотностью, компонентами скорости центроида и дисперсиями остаточных скоростей данного объема следует называть соответствующие средние значения случайных функций (1), (2) и (3).

Легко видеть, что эти средние значения можно получать следующим образом. Будем следить за выделенным объемом и отмечать время t_k пребывания в нем звезд. Тогда звездной плотностью объема назовем величину

$$D = \frac{1}{TV} \sum_{k=1}^{m} t_k. \tag{4}$$

Одна и та же звезда может много раз побывать в объеме V, величина t_k есть время одного пребывания звезды в объеме, так что m равно числу пересечений звездами объема V за время T.

построение моделея звездных систем

Аналогично, компонентом скорости центроида по направлению q назовем величину

$$q_0 = \frac{1}{TVD} \sum_{k=1}^m q_k t_k, \tag{5}$$

а дисперсией остаточных скоростей звезд по этому направлению

$$a_q^2 = \frac{1}{TVD} \sum_{k=1}^m (q_k - q_0)^2 t_k = \frac{1}{TVD} \sum_{k=1}^m q_k^2 t_k - q_0^2, \tag{6}$$

где q_k — компонент скорости звезды при пересечении объема.

Время T необходимо брать таким, чтобы m было достаточно велико. Вместе с тем T должно быть мало в сравнении со временем перехода системы из данной эволюционной стадии в следующую. Если, например, звездная система находится в состоянии, стационарном в регулярном поле, но нестационарном в иррегулярном поле, то T должно быть мало в сравнении со временем релаксации.

Очевидно, что в системе с очень большим числом звезд (так что малый объем V содержит внутри себя достаточно много звезд) величины (4), (5) и (6) совпадают с обычно понимаемыми звездной плотностью, компонентом скорости центроида и дисперсией скоростей звезд. Но если число звезд в системе мало, то понятия распределений звездной плотности, скоростей центроидов и дисперсий остаточных скоростей в старом понимании не существовали. В обобщенных же формулировках (4), (5) и (6) они столь же определенны для систем с малым n (вплоть до n = 3), как и для систем с очень большим n.

Распределение величин (4), (5) и (6) в звездной системе с небольшим числом членов удобно получать, решая численно систему уравнений движения

$$\frac{d^{3}x_{i}}{dt^{3}} = G \sum_{j \neq i} m_{j} \frac{x_{j} - x_{i}}{r_{ij}^{3}},$$

$$\frac{d^{3}y_{i}}{dt^{2}} = G \sum_{j \neq i} m_{j} \frac{y_{j} - y_{i}}{r_{ij}^{3}},$$

$$\frac{d^{3}z_{i}}{dt^{2}} = G \sum_{j \neq i} m_{j} \frac{z_{j} - z_{i}}{r_{ij}^{3}},$$

$$(i, j = 1, 2, ..., n),$$
(7)

где r_{ij} — взаимные расстояния, G — постоянная тяготения, m_i — массы звезд.

При интегрировании (7) в объемчиках, на которые разбито пространство системы, должны непрерывно фиксироваться и суммироваться величины t_k , $q_k t_k$ и $q_k^2 t_k$.

Можно также, не выполняя суммирования, находить распределение $q_k - q_0$ для каждого малого объема. При этом величины t_k будут иметь смысл весов.

Далее, в ходе решения уравнений движения в каждой точке системы может фиксироваться значение потенциала гравитационного поля

$$\Phi = G \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{p_i},\tag{8}$$

где ρ_t — расстояние *t*-го компонента системы от рассматриваемой точки. Непрерывно суммируя значения потенциала для многих точек и определяя их средние значения Φ, в каждой точке за время *T*, можно построить поле гравитационного потенциала системы. Очевидно, что это будет *регулярное поле* системы.

Для получения характеристик иррегулярного поля необходимо, чтобы фиксировался в каждый момент t потенциал в данной точке Φ_t и определялись средние по времени произведений ($\Phi_t - \Phi_r$) × × ($\Phi_{t+\tau} - \Phi_r$), где τ — некоторый промежуток времени.

Это определит корреляционную функцию H(z) по времени иррегулярного потенциала в разных точках системы. Аналогично можно вычислить корреляционную функцию $H(\varphi)$ по расстоянию иррегулярного потенциала, находя среднее значение величины

$$(\Phi - \Phi_r) (\Phi_p - \Phi_r),$$

где Ф и Ф_ф — мгновенные потенциалы в точках с одинаковым регулярным потенциалом на расстоянии р друг от друга.

Представляют интерес и средние по времени значения скорости изменения потенциала

$$\frac{d\Phi}{dt} = G \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{\rho_i}{\rho_i^2}$$
(9)

в разных точках системы и соответствующие корреляционные функции. Можно также проследить изменение момента инерции системы

$$I = \frac{1}{M} \sum_{i+j} m_i m_j r_{ij}^2, \qquad (9')$$

где М — масса всей системы.

Можно, наконец, получить статистические расстояния звезд каждой массы соответственно от центра инерции системы и ее геометрического центра.

Интересно разрешить следующие вопросы:

1) В какой мере распределение плотности и других характеристик зависит от числа тел л?

2) Совпадает ли распределение потенциала, находимое по распределению плотности, с непосредственно определяемым регулярным потенциалом системы?

3) Удовлетворяются ли (с некоторой степенью приближенности) для найденных функций распределения гидродинамические уравнения: для стационарной сферической системы

$$\frac{\partial}{\partial r}(\bar{D\pi^2}) - D\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{D}{r}(\bar{2\pi^2} - \bar{\theta^2}) = 0,$$

где r — рассстояние от центра, π — радиальный, а θ — трансверсальный компоненты скорости звезды, и для стационарной вращающейся системы

$$\frac{\partial \left(D\bar{x}^{2}\right)}{\partial R} - D\frac{\partial \Phi}{\partial R} + \frac{D}{R}\left(\bar{x}^{2} - \bar{\vartheta}^{2}\right) = 0$$
$$\frac{\partial \left(\Gamma\bar{\gamma}^{2}\right)}{\partial z} - D\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0,$$

где R — расстояние от оси симметрии, z — расстояние от плоскости симметрии, \star — компонент скорости в направлении от оси симметрии, ϑ — компонент скорости в направлении вращения, γ — компонент скорости в направлении от плоскости симметрии.

Если п мало (составляет несколько единиц), то, как известно, иррегулярные силы действуют не медленнее регулярных, система сразу же переходит в квазистационарное в целом состояние, не побывав в состоянии, стационарном в регулярном поле, но нестационарном в иррегулярном поле.

Поэтому, выполняя вычисления при малом *n*, можно получить только распределения, соответствующие квазистационарному в целом состоянию. Совпадают ли получаемые при этом распределения с распределениями, устанавливающимися при достижении квазистационарного состояния в системах с большим значением *n*? Уравнения, описывающие распределения характеристик в теоретических моделях квазистационарных систем от числа тел не зависят, если фиксированы генеральные характеристики системы. Однако возможно, что это свойство есть результат молчаливого предположения, что *n* велико, и, следовательно, допустимо использование распределения потенциала системы, соответствующего получаемому распределению плотности. Возможно, что распределение характеристик в квазистационарной системе не зависит от *п* только в том случае, когда *п* велико.

Очевидно, что в предлагаемом методе ответ на поставленный вопрос можно получить, рассматривая и сравнивая между собой системы с различным значением л.

Численный эксперимент. Для оценки возможностей предла-2. гаемого метода была выполнена работа по сокращенной программе. предусматривающей получение результатов по части поставленных задач. Рассматривалась сферическая система пяти тел одинаковых масс. Массы тел приняты равными единице. Начальные координаты и их первые производные должны удовлетворять девяти условиям, обеспечивающим совпадение с началом координат центра инерции системы, неподвижность центра инерции и равенство нулю полного момента количества движения системы. Оставшиеся свободными начальные координаты и компоненты скоростей определялись как случайные числа в промежутке (0, 1). После этого все компоненты скоростей умножались на ковффициент, такой, чтобы выполнялась в целом теорема вириала, и кроме того для каждого компонента проверялось условие — полная внергия компонента должна быть отрицательной.

Когда начальные условия получены, определяются энергия системы

$$E = -\frac{G}{2} \sum_{i+j} \sum_{r_{ij}} \frac{1}{r_{ij}},$$
 (12)

эффективный радиус системы

$$r_0 = \frac{5G}{-E},\tag{13}$$

средняя квадратичная скорость компонентов системы

$$w = \sqrt{\frac{-E}{5}} \tag{14}$$

и физическая единица времени в системе, равная среднему времени пересечения компонентом системы по диаметру

$$\tau_0 = \frac{2r_0}{w} = 10 \sqrt{5} G(-E)^{-3/a}.$$
 (15)

построение моделей звездных систем

Уравнения движения решались численно. Контролем служило постоянство интегралов задачи. В тех случаях, когда одно из взаимных расстояний между компонентами становилось меньше 10^{-3} , вычисления производились по регуляризованной системе уравнений движения (см., например, [26]).

Вычисление D, согласно выражению (4), и дисперсий скоростей в радиальном и трансверсальном направлениях начиналось по истечении промежутка времени $3\tau_0$ от начала движения, чтобы можно было считать, что произошло перераспределение координат и их производных под действием иррегулярных сил, и система пришла в квазистационарное состояние.

Вычисление с данными начальными условиями прекращалось, если один из компонентов удалялся на расстояние от центра инерции, большее $10r_0$, или если накапливающаяся ошибка в E делала вычисления очень замедленными. Тогда задавались новые начальные условия так, чтобы интегралы задачи были в точности равны их значениям в предыдущих начальных условиях, и по истечении времени $3\tau_0$ суммирование фиксированных величин продолжалось нарастающим итогом. Всего было использовано 12 комбинаций начальных условий. Энергия не отклонялась от своего постоянного значения E, определяемого через (13), больше, чем на $10^{-3} E$.

Проведем из центра системы сферические поверхности, так, чтобы радиус $r_{(l+1)}$ каждой сферы был связан с радиусом $r_{(l)}$ предыдущей сферы соотношением:

$$r_{(i+1)} = r_{(i)} + 0.1 (i = 1, 2, ..., 42; r_{(1)} = 0.1; r_{(42)} = 10r_0 = 42).$$

Тогда рассмотренное пространство системы разобьется на 42 объема, для каждого из которых определялась плотность D согласно выражению (4).

Кроме того, на расстояниях r_0 , $2r_0$, ..., $10r_0$ от центра системы вычислялись дисперсии скоростей в радиальном и трансверсальном направлениях. Работа производилась до тех пор, пока влияние случайных флуктуаций звездной плотности не стало малым. После того, как получена функция D, можно определить потенциал Φ регулярного гравитационного поля сферической системы, решая численно уравнение Пуассона

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\Phi}{dr}\right) = -4\pi GD.$$
(16)

В табл. 1 приведены результаты численного эксперимента, суммарные по использованным комбинациям начальных условий.

-				Таблица 1
N	D.105	D-105	ф·10 ⁵	φ·10 ⁵
1	100000	100000	100000	100000
2	97834	96605	89424	89521
3	65698	70795	72227	72657
4	44898	44668	55766	55579
5	29391	27542	42062	41650
6	15296	16218	31279	31316
7	9668.4	9772.4	23920	24059
8	6249.7	6456.5	19021	19083
9	4356.1	4518.6	15646	15560
10	3077.6	3162.3	12975	12931
11	2325.4	2317.4	11010	10922
12	1698.1	1678.8	9456.0	9357.2
13	1342.7	1333.5	8215.7	8125.1
14	1085.2	1071.5	7203.4	7127.5
15	951.86	870.96	6350.8	6389.7
16	684.22	707.95	5601.6	5573.8
17	574.53	562.34	4961.0	4957.7
18	455.48	467.74	4423.1	4430.4
19	371.72	398.11	3964.4	3980.2
20	338.68	338.84	3673.9	3587.2
21	315.77	302.00	3229.4	3237.6
22	287.47	269.15	2910.8	2922.0
23	242.69	239.88	2610.0	2632.5
24	229.24	208.93	2331.0	2365.0
25	173.20	181.97	2071.3	2118.6
26	147.95	158.49	1836.2	1893.3
27	125.96	138.04	1630.4	1688.1
28	114.14	120.23	1449.1	1501.6
29	105.24	107.15	1266.9	1332.6
30	97.673	97.724	1138.3	1178.7
31	91.811	87.096	999.72	1037.2
32	80.583	77.625	868.57	906.35
33	70.223	69.183	745.02	795.52
34	61.970	60.954	630.52	674.98
35	51.462	53.703	525.32	571.61
36	48.221	48.863	429.97	477.77
37	41.990	43.652	343.36	391.88
38	30.608	38.905	264.12	312.86
39	27.821	35.481	193.93	239.96
40	23.238	31.623	132.72	172.57
41	13,135	24.547	76.911	110.23
42	3.2895	21.878	33.838	52.735

. .

Графы дают D — полученную звездную плотность в относительных единицах, \overline{D} — сглаженную звездную плотность, потенциал Φ решение уравнения Пуассона (16) для полученной звездной плотности, $\overline{\Phi}$ — решение уравнения Пуассона для сглаженной звездной плотности. Значения потенциалов приведены для *г*, делящих сферические слои на два равновеликих объема.

Умножая значения функции D на коэффициент $\mu = 1.2864$, мы найдем истинную звездную плотность, интегрируя которую по объему системы, получим число звезд всей системы n = 5.

Ход изменения логарифма звездной плотности и дисперсий компонентов скоростей показан также на рис. 1 и 2.



Как видно из рис. 1, кривая полученной звездной плотности почти не нуждалась в сглаживании.

Табл. 1 показывает, что вблизи центра звездная плотность почти не меняется, а затем резко спадает к периферии. Вблизи границы заметно отклонение хода плотности от сглаженного общего закона. Это должно объясняться принятием конечной границы у системы, хотя в действительности в рассматриваемой автономной модели плотность должна спадать асимптотически.



Ряс. 2.

	1 1000	Таблица 2
r ₀	π ² ·10 ²	62.102
1	100.0	64.939
2	71.860	48.825
3	47.085	38.447
4	45.259	29.764
5	37.753	24.851
6	31.406	9.9911
7	18.438	8.4833
8	15.217	5.3489
9	11.386	1.4442
10	9.3538	1.1839

Табл. 2 показывает сильную вытянутость эллипсоида скоростей в радиальном направлении. Нами построена модель системы простейшего типа — квазистационарной в целом, сферической и со звездами одинаковой массы. В настоящее время в Астрономической обсерватории Ленинградского университета ведется работа по построению аналогичных моделей сферических квазистационарных систем со звездами разных масс, а также моделей вращающихся квазистационарных систем.

Аснинградский Государственный университет

THE CONSTRUCTION OF STELLAR SYSTEM MODELS BY NUMERICAL EXPERIMENT

T. A. AGEKIAN, A. S. BARANOV

A method of constructing stellar system models by numerical experiment is suggested.

The method is applied for the determination of density and potential functions and for the construction of the velocity ellipsoid in spherical quasi-stationary systems for the case of 5 bodies of equal masses.

ЛИТЕРАТУРА

1. Т. А. Азекян, Вестн. ЛГУ, № 1, 1962.

2. Т. А. Азекян, Астрон. ж., 40, 1963.

3. Т. А. Алекян, Астрон. ж., 41, 1964.

4. Т. А. Алекян, И. В. Петровская, Уч. зап. ЛГУ, № 307, 1962.

5. Ю.-И. К. Велтманн, Публ. Тарт. астрон. обс., 34, № 1, 1964.

6. Ю.-И. К. Велтманн, Публ. Тарт. астров. обс., 34, № 2, 1964.

7. Ю.-И. К. Велтманн, Публ. Тарт. астрофиз. обс. 35, № 1, 1965.

8. Ю.-И. К. Велтманн, Публ. Тарт. астрофиз. обс. 35, № 5, 1966.

9. Г. Г. Кузмин, Публ. Тарт. астрон. обс., 33, № 2, 1957.

10. Г. Г. Кузмин, Ю.-И. К. Велтманн, Публ. Тарт. астрофиз. обс. 36, № 1, 1967.

11. К. Ф. Огородников, ДАН СССР, 116, № 2, 1957.

12. И. В. Петровская, Астров. ж., 42, № 3, 1965.

13. И. В. Петровская, Астрофизика, 1, 4. 1965.

14. P. Bouvler, Arch. Sci. (Genève) 16, No. 2, 1963,

15. P. Bouvier, Publs. Observ. Genève, A, 71, 1965.

16. M. Hénon, Ann. astrophys, 22, No. 2, 1959.

17. M. Hénon, Ann. astrophys., 23, No. 3, 1960.

18. M. Hénon, Ann. astrophys., 24, No. 5, 1961.

- 19. M. Hénon, Ann. astrophys., 27, 2, 1964.
- 20. M. Hénon, Ann. astrophys., 28, 1, 1965.
- 21. R. W. Michie, M. N., 3, 126, 1963.
- 22. R. W. Michie, M. N., 126, 331, 1963.
- 23. R. Wolley van der R., Observatory, No 924, 81, 1961.
- 24. Т. А. Азекян, Астрон. ж., 2, 43, 1966.
- 25. К. Ф. Огородников, Астрон. ж., 5, 34, 1957.
- 26. Г. Н. Дубошин, Небесная механика. Аналитические и качественные методы, Наука, М., 1964.

-

академия наук армянской ССР АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

выпуск 2

МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАСС В М 31. II.

В. С. СИЗИКОВ Поступила 28 октября 1967

Рассчитана модель галактики М 31 в виде неоднородного неподобного сфероида. В основу расчета положены закон вращения подсистемы нейтрального водорода ван де Хюлста, Раймонда и ван Вердена [4] и фотометрические данные де Вокулера и др. [2]. При принятом расстоянии до М 31 630 кпс вычислены сферичность, плотность, отношение масса—светимость и масса в функции большой полуоси сфероида (до большой полуоси 180' ~ 33 кпс), а также пространственный потенциал.

1. Исходные данные и результаты расчетов. В Вычислительном центре Ленинградского университета выполнены расчеты модели галактики М 31 в виде неоднородного неподобного сфероида (поверхности постоянной плотности массы и светимости — совпадающие сфероиды с переменной сферичностью). Согласно [1], видимый модуль расстояния до М 31 взят равным 24^m 6, поглощение 0^m 6 [2], что соответствует расстоянию 630 клс (1' = 183 лс).

Известно, что NE- и SW-половины, а также SE- и NW-половины M31 несимметричны одна относительно другой как в отношении вращения, так и фотометрически. Мы будем использовать данные наблюдений, осредненные как по NE- и SW-половинам, так и по SE- и NW-половинам.

Закон вращения М 31 получен рядом авторов: Бэбкоком [3], ван де Хюлстом, Раймондом и ван Верденом [4], Готтесман, Дейвис и Реддиш [5], Робертс [6] и др. Чтобы сделать выбор, поставим следующие условия, которым должен удовлетьорять полученный закон вращения, чтобы обеспечить желаемую точность модели: 1) близость к закону кругового вращения (для чего необходимо, чтобы закон вращения был получен для подсистемы с малой дисперсией остаточных скоростей, то есть по возможности наиболее уплощенной), 2) нали-
чие подробных данных вблизи центра, 3) достаточная протяженность (до $2-3^{\circ}$ от центра), 4) гладкость, 5) одинаковая изученность вращения NE- и SW-половин. Закон вращения Бъбкока с характерным максимумом при расстоянии от центра $\approx 3'$ и почти нулевым минимумом при 8-9' не удовлетворяет первому условию вблизи центра, так как этот закон, согласно интерпретации П. П. Паренаго [7, стр. 389], определяется суммой кривых вращения центроидов сферической и плоской составляющих и с приближением к центру он все более отличается от закона кругового вращения. Кроме того, кривая скоростей Бэбкока уверенно простирается до расстояния от центра лишь $\approx 0^{0}5$.

Три другие отмеченных закона получены по излучению одной из наиболее уплощенных подсистем—подсистемы нейтрального водорода. Но Готтесман, Дейвис и Реддиш подробно исследовали вращение лишь SW-половины M 31, а закон вращения Робертса имеет слишком большой разброс точек, вследствие чего кривая вращения проводится неуверенно.

Закон вращения ван де Хюлста, Раймонда и ван Вердена наиболее полно удовлетворяет поставленным условиям (за исключением условия 2). Повтому для расчета модели М 31 мы воспользовались этим законом. В табл. 1 приведены лучевые скорости в функции расстояния от центра (в мин. дуги) вдоль линии узлов согласно данным этих авторов.

						1 00	лица І
R'	7.5	15	22.5	30	37.5	45	60
V _{лүч} , км/сек	100	187	234	259	270	267	255
R'	75	90	105	120	135	150	180
V _{луч} , кжісек	243	236	230	226	221	216	206

В качестве фотометрических данных (осреденных как по NE-и SW-половинам, так и по SE- и NW-половинам) использованы результаты де Вокулера [2], составленные по совокупным данным нескольких авторов (Редман и Ширлей, Фрике, Стеббинс и Уитфорд, де Вокулер). Эти данные приведены к системе *B*-величин де Вокулера, исправлены за поглощение в земной атмосфере и за излучение фона и в них исключено влияние спутников NGC 205 и M 32 на распределение светимости в M 31. Они приведены в виде точек на рис. 1 и 2 где *B*— значение *B*-величины (в системе UBV), еще не исправленной за поглощение в Галактике, на кв. сек. дуги; х и у— расстояния от центра соответственно вдоль линии узлов и малой оси в мин. дуги. Поскольку вблизи центра *B*-величина с изменением расстояния изменяется быстро, то для удобства отображения мы отложили по горизонтальным осям Vx и Vy. Через совокупность точек на рис. 1 и 2 провели сглаженные кривые до $B = 26^{m}8$. Чтобы распространить фо-



тометрические данные дальше, до того же удаления от центра, что и закон вращения (если считать вдоль линии узлов), мы произвели вкстраполяцию (пунктир на рис. 1 и 2). 162—10

В. С. СИЗИКОВ

В табл. 2 приведены окончательные фотометрические данные вдоль большой и малой осей, снятые со сглаженных кривых рис. 1 и 2 (В-величины по-прежнему не исправлены за поглощение в Галактике). Эти данные, наряду с законом вращения, положены в основу расчета модели M 31.

Таблица 2

x	0′	0.5	1	2	3:	4	5	10	15	20
$B \frac{m}{(1^{*})^{3}}$	15.1	18.0	18.6	19.4	19.85	20.25	20.55	21.4	21.8	22.2
x	30′	40	50	60	70	90	110	130	150	180
В	22.55	22.8	23.05	23.4	23.9	25.0	26.1	27.2	28.3	30.0
y	0′	0.5	1	1.5	2	3	4	5	6	8
В	15.1	18.2	18.9	19.4	19.8	20.4	20.95	21.35	21.7	22.2
y	10′	13	16	19	22	25	30	40	50	57.5
В	22.6	23.05	23.45	23.9	24.4	24.85	25.65	27.25	28,8	30.0

Существуют следующие оценки угла между лучом зрения и осью вращения M 31: $i = 75^{\circ}$ (Кинман [8]), $i = 74^{\circ}$ (Арп [9]), i = 77.7 (Бааде [10]). К выбору значения угла i нужно подходить осторожно, поскольку (как мы увидим дальше при анализе результатов Шмидта) небольшие изменения его (на 2—3°) приводят к значительным изменениям сферичности, плотности и т. д. Мы остановились на значении i = 77.7, определенном по сильно уплощенной подсистеме водорода HII. Г. М. Идлис [11] привел доводы в пользу именно втого значения угла i.

Абсолютная В-величина Солнца принята равной 5.^m47⁻ [2], его масса — 2·10³³2.

По данным табл. 2 способом, изложенным в работе [12], определена сферичность c(a) (согласно выражению (31) этой работы), отображенная на рис. З пунктирной линией (a — большая полуось сфероида). Для сравнения на рис. З нанесена функция

$$\tau(a) = \frac{\sqrt{\eta^2(a) - \cos^2 i}}{\sin i},\tag{1}$$

где η — отношение полуосей "видимых" эквиденсит. Мы видим, что действительная степень различия в сжатии различных областей М 31 несколько больше той, которая дается функцией $\tau(a)$. Но поскольку функции c(a) и $\tau(a)$ отличаются друг от друга незначительно, то $\tau(a)$ может служить первым приближением функции c(a), как это уже

отмечалось в [13]. Взаимный характер поведения функций т (a) и c (a) согласуется с качественными выводами, сделанными в [12].



Рис. 3.

Ход функции c(a) должен быть ограничен требованием непересечения поверхностей постоянной плотности, записывающимся в виде (ср. [14]):

$$\frac{d b(a)}{da} > 0, \qquad (2)$$

где $b(a) = c(a) \cdot a$. Нарушению условия (2) не препятствуют ни условие

$$\frac{d\eta(a)\cdot a}{da} > 0, \tag{3}$$

ни монотонность падения яркости с удалением от центра (что имеет место в фотометрических данных, использованных нами). Чтобы проверить, выполняется ли условие (2), мы построили функцию b(a). Эта функция отображена на рис. 4 сплошной линией. Как показывает рис. 4, в области $a \approx 30-50' \approx 5.5-9$ кпс условие (2) не выполняется, что требует специального объяснения.

В. С. СИЗИКОВ

Известно, что на структуру галактик большое влияние оказывает разбиение на подсистемы. Это приводит к заметному отличию эквиденсит в некоторых областях от сфероидов. И если эквиденситы все же моделировать сфероидами, то может возникнуть явление их пересечения. Кроме того, определенную роль играют и ошибки измерений (из рис. 1 и 2 видно, что в области $B \approx 22.6 - 23$ ^m0, соответствующей $a \approx 30-50'$, имеет место дефицит точек, вследствие_чего кривые B(x) и B(y) в этих местах проводятся неуверенно).



Чтобы соблюсти условие (2) и, таким образом, построить непротиворечивую модель, мы искусственно провели в области $a \approx 15-65'$ ереднюю сглаженную функцию b(a), для которой это условие выполняется. На рис. 4 эта сглаженная функция отмечена пунктиром. Вследствие такого искусственного приема полученную модель M 31 следует рассматривать как некое приближение, способное удовлетворителлно описывать реальное распределение масс в областях $a \leq 20'$ и $a \geq 60'$ и дающее лишь качественное представление об области $20' \leq a \leq 60'$.

Функция c(a), полученная по сглаженной b(a), отображена на рис. З и в табл. З и все дальнейшие расчеты выполнены с использованием сглаженной c(a).

Способом, изложенным в работе [12] (путем решения уравнения (8) втой работы методом последовательных приближений), вычислена

плотность p(a). Затем вычислена масса в пределах сфероида с большой полуосью a, равная:

$$\mathfrak{M}(a) = 4\pi \int_{0}^{a} \varphi(t) c(t) \left[1 + \frac{1}{3} \frac{d \ln c(t)}{d \ln t} \right] t^{2} dt, \qquad (4)$$

и отношение светимость—масса x(a) в солнечных единицах (согласно выражению (33) работы [12]) с поправкой за поглощение. Эти данные приведены в табл. 3 и на рис. 5, причем вместо x(a) приведена более



Рис. 5. Отношение масса — светимость в солночных единицах. — результат наших расчетов (с поправкой за поглощение в Галактике), — — — результат Шмидта [17], — · — · — результат Уайза и Мейалла [16].

привычная функция $x^{-1}(a)$ (отношение масса—светимость), которую для удобства обозначим через f(a) (т. е. $f(a) \equiv x^{-1}(a)$). Далее с использованием функций c(a) и $\rho(a)$ рассчитан потенциал $\Phi(R, z)$ (согласно выражению (37) работы [12]) (табл. 4 и рис. 6). Среднее значение сферичности

	~ ~		_
			_
_	~~~	a pase all cr	-

a'	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
а, кпс c(a) p·10 ²⁴ , 1/см ³	0 1 47.0	0.915 0.70 33.7	1.83 0.54 25.5	2.745 0.442 26.4	3.66 0.350 25.0	4.575 0.290 19.6	5.49 0.245 15.3	6.405 0.212 12.3	7.32 0.188 9.65	8.235 0.170 7.06
∭, 101®⊙ f(a)	0 0.305		0.613 1.84		2.85 13.3		5.62 20.1	1	8.08 18.5	
a'	50	60	70	80	90	100	120	140	160	180
а, клс c(a) p·10 ²⁴ , 1/см ³ Д, 10 ¹⁰ ⊙ f(a)	9.15 0.158 5.04 10.1 12.2	10.98 0.149 2.69 11.8 9.0	12.81 0.156 1.30 13.3 6.9	14.64 0.170 1.07 14.7 9.8	16.47 0.184 0.785 16.4 13.0	18.30 0.195 0.600 18.0 18.0	21.96 0.212 0.351 20.9 34.9	25.62 0.224 0.206 23.5 71.7	29.28 0.233 0.184 25.8 282	32.94 0.239 0.064 27.6

Таблица 4

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ Ф (R, z) В 104 км²/сек²

1	R	0'	10	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220
	0'	20.84	19.89	17.45	12.81	9.87	8.03	6.72	5.73	4.94	4.27	3.72	3.28	2.94
	5	18.85	18.19	16.59	12.65	9.84	8.02	6.71	5.72	4.93	4.26	3.72		
1	0	16.85	16.39	15.23	12.20	9.71	7.98	6.69	5.71	4.90	4.24	3.71		
1	5	15.20	14.89	14.00	11.64	9.48	7.85	6.62	5.66	4.87	4.22	3.70		-
2	0	13.80	13.60	12.93	11.00	9.16	7.67	6.50	5.59	4.82	4.19	3.68		
3	0	11.70	11.58	11.17	9.87	8.47	7.24	6.24	5.39	4.68	4.10	3.64		
4	0	10.08	10.01	9.74	8.82	7.78	6.80	5.91	5.19	4.54	4.01	3.58		
5	0	8.87	8.81	8.64	7.97	7.17	6.38	5.61	4.98	4.40	3.92	3.51		
6	0	7.90	7.86	7.72	7.26	6.60	5.98	5.33	4.78	4.25	3.81	3.44		
8	0	6.48	6.45	6.37	6.09	5.69	5.25	4.80	4.36	3.96	3.59	3.27		
10	0	5.47	5.44	5.39	5.20	4.96	4.67	4.30	3.99	3.66	3.37	3.10		
12	0	4.71	4.70	4.68	4.56	4.36	4.14	3.91	3.65	3.40	3.16	-		
15	0	3.90	3.90	3.88	3.82	3.71	3.58-	3.40	3.23	3.04				
18	0	3.35	3.35	3.34	3.29	3.20	3.12	3.00				1		

модель распределения масс в м 31



найдено равным 0.204. Все интегралы, необходимые для отыскания p(a), $\mathfrak{M}(a)$, $\varkappa(a)$, $\Phi(R, z)$ и \overline{c} , определялись численно по формуле



Рис. 6. Кривые постоянного потенциала в плоскости Rr.

Симпсона с шагом 5' (что примерно равно среднему расстоянию между соседними точками в фотометрических данных вдоль линии узлов (рис. 1) и его половине в законе вращения (табл. 1)).

2. Обсуждение полученных результатов и сравнение с результатами других авторов. Как показывает рис. 3, сферичность с (а) сначала быстро уменьшается от значения 1 до минимального (0.15) эначения при удалении от центра, а затем несколько повышается с ростом большой полуоси а на периферии. Условно можно выделить 3 подсистемы:

В. С. СИЗИКОВ

1. Подсистема, примыкающая к центру ($a \leq 30'$) с характерным быстрым увеличением сферичности к центру, вследствие чего область, непосредственно прилегающую к центру ($a \leq 5'$), можно назвать "сферической" подсистемой.

2. "Плоская" подсистема (40' $\leq a \leq 90$ ') с минимальным средним вначением $c \approx 0.17$).

3. Подсистема, переходная к короне ($a \gtrsim 100'$), с некоторым увеличением сферичности с ростом a.

Такое морфологическое подразделение находит свое подтверждение и в поведении функции f (a) (отношение масса-светимость) (рис. 5). В "сферической" подсистеме f имеет минимальное значение. Поэтому ядро, несмотря на известный факт повышенного значения показателя цвета (см. например, [15, стр. 229]), обладает повышенной излучательной способностью в голубых В-лучах (в расчете на единицу массы). Это следует считать отражением высокой активности ядра. Функция f (a) имеет еще один минимум, который приходится на "плоскую" подсистему, что согласуется с нашими представлениями о пониженном значении отношения масса-светимость в уплощенных. подсистемах галактик. В промежуточной подсистеме, располагающейся между подсистемой, примыкающей к центру, и плоской" подсистемой, f имеет местный максимум. В системе, переходной к короне, f резко возрастает с ростом а, то есть излучательная способность вещества (главным образом, звезд) на периферии резко падает с удалением от центра. Это, в частности, затрудняет проведение фотометрии на периферии М 31.

Как видно из табл. 3 и рис. 5, функция $f(\alpha)$ обладает очень большим диапазоном изменений. Этот результат не является неожиданным, так как он качественно совпадает с результатами предыдущих моделей M31. На рис. 5 для сраввения приведены результаты определения функции f (a) в плоской модели Уайза и Мейалла [16] и в модели Шмидта [17], представляющей суперпозицию двух неоднородных сферондов с постоянной сферичностью, равной 0.07. Правда, те и другие результаты получены в проекции на картинную плоскость вдоль линии узлов и не исправлены за поглощение света. Кроме того. в моделях Уайза и Мейалла, Шмидта и нашей модели в качестве исходных данных использованы различные законы вращения и фотометрические данные. Повтому количественное сравнение результатов определения f (a) в первых двух моделях с результатами нашей модели затруднительно. Тем не менее, можно отметить, что предыдущие результаты подтверждают вывод о большом диапазоне изменений отношения масса-светимость в. М 31. Кроме того, как показывает

рис. 5, качественный ход функции f(a) во всех трех моделях во многом подобен.

Функция пространственной плотности $\rho(\alpha)$ кроме максимума в центре, имеет локальный максимум при $\alpha = 15'$. Но судить о реальности максимума при $\alpha = 15'$ трудно, поскольку закон вращения ван де Хюлста и др., использованный нами, не обладает достаточной подробностью вблизи центра (при $\alpha \leq 20'$). Более того, мы сейчас вообще не располагаем законом вращения М 31, в одно и то же время близким к круговому (то есть полученным по излучению подсистемы, возможно более уплощенной, например, подсистемы нейтрального водорода) и достаточно подробным (с интервалом между соседними точками порядка 1') вблизи центра.

Поведение функции IX (а) (табл. 3) показывает, что, по-видимому, полная масса M 31 данной моделью еще не исчерпана, т. к. следовало ожидать асимптотического приближения функции IX (а) к значению полной массы. Это подтверждают и определения полной массы M 31, выполненные Брандтом [18] на основе результатов других авторов (Бебкок, Уайз и Мейалл, Шварцшильд, Лёман, Шмидт). Брандт сделал 4 "приведения" (поправки):

1) за ненулевую сферичность, взяв значение c = const = 0.2, 2) отнес значение массы ко всей галактике, 3) привел наблюдательные данные к единой системе, 4) отнес найденные значения \mathfrak{M} к одному расстоянию (600 клс). Модель неоднородного сфероида с постоянной сферичностью, которую использовал Брандт, несмотря на то, что она не учитывает переменность сжатия различных областей M 31, должна давать хорошее приближение для полной массы, так как в качестве среднего значения сферичности в ней используется значение, близкое к (7). При расстоянии 630 клс "приведенные" Брандтом значения полной массы M 31 будут заключаться в пределах. (37-42) $\cdot 10^{10}$. В данной же модели \mathfrak{M} (180') = 27.6 $\cdot 10^{10}$.

Таким образом, все указывает на то, что полная масса M 31 данной моделью не исчерпана. Для построения более полной модели необходимы данные, по-видимому, до расстояния от центра (считая вдоль линии узлов) $\approx 4^{\circ}$.

В заключение обсудим среднее значение сферичности для M 31. Шмидтом [17] была рассчитана модель M 31 в виде суперпозиции двух неоднородных сфероидов постоянной сферичности, равной для каждого сфероида 0.07. Столь малое значение с было выбрано на основе измерений Уайзом и Мейаллом [16] осевого отношения спиральных галактик, видимых с ребра. Для 6 галактик они нашли, пользуясь визуальными измерениями фотографий, значение с между 0.07 и 0.11, в среднем 0.08. Новейшие же измерения (с учетом поправок за.

В. С. СИЗИКОВ

субъективные систематические ошибки, вызванные большим различием малого и большого диаметров у каждой из этих галактик) [19] приводят к большим значениям с для тех же галактик. В табл. 5 приведены результаты Уайза и Мейалла [16] и данные каталога де Вокулера [19], представляющие результаты новейших измерений (А означает большую полуось галактики).

Таблица 5

NCO	Уайз н	Мейалл	де Вокулер				
NGC	2A	c	2 <i>A</i>	c	V.199		
891	11'1	0.07	12.3	0.16	243		
4244	12.8	0.09	15.85	0.12	269		
4565	14.5	0.07	15.5	0.14	1171		
4631	13.4	0.11	14.45	0.18	646		
5746	6.8	0.09	7.25	0.19	1826		
5907	11.2	0.07	11.75	0.115	725		

Из 5 столбца табл. 5 видно, что по новым, более точным данным в среднем c = 0.15, то есть почти вдвое больше, чем это следовало из измерений Уайза и Мейалла. Следует еще отметить, что галахтики, видимые с ребра, являются относительно редкими и поэтому весьма удаленными (в последнем столбце табл. 5 для характеристики расстояний приведены лучевые скорости галактик, исправленные за вращение Галактики). Вследствие этого у них наблюдается главным образом наиболее яркая уплощенная подсистема, что дополнительно занижает значение с. Поэтому средним значением с для спиральных галактик (без учета их центральных областей) следует считать значение > 0.15. Если же учесть и центральные области галактик, то значение c еще повысится.

Поэтому использованное Шмидтом среднее для всего объема M 31 значение сферичности 0.07 следует считать заниженным, тем более, что для приведения значения c = 0.07 в соответствие со средним значением величины η во внешних областях M 31 (η — отношение полуосей "видимых" эквиденсит) Шмидт был вынужден искусственно понизить значение угла *i* до 75°.5, хотя считал наиболее вероятным значение 77′.7 (мы видим, что изменение угла всего на 2°.2 ведет к существенному изменению сферичности и, как следствие, плотности, отношения масса—светимость и т. д.). Среднее значение с, найденное в данной работе равным 0.204, как и значение 0.2, использованное Брандтом [18] и некоторыми другими авторами, следует считать более реальным. Отметим, что всюду речь идет о фотометрическом значении с. Динамическое же значение с больше, чем фотометрическое, поскольку распределение светимости является более уплощенным, чем распределение масс. Но в данной работе это различие не учитывалось.

Аенинградский Государственный университет

A MODEL OF THE DISTRIBUTION OF MASS IN M 31. II.

V. S. SIZIKOV

A model of the galaxy M 31 in the form of a non-homogeneous unsimilar spheroid is calculated. The law of the rotation of subsystem of neutral hydrogen of van de Hulst, Raimond and van Woerden [4] and the photometric data of Vaucouleurs et cet. [2] are taken as the basis of calculation. Adopting the value 630 kpc for the distance to M 31 the sphericity, the density, the mass-luminosity ratio, the mass as the function of the large semiaxe of spheroid (to the large semiaxe $180' \approx 33 \, kpc$) and the spatial potential are calculated.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Sandage, Ap. J., 127, 513, 1958.

- 2. G. de Vaucouleurs, Ap. J., 128, 465, 1958.
- 3. H. W. Babcock, Lick Obs. Bull., 19, No. 498, 1939.
- 4. H. C. van de Hulst, E. Raimond, H. van Woerden, BAN, 14, 1, 1957.
- 5. S. T. Gottesman, R. D. Davies, V. C. Reddish, M. N., 133, 359, 1966.
- 6. M. S. Roberts, Ap. J., 144, 639, 1966.
- 7. П. П. Паренаю, Курс звездной астрономии. М., 1954.
- 8. T. D. Kinman, Ap. J., 142, 1376, 1965.
- 9. H. C. Arp, Ap. J., 139, 1045, 1964.
- 10. W. Baade, H. H. Swope, A. J., 68, 435, 1963.
- 11. Г. М. Идлис, Тр. Астроф. ин-та АН КазССР, 1, 1961.
- 12. В. С. Сизиков, Астрофизика, 4, 633, 1968.
- 13. В. С. Сизиков, Астрофизика, 3, 267, 1967.
- 14. С. А. Кутувов, Тр. Астроф. ин-та АН КазССР, 5, 78, 1965.
- 15. В. Бааде, Эволюция звезд и галактик, М., 1966.
- 16. A. B. Wyse, N. U. Mayall, Ap. J., 95, 24, 1942.
- 17. M. Schmidt, BAN, 14, 17, 1957.
- 18. J. C. Brandt, Ap. J., 131, 293, 1960.
- 19. G. de Vaucouleurs, Reference cataloque of bright galaxies, 1964.



академия наук армянской сср АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

выпуск 2

массы цефеид

И. Н. ААТЫШЕВ Поступила 18 марта 1968 Исправлена 27 докабря 1968

Массы цефенд с периодами блеска до 9^d заключены в пределах $4-10 \ \mathfrak{M}_{\odot}$. Массы цефенд, у которых $P > 9^d$, возможно, большне. Если считать, что у цефенд справедливо соотношение $PV \bar{\rho} = \text{const}$, то цефенды удовлетворяют зависимости массамедианная светимость, аналогичной звездам верхней части главной последовательности. Если считать, что массы цефенд от периодов не зависят, то у цефенд стопень концентрации массы к центру, по-видимому, возрастает с увеличением их периодов.

1. Массы цефеид. Наши сведения о массах цефеид неуверенные. Как правило, они определяются косвенными методами. Тем не менее, значения масс цефеид, полученные разными исследователями, довольно близки друг к другу. Согласно О. А. Мельникову [1], массы цефеид заключены в пределах от 2.1 до 8.0 масс Солнца. П. П. Паренаго [2] другим методом получил, что массы классических цефеид, в среднем, равны 6 \mathfrak{M}_{\odot} . И. М. Копылов [3] считает, что массы цефеид вероятнее всего заключены в пределах 3.5—5.5 \mathfrak{M}_{\odot} . Автор [4] оценил массу η Aql неравенством 7 $\mathfrak{M}_{\odot} \leq \mathfrak{M} < 14 \mathfrak{M}_{\odot}$. Аналогичным методом (по ускорению вещества, падающего на звезду) было получено, что у 6 Сер масса заключена в пределах 4—10 \mathfrak{M}_{\odot} , а у Т Моп — в пределах 10—20 \mathfrak{M}_{\odot} .

Известны несколько цефеид, являющиеся компонентами двойных систем. Сводку данных о наиболее изученных таких системах приводит Абт [5]. Она дана в табл. 1.

Во всех случаях цефеиды являются яркими компонентами систем, поэтому определены лишь функции масс. А так как цефеиды являются яркими компонентами, естественно сделать предположение, что их массы, Ж₁, больше масс спутников, Ж₈. В случае S Sge, считая $\mathfrak{M}_1 = 2 \mathfrak{M}_2$, имеем $\mathfrak{M}_2 = 1.96 \mathfrak{M}_{\odot}$, а $\mathfrak{M}_1 = 3.9 \mathfrak{M}_{\odot}$. Если же считать $\mathfrak{M}_1 = 3 \mathfrak{M}_2$, то $\mathfrak{M}_2 = 3.5 \mathfrak{M}_{\odot}$, а $\mathfrak{M}_1 = 10.5 \mathfrak{M}_{\odot}$. Таким образом, как масса S Sge, так и масса ее спутника превышают солнечную. Эгген [6] считает, что спутник S Sge – звезда спектрального класса А. В таком случае массу S Sge можно оценить в пределах $4-10 \mathfrak{M}_{\odot}$.

				Габлица Г
№ п/п	Звезда	Рблеска	Рорб.	$\frac{\mathfrak{M}_2^3}{(\mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_2)^2} \sin^3 i$
1	a U Mi	3. ^d 97	10 810 ^d	0.035 Mo
2	FF Aql	4.47	1 435	0.00617 Mo
3	S Sge	8.38	682	0.218 M⊙

Для системы а UMi по астрометрическим данным было получено [7]: *i* = 58°. Тогда

$$\frac{\mathfrak{M}_2^2}{(\mathfrak{M}_1+\mathfrak{M}_2)^2}=0.060\ \mathfrak{M}_{\odot}.$$
 (1).

В этом случае при $\mathfrak{M}_1 = 2\mathfrak{M}_2$, $\mathfrak{M}_1 = 3\mathfrak{M}_2$ и $\mathfrak{M}_1 = 4\mathfrak{M}_2$ имеем, соответственно, $\mathfrak{M}_1 = 1.1\mathfrak{M}_{\odot}$, $\mathfrak{M}_1 = 2,9\mathfrak{M}_{\odot}$ и $\mathfrak{M}_1 = 6\mathfrak{M}_{\odot}$. Так как по разнообразным спектральным исследованиям «UMi каких-либо признаков спутника не выявлено, то, по-видимому, $\mathfrak{M}_1 > 3\mathfrak{M}_2$, и масса «UMi превышают солнечную в три раза или более. Для системы «UMi Рёмер [8] допускает $i \ll 20^\circ$. Нам это представляется неверным, так как в этом случае было бы, что $f(\mathfrak{M}) > 0.7\mathfrak{M}_{\odot}$, и, как следствие этого, масса цефеиды была бы в несколько десятков, если не сотен раз, больше солнечной.

В случае FF Aql, считая $\mathfrak{M}_1 = 4\mathfrak{M}_2$, имеем $\mathfrak{M}_1 \sin^3 i = 0.77 \mathfrak{M}_{\odot}$. В то же время величина *а*, полученная при определении радиуса FFAql [9], оказалась больше, чем это следует для цефеиды данного периода, что может быть объяснено влиянием спутника на кривую блеска цефеиды. На наш взгляд, малое значение функции масс системы FF Aql, по-видимому, обусловлено малой величиной *i*.

Представляет также интерес затменная переменная BM Cas. В 1956 г. Тиссен [10] пришел к выводу, что более слабый компонент системы является цефеидой с периодом 27^d . Этот результат вызывает сомнения, в дальнейшем он никем не был подтвержден (правда, не был и опровергнут). Согласно Тиссену, масса цефеиды в системе BM Cas равна 14.3 $\Re_{\mathbb{C}}$, а ее радиус равен 225.5 $R_{\mathbb{C}}$. Цефеида T Mon.

МАССЫ ЦЕФЕИД

имеет такой же период, как и предполагаемая цефеида в системе ВМ Саз. Приведенная выше оценка массы Т Моп находится в хорошем согласии с определением массы цефеиды в системе ВМ Саз. Радиус T Mon равен 132 R_{\odot} [9], т. е. несколько меньше, чем у цефеиды в системе ВМ Саз. Но у T Mon радиус несколько меньше, чем это следует из зависимости период — радиус. Если воспользоваться зависимостью период — радиус, приведенной в [9], для цефеиды с периодом 27^d получим: $R = 172 R_{\odot}$. Примерно такой же результат получится, если воспользуемся зависимостью период — радиус, приведенной в [11]: $R = 154 R_{\odot}$. Таким образом, хотя у цефеиды в системе BM Саз радиус несколько больше, чем средний радиус цефеид данного периода, он представляется правдоподобным. Как следствие всего изложенного, представляют интерес дальней шие исследования переменной BM Саз для выяснения: действительно ли вторичный компонент этой системы является цефеидой.

2. Зависимость масса-светимость у классических цефеид. Зная зависимость период-раднус [11]

$$\lg R = 11.909 + 0.778 \lg P \tag{2}$$

и зависимость период-визуальная абсолютная звездная величина [12]

$$M_{v} = -1.25 - 2.96 \lg P, \tag{3}$$

можно (с точностью до нуль-пункта) получить зависимость масса светимость для классических цефеид. Зависимость (3) с учетом болометрических поправок, которые приводит Крафт [13], приводится к виду

$$M_{bol} \propto \propto 3.3 \lg P. \tag{4}$$

Такой же результат получил и Арп [14]. Воспользуемся также известным теоретическим соотношением

$$PV\overline{P} = PV\sqrt{\frac{\mathfrak{M}}{\frac{4}{3}\pi R^3}} = \text{const.}$$
 (5)

Из соотношений (2) — (5) легко выводится:

$$L \propto \mathfrak{M}^{3.98 \pm 0.80} \tag{6}$$

П. П. Паренаго [15] приводит зависимость масса—светимость для постоянных звезд

$$L \propto \mathfrak{M}^{3.92 \pm 0.17}$$
. (7)

Таким образом, наклон зависимости масса—светимость для цефеид оказался в точности таким же, как и для звезд постоянного блеска верхней части главной последовательности. Любопытно, что, если для определения нуль-пункта зависимости (б) использовать массу предполагаемой цефеиды в системе BM Cas, то и нуль-пункт зависимости масса—светимость для цефеид окажется практически одинаковым с нуль-пунктом аналогичной зависимости для звезд верхней части главной последовательности.

О. А. Мельников [1] и независимо от него П. П. Паренаго [2] пришли к выводу, что массы цефеид от периодов не зависят. На наш ввгляд, если считать, что массы цефеид от периодов не зависят, то нельзя признать справедливым соотношение (5). Вместо него будем иметь

$$PV\overline{\rho} = P\sqrt{\frac{\mathfrak{M}}{\frac{4}{3}\pi R^3}} = Q(P), \qquad (8)$$

где \mathfrak{M}_{cp} — средняя масса цефенд, а Q(P) зависит от величины периода. Примем

$$\mathfrak{M}_{\rm cp} = 7\mathfrak{M}_{\odot}.$$
 (9)

Выразив в (8) р в единицах плотности Солнца, получим:

$$Q(P) = 0.0667 \cdot P^{-0.167} \,. \tag{10}$$

В частности, в случае η Aql Q = 0.048, а в случае SV Vul Q = 0.035. Формула (10) находится в согласии с результатами Хеллериха [16] и Копала [17].

В результате приходим к следующему выводу: если считать справедливым соотношение (5), то тогда надо считать, что цефеиды удовлетворяют соотношению масса—светимость вместе со звездами верхней части главной последовательности, а если считать, что массы цефеид не зависят от периодов, то пульсационная константа Q уменьшается с ростом периода.

О. А. Мельников [18] приводит обзор результатов определения величины Q. Оказалось, что с увеличением степени концентрации массы цефеиды к центру величина Q уменьшается. Если считать, что массы цефеид от периодов не зависят, это обстоятельство, как следует из (10), не противоречит утверждению, что с увеличением периодов цефеид у них увеличивается степень концентрации массы к центру.

Аснинградский Государственный универститет

МАССЫ ЦЕФЕИД

THE MASSES OF CEPHEIDS

I. N. LATYSHEV

The masses of the classical cepheids with periods up to 9^d are in the interval 4-10 \mathfrak{M}_{\odot} and of those with $P > 9^d$ are probably larger. If one assumes that the relation $P \sqrt{P} = \text{const holds}$, the cepheids obey the mass-median luminosity law found for the upper part of the main sequence. If the masses of the cepheids are independent of periods, the concentration of mass to the center of the star probably increases with the increase of the period.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. О. А. Мельников, Изв. ГАО, 17, 2, 47, 1948.
- 2. П. П. Паренаго, ПЗ, 10, 193, 1955.
- 3. И. М. Копылов, Изв. КрАО, 33, 286, 1965.
- 4. И. Н. Латышев, Астрон. ж., 41, 666, 1964.
- 5. H. A. Abt, Ap. J., 880, 769, 1959.
- 6. O. J. Eggen, Ap. J., 113, 367, 1951.
- 7. A. A. Wyller, A. J., 62, 389, 1957.
- 8. E. Roemer, Ap. J., 141, 1415, 1965.
- 9. И. Н. Латышев, Астрофизика, 2, 355, 1966.
- 10. G. Thiessen, Z. Astrophys., 39, 65, 1956.
- 11. И. Н. Латышев. Астров. дирк., 276, 1964.
- 12. И. Н. Латышев, Астрофизика, 4, 451, 1968.
- 13. R. P. Kraft, Ap., J., 134, 616, 1961.
- 14. H. Arp, Ap. J., 149, 91, 1967.
- 15. П. П. Паренаго, Курс звездной астрономии, Гостехиздат, 1954.
- 16. J. Hellerich, Astr. Nachr., 268, 218, 1939.
- 17. Z. Kopal, M. N., 99, 38, 1939.
- 18. О. А. Мельников, ПЗ, 12, 320, 1960.



АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

TOM 5

МАЙ, 1969

выпуск 2

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

О ВОЗМОЖНОЙ ПРИРОДЕ КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ ПУЛЬСАЦИЙ БЛЕСКА ЗВЕЗДЫ DQ ГЕРКУЛЕСА

Периодические колебания блеска DQ Геркулеса с периодом в 71 сек и амплитудой (в желтом свете) 0^m05 были открыты Уокером в 1954 г. [1].

В настоящее время вти колебания объясняют пульсациями главной звезды белого карлика [2]. Однако, как заметил еще Уокер [1], для объяснения исчезновения колебаний в фазе 0.52 необходимо предположить, что колеблется не вся звезда, а только часть ее, обращенная к красному компоненту. Кроме того, наблюдения одиночных белых карликов с целью обнаружения их пульсаций не дали положительного результата [3].

По нашему мнению, причину пульсаций следует искать в особенностях DQ Геркулеса, как тесной двойной системы. Характерной особенностью данной системы является газовая струя, текущая от красного компонента к главному. В системе DQ Геркулеса газовая струя непосредственно пока не наблюдалась. Однако существование стационарной дискообразной оболочки вокруг главного компонента и подобие фотометрических и спектроскопических данных с системой WZ Стрелы, для которой газовая струя наблюдалась непосредственно, говорит о существовании газовой струи и у системы DQ Геркулеса [4].

Вхождение струи в оболочку должно сопровождаться образованием сильной ударной волны, за фронтом которой газ охлаждается через излучение.

Необходимо подчеркнуть, что ударная волна с высвечиванием является нелинейной системой с распределенными параметрами с под-

водом и потерями энергии. Постоянное пополнение энергией ударной волны осуществляется за счет перехода части кинетической энергии газовой струи в тепловую при переходе через фронт ударной волны. Потери энергии происходят по объему всей области высвечивания.

Как известно, нелинейная система с подводом и потерями энергии может совершать автоколебания.

Для того, чтобы фронт ударной волны совершал автоколебания, необходимо, чтобы при сжатии. т. е. уменьшении радиуса фронта ударной волны происходило накопление энергии, а при увеличении имели место потери.

Пусть струя характеризуется постоянным расходом массы до фронта ударной волны

$$v = \text{const} = J, \tag{1}$$

где ρ — плотность газа, v — скорость газа; скорость движения газа до фронта определяется соотношением

$$v^2 = \frac{2GM}{r},\tag{2}$$

где G — гравитационная постоянная, M — масса главного компонента, r — расстояние точки до центра главного компонента. Для количества энергии E₊, подводимой к ударной волне в единицу времени, имеем:

$$E_+ \sim \frac{\rho v^2}{2}.$$
 (3)

Потери внергии на излучение E_- — единицей объема в единицу времени можно представить в форме

$$E_{-} = \rho^{*}L(T), \tag{4}$$

где L(T) — так называемая функция высвечивания (см., например, [5]). Из (4) и_(3) с учетом (1) и (2) нетрудно найти, что при сжатии, т. е. уменьшении радиуса фронта ударной волны количество энергии, подводимое к ударной волне растет, а потери уменьшаются. Поэтому сжатие сопровождается накоплением энергии. При увеличении радиуса фронта ударной волны подвод энергии уменьшается, а потери растут, т. е. расширение сопровождается высвобождением энергии. Поэтому представляется возможным, что фронт ударной волны в струе может совершать автоколебания.

Значения периода автоколебаний и радиуса фронта ударной волны по порядку величины определяются характеристическими временем и длиной. Если в (4) положить L = const, то из определяющих размер-

338

ных параметров задачи *GM*, *J. L* можно единственным образом построить параметр *P* с размерностью времени

$$P = \sqrt{\frac{GM}{JL}}$$
(5)

и параметр R с размерностью длины

$$R = \frac{(GM)^{*_{j_1}}}{(JL)^{*_{j_1}}}.$$
(6)

Для DQ Геркулеса $M=0.2 \, \mathfrak{M}_{\odot}[2]$, и принимая $r \approx 10^{10} \, cm$ [4], имеем $v = 6 \cdot 10^{7} \, cm/cek$. Учитывая, что $L = 5 \cdot 10^{-25} \, spr/cek.cm^{3}$ [5], при плотности газа в струе $p = 10^{-12} \div 10^{-13} \, r/cm^{3}$ получим $P = 0.9 \cdot 10^{2} + 3 \cdot 10^{2} \, cek$.

Поскольку при автоколебаниях энергия, запасенная при сжатии, ко времени наибольшего расширения теряется, то для амплитуды блеска с учетом (3), (2) и (1) получим

$$\Delta m = -2.5 \lg \sqrt{\frac{R_b}{R_H}} \approx -5 \lg \left(1 + \frac{a}{2}\right), \tag{7}$$

где R_b — значение радиуса фронта ударной волны при расширении, R_H — при сжатии, a — относительная полуамплитуда колебаний, определяемая размерами области высвечивания. Вычисления показывают [5], что размер области высвечивания составляет 0.1 часть от значения радиуса фронта ударной волны. Этому соответствует значение $a \approx 0.05$, при котором получается $\Delta m \approx 0^m 05$.

Поскольку струя в тесных двойных звездных системах является частным видом аккреции, то можно полагать, что автоколебания фронта ударной волны происходят и в случае сферической аккреции. В этом случае при постоянном расходе массы до фронта ударной волны

$$4\pi\rho vr^2 = \text{const} = J, \tag{8}$$

период колебаний и радиус фронта ударной волны по порядку величины должны определяться значениями

$$P = \frac{(GM)^{*_{i_s}}}{(JL)^{*_{i_s}}},$$

$$R = \frac{(GM)^2}{JL}.$$
(10)

Из соотношений (9) и (10) так же, как из (5) и (6) следует существование зависимости между Р и R

$$\frac{P^2}{R^3} = \frac{1}{GM}.$$
 (11)

Заметим, что зависимость, соответствующая закону Кеплера,

$$\frac{P^2}{R^3} = \frac{k}{GM},\tag{12}$$

где k — ковффициент порядка единицы, должна иметь место для колебаний любой системы, если эта система описывается уравнением движения в форме:

$$\frac{d^2r}{dt^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2},$$
(13)

где p — давление. Как известно член $1/\rho dp/dr$ связан с внутренней внергией системы. В тех случаях, когда внутренняя энергия системы мала по сравнению с гравитационной, то из (13) следует (11). Если же она сравнима с гравитационной, форма зависимости сохранится, но k отлично от единицы. Уравнением (13) описываются различные колебательные системы, рассматриваемые в астрофизике, например, при исследовании собственных колебаний звезд, автоколебаний цефеид, автоколебаний фронта ударной волны. Наличие соотношения (12) не может служить критерием того или иного характера колебаний. Для выяснения природы колебаний необходимо точное решение задачи.

Сформулированную выше задачу об автоколебаниях фронта ударной волны автор предполагает рассмотреть более детально.

About possible nature of short-period variations of the light of the star DQ Her. Expressing idea about possibility of autooscilations front of the shock wave which forms with accreteation of the gas by the star. It is concluded that autooscilations of the front of shock wave may be the reason of short-period variations of the light of the star DQ Her. For DQ Her an estimate of the period and amplitude oscilation of the light is given.

27 ноября 1968 Калниниградский Государствовный университет

В. И. ТАРАНОВ

ЛИТЕРАТУРА

- 1. M. F. Walker, Ap. J., 123, 68, 1956.
- 2. Р. Крифт, Варывные переменнные как двойные звезды, Мир, 1965.
- 3. G. M. Lawrence, J. P. Ostriker, J. E. Hesser, Ap. J., 148, L 161, 1967.
- 4. В. Г. Горбацкий, Астрофизика, 3, 245, 1967.
- 5. В. И. Таранов, Уч. зап. ЛГУ, XXVI, 1969 (в печати).

CONTENTS

ON SOME ASYMPTOTIC FORMULAE IN THE THEORY OF ANISOTRO- PIC LIGHT SCATTERING	175
THE RESONANCE LINE RADIATION TRANSFER FROM POINT SOURCE IN SEMI-INFINITE MEDIUM · · · Y. Y. Abramov, A. P. Napartovich	187
ON THE NONLINEAR NONSTATIONARY PROBLEM OF RADIATION TRANSFER IN SPECTRAL LINE · R. S. Vardanian, N. B. Yengibarian	203
ON THE RELATIVE INTENSITIES OF THE HYDROGEN LINES IN THE SPECTRA OF NEBULAE · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	213
MODELS OF CLUSTERS OF POINT MASSES WITH GREAT CENTRAL RED SHIFT G. S. Bisnovaty-Kogan, Y. B. Zeldovich	223
THE INTERACTION BETWEEN LOW FREQUENCY AND HIGH FREQUENCY STELLAR PULSATIONS Y. V. Vandakurov, Y. B. Zeldovich	235
ON THE RELATION BETWEEN WHITE DWARFS AND TYPE I SUPER- NOVAE	243
THE SPECTRA OF STARS IN COMET-LIKE NEBULAE · · · · E. A. Dibay	249
THE TOTAL LINE AND BAND ABSORPTION IN SPECTRA OF F-M STARS	269
ESTIMATION OF INTENSITIES OF FLUCTUATING COMPONENT OF RA- DIO SOURCE 3C 273 AT FREQUENCIES 86 AND 60 MHZ T. D. Antonova, V. V. Vitkevich, V. G. Panajian	283
AN ESTIMATION OF ANGULAR DIMENSIONS OF RADIO SOURCE 3C 48 AT 60 MHZ FROM INTERPLANETARY SCINTILLATIONS V. G. Panajtan	291
ON THE DEPENDENCE OF THE SPECTRAL INDEX OF EXTRAGALACTIC RADIO SOURCES FROM FLUX DENSITY · · · · R. D. Dagkesamanski	297
THE CONSTRUCTION OF STELLAR SYSTEM MODELS BY NUMERICAL EXPERIMENT	305
A MODEL OF THE DISTRIBUTION OF MASS IN M 31. II. • V. S. Sizikov	317
THE MASSES OF CEPHEIDS · · · · · · · · · · · · · · · · I. N. Latyshev	331
NOTES	
ABOUT POSSIBLE NATURE OF SHORT-PERIOD VARIATIONS OF THE LIGHT OF THE STAR	227