

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

НОЯБРЬ, 1967

ВЫПУСК 4

О НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИЯХ В ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА	<i>В. В. Соболев</i>	433
О НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДИФФУЗИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В АТМОСФЕРАХ ЗВЕЗД	<i>В. В. Леонов</i>	447
ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ	<i>Ю. Ю. Абрамов, А. М. Дыхне, А. П. Напартович</i>	459
К ИССЛЕДОВАНИЮ МЕЖЗВЕЗДНОЙ ПЫЛИ	<i>И. Н. Минин</i>	481
ОБ УСЛОВИЯХ ОБРАЗОВАНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ В РЕЗУЛЬТАТЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ	<i>О. В. Чумак</i>	493
О РАДИУСЕ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД	<i>Ю. Л. Вартамян</i>	497
МОДЕЛИ МАССИВНЫХ СВЕРХПЛОТНЫХ ТЕЛ	<i>Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартамян</i>	503
О ПРИРОДЕ АН АНДРОМЕДЫ	<i>Б. Е. Маргарян</i>	511
КОМПАКТНЫЕ ГАЛАКТИКИ, УСЕЯННЫЕ НЕЙТРОННЫМИ ЗВЕЗДАМИ	<i>Ф. Цвикки</i>	519
ГОЛУБЫЕ КОМПАКТНЫЕ ГАЛАКТИКИ В СКОПЛЕНИЯХ LEO A и B	<i>Ф. Цвикки</i>	525
КОЛОРИМЕТРИЯ ЯДЕР ГАЛАКТИК NGC 3310 и NGC 3351	<i>Э. С. Парсамян</i>	529
КАРЛИКИ ТИПА СКУЛЬПТОРА В СКОПЛЕНИЯХ ГАЛАКТИК	<i>В. Е. Караченцева</i>	535
ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИСТИННЫХ СЖАТИЙ ГАЛАКТИК В СКОПЛЕНИЯХ	<i>Т. А. Агекян, Н. К. Сумзина</i>	545
О РАДИОИЗЛУЧЕНИИ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК	<i>Г. М. Товмасын</i>	555
КРИВЫЕ ЯРКОСТИ И ЦВЕТА СВЕРХНОВОЙ 1967 В NGC 3389	<i>Ж. де Вокулер, Дж. Е. Солвейм, Р. Браун</i>	565
МОДУЛЬ РАССТОЯНИЯ NGC 3389	<i>Ж. де Вокулер</i>	571
ЭЛЕКТРОСПЕКТРОФОТОМЕТРИЯ ИЗБРАННЫХ ЗВЕЗД	<i>В. Г. Каретников, Ю. А. Медведев</i>	575
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ		
ОБ ИЗМЕНЕНИИ ПОЛЯРИЗАЦИИ КРАБОВИДНОЙ ТУМАННОСТИ	<i>Э. Е. Хачикян, Дж. А. Эйнатян</i>	581

Е Р Е В А Н

Редакционная коллегия

В. А. Амбарцумян (главный редактор), А. А. Боярчук, Б. А. Воронцов-Вельяминов,
Г. А. Гурзadyн, С. А. Каплан, Б. Е. Маркарян,
Л. В. Мирзоян (зам. главного редактора), В. В. Соболев

Խմբագրական կոլեգիա

Ա. Ա. Բոյաշչուկ, Գ. Ա. Գուրզադյան, Ս. Ա. Կապլան, Վ. Հ. Համբարձումյան (գլխավոր խմբագիր),
Բ. Ե. Մարգարյան, Լ. Վ. Միրզոյան (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Վ. Սոբոլև,
Բ. Ա. Վորոնցով-Վելյամինով

„АСТРОФИЗИКА“ — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство „Международная книга“, Москва, 200.

О НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИЯХ В ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА

В. В. СОБОЛЕВ

Поступила 6 сентября 1967

Для решения различных задач теории многократного рассеяния света предлагается использование уравнений, содержащих в качестве независимой переменной величину λ . При помощи уравнения (1) находится ряд формул для фундаментальных функций, частично полученных ранее, а частично новых. Моменты функций $\varphi(\eta)$, $\Phi(\tau)$ и $q(\infty) - q(\tau)$ выражаются через моменты функции $f(\zeta)$, определенной формулой (14).

К настоящему времени теория многократного рассеяния света разработана в очень сильной степени. Особенно подробно рассмотрен случай рассеяния света в плоском слое. В этом случае для определения интенсивности излучения получены различные уравнения, в которых независимой переменной является либо оптическая глубина τ , либо угол θ между направлением излучения и нормалью, либо оптическая толщина слоя τ_0 . Величина λ , представляющая собой вероятность выживания фотона при элементарном акте рассеяния, играет в этих уравнениях роль параметра.

Можно, однако, попытаться составить уравнения для интенсивности излучения, в которых величина λ также является независимой переменной. Такие уравнения, включающие в себя производные и интегралы по λ , будут описывать изменение поля излучения в среде при переходе в ней от одного значения λ к другому.

В настоящей статье мы не предполагаем рассмотреть поставленную задачу в сколько-нибудь общем виде (хотя, как кажется, она и представляет значительный интерес). Здесь будет решена лишь частная задача о рассеянии света в полубесконечной среде путем использования уравнения, в которое входит производная по λ . В результате будет получен ряд формул для величин, характеризующих поле излучения. Некоторые из этих формул уже были найдены раньше, другие,

по-видимому, являются новыми. Однако наша цель состоит не столько в получении этих формул, сколько в изложении нового метода их получения.

Основные уравнения. Недавно автором [1] при рассмотрении диффузии излучения в полубесконечной среде с изотропным рассеянием было получено следующее уравнение

$$\lambda \frac{\partial \Phi(\tau)}{\partial \lambda} = \Phi_{\infty}(\tau) + \int_0^{\tau} \Phi_{\infty}(\tau - \tau') \Phi(\tau') d\tau'. \quad (1)$$

Это уравнение, находимое из довольно простых соображений, будет играть основную роль в данном исследовании.

Как было показано ранее [2], через функцию $\Phi(\tau)$, определенную уравнением

$$\Phi(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau} E_1|\tau - \tau'| \Phi(\tau') d\tau' + \frac{\lambda}{2} E_1\tau, \quad (2)$$

выражается резольвента основного интегрального уравнения диффузии излучения в полубесконечной среде. Это значит, что знание функции $\Phi(\tau)$ позволяет определить поле излучения в данной среде при любых действующих в ней источниках излучения (зависящих только от τ).

Функция $\Phi_{\infty}(\tau)$ представляет собой резольвенту основного интегрального уравнения диффузии излучения в бесконечной среде и определяется уравнением

$$\Phi_{\infty}(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} E_1|\tau - \tau'| \Phi_{\infty}(\tau') d\tau' + \frac{\lambda}{2} E_1|\tau|. \quad (3)$$

Выражение для функции $\Phi_{\infty}(\tau)$ было получено уже давно (см. [3], [4]). Оно имеет вид

$$\Phi_{\infty}(\tau) = \frac{k(1-k^2)}{\lambda+k^2-1} e^{-k\tau} + \int_0^1 R(\zeta) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} \frac{d\zeta}{\zeta}, \quad (4)$$

где k находится из уравнения

$$\frac{\lambda}{2k} \ln \frac{1+k}{1-k} = 1, \quad (5)$$

а

$$R(\zeta) = \frac{2\lambda}{(i\lambda\zeta)^2 + \left(2 + \lambda\zeta \ln \frac{1-\zeta}{1+\zeta}\right)^2} \quad (6)$$

Пользуясь уравнением (1) и формулой (4), ниже мы получим выражения для различных величин, характеризующих поле излучения в полубесконечной среде. Подчеркнем еще раз, что существенную роль при выводе этих формул будет играть дифференцирование и интегрирование по λ .

Функция $\varphi(\eta)$. Интенсивность излучения, выходящего из полубесконечной среды под углом $\arcsos \eta$ к нормали, при различных источниках излучения выражается через функцию $\varphi(\eta)$. Эта функция впервые была введена В. А. Амбарцумяном [5], получившим для ее определения следующее уравнение

$$\varphi(\eta) = 1 + \frac{\lambda}{2} \eta \varphi(\eta) \int_0^1 \frac{\varphi(\zeta)}{\eta + \zeta} d\zeta. \quad (7)$$

Затем она была подробно изучена Чандрасекаром [6].

Так как ранее было показано [7], что функция $\varphi(\eta)$ связана с функцией $\Phi(\tau)$ формулой

$$\varphi(\eta) = 1 + \int_0^\infty \Phi(\tau) e^{-\frac{\tau}{\eta}} d\tau, \quad (8)$$

то, используя соотношения (1) и (4), мы легко можем получить явное выражение для $\varphi(\eta)$.

Умножая обе части уравнения (1) на $e^{-\frac{\tau}{\eta}}$ и интегрируя по τ от 0 до ∞ , находим

$$\lambda \frac{\partial \ln \varphi(\eta)}{\partial \lambda} = \int_0^\infty \Phi_\infty(\tau) e^{-\frac{\tau}{\eta}} d\tau, \quad (9)$$

или, при учете (4),

$$\lambda \frac{\partial \ln \varphi(\eta)}{\partial \lambda} = \frac{k(1-k^2)}{\lambda+k^2-1} \frac{\eta}{1+k\eta} + \int_0^1 R(\zeta) \frac{\eta d\zeta}{\eta+\zeta} \quad (10)$$

где $R(\zeta)$ определяется формулой (6)*.

* Формула (10) уже была дана в статье [1] под номером 61, однако в ней допущена опечатка: под знаком интеграла содержится лишний множитель ζ . В подынтегральных же выражениях формул (47) и (53) пропущен множитель $1/\zeta$.

Так как из (5) следует, что

$$\frac{1 - k^2}{\lambda + k^2 - 1} = -\frac{\lambda}{k} \frac{dk}{d\lambda} \quad (11)$$

то получаем

$$\int_0^\lambda \frac{k'(1 - k'^2)}{\lambda' + k'^2 - 1} \frac{\eta}{1 + k'\eta} \frac{d\lambda'}{\lambda'} = \ln \frac{1 + \eta}{1 + k\eta} \quad (12)$$

С другой стороны, имеем

$$\int_0^\lambda R(\zeta) \frac{d\lambda'}{\lambda'} = \frac{1}{\zeta} f(\zeta), \quad (13)$$

где обозначено

$$f(\zeta) = \frac{1}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi \zeta}{\frac{2}{\lambda} + \zeta \ln \frac{1 - \zeta}{1 + \zeta}} \quad (14)$$

Поэтому из (10) находим следующее выражение для функции $\varphi(\eta)$:

$$\varphi(\eta) = \frac{1 + \eta}{1 + k\eta} e^{\int_0^1 f(\zeta) \frac{\eta d\zeta}{\zeta(\eta + \zeta)}} \quad (15)$$

Формулу (15) можно также записать в другом виде. Для этого воспользуемся двумя соотношениями

$$\int_0^\infty \Phi_\infty(\tau) d\tau = \frac{\lambda}{2(1 - \lambda)} \quad (16)$$

и

$$\int_0^1 \Phi_\infty(\tau) d\tau = \frac{1 - k^2}{\lambda + k^2 - 1} + \int_0^1 R(\zeta) d\zeta, \quad (17)$$

вытекающими из (3) и (4) соответственно. При помощи формулы (13) и этих соотношений находим

$$\int_0^1 f(\zeta) \frac{d\zeta}{\zeta} = \int_0^\lambda \frac{d\lambda'}{\lambda'} \int_0^1 R(\zeta) d\zeta = \ln \frac{k}{\sqrt{1 - \lambda}} \quad (18)$$

Поэтому вместо (15) имеем

$$\varphi(\eta) = \frac{k}{\sqrt{1-\lambda}} \frac{1+\eta}{1+k\eta} e^{-\int_0^1 f(\tau) \frac{d\tau}{\eta+\tau}} \quad (19)$$

Формулы (13) и (19) были раньше получены Малликином [8] (см. также [9]).

Функция $\Phi(\tau)$. Найдем теперь из соотношений (1) и (4) выражение для функции $\Phi(\tau)$. Применяя к (1) одностороннее преобразование Лапласа и обозначая

$$\bar{\Phi}(s) = \int_0^{\infty} \Phi(\tau) e^{-s\tau} d\tau \quad (20)$$

(и аналогично $\bar{\Phi}_{\infty}(s)$), получаем

$$\bar{\Phi}(s) = e^{\int_0^{\lambda} \bar{\Phi}_{\infty}(s) \frac{d\lambda}{\lambda}} - 1. \quad (21)$$

Непосредственно из уравнения (3) имеем

$$\bar{\Phi}_{\infty}(s) + \bar{\Phi}_{\infty}(-s) = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{2s} \ln \frac{1-s}{1+s}} - 1. \quad (22)$$

Поэтому вместо (21) находим

$$\bar{\Phi}(s) = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{2s} \ln \frac{1-s}{1+s}} e^{-\int_0^{\lambda} \bar{\Phi}_{\infty}(-s) \frac{d\lambda}{\lambda}} - 1. \quad (23)$$

Производя в (23) обращение преобразования Лапласа и учитывая, что правая часть имеет полюс $s = -k$ и точку ветвления $s = -1$, методом контурного интегрирования получаем

$$\Phi(\tau) = C e^{-k\tau} + \int_0^1 R(\zeta) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} \frac{d\zeta}{\zeta \varphi(\zeta)}, \quad (24)$$

где

$$C = \frac{2k(1-k)}{\lambda + k^2 - 1} \sqrt{1-\lambda} e^{\int_0^1 f(\zeta) \frac{k d\zeta}{1+k\zeta}}. \quad (25)$$

Формула (25) при использовании соотношений (19) и (7) приводится к виду

$$C = \frac{k(1-k^2)}{\lambda+k^2-1} \frac{1}{\varphi\left(\frac{1}{k}\right)} = \frac{k(1-k^2)}{\lambda+k^2-1} \left[1 - \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{\varphi(\zeta)}{1+k\zeta} d\zeta \right]. \quad (26)$$

Выражение (24), в котором постоянная C определяется формулой (26), было раньше найдено И. Н. Мининым [10].

Заметим, что для определения C может быть также получена формула

$$C = \frac{k(1-k)}{\sqrt{1-\lambda}} e^{\int_0^1 \frac{k d\zeta}{1-k\zeta}}. \quad (27)$$

Мы придем к этой формуле, если уравнение (21) перепишем в виде

$$\bar{\Phi}(s) = \frac{1+s}{k+s} e^{\int_0^1 \frac{k d\zeta}{\zeta(1+s\zeta)}} - 1 \quad (28)$$

[по аналогии с формулой (15)] и совершим обращение преобразования Лапласа.

Моменты функции $\Phi(\tau)$. При изучении рассеяния света в полубесконечной среде приходится встречаться с моментами функции $\Phi(\tau)$, то есть с величинами

$$A_n = \int_0^{\infty} \Phi(\tau) \tau^n d\tau. \quad (29)$$

Для нахождения этих величин достаточно подставить в формулу (29) выражение (24) для функции $\Phi(\tau)$. Однако при этом получаются довольно громоздкие формулы (в частности потому, что в (24) входит функция $\varphi(\eta)$, определенная формулой (19)).

Более естественный путь для нахождения величин A_n состоит в использовании уравнения (1), так как эти величины зависят только от λ , а из (1) получаются для них простые дифференциальные уравнения (с производными по λ). В эти уравнения будут также входить и моменты функции $\Phi_{\sim}(\tau)$ (их мы обозначим через B_n), которые могут быть определены при помощи формулы (4), а для четных n — непосредственно из уравнения (3).

Из уравнения (1) мы имеем

$$\lambda \frac{dA_0}{d\lambda} = B_0 + A_0 B_0, \quad (30)$$

$$\lambda \frac{dA_1}{d\lambda} = B_1 + A_0 B_1 + A_1 B_0, \quad (31)$$

$$\lambda \frac{dA_2}{d\lambda} = B_2 + A_0 B_2 + 2A_1 B_1 + A_2 B_0 \quad (32)$$

и т. д.

Так как величина B_0 определяется формулой (16), то из (30) находим

$$\frac{d \ln(1 + A_0)}{d\lambda} = \frac{1}{2(1 - \lambda)}, \quad (33)$$

а значит

$$A_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \lambda}} - 1. \quad (34)$$

При подстановке в уравнение (31) выражений (16) и (34) оно принимает вид

$$\frac{dA_1}{d\lambda} = \frac{B_1}{\lambda \sqrt{1 - \lambda}} + \frac{A_1}{2(1 - \lambda)}. \quad (35)$$

Интегрирование (35) дает

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \lambda}} \int_0^\lambda B_1 \frac{d\lambda}{\lambda}. \quad (36)$$

При помощи (4) получаем

$$B_1 = \frac{1 - k^2}{(\lambda + k^2 - 1)k} + \int_0^1 R(\zeta) \zeta d\zeta. \quad (37)$$

Подставляя (37) в (36) и пользуясь (11) и (13), находим

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \lambda}} \left[\frac{1 - k}{k} + \int_0^1 f(\zeta) d\zeta \right]. \quad (38)$$

Для определения величины B_2 достаточно умножить обе части уравнения (3) на τ^2 и проинтегрировать по τ от 0 до ∞ . Делая это, имеем

$$B_2 = \frac{\lambda}{3(1-\lambda)^2}. \quad (39)$$

Подстановка (16), (34) и (39) в уравнение (32) дает

$$\frac{dA_2}{d\lambda} = \frac{1}{3(1-\lambda)^2} + \frac{2}{\lambda} A_1 B_1 + \frac{A_2}{2(1-\lambda)}. \quad (40)$$

Интегрируя это уравнение при учете (36), получаем

$$A_2 = \frac{\lambda}{3(1-\lambda)^2} + A_1^2 \sqrt{1-\lambda}. \quad (41)$$

Аналогично могут быть определены и другие моменты функции $\Phi(\tau)$. В частности, для величины A_3 имеем

$$A_3 = \frac{2}{\sqrt{1-\lambda}} \left[\frac{1}{k^3} - 1 + 3 \int_0^1 \tau^2 f(\tau) d\tau \right] + \frac{\lambda}{1-\lambda} A_1 + (1-\lambda) A_1^3. \quad (42)$$

Моменты функции $\varphi(\eta)$. При нахождении интенсивности излучения, выходящего из полубесконечной среды (в частности из звездной атмосферы), часто встречаются моменты функции $\varphi(\eta)$, то есть величины

$$a_n = \int_0^1 \varphi(\eta) \eta^n d\eta. \quad (43)$$

Для определения этих величин мы установим их связь с величинами A_n и воспользуемся формулами, полученными выше.

Пусть $p(\tau, \eta) d\omega$ вероятность того, что фотон, поглощенный на оптической глубине τ , выйдет из среды под углом $\arcs \cos \eta$ к нормали внутри телесного угла $d\omega$. Как известно (см. [2]), функция $p(\tau, \eta)$ определяется уравнением

$$\frac{\partial p(\tau, \eta)}{\partial \tau} = -\frac{1}{\eta} p(\tau, \eta) + \frac{\lambda}{4\pi} \varphi(\eta) \Phi(\tau), \quad (44)$$

где

$$\frac{\lambda}{4\pi} \varphi(\eta) = p(0, \eta). \quad (45)$$

и

$$\Phi(\tau) = 2\pi \int_0^1 p(\tau, \tau_1) \frac{d\tau_1}{\tau_1}. \quad (46)$$

Вводя обозначение

$$P_n(\tau) = 2\pi \int_0^1 p(\tau, \tau_1) \tau_1^n d\tau_1, \quad (47)$$

из (44) получаем

$$\frac{dP_n(\tau)}{d\tau} = -P_{n-1}(\tau) + \frac{\lambda}{2} a_n \Phi(\tau). \quad (48)$$

Интегрируя обе части соотношения (48) по τ в пределах от 0 до ∞ и пользуясь формулой (34), находим

$$a_n = \frac{2}{\lambda} \sqrt{1-\lambda} \int_0^{\infty} P_{n-1}(\tau) d\tau. \quad (49)$$

Полагая в (49) $n=0$ и учитывая, что $P_{-1}(\tau) = \Phi(\tau)$, имеем

$$a_0 = A_0 \frac{2}{\lambda} \sqrt{1-\lambda}. \quad (50)$$

Отсюда, на основании (34), следует

$$a_0 = \frac{2}{\lambda} (1 - \sqrt{1-\lambda}). \quad (51)$$

Полагая в (49) $n=1$, производя интегрирование по частям и учитывая соотношение

$$\frac{dP_0(\tau)}{d\tau} = -\Phi(\tau) \sqrt{1-\lambda}, \quad (52)$$

вытекающее из (48) при $n=0$, находим

$$a_1 = \frac{2}{\lambda} (1-\lambda) A_1. \quad (53)$$

Аналогично при $n=2$ и $n=3$ из (49) соответственно получаем:

$$a_2 = \frac{1-\lambda}{\lambda} A_2 - a_1 A_1 \sqrt{1-\lambda}, \quad (54)$$

$$\alpha_3 = \sqrt{1-\lambda} \left[\frac{\sqrt{1-\lambda}}{3\lambda} A_3 - \frac{\alpha_1}{2} A_2 - \alpha_2 A_1 \right]. \quad (55)$$

Теперь мы подставим в формулы для величин α_1 , α_2 и α_3 найденные выше выражения (38), (41) и (42) для величин A_1 , A_2 и A_3 . В результате имеем

$$\alpha_1 = \frac{2}{\lambda} \sqrt{1-\lambda} \left[\frac{1-k}{k} + \int_0^1 f(\zeta) d\zeta \right], \quad (56)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{3\sqrt{1-\lambda}} - \frac{\sqrt{1-\lambda}}{\lambda} \left[\frac{1-k}{k} + \int_0^1 f(\zeta) d\zeta \right]^2, \quad (57)$$

$$\alpha_3 = \frac{\sqrt{1-\lambda}}{3\lambda} \left\{ 2 \left(\frac{1}{k^2} - 1 \right) + 6 \int_0^1 \zeta^2 f(\zeta) d\zeta - \right. \\ \left. - \frac{\lambda}{1-\lambda} \left[\frac{1-k}{k} + \int_0^1 f(\zeta) d\zeta \right] + \left[\frac{1-k}{k} + \int_0^1 f(\zeta) d\zeta \right]^3 \right\}. \quad (58)$$

Заметим, что из (56) и (57) вытекает следующая связь между моментами α_1 и α_2 :

$$\alpha_2 \sqrt{1-\lambda} = \frac{1}{3} - \frac{\lambda}{4} \alpha_1^2. \quad (59)$$

Как известно, формула (51) для нулевого момента функции $\varphi(\tau)$ получается непосредственно из уравнения (7). Из того же уравнения могут быть найдены (см. [11]) и выражения для всех четных моментов через предшествующие [в частности, формула (59)]. Однако выражения для моментов α_1 , α_2 и α_3 , данные нами формулами (56), (57) и (58), из уравнения (7) получить не удастся. Очевидно, что изложенным способом могут быть найдены и последующие моменты функции $\varphi(\tau)$.

Случай чистого рассеяния. Применим полученные выше формулы к случаю чистого рассеяния ($\lambda = 1$). Как было показано ранее [7], в данном случае функция $\Phi(\tau)$ связана с функцией Хопфа $q(\tau)$ соотношением

$$q(\tau) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[1 + \int_0^\tau \Phi(\tau) d\tau \right] - \tau. \quad (60)$$

Подставляя (24) в (60) и полагая $k^* \rightarrow 0$, мы приходим к известному выражению для функции $q(\tau)$, полученному впервые Марком [12] (см. также [10]).

При $\lambda = 1$ моменты функций $\Phi(\tau)$ и $q(\tau)$ обращаются в бесконечность. Однако легко могут быть найдены моменты функции $q(\infty) - q(\tau)$. Для этого проинтегрируем обе части уравнения (48) от 0 до τ и воспользуемся формулой (60). В результате находим

$$P_n(\tau) = - \int_0^{\tau} P_{n-1}(\tau) d\tau + \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha_n [\tau + q(\tau)]. \quad (61)$$

Полагая в (61) $\tau \rightarrow \infty$, получаем

$$P_{n-1}(\infty) = \frac{\alpha_n}{\alpha_1}, \quad (62)$$

$$P_n(\infty) = \int_0^{\infty} [P_{n-1}(\infty) - P_{n-1}(\tau)] d\tau + \frac{\alpha_n}{\alpha_1} q(\infty), \quad (63)$$

где принято во внимание, что $\alpha_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Из (62) и (63) следует

$$\frac{\alpha_{n+1}}{\alpha_1} = \int_0^{\infty} [P_{n-1}(\infty) - P_{n-1}(\tau)] d\tau + \frac{\alpha_n}{\alpha_1} q(\infty). \quad (64)$$

Так как $P_0(\tau) = 1$, то из (64) при $n = 1$ имеем

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = q(\infty). \quad (65)$$

При $n = 2$, учитывая, что $P_1(\tau) = q(\tau)$, из (64) получаем

$$\frac{\alpha_3}{\alpha_1} = \int_0^{\infty} [q(\infty) - q(\tau)] d\tau + q^2(\infty). \quad (66)$$

Полагая в (64) $n = 3$ и пользуясь снова уравнением (48), находим

$$\frac{\alpha_4}{\alpha_1} = \int_0^{\infty} [q(\infty) - q(\tau)] \tau d\tau + \frac{3}{5} q(\infty). \quad (67)$$

Аналогично формулам (66) и (67) могут быть получены и другие формулы, выражающие последующие моменты функции $q(\infty) - q(\tau)$ через моменты функции $\varphi(\eta)$.

В свою очередь выражения для моментов функции $\varphi(\eta)$ при $\lambda=1$ находятся из приведенных выше формул для величин a_n при произвольном λ . Из формул (51) и (56) при $k \rightarrow 0$ следует, что $a_0 = 2$ и $a_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}$. Из формулы (57) при $k \rightarrow 0$ получается соотношение (65), в котором величина $q(\infty)$ определяется формулой

$$q(\infty) = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^1 \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi\zeta}{2 + \zeta \ln \frac{1-\zeta}{1+\zeta}} d\zeta. \quad (68)$$

Полагая $k \rightarrow 0$ в формуле (58), находим

$$\frac{a_3}{a_1} = \frac{3}{10} + \frac{1}{2} q^3(\infty). \quad (69)$$

Из формулы (58) можно также определить величину a_4 при $\lambda=1$. Для этого мы должны воспользоваться формулой

$$\varphi(\eta, \lambda) = \varphi(\eta, 1)(1 - k\eta), \quad (70)$$

справедливой при малых k (см. [12]).

Так как

$$a_3(\lambda) = a_3(1) - k a_4(1), \quad (71)$$

то, производя разложение в формуле (58) по степеням k , получаем

$$\frac{a_3}{a_1} = b + \frac{3}{10} q(\infty) + \frac{1}{6} q^3(\infty), \quad (72)$$

где обозначено

$$b = \frac{1}{3} - \frac{1}{\pi} \int_0^1 \zeta^2 \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi\zeta}{2 + \zeta \ln \frac{1-\zeta}{1+\zeta}} d\zeta. \quad (73)$$

Таким образом, моменты функций $\varphi(\eta)$, $\Phi(\tau)$ и $q(\infty) - q(\tau)$ выражаются через моменты функции $f(\zeta)$, определяемой формулой (14).

ON SOME FUNCTIONS ENCOUNTERED IN THE THEORY OF LIGHT SCATTERING

V. V. SOBOLEV

It is proposed to use in the theory of multiple light scattering equations containing λ as an independent variable. With the aid of the equation (1) several formulae are found for the fundamental functions of the theory. Some of them are known, the others are new. The moments of the functions $\varphi(\tau)$, $\Phi(\tau)$ and $q(\infty) - q(\tau)$ are expressed in terms of the moments of the function $f(\zeta)$ given by the formula (14).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. В. Соболев, *Астрофизика*, 2, 239, 1966.
2. В. В. Соболев, *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет*, Гостехиздат, 1956.
3. K. M. Case, F. Hoffman, G. Placzek, *Introduction to the theory of neutron diffusion*, I. Los Alamos Scientific Laboratory, 1953.
4. В. В. Соболев, *ДАН СССР*, 129, 1265, 1959.
5. В. А. Амбарцумян, *Астрон. ж.*, 19, № 5, 1942.
6. С. Чандрасекар, *Перенос лучистой энергии*, ИЛ, 1953.
7. В. В. Соболев, *ДАН СССР*, 116, 45, 1957.
8. T. W. Mullikin, *Trans. Amer. Math.* 113, 316, 1964.
9. J. L. Carlstedt, T. W. Mullikin, *Ap. J., Suppl. ser.* 12, № 113, 1966.
10. И. Н. Минин, *ДАН СССР*, 120, 63, 1958.
11. I. W. Busbridge, *The Mathematics of Radiative Transfer*, 1960.
12. C. Mark, *Phys. Rev.*, 72, 558, 1947.
13. H. C. van de Hulst, в сб. "The Atmospheres of the Earth and Planets", 1947, (русс. перевод: "Атмосферы Земли и планет", ИЛ, 1951).

О НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДИФфуЗИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В
АТМОСФЕРАХ ЗВЕЗД

В. В. ЛЕОНОВ

Поступила 17 июня 1967

Рассмотрена задача о рассеянии света в одномерной полубесконечной среде с изотропным рассеянием. Среднее время пребывания кванта в поглощенном состоянии t_1 считается зависящим от оптической глубины. Найдены точные и асимптотические выражения для вероятности выхода и вероятности отражения кванта от среды. Полученные результаты применены к теории свечения новых звезд.

Задача о нестационарном свечении неоднородной среды представляет значительный теоретический интерес. С этой задачей мы встречаемся, например, при исследовании нестационарных звезд, при изучении эффекта отражения в тесных двойных системах звезд.

В предлагаемой статье рассматривается свечение одномерной полубесконечной среды с изотропным рассеянием. Считается, что средняя величина промежутка времени, затрачиваемого квантом на элементарный акт рассеяния, уменьшается с оптической глубиной. Для решения задачи применяется метод, основанный на понятии вероятности выхода кванта из среды, предложенный В. В. Соболевым [1]. Существенное преимущество вероятностного метода перед другими состоит в том, что для нахождения интенсивности выходящего из среды излучения при любых действующих на среду источниках света требуется знание одной и той же функции $p(\tau, u)$.

В последнем разделе работы полученные результаты применяются к теории свечения новых звезд. С учетом неоднородности звездной атмосферы найден закон свечения Новой после отрыва главной оболочки.

1. *Вероятность выхода кванта из среды.* Как известно, для теории нестационарной диффузии излучения основное значение имеет средняя длительность пребывания кванта в среде. Обуславливают эту длительность две причины. Во-первых, световой квант затрачивает время непосредственно на акт рассеяния, то есть некоторый промежуток времени t_1 квант пребывает как бы в поглощенном состоянии. Во-вторых, некоторое время t_2 квант находится в пути между двумя последовательными рассеяниями. В дальнейшем изложении мы будем считать $t_1 \gg t_2$, что соответствует физическим условиям в атмосферах звезд.

Обычно, при рассмотрении нестационарных процессов свечения оба эти параметра, независимо от отношения между их величинами, полагают постоянными, не зависящими от места в среде. Однако в действительности во многих случаях как t_1 и t_2 , так и другие оптические характеристики среды зависят от оптической глубины. Поэтому возникает задача о диффузии излучения в среде с переменными оптическими свойствами. Аналитическому решению поставленной задачи обычно препятствуют значительные математические трудности, которые не позволяют получить физически наглядные решения, допускающие простую экспериментальную проверку и эффективное использование в астрофизических исследованиях. В качестве примера можно указать на работу Н. Б. Енгибаряна [6], выполненную при весьма общих предположениях об оптических свойствах среды.

В этой статье мы примем, что только среднее время пребывания кванта в поглощенном состоянии t_1 зависит от оптической глубины τ

$$t_1(\tau) = t_1(0) f(\tau). \quad (1)$$

Обозначим через $p(\tau, t - t') dt$ вероятность того, что световой квант, поглощенный на оптической глубине τ , в момент t' выйдет из среды в промежутке времени от t до $t + dt$. Кроме того, будем считать, что вероятность излучения кванта в интервале времени от t до $t + dt$ после его поглощения равна $e^{-\frac{t}{t_1}} \frac{dt}{t_1}$. В дальнейшем вместо переменной t будем использовать новую переменную $u = \frac{t}{t_1(0)}$.

Запишем уравнение для определения вероятности выхода кванта из среды. Поскольку, вообще говоря, величина $p(\tau, u)$ складывается из двух частей: из вероятности выхода кванта из среды без рассеяний по пути и из вероятности выхода кванта из среды после ряда рассеяний, мы приходим к следующему интегральному уравнению:

$$p(\tau, u) = \frac{\lambda}{2f(\tau)} e^{-\frac{u}{f(\tau)}} + \frac{\lambda}{2f(\tau)} \int_0^{\infty} e^{-|\tau-\tau'|} d\tau' \int_0^u e^{-\frac{u'}{f(\tau')}} p(\tau', u-u') du', \quad (2)$$

где λ — вероятность выживания кванта при элементарном акте рассеяния.

Для решения интегрального уравнения (2) используем операционный метод, основанный на преобразовании Лапласа. Применяя к (2) преобразование Лапласа, находим

$$\bar{p}(\tau, s) = \frac{\lambda}{2} \frac{e^{-\tau}}{1+sf(\tau)} + \frac{\lambda}{2} \frac{1}{1+sf(\tau)} \int_0^{\infty} e^{-|\tau-\tau'|} \bar{p}(\tau', s) d\tau', \quad (3)$$

где

$$\bar{p}(\tau, s) = \int_0^{\infty} e^{-su} p(\tau, u) du. \quad (4)$$

Отметим, что уравнение (3) совпадает с уравнением для вероятности выхода кванта из среды, найденным В. В. Соболевым при решении задачи о стационарной диффузии излучения в среде с зависящим от оптической глубины альbedo частицы $\lambda(\tau)$ [4].

Из уравнения (3) можно получить дифференциальное уравнение для определения функции $\bar{p}(\tau, s)$. Полагая

$$\bar{p}(\tau, s) = \lambda(\tau, s) y(\tau, s), \quad (5)$$

где

$$\lambda(\tau, s) = \frac{\lambda}{1+sf(\tau)}, \quad (6)$$

вместо (3) имеем

$$y(\tau, s) = \frac{1}{2} e^{-\tau} + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-|\tau-\tau'|} \lambda(\tau', s) y(\tau', s) d\tau'. \quad (7)$$

Путем дифференцирования (7) приходим к уравнению

$$y''(\tau, s) = [1 - \lambda(\tau, s)] y(\tau, s) \quad (8)$$

с граничными условиями

$$y(0, s) - y'(0, s) = 1, \quad y(\infty, s) = 0. \quad (9)$$

Будем считать, что среднее время пребывания кванта в поглощенном состоянии t_1 уменьшается с оптической глубиной по гиперболическому закону

$$t_1(\tau) = \frac{t_1(0)}{1 + \delta\tau} \quad (10)$$

Некоторые аргументы в пользу такого предположения будут приведены в третьем разделе. Тогда, принимая $\lambda = 1$, что соответствует условиям многих астрофизических задач, уравнение (8) можно представить в виде

$$y''(\tau, s) = \frac{s}{1 + s + \delta\tau} y(\tau, s). \quad (11)$$

Решая уравнение (11) и учитывая соотношение (5), получаем лапласовское изображение функции $p(\tau, u)$

$$\begin{aligned} \bar{p}(\tau, s) &= \frac{1 + \delta\tau}{\sqrt{s(1 + s + \delta\tau)}} \times \\ &\times \frac{K_1\left(\frac{2}{\delta}\sqrt{s(1 + s + \delta\tau)}\right)}{K_0\left(\frac{2}{\delta}\sqrt{s(1 + s)}\right) + \sqrt{\frac{1 + s}{s}} K_1\left(\frac{2}{\delta}\sqrt{s(1 + s)}\right)}, \end{aligned} \quad (12)$$

где K , — функция Макдональда индекса ν .

Теперь для нахождения $p(\tau, u)$ по известной функции $\bar{p}(\tau, s)$ необходимо произвести обращение преобразования Лапласа. Обращая (12) методом контурного интегрирования, получаем

$$\begin{aligned} p(\tau, u) &= \frac{1 + \delta\tau}{\pi} \int_0^1 \frac{A(z, x) J_1(z_1) - B(z, x) Y_1(z_1)}{A^2(z, x) + B^2(z, x)} \times \\ &\times e^{-xu} \frac{dx}{\sqrt{x(1 - x + \delta\tau)}} - \\ &- \frac{1 + \delta\tau}{2} \int_1^{1 + \delta\tau} \frac{J_1(z_1)}{K_0(z_2) + \sqrt{\frac{x-1}{x}} K_1(z_2)} e^{-xu} \frac{dx}{\sqrt{x(1 - x + \delta\tau)}}, \end{aligned} \quad (13)$$

где J , и Y , — функции Бесселя первого и второго рода соответственно, а

$$z = \frac{2}{\delta} \sqrt{x(1 - x)}, \quad z_1 = \frac{2}{\delta} \sqrt{x(1 - x + \delta\tau)}, \quad z_2 = \frac{2}{\delta} \sqrt{x(x-1)}, \quad (14)$$

$$A(z, x) = Y_0(z) - \sqrt{\frac{1-x}{x}} Y_1(z), \quad B(z, x) = J_0(z) - \sqrt{\frac{1-x}{x}} J_1(x)$$

При $\delta = 0$ (13) переходит в формулу для вероятности выхода кванта из однородной среды.

2. *Отражение кванта от среды.* Функция $\rho(u) du$, определяющая вероятность отражения кванта от среды в промежутке времени от u до $u + du$ после падения на нее, позволяет легко решить любую задачу о свечении среды, освещенной внешними источниками.

Указанная функция связана с вероятностью выхода кванта соотношением

$$\rho(u) = \int_0^{\infty} e^{-\tau} p(\tau, u) d\tau. \quad (15)$$

Для нахождения $\rho(u)$ поступим следующим образом. Полагая в уравнении для вероятности выхода кванта из среды (2) $\tau = 0$, имеем:

$$p(0, u) = \frac{1}{2} e^{-u} + \frac{1}{2} \int_0^u e^{-u'} \rho(u - u') du'. \quad (16)$$

Применяя к (16) преобразование Лапласа, находим

$$\bar{p}(0, s) = \frac{1 + \bar{\rho}(s)}{2(1 + s)}, \quad (17)$$

где

$$\bar{\rho}(s) = \int_0^{\infty} e^{-su} \rho(u) du. \quad (18)$$

Полагая в (12) $\tau = 0$, подставляя полученное выражение в (17) и решая последнее относительно $\bar{\rho}(s)$, получаем

$$\bar{\rho}(s) = \frac{2K_1\left(\frac{2}{\delta}\sqrt{s(1+s)}\right)}{\sqrt{\frac{s}{1+s}} K_0\left(\frac{2}{\delta}\sqrt{s(1+s)}\right) + K_1\left(\frac{2}{\delta}\sqrt{s(1+s)}\right)} - 1. \quad (19)$$

Путем применения метода контурного интегрирования от изображения (19) переходим к оригиналу $\rho(u)$

$$\rho(u) = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{J_1(z) Y_0(z) - J_0(z) Y_1(z)}{A^2(z, x) + B^2(z, x)} e^{-xu} \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx, \quad (20)$$

где $A(z, x)$, $B(z, x)$ и аргумент z имеют тот же вид, что и в обозначениях (14).

Из общей формулы (20) в предельных случаях $u \ll \delta^{-2}$ и $u \gg \delta^{-2}$ можно получить частные выражения для $\rho(u)$, которые позволяют составить достаточно ясное представление об особенностях отражения квантов от среды с переменным t_1 . Раскладывая (20) в ряд и ограничиваясь членами первого порядка малости относительно δ , для моментов времени $u \ll \delta^{-2}$ имеем

$$\rho(u) = \frac{2}{\pi} \left(1 + \frac{5}{8} \delta\right) \int_0^1 e^{-xu} \sqrt{x(1-x)} dx.$$

В частности, при $1 \ll u \ll \delta^{-2}$, из (21) находим

$$\rho(u) = \frac{1 + \frac{5}{8} \delta}{u \sqrt{\pi u}}. \quad (22)$$

Нетрудно видеть, что при $\delta = 0$ (21) и (22) переходят в соответствующие формулы для вероятности отражения кванта от однородной среды. Для $u \gg \delta^{-2}$ из (20) имеем точную асимптотическую формулу весьма простого вида

$$\rho(u) = \frac{2}{\delta u^2}. \quad (23)$$

Анализ формул (21) и (23) показывает, что от среды, в которой t_1 уменьшается с оптической глубиной, кванты отражаются в среднем быстрее, чем от среды с постоянным $t_1 = t_1(0)$. Впрочем этот вывод легко сделать и из физических соображений.

3. Применение к новым звездам. Как уже отмечалось, теория нестационарной диффузии лучистой энергии в среде с меняющимися оптическими свойствами имеет разнообразные применения в астрофизике. Одним из таких примеров может служить задача о свечении новой звезды после отрыва от нее главной оболочки.

Для объяснения вспышек Новых было высказано много гипотез. Одной из них является точка зрения об отрыве от звезды оболочки в самом начале вспышки. К настоящему времени эта гипотеза является единственной в какой-то мере разработанной теоретически, и, по-видимому, она лучше соответствует действительности, чем другие. Поэтому в дальнейшем мы будем считать, что оболочка отрывается от звезды в начале вспышки.

При отделении от звезды оболочки обнажаются горячие слои звездной атмосферы, что приводит к резкому увеличению светимости звезды, нарушению лучистого равновесия в атмосфере. В результате нестационарного процесса высвечивания энергии из внешних слоев звезда постепенно возвращается к состоянию с нормальной светимостью.

Задача о свечении звезды после отрыва оболочки была решена В. В. Соболевым [3]. При решении предполагалось, что среднее время, затрачиваемое квантом на один акт рассеяния, не зависит от оптической глубины в атмосфере. Однако поскольку плотность вещества растет в направлении центра звезды, среднее время пребывания кванта в поглощенном состоянии будет уменьшаться. Уменьшение с оптической глубиной времени, затрачиваемого на одно рассеяние, позволит кванту при том же числе рассеяний сократить полное время пребывания в среде. Поэтому учет неоднородности, вообще говоря, может изменить закон свечения среды.

Для исследования свечения новой звезды после отрыва оболочки мы сейчас используем полученные в первом и втором разделах результаты.

Прежде всего скажем несколько слов в пользу применимости к реальной звездной атмосфере закона изменения с оптической глубиной времени t_1 (τ) в форме (10). Пусть E_1 и E_2 соответственно тепловая и лучистая энергия единицы объема. Тогда справедливо очевидное соотношение

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{t_1}{t_2}. \quad (24)$$

В условиях термодинамического равновесия имеем

$$E_1 = \frac{3}{2} nkT, \quad E_2 = aT^4, \quad (25)$$

где n — число атомов в единице объема, k — постоянная Больцмана, T — температура, a — постоянная излучения. Подставляя (25) в (24), получаем

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{3k}{2a} \frac{n}{T^3}. \quad (26)$$

Соотношение (26), справедливое при термодинамическом равновесии, может быть использовано для оценок соответствующих величин в условиях звездных атмосфер. По приближенным оценкам В. В. Соболева [3] температура в слое отрыва — порядка $5 \cdot 10^6$ градусов, концен-

трация атомов — порядка $2 \cdot 10^{30}$. При этих условиях оказывается, что $\frac{t_1}{t_2} \approx 50$, то есть выполняется условие $t_1 \gg t_2$.

Поскольку

$$t_2 = \frac{1}{c \alpha n}, \quad (27)$$

то из (26) следует

$$t_1 = \frac{3k}{2ac} \frac{1}{\alpha T^3}, \quad (28)$$

где c — скорость света, α — коэффициент поглощения, рассчитанный на одну частицу.

Принимая для коэффициента поглощения выражение

$$\alpha = A \frac{n}{T^{1/2}}, \quad (29)$$

находим

$$t_1 = \frac{3}{2} \frac{k}{Aca} \frac{\sqrt{T}}{n}. \quad (30)$$

Учитывая теперь, что температура связана с оптической глубиной и плотностью вещества в атмосфере соотношениями

$$T^4 = T_0^4 (1 + \tau), \quad (31)$$

$$n = CT^{1/2}, \quad (32)$$

где T_0 — температура поверхности звезды, $C = \text{const}$, имеем

$$t_1(\tau) = \frac{t_1(0)}{(1 + \tau)^{1/2}}. \quad (33)$$

Переходя к отсчету оптической глубины от слоя отрыва оболочки, получаем

$$t_1(\tau) = \frac{t_1(0)}{\left(1 + \frac{\tau}{1 + \tau}\right)^{1/2}}, \quad (34)$$

где τ_0 — оптическая толщина оболочки (порядка 10^8 , как показано в [2]).

Из сравнения формул (10) и (34) видно, что в звездной атмосфере среднее время, проводимое световым квантом в поглощенном состоянии, меняется с оптической глубиной несколько медленнее, чем в рассмотренной нами в первом и втором разделах модели. Поэтому

можно ожидать, что эффект неоднородности среды при законе изменения в форме (10) будет сильнее, чем в реальной атмосфере.

Обозначим через $L(u)$ поток излучения, выходящего из звезды в момент времени u после срыва оболочки. Если $R(\tau) d\tau$ есть количество энергии, заключенное между оптическими глубинами τ и $\tau + d\tau$ в момент $u = 0$, то

$$L(u) = \int_0^{\infty} R(\tau) p(\tau, u) d\tau. \quad (35)$$

Чтобы получить выражение для $R(\tau)$ воспользуемся очевидным равенством

$$R \Delta\tau = E \Delta r, \quad (36)$$

где $E = E_1 + E_2$ — энергия, заключенная в единице объема. Учитывая соотношение (24), а также, что $\Delta\tau = \alpha n \Delta r$, при $t_1 \gg t_2$ имеем

$$R = \frac{E_2}{\alpha n} \frac{t_1}{t_2}. \quad (37)$$

Подставляя в (37) t_2 в форме (27) и пользуясь тем, что $E_2 = \sigma$, находим

$$R(\tau) = c \dot{\sigma}(\tau) t_1(\tau), \quad (38)$$

где $\sigma(\tau)$ — плотность лучистой энергии в слое, расположенном на глубине τ . В случае одномерной среды связь между $\sigma(\tau)$ и функцией источника $S(\tau)$ имеет вид

$$\sigma(\tau) = \frac{2}{c} S(\tau). \quad (39)$$

Подставляя (39) в (38), получаем окончательную формулу для распределения энергии в одномерной среде с переменным $t_1(\tau)$

$$R(\tau) = 2S(\tau) \cdot t_1(\tau). \quad (40)$$

Используя известное выражение для $S(\tau)$, имеем

$$R(\tau) = H(1 + \tau) f(\tau), \quad (41)$$

где H — поток излучения, выходящего из звезды за единицу безразмерного времени в стационарном состоянии. Последняя формула отличается от соответствующего выражения функции $R(\tau)$ для однородной среды множителем $f(\tau)$ в правой части. Этот множитель учитывает изменение с оптической глубиной среднего промежутка времени, который энергия, приходящая за единицу времени от источников излучения в слой, расположенный на глубине τ , находится внутри

этого слоя. Если оптическая толщина оторвавшейся оболочки равна τ_0 , то $R(\tau)$ в момент отрыва имеет вид

$$R(\tau) = H(1 + \tau + \tau_0)f(\tau). \quad (42)$$

В последней формуле оптическая глубина отсчитывается уже от новой границы — слоя отрыва. Немедленно после отрыва оболочки начнется высвечивание, в результате которого функция $R(\tau)$ перейдет от значения, определенного формулой (42), к значению, определяемому формулой (41).

Подставляя в формулу (35) выражение вероятности выхода кванта из среды $p(\tau, u)$ (13) и функцию $R(\tau)$ (42) с учетом (10) и интегрируя по всем глубинам, получаем интересующую нас интенсивность выходящего из среды излучения. Однако этот прямой путь оказывается слишком сложным. Поэтому мы поступим следующим образом. Найдем сначала лапласовское изображение функции $L(u)$, а затем, обратив его, будем иметь и саму интенсивность.

Применяя к (35) преобразование Лапласа, находим

$$\bar{L}(s) = \int_0^{\infty} R(\tau) \bar{p}(\tau, s) d\tau. \quad (43)$$

Подставив в (43) выражения (42), (10) и (12), получаем

$$\bar{L}(s) = \frac{H}{\bar{F}(s)} \int_0^{\infty} \frac{1 + \tau + \tau_0}{\sqrt{1 + s + \delta\tau}} K_1\left(\frac{2}{\delta} \sqrt{s(1 + s + \delta\tau)}\right) d\tau, \quad (44)$$

где введено обозначение

$$\bar{F}(s) = \sqrt{s} \left[K_0\left(\frac{2}{\delta} \sqrt{s(1 + s)}\right) + \sqrt{\frac{1 + s}{s}} K_1\left(\frac{2}{\delta} \sqrt{s(1 + s)}\right) \right]. \quad (45)$$

Интегрирование (44) дает нам изображение искомой функции

$$\bar{L}(s) = \frac{H}{s} \left[1 + \frac{\tau_0 K_0\left(\frac{2}{\delta} \sqrt{s(1 + s)}\right)}{K_0\left(\frac{2}{\delta} \sqrt{s(1 + s)}\right) + \sqrt{\frac{1 + s}{s}} K_1\left(\frac{2}{\delta} \sqrt{s(1 + s)}\right)} \right]. \quad (46)$$

Обращение (46) имеет вид

$$L(u) = H \left(1 + \frac{\tau_0}{\pi} \int_0^1 \frac{J_1(z) Y_0(z) - J_0(z) Y_1(z)}{A^2(z, x) + B^2(z, x)} e^{-xu} \sqrt{\frac{1-x}{x} \frac{dx}{x}} \right), \quad (47)$$

где $J_0(z)$ и $Y_0(z)$ — функции Бесселя от аргумента из обозначений (14).

Раскладывая (47) в ряд и ограничиваясь членами первого порядка малости относительно δ , для моментов времени $u \ll \delta^{-2}$ получаем приближенную формулу

$$L(u) = H \left[1 + \tau_* \left(1 + \frac{5}{8} \delta \right) \int_0^1 e^{-xu} \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx \right] \quad (48)$$

Легко видеть, что при $\delta = 0$ (48) переходит в точную формулу, описывающую случай однородной среды. При $u \gg \delta^{-2}$ из (47) можно получить точную асимптотическую формулу

$$L(u) = H \left(1 + \frac{\tau_*}{\delta u} \right) \quad (49)$$

Из рассмотрения формул (48) и (49) можно сделать вывод, что при $\delta \ll 1$ и $u \ll \delta^{-2}$ среда с переменными $t_1(\tau)$ будет высвечиваться практически по тому же закону, что и однородная. Для моментов времени $u \gg \delta^{-2}$ закон высвечивания существенно иной — процесс возвращения к стационарному состоянию протекает быстрее. Отклонение свечения неоднородной среды от свечения однородной становится заметным в то время, когда из среды начинают выходить кванты, поглощенные на оптических глубинах $\tau \approx \delta^{-1}$, то есть при $u \approx \delta^{-2}$.

Как видно из формул (10) и (34), в случае свечения новых звезд после срыва оболочки оптической толщины τ_* величина $\delta \approx 1/\tau_* \approx 10^{-8}$. Это означает, что отклонения от закона свечения, полученного В. В. Соболевым в предположении о постоянстве t_1 в звездной атмосфере, могут наблюдаться через несколько лет после вспышки. Следовательно, учет неоднородности атмосферы в этом случае не является существенным.

Отметим еще одну возможность применения полученных в первом и втором разделах результатов. В тесных двойных системах при освещении горячей звездой холодного спутника происходит нагревание участков холодной звезды, обращенных в сторону горячей. Это приводит к наблюдаемому в некоторых затменных системах эффекту отражения. Если холодная звезда вращается относительно направления на горячую, то, вследствие конечности промежутка времени, который кванты в среднем затрачивают на отражение, на поверхности холодного спутника установится некоторое распределение яркости, несимметричное относительно указанного направления.

Одной из задач, связанных с этим эффектом, является расчет изменения температуры в звездной атмосфере, которая получает дополнительное освещение извне. Эта задача была подробно рассмотрена И. Н. Мининым [5] и найдено ее простое аналитическое решение. В качестве модели звездной атмосферы была принята одномерная полубесконечная однородная среда. Однако, как видно из формул (34) и (10) (т.е. следует положить равным нулю), величина δ в этом случае близка к единице, то есть среднее время пребывания кванта в поглощенном состоянии быстро уменьшается с оптической глубиной. Учет последнего обстоятельства может заметно изменить решение упомянутой задачи.

Выражаю благодарность И. Н. Минину за руководство работой.

Ленинградский Государственный
Университет

ON NONSTATIONARY LIGHT SCATTERING IN STELLAR ATMOSPHERES

V. V. LEONOV

The problem of isotropic light scattering in a one-dimensional semi-infinite medium is considered. It is assumed that the duration of temporal capture t_1 varies with the optical depth. The results are applied to the theory of Nova phenomenon.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. В. Соболев, Астрон. ж., 28, 355, 1951.
2. В. В. Соболев, Астрон. ж., 29, 406, 517, 1952.
3. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
4. В. В. Соболев, Ученые зап. ЛГУ, № 273, 1958.
5. И. Н. Минин, Астрофизика, 1, 275, 1965.
6. Н. Б. Екибарян, Астрофизика, 1, 167, 1965.

ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В
ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Ю. Ю. АБРАМОВ, А. М. ДЫХНЕ, А. П. НАПАРТОВИЧ

Поступила 16 декабря 1966

Исправлена 30 мая 1967

К решению задачи о переносе резонансного излучения в приближении полного перемешивания по частотам применяется метод Винера-Хопфа.

Учитываются нерезонансные процессы: поглощение фотонов и тушение возбужденных атомов. Предлагаемый метод позволяет единообразно получить известные и ряд новых результатов. В явном виде получены асимптотические выражения для плотности возбужденных атомов при произвольной форме линии. Обсуждается влияние перераспределения по частотам на поведение решений. Где это возможно, дается физическая трактовка получающихся результатов.

Введение. Решение уравнений переноса с учетом пространственной и временной неоднородности представляет собой весьма сложную задачу. Поэтому для получения каких-либо обозримых результатов приходится пользоваться теми или иными приближениями.

Даже при рассмотрении стационарных задач обычно вводятся различные модели среды [1], например, предполагается, что среда однородна и имеет лишь 2 границы раздела с вакуумом (плоский слой). При этом результат, как правило, определяется поведением функций вблизи границы [1—3]. Ясно, что при достаточно толстых слоях можно ограничиться вообще рассмотрением полупространства (одна граница раздела). Однако и в этом случае задача отыскания точных решений сталкивается с рядом трудностей. Если предполагать, что рассеивающие центры неподвижны, а рассеяние упругое, то уравнение переноса сводится к интегральному уравнению с разностным ядром (уравнение Милна). При рассмотрении задачи о диффузии резонансного излучения такое уравнение можно получить в предположении, что частота света сохраняется в каждом акте рассеяния (коге-

рентное рассеяние). При этом оказывается, что вдали от границы раздела справедливо диффузионное приближение. Однако предположение о полной когерентности рассеяния может выполняться лишь в том случае, если атомы среды неподвижны, а линия обладает только естественной шириной. Поскольку на практике такие условия обычно не реализуются, можно сделать противоположное предположение, что рассеяние является полностью некогерентным, то есть вероятность испускания атомом кванта определенной частоты не зависит от частоты поглощенного кванта.

Биберман [4] и Холстейн [5] показали впервые, что при некогерентном рассеянии света диффузионное приближение неприменимо, так как при этом нельзя ввести понятие средней длины свободного пробега. Упомянутыми авторами уравнения переноса для случая полностью некогерентного рассеяния (который и будет всюду ниже рассматриваться) были сведены к интегральным уравнениям для концентрации возбужденных атомов. Зная последнюю, легко вычислить интенсивность излучения в любой точке пространства.

В дальнейшем уравнение переноса рассматривалось во многих работах [2, 3, 6—12].

В последнее время теория переноса излучения в линии была значительно продвинута в работах Иванова [2, 3, 6, 9, 10, 13].

В частности, им был указан способ нахождения резольвенты интегрального уравнения для среды бесконечно большой оптической толщины, а также рассмотрена задача о свечении среды, когда источники на конечном расстоянии отсутствуют (проблема Милна). Для гауссовой формы линии был произведен ряд численных расчетов, имеющих практическую ценность в астрофизике. В качестве нерезонансного процесса вводилось тушение возбужденных атомов.

В настоящей работе рассматривается задача о стационарном переносе резонансного излучения в полупространстве.

Для решения уравнения используется метод Винера-Хопфа. Ряд результатов, полученных ранее Соболевым [1] и Ивановым [2, 3, 6, 9, 10, 13], выводится единообразно с помощью преобразования Лапласа. Предлагаемый способ позволяет учесть поглощение в сплошном спектре. Наряду с общими асимптотиками для плотности возбужденных атомов — $n(x)$ удастся найти выражения для плотности выходящего излучения $J_\nu(0, \mu)$ на частотах, далеких от резонансной. Приводится удобное интегральное представление для основной функции, обычно используемой в расчетах.

1. *Постановка задачи. Уравнения.* Следуя [1, 4], мы ограничимся рассмотрением среды, состоящей из двухуровневых атомов,

которые поглощают и высвечивают свет резонансным образом. Очевидно, что при частотах, близких к резонансной, можно пренебречь различными нерезонансными процессами из-за относительной малости их сечения.

Естественно ожидать, что нерезонансные процессы, приводя к конечности длины пробега фотонов с частотами вдали от резонансной, не изменяют существенно спектрального распределения в центре линии и числа возбужденных атомов на не слишком больших расстояниях от границы раздела.

В этом смысле решение вблизи центра линии будет универсальным (не зависящим от типа преобладающих нерезонансных процессов).

Для того, чтобы проследить влияние нерезонансных процессов на ход решения в средней области частот и расстояний, рассмотрим постоянноε поглощение примесями, однородно вкрапленными в среду, и тушение возбужденных атомов с постоянным сечением σ . Считаем сечение поглощения $\varepsilon \ll k_v$ — коэффициента резонансного поглощения фотонов в центре линии.

Выбор этих процессов вызван тем, что модель по-прежнему допускает точное решение.

Отметим, что при $\varepsilon = 0$, и $\sigma = 0$ естественной единицей измерения расстояния является длина свободного пробега в центре линии. Если ε отлично от нуля, то характерным расстоянием является также длина пробега фотона, обусловленная поглощением примесью (в данном случае ε^{-1}). Естественно ожидать, что влияние нерезонансных процессов будет мало сказываться при частотах, когда $k_v \gg \varepsilon$, и на расстояниях от границы $x \ll \varepsilon^{-1}$. При этом асимптотика решения при $x \gg 1$ будет существенно различной в областях $x \ll \varepsilon^{-1}$ и $x \gg \varepsilon^{-1}$.

В случае, когда $\sigma \neq 0$ вопрос несколько сложнее, так как величина σ является сечением тушения возбужденных атомов, концентрация которых определяется плотностью излучения в данной точке. Изменение с расстоянием плотности излучения существенно зависит от конкретного вида коэффициента поглощения, поэтому при разных видах функции k_v , области изменения координаты, в которых справедливы различные асимптотики, будут несколько меняться [12].

Области применимости асимптотик должны зависеть от скорости стремления k_v к нулю при $|\nu - \nu_0| \rightarrow \infty$. При более резком убывании функции k_v влияние σ будет сказываться раньше.

Для удобства всюду в дальнейшем мы будем предполагать все величины выраженными в безразмерных единицах. Расстояние при этом следует измерять в длинах пробега в центре линии. Коэффициент поглощения в центре линии принят равным единице, частота измеряется в ширинах линии и отсчитывается от резонансной частоты ν_0 . Коэф-

фициент поглощения пропорционален коэффициенту излучения, поэтому можно положить их равными друг другу. При этом оказывается безразмерной также фазовая плотность излучения $J_v(x, \mu)$. Уравнение переноса излучения имеет вид [1]:

$$\mu \frac{\partial J_v}{\partial x} = -k_v J_v(x, \mu) + \frac{k_v}{4\pi} n - \varepsilon J_v(x, \mu) + \frac{f_v(x, \mu)}{4\pi}, \quad (1)$$

где $\arcs \cos \mu$ есть угол между направлением распространения излучения в данной точке и осью x , k_v — коэффициент поглощения, n — концентрация атомов в возбужденном состоянии, измеряемая в относительных единицах, $f_v(x, \mu)$ — функция, учитывающая излучение посторонних источников.

Плотность возбужденных атомов определяется уравнением:

$$2\pi \int_{-\infty}^{\infty} k_v d\nu \int_{-1}^1 J_v(x, \mu) d\mu - n \left(\int_{-\infty}^{\infty} k_v d\nu + \sigma \right) = 0 \quad (2)$$

(σ — сечение тушения). Предполагается, что температура не зависит от координаты. Кроме того, так как скорость движения атомов $v \ll c$, в уравнение (2) не вошел член, пропорциональный $\text{grad } n$.

Система (1)–(2) позволяет легко получить одно интегральное уравнение для плотности возбужденных атомов, которое имеет вид [1]:

$$n(x) = \int_0^{\infty} K(x-t) n(t) dt + F(x), \quad (3)$$

где

$$K(x-t) = \frac{1}{2(\bar{k} + \sigma)} \int_{-\infty}^{\infty} d\nu k_v^2 \int_0^1 \frac{e^{-\frac{-(k_v + \varepsilon)}{\mu}(x-t)}}{\mu} d\mu, \quad \bar{k} = \int_{-\infty}^{\infty} k_v d\nu. \quad (4)$$

Аналогичным образом функция $F(x)$ выражается через интегралы от мощности источников $f_v(x, \mu)$; соответствующего выражения мы не приводим из-за некоторой его громоздкости.

2. *Решение основных уравнений.* Для резольвенты интегрального уравнения (3) имеем:

$$\Gamma(x, x') = \int_0^{\infty} K(x-t) \Gamma(t, x') dt + K(x-x'). \quad (5)$$

Так как ядро уравнения симметрично, то

$$\Gamma(x, x') = \Gamma(x', x).$$

Отметим, что уравнение для резольвенты совпадает с уравнением для концентрации возбужденных атомов в случае, когда в точке x' находится „стандартный“ источник фотонов, при этом

$$f(x, \mu) = k, \delta(x - x') \text{ и } F(x) = K(x - x'). \quad (6)$$

Используя свойства интегрального оператора K , нетрудно получить [14]:

$$\Gamma(x, x') = \Gamma(0, |x - x'|) + \int_0^{\min(x, x')} \Gamma(0, x - u) \Gamma(0, x' - u) du. \quad (7)$$

Таким образом, для решения уравнения (5) достаточно найти функцию $\Gamma(0, x)$. Согласно (5)

$$\Gamma(0, x) = \int_0^x K(x - t) \Gamma(0, t) dt + K(x). \quad (8)$$

Уравнение (8) можно решить, применяя метод Винера-Хопфа. Для наших целей удобно воспользоваться двухсторонним преобразованием Лапласа.

Применяя обычные обозначения,

$$f^+(p) = \int_0^{\infty} e^{-px} f(x) dx, \quad f^-(p) = \int_{-\infty}^0 e^{-px} f(x) dx,$$

и доопределяя функцию $\Gamma(0, x)$ при $x < 0$ соотношением

$$\Gamma(0, x) = \int_0^{\infty} K(x - t) \Gamma(0, t) dt + K(x), \quad x < 0,$$

получим из (8):

$$\Gamma^+(p) + \Gamma^-(p) = K(p) \Gamma^+(p) + K(p).$$

Нетрудно убедиться, что „плюсовые“ функции в последнем уравнении аналитичны в полуплоскости $\text{Re } p > 0$, а „минусовые“ — в полуплоскости $\text{Re } p < \varepsilon$.

Обозначив $G(p) \equiv 1 - K(p)$, представим ее в виде:

$$G(p) = \frac{G^+(p)}{G^-(p)}$$

причем,

$$\ln G^+(p) = \frac{-1}{2\pi i} \int_{-\gamma-i\infty}^{-\gamma+i\infty} \frac{\ln G(z) dz}{z-p}, \quad \operatorname{Re} p > -\gamma. \quad (9)$$

Интеграл в (9) берется вдоль прямой, лежащей в области аналитичности функции $G(p)$, и при $\operatorname{Re} p > -\gamma$ определяет функцию, аналитичную в правой полуплоскости. Так как γ может быть как угодно близко к ε , то функция (9) будет аналитична в области $\operatorname{Re} p > -\varepsilon$.

При $\operatorname{Re} p < -\varepsilon$ будем понимать под $G^+(p)$ функцию, получающуюся как аналитическое продолжение функции $G^+(p)$, определенной при $\operatorname{Re} p > -\varepsilon$.

Аналогично определяется функция $G^-(p)$, аналитичная в полуплоскости $\operatorname{Re} p < \varepsilon$.

$$\ln G^-(p) = \frac{-1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{\ln G(z) dz}{z-p}, \quad \operatorname{Re} p < \gamma. \quad (10)$$

Формулами (9), (10) можно пользоваться, если функция $G(p)$ не обращается в нуль в полосе аналитичности $-\varepsilon < p < \varepsilon$.

Докажем, что при ε и σ отличных от нуля $G(p) \neq 0$ во всей плоскости комплексного переменного. Следуя [1], приведем формулу (4) к более удобному виду с помощью замены $u = \frac{k + \varepsilon}{\mu}$ и перестановки порядка интегрирования. При этом получим:

$$K(x) = \frac{1}{k + \sigma} \int_0^{\infty} Q(u) e^{-(u+\varepsilon)|x|} du, \quad (11)$$

где

$$Q(u) = \frac{1}{u + \varepsilon} \int_{\nu(u)}^{\infty} k^2 dv, \quad (12)$$

а функция $\nu(u)$ определяется следующим образом:

$$k, = u \text{ при } u \leq 1 \text{ и } \nu(u) = 0 \text{ при } u \geq 1. \quad (13)$$

Следовательно, образ Лапласа ядра имеет вид:

$$K(p) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-px} K(x) dx = \frac{2}{k + \sigma} \int_0^{\infty} \frac{(\varepsilon + u) Q(u) du}{(\varepsilon + u)^2 - p^2}, \quad (14)$$

откуда непосредственно следует, что функция $K(p)$ аналитична в

плоскости с разрезами по вещественной оси при $|\operatorname{Re} p| > \varepsilon$. При $\varepsilon = 0$ разрез проходит по всей вещественной оси и формула (14) определяет две функции, аналитичные в неперекрывающихся областях.

Поскольку $G(p) \equiv 1 - K(p)$, для доказательства того, что $G(p) \neq 0$, необходимо убедиться, что уравнение $K(p) = 1$ не имеет решения. Из (14) следует, что $K(p)$ вещественно лишь при мнимых p и на отрезке вещественной оси от $-\varepsilon$ до ε , причем везде в этой области $K(p) < K(\varepsilon)$.

При этом

$$K(\varepsilon) = \frac{1}{\bar{k} + \sigma} \left[\int_0^{\infty} \frac{Q(u) du}{u} + \int_0^{\infty} \frac{Q(u) du}{u + 2\varepsilon} \right].$$

Отсюда видно, что $K(\varepsilon)$ убывает с ростом ε . При $\varepsilon = 0$ интегралы легко берутся и мы получаем:

$$K(0) = \frac{\bar{k}}{\bar{k} + \sigma} < 1,$$

что доказывает наше утверждение.

Как видно из доказательства, случай $\varepsilon = 0$ является особым. Мы будем исследовать его, устремляя ε к нулю в конечных формулах.

Интегральное уравнение для функции $\Gamma(0, x)$, записанное в образах Лапласа, имеет вид:

$$\Gamma^+(p) \frac{G^+(p)}{G^-(p)} + \Gamma^-(p) = 1 - \frac{G^+(p)}{G^-(p)}$$

или

$$\Gamma^+(p) G^+(p) + G^+(p) = -\Gamma^-(p) G^-(p) + G^-(p). \quad (15)$$

В левой стороне равенства стоят функции, аналитичные в области $\operatorname{Re} p > 0$, а в правой — в области $\operatorname{Re} p < \varepsilon$.

Таким образом, выражение (15) может быть лишь полиномом от p , но так как $\Gamma^+(p) \rightarrow 0$, $G^+(p) \rightarrow 1$, то этот полином тождественно равен единице. Отсюда находим:

$$\Gamma^+(p) = \frac{1}{G^+(p)} - 1, \quad (16)$$

и

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\delta - i\infty}^{\delta + i\infty} e^{px} \Gamma^+(p) dp = \begin{cases} \Gamma(0, x) & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x < 0, \end{cases} \quad (17)$$

δ — произвольная положительная константа.

Преобразуем выражение (9), определяющее функцию $G^+(p)$, деформируя контур интегрирования к разрезам в левой полуплоскости. Интеграл по большим окружностям при этом исчезает, так как $G(p) \rightarrow 1$ при $p \rightarrow \infty$, и мы получаем

$$\ln G^+(p) = -\frac{1}{2\pi i} \int \frac{\ln G(z - i\delta) - \ln G(z + i\delta)}{z + p} dz, \quad \delta \rightarrow 0. \quad (18)$$

Согласно (14)

$$\begin{aligned} G(z - i\delta) &= 1 - \frac{1}{\bar{k} + \sigma} \int_0^\infty \left[\frac{Q(u)}{\varepsilon + u - z + i\delta} + \frac{Q(u)}{\varepsilon + u + z - i\delta} \right] du = \\ &= 1 - \frac{2}{\bar{k} + \sigma} \int_0^\infty \frac{(\varepsilon + u) Q(u) du}{(\varepsilon + u)^2 - z^2} + \frac{i\pi Q(z - \varepsilon)}{\bar{k} + \sigma} \end{aligned}$$

и аналогично

$$G(z + i\delta) = 1 - \frac{2}{\bar{k} + \sigma} \int_0^\infty \frac{(\varepsilon + u) Q(u) du}{(\varepsilon + u)^2 - z^2} - \frac{i\pi Q(z - \varepsilon)}{\bar{k} + \sigma}.$$

Подставим это в (18) и воспользуемся тем, что

$$\ln \frac{1 + iz}{1 - iz} = 2i \operatorname{arc} \operatorname{tg} z.$$

Тогда

$$\ln G^+(p) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi Q(z)}{(\bar{k} + \sigma) \Phi(z)}}{\varepsilon + z + p} dz, \quad (19)$$

где

$$\Phi(z) = 1 - \frac{2}{\bar{k} + \sigma} \int_0^\infty \frac{(\varepsilon + u) Q(u) du}{(\varepsilon + u)^2 - (z + \varepsilon)^2}. \quad (20)$$

Преобразуя таким же образом интеграл в (17), определяющий $\Gamma(0, x)$ при $x > 0$, получим аналогично [7]

$$\Gamma(0, x) = \int_0^\infty \frac{e^{-sx - px} Q(p) G^+(p + \varepsilon)}{\Phi^2(p) + Q^2(p)} dp. \quad (21)$$

Удобством полученного нами выражения (19) для функции $G^+(p)$ является то, что при одновременном вычислении интенсивности излучения и концентрации атомов приходится пользоваться одними и теми же функциями.

3. *Частные случаи. Связь с другими методами.* С нахождением резольвенты задача о переносе резонансного излучения в полупространстве, в принципе, решена, однако часто для получения конкретных результатов удобнее применять метод Винера-Хопфа непосредственно к интегральному уравнению для плотности возбужденных атомов (3).

С помощью этого метода несложно получить при произвольных источниках выражение для образа Лапласа функции $n(x)$, то есть величину $n^+(p)$. Через $n^+(p)$ выражается интенсивность излучения, выходящего из среды [1]:

$$J_v^{(\text{рас})}(\mu) = \frac{k_v}{4\pi|\mu|} n^+ \left(\frac{k_v + \varepsilon}{|\mu|} \right). \quad (22)$$

В частности, как отмечалось ранее, для $f_v(x, \mu) = k_v \delta(x)$ (плоский „стандартный“ источник в начале координат) функция $n(x)$ совпадает с $\Gamma(0, x)$ и, согласно (16) и (22),

$$J_v(0, \mu) = \frac{k_v}{4\pi|\mu|} \left[\frac{1}{G^+ \left(\frac{k_v + \varepsilon}{|\mu|} \right)} - 1 \right]. \quad (23)$$

Рассмотрим еще случай падения на среду извне монохроматического потока частоты ν_0 (не путать с резонансной частотой, которая в наших единицах равна нулю) под углом $\arccos \mu_0$ к поверхности ($f_v(x, \mu) = \delta(x) \delta(\nu - \nu_0) \delta(\mu - \mu_0)$). Интегральное уравнение для плотности возбужденных атомов в этом случае имеет вид

$$n(x) = \int_0^\infty K(x-t) n(t) dt + \frac{k_{\nu_0}}{2\mu_0} \frac{e^{-\frac{k_{\nu_0} + \varepsilon}{\mu_0} x}}{k + \sigma}. \quad (24)$$

С помощью метода Винера-Хопфа несложно получить аналогично (16):

$$n^+(p) = \frac{k_{\nu_0}}{2\mu_0} \frac{1}{(k + \sigma)} \left[\left(p + \frac{k_{\nu_0} + \varepsilon}{\mu_0} \right) G^+(p) G^+ \left(\frac{k_{\nu_0} + \varepsilon}{\mu_0} \right) \right]^{-1} \quad (25)$$

и, согласно (22), интенсивность выходящего излучения равна:

$$f_+(0, \mu) = \frac{k_v \cdot k_{v_0}}{8\pi(\bar{k} + \sigma)|\mu||\mu_0|} \times \\ \times \frac{1}{\left(\frac{k_v + \varepsilon}{|\mu|} + \frac{k_{v_0} + \varepsilon}{\mu_0}\right) G^+\left(\frac{k_v + \varepsilon}{\mu_0}\right) G^+\left(\frac{k_v + \varepsilon}{\mu}\right)} \quad (26)$$

Эти формулы были получены иным способом в [1].

Функция $n(x)$, являющаяся решением уравнения (24), зависит в этом случае от частоты (ν_0) падающего света, угла падения (μ_0) и координаты. Как функция этих величин она совпадает с точностью до множителя с вероятностью выхода кванта из среды, фигурирующей в работах [1, 2, 6]. Зная решение уравнения (24), легко найти образы Лапласа функции $n(x)$ для произвольных источников, а следовательно, согласно (22), и интенсивность выходящего излучения.

Обозначим через $n_q(x)$ функцию, являющуюся решением уравнения

$$n_q(x) = \int_0^{\infty} K(x-t) n_q(t) dt + e^{-qx}.$$

Согласно (24) и (25),

$$n_q^+(p) = \frac{1}{(p+q) G^+(p) G^+(q)} \quad (27)$$

и

$$n_q(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-1-\infty}^{1-\infty} \frac{e^{xz} dz}{(z+q) G^+(z) G^+(q)}.$$

С другой стороны,

$$n_q(x) = \int_0^{\infty} \Gamma(x, x') e^{-qx'} dx' + e^{-qx} = \Gamma^+(x, q) + e^{-qx}, \quad (28)$$

где $\Gamma(x, x')$ — введенная выше резольвента интегрального уравнения, через $\Gamma^+(x, q)$ мы обозначили образ функции $\Gamma(x, x')$ по переменной x' . В общем случае решение интегрального уравнения (3) выражается через резольвенту следующим образом (с учетом симметрии функции $\Gamma(x, x')$):

$$n(x) = \int \Gamma(x', x) F(x') dx' + F(x).$$

Производя в этом уравнении преобразование Лапласа по переменной x и воспользовавшись (28), получим:

$$n^+(p) = \int_0^{\infty} n_p(x') F(x') dx'$$

и согласно (25):

$$J_v^{(pacc)}(\mu) = \frac{k_v}{4\pi |\mu|} \int_0^{\infty} n \frac{k_{v+\varepsilon}}{|\mu|} (x) F(x) dx.$$

Функция $G^+(p)$ встречается почти во всех расчетных формулах. Отметим, что она совпадает с функцией $\frac{1}{H(1/p)}$. Функция $H(z)$ была использована во многих работах [1, 2, 6, 7, 9, 11]. При $\varepsilon = 0$ интеграл в (9) можно брать по мнимой оси. Переходя в нем простой заменой к действительной переменной и пользуясь четностью функции $G(z)$, интеграл можно свести к пределам $(0, \infty)$. Полученная таким образом формула совпадает с формулой в [6]. Обычно функция $H(z)$ определяется в цитированных работах уравнением:

$$H(z) = 1 + \frac{1}{k + \sigma} zH(z) \int_0^{\infty} \frac{H(z')}{z + z'} \frac{Q\left(\frac{1}{z'}\right)}{z'} dz'.$$

При нашем подходе его легко можно получить, пользуясь линейностью уравнения переноса и применяя принцип суперпозиции.

Рассмотрим решение уравнения переноса (1) в 2-х случаях:

$$f_v^{(1)} = k \delta(x) \text{ и } f_v^{(2)} = \delta(x) \delta(\mu - \mu_0) \delta(v - v_0).$$

Очевидно, что

$$f_v^{(1)} = \int_{-\infty}^{\infty} dv_0 \int_0^1 d\mu_0 k_{v_0} f_{v_0}^{(2)}.$$

В таком случае в силу линейности

$$n^{(1)+}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} dv_0 \int_0^1 d\mu_0 k_{v_0} n^{(2)+}(p), \tag{29}$$

причем $n^{(2)+}(p)$ зависит как от параметров от μ_0 и v_0 .

Для первого случая, как было получено, $n^{(1)+}(p) = \Gamma^+(p) = \frac{1}{G^+(p)} - 1$. Для второго случая $n^{(2)+}(p)$ дается формулой (25).

Подставляя эти выражения в (29), после небольших преобразований, получим приведенное выше уравнение для функции $H(p)$.

4. *Проблема Милна.* Особо следует упомянуть о случаях, когда источники на конечном расстоянии отсутствуют. Соответствующая задача называется проблемой Милна; она возникает при рассмотрении прохождения света через пластину очень большой оптической толщины. Аналогично [2, 6] мы будем получать решение в этом случае, располагая источник на конечном расстоянии x_0 и устремляя затем x_0 к бесконечности. Очевидно, при этом следует соответствующим образом увеличивать интенсивность источника, чтобы предел решения оставался конечным. Полученное таким образом решение не зависит от типа источника и удовлетворяет, вообще говоря, неоднородному интегральному уравнению.

Наиболее просто переход к задаче без источников получается, если предположить вначале, что на расстоянии x_0 стоит „стандартный“ (6) источник интенсивности $A(x_0)$. В качестве неоднородного члена в интегральное уравнение входит в этом случае $A(x_0)K(x-x_0)$, решение его при $x < x_0$, как следует из (7), есть:

$$A(x_0) \Gamma(x, x_0) = A(x_0) \Gamma(0, x_0 - x) + A(x_0) \int_0^x \Gamma(0, x-u) \Gamma(0, x_0-u) du.$$

Выберем функцию $A(x_0)$ таким образом, чтобы $\lim_{x_0 \rightarrow \infty} A(x_0) \Gamma(0, x_0 - x)$ был конечным. Согласно (21), $\Gamma(0, x)$ при $x \rightarrow \infty$ ведет себя в основном как $\exp(-\epsilon x)$.

Повтому, приняв $A(x_0) = \frac{c}{\Gamma(0, x_0)}$, получим

$$\lim_{x_0 \rightarrow \infty} c \frac{\Gamma(0, x_0 - x)}{\Gamma(0, x_0)} = ce^{\epsilon x}.$$

Плотность возбужденных атомов

$$\psi(x) \equiv \lim_{x_0 \rightarrow \infty} \frac{c \Gamma(x, x_0)}{\Gamma(0, x_0)}$$

в этом случае равна:

$$\psi(x) = ce^{ax} \left(1 + \int_0^x e^{a(x-u)} \Gamma(0, x-u) du \right) = ce^{ax} \left(1 + \int_0^x e^{-at} \Gamma(0, t) dt \right), \quad (30)$$

откуда следует, что $c = \psi(0)$.

Нетрудно убедиться, что функция $\psi(x)$ удовлетворяет интегральному уравнению:

$$\psi(x) = \int_0^x K(x-t) \psi(t) dt + \psi(0) G^+(-\varepsilon) e^{ax} \quad (31)$$

и что

$$\psi^+(p) = \frac{\psi(0)}{(p-\varepsilon) G^+(p)}. \quad (32)$$

Отметим, что при $\sigma = \varepsilon = 0$ уравнение (31) превращается в однородное. Мы будем условно называть задачу с источником на бесконечности однородной, хотя уравнение для концентрации возбужденных атомов (31) оказывается, вообще говоря, неоднородным. Как следует из (31) и свойств функции $G^+(p)$, это уравнение становится однородным лишь при $\sigma = \varepsilon = 0$.

5. *Асимптотическое поведение функции $G^+(p)$.* Поскольку функция $G^+(p)$ входит почти во все расчетные формулы, представляет интерес рассмотреть ее поведение при малых и больших p . Рассмотрим вначале случай $p \gg 1$. Разобьем интеграл в (19), определяющий функцию $G^+(p)$, на 2 части: \int_0^1 и \int_1^∞ . Поскольку p велико, то в первом интеграле можно вести разложение по отношению $z/p \ll 1$ и порядок его убывания при $p \rightarrow \infty$ есть $1/p$. Второй интеграл, при $p \gg 1$, равен $-\frac{\bar{k}^2}{2(k+\sigma)} \frac{\ln p}{p} + \frac{c'}{p} + 0\left(\frac{1}{p}\right)$. Таким образом, при $p \gg 1$ [1, 2]

$$\ln G^+(p) = 1 - \frac{\bar{k}^2}{2(k+\sigma)} \frac{\ln p}{p} + \frac{c'}{p} + 0\left(\frac{1}{p}\right), \quad (33)$$

где $\bar{k}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} k^2 dv$, c' — константа порядка единицы.

Отметим, что асимптотическое поведение функции $G^+(p)$ при

$p \rightarrow \infty$ не зависит от формы коэффициента поглощения (в формулу (33) входят величины \bar{k} и \bar{k}^2 , которые лишь весьма грубо характеризуют свойства среды). Асимптотика (33) является, таким образом, универсальной и не меняется даже в случае, когда перераспределение по частотам отсутствует вовсе.

Случай малых p оказывается несколько сложнее. Для того, чтобы рассмотреть свойства $G^+(p)$ при малых p , отметим, что из формул (9) и (10), а также четности функции $G(p)$ следует:

$$G^+(p) = 1/G^-(-p)$$

и

$$G(p) = \frac{G^+(p)}{G^-(p)} = G^+(p) G^+(-p). \quad (34)$$

Исследуем поведение функции $G(p)$ в нуле. Воспользуемся для $G(p)$ выражением

$$G(p) = 1 - \frac{1}{2(\bar{k} + \sigma)p} \int_{-\infty}^{\infty} k^2 \ln \frac{k + \varepsilon + p}{k + \varepsilon - p} dy, \quad (35)$$

которое несложно получить из (14), меняя порядок интегрирования по u и v . Тогда

$$[pG(p)]' = -\frac{1}{2(\bar{k} + \sigma)} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^2 dy}{k + \varepsilon + p} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^2 dy}{k + \varepsilon - p} \right] + 1. \quad (36)$$

Рассмотрим интеграл

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^2 dy}{k + t} = - \int_0^1 \frac{u^2 v'(u) du}{u + t}$$

Здесь $v(u)$ — функция, обратная k , $v'(u) = \frac{dy}{du}$.

Интегрируя далее по частям, получим:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^2 dy}{k + t} = \bar{k} - 2 \int_0^1 \frac{t^2 v(u) du}{(t + u)^2}$$

Заменой $z = \frac{u}{t}$ интеграл в правой части приводится к виду

$$v(t) t \int_0^{1/t} \frac{v(st) ds}{v(t)(1+s)^2}$$

Поскольку $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{v(ts)}{v(t)} = \varphi(s)$ конечен при любом конечном s (это следует из того, что $v(t)$ интегрируема в нуле и монотонно возрастает при $t \rightarrow 0$), главный член в последнем выражении при малых t есть

$$tv(t) \int_0^{\infty} \frac{\varphi(s) ds}{(1+s)^2}$$

Заметим, что при $p, \varepsilon \ll 1$,

$$\int_0^p (\varepsilon+t)v(\varepsilon+t) dt \simeq \gamma(\varepsilon+p)^2 v(\varepsilon+p) - \gamma\varepsilon^2 v(\varepsilon),$$

где

$$\gamma = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\int_0^p tv(t) dt}{t^2 v(t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{tv(t)}{2tv(t) + t^2 v'(t)} = \frac{1}{2 + \lim_{t \rightarrow 0} \frac{tv'(t)}{v(t)}}$$

Тогда интегрированием по p из (36) получаем:

$$G(p) \simeq \frac{\sigma}{k + \sigma} + \frac{\alpha\gamma}{(k + \sigma)p} [(\varepsilon + p)^2 v(\varepsilon + p) - (\varepsilon - p)^2 v(\varepsilon - p)]. \quad (37)$$

Здесь

$$\alpha = \int_0^{\infty} \frac{\varphi(s) ds}{(1+s)^2}$$

Это выражение для $G(p)$ было получено при $p < \varepsilon$ и имеет правильное аналитическое поведение при $p, \varepsilon \ll 1$, поскольку $v(p)$ для малых p определена и вещественна при положительных p и имеет разрез в комплексной плоскости, который следует провести по отрицательной части вещественной оси. Тогда аналитическое продолжение (37) дает $G(p)$ при всех комплексных $|p| \ll 1$.

После подстановки (37) в (18) получим по аналогии с выводом формулы (37):

$$G^+(p) \simeq \sqrt{\frac{\sigma}{k + \sigma}} \left(1 + \frac{\alpha\gamma}{\sigma p} [(\varepsilon + p)^2 v(\varepsilon + p) - \varepsilon^2 v(\varepsilon)] \right) (p, \varepsilon \rightarrow 0). \quad (38)$$

Формула (38) справедлива при условии:

$$(\varepsilon + p)^2 \nu(\varepsilon + p) \ll \sigma p \quad (39)$$

и произвольном соотношении между ε и p .

В частности, при $\varepsilon = 0$

$$G^+(p) \approx \sqrt{\frac{\sigma}{k + \sigma}} \left(1 + \frac{\alpha \gamma}{\sigma} p \nu(p) \right). \quad (40)$$

В силу (39) выражение (38) неприменимо при $\sigma = 0$.

Однако, когда $\varepsilon = \sigma = 0$, выражение для функции $G^+(p)$ при $p \rightarrow 0$ может быть получено следующим образом. Заметим, что если $p = 0$ не является существенно особой точкой функции $f(p)$, то при $p \rightarrow 0$ $|f(p)| \approx |f(pe^{i\varphi})|$, то есть модуль функции стремится к предельному значению независимо от выбранной последовательности точек. Поскольку $G^+(p)$ при $p > 0$ положительна, то

$$|G^+(pe^{i\varphi})| \approx G^+(p), \quad p > 0.$$

Тогда из уравнения (34) при положительных p следует, что

$$G^+(p) \approx \sqrt{|G(p)|} \approx \sqrt{G(ip)}, \quad p \rightarrow 0. \quad (41)$$

При $\varepsilon = 0$ формула (37) становится неудобной из-за слишком сложного вида, поэтому рассмотрим этот случай отдельно. При $\varepsilon = 0$ (36) можно преобразовать

$$[pG(p)]' = 1 + \frac{2}{k + \sigma} \int_0^1 \frac{u^3 \nu'(u) du}{u^2 - p^2}.$$

Используя тождество $\frac{u^3}{u^2 - p^2} \equiv u + \frac{up^2}{u^2 - p^2}$ и далее поступая, как при выводе формулы (37), получаем:

$$G(ip) \approx \frac{\sigma}{k + \sigma} - \frac{2\gamma\beta}{k + \sigma} p^2 \nu'(p),$$

где

$$\beta = \int_0^\infty \frac{\varphi(s) ds}{1 + s^2}.$$

Подставляя это выражение при $\sigma = 0$ в (41), окончательно находим при $p \rightarrow 0$ и $\varepsilon = \sigma = 0$

$$G^+(p) \approx p \sqrt{\frac{2\gamma\beta |\nu'(p)|}{k}}. \quad (42)$$

6. *Сводка асимптотик. Обсуждение.* Полученные в предыдущем пункте приближенные выражения для функции $G^+(p)$ позволяют определять интенсивность излучения, выходящего из среды под малыми углами к поверхности или на частотах, далеких от резонансной.

Кроме того, пользуясь формулой (21), мы можем находить погашение плотности возбужденных атомов на больших и малых расстояниях от поверхности. В частности, из (21) следует, что при $x \rightarrow \infty$ и ε или $\sigma \neq 0$ асимптотика функции $\Gamma(0, x)$ совпадает с асимптотикой ядра интегрального уравнения $K(x)$, а именно

$$\Gamma(0, x) \approx \frac{G^+(\varepsilon)(\bar{k} + \sigma)^3}{|\sigma + 2\alpha\gamma\varepsilon\nu(\varepsilon)|^2} K(x), \quad x \rightarrow \infty, \quad \varepsilon \text{ или } \sigma \neq 0. \quad (43)$$

При $\varepsilon = 0$ отсюда получаем:

$$\Gamma(0, x) \approx \sigma^{-3/2} (k + \sigma)^{+3/2} K(x). \quad (44)$$

Величина $K(x)$ пропорциональна концентрации атомов в точке x , возбужденных излучением, дошедшим без рассеяния, когда в начале координат стоит стандартный источник света. $\Gamma(0, x)$ — полное число атомов в точке x , возбужденных как прямым, так и рассеянным излучением. Одинаковое поведение этих функций при $x \rightarrow \infty$ свидетельствует о том, что при наличии нерезонансных процессов интенсивность рассеянного излучения на больших расстояниях убывает так же, как излучения, проходящего без рассеяния, что обусловлено большой ролью длиннопробежных фотонов в этой области.

Совпадение асимптотик функций $\Gamma(0, x)$ и $K(x)$ при $\varepsilon = 0$ было отмечено Ивановым [9].

Когда $\varepsilon = \sigma = 0$, указанное совпадение асимптотик не имеет места. Физически это связано с тем, что теперь на больших расстояниях основную роль играют фотоны с частотой, близкой к резонансной. Нерезонансные процессы, которые могли бы приводить к исчезновению их на больших расстояниях, теперь отсутствуют.

Из (6) несложно получить, что при $|x - x'| \gg 1$ и $x \gg 1$

$$\Gamma(x, x') \approx \Gamma(0, |x - x'|).$$

На больших расстояниях от источников и поверхности среды поведение функции $n(x)$ одинаково для любых типов источников. Этот результат является следствием предположения о полном перемешивании по частотам. Квант, поглотившись, полностью „забывает“ о типе источника. Однако указанные асимптотики существенно зависят от формы линии поглощения при $\nu \rightarrow \infty$ и, таким образом, являются

характеристикой вещества. В табл. 1 приведены выражения для функций $\Gamma(0, x)$ и $\psi(x)$ на больших расстояниях от поверхности.

Эти асимптотики следуют из найденных в предыдущем пункте выражений для $G^+(p)$ при $p \rightarrow 0$ и формулы (21). Заметим, что величина p является в данном случае малым параметром, по которому ведется разложение. Кроме того, существуют еще 2 малых параметра — ε и σ , учитывающие влияние нерезонансных процессов.

Наиболее простые асимптотики получаются, когда между этими параметрами существуют определенные соотношения.

Таблица 1

k_ν		$k_\nu = f(\nu)$	$k_\nu = \frac{1}{1+\nu^2}$	$k_\nu = e^{-\nu^2}$
$x \gg \frac{1}{\varepsilon}$	$\psi(x) \propto$ $\Gamma(0, x) \propto$	$e^{\varepsilon x}$ $x^{-4} e^{-\varepsilon x} \nu^4 \left(\frac{1}{x}\right)$	$e^{\varepsilon x}$ $x^{-3/2} e^{-\varepsilon x}$	$e^{\varepsilon x}$ $x^{-3} (\ln x)^{-1/2} e^{-\varepsilon x}$
$1 \ll x \ll \frac{1}{\varepsilon}, \frac{1}{g(\sigma)}$	$\psi(x) \propto$ $\Gamma(0, x) \propto$	$x \left[\nu' \left(\frac{1}{x} \right) \right]^{-1/2}$ $\left[\nu' \left(\frac{1}{x} \right) \right]^{-1/2}$	$x^{1/2}$ $x^{-3/2}$	$x^{1/2} (\ln x)^{1/2}$ $x^{-1/2} (\ln x)^{1/2}$
$\frac{1}{g(\sigma)} \ll x \ll \frac{1}{\varepsilon}$	$\psi(x) \propto$ $\Gamma(0, x) \propto$	$1 + c_1 x^{-2} \nu' \left(\frac{1}{x} \right)$ $x^{-3} \nu' \left(\frac{1}{x} \right)$	$1 - c_2 x^{-2/3}$ $x^{-3/2}$	$1 - c_3 x^{-1} (\ln x)^{-1/2}$ $x^{-2} (\ln x)^{-1/2}$

Функция $g(\sigma)$ определяется соотношением $\sigma = g\nu(g)$, ν — функция обратная k_ν , $c_1, 2, 3$ — положительные константы.

Отметим, что приведенные в таблице асимптотики для лорентцевой и гауссовой форм линии и $\varepsilon = 0$ (в действительности, $x \ll \frac{1}{\varepsilon}$) были получены иным способом в [2, 6]. Новыми являются здесь первый столбец и первая строка таблицы.

С помощью формулы (33) для $G^+(p)$ можно заключить, что при малых x

$$\Gamma(0, x) \approx a \ln \frac{1}{x} + b + O(1), \quad x \ll 1. \quad (45)$$

В связи с универсальностью асимптотики (33) формула (45) справедлива для любого вида функции k . Плотность возбужденных атомов возрастает у поверхности. Причиной тому изотропный плоский источник (в данную точку приходит большое число фотонов, излученных под малыми углами к поверхности).

Для случая падения извне на среду монохроматического пучка света поведение функции $n(x)$ в нуле, как следует из (25) и (33), определяется выражением

$$n(x) \approx n(0) + cx \ln \frac{1}{x} + O(x), \quad (46)$$

где c — положительная константа. Из (46) следует, что в начале координат $n(x)$ возрастает ($c > 0$). Поскольку при $x \rightarrow \infty$ $n(x) \rightarrow 0$, концентрация возбужденных атомов имеет максимум на некотором расстоянии от границы. Происходит это из-за того, что при приближении к границе все большая доля фотонов выходит наружу без рассеяния. Этот максимум наблюдается экспериментально.

Интенсивность света, выходящего из среды, для случая диффузного прохождения (однородная задача) и диффузного отражения (падение пучка извне) выражается через функцию $G^+(p)$ с помощью формул (22), (26) и (32). Пользуясь приближенными выражениями для $G^+(p)$ при малых и больших p , можно находить интенсивность излучения, выходящего из среды на частотах, далеких от резонансной или под малыми углами к поверхности. Интересно отметить, что в случае лорентцевой формы коэффициента поглощения $k, = \frac{1}{1 + \nu^2}$ и $\epsilon = \sigma = 0$, сравнение расчетных данных с приближенными выражениями для функции $G^+(p)$ (формулы (33) и (41)) показывает, что последние справедливы с хорошей степенью точности не только, когда $p \ll 1$ или $p \gg 1$, но и для $p \sim 1$. Следующая приближенная формула выполняется с точностью не хуже 3.5% во всей области изменения p :

$$G^+(p) = \begin{cases} \sqrt[4]{\frac{2p}{9}}, & 0 \leq p \leq 1.5 \\ \exp\left(-\frac{1}{4} \frac{\ln p}{p} - \frac{0.303}{p}\right), & 1.5 \leq p < \infty. \end{cases} \quad (47)$$

Пользуясь (47), можно с хорошей точностью получать угловые и спектральные распределения фотонов на выходе из среды, поскольку в задачах с источниками на поверхности они мало зависят от ϵ и σ .

Края линии при этом будут получаться со значительной ошибкой, так как влияние ε и σ больше, когда k_v мало.

Зная поведение концентрации возбужденных атомов, из формулы (1) несложно найти интенсивность излучения внутри среды — $J_v(x, \mu)$. Нетрудно получить, что по мере удаления от поверхности зависимость $J_v(x, \mu)$ от ν и μ становится все более слабой. При $x \rightarrow \infty$ зависимость от частоты и угла существует только для тех частот, на которых $k_v \ll \varepsilon$.

Для частот таких, что $k_v \gg \varepsilon$, распределение интенсивности на больших расстояниях является сферически симметричным и не зависит от частоты, то есть излучение приходит в „равновесие“ со средой.

7. *О роли перемешивания по частотам.* Интересно проследить, каким образом происходит переход от задачи с некогерентным рассеянием к случаю рассеяния без перераспределения частоты, когда существует постоянная длина пробега фотона и на некотором удалении от границы можно пользоваться диффузионным приближением. В последнем случае для однородной задачи и $\varepsilon = \sigma = 0$ концентрация возбужденных атомов линейно растет на больших расстояниях [14]. Пусть в нашем случае функция k_v имеет вид ступеньки:

$$k_v = \begin{cases} k_0, & |\nu| < 1, \\ 0, & |\nu| > 1 \end{cases}$$

тогда из (35) получим ($\varepsilon = \sigma = 0$):

$$G(p) = 1 - \frac{k_0}{2p} \ln \frac{k_0 + p}{k_0 - p} \quad \text{и}$$

$$G(p) \approx \frac{p^2}{3k_0^2} + O(p^4), \quad p \rightarrow 0.$$

Точно такое же выражение для $G(p)$ получается и для случая рассеяния без изменения частоты, поэтому решения для этих двух случаев оказываются идентичными. При этом на свойства решения при больших x оказывает влияние область малых p , и линейное возрастание концентрации в однородной задаче связано с тем, что $G(p) \propto p^2$ при малых p . Можно показать, что если функция k_v достаточно резко убывает при $\nu \rightarrow \infty$, мы можем приближенно заменить ее „ступенькой“. Как следует из (35), если найдется такая частота ν_T , что при некоторых p

$$\frac{p}{k_{\nu_T}} \ll 1 \quad \text{и} \quad p^2 \int_0^{\nu_T} \frac{d\nu}{k_\nu} \gg \frac{1}{p} \int_{\nu_T}^{\infty} k_\nu^2 d\nu,$$

то в этой области p :

$$G(p) \approx \left(\frac{1}{3} \int_0^{v_1} \frac{dv}{k_v} \right) p^2$$

и, следовательно, существует область линейного роста функции $\psi(x)$. В этой области, с одной стороны, влияние границы сказывается мало и, с другой стороны, можно еще пренебречь длиннопробежными фотонами.

Московский физико-технический
институт

TRANSFER OF RESONANCE RADIATION IN SEMIINFINITE MEDIUM

Yu. Yu. ABRAMOV, A. M. DYKHNE, A. P. NAPARTOVICH

The Wiener-Hopf method is used to solve the problem of transfer of resonance radiation. It is assumed that there exists complete redistribution in frequency. Continuous absorption is taken into account.

Many of known and a number of new results can be obtained by means of this method.

Explicit expressions for asymptotic behaviour of the density of excited atoms are found for any form of absorption coefficient.

Interpretation of the obtained formula is given.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, 1956.
2. В. В. Иванов, Канд. диссертация, Л., 1962.
3. В. В. Иванов, Астрон. ж., 40, 257, 1963.
4. Л. М. Биберман, ЖЭТФ, 17, 416, 1947.
5. T. Holstein, Phys. Rev., 72, 1212, 1947.
6. В. В. Иванов, Астрон. ж., 39, 1020, 1962.
7. Д. И. Нагурнер, Астрон. ж., 41, 669, 1964.
8. Звездные атмосферы, ИЛ., М., 1963.
9. В. В. Иванов, Труды Астрон. obs. ЛГУ, 22, 44, 1965.
10. В. В. Иванов, В. Т. Щербаков, Астрофизика, 1, 22, 1965.
11. Теория звездных спектров, Наука, М., 1966.
12. E. N. Avrett, D. Y. Hummer, M. N., 130, 295, 1965.
13. Д. И. Нагурнер, В. В. Иванов, Астрофизика, 2, 5, 1966.
14. Дзвисон, Теория переноса нейтронов, ИЛ, М., 1960.

К ИССЛЕДОВАНИЮ МЕЖЗВЕЗДНОЙ ПЫЛИ

И. Н. МИНИН

Поступила 12 июня 1967

Приведены результаты расчетов яркости, цвета и степени поляризации света отражательных туманностей. Принята модель туманности, предложенная автором ранее [13]. Сделано сопоставление с данными наблюдений.

В изучении межзвездной среды за последнее время получено много новых результатов. Однако это относится лишь к газовой составляющей, которая исследована достаточно подробно. Значительно менее благополучно обстоит дело с пылевой составляющей. Основной способ ее изучения состоит в анализе межзвездного покраснения света, которое истолковывается как селективное ослабление света межзвездными частицами (пылинками). В результате такого анализа можно оценить средний радиус частиц и сделать заключение о распределении частиц по размерам. При допущении о диэлектрической природе частиц величина их среднего радиуса оказывается порядка 10^{-5} см.

Другое наблюдаемое проявление межзвездной пыли определяется рассеянием света на частицах при освещении достаточно горячими звездами плотных пылевых облаков. В этом случае говорят об отражательных туманностях. Исследование таких туманностей в сочетании с теорией рассеяния света может дать некоторые дополнительные сведения о природе частиц, составляющих туманности. В работах ряда авторов [1—5] были сделаны попытки использовать этот путь для изучения межзвездных частиц. Вообще говоря, однако, соответствующий теоретический анализ затруднен вследствие неправильной формы туманностей. К тому же нет возможности учесть пространственную структуру туманности и ее расположение относительно освещающей звезды. Поэтому указанные работы не дали определенных результатов.

Видимые формы отражательных туманностей весьма разнообразны, но довольно часто наблюдаются туманности в форме симметричного сплошного ореола вокруг звезды, яркость которого уменьшается с расстоянием от центра. По оценке Д. А. Рожковского [6] такая форма встретилаь примерно у половины исследованных им туманностей. Указанная видимая форма туманности может быть истолкована на основе представления о сферически-симметричном распределении рассеивающих свет частиц относительно звезды.

В ряде работ [6—12] была изучена модель однородной сферической туманности конечного радиуса с освещающей звездой в центре. При этом считалось, что свечение туманности исчезает на ее крае из-за отсутствия пылевых частиц на больших расстояниях от звезды. Для такой модели туманности звезда должна быть окружена сферически-симметричным облаком пыли сравнительно небольшого радиуса. Это представляется маловероятным при наличии большого числа рассматриваемых туманностей.

Автором [13] предложена другая модель отражательной туманности для случая, когда наблюдается симметричный ореол вокруг звезды. В работе [13] были сделаны расчеты яркости и степени поляризации света, выходящего из туманности, а также сопоставление с данными наблюдений. Эта статья содержит некоторые дополнительные результаты.

1. *Модель туманности.* Отражательные туманности наблюдаются обычно в пределах протяженных темных пылевых облаков. Они составляют небольшие части облаков, освещенные достаточно яркими звездами. Как находит Д. А. Рожковский [6], для многих отражательных туманностей радиусы доступных наблюдениям участков вблизи освещающих звезд составляют величины порядка одной десятой части протяженности всего пылевого облака. Если считать облако однородным и учесть, что его оптическая толщина обычно не превосходит 2—3, то для оптических радиусов отражательных туманностей имеем величины порядка 0.2—0.3. Поэтому наблюдаемое свечение отражательных туманностей определяется близкими к звезде областями, и форма пылевого облака практически не сказывается. Имеет значение лишь протяженность по лучу зрения цилиндра, ось которого идет к наблюдателю через освещающую звезду и от которого исходит наблюдаемое свечение.

Как показано ранее [13], для участков туманности, расположенных достаточно близко от звезды, основная роль принадлежит однократно рассеянному свету. Поскольку, как указано, форма всей туманности не может сказаться существенным образом на результатах расчета, примем для определенности, что звезда окружена однород-

ным облаком пыли сферической формы. Тогда для интенсивности излучения $I(t)$, выходящего из туманности на оптическом расстоянии t от звезды, имеем

$$I(t) = \lambda A e^{-\tau_0} \frac{y(t)}{t}, \quad (1)$$

где λ — альбеда частицы, τ_0 — оптический радиус пылевого облака, $A = \frac{L a^2}{16 \pi^2}$, L — светимость звезды, a — объемный коэффициент поглощения,

$$y(t) = e^{-\tau_0} \sqrt{\tau_0^2 - t^2} \int_{\theta_0}^{\pi - \theta_0} x(\theta) e^{-t \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} d\theta, \quad (2)$$

$\theta_0 = \arcsin \left(\frac{t}{\tau_0} \right)$, $x(\theta)$ — индикатриса рассеяния света. Степень поляризации света $P(t)$, выходящего из туманности на оптическом расстоянии t от звезды, определяется формулой

$$P(t) = \frac{\int_{\theta_0}^{\pi - \theta_0} [x'(\theta) - x''(\theta)] \cdot e^{-t \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} d\theta}{\int_{\theta_0}^{\pi - \theta_0} [x'(\theta) + x''(\theta)] \cdot e^{-t \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} d\theta}, \quad (3)$$

где $x'(\theta)$ и $x''(\theta)$ — индикатрисы рассеяния света для поляризованных компонент.

В предыдущей статье [13] исследован случай $t \ll \tau_0$ (практически было взято $\tau_0 = \infty$). Теперь мы учтем конечность размеров пылевого облака.

2. Значения $y(t)$ и $P(t)$. Примем как и раньше [13], что частицы, составляющие туманности, имеют сферическую форму и состоят из вещества с показателем преломления, равным 1.33. Функцию распределения частиц по размерам возьмем в форме

$$f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{27}{2} e^{-3\left(\frac{\varepsilon}{\bar{\varepsilon}}\right)} \left(\frac{\varepsilon}{\bar{\varepsilon}}\right)^2 d\left(\frac{\varepsilon}{\bar{\varepsilon}}\right), \quad (4)$$

где $\varepsilon = \frac{2\pi a}{\lambda}$, a — радиус частицы, $\bar{\lambda}$ — длина волны излучения,

$\bar{\varepsilon} = \frac{2\pi a}{\lambda}$, \bar{a} — средний радиус частиц. Подставляя средние значения

$x'(\theta)$, $x''(\theta)$ и $x(\theta) = x'(\bar{\theta}) + x''(0)$, вычисленные для распределения частиц по размерам (4), в формулы (2) и (3), получим интересующие нас значения величин $y(t)$ и $P(t)$.

В табл. 1 даны значения $y(t)$ и $P(t)$ для случая $\tau_0 = 1$. При этом в левом столбце расположены значения $y(t)$, а в правом — $P(t)$ в процентах.

Таблица 1

$\bar{\varepsilon} \backslash t$	0.05		0.10		0.20	
	0.5	3.4	27	3.2	28	2.6
1	4.7	10	4.2	11	3.2	12

Для сравнения в табл. 2 приведены те же величины в случае $\tau_0 = \infty$.

Таблица 2

$\bar{\varepsilon} \backslash t$	0.05		0.10		0.20	
	0.5	3.6	25	3.5	25	3.3
1	5.1	8.3	5.0	8.2	4.9	7.9

Сопоставление этих таблиц показывает, что сделанные нами ранее выводы [13] остаются в силе и при учете конечности размеров облака. Именно, вблизи звезды яркость туманности изменяется по закону $I(t) \sim t^{-1}$, а степень поляризации $P(t)$ практически неизменна в согласии с результатами наблюдений. При этом совпадение вычисленных и наблюдаемых значений $P(t)$ достигается для величины параметра $\bar{\varepsilon}$, близкого к $\bar{\varepsilon} = 1$.

Заметим, что при $\bar{\varepsilon} \lesssim 2$ получаются величины $P(t)$, близкие к нулю и отрицательные. Наблюдения во всех случаях дают положительные значения $P(t)$, для которых преимущественные колебания электрического вектора в световой волне перпендикулярны направлению радиуса-вектора, идущего от звезды к данной точке туманности. Поэтому, если наблюдается заметная поляризация света отражательной туманности, то следует считать $\bar{\varepsilon} < 2$, откуда для среднего радиуса частиц имеем $\bar{a} < 1.4 \cdot 10^{-5}$ см.

В последнее время появились работы по измерению спектральной поляризации света отражательных туманностей [14, 15]. Для туманностей NGC 7023 и NGC 2023 получено возрастание степени поляризации с увеличением длины волны света. Измерения производились на спектральном интервале от 3250 Å до 9900 Å. При увеличении длины волны в два раза степень поляризации оказалась больше также примерно в два раза. Согласно нашим расчетам для частиц с показателем преломления 1.33 соответствующее увеличение степени поляризации происходит несколько быстрее (см. табл. 1 и 2). При изменении $\bar{\epsilon}$ от 1 до 0.5, чему соответствует увеличение длины волны света в два раза, степень поляризации возрастает примерно в три раза. Дальнейшее изучение спектральной поляризации света отражательных туманностей может дать существенную информацию о природе межзвездной пыли.

3. *Полная яркость туманности.* Рассмотрим теперь величину s — отношение полной яркости видимой части туманности к яркости звезды. Очевидно, что

$$s = \frac{8\pi^2 \int_0^{\rho_0} I(\rho) \rho d\rho}{Le^{-\tau_0}}, \quad (5)$$

где $I(\rho)$ — интенсивность излучения, выходящего из туманности на расстоянии ρ от звезды, ρ_0 — радиус видимой части туманности. Учитывая соотношение $t = \alpha\rho$ и формулу (1), вместо (5) имеем

$$s = \frac{\lambda}{2} \int_0^{t_0} y(t) dt, \quad (6)$$

где $y(t)$ определяется формулой (2) и t_0 — оптический радиус видимой части туманности ($t_0 = \alpha\rho_0$). Из табл. 1 и 2 следует, что $y(t)$ сравнительно мало изменяется с изменением t . Поэтому можем написать

$$s = \frac{\lambda}{2} \bar{y} t_0, \quad (7)$$

где \bar{y} — среднее значение $y(t)$ на интервале от 0 до t_0 . При $\bar{\epsilon} = 1$ для оценок можно принять $\bar{y} \approx 4 - 5$. Полагая для определенности $\bar{y} = 5$, вместо (7) имеем

$$s = 2.5 \lambda t_0. \quad (8)$$

Поскольку $\lambda = \frac{\sigma}{\alpha}$, где α — объемный коэффициент рассеяния света, то из (8) следует

$$s = 2.5 \sigma \rho_0. \quad (9)$$

Наблюдения дают значения s , используя которые мы сможем оценить по формуле (9) величину $\sigma \rho_0$. Если известно расстояние до туманности, то по видимому радиусу можно определить ρ_0 , а тогда найдем и значение σ .

Для туманностей IC 431 и IC 435, принадлежащих комплексу звезд и туманностей в области Ориона, по данным П. П. Паренаго [16] среднее расстояние составляет 400 пс. Тогда находим $\rho_0 \approx 0.5$ пс, а из наблюдений Д. А. Рожковского следует значение $s \approx 0.1$. Используя эти данные и (9), имеем $\sigma \approx 3 \cdot 10^{-20}$ см⁻¹. Величина σ равна произведению коэффициента рассеяния света одной частицей k на число частиц в единице объема n . При $\bar{\epsilon} = 1$ оказывается $k = 1.2 \cdot 10^{-10}$ см² и, с учетом найденного значения σ , $n \approx 2.5 \cdot 10^{-10}$ см⁻³. Далее, для определения плотности пылевого вещества в туманности D при условии, что функция распределения частиц по размерам имеет вид (4), находим

$$D = \frac{80}{27} \pi (\bar{a})^3 n \bar{\delta}, \quad (10)$$

где $\bar{\delta}$ — плотность вещества частицы. Подставляя полученные значения n и \bar{a} в (10), а также полагая $\bar{\delta} = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, имеем $D \approx 8 \cdot 10^{-26} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

4. *К обоснованию принятой модели.* В принятой модели предполагается туманность сферической формы с освещающей звездой в центре. В отличие от аналогичных рассмотрений, сделанных рядом авторов [6—12], считается, что наблюдается лишь небольшой участок туманности вблизи звезды. Разумеется, при этом форма туманности практически не сказывается на результатах расчета яркости туманности на разных расстояниях от звезды. Основное значение имеет количество рассеивающих частиц на луче зрения. Особую роль играют частицы, расположенные между наблюдателем и звездой, поскольку вследствие вытянутости индикатрисы рассеяния вперед по направлению падающего излучения эти части туманности вносят основной вклад в наблюдаемую яркость. Поэтому, если звезда окажется расположенной вблизи границы туманности, находящейся за туманностью по отношению к наблюдателю, то свечение туманности будет мало

отличаться от исследованного выше. Если же звезда находится вблизи границы туманности, расположенной между туманностью и наблюдателем, то свечение туманности может сильно отличаться от рассмотренного.

Пусть, для простоты, звезда расположена на границе слоя бесконечно большой оптической толщины, представляющего туманность, а наблюдение производится в направлении на звезду по нормали к границе. Тогда для интенсивности излучения, выходящего из туманности на оптическом расстоянии t от звезды, находим

$$I(t) = i.A \frac{y(t)}{t}, \tag{11}$$

где

$$y(t) = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x(\theta) e^{-t \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} d\theta. \tag{12}$$

При получении формулы (11) учтено лишь однократно рассеянное излучение звезды. Для степени поляризации света, выходящего из туманности, в данном случае имеем

$$P(t) = \frac{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} [x'(\theta) - x''(\theta)] \cdot e^{-t \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} d\theta}{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} [x'(\theta) + x''(\theta)] \cdot e^{-t \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} d\theta}. \tag{13}$$

Результаты расчетов по формулам (12) и (13) значений $y(t)$ и $P(t)$ даны в табл. 3, где расположение величин такое же, как и в табл. 1 и 2.

Таблица 3

t	0.05		0.10		0.20	
$\ll 1$	1.4	40	1.1	43	0.84	49
0.5	0.65	50	0.56	54	0.43	59
1	0.20	39	0.17	42	0.13	47
2	0.11	19	0.09	21	0.07	23
3	0.12	14	0.10	14	0.08	16
4	0.14	10	0.11	11	0.08	10

Сопоставим теперь результаты вычислений с данными наблюдений. Поскольку из наблюдений получаются значения $P \approx 10-15\%$, то из табл. 3 соответствующие значения $\bar{\varepsilon}$ оказываются равными $\bar{\varepsilon} \approx 3-4$. Для таких значений $\bar{\varepsilon}$ из этой же таблицы находим $\bar{y} \approx 0.1$. Величина s , равная отношению полной яркости видимой части туманности к яркости звезды, будет и для рассматриваемой нами теперь модели определяться формулой (6). Приняв значение $\bar{y} \approx 0.1$, из (7) находим

$$s \approx 0.05 \lambda t_0. \quad (14)$$

Поскольку наблюдения дают $s \approx 0.1$, то из (14) следует $\lambda t_0 \approx 2$, так что даже при $\lambda = 1$ оказывается $t_0 \approx 2$. Такое большое значение t_0 неприемлемо. Как уже указывалось, из наблюдений получаются для полной оптической толщины пылевого облака значения порядка 2—3, а видимые части отражательных туманностей составляют примерно десятую часть всего облака ($t_0 \approx 0.2-0.3$).

В связи с полученными результатами следует заметить, что в рассматриваемой модели большую роль может играть многократное рассеяние света. Здесь, в отличие от принятой нами модели со звездой внутри туманности, однократное рассеяние вносит лишь малую долю в общую яркость, поскольку индикатриса для углов рассеяния $\theta > \pi/2$ принимает малые значения по сравнению с ее значениями для углов рассеяния $\theta < \pi/2$. Учет многократных рассеяний безусловно уменьшит значения степени поляризации излучения, выходящего из туманности, по сравнению с данными табл. 3, а это соответственно, уменьшит значения $\bar{\varepsilon}$, которые следует принять для согласия теории и результатов наблюдений. Кроме того, что особенно важно, при учете многократного рассеяния света распределение яркости по диску туманности не будет следовать закону $I(t) \sim t^{-1}$, который хорошо представляет наблюдения большого числа туманностей.

Таким образом, принятая нами вначале модель туманности оказывается более удачной, чем только что рассмотренная. Разумеется, речь идет лишь о некоторой „средней“ отражательной туманности. В отдельных случаях могут иметь место различные ситуации, но мы не ставили перед собой задачу рассмотрения всех возможных случаев.

5. *Цвет туманности.* Цвет отражательной туманности характеризуется обычно величиной ΔC , равной

$$\Delta C = C_n - C_{\infty}, \quad (15)$$

где C_n и C_* — показатели цвета туманности и освещающей звезды соответственно. Величины C_n и C_* определяются формулами

$$C_n = m_n^{(1)} - m_n^{(2)}, \quad C_* = m_*^{(1)} - m_*^{(2)}, \quad (16)$$

где $m_n^{(1)}$ и $m_*^{(1)}$ — звездные величины участка туманности и звезды для излучения с эффективной длиной волны $\bar{\lambda}_1$, $m_n^{(2)}$ и $m_*^{(2)}$ — звездные величины участка туманности и звезды для излучения с эффективной длиной волны $\bar{\lambda}_2$. Для показателя цвета $B - V$ имеем $\bar{\lambda}_1 = 4310 \text{ \AA}$ и $\bar{\lambda}_2 = 5520 \text{ \AA}$.

Получим теперь теоретическое значение величины ΔC для нашей модели туманности. Используя формулу (1), имеем

$$\Delta C = -2.5 \lg \frac{Q(\bar{\varepsilon}_1) y(t_1)}{Q(\bar{\varepsilon}_2) y(t_2)}, \quad (17)$$

где учтено выражение для среднего коэффициента рассеяния света частицей, имеющее вид

$$k = \pi (\bar{a})^2 \cdot Q(\bar{\varepsilon}). \quad (18)$$

Приняв $\bar{\varepsilon}_1 = 1$ и $\bar{\varepsilon}_2 = 0.8$, находим $\Delta C = -0^m 6$. В работе Э. Е. Хачикяна [9] из наблюдений для туманности NGC 2023 найдено среднее значение $\Delta C = -0^m 5$, что достаточно хорошо согласуется с полученным нами значением.

Расчеты цвета отражательных туманностей делались ранее в работах Хенли и Гринстейна [3], Э. Е. Хачикяна [9], Д. А. Рожковского [6, 12], Ваньсека и Святоса [17]. При этом рассматривались модели туманности, отличные от принятой нами.

6. *Обобщенное соотношение Хаббла.* В 1922 году Хабблом в его классической работе по изучению отражательных туманностей [18] была получена формула

$$m_* + 5 \lg \Delta = \text{const}, \quad (19)$$

где m_* — видимая звездная величина освещающей звезды, Δ — угловой радиус наблюдаемой части туманности. Соотношение (19), полученное теоретически на основе допущения о том, что в туманностях происходит чистое рассеяние света звезды, удовлетворительно представляло результаты наблюдений.

В дальнейшем Г. А. Шайн, В. Ф. Газе и С. Б. Пикельнер [7] обобщили соотношение (19), используя для этого предложенную

ими модель отражательной туманности. При этом в правую часть формулы (19) дополнительно вошли такие параметры, как альbedo частицы и M_* — абсолютная звездная величина освещающей звезды. В работе Д. А. Рожковского [6] также приведена формула, обобщающая (19), которая, как оказалось, лучше представляет результаты наблюдений, нежели формула Хаббла (19).

Для нашей модели туманности также можно получить соответствующее соотношение. Приняв для яркости туманности формулу (1), находим

$$m_s + 5 \lg \Delta = \text{const} - M_* + 5 \lg [e^{-\tau} u(t_0)], \quad (20)$$

где $u(t)$ определяется формулой (2). Формула (20) может оказаться полезной при статистической обработке результатов наблюдений отражательных туманностей.

7. О методах исследования межзвездной пыли. Исследование свойств межзвездного пылевого вещества представляет большие трудности. Это связано, в частности, с отсутствием сведений относительно его химического состава. Для получения однозначных выводов необходимо иметь достаточно обширную информацию, что может быть достигнуто применением различных методов исследования. В настоящее время имеется четыре метода изучения межзвездной пыли, краткую характеристику которых и дальнейшие перспективы их применения мы теперь рассмотрим.

а. Межзвездное ослабление света. Этот метод основан на изучении зависимости межзвездного ослабления света от длины волны излучения. Сопоставление с расчетными значениями дает возможность оценить средний радиус частиц. Особенно ценными здесь следует считать полученные недавно результаты для ультрафиолетовой области спектра [19]. Уже предварительное обсуждение этих результатов привело к заключению о том, что принимаемые обычно значения среднего радиуса частиц ($2-5 \cdot 10^{-5}$ см) сильно завышены.

В связи с этим отметим работы Хойла и Викрамасингха [20, 21], где вновь обсуждается гипотеза о графитовом составе пылинок, предложенная Керелем и Шацманом [22]. Кроме того, в работе [21] для объяснения обнаруженного из наблюдений (см. [23, 24]) изменения закона межзвездного покраснения света в зависимости от галактической долготы была выдвинута гипотеза о частицах графита, покрытых слоем льда. В таком случае изменение толщины слоя льда, окружающего графитовое ядро частицы, приводит к изменению зависимо-

сти коэффициента поглощения от длины волны и, соответственно, к изменению закона межзвездного ослабления света.

б. *Отражательные туманности.* Как показано нами в [13] и данной статье, исследование отражательных туманностей может дать некоторую дополнительную информацию о межзвездной пыли. Для примера было рассмотрено рассеяние света на диэлектрических частицах с показателем преломления, равным 1.33, и функцией распределения частиц по размерам (4). Разумеется, межзвездные пылинки могут иметь другой показатель преломления, и функция распределения пылинок по размерам может отличаться от (4).

Поэтому в дальнейшем представит интерес расчет распределения яркости и поляризации света для отражательных туманностей, состоящих из частиц различной природы, в частности, графитовых. Кроме того, желательно иметь соответствующие измерения в различных участках спектра.

в. *Диффузное галактическое излучение.* Наряду с изучением рассеяния света в отражательных туманностях представляет интерес также исследование интенсивности диффузного галактического излучения, возникающего при рассеянии света звезд на частицах межзвездной пыли. Для расчета интенсивности диффузного галактического излучения естественным представляется рассмотрение модели в форме плоского слоя пыли, освещаемого звездами, некоторым образом распределенными в пространстве. Такой задачей занимались в последнее время ван де Хюлст и Дэвис [25], а также С. А. Каплан ([26], стр. 237). К сожалению, измерения интенсивности диффузного галактического излучения не привели пока что к определенным результатам. Между тем, этот метод исследования дает возможность сделать заключение о величине альbedo межзвездных пылевых частиц, не определяемой другими способами.

г. *Тепловое излучение пылинок.* Измерение интенсивности и спектрального распределения инфракрасного излучения межзвездной пыли даст возможность сделать заключение о составе частиц и их температуре [27]. Трудности, связанные с получением соответствующих данных наблюдений, пока что не преодолены.

Совместным применением указанных методов можно приблизиться к выяснению состава межзвездных пылевых частиц и уточнить их средний размер.

Ленинградский
государственный университет

ON THE INVESTIGATION OF THE INTERSTELLAR DUST

I. N. MININ

The results of the calculation of brightness, color and polarization of light of the reflection nebulae are given. The model of the nebula is the same as used earlier [13]. The results are compared with the observational data.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. P. Keenan, Ap. J., 84, 600, 1936.
2. L. Henney, Ap. J., 85, 107, 1937.
3. L. Henney, J. Greenstein, Ap. J., 88, 580, 1938.
4. C. Shalen, Ann. Upps. Obs., 1, № 9, 1945.
5. С. А. Каплан, Астрон. ж., 29, 326, 1952.
6. Д. А. Рожковский, Изв. Астрофиз. ин-та АН КазССР, 10, 15, 1960; 13, 27, 1962.
7. Г. А. Шайн, В. Ф. Газе, С. Б. Пикельнер, Изв. КРАО, 12, 64, 1954.
8. В. Г. Фесенков, Астрон. ж., 32, 97, 1955.
9. Э. Е. Хачикян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 10, 107, 1957.
10. В. В. Соболев, Астрон. ж., 37, 3, 1960.
11. И. Н. Минин, Астрон. ж., 38, 641, 1961.
12. Д. А. Рожковский, Труды Астрофиз. ин-та АН КазССР, 5, 249, 1965.
13. И. Н. Минин, Астрон. ж., 41, 662, 1964.
14. T. Gehrels, A. J., 64, 332, 1959.
15. T. Gehrels, T. Teska, Communications of the lunar and planetary laboratory, 1, № 22, 1962.
16. П. П. Паренаго, Труды ГАИШ, 25, 1, 1954.
17. V. Vanuzek, J. Svatos, Acta Univ. Carolinae, 1, 1, 1964.
18. E. Hubble, Ap. J., 56, 162, 400, 1922.
19. T. Stecher, Ap. J., 142, 403, 1966.
20. F. Hoyle, N. Wickramasinghe, M.N., 124, 417, 1962.
21. N. Wickramasinghe, M.N., 125, 87, 1962; 126, 99, 1963.
22. R. Cayrel, E. Schatzman, Ann. d'Astroph., 17, 555, 1954.
23. E. Wampler, Ap. J., 134, 861, 1961.
24. J. Borgman, H. Johnson, Ap. J., 135, 306, 1962.
25. H. van de Hulst, M. Davis, Proc. Koninkl. Nederl. acad. wet., 64, 220, 1961.
26. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, Межзвездная среда, М., 1963.
27. W. Stein, Ap. J., 144, 318, 1966.

ОБ УСЛОВИЯХ ОБРАЗОВАНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ В РЕЗУЛЬТАТЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

О. В. ЧУМАК

Поступила 17 апреля 1967

Исправлена 12 июля 1967

Показано, что для того, чтобы в однородной звездной среде в результате неустойчивости образовалась стационарная система, необходимо, чтобы плотность в объеме среды, диаметр которого равен критическому, превышала бы общую среднюю плотность в 2.48 раза.

Целью настоящей работы является выяснение условий, при которых в результате неустойчивости в однородной звездной среде может возникнуть стационарная система.

Рассмотрим для этого следующую простую модель. Пусть в звездной среде имеется сферически симметричный однородный объем, диаметр которого равен критической длине, а плотность несколько превышает общую среднюю плотность среды. Энергию связи ε_1 N -звезд в этом объеме можно выразить следующим образом:

$$\varepsilon_1 = Gm^2 \sum_{j=1}^N \frac{1}{r_{1j}} + Gm^2 \sum_{j=N+1}^{\infty} \frac{1}{r_{1j}}. \quad (1)$$

Здесь первое слагаемое дает энергию связи звезды с выделенным объемом, второе — со всей остальной средой, а N — число звезд в объеме.

Полную энергию связи ε_k одной звезды в области, удаленной от возмущенного объема на расстояние, где его воздействием на рассматриваемую звезду можно пренебречь, формально можно записать в том же виде, что и (1):

$$\varepsilon_k = Gm^2 \sum_{j=1}^{N_0} \frac{1}{r_{kj}} + Gm^2 \sum_{j=N_0+1}^{\infty} \frac{1}{r_{kj}}. \quad (2)$$

Здесь первое слагаемое дает энергию связи звезды с невозмущенным объемом, равным по величине возмущенному, а N_0 — число звезд в этом объеме.

Тогда работа выхода ε звезды из возмущенного объема в среду, в случае отсутствия гравитационного парадокса, равна:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_k = Gm^2 \sum_{j=1}^N \frac{1}{r_{1j}} - Gm^2 \sum_{j=1}^{N_0} \frac{1}{r_{kj}}. \quad (3)$$

Помножив и разделив первое слагаемое на N , а второе на N_0 , получим:

$$\varepsilon = Gm^2 \left(\frac{N}{r_1} - \frac{N_0}{r_k} \right). \quad (4)$$

Здесь r_1 и r_k — среднее гармоническое расстояний между звездами в возмущенном и невозмущенном объемах соответственно.

Согласно [1], в случае однородной сферы среднее гармоническое не зависит от абсолютного значения плотности в системе и равно $5/6$ радиуса. Поэтому (4) можно переписать так:

$$\varepsilon = \frac{6Gm^2(N - N_0)}{5R}, \quad (5)$$

где R — радиус возмущенного объема.

Переходя к плотностям, получаем:

$$\varepsilon = \frac{8\pi}{5} Gm^2 R^2 (n - n_0). \quad (6)$$

Здесь n и n_0 — плотности возмущенного и невозмущенного объемов соответственно.

Потенциальная энергия возмущенного объема относительно среды будет, очевидно, равна:

$$U = \frac{-3Gm^2(N - N_0)^2}{5R} \quad (7)$$

или

$$U = -\frac{16}{15} \pi^2 Gm^2 R^5 (n - n_0)^2. \quad (8)$$

Ясно, что когда n мало отличается от n_0 , то

$$\frac{-U}{T} < 1, \quad (9)$$

где T — кинетическая энергия возмущенного объема.

Таким образом, по классификации Т. А. Агеяна [2], рассматриваемая система находится в состоянии 1*. Согласно этой же работе, чтобы система в результате ухода быстрых членов перешла в устойчивое состояние, необходимо, чтобы в начальный момент имело место неравенство

$$\frac{-U}{T} > 0.807 \quad (10)$$

(распределение скоростей в возмущенном объеме предполагается максвелловским).

Подставляя (8) в (10) и учитывая известное выражение для кинетической энергии, получаем:

$$\frac{1.6 \pi G m R^2 n \left(1 - \frac{n_0}{n}\right)^2}{\bar{v}^2} > 0.807. \quad (11)$$

Диаметр возмущенного объема, как уже отмечалось, равен критической длине волны λ_0 , которая, согласно [3], равна:

$$\lambda_0 = \left(\frac{5\pi\bar{v}^2}{9Gmn}\right)^{1/2}, \quad (12)$$

где \bar{v}^2 — средняя дисперсия скоростей частиц, m — как обычно, масса одной частицы.

Тогда условие (11) приводится к виду:

$$\frac{2\pi^2}{9} \left(1 - \frac{n_0}{n}\right)^2 > 0.807, \quad (13)$$

или, после элементарных преобразований,

$$n > 2.48 n_0. \quad (14)$$

Все вышеизложенное относится к среде, состоящей из дискретных тел. Как показано в [2], наличие диффузной материи, даже в количествах, небольших по сравнению со всей массой тел возмущенного объема, будет, по-видимому, способствовать значительно более быстрому переходу его в устойчивое состояние.

В заключение выражаю благодарность И. Л. Генкину и Г. М. Идлису, просмотревшим рукопись и сделавшим полезные замечания.

ON THE CONDITIONS OF FORMATION OF STEADY
STATE SYSTEMS AS CONSEQUENCE OF INSTABILITY

O. V. CHUMAK

It is shown that for the formation of a stable system in a stellar medium, as a result of gravitational instability, it is necessary that the density at the original volume must be higher than the average one by a factor 2.48.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Э. А. Дибай, Ф. А. Цицин, А. С. Шаров, *Астрон. ж.*, 32, 659, 1960.
2. Т. А. Аюкян, *Астрон. ж.*, 41, 131, 1964.
3. J. H. Jeans, *Astronomy and Cosmogony*, Cambridge, 1929, p. 348.

О РАДИУСЕ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Ю. Л. ВАРТАНЯН

Поступила 4 июля 1967

Показано, что наличие нейтронного ядра у сверхплотных вырожденных газовых масс приводит к сильному набуханию оболочки, которая состоит из вырожденных электронов и атомных ядер.

Одной из основных задач теоретической астрофизики является изучение холодных газовых масс ($T=0$), в которых гравитационное притяжение уравнивается упругостью вырожденных электронов и барионов. Изучению состояния вещества, а также нахождению основных параметров таких конфигураций были посвящены многочисленные работы, ссылки на которые можно найти в [1, 2]. Особый интерес представляет рассмотрение зависимости полной массы холодных звезд M от плотности в центре ρ_c . Кривая $M(\rho_c)$, кроме двух хорошо известных максимумов, один из которых находится в области белых карликов (точка Ландау-Чандрасекара, „ЛЧ“), и максимума в области ядерной плотности (точка Ландау-Оппенгеймера-Волкова, „ЛОВ“), имеет ряд экстремальных точек также и при центральных плотностях, превышающих ядерную. В частности, в [3, 4] за точкой „ЛОВ“ был найден весьма четкий максимум. В [5] было показано, что при стремлении $\rho_c \rightarrow \infty$ кривая $M(\rho_c)$ должна испытывать затухающие осцилляционные изменения*. Те конфигурации, которые находятся на восходящих ветвях кривой $M(\rho_c)$, то есть для которых $dM/d\rho_c > 0$, и расположены до точки „ЛОВ“, находятся в состоянии устойчивого равновесия,

* Укажем, что утверждение в [2], что максимум, лежащий за точкой „ЛОВ“, впервые найден Мизнером и Запольским в [6] и что доказательство затухающих осцилляций кривой $M(\rho_c)$ впервые дано Гаррисоном в [7], является неточным.

остальные же находятся в состоянии неустойчивого равновесия. Вопросы устойчивости во многих отношениях наиболее удобно и наглядно рассматривать на основе зависимости массы M от полного числа барионов N , то есть кривой $M(N)$. Именно такой подход впервые был применен в [8]. Вид кривой $M(N)$ в дальнейшем был уточнен в [9], а в конкретных расчетах в [4].

В отличие от кривых $M(\rho_c)$ и $M(N)$ кривая зависимости радиуса вырожденных холодных звезд R от центральной плотности ρ_c имеет меньшее число характерных точек [4, 10]. Для конфигураций, плотность в центре которых порядка и выше ядерной, радиус оказывается порядка 6—10 км. Если не учесть небольшой минимум, при чрезвычайно больших плотностях ($\rho_c \approx 10^{27}$ г/см³), то кривая $R(\rho_c)$ с уменьшением ρ_c весьма медленно возрастает и в области белых карликов R становится порядка нескольких тысяч км. Однако на таком весьма плавном общем фоне изменения $R(\rho_c)$ имеется острый максимум при $\rho_c \sim 10^{14}$ г/см³ [4]. Ниже рассматриваются причины возникновения этого максимума.

Как известно [4], барионные звезды состоят из барионного ядра, то есть центральной области, где вещество состоит из вырожденного газа барионов и электронов и оболочки, состоящей из вырожденных электронов и атомных ядер („eA“ фаза). Если рассматривать изменение центральной плотности от бесконечно больших значений к более низким, то порог „eA“ фазы будет при $\rho = 2.49 \cdot 10^{11}$ г/см³, $P = 4.88 \cdot 10^{29}$ эрг/см³ [11]. При этом у порога этой фазы за счет обратного β -распада ядра весьма богаты нейтронами. В таких ядрах отношение \bar{A}/Z , где A — полное число нуклонов в ядре, а Z — число протонов, с уменьшением плотности изменяется от 2.8 до обычных значений. Эта величина может быть аппроксимирована формулой [12]

$$\bar{A}/Z = 2(1 + 2.72 \cdot 10^{-3} x + 1.24 \cdot 10^{-4} x^2), \quad (1)$$

где $x = p_e/m_e c$, p_e — импульс Ферми вырожденного электронного газа.

В [4] были рассчитаны как радиусы конфигураций, так и радиусы барионного ядра. У конфигураций, плотность в центре которых превосходит ядерную, толщина „eA“ фазы весьма незначительна по сравнению с радиусом барионного ядра. При уменьшении центральной плотности масса ядра уменьшается, а радиус, увеличиваясь, доходит до 26 км. Значения массы и радиуса ядра служат начальными условиями для нахождения массы и толщины оболочки. Из таблицы видно, что для конфигураций, плотность в центре которых изменяется от 10^{14} до $5 \cdot 10^{13}$ г/см³, незначительное изменение массы и радиуса ядра

приводит к весьма быстрому, почти скачкообразному изменению размеров оболочки. Таким образом, максимум на кривой $R(\rho_c)$ обусловлен оболочкой нейтронной звезды, то есть „eA“ фазой.

Для нахождения параметров оболочки необходимо проинтегрировать уравнения

$$du/dr = 4\pi\rho r^2, \quad (2)$$

$$dP/dr = -(k\rho u/r^2)(1 + P/\rho c^2)(1 + 4\pi r^3 P/uc^2)(1 - 2ku/c^2 r)^{-1}, \quad (3)$$

где $u(r)$ — масса, „накопленная“ на расстоянии r , P — давление, ρ — плотность вещества, k — гравитационная постоянная, c — скорость света.

Уравнения (2) и (3) должны быть дополнены уравнением состояния $P = P(\rho)$, которое в „eA“ фазе может быть выражено в параметрическом виде [13]

$$\rho = \frac{m}{3\pi^2} (m_e c/\hbar)^3 (\bar{A}/Z) x^3, \quad (4)$$

$$P = \frac{m_e^4 c^5}{24\pi^2 \hbar^3} [x(2x^2 - 3)\sqrt{1+x^2} + 3 \ln(x + \sqrt{1+x^2})], \quad (5)$$

где m и m_e — соответственно массы нуклона и электрона.

Для интегрирования уравнений (2) и (3) необходимо задать начальные условия

$$r = r_0; \quad u(r_0) = u_0; \quad x(r_0) = x_0, \quad (6)$$

где x_0 соответствует началу „eA“ фазы. Если для \bar{A}/Z пользоваться соотношением (1), то есть учесть обратный β -распад, то x_0 оказывается равным 45, в случае же $\bar{A}/Z = 2$, $x_0 = 50.3$. Начальные данные r_0 и u_0 были взяты из [4] (см. табл. 1). Для этих значений u_0 , r_0 , а также P_0 , ρ_0 , соответствующих началу „eA“ фазы, релятивистские поправки, входящие в последние три сомножителя правой стороны (3), оказываются весьма малыми, а потому в первом приближении можно пользоваться теорией Ньютона

$$du/dr = 4\pi\rho r^2, \quad (2')$$

$$dP/dr = -k\rho u/r^2. \quad (3')$$

Так как поправки к \bar{A}/Z , обусловленные обратным β -распадом (см. (1)), приблизительно того же порядка, что и поправки ОТО, то в ньютоновском приближении нужно в (4) приравнять $\bar{A}/Z = 2$. Результаты интегрирования для данного приближения приведены в табл. 1, из которой видно, что $R(\rho_c)$ уже в этом приближении имеет максимум.

МАССА И РАДИУС НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Масса M_0 и радиус R_0 взяты из [4]

$\rho(0)$ г/см ³	$P(0)$ эрг/см ³	M_0/M_\odot	R_0 км	Ньютоновский вариант, $A/Z = \text{const}$		Релятивистский вариант, $A/Z \neq \text{const}$	
				M/M_\odot	R км	M/M_\odot	R км
$4.23 \cdot 10^{13}$	$1.49 \cdot 10^{32}$	0.0899	22.9	1.12	797	0.882	1330
$5.21 \cdot 10^{13}$	$2.04 \cdot 10^{32}$	0.0974	22.7	1.08	855	0.867	1520
$6.97 \cdot 10^{13}$	$2.56 \cdot 10^{32}$	0.101	21.5	1.02	935	0.821	1870
$7.10 \cdot 10^{13}$	$3.31 \cdot 10^{32}$	0.108	20.6	1.01	1080	0.797	2240
$7.50 \cdot 10^{13}$	$3.58 \cdot 10^{32}$	0.110	20.6	1.00	1100	0.788	2300
$7.90 \cdot 10^{13}$	$3.90 \cdot 10^{32}$	0.112	20.6	0.990	1120	0.770	2420
$8.27 \cdot 10^{13}$	$4.17 \cdot 10^{32}$	0.114	20.6	0.980	1150	0.750	2540
$8.69 \cdot 10^{13}$	$4.48 \cdot 10^{32}$	0.116	20.6	0.967	1190	0.724	2700
$1.04 \cdot 10^{13}$	$5.70 \cdot 10^{32}$	0.123	19.3	0.873	1870	0.415	4140
$1.20 \cdot 10^{14}$	$6.95 \cdot 10^{32}$	0.127	18.2	0.778	2390	0.142	537
$1.37 \cdot 10^{14}$	$8.85 \cdot 10^{32}$	0.132	17.0	0.694	2780	0.138	148
$1.78 \cdot 10^{14}$	$1.40 \cdot 10^{33}$	0.145	14.1	0.149	109	0.146	43.5
$2.84 \cdot 10^{14}$	$5.11 \cdot 10^{33}$	0.258	12.1	0.258	21.1	0.258	17.7

Как известно [14, 15, 12] точка „ЛЧ“ обусловлена поправками ОТО и нейтронизацией ядер. Однако из таблицы видно, что учет нейтронной сердцевины уже в ньютоновском приближении с $A/Z = \text{const}$ приводит в области белых карликов к максимуму $M(\rho_c)$. Отметим, что этот результат остается в силе, если параметры нейтронной сердцевины также вычислять согласно (2') и (3'), то есть пользоваться уравнениями Ньютона во всей звезде. Для сравнения на электронной счетной машине „Наири“ были также заново проинтегрированы уравнения (2) и (3). Результаты интегрирования, которые приведены в табл. 1 и на рис. 1, слегка отличны от результатов в [4]. Это обусловлено тем, что в [4] не ставилась отдельная задача рассмотрения оболочки, и уравнение состояния для всей области изменения $\rho(r)$, от барионного ядра до оболочки, было введено в машину в затабулированном виде. Здесь же для уравнения состояния мы пользовались аналитическими выражениями (4) и (5). Из таблицы видно, что учет релятивистских поправок увеличивает максимум R и смещает его в сторону чуть меньших центральных плотностей.

Постараемся дать объяснение результатов численного интегрирования. Как видно из табл. 1, для конфигураций, плотность в центре

которых больше, чем $\rho_c = 1.04 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$, масса оболочки составляет незначительную часть всей массы звезды, а потому ею можно пренебречь. Кроме того, пренебрежем в (3) членом $4\pi r^3 P / uc^2$, который меньше, чем два других поправочных члена $P/\rho c^2$ и $2ku/c^2 r$. В этом приближении проинтегрировав (3), с учетом (4), (5) и (1), для радиуса звезды R получим

$$R = \frac{r_u}{1 - (1 - r_u/r_0)e^I}; \quad r_u = 2ku_0/c^2; \quad (7)$$

где

$$I = 16 \int_0^{45} x^4 (1 + x^2)^{-1/2} \left\{ 2.94 \cdot 10^4 x^3 (1 + 2.72 \cdot 10^{-3} x + 1.24 \cdot 10^{-4} x^2) + x(2x^2 - 3)\sqrt{1 + x^2} + 3 \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) \right\}^{-1} dx. \quad (8)$$

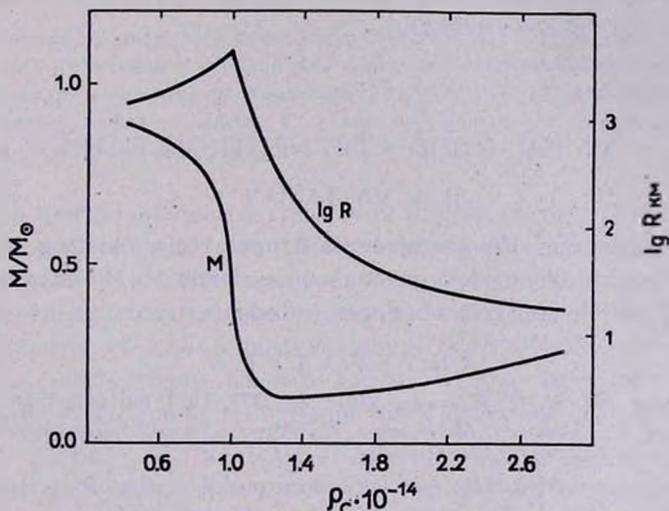


Рис. 1. Масса и радиус нейтронных звезд. Расчет оболочки произведен на основе ОТО с учетом нейтронизации ядер.

Интеграл (8) легко подсчитать численно, и он оказывается равным $2.099 \cdot 10^{-2}$. Из (7) видно, что при $r_u/r_0 = 2.073 \cdot 10^{-2}$ выражение R имеет полюс, положением которого и определяется место пика кривой $R(\rho_c)$. Выражение, аналогичное (7), получается и в ньютоновском приближении. Для конфигураций, расположенных на левой ветви кривой $R(\rho_c)$, формула (8) неверна, так как в этом случае масса оболочки оказывается порядка и больше массы ядра и ею пренебречь уже нельзя.

Следовательно, максимальное набухание оболочки обусловлено наличием нейтронного ядра, параметрами которого (μ_0 , r_0) и определяется положение максимума $R(\rho_c)$.

Конфигурации, для которых получается пик в радиусе, хотя и находятся в состоянии неустойчивого равновесия, но расположены у самой точки потери устойчивости (точка минимума $M(\rho_c)$, расположенная между точкой „ЛОВ“ и „ЛЧ“). В [16] было показано, что учет некоторых реакций в уравнении состояния может привести к тому, что такие конфигурации в течение определенного времени будут находиться в метастабильном состоянии. Правда, в этом случае время их жизни оказывается весьма незначительным (порядка 100 дней). Дальнейшее уточнение этих вопросов может представлять определенный интерес в аспекте обнаружения нейтронных звезд, так как такие звезды имеют нейтронное ядро и радиус порядка размеров белых карликов.

Выражаю благодарность Г. С. Саакяну, Д. М. Седракяну и Э. В. Чубаряну за обсуждения.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ON THE RADIUS OF NEUTRON STARS

Ju. L. VARTANIAN

It is shown that the presence of a nucleus, consisting of neutrons in a superdense degenerated gaseous mass leads to the strong swelling of the shell which consists of degenerated electrons and atomic nuclei.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Я. Б. Зельдсвич, И. Д. Новиков, УФН, 84, 377, 1964; 86, 447, 1965.
2. Дж. Уилер, Б. Гаррисон, М. Вакано, К. Торн, „Теория гравитации и гравитационный коллапс“, „Мир“, М., 1967.
3. Ю. Л. Вартамян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 16, 6, 137, 1963.
4. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартамян, Астрон. ж., 41, 193, 1964.
5. Н. А. Дмитриев, С. А. Холин, Вопросы космогонии, 9, 254, 1963.
6. С. W. Misner, H. S. Zepolsky, Phys. Rev. Lett., 12, 635, 1964.
7. В. К. Harrison, Phys. Rev., (в печати); см. также [2], гл. 5.
8. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Астрон. ж., 38, 1016, 1961.
9. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, 42, 1667, 1962.
10. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Астрон. ж., 38, 785, 1961.
11. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартамян, Nuovo Cimento, 30, 82, 1963; Сообщ. Бюр. obs., 33, 55, 1963.
12. Г. С. Саакян, Э. В. Чубарян, Сообщ. Бюр. obs., 34, 99, 1963.
13. С. Чандрасекар, Введение в учение о строении звезд, ИЛ, М., 1950.
14. С. А. Каплан, Уч. зап. Львовского у-та, 15, вып. 4, 1949.
15. E. Schatzman, White Dwarfs, North Holland Publishing Company, 1958.
16. D. W. Meltzer, K. S. Thorne, Ap. J., 145, 515, 1966.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

НОЯБРЬ, 1967

ВЫПУСК 4

МОДЕЛИ МАССИВНЫХ СВЕРХПЛОТНЫХ ТЕЛ

Г. С. СААКЯН, Ю. А. ВАРТАНЯН

Поступила 8 октября 1966

Рассмотрена модель массивного сверхплотного тела. Показано, что при определенном выборе начальных условий для компонент метрического тензора, вне зависимости от вида начального распределения плотностей, небесное тело будет обладать аномальным дефектом массы и, следовательно, будет неустойчиво относительно перехода в диффузное состояние.

1. При центрально-симметрическом распределении масс пространство—временное описание тел удобно проводить в шварцшильдовской системе отсчета. Но здесь при построении моделей сверхплотных небесных тел с массами, превышающими массу Солнца, возникает известная трудность, обусловленная наличием особенности в метрике, что накладывает ограничения на плотности. Чтобы тело не находилось внутри сферы Шварцшильда, средние плотности не должны превышать значения $\bar{\rho} = 2 \cdot 10^{16} (M_{\odot}/M)^2 \text{ см}^{-3}$. Однако, эта трудность обусловлена непригодностью метрики Шварцшильда на расстояниях, меньших гравитационного радиуса. Известно [1], что если радиус тела меньше гравитационного, то оно не может находиться в статическом состоянии, и метрика в этом случае также зависит от времени. Фронсдал показал [2], что в отличие от статических метрик, для которых сингулярность не может быть устранена никаким преобразованием координат, для нестатических метрик это вполне осуществимо. Конкретные примеры нестатических метрик, лишенных сингулярности, были приведены в [3]. Наиболее удобной для применения является метрика Леметра, которая имеет вид

$$ds^2 = dt^2 - \left(\frac{3}{2} \frac{R+t}{2M} \right)^{-2} dR^2 - 4M^2 \left(\frac{3}{2} \frac{R+t}{2M} \right)^{1/2} (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (1)$$

где M — масса звезды, a — ее радиус. Здесь и далее принято $c = k = 1$. Система отсчета, определяемая метрикой [1], осуществляется пробными телами, свободно движущимися по геодезическим линиям в направлении, противоположном свободному падению.

Скорость движения леметровской системы равна

$$\frac{dx}{d\tau} = \sqrt{\frac{2M}{x} \left(1 - \frac{2M}{x}\right)}, \quad (2)$$

где x и τ — радиальная координата и время пробного тела в системе отсчета Шварцшильда. Из (2) видно, что при $x \rightarrow \infty$, $\frac{dx}{d\tau} \rightarrow 0$, то есть на бесконечности система отсчета Леметра совпадает с Шварцшильдовской и тем самым асимптотически приближается к системе отсчета Галилея.

2. Рассмотрим нестационарные объекты, которые с точки зрения шварцшильдовской системы отсчета находятся внутри сингулярной сферы. Покажем, что в этом случае не исключена возможность существования тел со сколь угодно большими плотностями и массами, которые подвергаются антиколлапсу. Для построения моделей таких тел удобно при $R \ll a$ пользоваться сопутствующей системой, где метрика имеет вид [4]

$$ds^2 = e^{\varepsilon} dt^2 - e^{\omega} dR^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (3)$$

Здесь ε , ω и r — функции от координат R и t .

При решении эволюционной задачи космогонии необходимо учитывать источники энергии, а также ее потери. Однако для качественного рассмотрения общего поведения конфигураций (то есть решения вопроса, имеет место коллапс или антиколлапс) нет необходимости рассматривать процессы диссипации энергии. В соответствии с этим для тензора энергии-импульса имеем

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = P(R, t), \quad T_0^0 = -\rho(R, t), \quad (4)$$

где P — давление, а ρ — плотность энергии.

Уравнения Эйнштейна, соответствующие (3) и (4), можно привести к следующему удобному виду [5]

$$\ddot{u} = -4\pi P r^2 \ddot{r}; \quad (5)$$

$$u' = 4\pi \rho r^2 r'; \quad (6)$$

$$\alpha' = -\frac{2P r}{P + \rho}; \quad (7)$$

$$\dot{\omega} = -\frac{2\dot{\rho}}{P+\rho} - 4\frac{\dot{r}}{r}; \quad (8)$$

$$P = P(\rho). \quad (9)$$

Здесь точка и штрих означают дифференцирование по t и R , (9) представляет символическую запись уравнения состояния, а $u(R, t)$ в известном смысле определяет массу, заключенную в центральной сфере радиуса R

$$u(R, t) = \frac{r}{2} (1 + r^2 e^{-\sigma} - r'^2 e^{-\omega}). \quad (10)$$

Решение системы уравнений (5) — (10) для внутренней области должно быть на поверхности сшито с метрикой Леметра. Из условия непрерывности компонент метрического тензора и их первых производных при $R = a$ получаем

$$u(a, t) = M, \quad (11)$$

где a — радиус тела. Таким образом, на поверхности конфигурации значение функций u совпадает с массой звезды, измеренной наблюдателем, находящимся на бесконечности.

3. Для системы (5) — (8) начальные условия удобно представить в виде

$$r(R, 0) = 2M \left(\frac{3R}{4M} \right)^{2/3} f(R); \quad e^{\omega(R, 0)} = \left(\frac{4M}{3R} \right)^{2/3} \psi(R), \quad (12)$$

$$R \leq a.$$

В выборе функций $f(R)$ и $\psi(R)$ имеется большой произвол. Единственное ограничение, которому они должны удовлетворять, обусловлено требованием непрерывности компонент метрического тензора и их производных на границе распределения масс. Ниже предполагается $f(R) = \psi(R) = 1$. При таком выборе автоматически обеспечивается непрерывный переход внутренней метрики в наружную.

Функция $\sigma(R, 0)$ определяется наружным решением (1) и уравнением (7). Так, интегрируя (7) при $t = 0$ от поверхности звезды до R , находим

$$\sigma(R, 0) = - \int_0^{P(R, 0)} \frac{dP}{P + \rho}. \quad (13)$$

Из (12) имеем

$$r'^2(R, 0) e^{-\omega(R, 0)} = 1. \quad (14)$$

Тогда для $\dot{r}(R, 0)$ из (10) получаем выражение

$$\dot{r}(R, 0) = \left(\frac{u(R, 0)}{M} \right)^{1/2} \left(\frac{4M}{3R} \right)^{1/2} e^{1/2 \omega(R, 0)}, \quad (15)$$

которое у поверхности принимает значение, равное $(4M/3R)^{1/2}$, что и следовало ожидать из (1). Здесь возможно также решение с $\dot{r} < 0$, однако оно не удовлетворяет условию сшивки с внешней метрикой (1).

Для решения задачи остается задать начальное распределение масс $\rho(R, 0)$. Однако нетрудно убедиться в том, что независимо от конкретного вида функции $\rho(R, 0)$ при сделанном нами выборе начального состояния небесного тела, оно в дальнейшем неизбежно должно расширяться. Чтобы убедиться в этом, вычислим дефект массы $\Delta M = M - M_0$, где $M_0 = n m_p$, m_p — масса протона, n — число барионов в звезде. Для M и M_0 имеем

$$M = 4\pi \int_0^a \rho(R, 0) r^2(R, 0) r'(R, 0) dR, \quad (16)$$

$$M_0 = 4\pi m_0 \int_0^a N(R, 0) e^{1/2 \omega(R, 0)} r^2(R, 0) dR.$$

Имея в виду (14) и (16), для дефекта массы получаем

$$\Delta M = 12\pi M \int_0^a \left(1 - \frac{m_p}{\bar{E}} \right) \rho(R, 0) R dR, \quad (17)$$

где $\bar{E} = \rho(R, 0)/N(R, 0)$ средняя энергия барионов, N — их концентрация. Поскольку $\bar{E} > m_p$, то очевидно $\Delta M \geq 0$. Таким образом, рассмотренная модель обладает аномальным дефектом массы, и, следовательно, она неустойчива относительно перехода в диффузионное состояние.

Из (17) видно, что действительно нет ограничений в выборе функции $\rho(R, 0)$. При плотностях, заметно превышающих ядерную, отношение m_p/\bar{E} достаточно мало по сравнению с единицей. Тогда, согласно (17), дефект массы будет порядка самой массы M . Такие конфигурации будут содержать колоссальные запасы внутренней энергии.

Рассмотренная модель может служить иллюстрацией расширяющихся массивных тел с аномальным дефектом массы. Разумеется, можно

построить множество таких моделей путем подходящего изменения начальных условий во внутренней области так, чтобы сохранялось условие сшивки с внешней метрикой.

Очевиден ответ на вопрос, какие источники энергии могли бы играть роль в моделях, типа рассмотренной. Здесь имеются два источника энергии. Первый основной источник обусловлен аномальным дефектом массы. Второй источник имеет ядерный характер, и его наличие обусловлено тем, что при расширении в областях, где значение плотности становится ниже ядерной, вследствие туннельного эффекта из нуклонного газа начнут образовываться атомные ядра, что будет сопровождаться выделением тепловой энергии. Ядерный источник будет играть некоторую роль также и в том случае, когда плотности в исходном состоянии ниже ядерной. Он будет действовать до тех пор, пока плотности и температуры не спустятся ниже определенных значений.

4. Весьма важным является вопрос о времени пребывания массивного тела в сверхплотном состоянии. Пусть находящийся на достаточно большом от звезды расстоянии ($R \gg r_g$) наблюдатель принимает два последовательных световых сигнала, один из которых был испущен с поверхности звезды, когда последняя была сжата до точки, а второй — в момент пересечения этой поверхности шварцшильдовской сингулярной сферы. Очевидно, время пребывания небесного тела в сверхплотном состоянии будет порядка этого промежутка времени.

Для света, испущенного с поверхности расширяющегося тела в радиальном направлении, из (1) имеем

$$dR = \left[\frac{3}{2} \frac{R+t}{r_g} \right]^{1/2} dt, \quad (18)$$

где $r_g = 2M$ — гравитационный радиус. Интегрируя (18), получаем

$$t = r_g (\sqrt{x/r_g} - 1)^2 + 2r_g \ln (\sqrt{x/r_g} + 1) + C, \quad (19)$$

где $x = r_g \left[\frac{3}{2} \frac{R+t}{r_g} \right]^{2/3}$ — шварцшильдовская радиальная координата, C — постоянная интегрирования.

Подставляя в (19) начальные условия, соответствующие двум последовательно испущенным световым сигналам, получаем

$$\begin{aligned}
 t' &= t_1 + r_g (\sqrt{x/r_g} - 1)^2 + 2r_g \ln (\sqrt{x/r_g} + 1) - \\
 &\quad - r_g (\sqrt{x_1/r_g} - 1)^2 - 2r_g \ln (\sqrt{x_1/r_g} + 1) \\
 t'' &= t_2 + r_g (\sqrt{x/r_g} - 1)^2 + 2r_g \ln (\sqrt{x/r_g} + 1) - \\
 &\quad - r_g (\sqrt{x_2/r_g} - 1)^2 - 2r_g \ln (\sqrt{x_2/r_g} + 1),
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

где t_1 и t_2 — моменты испускания этих сигналов, а x_1 и x_2 — значения радиальной координаты Шварцшильда, соответствующие этим событиям

$$x_1 = r_g \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha + t_1}{r_g} \right]^{2/3}; \quad x_2 = r_g \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha + t_2}{r_g} \right]^{2/3},$$

α — радиус звезды в системе Леметра. Подставляя в (20) $x_1 = 0$, $x_2 = r_g$, для $\Delta t = t'' - t'$ находим [6]

$$\Delta t = 0.281 \frac{r_g}{c}. \tag{21}$$

В нашем случае такого же порядка будет и время пребывания небесного тела в сверхплотном состоянии.

Нам кажется, полученный результат ни в коем случае не означает, что небесные тела в гипотетических сверхплотных состояниях, обязательно будут пребывать так недолго. Напомним, что здесь речь идет о весьма частной модели. В самом деле, ведь мы специально потребовали (условие сшивки метрик на поверхности), чтобы поверхность конфигурации расширялась с той же скоростью, с какой удаляется в бесконечность соответствующая леметровская система отсчета. Не исключена возможность, что в реальных случаях времена жизни сверхплотных конфигураций могут быть совсем другими. В этом вопросе существенными могут оказаться потери энергии, которые нами не были учтены. Следует также иметь в виду вопрос о возможных границах применимости общей теории относительности. Возможно, что в гипотетических сверхплотных телах, с массами, намного превышающими массу Солнца, могут иметь место отклонения от уравнений Эйнштейна, которые в наружной области асимптотически быстро исчезают.

Таким образом, поведение небесного тела полностью определяется его начальным состоянием. Если тело обладает аномальным дефектом массы, то оно будет безудержно расширяться. И наоборот, если в начальном состоянии масса меньше соответствующей диффуз-

ной, то после исчерпания запасов внутренней энергии тело обязательно будет подвергаться коллапсу.

В заключение выражаем благодарность Э. В. Чубаряну и Д. М. Се-дракяну за обсуждения.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE MODELS OF MASSIVE SUPERDENSE BODIES

G. S. SAHAKIAN, Y. L. VARTANIAN

The model of a superdense massive protostellar body is considered. It is shown that under the definite choice of the initial conditions for the metric tensor components the celestial body will possess an anomalous mass defect and therefore it will be unstable passing into a diffuse state independent of the initial density distribution.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *P. Finkelstein*, Phys. Rev., 110, 965, 1958.
2. *Fronsdal*, Phys. Rev., 116, 778, 1959.
3. *Ю. А. Рылов*, ЖЭТФ, 40, 1755, 1961.
4. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория поля, Физматгиз, М., 1962.
5. *М. А. Подурец*, Астрон. ж., 41, 28, 1964.
6. *И. Д. Новиков*, Астрон. ж., 41, 1075, 1964.

О ПРИРОДЕ AR АНДРОМЕДЫ

Б. Е. МАРКАРЯН

Поступила 18 августа 1967

Приводятся результаты прямых и спектральных наблюдений AR Андромеды, которые свидетельствуют о том, что она является переменной типа U Близнецов, а не типа Миры Кита, как это было принято считать. Амплитуды вспышек порядка 5^m , а продолжительность цикла—68 дней. Во всех фазах блеска в спектре наблюдается довольно сильный ультрафиолетовый континуум; эмиссионные линии наблюдаются после заметного падения блеска и в минимуме.

AR Андромеды — малоисследованная звезда. Переменность ее была обнаружена независимо Россом [1] и Моргенрот [2], а блеск изучался Черновой [3].

В каталоге переменных звезд [4] она отнесена к типу Миры Кита. Согласно [4], период ее равен 264.5 дня, а яркость в максимуме достигает $11^m.5$. Но, как будет видно из приводимых далее данных, эта звезда в действительности имеет иную природу.

На снимках, полученных с полутораградусной объективной призмой, установленной на $40''$ телескопе системы Шмидта, было обнаружено несколько переменных звезд с необычными спектральными признаками. Одна из них имеет координаты $\alpha_{1950} = 1^h 42^m 2$, $\delta_{1950} = 37^\circ 42'$, которые практически совпадают с координатами AR Андромеды. К сожалению, в составленную Черновой карту области вокруг AR Андромеды вкралась ошибка, которая затрудняет отождествление этой звезды. Но положение этой звезды и отсутствие в исследуемой области других переменных делает почти достоверным ее тождественность с AR Андромеды.

Положение рассматриваемой звезды отмечено на приведенных репродукциях (рис. 1), сделанных с прямых снимков и со снимков,

полученных с объективной призмой как в максимуме, так и в минимуме блеска звезды.

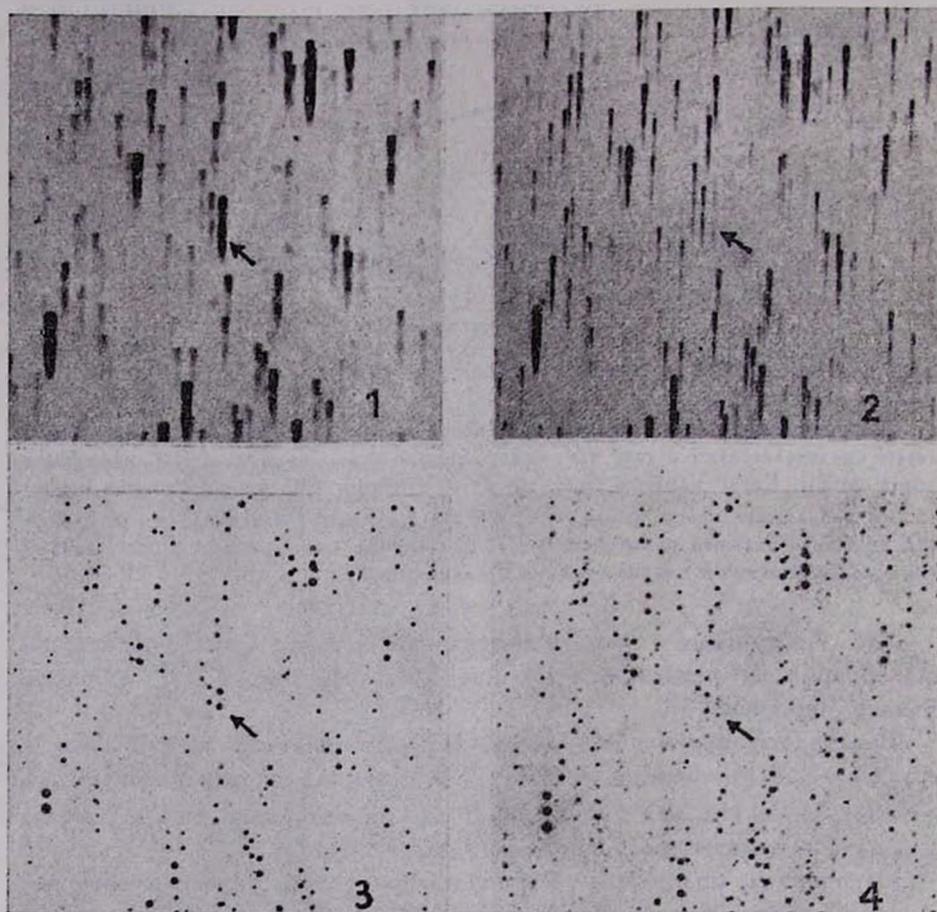


Рис. 1. Репродукция области вокруг AR Андромеды, сделанные со снимков, полученных: 1—30.XI.1965—слегка расширенные спектры, 2—28.XII.1965—нерасширенные спектры, 3—12.I.1967—цепочка из двух изображений в В цвете, 4—4.I.1967—цепочка из трех изображений в В цвете.

Размеры представленной области $19' \times 19'$; север сверху, восток слева.

В табл. 1 для ряда дат приведены приближенные оценки ее яркости в синих лучах. Эти оценки довольно грубы, так как они, за исключением последних двух, получены путем сравнения спектральных изображений; при этом в качестве стандарта использовались звезды скопления NGC 752, расположенного недалеко от изучаемой

звезды. Заметим, что при оценке яркости указанным путем не возникло больших затруднений, так как из-за исключительно низкой дисперсии спектры звезд имеют очень малую протяженность (не более полутора миллиметров).

В табл. 2 приведены результаты трехцветных (UBV) наблюдений, выполненных на 40" Шмидт-телескопе при следующих сочетаниях эмульсий и светофильтров:

U — OR-WO ZU 2 + UG 2

B — OR-WO ZU 2 + BG 13

V — Kodak AD + GG 11.

Эти результаты получены путем измерений на объективном микрофотометре привязкой к фотоэлектрическим данным Эггена [5] для звезд скопления NGC 752.

Судя по данным таблиц 1 и 2, амплитуда изменения яркости рассматриваемой звезды должна быть порядка 5^m . 30 ноября 1965 года звезда была почти в максимуме блеска. На снимках, полученных за два дня до этого и через двадцать дней после, она находилась в минимуме. Столь значительные и быстрые изменения яркости вообще характерны для эруптивных звезд.

8 февраля 1966 года, то есть спустя 70 дней после указанного максимума блеска, у звезды снова наблюдалась большая яркость— 14^m . Поскольку на следующий день ее яркость ослабла на одну звездную величину, можно допустить, что этот максимум блеска имел место примерно 6 февраля. Если это так, то должна быть звезда вспыхивающей, с циклом повторения вспышек, равным 68 дням. Это легко было бы проверить последующими наблюдениями, но, к сожалению, особенности этой звезды были замечены лишь в конце 1966 года. Поэтому ближайшую вспышку ее, при соблюдении продолжительности указанного цикла, следовало ожидать 12—13 января 1967 года. Ожидаемая вспышка произошла, о чем свидетельствуют данные табл. 2. Проследить за изменением блеска звезды до и после этой вспышки не удалось из-за неблагоприятной погоды.

Таким образом, имеющиеся данные позволяют заключить, что AR Андромеды является вспыхивающей звездой с амплитудой порядка 5^m и с циклом повторения вспышек, равным примерно 68 дням.

Наибольший интерес, разумеется, представляют цветовые и спектральные характеристики звезды. В табл. 2 приведены ее показатели цвета U — B и B — V, как в минимуме, так и максимуме блеска. Эти

Таблица 1

Дата на- блюдения	Г о д	1 9 6 5					1 9 6 6			1967
	число, месяц	23.XI	28.XI	30.XI	20.XII	28.XII	8.II	9.II	6.XII	3.1
	JD, 2439...	088.304	093.367	095.374	115.304	123.305	165.233	166.210	466.353	494.339
m_{pg}	>15	>15	12.5	16.5	17	14	15	16.6	17.0	

Таблица 2

Число, месяц и год наблюдения	JD	U	JD	B	JD	V	U-B	B-V
4.I.1967	2439... 495.256	16.8	2439... 495.272	17.1	2439... 495.289	16.9	-0.3	+0.2
7.I.1967	498.240	16.9	498.257	17.3	498.284	17.0	-0.4	+0.3
12.I.1967	503.214	12.6	503.235	12.8	503.262	12.5	-0.2	+0.3

данные, однако, не являются результатом одновременных наблюдений в разных цветах. Но поскольку наблюдения в цветах проводились в непосредственной последовательности и с короткими экспозициями, то полученные показатели цвета должны быть близки к истинным.

По значениям $B - V$ и $U - B$ трудно однозначно отнести AR Андромеды к определенному спектральному классу. Если значения $B - V$ характерны для звезд ранних подтипов класса F, то значения $U - B$ соответствуют звездам промежуточных и поздних подтипов класса B. Эта особенность распределения энергии несомненно является реальной, так как она наблюдается также и в спектре звезды. Отметим, что из-за низкой дисперсии (2500 Å/мм при H_{β}) на наших спектрах выделяются только очень сильные и глубокие линии. Поэтому о физической природе звезд приходится судить, в основном, по характеру распределения яркости в непрерывном спектре.

Спектры AR Андромеды получены на панхроматических пластинках типа F (Kodak II AF), спектральная чувствительность которых, при имеющейся низкой дисперсии, оказалась наиболее подходящей для выявления особенностей непрерывных спектров звезд.

На рис. 2 приведены записи спектров AR Андромеды, полученных в максимуме (а), в промежуточной фазе блеска (в) и в минимуме (г), а также запись спектра звезды типа A0 (б) для сравнения. Последняя расположена недалеко от AR Андромеды и имеет яркость (в красных и желтых лучах) порядка ее яркости в максимуме блеска.

Из регистрограммы (а) видно, что у изучаемой звезды в максимуме блеска линии проявляются, поэтому, если они присутствуют, должны быть слабыми. Линии определенно присутствуют в промежуточной фазе блеска и в минимуме, но детально разобраться в них трудно из-за низкой дисперсии. Тем не менее, можно заметить, что *главные линии бальмеровской серии и, возможно, некоторые другие находятся в эмиссии.*

Что же касается непрерывного спектра, то в нем прежде всего обращает на себя внимание *присутствие довольно сильного ультрафиолетового излучения во всех фазах блеска звезды.* На рис. 2 длинноволновые концы регистрограмм совмещены, а коротковолновые концы (за которыми начинается запись фона) отмечены крестиками. Отметим, что провалы в средних частях регистрограмм вызваны характерной для панхроматической эмульсии низкой чувствительностью в зеленой области спектра.

Как видим на регистрограмме (а), ультрафиолет распространяется значительно дальше и он интенсивнее, чем на регистрограмме (б). Отсюда определенно следует, что в максимуме блеска AR Андромеды.

имеет значительное избыточное коротковолновое излучение по сравнению со звездой типа A0. На регистрограммах спектров, полученных при промежуточном блеске (*а*) и минимуме (*г*), ультрафиолет распространяется настолько же, насколько на регистрограмме звезды сравнения (*б*).

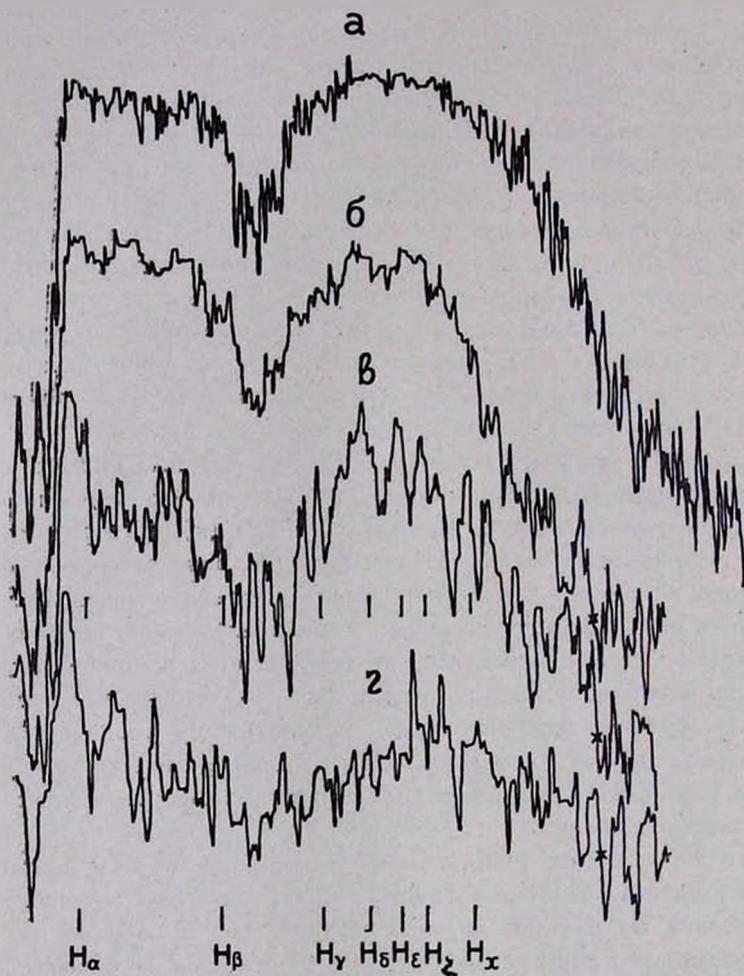


Рис. 2. Записи спектров: *а*—AR Андромеды в максимуме блеска, *б*—звезда типа A0 примерно 12^м, *в*—AR Андромеды после заметного падения блеска, *г*—AR Андромеды в минимуме блеска.

Но последняя значительно ярче переменной в указанных фазах (на 2^м и 4^м соответственно), и приведенный ее спектр несколько передержан, а спектры переменной, наоборот, недодержаны, что видно и на

регистрограммах. Поэтому наличие у AR Андромеды значительного избыточного ультрафиолетового излучения и в этих фазах блеска не вызывает сомнения. Судя по всему, избыточное ультрафиолетовое излучение у этой звезды возрастает при переходе от максимума к минимуму блеска.

По характеру распределения яркости в непрерывном спектре, так же, как по показателям цвета, AR Андромеды трудно отнести к определенному спектральному классу. Присутствие в спектре наряду с относительно сильной красной частью довольно сильного коротковолнового континуума* создает впечатление наличия комбинации излучений звезд раннего и относительно позднего спектрального классов. Возможно, что она является двойной системой, состоящей из голубой и желтой (или красной) звезд. При этом допущении, однако, для объяснения особенностей наблюдаемого распределения энергии в минимуме и в максимуме блеска звезды, придется принять, что периодически, причем одновременно, вспыхивают оба компонента системы. В случае же одиночной звезды наблюдаемый у нее ультрафиолетовый континуум может иметь такую же природу, что и непрерывная коротковолновая эмиссия, проявляющаяся при вспышках эруптивных звезд. При этом необходимо, чтобы у звезды, помимо периодических мощных вспышек, происходили частые вспышки с малой амплитудой. В пользу такой возможности говорит тот факт, что звезда, как следует из табл. 1 и 2, в минимуме показывает заметные колебания блеска. Эти колебания не могут быть результатом ошибок измерений, так как они подтверждаются прямым сравнением яркостей переменной и непосредственно окружающих ее звезд. Но с какой частотой происходят эти колебания и в состоянии ли они обуславливать почти постоянное присутствие ультрафиолетового избытка в излучении звезды при минимуме ее блеска, может показать лишь дальнейшее изучение.

Как по характеру изменения блеска, так и по своей физической природе AR Андромеды подобна переменным типа U Ближнецов. Согласно сложившемуся представлению, звезды указанного типа в минимуме блеска имеют непрерывный спектр, характерный для желтых карликов, на который накладываются слабые эмиссионные линии водорода и некоторых других элементов. Поэтому спектры этих звезд в минимуме блеска обычно относят к типу dGe [6].

* В спектрах голубых звезд желто-красная часть по интенсивности сильно уступает сине-фиолетовой части; в спектрах желтых и красных звезд наблюдается обратная картина, а у белых звезд континуум в указанных частях спектра имеет почти одинаковую интенсивность.

Спектральные исследования одного из ярких представителей этого класса звезд—SS Лебедя, выполненные Хиндерером [7], Мирзояном и Каллоглян [8], показывают, что в минимуме блеска у нее наблюдается избыточное коротковолновое излучение. По-видимому, сходная картина наблюдается у AR Андромеды, а также и у другой обнаруженной нами звезды типа U Близнецов, данные о которой будут опубликованы позднее. Вполне возможно, что указанная особенность является общей для звезд типа U Близнецов, но она либо оставалась незамеченной, либо у других представителей этого класса звезд выражена слабо.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ON THE NATURE OF AR ANDROMEDAE

B. E. MARKARIAN

The direct and spectral observations of AR Andromedae show that this star is a variable of the U Geminorum type and not of the Mira Ceti type as it was accepted until now. The brightness increase, having a cycle of about 68 days, is of the order of 5^m .

A rather strong ultraviolet continuum is observed throughout the whole cycle, whereas the emission lines are observed after a noticeable brightness decrease and in the minimum.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. E. Ross, A. J., 39, 140, 1929.
2. O. Morgenroth, A. N., 250, 75, 1933.
3. Т. С. Чернова, ПЭ, 8, 21, 1951.
4. Б. В. Кукаркин и др., ОКПЗ, 1, М., 1958.
5. O. J. Eggen, Ap. J., 138, 356, 1963.
6. C. Payne-Gaposchkin, The Galactic Novae, Amsterdam, 1957.
7. F. Hinderser, A. N., 277, 193, 1949.
8. Л. В. Мирзоян, Н. А. Каллоглян, Астрофизика, 1, 385, 1965.

NEUTRON STAR STUDED COMPACT GALAXIES

F. ZWICKY

Received 27 September 1967

From theory it follows that a contracting luminous stellar system gravitates toward a unique compact configuration G which satisfies the following two conditions. a) G is a limiting Schwarzschild body of zero effective mass and b) The surface brightness of G is equal to that of its constituting stars. Observations on hundreds of compact galaxies indicate that they represent transition stages from loose stellar systems to configurations of the type G. During the contraction the velocities of the stars and the number of collisions between them increase. As a result of direct collisions enormous amounts of energy are liberated and neutron stars are being formed. The resulting neutron star studded compact galaxies have all of the essential properties of quasistellar radio sources. Since to distances corresponding to cosmological redshifts $\Delta\lambda/\lambda > 2.0$ the sky is covered several times by clusters of galaxies and in part even by the galaxies themselves, we are forced to conclude that the quasistellar radio sources are closer than generally assumed. The great redshifts observed in their spectra are thus probably in large part due to the Einstein effect on light escaping from locations of low gravitational potential.

Numerous observational data on compact galaxies have now been secured and basic results deduced from theory the integration of which promises to lead to a satisfactory explanation of the characteristics of both quasistellar radio sources and radioquiescent ultracompact galaxies. The existence of an extended family of compact galaxies, blue, red and infrared in colour and exhibiting a rather astounding variety of spectral features has been firmly established. Among them the first two blue compact galaxies [at R. A. $11^{\text{h}}8^{\text{m}}5^{\text{s}}$ and Decl. $+29^{\circ}2'$ (1950)], of stellar like appearance even when observed with the 200-inch telescope, were discovered by the author in 1956. Their spectra in the blue essentially show only $\lambda 3727$ in emission indicating a symbolic velocity of recession of about $V_s = 8840 \text{ km/sec}$ [1, 2].

Some of the essential features of the most massive compact galaxies are masses greater than $10^{13} M_{\odot}$, diameters less than 1000 pc and differential redshifts so far found between different parts greater than 10 000 km/sec, which are most likely due to the static Einstein effect. Many of the compact galaxies are nucleated, showing pointlike concentrations of very great surface brightness.

From the theory the existence of three unique types of ultracompact galaxies is deduced. These are

1. *Ultracompact luminous galaxies.* Of great interest is a hypothetical galaxy composed of luminous stars which has both reached the limiting Schwarzschild configuration and has a surface brightness equal to that of its constituent stars. If these are assumed to be uniformly distributed and of the type of the sun, the mass, radius, average density and absolute photographic magnitude of the ultimately dense configuration c_1 are [3].

$$M_1 = 1.85 \times 10^{13} M_{\odot}, \quad R_1 = \frac{1}{19} \text{L. Y.} = 8.26 \times 10^{16} \text{ cm.}$$

$$\bar{\rho}_1 = 1.6 \times 10^{-6} \text{ g/cm}^3 \text{ and } M_{p_1} = -25.3.$$

If the constituent stars of our ultracompact stellar system were white dwarfs with the mass of the sun, 1/100 of its radius and a surface temperature of 25 000°K we should find

$$M_2 = 1.85 \times 10^8 M_{\odot}, \quad R_2 = 8.26 \times 10^{13} \text{ cm (size of the solar system),}$$

$$\bar{\rho}_2 = 1.6 \times 10^2 \text{ g/cm}^3 \text{ and } M_{p_2} = -31.5.$$

As I have first shown in 1939 [4] the light escaping from the surface of a limiting Schwarzschild sphere of constant density throughout suffers an Einstein gravitational redshift $z = \Delta\lambda/\lambda = 2.0$ and its velocity on the surface is $c' = c/9$. Since such a sphere is not in dynamic equilibrium, releasing it from the strained state it will automatically assume a configuration of lower energy with the result that $z = \Delta\lambda/\lambda > 2.0$. Just what the value of z would be depends entirely on the nature of the material element constituting the sphere.

Long before the limiting configuration of luminous stellar system can be formed destructive effects set in, that is evaporation of the stars because of mutual irradiation, whittling down of the stars by the frictional effects of the interstellar gas clouds and the tidal actions.

of mutual encounters and finally direct collisions among the stars. These generate large fluctuations in the luminosity and, most important they result in the production of neutron stars.

2. *Neutron Star Studded Luminous Galaxies* [5, 6]. On approaching the ultimately dense configuration c_1 a compact galaxy of 10^{12} stars of the radius and mass of the sun may have shrunk to a radius of 100 light years. The constituent stars have velocities of the order of 5000 to 1000 *km/sec* and will make an average of one hundred collisions a year each of which releases the energy of a bright supernova outburst. At the same time, if there are any white dwarfs among them the stagnation pressure on stopping each other will be at least $p_s = 10^{25}$ *dynes/cm²* = 10^{19} *atm* in their center. For a neutron to decompose into a proton and electron a space of at least $\Delta v = 10^{-31}$ *cm³* must be made available, which requires an energy $p_s \Delta v = 10^{-6}$ *ergs*. Since the decay energy of the neutron is only 780 000 *eV* = 1.25×10^{-6} *ergs* it therefore becomes stabilized at the pressure p_s and a neutron core is being formed while the external shells of the stars are ejected with velocities up to 30 000 *km/sec* giving rise to extended plasmas, magnetic fields and emission of radio waves. Quasistellar radio sources may thus find their explanation through the above events resulting in the formation of neutron star studded compact galaxies regardless of whether we interpret the redshifts observed as almost entirely cosmological in nature or as caused in great part by the Einstein effect.

As I have suggested before [3, 6] I consider the latter case much more probable since to distances corresponding to a cosmological redshift $z = 2.0$ the sky will be covered five times by the central parts of the rich clusters of galaxies alone for each of which dimming of light by intergalactic obscuration amounts at least to about 0.3 magnitudes. A loss of 1.5 magnitudes for $z = 2.0$ must therefore be expected even if no increase of the space density of clusters with distance is assumed as we should expect it to exist. There seems to be no difficulty to explain all spectral features of quasistellar radio sources on the above theory, that is intensities, widths and relative positions of emission and absorption lines. The only fact which remains to be explained is that the observed increase in the number of radio sources with magnitude is faster than would be expected from objects distributed uniformly in space. As a hypothesis which is being tested presently the suggestion may be advanced that the weak radio sources among the compact galaxies are so numerous that their numbers N per ste-

radian increase with flux density S as $N = AS^{-n}$ where $n > 1.5$ while for a uniform distribution in space it would be $n = 1.5$.

3. *Neutron Star Studded Dark Galaxies.* The ultimate stage of the developments indicated would be galaxies composed entirely of cold neutron stars. These could not be seen in their own light but only because of their effects on passing light.

Summarising, our observational and theoretical results suggest that the quasistellar radio sources and the ultra compact galaxies are much nearer than the interpretations of their redshifts by the cosmological effect would indicate and that, in fact, these redshifts are largely due to the Einstein effect on light emerging from points of low gravitational potential.

Mount Wilson and Palomar Observatories
Carnegie Institution of Washington
California Institute of Technology

КОМПАКТНЫЕ ГАЛАКТИКИ, УСЕЯННЫЕ НЕЙТРОННЫМИ ЗВЕЗДАМИ

Ф. ЦВИККИ

Из теории следует, что сжимающаяся излучающая звездная система гравитирует к единственной компактной конфигурации G , которая удовлетворяет следующим двум условиям: а) G является граничным телом Шварцшильда нулевой эффективной массы. б) Поверхностная яркость G равна яркости составляющих его звезд. Наблюдения сотен компактных галактик указывают, что они представляют собой переходные стадии от рассеянных звездных систем к конфигурациям типа G . Во время сжатия системы возрастают скорости звезд и число столкновений между ними. В результате прямых столкновений освобождается огромное количество энергии и образуются нейтронные звезды. Результирующие компактные галактики, усеянные нейтронными звездами, имеют все существенные свойства квазизвездных радиосточников. Так как на расстояниях, соответствующих космологическим красным смещениям $\Delta\lambda/\lambda > 2.0$ небо перекрыто несколько раз скоплениями галактик и частично даже самими галактиками, следует заключить, что квазизвездные радиосточники находятся ближе, чем обычно предполагалось. Таким образом, большие красные смещения, наблюдаемые в их спектрах, по-видимому, большей частью обусловлены гравитационным эйнштейновским эффектом.

R E F E R E N C E S

1. *F. Zwicky*, *l'Astronomie*, July-August issue, 1958.
2. *F. Zwicky*, *Humason M. L.*, *Ap. J.*, 133, 794, 1961.
3. *F. Zwicky*, *Comptes Rendus, Series B*, 261, 649, 1965.
4. *F. Zwicky*, *Phys. Rev.*, 55, 726, 1939.
5. *F. Zwicky*, *A. J.*, 69, 565, 1964; *Proceedings International Conference on Cosmology*, Padua, 1964, publ. by G. Barbera, editor, Florence, 1966.
6. *F. Zwicky*, *Comptes Rendus, Series B*, 262, 1566, 1966.

BLUE COMPACT GALAXIES
IN THE LEO A AND B CLUSTERS

F. ZWICKY

Received 27 September 1967

Clusters of galaxies are classified in seven categories depending on the relative numbers of spiral, elliptical, irregular and compact member galaxies. With respect to the preceding paper those clusters are of particular interest which contain both normal and very compact galaxies. For the latter greater redshifts should be observed thus furnishing a proof for the existence of Einstein gravitational redshifts. As examples of clusters suitable for decisive tests the Leo A and B clusters which contain many blue quasistellar like objects are discussed.

A. Classification of clusters of galaxies. Rich clusters of galaxies may be classified in a preliminary way in the following categories [1]:

1. Clusters which contain only irregular galaxies. These are very rare.

2. Clusters with a great variety of spirals and irregular systems.

3. Clusters with all types of objects except that few very compact systems are in evidence.

4. Clusters of the type 3 which also contain many compact objects.

5. Clusters which are composed mainly of elliptical galaxies, but few compact objects.

6. Clusters of the type 5 which also contain many compact galaxies as well as ellipticals with giant compact cores.

7. Clusters of compact galaxies. Although numerous groups of compact galaxies have been found, rich clusters consisting of only compact galaxies are rare, at least at distances at which the symbolic velocity of recession V_s is less than 50 000 km/sec.

The local group, although it is not a rich cluster would be described as being of the class 3.

Any of these clusters may be compact, medium compact or open as they were defined for inclusion in the Catalogue of Galaxies and Clusters of Galaxies [2-5], called the Catalogue in the following.

In view of the issue raised in the preceding paper [6] the thorough investigation of clusters of the type 6 is of importance. The clusters Leo A and B discussed in the following are suitable objects for our purpose [7]. With increasing compactness the member galaxies of a cluster of this type should show increasing Einstein redshifts. The magnitude of these, if large compared with the dispersion of radial velocities within the cluster could readily be distinguished from the average cosmological redshift of the cluster. Probability of identification of cluster membership depends of course on the density distribution of stellar like galaxies within the cluster. This probability can be most easily estimated if the investigation is limited to decidedly blue objects.

B. *Cl 1105.3 + 2835 (Leo A)*. This cluster in the *Catalogue* is listed as Near, with 1090 member galaxies, brightest photographic magnitude about $m_p = 14.5$ and average symbolic velocity of recession about $V_s = 8700$ km/sec. The most interesting formation is associated with the double galaxy NGC 3561 from which a pencil jet extends to the south while a very large elongated faintly luminous and highly disrupted cloud is located to the north. The pencil jet passes through three blue compact galaxies of which the most southern, the Ambarsumian knot is recognizable as such. The other two blue knots found by Zwicky in 1956 are the first galaxies discovered which are stellar when photographed with the 200-inch telescope. Their spectra in the blue show $\lambda 3727$ in emission and a very weak continuum [8].

On the accompanying photograph, Figure 1, other blue objects are marked which on 48-inch Schmidt plates are stellar in appearance and which will be investigated for the purpose stated above.

C. *Cl 1115.2 \times 3013 (Leo B)*. This cluster in the *Catalogue* is listed as Near, population 950, brightest galaxies about $m_p = 15.2$ and $\bar{V}_s \sim 14000$ km/sec.

A blue spiral (2 in the Fig. 2) and a blue spherical object (1) discovered by Ambarsumian and Shahbazian [9] ten years ago are near the region of greatest concentration. The spectrum of (1) shows $\lambda 3727$ and other lines in emission indicating a symbolic velocity of recession of about 12500 km/sec. (Spectra were obtained at

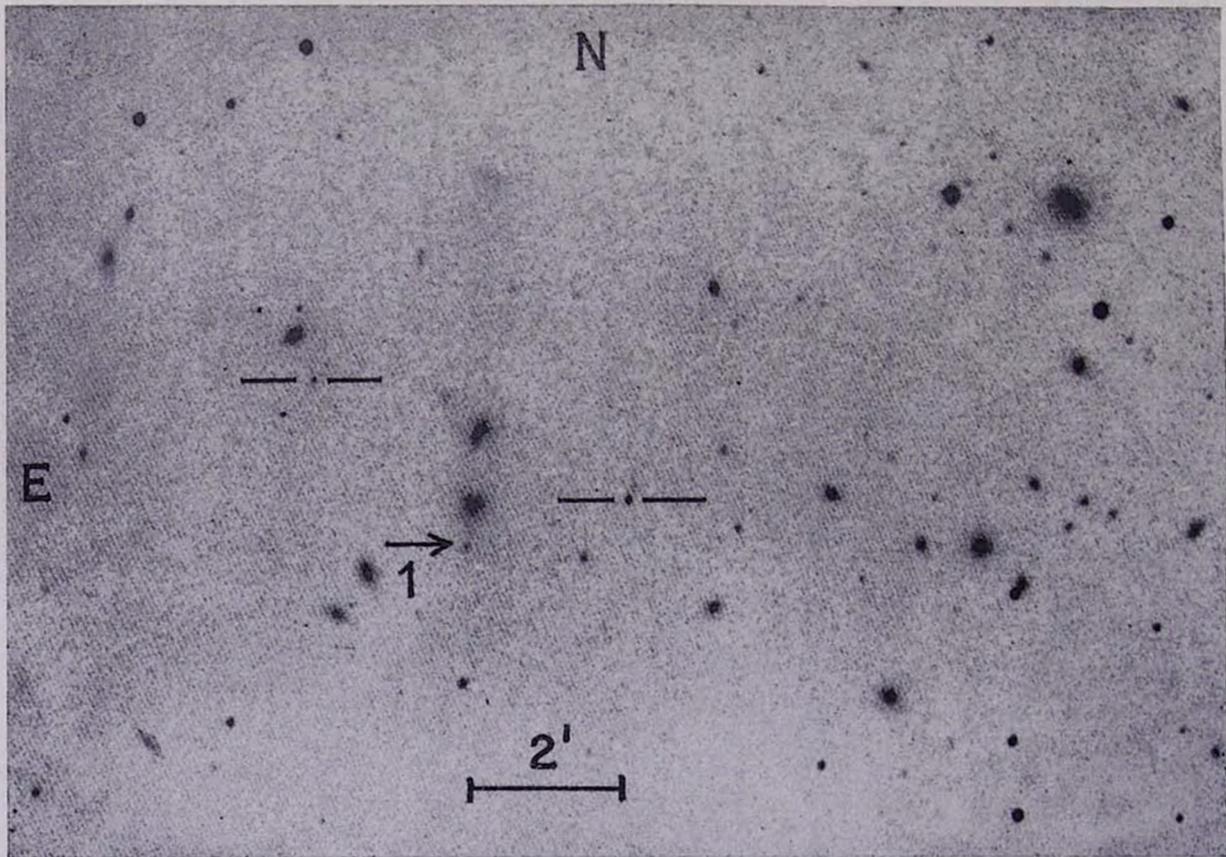


Fig. 1. Central part of the cluster of galaxies Cl 1105.3+2835 (Leo A) photographed with the 48-inch Schmidt telescope. 1 marks the blue Ambartsumian knot. The two stellar blue compact galaxies just north of it are not visible. Other bracketed images are those of stellar like blue objects. Scale as indicated,

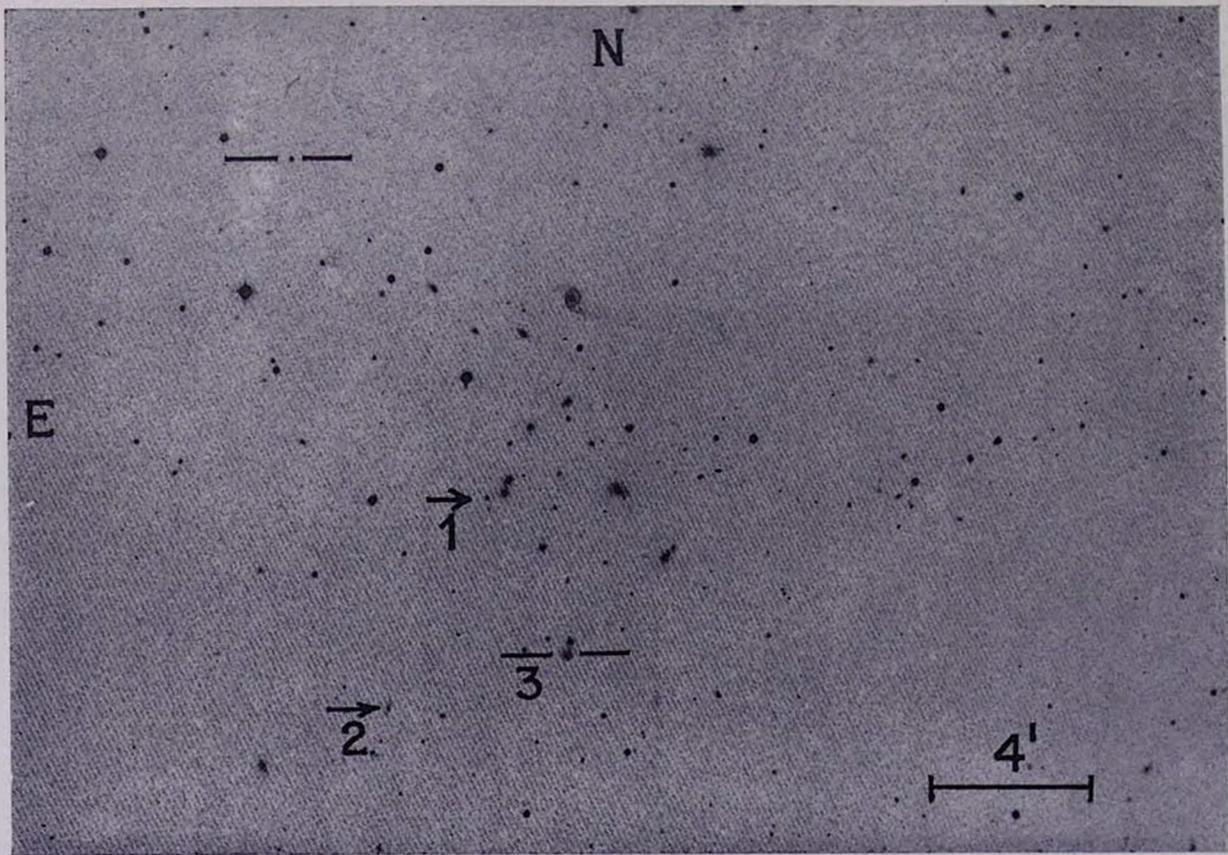


Fig. 2. Central part of Cl 1115.2+3013 (Leo B). Objects 1 and 2 and 3 are respectively a blue compact galaxy, a blue spiral and a blue spherical galaxy while the other shown is a blue stellar like object. Object 1 is at R. A. $11^{\text{h}} 13^{\text{m}} 9^{\text{s}}$; Decl. $+29^{\circ} 31'$ (1950). Scale as indicated.

Kitt Peak independently by R. Barbon working with the author and A. Stockton working with C. R. Lynds). A supernova which appeared on an intergalactic bridge between two compact galaxies in the cluster has been reported on recently [10]. Most interesting is a possible intergalactic supernova at R. A. $11^{\text{h}}13^{\text{m}}5$, Decl. $+29^{\circ}38'$ (1950) recently discovered by Mrs. J. H. Anderson [11] which at maximum seems to have been very blue. Dr. H. C. Arp with the 200-inch telescope kindly obtained a plate of the region which shows no galaxy in the location of the Anderson star, which, however might be a member of the far outskirts of the galaxy directly north of it.

One of many blue stellar like objects is marked on the photograph shown in Figure 2 (NE corner) as well as a fairly blue spherical galaxy 3.

Mount Wilson and Palomar Observatories
Carnegie Institution of Washington
California Institute of Technology

ГОЛУБЫЕ КОМПАКТНЫЕ ГАЛАКТИКИ В СКОПЛЕНИЯХ LEO A и B

Ф. ЦВИККИ

Скопления галактик делятся на семь классов в зависимости от относительного числа спиральных, эллиптических, иррегулярных и компактных членов — галактик. Согласно предыдущей статье, представляют особый интерес те скопления, которые содержат одновременно нормальные и очень компактные галактики. Для последних должны наблюдаться большие красные смещения, таким образом доставляя доказательство существования эйнштейновского гравитационного красного смещения. Как примеры скоплений, подходящих для контрольной проверки, рассматриваются скопления Leo A и B, которые содержат много голубых объектов, подобных квазизвездным.

REFERENCES

1. F. Zwicky, Report to Commission 28, I. A. U., 1967 (to appear in the Draft Report for the Assembly in Prague, Aug. 1967).
2. F. Zwicky, E. Herzog, Catalogue of Galaxies and Clusters of Galaxies. Vol. I, Calif. Inst. of Technology, 1961.
3. F. Zwicky, E. Herzog, P. Wild, *ibid.*, Vol. II, Calif. Inst. of Technology, 1963.

4. *F. Zwicky, E. Herzog*, *ibid.*, Vol. III, Calif. Inst. of Technology, 1966.
5. *F. Zwicky, M. Karpowicz, C. Kowal*, *ibid.*, Vol. V, Calif. Inst. of Technology, 1965.
6. *F. Zwicky*, *Publ. A. S. P.*, 1967, (to be published).
7. *F. Zwicky*, Director's Report Mount Wilson and Palomar Observatories, Carnegie Institution of Washington Yearbook 65, 1966.
8. *F. Zwicky*, *l'Astronomie*, 72, 285, 1958.
9. *V. A. Ambartsumian, R. K. Shahbazian*, *Doklady Akademii Nauk Armyanskoi SSR*, 25, 185, 197.
10. *K. Rudnicki, F. Zwicky*, *A. J.*, 72, 407, 1967.
11. *J. N. Anderson, W. J. Luyten, A. R. Sandage*, *I. A. U., Circular № 2011*, April 25, 1967.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

НОЯБРЬ, 1967

ВЫПУСК 4

КОЛОРИМЕТРИЯ ЯДЕР ГАЛАКТИК NGC 3310 И NGC 3351

Э. С. ПАРСАМЯН

Поступила 11 августа 1967

Проведена колориметрия ядерных областей галактик NGC 3310 и NGC 3351. Определены интегральная яркость и показатели цвета этих областей и отдельных сгущений в них. Показано, что в обеих галактиках ультрафиолетовый избыток излучения обусловлен, в основном, сгущениями, сравнимыми по яркостям и размерам со сверхассоциациями.

NGC 3310 и NGC 3351 относятся к немногочисленному типу галактик со сложными ядрами. Галактик такого типа, ядра которых состоят из „горячих пятен“ или узлов, известно не более двух десятков. Большинство из них, по-видимому, являются радиисточниками [1, 2]. В опубликованной несколько лет тому назад работе Б. Е. Маркарян [3] обратил внимание на тот факт, что среди галактик типов E0, S0, Sa и Sb существуют объекты, у которых цвет и спектральные признаки центральных частей не соответствуют их морфологическим типам. Как показали его дальнейшие исследования [4], центральные части галактик такого типа испускают интенсивное ультрафиолетовое излучение. При этом, по-видимому, следует различать два случая. В одном типе объектов ультрафиолетовый избыток обусловлен наличием в околоядерной области „горячих пятен“, то есть образований, похожих на O-ассоциации или скорее на сверхассоциации. В другом типе объектов мы имеем скорее нетепловое излучение ядра необычного происхождения. В список галактик указанного типа была включена и галактика NGC 3351. Судя по всему, такую же природу имеет и NGC 3310.

При возникшем интересе к ядрам, как наиболее активным областям галактик [5], представляет значительный интерес детальная колориметрия ядер и околоядерных областей на снимках с достаточным

масштабом. Нам представилась возможность получить наблюдательный материал для детальной колориметрии ядерных областей указанных галактик на двухметровом телескопе Таутенбургской обсерватории (масштаб $53''/мм$).

Измерения галактик производились на микрофотометре МФ-2 с круглой диафрагмой, вырезающей на пластинке область, площадь 5.5 кв. сек. Для перехода из системы Таутенбургского двухметрового телескопа U_T, B_T, V_T к принятой системе U, B, V , мы воспользовались следующими уравнениями:*

$$U - U_T < 0.1 (B - V)$$

$$B = B_T + 0.12 (B - V)$$

$$V = V_T + 0.35 (B - V).$$

1. NGC 3310. Галактика NGC 3310 считается пекулярной, типа SAB(r)bcsp, имеющей несколько рукавов, богатых узлами [6]. Исследуемая околядерная область имеет вид кольцеобразной туманности [7]. В центре этого образования находится звездообразное ядро (балл 5 по бюраканской классификации [8]). Южная часть кольца состоит из слабых сгущений, а в юго-западной части ее находится одно яркое сгущение, которое по плотности уступает только ядру. С восточной стороны, по направлению на север, простирается выброс, яркий в ультрафиолетовой области. Наши измерения охватывали область, размеры которой равны 0.26×0.35 , размеры же галактики по [6] — 6.9×3.9 .

На рис. 1 приведена карта распределения показателей цвета $U - B$ и $B - V$ в околядерной области галактики NGC 3310. Положение указанного яркого сгущения взято в кружок. Результаты измерений показали, что исследуемая область характеризуется значительным ультрафиолетовым излучением, в особенности это относится к южной части кольца. Интегральные показатели цвета области без ядра равны: $U - B = -0.{}^m42$ и $B - V = 0.{}^m10$. Показатели цвета яркого сгущения равны: $U - B = -0.{}^m95$, $B - V = 0.{}^m26$. Размеры сгущения в визуальных лучах при $V_T = 1104$ км/сек [9] получаются порядка 300 пс, а абсолютная величина $M_{pg} = -14.{}^m5$. Для ядра $B - V \sim 0.{}^m9$ и $M_{pg} = -16.{}^m0$. Полученные колориметрические данные находятся в хорошем согласии со спектральными характеристиками, отмеченными Мейоллом [10] для центральной части этой галактики. Согласно Мейоллу, в спектре присутствует сильный ультрафиолетовый

* Эти данные любезно присланы нам сотрудником Таутенбургской обсерватории Ф. Бёрнгомом.

континуум и ряд эмиссионных линий. Это подтверждается и новыми спектральными снимками Б. Е. Маркаряна [4]. Он находит, что спектры центральных частей NGC 3310 и NGC 3351 похожи на спектры узлов, наблюдаемых в спиральных, то есть на спектры ярких ассоциаций. Отметим, что размеры и светимость яркого сгущения, наблюдаемого в ядерной области галактики NGC 3310, порядка размеров и светимости сверхассоциаций [11].

КАРТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ B_T , $B-V$ И $U-B$ В NGC 3310

Y' X'	13.0	10.4	7.8	5.2	2.6	0	-2.6	-5.2	-7.8	-10.4	-13.0
7.8					19.00 0.28 —	18.82 0.18 -0.38	18.78 0.14 -0.42	19.08 0.27 -0.37			
5.2					18.27 0.11 -0.64	18.18 0.07 -0.38	18.26 0.05 -0.29	18.40 0.01 -0.30	18.83 0.03 -0.29		
2.6		19.33 — -0.58	18.76 0.25 -0.48	18.35 0.19 -0.53	18.24 0.23 -0.35	18.25 0.35 -0.36	18.33 0.23 -0.23	18.54 0.11 -0.29	18.90 0.20 -0.27	19.32 — -0.27	
0		19.23 0.31 -0.67	18.61 0.23 -0.61	18.37 0.23 -0.35		●		18.51 0.15 -0.36	18.79 0.16 -0.38	19.17 — -0.42	
-2.6		18.79 0.19 -0.42	18.56 0.20 -0.48	18.48 0.15 -0.06	18.27 0.19 -0.04	18.17 0.49 0.00	18.24 0.11 -0.24	18.38 0.09 -0.24	18.73 0.20 -0.53	19.16 — -0.56	
-5.2		18.59 0.06 -0.51	18.22 0.04 -0.68	18.37 0.18 -0.27	18.41 0.19 -0.14	18.32 0.16 -0.26	18.26 0.05 -0.49	18.30 -0.01 -0.43	18.45 0.20 -0.58	19.15 — -0.41	19.45 — -0.26
-7.8	19.64 — -0.59	18.73 -0.08 -0.52	18.24 -0.09 -0.61	18.03 0.01 -0.71	18.01 0.06 -0.69	18.10 0.07 -0.50	18.32 0.01 -0.34	18.34 0.01 -0.73	18.24 0.26 -0.95	19.08 0.49 -0.45	
-10.4			18.79 -0.01 -0.14	18.55 0.01 -0.39	18.39 -0.07 -0.40	18.54 0.01 -0.30	18.65 0.04 -0.35	18.68 0.13 -0.58	18.49 0.01 -0.30	19.52 — -0.40	
-13.0				19.22 — -0.21	19.09 — -0.19	19.28 — -0.28	19.50 — -0.42				

Рис. 1.

2. NGC 3351. Галактика NGC 3351 типа SB(r)b, ядро которой в отличие от NGC 3310 не имеет резко выраженного центрального сгущения. Оно состоит из трех диффузных сгущений почти одинаковых размеров. В ультрафиолетовых лучах вид ядра меняется, два сгущения (II и III) соединяются, образуя ободок. Размеры измеряемой околядерной области равны: 0.22×0.26 , размеры галактики — 8.1×4.7 [6]. На рис. 2 приведена карта распределения $U-B$ и $B-V$ в

околоядерной области галактики NGC 3351. Интегральные показатели цвета всей измеренной области равны: $U-B = -0^m.16$, $B-V = 0^m.62$, а показатели цвета отдельных сгущений, наряду с их светимостями и координатами центров, приведены в табл. 1.

КАРТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ B_T , $B-V$ И $U-B$
В NGC 3351

$Y'' \backslash X''$	5.2	2.6	0	-2.6	-5.2	-7.8
5.2		19.23 0.73 -0.13	19.16 0.82 -0.30	19.03 0.74 -0.37	19.43 0.87 -0.69	
2.6	19.03 0.76 -0.33	18.83 0.69 -0.63	18.65 0.62 0.17	18.32 0.56 -0.06	18.72 0.66 -0.93	19.51 0.68 -0.45
0	18.46 0.36 0.04	18.46 0.56 -0.41	18.56 0.74 0.27	18.31 0.62 0.38	18.53 0.49 0.08	19.33 0.71 -0.05
-2.6	18.48 0.24 0.46	18.48 0.44 -0.22	18.59 0.69 0.13	18.54 0.62 0.32	18.72 0.49 0.21	
-5.2		18.59 0.40 0.18	18.56 0.52 -0.18	18.57 0.57 -0.21	18.80 0.48 -0.14	

Рис. 2.

Интегральная яркость ядерной области в фотографических лучах равна $13^m.4$, $M_{PK} = -16^m.1$; такая же абсолютная яркость для NGC 3351 приведена в работе [12]. В отличие от NGC 3310 в спектре ядерной области этой галактики не наблюдаются эмиссионные линии, но присутствует довольно сильный коротковолновый континуум [9]. Вне ядерной области NGC 3351 наблюдаются слабые эмиссионные туманности [13].

Таблица 1

Сгущ.	X''	Y''	$U-B$	$B-V$	M_{PK}
I	-5.2	2.6	$-0^m.93$	$0^m.66$	$-12^m.5$
II	2.6	0.0	-0.41	0.56	-12.8
III	-2.6	-5.2	-0.21	0.49	-12.2

Присутствие сильного ультрафиолетового излучения в ядерной области рассматривается как признак активной деятельности ядра. Галактики NGC 3310 и NGC 3351 являются объектами разных типов, и ядерная активность у них проявляется по-разному. Так, в случае

NGC 3310 мы имеем красное звездообразное ядро и вокруг ядра область, в которой выделяются сгущения с сильным ультрафиолетовым излучением. Галактика NGC 3351, по-видимому, не имеет звездообразного ядра. В ней наблюдается центральное диффузное образование, в котором при малых экспозициях выделяются три сгущения, создающие впечатление расщепленности ядра галактики. В галактике NGC 3310 вся окооядерная область имеет ультрафиолетовый избыток, а в NGC 3351 общий фон ярк в визуальных лучах и лишь область сгустков выделяется ультрафиолетовым излучением.

Таким образом, ядерные области этих двух галактик по своим свойствам несколько отличны друг от друга. Однако общим является присутствие сгустков, сравнимых по яркостям и размерам с яркими ассоциациями, а в случае NGC 3310 — и сверхассоциациями типа комплекса 30 Doradus [11].

Радиоастрономические данные свидетельствуют о наличии радиоизлучения у галактик со сложными ядрами. Наблюдения Г. М. Товмасына южных галактик с перемычками показали, что 80% галактик с расщепленными ядрами являются радиоисточниками [2]. Радиоизлучение наблюдается и у ряда других галактик со сложными ядрами. В табл. 2 приведен список части галактик со сложными ядрами по [14], не наблюденных Г. М. Товмасыном, с указанием в примечании о радионаблюдениях и о наличии радиоизлучения.

Таблица 2

NGC	Т и п	Примечание
3310	SAB(r)bcр	Радиоисточник [1]
3351	SB(r)b	"
4041	SA(rs)bc	нет данных
4064	SB(s)ар	на 1410 мц нет излучения [15]
4321	SAB(s)bc	Радиоисточник [1]
4736	(R)SA(r)ab	"
5248	SAB(rs)bc	"
5253	JBmp	нет данных
5633	(R)SA(rs)b	"
5653	(R)SA(rs)b	"
5678	SAB(rs)b	"

Как видно из табл. 2, из 6 наблюденных галактик 5 являются радиоисточниками.

В заключение следует отметить, что а) в обеих галактиках ультрафиолетовый избыток обусловлен в основном сгущениями; б) NGC 3310 имеет звездообразное красное ядро. В NGC 3351 не видно звездообразного ядра; в) если исключить сгущения, то фон в NGC 3310, который окружает ядро, остается голубым; г) в NGC 3351 околоядерная область более красная.

Автор считает своим приятным долгом выразить признательность директору Таутенбургской обсерватории проф. Н. Рихтеру, предоставившему возможность наблюдения на двухметровом телескопе.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE COLORIMETRY OF NUCLEA OF GALAXIES NGC 3310 AND NGC 3351

E. S. PARSAMIAN

Colorimetry of the nuclear regions of galaxies NGC 3310 and NGC 3351 has been made. Brightnesses and colour indices of the nuclear regions and separate condensations in them have been determined. It has been shown that in both galaxies the ultraviolet excess of radiation was conditioned mainly by the condensations which are comparable with superassosiations according to their brightness and dimensions.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. D. S. Heeschen, C. M. Wade, A. J., 69, 277, 1964.
2. Г. М. Товмасын, *Астрофизика*, 2, 419, 1966.
3. Б. Е. Маркарян, *Сообщ. Бюр. обс.*, 24, 3, 1963.
4. Б. Е. Маркарян, *Астрофизика*, 3, 55, 1967.
5. V. A. Ambartsumian, *Transactions of the IAU*, XIB, 145, 1965.
6. G. de Vaucouleurs, A. de Vaucouleurs, *Reference Catalogue of Bright Galaxies*, 1964.
7. M. F. Walker, Ch. Chincartni, *Ap. J.*, 147, 416, 1967.
8. А. Т. Каллолян, Г. М. Товмасын, *Сообщ. Бюр. обс.*, 36, 31, 1964.
9. M. L. Humason, N. U. Mayall, A. R. Sandage, *A. J.*, 61, 97, 1956.
10. N. U. Mayall, *Lick obs. Bull.*, 19, 497, 1948.
11. В. А. Амбарцумян, С. Г. Искусарян, Р. К. Шахбазян, К. А. Саакян, *Сообщ. Бюр. обс.*, 33, 3, 1963.
12. Б. А. Воронцов-Вельяминов, *Астрон. ж.*, 42, 1168, 1965.
13. J. L. Sersic, *Zs. f. Astrophys.*, 50, 168, 1960.
14. W. W. Morgan, *Publ. A. S. P.*, 70, 364, 1958.
15. H. M. Tovmassian, *Austr. J. Phys.*, 19, 883, 1966.

КАРЛИКИ ТИПА СКУЛЬПТОРА В СКОПЛЕНИЯХ
ГАЛАКТИК

В. Е. КАРАЧЕНЦЕВА

Поступила 3 апреля 1967

Исправлена 19 сентября 1967

На основании данных каталога [1] рассмотрены распределения карликовых галактик типа Скульптора в близких скоплениях. Получены некоторые средние характеристики распределений. Отмечена связь галактик типа Скульптора с нормальными эллиптическими галактиками. Построены функции диаметров галактик типа Скульптора в скоплениях.

В предыдущей работе [1] были приведены результаты поисков карликовых галактик типа Скульптора на картах Паломарского атласа (область $\delta > -27^\circ$). Сравнение распределений 241 карликовой галактики типа Скульптора и нормальных галактик с $m_{\text{PK}} < 12^{\text{m}0}$ дало возможность утверждать, что в большинстве своем ($\sim 80\%$) галактики типа Скульптора находятся в скоплениях нормальных галактик Virgo, Virgo S, UMa. и в поясе Pisces, Cetus, Fornax. Настоящая работа посвящена анализу распределения карликов типа Скульптора в этих скоплениях и связи их с нормальными галактиками.

Исходным материалом служили диаграммы (отдельно для каждого скопления, на которые в координатах α , δ были нанесены галактики ярче $13^{\text{m}0}$ из каталога [2] и карлики типа Скульптора из списка [1]. Поскольку у карликов типа Скульптора, в отличие от ярких галактик, нет измеренных лучевых скоростей, искать связь между индивидуальными карликовыми и яркими галактиками было невозможно. Поэтому наиболее удобным явился статистический подход, позволивший выявить общие особенности распределения.

Приводим основные результаты по отдельным скоплениям.*

1. Южная протяженность Virgo ($\alpha: 12^h - 14^h$, $\delta: 0^\circ - -27^\circ$). На площади, занимаемой скоплением, отмечено 58 ярких галактик с $m_{rg} \leq 13^m 0$ (17 E, 41 S + Irr) и 25 карликовых галактик типа Скульптора. Вокруг каждой галактики типа Скульптора проводилась окружность радиусом $R = 200$ кпс (здесь и далее принято значение параметра Хаббла $H = 75$ км·сек⁻¹·мпс⁻¹). Для выявления связи карликовых галактик с яркими делались подсчеты ярких галактик, попавших в данные окружности. В предположении случайного взаимного распределения вычислялось математическое ожидание числа ярких галактик в окружностях радиуса R вокруг галактик типа Скульптора: $M.O. = sN_1/\Sigma$, где s — суммарная площадь кружков около галактик типа Скульптора, Σ — площадь скопления, N_1 — количество ярких галактик в скоплении. Затем $M.O.$ сравнивалось с наблюдаемым числом ярких галактик в окружностях n (табл. 1). Как видно из таблицы, превышение наблюдаемого числа галактик над ожидаемым велико, следовательно, существенная часть галактик типа Скульптора ассоциируется с яркими. Величина этого превышения и у эллиптических галактик, и у спиральных примерно одинакова.

Таблица 1

Т и п	М. О.	n	$n/M.O.$
E	0.9	3	3.4
S+Irr	2.0	7	3.4
Все галактики	2.9	10	3.4

На рис. 1 приведено распределение галактик типа Скульптора по угловым диаметрам. Если бы пространственное распределение их в этой области было однородным (а не связанным со скоплением), то логарифм числа галактик с диаметрами больше данного d представлялся бы прямой $\lg N = -3 \lg d + C$ (пунктирная линия на рисунке). Однако видно, что наблюдаемое распределение существенно отличается от однородного. Следовательно карлики типа Скульптора в Virgo S.

* Средние лучевые скорости в скоплениях: $\bar{V}_{Virgo} = +1182$ км/сек (по 90 членам), $\bar{V}_{Virgo S} = +1175$ км/сек (по 12 членам), $\bar{V}_{UMa} = +1018$ км/сек (по 50 членам), то есть скопления находятся на примерно одинаковом расстоянии ~ 15 мпс, что позволяет делать сравнительный анализ.

образуют физическую систему, и зависимость $\lg N(d)$ дает представление о функции линейных диаметров карликовых галактик в этой системе.

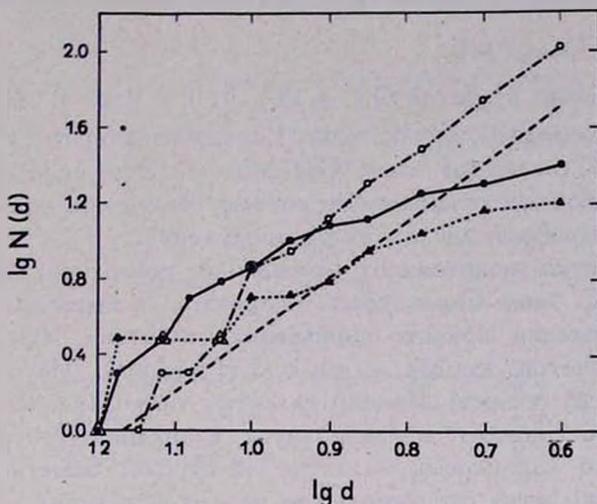


Рис. 1. Распределение галактик типа Скульптора по угловым диаметрам ● — в скоплении Virgo S, ▲ — в UMa, ○ — в Virgo. Здесь и на остальных рисунках диаметры выражены в единицах 0.1 м. (1 м. = 1.12).

2. Скопление UMa ($\alpha: 11^h - 13^h 30^m$, $\delta: +25^\circ - +60^\circ$). На площади, занимаемой скоплением, отмечено 113 галактик ярче $13^m 0$ (22 E, 91 S + Irr) и всего 16 карликовых типа Скульптора. Так же, как и в случае скопления Virgo S, делались подсчеты ярких галактик, попавших в окружности радиуса $R = 200$ клс около карликовых галактик.

Таблица 2'

Т и п	М. О.	n	n/М. О.
E	0.9	3	3.4
S+Irr	3.6	7	1.9
Все галактики	4.5	10	2.2

Результаты приведены в табл. 2. Здесь тоже заметно превышение наблюдаемого числа галактик над ожидаемым. Наибольшее превышение приходится на эллиптические галактики. Возможно, это обусловлено предпочтительной связью карликов типа Скульптора именно с

данном типом ярких галактик. Интересно, что относительное число карликовых галактик в UMa втрое меньше, чем в Virgo S.

Распределение карликовых галактик по $lg d$ дается на рис. 1. Оно отличается от однородного (пунктир) и похоже на распределение в Virgo S.

3. Скопление Virgo ($\alpha: 12^h - 13^h$, $\delta: 0^\circ - +25^\circ$). На площади, занимаемой скоплением, расположено 126 галактик ярче $13^m 0$ (40 E, 86 S + Irr) и 104 галактики типа Скульптора. Это скопление — самое богатое карликовыми галактиками, поэтому оказалось возможным сделать более подробный анализ их распределения.

Наблюдается монотонное уменьшение поверхностной плотности числа галактик типа Скульптора от центра к периферии скопления (за центр скопления принято положение галактики NGC 4486). Результаты подсчетов даются в табл. 3 (1 строка). Из этой же таблицы видно, что средний диаметр галактик типа Скульптора остается практически постоянным вдоль радиуса скопления (2 строка). Относительная доля карликовых галактик (3 строка) заметно больше в центральных областях скопления, чем на его периферии.

Таблица 3

R кольца	$0^\circ - 2^\circ$	$2^\circ - 4^\circ$	$4^\circ - 6^\circ$	$6^\circ - 7^\circ$	Южная периферия	Северная периферия
Число галактик типа Скульптора на кв. градус	1.80	0.99	0.45	0.10	0.09	0.02
Средний диаметр галактик типа Скульптора в м.м.	0.60	0.52	0.50	0.62	0.48	0.75
% содержание галактик типа Скульптора	20%	38%	27%	4%	10%	2%

Около каждой галактики типа Скульптора описывались концентрические окружности радиуса $R_1 = 200$ клс и $R_2 = 100$ клс. Как и в предыдущих случаях, вычислялось математическое ожидание попадания ярких галактик в окружности R_1 , R_2 . Результаты сравнения М. О. с наблюдаемым числом ярких галактик даны в табл. 4. Превышение наблюдаемого числа над ожидаемым особенно заметно для эллиптических галактик, что подтверждает высказанное в [3] предположение о более тесной связи карликовых галактик типа Скульптора с эллиптическими галактиками, чем со спиральными.

Заметим, что относительное число карликовых галактик в Virgo превосходит таковое в скоплениях Virgo S и UMa, соответственно, в 2 и 6 раз. Следовательно, степень богатства скоплений карликами типа Скульптора существенно меняется от скопления к скоплению.

Таблица 4

Т и п	М. О.	п	п/М. О.
$R_1 = 200$ кпс			
Е	18	70	3.9
S+Irr	40	101	2.5
Все галактики	58	171	3.0
$R_2 = 100$ кпс			
Е	7	30	4.3
S+Irr	15	26	1.7
Все галактики	22	56	2.5

Функция логарифмов диаметров галактик типа Скульптора в Virgo приведена на рис 1.

Известно, что де Вокулер [4] считает скопление Virgo состоящим из проектирующихся друг на друга подскоплений эллиптических и спиральных галактик со средними лучевыми скоростями соответственно (935 ± 70) км/сек и (1405 ± 166) км/сек. Одну из проверок этого утверждения может дать анализ распределения галактик типа Скульптора по диаметрам в выделенных де Вокулером областях. С этой целью в области радиусом $R = 6^\circ$ и центром в NGC 4486 (что почти точно совпадает с областью де Вокулера) отдельно подсчитывались диаметры галактик типа Скульптора, расположенных вблизи эллиптических и спиральных галактик. Отбирались только те случаи, когда расстояние от карлика до данной яркой галактики было по крайней мере в три раза меньше, чем до любой другой яркой галактики.

Средний диаметр галактик типа Скульптора, расположенных вблизи спиральных галактик $\bar{d}_{СК(S)}$, оказался равным 0.55 мм со средним квадратичным отклонением среднего $\sigma = 0.05$ мм. Если бы существовало два комплекса ярких галактик, с лучевыми скоростями, отличающимися примерно в 1.5 раза, то диаметры карликов типа Скульптора, расположенных в подскоплении эллиптических галактик, были бы в среднем в 1.5 раза больше, чем у карликов в подскоплении спираль-

ных галактик ($\bar{d}_{\text{ск}(E)} = 0.83$ м.м.). Однако для совокупности карликов типа Скульптора вблизи эллиптических галактик мы получили средний диаметр $\bar{d}_{\text{ск}(E)} = 0.59$ м.м с $\sigma = 0.05$ м.м, что практически совпадает со значением $\bar{d}_{\text{ск}(S)}$. Наблюдаемое различие $\bar{d}_{\text{ск}(E)} - \bar{d}_{\text{ск}(S)} = 0.04$ м.м при ожидаемом $\bar{d}_{\text{ск}(E)} - \bar{d}_{\text{ск}(S)} = 0.24$ м.м и указанном σ могло бы случайно реализоваться лишь с вероятностью $7 \cdot 10^{-4}$. Следовательно, гипотеза существования в Virgo отдельных E и S подскоплений с этой точки зрения маловероятна.

На рис. 2 приведено суммарное распределение галактик типа Скульптора по диаметрам для скоплений Virgo S, UMa, Virgo. Распределение показывает превышение над однородным (пунктир) в области больших значений диаметров.

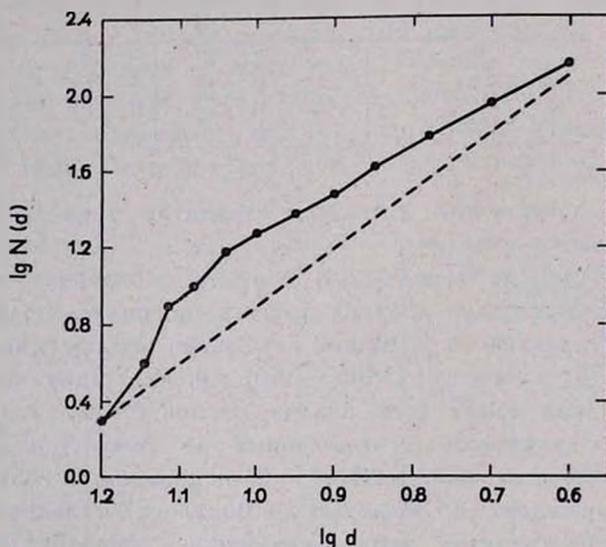


Рис. 2. Суммарное распределение галактик типа Скульптора по угловым диаметрам в скоплениях Virgo S, UMa, Virgo.

4. *Пояс Pisces, Cetus, Fornax* ($\alpha: 0^h - 4^h$, $\delta: -27^\circ - +30^\circ$). Как и рассмотренные выше скопления, пояс расположен в области экватора Сверхгалактики де Вокулера. В этой области отмечено 98 ярких галактик с $m_{\text{rg}} \leq 13^m 0$ (24 E, 74 S + Irr) и 42 карлика типа Скульптора. Результаты подсчетов ярких галактик в окружностях $R = 1^\circ$ около карликовых содержатся в табл. 5. Как и в случае скоплений UMa и Virgo, заметна более выраженная связь карликовых галактик типа Скульптора с яркими эллиптическими.

На рис. 3 приведена функция диаметров для галактик типа Скульптора. Близость распределения к однородному вероятно объясняется тем, что в данной области мы наблюдаем карлики, принадле-

Таблица 5

Т и п	М. О.	n	n/М. О.
Е	0.7	9	12.5
S+Irr	2.2	16	7.2
Все галактики	2.9	25	8.6

жащие нескольким системам ярких галактик (группа NGC 1068, северная часть скопления Fornax и др.), расположенных на различных расстояниях.

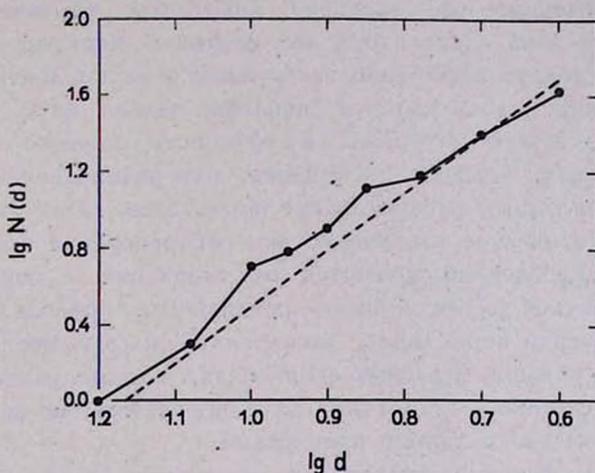


Рис. 3. Распределение галактик типа Скульптора по угловым диаметрам в поясе галактик Pisces, Cetus, Fornax.

Подводя итоги, отметим следующее.

а. Совпадение общих картин распределения карликовых галактик типа Скульптора и нормальных галактик не вызывает сомнения [1]. Однако возникает вопрос, является ли это выражением индивидуальной связи карликовых галактик с нормальными или же следствием регулярного распределения обеих подсистем в совместном гравитационном поле. Статистический анализ взаимного распределения карликов типа Скульптора и ярких галактик показывает, что примерно $(54 \pm 27)\%$ всех галактик типа Скульптора в изученных скоплениях ассоциируется с нормальными галактиками ярче 13^m . Приведенные данные позволяют заключить также, что галактики типа Скульптора

чаще встречаются вблизи нормальных эллиптических, чем нормальных спиральных галактик. Интересно, что в работе ван ден Берга [5] обнаружена связь карликов поздних типов (S и Irr) с нормальными спиральными галактиками. Следовательно, намечается более тесная связь карликовых и нормальных галактик, обладающих сходным типом звездного населения.

б. Среднее число систем типа Скульптора с линейными диаметрами $D > 2.0$ клс, располагающихся в круге радиуса 200 клс около нормальной галактики, колеблется от 0.1 в скоплении UMa до 1.2 в Virgo. Известно, что у нашей Галактики имеется 6 карликовых спутников этого типа с $D > 2.0$ клс и расстоянием менее 200 клс. Следовательно, наша Галактика относительно богата спутниками типа Скульптора.

в. В скоплении Virgo замечено монотонное убывание плотности числа галактик типа Скульптора от центра к периферии. В остальных случаях сделать какое-либо заключение о распределении галактик типа Скульптора вдоль радиуса скопления нельзя из-за недостаточного статистического материала и трудности точного определения центра скопления. Однако несомненно, что распределение их в общих чертах повторяет распределение нормальных галактик.

г. Статистические характеристики распределения галактик типа Скульптора существенно меняются от скопления к скоплению. Это может объясняться рядом причин: различием в преобладающем морфологическом типе нормального населения скоплений, неодинаковостью динамических условий в разных скоплениях, или же различной активностью ядер гигантских галактик, если происхождение карликов типа Скульптора связано с такими процессами.

Автор выражает благодарность академику В. А. Амбарцумяну за обсуждение результатов работы и полезные советы.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

SCULPTOR-TYPE DWARFS IN THE CLUSTERS OF GALAXIES

V. E. KARACHENTSEVA

Using the data of catalogue [1], the distributions of Sculptor-type dwarfs in the near clusters of galaxies are considered. Some average characteristics of the distributions are obtained. The connection of Sculptor-type galaxies with the normal elliptical galaxies are given.

The functions of diameters of Sculptor-type galaxies in the clusters are compiled.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. Е. Караченцева, Сообщ. Бюро. общ., 39, 78, 1967.
2. A. de Vaucouleurs, G. de Vaucouleurs, Reference Catalogue of Bright Galaxies, The University of Texas Press, 1964.
3. И. Д. Караченцев, Астрофизика, 1, 203, 1965.
4. G. de Vaucouleurs, Ap. J., Suppl. ser., 56, VI, 213, 1961.
5. S. van den Bergh, A. J., 71, 922, 1966.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИСТИННЫХ СЖАТИЙ ГАЛАКТИК В СКОПЛЕНИЯХ

Т. А. АГЕКЯН, Н. К. СУМЗИНА

Поступила 3 мая 1967

В предположении, что галактики являются сжатыми эллипсоидами вращения найдено соотношение, связывающее моменты распределений их видимых и истинных сферичностей. По данным I и II томов каталога скоплений галактик Цвикки, Герцога и Уайльда и морфологического каталога галактик Б. А. Воронцова-Вельяминова и В. П. Архиповой определены средние величины квадратов истинных сферичностей и дисперсии квадратов истинных сферичностей галактик для 68 скоплений галактик. Показано, что различия значений средних величин квадратов сферичностей галактик для различных скоплений галактик значимы. Найдено соотношение, связывающее моменты распределений видимых и истинных сферичностей галактик, в предположении, что они являются вытянутыми эллипсоидами вращения.

1. *Соотношение между моментами распределений истинных и видимых сферичностей.* Задача нахождения распределения истинных сферичностей галактик по наблюдаемому распределению их видимых сферичностей рассматривалась Хабблом [1], а затем К. В. Каврайской [2]. В [2] получено интегральное уравнение, связывающее функции распределения видимых и истинных сферичностей. Обращение этого уравнения решало поставленную задачу.

Применение метода К. В. Каврайской практически возможно лишь в том случае, когда число галактик с измеренными видимыми сферичностями велико. Этот метод нельзя использовать для нахождения распределения истинных сферичностей галактик в отдельных не очень богатых членами скоплениях.

Покажем, что если вместо задачи нахождения распределения истинных сжатий галактик в скоплении поставить задачу нахождения моментов этого распределения, то практическое применение метода оказывается очень простым. К тому же моменты распределения истин-

ных сферичностей, как физическая характеристика, более наглядна и удобна для сравнений, чем само распределение.

Будем для удобства рассматривать не сами сферичности, а их квадраты, обозначим через x — квадрат истинной сферичности, y — квадрат видимой сферичности. Уравнение Каврайской для функций распределения величин x и y принимает вид

$$\psi(y) = \frac{1}{2} \int_0^y \frac{\varphi(x)}{\sqrt{(1-x)(y-x)}} dx. \quad (1)$$

Пожножим обе части уравнения (1) на $y^m dy$ и проинтегрируем по всем значениям y . Выполняя интегрирование, получим

$$\overline{y^m} = \sum_{k=0}^m C_m^k \frac{1}{2k+1} \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} C_k^i \overline{x^{m-i}}, \quad (2)$$

где $\overline{x^m}$, $\overline{y^m}$ средние значения m -ых степеней x и y .

Равенство (2) решает поставленную задачу. Например, для $m=1$ и $m=2$ оно принимает вид

$$\overline{y} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \overline{x}, \quad (3)$$

$$\overline{y^2} = \frac{3}{15} + \frac{4}{15} \overline{x} + \frac{8}{15} \overline{x^2}, \quad (4)$$

откуда

$$\overline{x} = \frac{3}{2} \overline{y} - \frac{1}{2}, \quad (5)$$

$$\overline{x^2} = \frac{15}{8} \overline{y^2} - \frac{6}{8} \overline{y} - \frac{1}{8}. \quad (6)$$

Находим также,

$$\overline{x^2} = \overline{(x - \overline{x})^2} = \frac{15}{8} \overline{y^2} - \frac{9}{4} \overline{y}^2 + \frac{3}{4} \overline{y} - \frac{3}{8}. \quad (7)$$

Значения \overline{y} и $\overline{y^2}$ для каждого скопления можно получить из наблюдений, тогда равенства (5) и (7) позволят определить основные параметры — среднюю величину квадрата и дисперсию квадрата истинных сферичностей галактик скопления.

2. *Использование полученных соотношений.* В I и II томах каталога Цвикки, Герцога и Уайльда [3] даны очертания скоплений галактик. Путем сопоставления координат галактик каталога Б.А. Во-

ронцова-Вельяминова и В. П. Архиповой [4] и областей в I и II томах каталога [3] галактики относились к определенному скоплению, и затем по внешним размерам галактик, дающим видимую сферичность, вычислялись \bar{y} и \bar{y}^2 для данного скопления. Если в каталоге [4] внешние диаметры галактики не приведены, но приведены диаметры внутренней области, то квадрат видимой сферичности галактики определялся по диаметрам внутренней области. Из рассмотрения исключались неправильные галактики (по классификации Воронцова-Вельяминова галактики типа P—бесформенные пятна) и взаимодействующие галактики. Вычисления выполнялись только для скоплений, в которых было получено не менее $n = 8$ значений квадратов сферичностей галактик.

В табл. 1 приведены вычисленные значения \bar{y} и $\sigma_y^2 = \bar{y}^2 - \bar{y}^2$. Во втором столбце таблицы первое число есть номер поля каталога [3], второе — номер скопления на этом поле. В третьем столбце указано число использованных галактик в скоплении.

Прежде всего нужно выяснить, является ли различие величин для различных скоплений значимым. Является ли распределение сферичностей галактик существенной физической характеристикой скопления или, напротив, в отношении сферичностей скопления галактик можно рассматривать как случайные выборки из генеральной совокупности галактик.

Для этого, как известно, нужно вычислить

$$\sigma^2 = \frac{A}{P} \tag{8}$$

и

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^g P_i (\bar{y}_i - y_0)^2}{(g-1)P}, \tag{9}$$

где

$$P_i = \frac{A(n_i - 1)}{\sigma_{y_i}^2}$$

$$P = \sum_{i=1}^g P_i$$

$$y_0 = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^g P_i y_i.$$

Таблица 1

l	N_x	n	\bar{y}	σ_y^2	\bar{x}	σ_x^2
1	5.12	10	0.36	0.077	0.04	-0.01
2	8.1	22	0.54	0.095	0.31	0.10
3	12.1	40	0.53	0.103	0.29	0.12
4	11.20	16	0.60	0.103	0.41	0.14
5	13.9	11	0.26	0.021	-0.10	-0.16
6	21.3	38	0.57	0.125	0.35	0.16
7	39.12	13	0.47	0.098	0.20	0.08
8	39.17	10	0.52	0.170	0.29	0.22
9	45.23	8	0.38	0.153	0.08	0.14
10	47.9	10	0.58	0.154	0.37	0.22
11	46.17	14	0.39	0.108	0.09	0.06
12	48.12	8	0.31	0.022	-0.03	-0.14
13	59.1	10	0.52	0.118	0.28	0.13
14	63.11	8	0.30	0.117	-0.06	0.03
15	64.21	9	0.56	0.138	0.34	0.18
16	66.34	11	0.72	0.092	0.51	0.14
17	67.32	10	0.26	0.082	-0.11	-0.05
18	73.24	8	0.46	0.067	0.20	0.02
19	74.5	77	0.44	0.096	0.16	0.06
20	75.16	11	0.624	0.088	0.44	0.11
21	76.18	9	0.61	0.084	0.42	0.10
22	74.23	21	0.41	0.105	0.12	0.07
23	77.19	10	0.76	0.082	0.64	0.13
24	87.2	18	0.76	0.097	0.064	0.16
25	90.11	10	0.51	0.157	0.27	0.20
26	91.7	69	0.55	0.104	0.32	0.12
27	92.30	12	0.41	0.059	0.12	-0.02
28	94.57	14	0.63	0.090	0.45	0.12
29	97.8	116	0.55	0.102	0.32	0.11
30	98.2	24	0.72	0.116	0.58	0.19
31	98.9	8	0.36	0.067	0.04	-0.03
32	105.52	23	0.65	0.150	0.47	0.24
33	104.8	14	0.60	0.160	0.39	0.24
34	105.32	9	0.56	0.106	0.35	0.13
35	105.6	15	0.53	0.114	0.29	0.13
36	108.7	175	0.59	0.122	0.38	0.17
37	120.9	10	0.71	0.136	0.56	0.22

Таблица 1 (окончание)

l	N_x	n	\bar{y}	σ_y^2	\bar{x}	σ_x^2
38	109.9	12	0.54	0.138	0.30	0.18
39	117.5	12	0.76	0.092	0.63	0.15
40	119.1	44	0.42	0.074	0.13	0.01
41	121.6	24	0.38	0.080	0.07	0.01
42	122.5	38	0.47	0.102	0.21	0.09
43	123.10	12	0.38	0.119	0.06	0.08
44	123.59	37	0.43	0.090	0.14	0.05
45	126.41	25	0.60	0.093	0.39	0.11
46	128.27	17	0.41	0.102	0.11	0.06
47	128.16	10	0.57	0.089	0.36	0.09
48	127.10	23	0.46	0.141	0.18	0.15
49	132.11	22	0.62	0.146	0.43	0.22
50	132.9	13	0.60	0.113	0.40	0.15
51	133.14	37	0.424	0.084	0.14	0.03
52	136.13	9	0.42	0.062	0.13	-0.01
53	133.36	21	0.56	0.107	0.34	0.13
54	136.32	10	0.42	0.098	0.14	0.06
55	136.30	10	0.55	0.099	0.32	0.11
56	142.1	18	0.58	0.090	0.37	0.10
57	149.1	8	0.28	0.046	-0.08	-0.10
58	145.1	10	0.40	0.078	0.09	-0.05
59	148.1	29	0.44	0.077	0.15	0.02
60	151.17	16	0.50	0.153	0.25	0.19
61	152.2	12	0.59	0.110	0.39	0.14
62	151.29	9	0.62	0.127	0.43	0.18
63	149.8	10	0.61	0.161	0.41	0.24
64	155.5	22	0.51	0.138	0.27	0.17
65	155.19	58	0.52	0.119	0.29	0.14
66	159.42	173	0.54	0.113	0.32	0.13
67	156.14	24	0.63	0.097	0.45	0.13
68	156.16	19	0.53	0.063	0.30	0.04

Скопление 37 данного списка — скопление в Геркулесе, 40 — в Раке, 66 — в Волосах Вероники.

A — произвольное число, g — число скоплений и найти

$$l = \frac{\sigma^2 - \sigma^2}{\sigma^2} : \sqrt{\frac{2}{g-1}}$$

Если $l > 2$, то можно утверждать, что различие распределений сферичностей у различных скоплений галактик значимо.

Вычисления дают

$$\sigma^2 = 0.000061, \quad \sigma^2 = 0.000163, \quad l = 9.6. \quad (10)$$

Таким образом, с абсолютной уверенностью можно утверждать, что скопления галактик имеют различные распределения сферичностей, и величины \bar{y} и σ_y^2 являются существенными характеристиками скоплений галактик.

Одновременно, полученный результат позволяет утверждать, что ошибки измерений диаметров галактик в каталоге [4] не замыкают различий распределения сферичностей галактик в скоплениях галактик. Результат (10) можно также рассматривать как аргумент в пользу того, что обрисованные в каталоге [3] границы скоплений галактик близки к реальным границам скоплений.

Но \bar{y} и σ_y^2 — видимые характеристики. Большой физический интерес представляют истинные характеристики \bar{x} и σ_x^2 , вычисленные по формулам (5) и (7) и приведенные в последних столбцах табл. 1.

Распределение скоплений по величине \bar{x} — средней квадрата истинных сферичностей галактик и σ_x^2 — дисперсии квадратов истинных сферичностей галактик приведено в табл. 2 и 3.

Таблица 2		Таблица 3	
\bar{x}	Число скоплений	σ_x^2	Число скоплений
<0	5	<0	9
0.01—0.10	7	0.01—0.05	8
0.11—0.20	13	0.06—0.10	12
0.21—0.30	11	0.11—0.15	21
0.31—0.40	17	0.16—0.20	10
0.41—0.50	9	0.21—0.25	8
>0.50	6		
Всего	68	Всего	68

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что существенно положительные величины \bar{x} и σ_x^2 получились отрицательными, первая для пяти, а вторая для девяти скоплений,

Этому можно предложить три объяснения: 1) В скоплениях с полученными $\bar{x} < 0$ или $\bar{z} < 0$ имеет место случайное большое отклонение распределения ориентаций плоскостей галактик от наимвероятнейшего, при предположении о равновероятности и независимости ориентаций плоскостей всех галактик. 2) В этих скоплениях существенно не выполняется условие равновероятности и независимости ориентаций плоскостей галактик. 3) Для этих скоплений несправедливо предположение, согласно которому все галактики являются сжатыми эллипсоидами вращения.

В настоящее время трудно определенно заключить, какое из трех объяснений верно. Возможно, это удастся сделать тогда, когда материал пополнится данными обработки последних томов каталога [3].

Интересно, однако, рассмотреть в данном аспекте проблему сигарообразных галактик.

3. *Соотношение между моментами распределений видимых и истинных сферичностей у сигарообразных галактик.* Ряд аргументов в пользу существования галактик, имеющих форму вытянутых трехосных эллипсоидов, соответствующих эллипсоидам Якоби в теории равновесия жидких масс, высказал К. Ф. Огородников [5]. Явным примером образований подробного рода являются перемычки спиральных галактик. Можно предположить, что отрицательные или очень малые значения \bar{x} в некоторых скоплениях галактик объясняются наличием примеси сигарообразных галактик в этих скоплениях. Для возможности в дальнейшем анализировать этот вопрос выведем уравнение, связывающее функции распределений истинных и видимых сферичностей сигарообразных галактик, считая для простоты их вытянутыми эллипсоидами вращения.

Обозначая y и x квадраты видимых и истинных сферичностей, найдем соотношение

$$\cos^2 i = \frac{x}{y} \cdot \frac{(1-y)}{(1-x)}, \quad (11)$$

где i = угол между большой осью эллипсоида и картинной плоскостью.

Вероятность того, что взаимно независимые величины x и i попадут в промежутки $[x, x + dx]$ и $[i, i + di]$, равна

$$\hat{\varphi}(x) dx \cos i di. \quad (12)$$

Переходя при помощи (11) в (12) от i к y (при фиксированном x) и интегрируя по всем возможным x , получаем искомое уравнение

$$\psi(y) \cdot y^{3/2} = \frac{1}{2} \int_0^y \frac{x \varphi(x)}{V(y-x)(1-x)} dx. \quad (13)$$

Это уравнение также абелевское. Сравнивая (13) и (1), мы видим, что соотношение между моментами функций распределения, имевшее для сжатых эллипсоидов вид (2), для вытянутых эллипсоидов должно принять вид

$$\overline{y^{m+3/2}} = \sum_{k=0}^m C_m^k \frac{1}{2k+1} \sum_{l=0}^k (-1)^{k-l} C_k^l \overline{x^{m-l+1}}. \quad (14)$$

Придав m значения 0 и 1, находим

$$\overline{y^{3/2}} = \overline{x},$$

$$\overline{y^{5/2}} = \frac{1}{3} \overline{x} + \frac{2}{3} \overline{x^2},$$

откуда

$$\overline{x} = \overline{y^{3/2}}, \quad (15)$$

$$\sigma_x^2 = \frac{3}{2} \overline{y^{5/2}} - \frac{1}{2} \overline{y^{3/2}} - \left(\overline{y^{3/2}} \right)^2. \quad (16)$$

Равенство (15) показывает, что предположение о сигарообразной форме галактик исключает возможность получения отрицательных значений средних истинных сферичностей.

Ленинградский государственный
университет

THE INVESTIGATION OF DISTRIBUTION OF REAL FLATTENING OF GALAXIES IN CLUSTERS

T. A. AGEKIAN, N. K. SOOMSINA

In the assumption that galaxies are flattened ellipsoids of rotation, the relation connecting the moments of distributions of their apparent and real sphericities has been found. Using the data of the first and second volumes of the Catalogue of clusters of galaxies by Zwicky, Herzog and Wild and the Morphological catalogue of galaxies by B. A. Vorontsov-Veliaminov and V. P. Arkhipova the values of mean

squares of real sphericities and the dispersion of square of the real sphericities of galaxies for 68 clusters of galaxies have been determined. It has been shown that the differences in values of the mean squares of sphericities for different clusters of galaxies are significant. The relation connecting the moments of the distributions of apparent and real sphericities of galaxies in the assumption that they are prolated ellipsoides of rotation has been found.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *E. Hubble*, *Ap. J.*, 64, 321, 1926.
2. *К. В. Каврайская*, *Вестн. ЛГУ*, 1, 148, 1958.
3. *F. Zwicky, E. Herzog, P. Wild*, *Catalogue of galaxies and of clusters of galaxies*, 1963, vol. 1, II.
4. *Б. А. Воронцов-Вельяминов, В. П. Архипова*, *Морфологический каталог галактик*, т. 2, т. 3.
5. *К. Ф. Огородников*, *Динамика звездных систем*, 1958.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

НОЯБРЬ, 1967

ВЫПУСК 4

О РАДИОИЗЛУЧЕНИИ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК

Г. М. ТОВМАСЯН

Поступила 27 мая 1967

Исправлена 10 сентября 1967

Сравнение данных радио и оптического исследования центральных областей 251 галактики показывает, что интенсивное радиоизлучение у них имеет место в случае наличия оптических признаков активности их ядер. При этом в зависимости от типа ядер различны как частота встречаемости у них радиоизлучения, так и мощность радиоизлучения. Обнаружена также зависимость мощности радиоизлучения от светимости ядер.

Сравнение результатов оптического и радиоисследований центральных частей 98 спиральных галактик с перемычкой (SB) показало [1], что существует определенная корреляция между структурой ядерных областей галактик и их радиоизлучением. Повышенное радиоизлучение, возникающее в ядерных областях галактик, наблюдается только в тех случаях, когда имеются оптические признаки активности ядер соответствующих галактик. В то же время не было замечено какой-либо определенной зависимости радиоизлучательной способности галактик от их морфологического подтипа, за исключением того, что радиоизлучение вообще не наблюдается у SB0 галактик. В настоящее время в Бюракане классифицированы центральные части еще около 300 обычных спиральных галактик (S) [2, 3], для многих из которых известны результаты радионаблюдений [4—8]. В силу этого представляется возможным провести сравнение радиоизлучательных способностей большего количества галактик с их морфологическим подтипом и структурой центральных частей. С целью такого сравнения составлена табл. 1, в которой в числителях дано число галактик с радиоизлучением, а в знаменателях — общее число наблюдаемых радиометодами галактик данной группы. В таблице SB и S галактики объе-

Таблица 1

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА ГАЛАКТИК РАЗЛИЧНЫХ ГРУПП С ОБНАРУЖЕННЫМ
РАДИОИЗЛУЧЕНИЕМ

оценка подтип	1	2	2a	3	4	5	Все галактики
S0, SB0	0/0	0/2	0/1	2/28	0/1	0/0	2/32=0.06
Sa, SBa	0/0	0/1	2/2	2/35	4/10	2/4	10/52=0.19
Sb, SBb	0/2	2/6	1/2	6/38	7/18	3/11	19/77=0.25
Sc, SBc	3/15	10/38	3/6	0/0	9/24	2/7	27/90=0.30
Все галактики	3/17=0.18	12/47=0.26	6/11=0.55	10/101=0.10	20/53=0.38	7/22=0.32	58/251=0.23

динены вместе. Принята хаббловская классификация галактик. Для южных галактик данные взяты из [9]. При составлении таблицы использованы только те спиральные галактики, центральные части которых классифицированы в [2, 3, 10—12], а также галактики, классификация центральных частей которых приведена в табл. 2.

Таблица 2
ОЦЕНКИ ЦЕНТРАЛЬНЫХ ЧАСТЕЙ
НЕСКОЛЬКИХ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК

NGC	Тип	Оценка
134	Sc	4
908	Sc	4
1302	Sa	3
1380	Sa	3
1385	Sc	2
4123	Sc	4
6769	Sa	3
6771	S:	3

Методика наблюдений и классификации описана в [10, 12]. За исключением NGC 4123 остальные галактики наблюдались 40" телескопом обсерватории Сайдинг Спринг (отделение обсерватории Маунт Стромло). Галактика NGC 4123 наблюдается 21" Шмидт-телескопом в Бюракане.

Вместе с нашими результатами радионаблюдений галактик [4, 13, 14] использованы также работы [5—8]. Чтобы сделать данные более однородными, принималось, что только те галактики из списка [6] имеют радиоизлучение, если последнее было измерено на частоте 1400 мгу и если расхождение прямых восхождений галактик и обнаруженных радиоисточников не превышало 2'. При составлении таблицы из наших списков, в силу возможной сомнительности, исключены очень слабые радиоисточники с потоками, меньше 0.2 ед. потока на 1410 мгу, отождествляемые с галактиками NGC 289, 3185, 3227, 5548 и 6814. Кроме того: а) не приняты во внимание галактики NGC 891, NGC 3079, NGC 3628 и NGC 4631, обозначенные баллом 1. Эти галактики сильно наклонены к лучу зрения (отношение D/d у них больше 5), и вполне возможно, что у них реальная структура центральной области маскируется как поглощающим слоем, так и наложением яркости периферии; б) по той же причине исключены из рассмотрения также

сильно наклоненные галактики с оценкой 2—NGC 55, NGC 5746, NGC 5907 и NGC 7462; в) из группы галактик с расщепленными ядрами (оценка 2s) исключена галактика NGC 7418, „расщепление“ ядра которой является, по всей видимости, ложным и вызвано, очевидно, очень сильным поглощающим слоем этой заметно наклоненной галактики ($D/d = 2.9$).

Значения отношений D/d взяты из [15].

Из рассмотрения табл. 1 сразу можно видеть, что за исключением подтипа S0 процент галактик с радиоизлучением не сильно различается в остальных подтипах Sa, Sb и Sc.

Среди S0 галактик только две галактики (NGC 2911 и NGC 3593) имеют измеримое радиоизлучение. Причем обе они являются пекулярными (они относятся к подтипу S0p), и кроме того обе галактики включены Б. Е. Маркаряном [16] в список галактик с аномальным для их морфологического подтипа спектром и цветом центральных частей. Поэтому мы можем исключить эти две галактики из рассмотрения, поскольку они не являются обычными представителями своего морфологического подтипа. Следовательно, можно сказать, что среди подтипа S0, как и в случае SB0 галактик, нет галактик с радиоизлучением.

Таблица 3
МОДУЛИ РАССТОЯНИЯ ГАЛАКТИК,
ИМЕЮЩИХ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ

	Sa	Sb	Sc
$\overline{m-M}$	30.9	30.0	29.9
Относительное число галактик с модулем <30.0	0.10	0.37	0.44

Частота встречаемости радиоизлучения у остальных подтипов мало отличается друг от друга. Заметно лишь некоторое небольшое систематическое увеличение количества галактик с радиоизлучением при переходе от подтипа Sa к Sc, что было отмечено и в работе [6]. Однако это обусловлено, по-видимому, тем, что по мере перехода к галактикам поздних типов, радиоизлучение обнаруживалось в среднем от более близких галактик. Действительно, из табл. 3 видно, что средний модуль расстояния у галактик с обнаруженным радиоизлучением убывает по мере перехода от Sa к Sc галактикам. Более наглядно это видно из второй строки таблицы, где представлены относительные количества галактик с радиоизлучением, имеющих модуль меньше 30.0 (использованы модули, приведенные в [17, 18], а для галактик, не

включенных в указанные списки, модули определены по радиальным скоростям при постоянной Хаббла в 100 км/сек/мпс .

Таким образом, с достаточной убежденностью можно говорить об отсутствии зависимости радиоизлучательной способности спиральных галактик от их морфологического подтипа, если, конечно, исключить из рассмотрения S0 и SB0 галактики, среди которых радиоизлучение встречается в очень редких, исключительных случаях.

Положение коренным образом меняется, когда мы рассматриваем группы галактик с различной структурой их центральных частей (см. табл. 1). Мы видим, что наиболее часто — в 55% случаев — радиоизлучение встречается у галактик с „расщепленными“ ядрами (оценка 2s).

Процент радиоизлучающих галактик несколько меньше, но все еще достаточно высок среди галактик со звездообразными и звездоподобными ядрами (оценки 5 и 4). Здесь измеримым радиоизлучением обладают в среднем 35% галактик. Следующей группой галактик, с относительным числом галактик с радиоизлучением (26%), большим, чем среднее по всем галактикам (23%), являются галактики с оценкой 2. Галактики первых трех групп обладают довольно примечательными ядрами, находящимися, вероятно, в активной фазе своего развития, а в последней группе ядра выражены несколько менее отчетливо.

Ядра галактик вообще не проявляют себя в группах галактик с оценками 1 и 3. Если в этих галактиках и имеются ядра, то они настолько слабы, что неразличимы на фоне центральных частей этих галактик. И примечательно, что среди таких галактик довольно низок процент радиоизлучающих галактик — 18% в группе с оценкой 1, и всего 10% в группе с оценкой 3, то есть относительное количество галактик с радиоизлучением здесь уже более 5 раз меньше, чем у галактик с „расщепленными“ ядрами. Однако и в галактиках с оценкой 3 радиоизлучение наблюдается в основном тогда, когда имеются признаки активности их ядер. Так, у 5 из 10 таких галактик с радиоизлучением (NGC 23, 2146, 2911, 3593 и 7576) аномальный для их морфологического подтипа спектр и цвет центральных частей свидетельствует о наличии дополнительного нетеплового излучения в ядерных областях этих галактик [16].

Различие радиоизлучательных способностей галактик в группах с различными оценками центральных частей галактик проявляется не только при рассмотрении частоты встречаемости у них радиоизлучения. Различна также и мощность радиоизлучения у них. Рассмотрим рис. 1, на котором по оси ординат отложены радиосветимости (в логарифмической шкале) для галактик с различными оценками их центральных частей. Радиосветимости подсчитаны по формуле:

$$L_R = 4\pi R^2 \int_{\nu_1}^{\nu_2} S_\nu d\nu,$$

где $S_\nu \sim \nu^{-\alpha}$, $\nu_1 = 10^7$ цу и $\nu_2 = 10^{11}$ цу. Спектральный индекс α известен для многих галактик. Для галактик же с неизвестным α принято его значение, равное 0.7. Для галактик, измеренных в работе [6], вместо плотностей потоков использованы приводимые там значения пиковых отклонений D , которые, как показывают сравнения с другими данными [5, 7, 8], как правило, несколько меньше потоков.

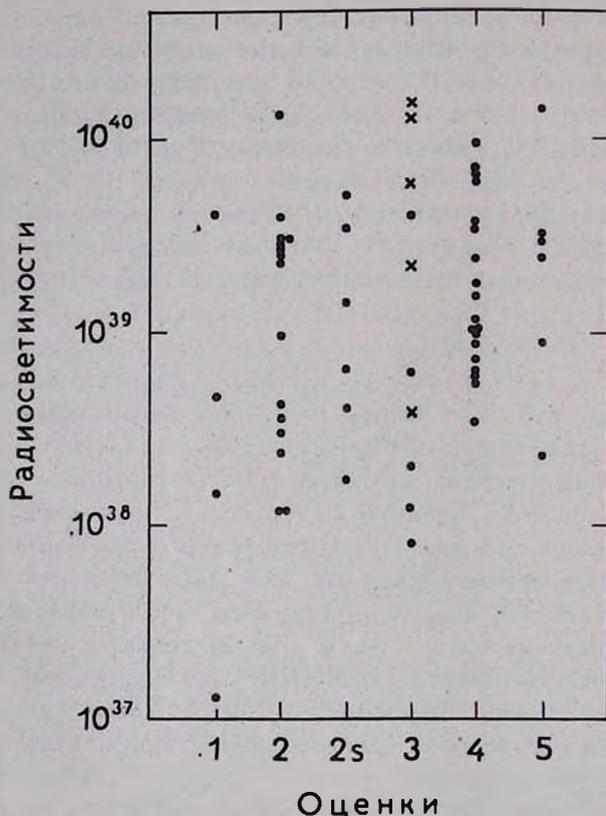


Рис. 1. Зависимость мощности радиоизлучения от типа ядерных областей галактик.

На рис. 1 галактики с аномальным спектром и цветом в группе галактик с оценкой 3 обозначены крестиками. Из рисунка сразу видно, что мощность радиоизлучения у галактик с оценкой 1 и у тех галактик с оценкой 3, у которых нет признаков активности их ядер, заметно уступает мощности радиоизлучения галактик с оценками 2,

2s, 4 и 5. Различие радиоизлучательных способностей галактик различных групп хорошо видно и из табл. 4, в которой представлены средние значения абсолютных радиовеличин M_{1410} и средние значения радиоиндексов R_{1410} на частоте 1410 мц. Заметим, что при составлении рис. 1 и табл. 4 опущены галактики, от которых не обнаружено радиоизлучение. Их добавление еще больше подчеркнуло бы различие радиоизлучательных способностей различных групп галактик.

Для подсчета M_{1410} и R_{1410} определены видимые радиовеличины M_{1400} по соотношению:

$$m_R = -53.45 - 2.5 \lg S,$$

введенному в [19]. При подсчете радиоиндексов видимые фотографические величины галактик были исправлены за поглощение в нашей Галактике по соотношению $\Delta m = -0.25 \cos \delta$ и за поглощение в самих галактиках, согласно [20]. В табл. 4 представлены также средние значения спектральных индексов различных групп галактик. В таблице в скобках указано количество галактик, по которым проведено усреднение.

Таблица 4

СРЕДНИЕ АБСОЛЮТНЫЕ РАДИОВЕЛИЧИНЫ, РАДИОИНДЕКСЫ И
СПЕКТРАЛЬНЫЕ ИНДЕКСЫ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК

	1	2	2s	3	4	5
$-\bar{M}_{1400}$	15.7(3)	17.6(13)	17.9(6)	19.0*(5) 16.7 (5)	18.0(19)	18.2(7)
\bar{R}_{1400}	2.8(3)	1.7(13)	2.1(6)	0.5*(5) 2.4 (5)	1.8(19)	1.1(6)
$\bar{\alpha}$	0.4(3)	0.6(13)	0.7(6)	0.5(10)	0.6(16)	0.7(5)

* Галактики с аномальным для своего морфологического подтипа спектром и цветом центральных частей.

Имеется также довольно отчетливая корреляция между абсолютной яркостью ядер и мощностью радиоизлучения у них. Это хорошо видно из рис. 2, на котором по координатным осям проставлены абсолютные фотографические величины и абсолютные радиовеличины ядер галактик с оценками 4 и 5. (Полагается, что наблюдаемое радиоизлучение у спиральных галактик возникает в их ядерных областях [4, 13, 14]). При составлении диаграммы использованы также данные о галактике M31. Значение оптической величины ядра M31 взято из [21], а значение радиовеличины — по недавним измерениям в Кембридже [22].

Таким образом, сравнение результатов оптического исследования ядерных областей более 250 спиральных галактик и данных об их радиоизлучении показывает, что у спиральных галактик радиоизлучение в подавляющем большинстве случаев наблюдается при наличии оптически видимых признаков активности их ядер, причем мощность радиоизлучения тем больше, чем больше оптическая яркость ядер. И поскольку природа радиоизлучения нетепловая, то это говорит о том, что в ядрах таких галактик происходят какие-то процессы, сопровождаемые выбросом релятивистских электронов. Следовательно, в этих галактиках ядра действительно находятся в активной фазе развития.

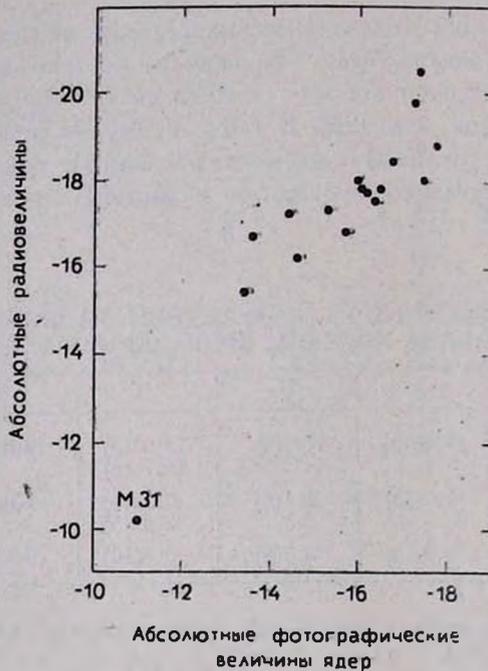


Рис. 2. Зависимость абсолютной радиовеличины от абсолютной фотографической величины ядер галактик.

При этом активная фаза развития ядра происходит, очевидно, независимо от морфологического подтипа галактики. Звездообразные ядра с оценками 4 и 5, а также галактики с оценкой 2 и с „расщепленными“ ядрами, имеющими повышенное радиоизлучение, встречаются почти в одинаковой мере во всех морфологических подтипах галактик. Исключение составляют лишь галактики подтипов S0 и SB0, где, как правило, не наблюдается фаза развития ядра, сопровождаемая радиоизлучением.

В тех же редких случаях, когда радиоизлучение наблюдается у галактик, не имеющих явных оптических признаков активности ядра, мощность радиоизлучения у них достаточно слабая. Возможные ядра в таких галактиках настолько слабы, что не выделяются на общем фоне центральных частей этих галактик. Вместе с этим, у них невелик и размах процессов, приводящих к радиоизлучению.

Автор благодарен проф. Б. Боку за предоставление возможности наблюдения галактик табл. 2 в Сайдинг Спринге (отделение обсерватории Маунт Стромло), а также сотрудницам Бюраканской обсерватории К. А. Саакян и С. Г. Искударян за сообщение их неопубликованных данных по классификации ядерных областей обычных спиральных галактик.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ON RADIO EMISSION OF SPIRAL GALAXIES

H. M. TOVMASSIAN

The comparison of the data on radio and optical investigation of the nuclear regions of 251 spiral galaxies shows that intense radio emission occurs there, in cases when there are optical evidences of activity of their nuclei. At the same time there is no correlation between the morphological types of galaxies and their radio emission. Both the frequency of occurrence and the power of radio emission depend on the type of the nuclei of spiral galaxies. It has been revealed that intensity of radio emission depends on the brightness of the nuclei.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. М. Товмассян, *Астрофизика*, 2, 419, 1966.
2. К. А. Саакян, *Астрофизика*, (в печати).
3. С. Г. Искударян, (в подготовке к печати).
4. H. M. Tovmassian, *Austr. J. Phys.*, (в печати).
5. D. S. Mathewson, J. M. Rome, *Austr. J. Phys.*, 16, 360, 1963.
6. D. S. Heeschen, C. M. Wade, A. J., 69, 277, 1964.
7. M. L. De Jong, *Ap. J.*, 142, 1333, 1965.
8. M. L. De Jong, *Ap. J.*, 144, 553, 1966.
9. G. de Vaucouleurs, *Memoirs of the Commonwealth obs.*, № 13, 1956.
10. А. Т. Каллоляян, Г. М. Товмассян, *Сообщ. Бюр. обс.*, 36, 31, 1964.
11. Г. М. Товмассян, *Астрофизика*, 1, 197, 1965.
12. Г. М. Товмассян, *Астрофизика*, 2, 317, 1966.
13. H. M. Tovmassian, *Austr. J. Phys.*, 19, 565, 1966.
14. H. M. Tovmassian, *Austr. J. Phys.*, 19, 883, 1966.

15. *G. de Vaucouleurs, A. de Vaucouleurs*, Reference Catalogue of Bright Galaxies, 1964.
16. *Б. Е. Маркарян*, Сообщ. Бюр. обс., 34, 3, 1963.
17. *G. de Vaucouleurs*, Stars and Stellar Systems, vol. 8, ch. 7.
18. *S. van den Berg*, Publ. David Dunlap obs., 2, 159, 1960.
19. *R. Hanbury Brown, C. Hazard*, M. N., 122, 479, 1961.
20. *E. Holmberg*, Medd. Lunds astr. obs. (2), № 136, 1957.
21. *A. Lallemand, M. Duchesne, M. Walker*, Publ. A. S. P., 72, 76, 1960.
22. *G. G. Pooley, S. Kenderdine*, Nature, 214, 1190, 1967.

LIGHT AND COLOR CURVES OF THE 1967
SUPERNOVA IN NGC 3389*

G. de VAUCOULEURS, J. E. SOLHEIM**, R. BROWN

Received 26 Oktober 1967

Photographic and photoelectric observations of SN 1967 in NGC 3389 from March 7 to June 9, 1967 define a branch of the light curve very similar to those of the Type I supernovae of 1937 in IC 4182 and NGC 1003 between 7 and 100 days past maximum. It must have been close to maximum light ($m \approx 13$) at the time of its discovery by Chuadze on February 28, 1967. For the adopted modulus $\mu = 31.3$ ($\Delta = 16.6$ Mpc) of NGC 3389 the absolute magnitude of the supernova at maximum was $M(\text{max}) \approx -18.3$.

The supernova should remain observable ($20 < m < 22$) through the 1968 opposition.

1. *Observations and comparison stars.* At the request of Dr. F. Zwicky the 1967 supernova in NGC 3389 discovered by Chuadze [1] on February 28, 1967, was observed from March to June, 1967 with the 36 and 83-inch reflectors of McDonald Observatory. Photoelectric observations in the U, B, V, systems were made in March, April and May with a two-channel pulse counting photometer [2] through two 2 mm apertures spaced by 38 mm equivalent to 32" and 10' at the Cassegrain focus of the 36-inch (March) and to 15" and 5' at the corresponding focus of the 82-inch. Photographic observations in B only were made in May and June with a new $f/5$ reducing camera attached at the Cassegrain foci of the same telescopes and giving plates scales of 44" mm^{-1} (36-in.) and 22" mm^{-1} (82-in.). No filter was needed because the glass optics of the reducing camera effectively cuts off the spectrum near 3850 Å. In addition several plates were kindly taken for us in June by H. D. Ables with

* Contributions from the McDonald Observatory, № 425.

** McDonald Post-Doctoral Fellow 1965-1967 and Research Fellow of the Norwegian Council for Science and the Humanities.

the 61-inch reflector of the U. S. Naval Observatory station at Flagstaff. Except on the last night no filter was used, but since the supernova had then nearly the same color as the comparison stars it should make little or no difference.

Fig. 1 is a finding chart reproduced from the Sky Survey red print with the comparison stars marked. The adopted magnitudes are given in Table 1. Star A is the local standard; stars C and F are the main comparison stars used for the photographic calibration. The plates were measured in Austin by H. C. Corwin with 2 different fixed apertures of a Schilt-type densitometer and reductions were made graphically in a coordinates system that leads to a linear characteristic curve over the magnitude range of interest. The mean magnitudes of the comparison stars derived by photographic interpolations (or a short extrapolation for star G) are given in the last two columns of Table 1. The average deviation (pe-pg) is ± 0.12 mag.

Table 1

COMPARISON STARS

Star	B	B-V	U-B	Nights	Pg	Plates
A	12.03	+0.67	+0.11	7	(11.91)	4
a	14.55	+0.87	?	2	14.64	9
C	14.20	+0.65	0.00	9	14.36	9
D	15.0:	+0.8:	+0.2:	1	14.86	9
E	14.9:	+0.65:	0.0:	1	14.80	7
F	16.5:	+0.8:	+0.3:	7	(16.39)	10
G	*	—	—	—	16.69	9

* Star G is between F and the center of NGC 3389 and could not be measured with the rather large field apertures used.

Because of the location of the supernova at the edge of the spiral pattern (see Fig. 2) the background was measured East and West of the star and very close to it. Occasional readings North and South were also used. The background corrections ranged from 30 per cent in March to 70 per cent in May of the observed pulse count on the supernova. This local background count was itself 1.5 to 2 times the blank sky count far from the galaxy. Integration times ranged from 10 sec in March to 30 sec in May and each observation consisted of at least 4 exposures on the supernova (2 in each channel) and 4 on the nearby background (2E, 2W) in each color, plus corresponding readings on at least two comparison stars. All other necessary cor-

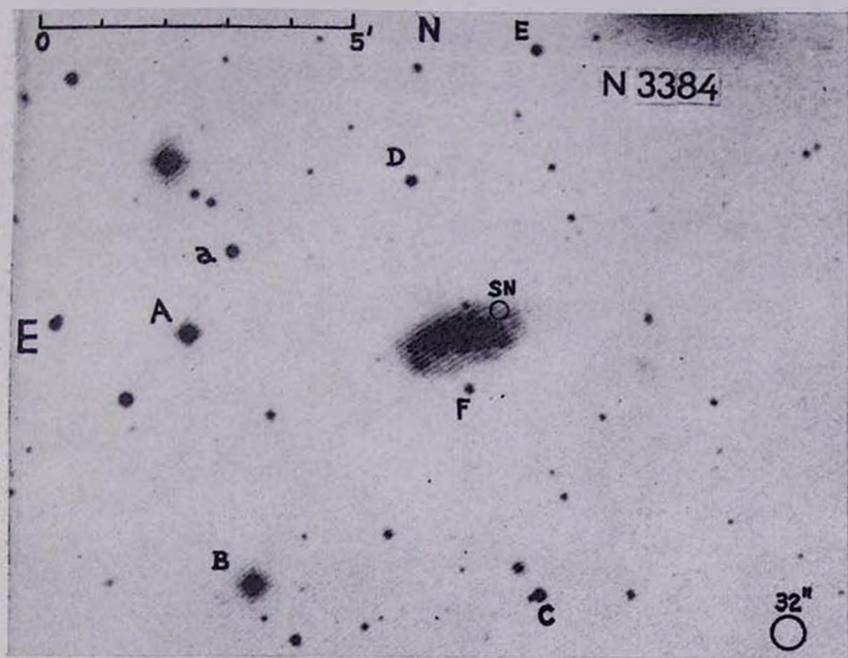


Fig. 1. Comparison stars for SN 1967 in NGC 3389 marked on enlarged copy of Palomar-NGS Sky Survey red print.

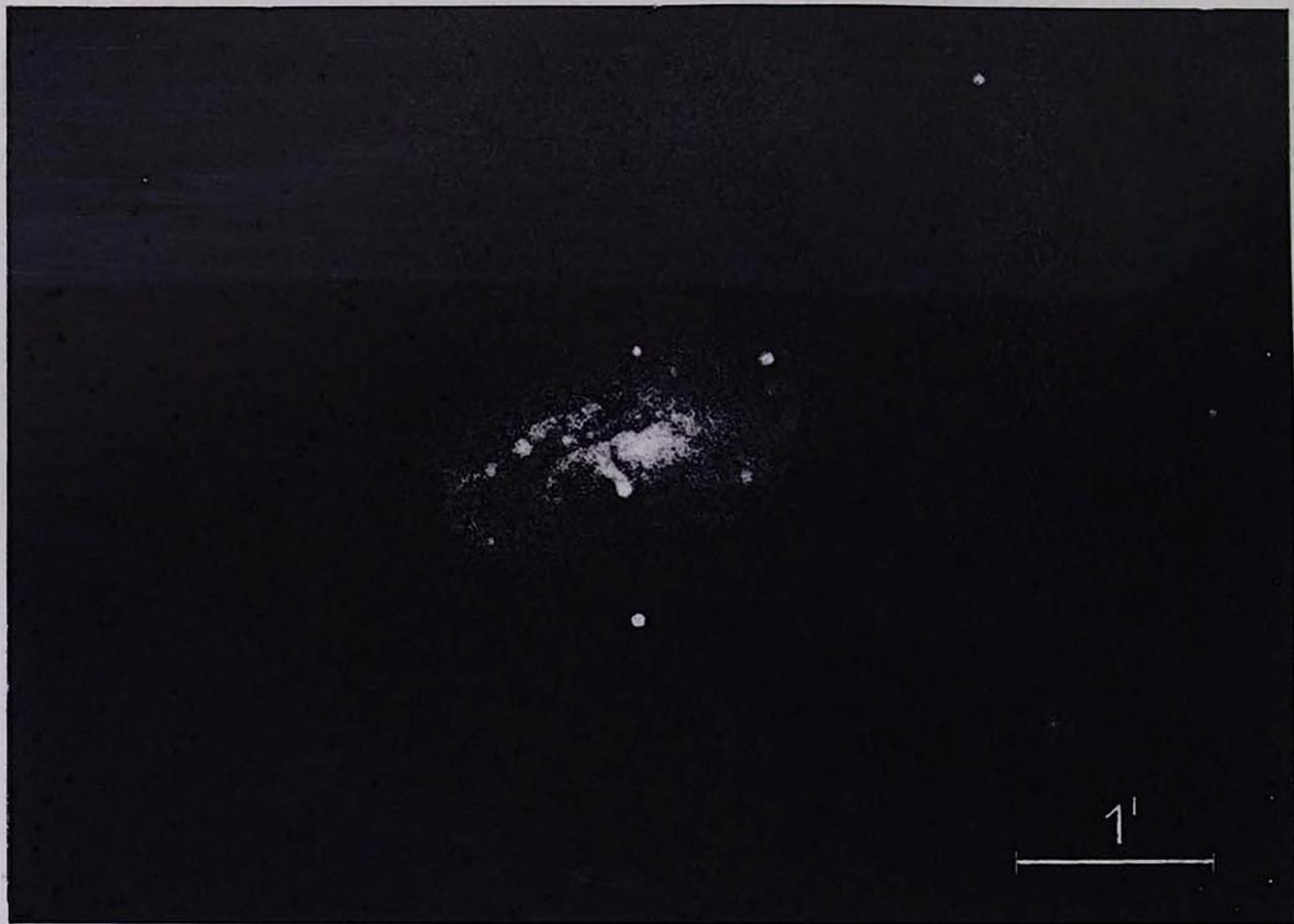


Fig.2. SN 1967 in NGC 3389 photographed with reducing camera at Cassegrain focus of 82-inch Struve reflector McDonald Observatory. 1967 May 3; 103a-0; 30 min.

rections such as the ratio of the spectral responses of the two channels or (on one occasion) the time variation of the blank sky level due to lunar twilight were applied.

The net count rate or sensitivity of the photometer system may be characterized by the magnitude m_0 of a star that would give 1 pulse per second through the B filter at the zenith; this was about 20.5 with the 36-inch and 21.5 with the 82-inch for the adopted gain and discriminator settings of the amplifiers. Allowing for the different telescope sizes and foci and for the additional optics in a two-channel system these figures are consistent with a value of about 24.0 for a single-channel photometer at the prime focus of the 200-in. telescope [3].

2. *Light and color curves.* Table 2 lists the observed magnitudes and colors of the supernova. The successive columns give the U. T. date, Julian date, telescope, plate and exposure time, V, B-V, U-B and B or m_{pg} . The light and color curves are plotted in Fig. 3.

Including the discovery report of $m_{pg} \approx 13$ on Feb. 28 [1] the first part of the light curve indicates a decay of 2.5 to 3 mag. in one month, followed by a slower decay at the rate of about 0.7 mag. per month, perhaps with minor fluctuations. This is consistent with the light curves of Type I supernovae such as SN 1937 in IC 4182 and NGC 1003 [4] and confirms the spectral classification as Type I by Rubin and Ford [5]. If so the star must have been discovered close to maximum light. The dashed curve in Fig. 2 is a composite of the photographic light curves of SN 1937 in IC 4182 and of SN 1937 in NGC 1003 [4]. The agreement with the present observations is quite close. If, as might be expected, the agreement continues to hold the supernova should remain observable for a second season. The predicted magnitude for Feb.—March 1968, one year past maximum, is $m \approx m_m + 8 \approx 21$.

The rapid reddening after maximum conforms to the typical behavior of many supernovae, but two-color data are not yet available for, a sufficient sample to make meaningful comparisons.

With the adopted modulus of NGC 3389 (see following paper [6]) $\mu = 31.3 \pm 0.2$, the absolute magnitude of the supernova at maximum was

$$M(\text{max}) \approx 13.0 - 31.3 = -18.3: (\text{pg})$$

which is 0.8 mag. fainter than the total magnitude of the galaxy and about average for Type I supernovae.

OBSERVATIONS OF SAPERNOVA 1967 IN NGC 3389

Table 2

568

G. de VAUCOULEURS, J. E. SOLHEIM, R. BROWN

Date	U.T.	JD 2439+	Tel. (in.)	Plate	Exp. (min.)	V	B-V	U-B	B	Obs.
Mar	7.3	556.8	36	—	—	13.28	+0.27	-0.19	13.55	GV, JES
—	10.2	559.7	36	—	—	13.48	+0.35	-0.10	13.83	"
—	12.4	561.9	36	—	—	13.60	+0.37	-0.05	13.97	"
—	13.3	562.8	36	—	—	13.62	+0.44	-0.03	14.06	"
—	15.3	564.8	36	—	—	13.69	+0.49	+0.11	14.18	"
—	16.3	565.8	36	—	—	13.74	+0.60	+0.03	14.34	"
—	17.3	566.8	36	—	—	13.85	+0.65	+0.04	14.50	"
—	20.4	569.9	36	—	—	14.10	+0.79	+0.30	14.89	"
Apr	9.3	589.8	82	—	—	15.31	+0.80	+0.31	16.11	GV, SB
—	11.2	591.7	82	—	—	15.33	+0.90	+0.07	16.23	"
—	14.1	594.6	82	—	—	15.43	+0.91	+0.11	16.33	"
May	3.2	613.7	82*	103a-O	10	—	—	—	16.35	SB
—	3.2	613.7	82*	103a-O	30	—	—	—	16.43	"
—	6.2	616.7	82*	11a-O	10	—	—	—	16.65	GV
—	8.2	618.7	82*	1a-O	15	—	—	—	16.45	"
—	9.2	619.7	82*	—	10	—	—	—	16.85	"
—	11.2	621.7	82*	1a-O	15	—	—	—	16.73	"
—	13.2	623.7	82*	—	—	16.33	+0.61	+0.34	16.94	JES
Jun	2.2	643.7	36	103a-O	16	—	—	—	17.50	SB
—	4.2	645.7	61	1a-O	10	—	—	—	17.40	HDA
—	8.2	649.7	61	1a-O	10	—	—	—	17.38	"
—	9.2	650.7	61	1a-O	13	—	—	—	17.78:	"

* 77-inch diaphragm.

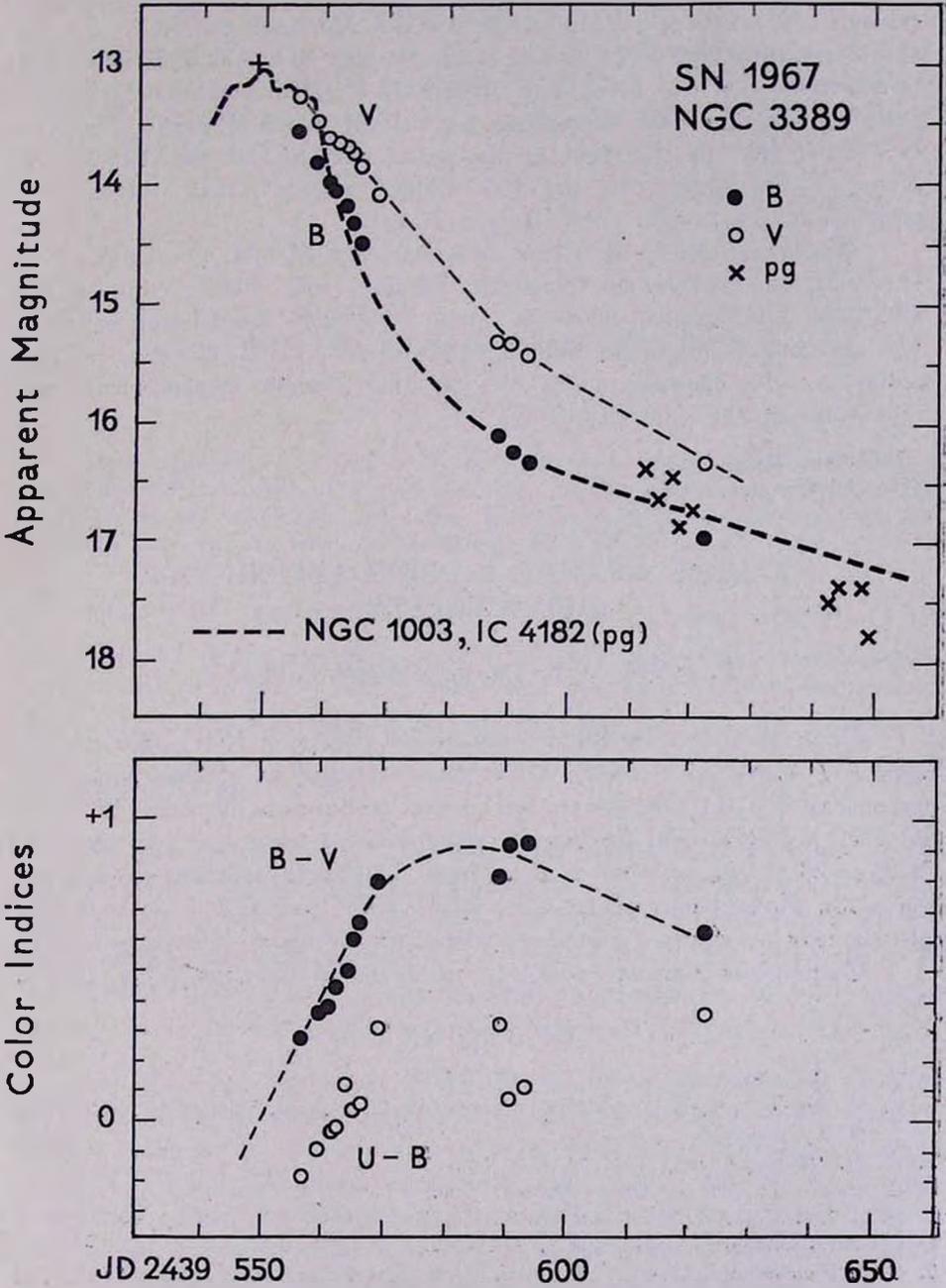


Fig. 3. Light and color curves of SN 1967 in NGC 3389.

For comparison, if IC 4182 is a member of the CVnI Cloud (Group № 3, in [7]) for which $\Delta = 3.8$ Mpc and $\mu = 28.1$, the absolute magnitude of SN 1937 at maximum was $M \approx -19.5$. If NGC 1003 is a member of the NGC 1023 group (№ 7 [7]) for which $\Delta = 6.3$ Mpc and $\mu = 29.5$, the 1937 Supernova ($m \approx 12.8$) reached only $M(\max) = -16.7$, but its location in the spiral pattern and the tilt of the plane of the galaxy to the line-of-sight suggest that internal absorption in the system could be significant.

We thank Dr. G. E. Kron, director, and Mr. H. D. Ables of the U. S. Naval Observatory Flagstaff Station who kindly supplied the additional photographs taken in June 1967 with the 61-inch reflector. We also acknowledge the collaboration of Mr. H. C. Corwin, research assistant, who carefully made all the photometric measurements and reductions of the photographs.

McDonald Observatory
The University of Texas

КРИВЫЕ ЯРКОСТИ И ЦВЕТА СВЕРХНОВОЙ 1967 В NGC 3389

Г. де ВОКУЛЕР, ДЖ. Е. СОЛЕЙМ, Р. БРАУН

Отрезок кривой яркости сверхновой 1967 г. в NGC 3389 за период с 7 марта по 9 июня 1967 г. очень похожа на кривые яркости в интервале 7—100 дней после максимума сверхновых I типа 1937 г. в IC 4182 и NGC 1003. Во время обнаружения сверхновой со стороны Чуадзе 28 февраля 1967 г. она была близка к максимуму яркости ($m \approx 13$). При принятом модуле NGC 3389 $\mu = 31.3$ ($\Delta = 16.6$ мпс) абсолютная величина сверхновой в максимуме была $M(\max) = -18.3$.

Сверхновая должна быть еще наблюдаема ($20 < m < 22$) в 1968 г.

REFERENCES

1. A. D. Chuadze, I. A. U. Circ. № 2001, 1967.
2. G. de Vaucouleurs, McDonald Obs. Preprint № 2—I. A. U. Symposium № 30, Paper № 20, in press.
3. W. A. Baum, Sky and Tel., 14, 333, 1955.
4. W. Baade, F. Zwicky, Ap. J., 88, 411, 1938.
5. V. C. Rubin, W. K. Ford, Pub. A. S. P., 78, 322, 1967.
6. G. de Vaucouleurs, Astropisica, 3, 571, 1967.
7. G. de Vaucouleurs, Chap. 17 in Vol. IX of "Stars and Stellar Systems", Univ. of Chicago Press, Chicago; to be published in 1968.

DISTANCE MODULUS OF NGC 3389*

G. de VAUCOULEURS

A re-discussion of the distance of NGC 3389 shows that it is not a dwarf member of the M 96 Leo group at $\Delta=8.3$ Mpc. The distance modulus derived from apparent diameter and magnitude, luminosity class and redshift is $\mu=31.3$ ($\Delta=16.6$ Mpc or $A=0.2$ mag.) and the total absolute magnitude is $M_T(B)=-19.1$.

NGC 3389, type SA(s)c, has a photographic major axis $D=2.3 \pm \pm 0.1$ (m. e.) in the standard system of the *Reference Catalogue* [1] and an axis ratio $d/D=0.59 \pm 0.05$; the standard face-on diameter is $D(0)=1.85$. The maximum detectable diameter on the Sky Survey red print is $D(\max) \approx 2.8$. The galactic extinction in this direction is about $A_B=0.2$ mag. [2].

(a) *Distance estimates from apparent diameter.* If we assume that NGC 3389 has the same linear diameter as M33 for which $D(0)=50'$ and $\mu_0=m_0-M=24.3$; ($A_B=0.3$), the ratio of distances is 27 and the geometric distance modulus is $\mu_0=24.3+7.1=31.4$. More generally the modulus derived from a new analysis (unpublished) of the average face-on diameters of Sc galaxies in the *Reference Catalogue* is $\mu=31.1$.

(b) *Distance estimates from apparent magnitude and surface brightness.* The standard B-system magnitude of NGC 3389 is about $B(0)=12.5$ being an average of the *Reference Catalogue* values $m_c=12.74 \pm 0.2$; (Harvard corrected) and $B(0)=12.41 \pm 0.07$ (photoelectric). The corresponding total magnitude is $m_T=B(0)-0.3=-12.2$. The observed color index $(B-V)(0)=0.54 \pm 0.07$ corresponds to an intrinsic color $C_0(0)=0.42$ (see the *Introduction to the Reference*

* Contributions from the McDonald Observatory № 426.

Catalogue for explanations of the corrections applied). The color matches closely that of M33 for which $(B-V)(0) = 0.55$, $C_0(0) = 0.42$ and $B(0) = 6.5$. If we could assume that the absolute magnitudes are the same, the apparent modulus of NGC 3389 would be $\mu = m - M = 24.6 + 6.0 = 30.6$. However, the *Reference Catalogue* shows that the average surface brightness of NGC 3389, $B'(0) = 13.5 \text{ mag min}^{-2}$, is more than a magnitude brighter than the corresponding figure for M 33, $B'(0) = 14.7$, so that its absolute magnitude may also be brighter by about the same amount and, if so, the apparent modulus is $\mu = 30.6 + 1.2 = 31.8$. The general analysis (unpublished) of the apparent magnitudes $B(0)$ or m_c of Sc galaxies in the *Reference Catalogue* gives an apparent modulus $\mu = 30.8$. But, again, the average surface brightness of NGC 3388 is greater by 0.5 mag. than the average value $B'(0) = 14.0 \text{ mag min}^{-2}$ for its type and the adjusted modulus is $\mu = 31.3$.

(c) *Distance estimate from apparent magnitude and luminosity classification.* From a re-calibration [2] of van den Bergh's luminosity classification [3] and estimate Sc* III: for NGC 3389, corresponding to $M_G = -18.3$ in the B(0) system, the apparent modulus is $\mu = 30.8 \pm 0.6$ (m. e.).

(d) *Distance estimates from the redshift.* NGC 3389 is projected among the members of the NGC 3379 group and it is often assumed to be a member of a Leo group or „cluster“ [4–6]. However, in a recent detailed survey [2] of all nearby groups represented in the *Reference Catalogue*, NGC 3389 was not accepted as a member of the M 96 (NGC 3368) group (№ 11 in the survey) whose brighter members are NGC 3351, 3368, 3377, 3379, and 3384. The main reason is that the range of radial velocities of the members is from about 600 to 900 km sec^{-1} with a mean value $\langle V_0 \rangle = 741 \text{ km sec}^{-1}$ and an average deviation of only 80 km sec^{-1} for 9 members. The apparent radial velocity of NGC 3389 is $V = 1334 \pm 65$ according to the *Reference Catalogue*, after Mayall from one Crossley spectrogram, and $V = 1257$ according to Rubin and Ford [7] who used an image tube spectrograph with about 3 times the dispersion of the Crossley spectrograph. With relative weights 1 and 3 for the two estimates the weighted mean is $\langle V \rangle = 1276 \pm 32 \text{ km sec}^{-1}$ and the velocity corrected by $300 \cos A$ for the standard solar motion is $V_0 = 1145 \text{ km sec}^{-1}$. This is 404 km sec^{-1} or 55 per cent larger than the adopted mean velocity of the M 96 group or again nearly 250 km sec^{-1} above the largest velocity of the accepted members. This discrepancy is too large for a

small group and we conclude that NGC 3389 is only an optical member in the background of the M 96 group.

If it could be assumed that the ratio of the distances equals the ratio of the velocities the distance of NGC 3389 would be 1.55 times that of the M 96 group or 13 *Mpc* ($\mu_0 = 30.5$), but this procedure is incorrect because of the well-known nonlinearity of the velocity-distance relation in the northern galactic hemisphere [8, 9]. In the direction of NGC 3389 (SGL = 94°, SGB = -26°) the kinematic model of the Local Supercluster [7] predicts the velocity distance relation tabulated below

r/R_1	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50
r (<i>Mpc</i>)*	6.2	9.4	12.5	15.6	18.8
V_0 (<i>kmsec</i> ⁻¹)	620	840	1000	1120	1400

* For $R_1 = 12.5$ *Mpc*.

From it we derive for the M 96 group a distance $\Delta = 7.9$ *Mpc* in excellent agreement with the value $\Delta = 8.3$ derived in the survey of groups independently of velocities, and $\Delta = 16.0$ *Mpc* ($\mu_0 = 31.0$) for NGC 3389. The latter value is in better agreement with the estimates in sections (a), (b) and (c) than the value that would be derived on the erroneous assumption of a linear velocity-distance relation.

Table 1

DISTANCE MODULUS OF NGC 3389

Method and comparison	μ	μ_0	w
(a) Apparent diameter $D(0)$ { M 33 average Sc	(31.6) 31.1	31.4 —	1/2 1
(b) Apparent magnitude B(0) { M 33 and surface brightness $B'(0)$ { average Sc	31.8 31.3	— —	1/2 1
(c) Apparent magnitude B(0) and luminosity class L	30.8	—	1/2
(d) Red Shift and kinematical model	(31.2)	31.0	1/2
Mean	31.3	31.1	4

The various estimates are collected in Table 1 and the adopted weighted means are

$$\mu = 31.3 \pm 0.2, \quad \mu_0 = 31.1$$

and

$$\Delta = 16.6 \pm 1.7 \text{ Mpc.}$$

This distance is 50 per cent greater than the indicative value $V/100$ calculated by Rubin and Ford [7]. It leads to more plausible values for the absolute magnitude and diameter of the galaxy as follows:

$$M_T(B) = 12.2 - 31.3 = -19.1$$

$$D(0) = 9.1 \text{ kpc}, \quad D(\text{max}) = 14 \text{ kpc.}$$

and also for the supernova (see previous paper [10]).

McDonald Observatory
The University of Texas

МОДУЛЬ РАССТОЯНИЯ NGC 3389

Г. де ВОКУЛЕР

Пересмотр расстояния NGC 3389 показывает, что она не является карликовым членом группы Льва M 96 на расстоянии $\Delta = 8.3$ мпс. Модуль расстояния, полученный по видимому диаметру и величине, классу светимости и красному смещению равен $\mu = 31.3$ ($\Delta = 16.6$ мпс при $A = 0^m2$) и полная абсолютная величина равна $M_T(B) = -19.1$.

REFERENCES

1. G. and A. de Vaucouleurs, Reference Catalogue of Bright Galaxies, Univ. of Texas Press, Austin, 1964.
2. G. de Vaucouleurs, Chap. 17 in Vol. IX of „Stars and Stellar Systems“ Univ. of Chicago Press, Chicago; to be published in 1968.
3. S. van den Bergh, Ap. J., 131, 215, 1960.
4. M. L. Humason, N. U. Mayall, A. R. Sandage, A. J., 61, 144, 1956.
5. J. L. Serstic, Zs. f. Ap., 50, 168, 1960.
6. E. Holmberg, Arkiv f. Ast., 3, 424, 1965.
7. V. C. Rubin, W. K. Ford, Publ. A. S. P., 79, 322, 1967.
8. G. de Vaucouleurs, A. J., 63, 253, 1958.
9. G. de Vaucouleurs, „The Velocity-Distance Relation for Bright Galaxies“ in Atti del Convegno Sulla Cosmologia. Firenze. Publ. of the Dept. of Astronomy, Univ. of Texas, Series I, vol. I, № 10, 1966.
10. G. de Vaucouleurs, Astrophisica, 3, 565, 1967.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

НОЯБРЬ, 1967

ВЫПУСК 4

ЭЛЕКТРОСПЕКТРОФОТОМЕТРИЯ ИЗБРАННЫХ ЗВЕЗД

В. Г. КАРЕТНИКОВ, Ю. А. МЕДВЕДЕВ

Поступила 5 июня 1967

Фотоэлектрическим способом записаны спектры десяти звезд. Дисперсия прибора 125 \AA/мм у H_γ . Получены распределение энергии в спектрах звезд и эквивалентные ширины водородных линий H_α — H_γ . Проведено сравнение результатов с данными А. Д. Кода, И. М. Копылова и А. В. Харитонова.

В 1965—1967 гг. на 8" электроспектрофотометре Одесской астрономической обсерватории проводились записи спектров звезд различных спектральных классов. Собран обширный наблюдательный материал по красным стационарным и переменным звездам. Это требует исследования возможностей инструмента, определения точности получаемых результатов. Эту задачу мы можем выполнить, изучая звезды с известным распределением энергии в спектре и эквивалентными ширинами спектральных линий. Одновременно можно уточнить относительное распределение энергии в спектрах этих звезд, которые используются для анализа физических условий в звездных атмосферах. В работе [1] мы показали пригодность нашего прибора для изучения непрерывного спектра звезд. Определение эквивалентных ширин спектральных линий оказалось более сложным делом, так как наша питающая система—рефрактор АВР—2, имеет объектив, обладающий заметной хроматической аберрацией. Определение точности получаемых эквивалентных ширин линий является одной из главных задач настоящей работы.

Для исследования были выбраны десять звезд спектральных классов В0—А5 и классов светимостей I—V. Сведения об избранных звездах взяты из работ [2—4] и сведены в табл. 1. Наблюдения проводились на аппаратуре, описанной в [1]. Увеличение при записи на самописец ЭПП—09 равнялось 52. Количество измеренных спектро-

грамм дано в последней колонке табл. 1. Распределение энергии в спектрах звезд определялось методом относительной спектрфотометрии. В качестве стандартных звезд использовались β Ari и ζ Per. Абсолютизированное распределение энергии в спектрах этих звезд было взято у А. В. Харитоновой [5, 6]. Обработка спектрограмм проводилась обычными методами, применяемыми в электроспектрфотометрии. Для учета атмосферной экстинкции применялись средние за сезон коэффициенты, определенные авторами для места наблюдений (Астрономическая обсерватория в с. Маяки). Абсолютизированное распределение энергии в спектре для β Ari, δ Cyg, θ Gem, δ Leo, η Leo, ε Per и γ UMi определялось относительно ζ Per, а самой ζ Per — относительно β Ari.

Таблица 1

СПИСОК ИЗБРАННЫХ ЗВЕЗД

№№ п/п	Звезда	$\alpha_{1950.0}$	$\delta_{1950.0}$	HD	m_{pv}	Sp	n
1	β Ari	01 ^h 51 ^m 9	+20°34'	11 636	2 ^m 65	A5 V	6
2	ζ Per	03 51.0	+31 44	24 398	2.85	B1 Ib	2
3	ε Per	03 54.5	+39 52	24 760	2.88	B0,5 IV	2
4	κ Ori	05 45.4	- 09 41	38 771	2.04	B0,5 Ia	2
5	θ Gem	06 49.5	+34 01	50 019	3.59	A3 III	2
6	η Leo	10 04.6	+17 00	87 737	3.58	A0 Ib	2
7	δ Leo	11 11.5	+20 48	97 603	2.58	A3 V	2
8	γ UMi	15 20.8	+72 01	137 422	3.14	A3 II—III	2
9	α Lyr	18 35.2	+38 44	172 167	0.14	A0 V	6
10	δ Cyg	19 43.4	+45 00	186 882	3.00	A0 III	4

Сравнение полученных распределений энергии с данными А. В. Харитоновой и А. Д. Кода [7] можно найти на рис. 1, где показаны распределения β Ari, δ Cyg и ζ Per. Наши наблюдения нанесены светлыми кружками, измерения А. В. Харитоновой — точками, данные А. Д. Кода — крестиками. Согласие результатов хорошее. Численные данные по распределению энергии в спектрах β Ari, δ Cyg, θ Gem, δ Leo, η Leo, ε Per, ζ Per, γ UMi можно найти в табл. 2.

Вероятная ошибка ρ распределений энергии в среднем равна $\pm 0^m015$. Вероятная ошибка обычно минимальна в интервале λ 4040—4590 Å и колеблется от 0^m002 до 0^m020 . На концах спектра ошибки обычно больше. Представление о величинах ошибок можно получить из рассмотрения столбцов 3 и 10 табл. 2, где приведены вероятные ошибки распределений энергии β Ari и ζ Per. Из таблицы видно,

что значение m_λ для β Ari, полученные по 6 спектрограммам точнее, чем m_λ для ζ Per, выведенные из 2-х спектрограмм. Здесь надо также учесть ошибки принятого абсолютизированного распределения энергии в спектре β Ari и ζ Per, которые, согласно [5], составляют 2.0–3.0%.

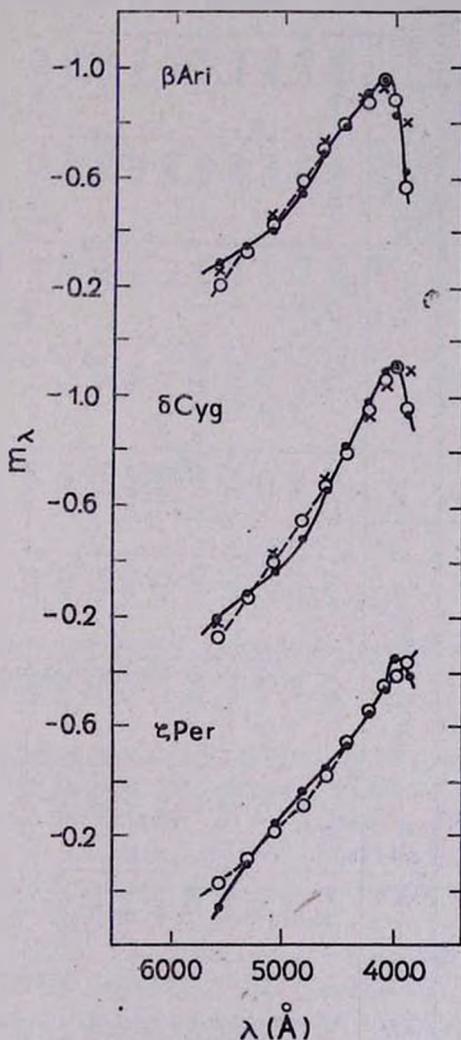


Рис. 1. Сравнение распределений энергии в спектрах β Ari, δ Cyg и ζ Per по нашим измерениям (кружки), А. В. Харитоновой (точки), А. Д. Кода (крестики).

Записи спектров звезд фотоэлектрическим методом, позволяют легко и быстро определять W_λ — эквивалентные ширины спектральных

364—10

Таблица 2

АБСОЛЮТИЗИРОВАННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ В СПЕКТРАХ ИЗБРАННЫХ ЗВЕЗД

λ	β Ari		δ Cyg	θ Gem	δ Leo	γ Leo	ε Per	ζ Per		γ UMi
	m_λ	ρ						m_λ	ρ	
3 860 Å	-0.610	± 0.036	-0.934	-0.595	-0.873	-1.123	-1.587	-0.886	± 0.053	-1.069
3 950	.813	.011	1.102	.804	0.989	1.074	1.480	.951	.010	1.155
4 040	.949	.013	1.078	.906	1.121	1.065	1.441	.839	.009	1.184
4 190	.890	.013	0.972	.847	1.056	0.940	1.300	.750	.005	1.084
4 400	.790	.014	.804	.748	0.936	.801	1.116	.642	.006	0.948
4 590	.687	.006	.654	.617	.831	.655	0.931	.543	.017	.822
4 800	.535	.004	.476	.453	.664	.486	.745	.472	.017	.650
5 060	.397	.006	.356	.302	.526	.359	.578	.353	.020	.548
5 300	.335	.008	.248	.207	.450	.251	.446	.209	.020	.445
5 560	-0.279	± 0.012	-0.180	-0.137	-0.409	-0.173	-0.299	-0.051	± 0.024	-0.389

линий. Этот параметр был определен для пяти спектральных линий H_3-H_2 всех 10 звезд. Вследствие хроматизма объектива телескопа пришлось для каждой из пяти определяемых линий строить отдельную корреляционную зависимость. Редукция проводилась к системе И. М. Копылова [3, 4]. Результаты редукции изображены на рис. 2,

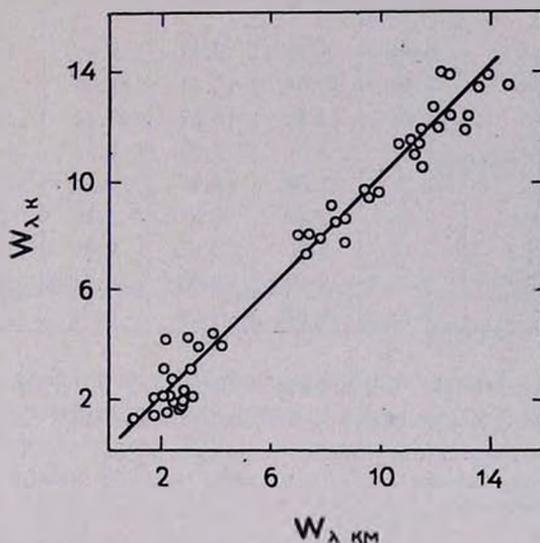


Рис. 2. Сравнение систем определения эквивалентных ширин спектральных линий И. М. Копылова и нашей.

где по оси ординат нанесены данные И. М. Копылова, а по оси абсцисс наши измерения. Вероятная ошибка отдельного измерения $\rho = \pm 0.53$, что составляет в среднем 7%. Полученная общая формула редукции показывает, что наша система и система W_λ И. М. Копылова совпадают с точностью до четвертого знака после запятой, причем ошибка нуля достигает $\rho = \pm 0.15$, а коэффициента наклона $\rho = \pm 0.02$. Сопоставление измерений спектральных линий водорода для β Arg1 показало, что внутренняя сходимость хорошая. Вероятная ошибка одного измерения в среднем составляет 5–10%. Отметим, что вероятные ошибки в определениях W_λ в работах [3, 4] колеблются от 5 до 20%.

Таблица 3

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ШИРИНЫ БАЛЬМЕРОВСКИХ ЛИНИЙ

Линия	H _β	H _γ	H _δ	H _ε	H _ζ
β Ari	11.14	11.50	13.10	11.44	8.68
ρ	4 %	4 %	3 %	1 %	9 %
δ Cyg.	8.68	9.52	9.93	9.61	8.22
θ Gem	10.64	12.07	12.39	11.09	7.10
δ Leo	13.14	13.51	14.57'	12.44	5.47
η Leo	3.36	3.00	2.21	3.92	4.18
α Lyr	11.27	11.89	12.25	13.91	11.21
κ Ori	2.82	2.60	2.84	2.25	2.10
ε Per	2.12	3.06	2.81	2.45	1.90
ζ Per	3.14	2.84	2.53	2.06	1.72
γ UMi	7.23	7.04	7.29	8.34	7.84

Все определенные W_{λ} сведены в табл. 3. Там же, в качестве иллюстрации даны вероятные ошибки определения W_{λ} спектральных линий β Ari по измерениям шести спектрограмм.

Одесская астрономическая
обсерватория

PHOTOELECTRIC SPECTROPHOTOMETRY OF SELECTED STARS

V. G. KARETNIKOV, Ju. A. MEDVEDEV

Spectra of ten stars have been recorded photoelectrically. Dispersion is 125 \AA/mm near H_γ. The energy distribution and equivalent widths of hydrogen lines H_β—H_ζ are obtained. Results are compared with data of Code, Kopylov and Charitonov.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. Г. Каретников, Ю. А. Медведев, Астрон. ж., 43, 873, 1966.
2. А. Весвар, Atlas Coeli Catalog 1950.0, Praha, 1959.
3. И. М. Копылов, Изв. КрАО, 20, 123, 1958.
4. И. М. Копылов, Изв. КрАО, 22, 189, 1960.
5. А. В. Харитонов, Астрон. ж., 40, 339, 1963.
6. А. В. Харитонов, Изв. АН Каз.ССР (Астрофизика), 16, 1963.
7. А. Д. Код., сб. „Звездные атмосферы“, (под ред. Дж. С. Гринстейна), ИЛ, 98, 1963.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

НОЯБРЬ, 1967

ВЫПУСК 4

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ПОЛЯРИЗАЦИИ КРАБОВИДНОЙ
ТУМАННОСТИ

Недавняя детальная поляриметрия Крабовидной туманности показала [1], что максимальная степень поляризации p ни в одном месте туманности не превосходит 40% (для периода ноябрь-декабрь 1962 г.). Между тем, в более ранних работах по поляриметрии Крабовидной туманности [2—5] отмечалось, что величина p в ее центральных областях доходит до 50—70%.

Естественно, возникает вопрос о реальности изменения величины степени поляризации в центральных областях Крабовидной туманности*. Так как наиболее яркими областями туманности являются именно центральные области, то объяснение наблюдаемого уменьшения степени поляризации ошибками измерений или наведений маловероятно. Более того, в центральной части туманность довольно однородна как по распределению яркости, так и по ориентации плоскости поляризации. Поэтому даже заметная ошибка наблюдения не может существенно изменить величину p .

В связи с этим значительный интерес представляет сравнение измерений поляризации Крабовидной туманности, выполненных в разное время. При этом для большей точности следует сравнивать результаты, относящиеся к одним и тем же областям туманности.

К уже опубликованным результатам мы решили добавить и данные, полученные нами недавно на основе серии поляриметрических

* Согласно частному сообщению Р. А. Варданяна, электрополяриметрические наблюдения Крабовидной туманности, проведенные на 16" телескопе Бюраканской обсерватории, также указывают на значительное уменьшение степени ее поляризации за период 1959—64 гг.

снимков Крабовидной туманности, полученных одним из авторов (Э. Х.) на 21" телескопе Шмидта Бюраканской обсерватории в 1961 г. Эти новые результаты* приведены на рис. 1. Хотя всего измерено около 400 областей, однако по площади это намного больше, чем измерялось до сих пор. Поэтому эти измерения впервые охватывают далекие периферийные области Крабовидной туманности. В целом ориентация плоскости поляризации совпадает с данными, полученными ранее. Однако в центральных областях не наблюдается той высокой поляризации, которая наблюдалась прежде [2 — 5].

Для сравнения результатов, полученных различными авторами в различное время, нами взяты две области в центральной части Крабовидной туманности (см. рис. 1), для которых подсчитана средняя поляризация p и выделена максимальная степень поляризации. Эти данные помещены в табл. 1, в столбцах которой приведены соответственно авторы, год наблюдения, средняя степень поляризации первой (\bar{p}_I) и второй (\bar{p}_{II}) областей, максимальная степень поляризации первой (p_I^{\max}) и второй (p_{II}^{\max}) областей и величина площади диафрагмы (в квадратных сек. дуги), которой измерялась туманность.

Таблица 1

А в т о р	Год наблю- дения	\bar{p}_I (°/о)	\bar{p}_{II} (°/о)	p_I^{\max} (°/о)	p_{II}^{\max} (°/о)	S_d (в кв. сек.)
Хачикян [2]	1954—55	20	26	40	40	400
Вадравен [4]	1954—55	25	25	47	50	260
Хачикян [3]	1955	26	25	40	38	330
Вольтер [5]	1955	22	20	42	46	20
Хачикян [3]	1956	21	20	32	48	65
Хачикян Эйнатян	1961	19	15	33	30	130
Бёрнген Хачикян [1]	1962	16	17	30	34	25

Как видно из таблицы, средняя и максимальная степень поляризации Крабовидной туманности для выделенных областей в 1954—56 гг. были заметно выше, чем в 1961—62 гг.

* Все три снимка (при трех различных положениях поляроида, отличающихся на 60°) получены 6 декабря на пластинках ОаО с выдержкой 40 мин. Применена методика двухэтажной кассеты. Обработка пластинок производилась на микрофотомере МФ—2 с квадратной диафрагмой, вырезающей на туманности области в 130 □".

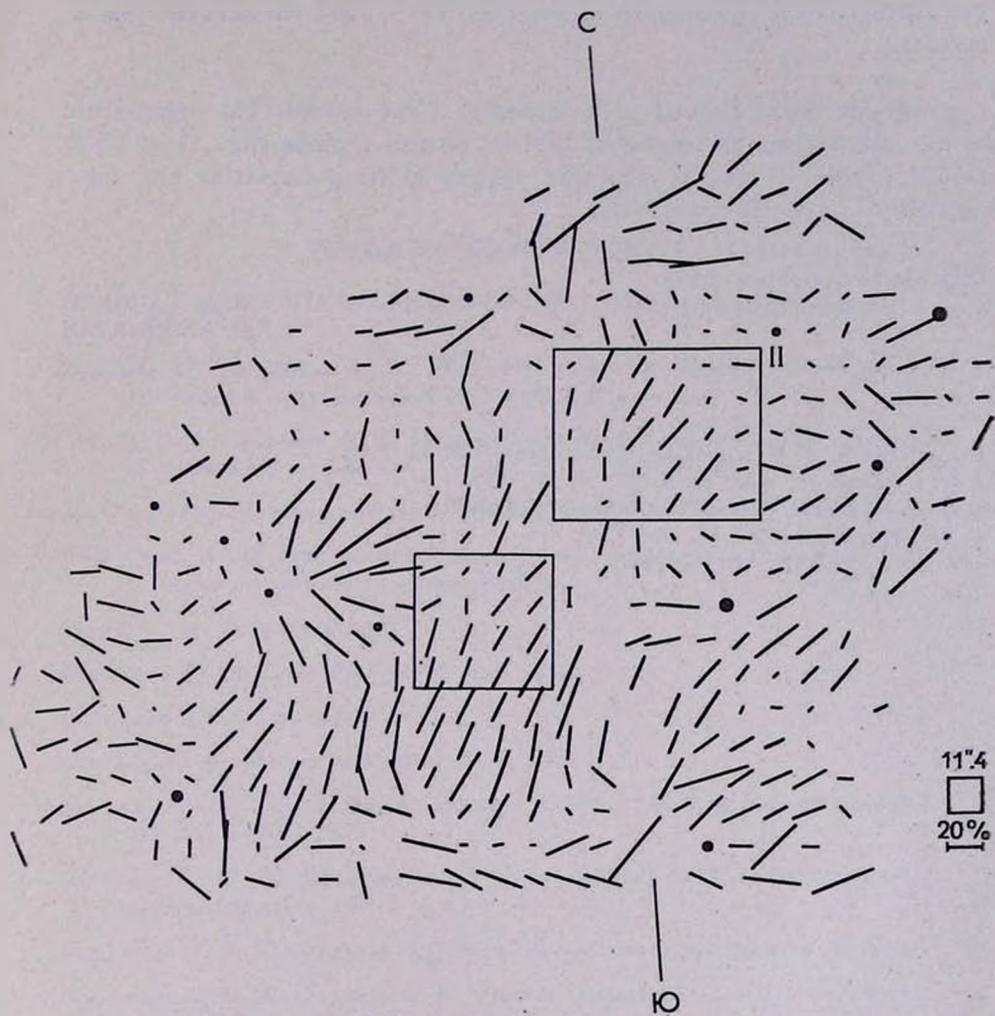


Рис. 1.

Эти данные свидетельствуют, по-видимому, о том, что поляризация Крабовидной туманности за период 1954 — 1962 гг. заметно уменьшилась.

On the variability of polarisation of Crab nebula. The comparison of the polarisation measurements of two central regions (fig. 1) of Crab nebula (Table 1) shows, that the degree of its polarisation has been decreased appreciably recently.

11 августа 1967

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

Э. Е. ХАЧИКЯН
ДЖ. А. ЭЙНАТЯН

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. F. Börgen, E. Chatschikjan, Astr. Nachr., 289, 23, 1966.
2. Э. Е. Хачикян, ДАН АрмССР, 21, 63, 1955.
3. Э. Е. Хачикян, Сообщ. Бюр. обс., 23, 19, 1957.
4. Th. Walraven, BAN, 13, 293, 1957.
5. L. Woltjer, BAN, 13, 301, 1957.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

ЖУРНАЛА „АСТРОФИЗИКА“, ТОМ 3, за 1967 г.

<i>Абрамов Ю. Ю., Дыхне А. М., Напартович А. П.</i> Перенос резонансного излучения в полупространстве	459
<i>Агекян Т. А., Сумзина Н. К.</i> Исследование распределения истинных сжатий галактик в скоплениях	545
<i>Барбон Р.</i> Наблюдения сверхновой 1959 в NGC 4921	85
<i>Боярчук А. А.</i> Об определении температур звезд, окруженных протяженными газовыми оболочками или туманностями	203
<i>Браун Р.</i> (см. <i>Вокулер Ж. де</i>)	565
<i>Вартамян Ю. Л.</i> О радиусе нейтронных звезд	497
<i>Вартамян Ю. Л.</i> (см. <i>Саакян Г. С.</i>)	503
<i>Вокулер Ж. де.</i> Модуль расстояния NGC 3389	571
<i>Вокулер Ж. де., Солейм Дж. Е., Браун Р.</i> Кривые яркости и цвета сверхновой 1967 в NGC 3389	565
<i>Гершбергер Р. Е.</i> О фотометрических и колориметрических характеристиках эруптивных звезд. IV	127
<i>Гидалевиц Е. Я.</i> К магнитной гидродинамике межзвездной газопылевой среды	331
<i>Глаголевский Ю. В., Козлова К. И.</i> Анализ водородных линий пекулярных звезд α^2 CVn и γ Lyr	367
<i>Горбачук В. Г.</i> Об эффектах газовых струй в тесных двойных системах	245
<i>Гусейнзаде А. А.</i> О переменности оболочки затменно-двойной звезды CQ Цефея типа Вольф-Райе = HD 214419	359
<i>Дорожкевич А. Г.</i> Функция распределения возникающих космических объектов по моменту и массе	175
<i>Дыхне А. М.</i> (см. <i>Абрамов Ю. Ю.</i>)	459
<i>Енцибарян Н. Б.</i> К задаче полихроматического рассеяния в одномерной среде	325
<i>Звягина Е. В.</i> Карлики в некоторых близких группах галактик	411

<i>Иванова Н. А.</i> Спектрофотометрическое исследование в Возничего	223
<i>Искударян С. Г., Шахбазян Р. К.</i> Сверхновая в NGC 2276	133
<i>Каллоляян А. Т., Каллоляян Н. А.</i> Трехцветная колориметрия квинтета Стефана	209
<i>Каллоляян Н. А.</i> (см. <i>Каллоляян А. Т.</i>)	209
<i>Караченцева В. Е.</i> Карлики типа Скульптора в скоплениях галактик	535
<i>Караченцев И. Д.</i> Замечание о плотности водорода в скоплениях галактик	89
<i>Каретников В. Г., Медведев Ю. А.</i> Электроспектрофотометрия избранных звезд	575
<i>Киппер Т. А.</i> Спектрофотометрия F звезд. II. Атмосферы 41 Cyg и γ Her	397
<i>Климишин И. А.</i> О влиянии периодических ударных волн на распределение плотности в атмосфере пульсирующей звезды	259
<i>Козлова К. И.</i> (см. <i>Глазюлевский Ю. В.</i>)	367
<i>Костик Р. И.</i> Матричные уравнения диффузии излучения. II	17
<i>Костик Р. И.</i> Матричные уравнения диффузии излучения. III	155
<i>Леонов В. В.</i> О нестационарной диффузии излучения в атмосферах звезд	447
<i>Лууд А. С.</i> Спектроскопическое исследование Р Лебедя	379
<i>Макаренко Е. Н.</i> О положении газопылевого слоя в галактике M 31	93
<i>Маркарян Б. Е.</i> Галактики с ультрафиолетовым континуумом	55
<i>Маркарян Б. Е.</i> О природе AR Андромеды	511
<i>Медведев Ю. А.</i> (см. <i>Каретников В. Г.</i>)	575
<i>Минин И. Н.</i> К исследованию межзвездной пыли	481
<i>Минин И. Н.</i> О нестационарной диффузии излучения в неоднородной среде	345
<i>Мнацаканян М. А.</i> (см. <i>Саакян Г. С.</i>)	311
<i>Нагирнер Д. И.</i> Об асимптотических формулах для X- и Y- функций в теории рассеяния излучения в линии	293
<i>Напартович А. П.</i> (см. <i>Абрамов Ю. Ю.</i>)	459
<i>Папоян В. В., Седракан Д. М., Чубарян Э. В.</i> К нерелятивистской теории вращающихся конфигураций	41
<i>Парсамян Э. С.</i> Колориметрия ядер галактик NGC 3310 и NGC 3351	529
<i>Пустыльник И. Б.</i> О монохроматическом эффекте отражения в тесных двой- ных звездах	69
<i>Саакян Г. С., Вартамян Ю. Л.</i> Модели массивных сверхплотных тел	503
<i>Саакян Г. С., Мнацаканян М. А.</i> К обобщенной теории гравитации Ньютона	311

<i>Седракия Д. М.</i> (см. <i>Папоян В. В.</i>)	41
<i>Сейдов Э. Ф.</i> Равновесие звезды с фазовым переходом	189
<i>Сизиков В. С.</i> Распределение масс в галактиках по данным лучевых скоростей и фотометрии	267
<i>Соболев В. В.</i> О некоторых функциях в теории рассеяния света	433
<i>Соболев В. В.</i> Число рассеяний при диффузии фотонов. III	5
<i>Соболев В. В.</i> Число рассеяний при диффузии фотонов. IV	137
<i>Солейм Дж. Е.</i> (см. <i>Вокулер Ж. де</i>)	565
<i>Сумзина Н. К.</i> (см. <i>Атекян Т. А.</i>)	545
<i>Теребиж В. Ю.</i> О некоторых нелинейных задачах теории переноса излучения в спектральных линиях	281
<i>Товмасын Г. М.</i> Об иррегулярных галактиках типа M 82	427
<i>Товмасын Г. М.</i> О радиоизлучении спиральных галактик	555
<i>Фесенко Б. И.</i> Наблюдательная селекция и статистика визуально-двойных систем. II. Статистика	111
<i>Хачикян Э. Е., Эйнатян Дж. А.</i> Об изменении поляризации Крабовидной туманности	581
<i>Цвикки Ф.</i> Голубые компактные галактики в скоплениях Leo A и B	525
<i>Цвикки Ф.</i> Компактные галактики, усеянные нейтронными звездами	519
<i>Чубарян Э. В.</i> (см. <i>Папоян В. В.</i>)	41
<i>Чумак О. В.</i> Об условиях образования стационарных систем в результате неустойчивости	493
<i>Чумак Э. Н.</i> Спектрофотометрическое изучение β CтВ	351
<i>Шахбазян Р. К.</i> (см. <i>Исхударян С. К.</i>)	133
<i>Шулов О. С.</i> Об интерпретации переменности поляризации излучения β Лэры	233
<i>Эйенсон А. М.</i> О фазовой плотности белых карликов на диаграмме цвет-светимость	103
<i>Эйнатян Дж. А.</i> (см. <i>Хачикян Э. Е.</i>)	581

СОДЕРЖАНИЕ

ЖУРНАЛА „АСТРОФИЗИКА“ ТОМ 3, за 1967 год

В ы п у с к 1

Число рассеяний при диффузии фотонов. III	<i>В. В. Соболев</i>	5
Матричные уравнения диффузии излучения. II	<i>Р. И. Костик</i>	17
К нерелятивистской теории вращающихся конфигураций <i>В. В. Папоян, Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян</i>		41
Галактики с ультрафиолетовым континуумом	<i>Б. Е. Маркарян</i>	55
О монохроматическом эффекте отражения в тесных двойных звездах <i>И. Б. Пустыльник</i>		69
Наблюдения сверхновой 1959b в NGC 4921	<i>Р. Барбон</i>	85
Замечание о плотности водорода в скоплениях галактик	<i>И. Д. Караченцев</i>	89
О положении газопылевого слоя в галактике M 31	<i>Е. Н. Макаренко</i>	93
О фазовой плотности белых карликов на диаграмме цвет—светимость <i>А. М. Эйенсон</i>		103
Наблюдательная селекция и статистика визуально-двойных систем. II. Статистика	<i>Б. И. Фесанко</i>	111
О фотометрических и колориметрических характеристиках эруптивных звезд. IV	<i>Р. Е. Гершберг</i>	127
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ		
Сверхновая в NGC 2276	<i>С. Г. Искусдарян, Р. К. Шахбазян</i>	133

В ы п у с к 2

Число рассеяний при диффузии фотонов. IV	<i>В. В. Соболев</i>	137
Матричные уравнения диффузии излучения. III.	<i>Р. И. Костик</i>	155
Функция распределения возникающих космических объектов по моменту и массе	<i>А. Г. Дорошкевич</i>	175
Равновесие звезды с фазовым переходом	<i>Э. Ф. Свидов</i>	189

Об определении температур звезд, окруженных протяженными газовыми оболочками или туманностями	<i>А. А. Боярчук</i>	203
Трехцветная фотометрия квинтета Стефана <i>А. Т. Каллоляян, Н. А. Каллоляян</i>		209
Спектрфотометрическое исследование ϵ Возничего	<i>Н. А. Иванова</i>	223
Об интерпретации переменности поляризации излучения ζ Лиры	<i>О. С. Шулов</i>	233
Об эффектах газовых струй в тесных двойных системах	<i>В. Г. Горбачук</i>	245
О влиянии периодических ударных волн на распределение плотности в атмосфере пульсирующей звезды	<i>И. А. Климишин</i>	259
Распределение масс в галактиках по данным лучевых скоростей и фотометрии <i>В. С. Сизиков</i>		267

В ы п у с к 3

О некоторых нелинейных задачах теории переноса излучения в спектральных линиях	<i>В. Ю. Тербиш</i>	281
Об асимптотических формулах для X - и Y -функций в теории многократного рассеяния излучения в линии	<i>Д. И. Нагирнер</i>	293
К обобщенной теории гравитации Ньютона	<i>Г. С. Саакян, М. А. Мнцуканян</i>	311
К задаче полихроматического рассеяния в одномерной среде	<i>Н. Б. Енибарян</i>	325
К магнитной гидродинамике межзвездной газовой-пылевой среды <i>Е. Я. Гидалевич</i>		331
О нестационарной диффузии излучения в неоднородной среде	<i>И. Н. Минин</i>	345
Спектрфотометрическое изучение ζ CrB	<i>Э. Н. Чумак</i>	351
О переменности оболочки затменно-двойной звезды CQ Цефея типа Вольф-Райе=HD 214419	<i>А. А. Гусейнзаде</i>	359
Анализ водородных линий peculiarных звезд α^1 CVn и γ Lyr <i>Ю. В. Глазюлевский, К. И. Козлова</i>		367
Спектроскопическое исследование Р Лебеда	<i>Л. С. Лууд</i>	379
Спектрфотометрия F-звезд. II. Атмосферы δ 1 Cyg и ν Her	<i>Т. А. Киппер</i>	397
Карлики в некоторых близких группах галактик	<i>Е. В. Звягина</i>	411
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ		
Об иррегулярных галактиках типа M 82	<i>Г. М. Товмасьян</i>	427

В ы п у с к 4

О некоторых функциях в теории рассеяния света	<i>В. В. Соборлев</i>	433
О нестационарной диффузии излучения в атмосферах звезд	<i>В. В. Леонов</i>	447

Перенос резонансного излучения в полупространство <i>Ю. Ю. Абрамов, А. М. Дыхне, А. П. Напартович</i>	459
К исследованию межзвездной пыли <i>И. Н. Минин</i>	481
Об условиях образования стационарных систем в результате неустойчивости <i>О. В. Чумак</i>	493
О радиусе нейтронных звезд <i>Ю. Л. Вартамян</i>	497
Модели массивных сверхплотных тел <i>Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартамян</i>	503
О природе AR Андромеды <i>Б. Е. Маркарян</i>	511
Компактные галактики, усеянные нейтронными звездами. <i>Ф. Цвикки</i>	519
Голубые компактные галактики в скоплениях Leo A и B. <i>Ф. Цвикки</i>	525
Колориметрия ядер галактик NGC 3310 и NGC 3351 <i>Э. С. Парсамян</i>	529
Каряки типа Скульптора в скоплениях галактик <i>В. Е. Караченцева</i>	535
Исследования распределения истинных сжатий галактик в скоплениях <i>Т. А. Аветян, Н. К. Сумзина</i>	545
О радиоизлучении спиральных галактик <i>Г. М. Товмасьян</i>	555
Кривые яркости и цвета сверхновой 1967 в NGC 3389 <i>Ж. де Вокулер, Дж. Е. Солейм, Р. Браун</i>	565
Модуль расстояния NGC 3389 <i>Ж. де Вокулер</i>	571
Электроспектрофотометрия избранных звезд <i>В. Г. Каретников, Ю. А. Медведев</i>	575
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ	
Об изменении поляризации Крабовидной туманности <i>Э. Е. Хачикян, Дж. А. Эйнтаян</i>	581

INDEX OF AUTHORS

<i>Abramov Yu. Yu., Dykhne, Napartovitch A. P.</i> Transfer of resonance radiation in semiinfinite medium	459
<i>Agektan T. A., Soomstna N. K.</i> The investigation of distribution of real flattening of galaxies in clusters	545
<i>Burbon R.</i> Observation of the supernova 1959 b in NGC 4921	85
<i>Bojarchuk A. A.</i> On the determination of star temperature surrounded by continuous gas envelopes or nebulae	203
<i>Brown R.</i> (see <i>Vaucouleurs G. de</i>)	565
<i>Chubartan E. V.</i> (see <i>Papoyan V. V.</i>)	41
<i>Chumak O. V.</i> On the conditions of formation of steady state systems as consequence of instability	493
<i>Chumak Z. N.</i> Spectrophotometric study of β CrB	351
<i>Doroshkevich A. G.</i> The function of distribution of appearing cosmic objects depending on momentum and mass	175
<i>Dykhne</i> (see <i>Abramov Yu. Yu.</i>)	459
<i>Elgenson A. M.</i> On the phase density of white dwarfs on the color-luminosity diagram	103
<i>Elnatian G. A.</i> (see <i>Khachikian E. E.</i>)	581
<i>Fessenko B. I.</i> Observational selection and statistics of the visual double systems. II. Statistics	111
<i>Gershberg R. E.</i> Photometric and colorimetric characteristics of eruptive stars. IV	127
<i>Gidalevitch E. J.</i> On the magnetohydrodynamics of interstellar gas-dust medium	331
<i>Glagolevsky Y. V., Kozlova K. I.</i> The analysis of hydrogen lines of the peculiar stars α^2 CVn and γ Lyr	367
<i>Gorbatzky V. G.</i> The effects of gaseous jets in close binary systems	245
<i>Gussetnzade A. A.</i> On the variability of envelope of the eclipsing binary CQ Cephei of Wolf-Rayet type=HD 214419	359

<i>Iskudartan S. G., Shahbaztan R. K.</i> A supernova in NGC 2276	133
<i>Ivancva N. L.</i> Spectrophotometric investigation of ϵ Aurigae	223
<i>Kalloghltan A. T., Kalloghltan N. L.</i> Three-color photometry of Stephan's Quintet	209
<i>Kalloghltan N. L.</i> (see <i>Kalloghltan A. T.</i>)	209
<i>Karachentseva V. E.</i> Sculptor-type dwarfs in the clusters of galaxies	575
<i>Karachentzev I. D.</i> A note on the hydrogen density in the clusters of galaxies	89
<i>Karetnikov V. G., Medvedev Yu. A.</i> Photoelectric spectrophotometry of selected stars	575
<i>Khachikyan E. E., Einattan G. A.</i> On the variability of polarisation of Crab nebula	581
<i>Kipper T. A.</i> Spectrophotometry of the F-stars. II. Atmospheres of 41 Cyg and ν Her	397
<i>Klimishin I. A.</i> The influence of periodical shock waves on the distribution of density in the atmosphere of the pulsating star	259
<i>Kostic R. I.</i> The matrix equations of the diffusion of radiation. II.	17
<i>Kostic R. I.</i> The matrix equations of the diffusion of radiation. III	155
<i>Kozlova K. I.</i> (see <i>Glagolevsky Y. V.</i>)	367
<i>Leonov V. V.</i> On nonstationary light scattering in stellar atmospheres	447
<i>Lud L. S.</i> Spectroscopic investigation of P Cyg	379
<i>Makarenko F. N.</i> On the position of gas-dust layer in galaxy M 31	93
<i>Markartan B. E.</i> Galaxies with an ultraviolet continuum	55
<i>Markartan B. E.</i> On the nature of AR Andromedae	511
<i>Medvedev Yu. A.</i> (see <i>Karetnikov V. G.</i>)	575
<i>Minin I. N.</i> On the investigation of the interstellar dust	481
<i>Minin I. N.</i> On the nonstationary diffusion of radiation in nonuniform medium	345
<i>Mnatsakanian M. A.</i> (see <i>Sahakian G. S.</i>)	311
<i>Nagtrner D. I.</i> On the asymptotic formulae for the X - and Y -functions in the theory of multiple scattering in a spectral line	293
<i>Napartovich A. P.</i> (see <i>Abramov Yu. Yu.</i>)	459
<i>Papogan V. V., Sedrakian D. M., Chubartan E. V.</i> To the nonrelativistic theory of the rotating configurations	41
<i>Parsamian E. S.</i> The colorimetry of nuclei of galaxies NGC 3310 and NGC 3351	529
<i>Pustylnick I. B.</i> On the monochromatic reflection effect in close binaries	69

<i>Sahakian G. S., Mnatsakanian M. A.</i> On the generalized newtonian theory of gravitation	311
<i>Sahakian G. S., Vartanian Yu. L.</i> The models of massive superdense bodies . .	503
<i>Sedrakian D. M.</i> (see <i>Papoyan V. V.</i>)	41
<i>Setdov Z. F.</i> The equilibrium of the star with a phase transition	189
<i>Shahbazian R. K.</i> (see <i>Iskudartan S. G.</i>)	133
<i>Shulov O. S.</i> On the interpretation of polarization variability of β Lyrae radiation	233
<i>Stizkov V. S.</i> The distribution of mass in galaxies by data of radial velocities and of photometry	267
<i>Sobolev V. V.</i> Number of scatterings of diffusing photons. III	5
<i>Sobolev V. V.</i> Number of scatterings of diffusing photons. IV	137
<i>Sobolev V. V.</i> On some functions encountered in the theory of light scattering	433
<i>Solheim J. E.</i> (see <i>Vaucouleurs G. de</i>)	565
<i>Soomsina N. K.</i> (see <i>Agekian T. A.</i>)	545
<i>Terebizh V. Yu.</i> On some nonlinear problems of radiative transfer in spectral lines	281
<i>Thomasian G. M.</i> On irregular galaxies of M 82 type	427
<i>Thomasian G. M.</i> On radio emission of spiral galaxies	555
<i>Vartanian Yu. L.</i> On the radius of neutron stars	497
<i>Vartanian Yu. L.</i> (see <i>Sahakian G. S.</i>)	503
<i>Vaucouleurs G. de.</i> Distance modulus of NGC 3389	571
<i>Vaucouleurs G. de, Solheim J. E., Brown R.</i> Light and color curves of the 1967 supernova in NGC 3389	565
<i>Yengibartan N. B.</i> On the problem of polychromatic scattering in one-dimensional medium	325
<i>Zvjagina E. V.</i> Dwarfs in some near groups of galaxies	411
<i>Zwicky F.</i> Blue compact galaxies in the Leo A and B clusters.	525
<i>Zwicky F.</i> Neutron star studded compact galaxies.	519

CONTENTS

Number 1

Number of scatterings of diffusing photons. III	<i>V. V. Sobolev</i>	5
The matrix equations of the diffusion of radiation. II	<i>R. I. Kostik</i>	17
To the non—relativistic theory of the rotating configurations <i>V. V. Papoyan, D. M. Sedraktan, E. V. Chubartan</i>		41
Galaxies with an ultraviolet continuum	<i>B. E. Markartan</i>	55
On the monochromatic reflection effect in close binaries	<i>I. B. Pustynick</i>	69
Observations of the supernova 1959b in NGC 4921	<i>R. Barbon</i>	85
A note on the hydrogen density in the clusters of galaxies	<i>I. D. Karachentsev</i>	89
On the position of gas-dust layer in galaxy M 31	<i>E. N. Makarenko</i>	93
On the phase density of white dwarfs on the color-luminosity diagram <i>A. M. Eigenzon</i>		106
Observational selection and statistics of the visual double systems. II. Statistics <i>B. I. Fessenko</i>		111
Photometric and colorimetric characteristics of eruptive stars. IV <i>R. E. Gershberg</i>		127
NOTES		
A supernova in NGC 2276	<i>S. G. Iskudartan, R. K. Shahbazian</i>	133

Number 2

Number of scatterings of diffusing photons. IV	<i>V. V. Sobolev</i>	137
The matrix equations of the diffusion of radiation. III	<i>R. I. Kostik</i>	155
The function of distribution of appearing cosmic objects depending on momentum and mass	<i>A. G. Doroshkevitch</i>	175
The equilibrium of the star with a phase transition	<i>Z. F. Seidov</i>	189
On the determination of star temperature surrounded by continuous gas envelopes or nebulae	<i>A. A. Bojarchuk</i>	203

Three-color photometry of Stephan's Quintet <i>A. T. Kalloghlian, N. L. Kalloghlian</i>	209
Spectrophotometric investigation of ϵ Aurigae <i>N. L. Ivanova</i>	223
On the interpretation of polarization variability of β Lyrae radiation. <i>O. S. Shulov</i>	233
The effects of gaseous jets in close binary systems <i>V. G. Gorbatzky</i>	245
The influence of periodical shock waves on the distribution of density in the atmosphere of the pulsating star <i>I. A. Klimishin</i>	259
The distribution of mass in galaxies by data of radial velocities and of photometry <i>V. S. Sizikov</i>	267

N u m b e r 3

On some nonlinear problems of radiative transfer in spectral lines <i>V. Ju. Terebizh</i>	281
On the asymptotic formulae for the X - and Y -functions in the theory of multiple scattering in a spectral line <i>D. I. Nagtner</i>	293
On the generalized Newtonian theory of gravitation <i>G. S. Sahakian, M. A. Mnatsakanian</i>	311
On the problem of polychromatic scattering in one-dimensional medium <i>N. B. Yangtbarian</i>	325
On the magnetohydrodynamics of interstellar gas-dust medium. <i>E. J. Gtdalevitch</i>	331
On the nonstationary diffusion of radiation in nonuniform medium. <i>I. N. Mintin</i>	345
Spectrophotometric study of β CrB <i>Z. N. Chumak</i>	351
On the variability of envelope of the eclipsing binary CQ Cephei of Wolf-Rayet type—HD 214419 <i>A. A. Guseinzade</i>	359
The analysis of hydrogen lines of the peculiar stars α^2 CVn and α γ Lyr <i>Y. V. Glagolevsky, K. I. Koslova</i>	367
Spectroscopic investigation of P Cyg <i>L. S. Luud</i>	379
Spectrophotometry of the F-stars. II. Atmospheres of δ Cyg and ν Her <i>T. A. Kipper</i>	397
Dwarfs in some near groups of galaxies <i>E. V. Zvjagina</i>	411
NOTES	
On irregular galaxies of M 82 type <i>G. M. Thovmasian</i>	427

N u m b e r 4

On some functions encountered in the theory of light scattering. <i>V. V. Sobolev</i>	433
On nonstationary light scattering in stellar atmospheres <i>V. V. Leonov</i>	447
Transfer of resonance radiation in semiinfinite medium <i>Yu. Yu. Abramov, A. M. Dykhne, A. P. Napartovich</i>	459

On the investigation of the interstellar dust	<i>I. N. Minin</i>	481
On the conditions of formation of steady state systems as consequence of instability	<i>O. V. Chumak</i>	493
On the radius of neutron stars	<i>Yu. L. Vartanian</i>	497
The models of massive superdense bodies	<i>G. S. Sahakian, Yu. L. Vartanian</i>	503
On the nature of AR Andromedae	<i>B. E. Markarian</i>	511
Neutron star studded compact galaxies.	<i>F. Zwicky</i>	519
Blue compact galaxies in the Leo A and B clusters.	<i>F. Zwicky</i>	525
The colorimetry of nuclei of galaxies NGC 3310 and NGC 3351	<i>E. S. Parsamian</i>	529
Sculptor-type Dwarfs in the clusters of galaxies	<i>V. E. Karachentseva</i>	535
The investigation of distribution of real flattening of galaxies in clusters	<i>T. A. Agekian, N. K. Soomstna</i>	545
On radio emission of spiral galaxies	<i>H. M. Tovmassian</i>	555
Light and color curves of the 1967 Supernova in NGC 3389	<i>G. de Vaucouleurs, J. E. Solheim, R. Brown</i>	565
Distance modulus of NGC 3389	<i>G. de Vaucouleurs</i>	571
Photoelectric spectrophotometry of selected stars	<i>V. G. Karetnikov, Ju. A. Medvedev</i>	575
NOTES		
On the variability of polarisation of Crab nebula	<i>E. E. Khachikian, J. A. Einatian</i>	581

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 04534. Подписано к печати 27/ХІІ 1967 г. Тираж 870 экз. Изд. 2915. Заказ 364.
 Формат бумаги 70×108¹/₁₆. Печ. 10,25 л. Бум. л. 4,75. Усл. печ. л. 13.
 Уч. изд. лист. 9,2.

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Барекамутян, 24.

CONTENTS

ON SOME FUNCTIONS ENCOUNTERED IN THE THEORY OF LIGHT SCATTERING	<i>V. V. Sobolev</i> 433
ON NONSTATIONARY LIGHT SCATTERING IN STELLAR ATMOSPHERES	<i>V. V. Leonov</i> 447
TRANSFER OF RESONANCE RADIATION IN SEMIINFINITE MEDIUM	<i>Yu. Yu. Abramov, A. M. Dykhne, A. P. Napartovich</i> 459
ON THE INVESTIGATION OF THE INTERSTELLAR DUST	<i>I. N. Minin</i> 481
ON THE CONDITIONS OF FORMATION OF STEADY STATE SYSTEMS AS CONSEQUENCE OF INSTABILITY	<i>O. V. Chumak</i> 493
ON THE RADIUS OF NEUTRON STARS	<i>Yu. L. Vartanian</i> 497
THE MODELS OF MASSIVE SUPERDENSE BODIES	<i>G. S. Sahakian, Yu. L. Vartanian</i> 503
ON THE NATURE OF AR ANDROMEDAE	<i>B. E. Markarian</i> 511
NEUTRON STAR STUDED COMPACT GALAXIES.	<i>F. Zwicky</i> 519
BLUE COMPACT GALAXIES IN THE LEO A AND B CLUSTERS	<i>F. Zwicky</i> 525
THE COLORIMETRY OF NUCLEA OF GALAXIES NGC 3310 AND NGC 3351	<i>E. S. Parsamian</i> 529
SCULPTOR-TYPE DWARFS IN THE CLUSTERS OF GALAXIES	<i>V. E. Karachentseva</i> 535
THE INVESTIGATION OF DISTRIBUTION OF REAL FLATTENING OF GALAXIES IN CLUSTERS	<i>T. A. Agekian, N. K. Soomina</i> 545
ON RADIO EMISSION OF SPIRAL GALAXIES	<i>H. M. Tovmassian</i> 555
LIGHT AND COLOR CURVES OF THE 1967 SUPERNOVA IN NGC 3389	<i>G. de Vaucouleurs, J. E. Solheim, R. Brown</i> 565
DISTANCE MODULUS OF NGC 3389	<i>G. de Vaucouleurs</i> 571
PHOTOELECTRIC SPECTROPHOTOMETRY OF SELECTED STARS	<i>V. G. Karstnikov, Ju. A. Medvedev</i> 575
NOTES	
ON THE VARIABILITY OF POLARISATION OF CRAB NEBULA	<i>E. E. Khachikian, J. A. Elnattan</i> 581