

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

АВГУСТ, 1967

ВЫПУСК 3

О НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЯХ	<i>В. Ю. Терещук</i>	281
ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ФОРМУЛАХ ДЛЯ X- И Y- ФУНКЦИЙ В ТЕОРИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ЛИНИИ	<i>Д. И. Нагурнер</i>	293
К ОБОБЩЕННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ НЬЮТОНА	<i>Г. С. Саакян, М. А. Мнацаканян</i>	311
К ЗАДАЧЕ ПОЛИХРОМАТИЧЕСКОГО РАССЕЯНИЯ В ОДНОМЕРНОЙ СРЕДЕ	<i>Н.-Б. Енгибарян</i>	325
К МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ МЕЖЗВЕЗДНОЙ ГАЗОВО-ПЫЛЕВОЙ СРЕДЫ	<i>Е. Я. Гидаевич</i>	331
О НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДИФфуЗИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ	<i>И. Н. Минин</i>	345
СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ β CтV	<i>Э. Н. Чумак</i>	351
О ПЕРЕМЕННОСТИ ОБОЛОЧКИ ЗАТМЕННО-ДВОЙНОЙ ЗВЕЗДЫ CQ ЦЕФЕЯ ТИПА ВОЛЬФ-РАЙЕ=HD 214419.	<i>А. А. Гусейнзаде</i>	359
АНАЛИЗ ВОДОРОДНЫХ ЛИНИЙ ПЕКУЛЯРНЫХ ЗВЕЗД α^2 CVn и γ Lyr	<i>Ю. В. Глаголевский, К. И. Козлова</i>	367
СПЕКТРОСКОПИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ Р ЛЕБЕДЯ	<i>Л. С. Лууд</i>	379
СПЕКТРОФОТОМЕТРИЯ F-ЗВЕЗД. II. АТМОСФЕРЫ 41 Cyg и ν Her	<i>Т. А. Киппер</i>	397
КАРЛИКИ В НЕКОТОРЫХ БЛИЗКИХ ГРУППАХ ГАЛАКТИК	<i>Е. В. Звягина</i>	411
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ		
ОБ ИРРЕГУЛЯРНЫХ ГАЛАКТИКАХ ТИПА M 82	<i>Г. М. Товмасьян</i>	427

Е Р Е В А Н

Редакционная коллегия

В. А. Амбарцумян (главный редактор), А. А. Боярчук, Б. А. Воронцов-Вельяминов,
Г. А. Гурздян, С. А. Каплан, Б. Е. Маркарян,
Л. В. Мирзоян (зам. главного редактора), В. В. Соболев

Խմբագրական կոլեգիա

Ա. Ա. Բոյարչուկ, Գ. Ա. Գուրզդյան, Ս. Ա. Կապլան, Վ. Հ. Համբարձումյան (գլխավոր խմբագիր),
Բ. Ե. Մարգարյան, Լ. Վ. Միրզոյան (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Վ. Սորոկին,
Բ. Ա. Վորոնցով-Վելյամինով

„АСТРОФИЗИКА“ — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство „Международная книга“, Москва, 200.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

АВГУСТ, 1967

ВЫПУСК 3

О НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ
ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЯХ

В. Ю. ТЕРЕБИЖ

Поступила 20 марта 1967

Исправлена 12 мая 1967

Рассматривается диффузия излучения в плоском изотермическом слое газа, состоящем из двух- или трехуровневых атомов (в последнем случае переходы 1—2 запрещены). Учитывается вынужденное излучение и перераспределение квантов по частотам при рассеянии. С помощью метода самосогласованных оптических глубин В. А. Амбарцумяна задача сводится к решению линейных интегральных уравнений и определению истинных оптических толщин слоя в центрах линий из соотношений, связывающих X - и Y -функции или их моменты.

В последнее время благодаря новым методам в теории переноса излучения, введенным В. А. Амбарцумяном [1—3], появилась возможность строгого решения некоторых нелинейных задач. Были рассмотрены, в частности, задачи о диффузном отражении света от одномерной полубесконечной среды, состоящей из трехуровневых атомов [4], и о поле излучения в трехмерной среде конечной оптической толщины, состоящей из атомов с тремя (при условии, что переходы 1—2 запрещены) и двумя уровнями [5]. Представляет интерес применение указанных методов к проблеме диффузии излучения в спектральных линиях с учетом перераспределения квантов по частотам при рассеянии. В данной работе рассматривается простейшая задача о просветлении среды в спектральной линии под действием внешних или внутренних источников излучения. Оказывается, что учет перераспределения квантов по частотам не вносит принципиальных трудностей. Метод самосогласованных оптических глубин позволяет свести задачу к решению линейных интегральных уравнений, причем оптическая толщина слоя находится из соотношений, связывающих функции Амбарцумяна или их моменты.

Основные уравнения. Рассмотрим плоский изотермический слой газа, имеющий толщину z_0 и состоящий из двухуровневых атомов и свободных электронов. Обозначим через n_e , n_1 и n_2 соответственно концентрации свободных электронов, атомов в основном и возбужденном состояниях. Пусть на границу $z = 0$ слоя падает внешнее излучение, имеющее некоторое угловое и спектральное распределение. Примем следующие допущения: а) электронная концентрация постоянна в слое, б) индикатриса рассеяния сферическая, в) диффузия излучения происходит с полным перераспределением по частотам. Это означает, что вероятность переизлучения кванта в заданной частоте не зависит от частоты поглощенного кванта и пропорциональна коэффициенту поглощения.

Уравнение переноса излучения в спектральной линии имеет при этих предположениях вид

$$\eta \frac{dI_\eta}{dz} = - \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) k_\nu I_\eta + n_2 A_{21} \frac{k_\nu}{\int_0^\infty k_\nu d\nu} \frac{h\nu}{4\pi}, \quad (1)$$

где I_η — интенсивность диффузного излучения, идущего под углом $\arcs \cos \eta$ к внутренней нормали к границе $z = 0$, k_ν — коэффициент поглощения в частоте ν , рассчитанный на один атом. В дальнейшем удобно записывать k_ν в форме $k_\nu = k_0 a(x)$, где k_0 — коэффициент поглощения в центре линии, а $x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu}$ — расстояние от центра линии, выраженное в подходящих единицах (например, доплеровских ширинах).

Степень возбуждения атомов определяется из условия стационарности

$$n_2 (A_{21} + B_{21}\rho + n_e q_{21}) = n_1 (B_{12}\rho + n_e q_{12}), \quad (2)$$

где ρ — усредненная с весом $a(x)$ по ширине линии плотность излучения, являющаяся суммой плотностей диффузного излучения и излучения, обусловленного внешними источниками:

$$\rho = \rho_d + \rho_0, \quad (3)$$

а q_{ik} — вероятности возбуждения и деактивации атомов посредством электронных ударов.

Введем оптическую глубину в центре линии

$$\tau = \int_0^z k_0 \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) dz. \quad (4)$$

В соответствии с методом самосогласованных оптических глубин, оптическая толщина слоя τ_0 остается пока неопределенной.

Обозначая далее $I_0/h\nu$ через $N(\tau, \eta, x)$ и пользуясь известным соотношением

$$\int_0^\infty k \cdot d\tau = \frac{h\nu_0}{c} B_{12}, \quad (5)$$

запишем уравнение переноса в виде

$$\eta \frac{dN(\tau, \eta, x)}{d\tau} = -a(x) N(\tau, \eta, x) + \frac{c}{4\pi h\nu_0} a(x) B(\tau, \tau_0), \quad (6)$$

где

$$B(\tau, \tau_0) = \frac{8\pi h\nu_0^3}{c^3} \frac{\frac{g_1}{g_2} \frac{n_2}{n_1}}{1 - \frac{g_1}{g_2} \frac{n_2}{n_1}}. \quad (7)$$

В случае, когда степень возбуждения определяется формулой Больцмана, функция $B(\tau, \tau_0)$ совпадает с функцией Планка, которую мы будем обозначать через B^* .

Обратимся к условию стационарности (2). Из него следует

$$B(\tau, \tau_0) = \lambda \varphi(\tau, \tau_0) + (1 - \lambda) B^*, \quad (8)$$

где

$$\lambda = \frac{A_{21}}{A_{21} + n_e q_{21} \left(1 - e^{-\frac{h\nu_0}{kT}}\right)}. \quad (9)$$

Уравнения (6) и (8) при граничных условиях

$$\begin{aligned} N(0, \eta, x) &= 0 \quad \text{при } \eta > 0, \\ N(\tau_0, \eta, x) &= 0 \quad \text{при } \eta < 0, \end{aligned} \quad (10)$$

эквивалентны следующему хорошо изученному в линейной теории интегральному уравнению для функции $B(\tau, \tau_0)$:

$$B(\tau, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) B(\tau', \tau_0) d\tau' + \lambda \varphi_0(\tau) + (1 - \lambda) B^*. \quad (11)$$

Здесь

$$K(\tau) = A \int_{-\infty}^{\infty} a^2(x) E_1[a(x)\tau] dx, \quad (12)$$

A — нормировочная постоянная

$$A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) dx = 1, \quad (13)$$

и $E_1(t)$ — интегральная показательная функция первого порядка

$$E_1(t) = \int_1^{\infty} e^{-tx} \frac{dx}{x}. \quad (14)$$

Теперь мы можем найти зависимость истинной оптической толщины слоя τ_0 от предельной оптической толщины y_0 , когда все атомы находятся в основном состоянии:

$$y_0 = \int_0^{\tau_0} k_0 (n_1 + n_2) dz. \quad (15)$$

Сравнивая (4), (7) и (15), получаем

$$y_0 = \tau_0 + \gamma c \int_0^{\tau_0} B(\tau, \tau_0) d\tau, \quad (16)$$

где постоянная

$$\gamma = \frac{c^2}{8\pi h \nu_0^3} \left(1 + \frac{g_2}{g_1} \right). \quad (17)$$

Уравнение (16) и должно служить для нахождения τ_0 .

В дальнейшем удобнее рассматривать отдельно случаи, когда действуют только внешние или только внутренние источники излучения.

Внешние источники излучения. Рассмотрим сначала случай, когда переходами под действием электронных ударов в среде можно пренебречь. Тогда $\lambda = 1$ и, как это видно из соотношения (8), плотность излучения $\rho(\tau, \tau_0)$ равна $B(\tau, \tau_0)$. Следовательно, для определения $\rho(\tau, \tau_0)$ мы имеем уравнение

$$\rho(\tau, \tau_0) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) \rho(\tau', \tau_0) d\tau' + \rho_0(\tau). \quad (18)$$

Обозначим интенсивность падающего на среду излучения через $h\nu N^0(\zeta, \varphi)$. Тогда

$$\nu_0(\tau) = 2\pi A \frac{h\nu_0}{c} \int_0^1 d\zeta \int_{-\infty}^{\infty} a(x) N_0(\zeta, x) e^{-a(x)\frac{\tau}{\zeta}} dx, \quad (19)$$

где

$$N_0(\zeta, x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} N_0^0(\zeta, \varphi) d\varphi. \quad (20)$$

Рассмотрим вспомогательное уравнение

$$P(\tau, z, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) P(\tau', z, \tau_0) d\tau' + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau}{z}}, \quad (21)$$

где λ считается произвольным, так как в дальнейшем нас будет интересовать и случай $\lambda \neq 1$. Полагая в (21) $z = \frac{\zeta}{a(x)}$, $\lambda = 1$ и сравнивая полученное уравнение с (18) и (19), находим

$$\rho(\tau, \tau_0) = 8\pi^2 A \frac{h\nu_0}{c} \int_0^1 d\zeta \int_{-\infty}^{\infty} a(x) N_0(\zeta, x) P\left(\tau, \frac{\zeta}{a(x)}, \tau_0\right) dx. \quad (22)$$

Из формул (16) и (22) видно, что для нахождения истинной оптической толщины слоя необходимо знать функцию

$$J(z, \tau_0) = \int_0^{\tau_0} P(\tau, z, \tau_0) d\tau. \quad (23)$$

Значение интеграла в правой части формулы (23) было дано в [6]. Используя его находим:

$$J(z, \tau_0) = \frac{\lambda}{4\pi} \frac{z[X(z, \tau_0) - Y(z, \tau_0)]}{1 - \frac{\lambda}{2}[X_0(\tau_0) - Y_0(\tau_0)]}, \quad (24)$$

где функции

$$X(z, \tau_0) = \frac{4\pi}{\lambda} P(0, z, \tau_0), \quad Y(z, \tau_0) = \frac{4\pi}{\lambda} P(\tau_0, z, \tau_0) \quad (25)$$

являются обобщением функций Амбарцумяна на случай диффузии излучения с полным перераспределением по часотам и

$$X_0(\tau_0) = \int_0^{\infty} G(z) X(z, \tau_0) dz, \quad (26)$$

$$Y_0(\tau_0) = \int_0^{\infty} G(z) Y(z, \tau_0) dz.$$

Здесь

$$G(z) = 2A \int_{x(z)}^{\infty} \alpha^2(t) dt, \quad (27)$$

причем $x(z) = 0$ при $z \leq 1$ и $\alpha[x(z)] = \frac{1}{z}$ при $z > 1$.

В случае чистого рассеяния

$$X_0(\tau_0) + Y_0(\tau_0) = 2, \quad (28)$$

так что

$$J(z, \tau_0) = \frac{1}{4\pi Y_0(\tau_0)} z [X(z, \tau_0) - Y(z, \tau_0)] \quad (29)$$

и уравнение для нахождения τ_0 имеет вид

$$y_0 = \tau_0 + 8\pi^2 A h\nu_0 \gamma \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) dx \int_0^1 N_0(\zeta, x) J\left(\frac{\zeta}{\alpha(x)}, \tau_0\right) d\zeta. \quad (30)$$

Естественно, что полученное значение τ_0 не зависит от распределения падающего излучения по азимуту. Если же $N_0(\zeta, x) = N_0 = \text{const}$, то, учитывая, что при $\lambda = 1$ имеет место соотношение [6]

$$\int_0^{\infty} [X(z, \tau_0) - Y(z, \tau_0)] z G(z) dz = \tau_0 Y_0(\tau_0), \quad (31)$$

из двух последних формул находим

$$y_0 = (1 + 2\pi\gamma h\nu_0 N_0) \tau_0. \quad (32)$$

Таким образом, достаточно большой поток внешнего излучения может вызвать существенное просветление среды в спектральной линии.

Следует отметить, что формулы, аналогичные приведенным выше, можно найти и в случае, когда кванты сохраняют частоту при рассеянии. Тогда вместо (30) будем иметь (см. [7], стр. 208) следующую связь между τ_0 и y_0 :

$$y_0 = \tau_0 + \frac{2\pi\gamma}{\beta_0(\tau_0)} \int_0^1 I_0(\zeta) [\varphi(\zeta, \tau_0) - \psi(\zeta, \tau_0)] \zeta d\zeta, \quad (33)$$

где $I_0(\zeta)$ — интенсивность падающего извне излучения, $\varphi(\zeta, \tau_0)$ и $\psi(\zeta, \tau_0)$ — функции Амбарцумяна, $\beta_0(\tau_0)$ — нулевой момент функции $\psi(\zeta, \tau_0)$. В частном случае, когда на среду падает параллельный пучок излучения под углом $\arcs \cos \zeta$ к внешней нормали,

$$y_0 = \tau_0 + \frac{2\pi\gamma}{\beta_0(\tau_0)} I_0 \zeta [\varphi(\zeta, \tau_0) - \psi(\zeta, \tau_0)]. \quad (34)$$

Функции $\varphi(\zeta, \tau_0)$ и $\psi(\zeta, \tau_0)$ хорошо изучены, поэтому численное решение уравнений (33) или (34) не представляет труда. Асимптотические выражения для этих функций были найдены В. В. Соболевым [8], их численные значения (а также значения первых трех моментов) приведены в работе Собоути [9]. X- и Y-функции изучены в работах В. В. Иванова [6, 10].

Внутренние источники излучения. Обратимся к случаю, когда источником возбуждения в среде являются электронные удары. Вводя функцию

$$S(\tau, \tau_0) = \frac{B(\tau, \tau_0)}{B^*}, \quad (35)$$

получаем из (11):

$$S(\tau, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau} K(|\tau - \tau'|) S(\tau', \tau_0) d\tau' + 1 - \lambda. \quad (36)$$

Как легко видеть, $S(\tau, \tau_0)$ связана с функцией $P(\tau, \tau_0)$, определяемой равенством

$$P(\tau, \tau_0) = 2\pi \int_0^{\tau} P(\tau, z, \tau_0) G(z) dz \quad (37)$$

следующим соотношением

$$S(\tau, \tau_0) = 1 - P(\tau, \tau_0) - P(\tau_0 - \tau, \tau_0). \quad (38)$$

Подставляя (35) и (38) в (16), находим

$$y_0 = \tau_0 + \gamma c B^* \left[\tau_0 - 2 \int_0^{\tau_0} P(\tau, \tau_0) d\tau \right]. \quad (39)$$

Входящий в уравнение (39) интеграл легко можно выразить через X - и Y -функции. Действительно, интегрируя (37) по τ от 0 до τ_0 , получаем

$$\int_0^{\tau_0} P(\tau, \tau_0) d\tau = 2\pi \int_0^{\infty} G(z) J(z, \tau_0) dz. \quad (40)$$

Подставляя $J(z, \tau_0)$ из (24) в (40) и учитывая найденное в [6] соотношение

$$X(\infty, \tau_0) = Y(\infty, \tau_0) = \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{2} [X_0(\tau_0) - Y_0(\tau_0)]}, \quad (41)$$

имеем:

$$\int_0^{\tau_0} P(\tau, \tau_0) d\tau = \frac{\lambda}{2} X(\infty, \tau_0) \int_0^{\infty} G(z) [X(z, \tau_0) - Y(z, \tau_0)] z dz. \quad (42)$$

Таким образом, в данном случае уравнение, служащее для нахождения τ_0 , имеет вид

$$y_0 = \tau_0 + \tau_0 B^* \left\{ \tau_0 - \lambda X(\infty, \tau_0) \int_0^{\infty} G(z) [X(z, \tau_0) - Y(z, \tau_0)] z dz \right\}. \quad (43)$$

Как и следовало ожидать, при $\lambda \rightarrow 1$ (в рассматриваемой модели это означает отсутствие источников возбуждения) уравнения (43), (28), (31) и (41) дают $\tau_0 \rightarrow y_0$. Поэтому в данном случае роль диффузного излучения в просветлении среды не может быть значительной.

Атомы с тремя уровнями. Приведенные выше результаты частично обобщаются на случай, когда атомы могут находиться в трех состояниях, причем второе состояние является метастабильным. Рассмотрим задачу об освещении плоского слоя внешними источниками излучения. Переходами под действием электронных ударов будем при этом пренебрегать. Допустим, что коэффициенты поглощения в линиях 1—3 и 2—3 имеют один и тот же вид и что вероятность излучения кванта в заданной частоте при переходе атома из третьего состояния не зависит от того, каким образом атом попал в это состояние. Все величины, относящиеся к линиям 1—3 и 2—3 обозначим соответственно индексами 1 и 2.

Связь истинных оптических толщин слоя в центрах линий

$$\tau_i^0 = \int_0^{\tau_i^1} \left(n_i - \frac{g_i}{g_3} n_3 \right) k_i dz, \quad (i = 1, 2) \quad (44)$$

с предельной оптической толщиной

$$y_0 = \int_0^{\tau_0^2} (n_1 + n_2 + n_3) k_1 dz \quad (45)$$

находится совершенно так же, как в работе Н. Б. Енгибаряна [5], и дается формулами

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= \frac{g_1 + g_2 + g_3}{\sigma_1 g_1} \int_0^{\tau_1^0} \rho_1(\tau, \tau_1^0) d\tau + \tau_1^0 + \frac{k_1}{k_2} \tau_2^0 \\ y_0 &= \frac{g_1 + g_2 + g_3}{\sigma_2 g_2} \frac{k_1}{k_2} \int_0^{\tau_2^0} \rho_2(\tau, \tau_2^0) d\tau + \tau_1^0 + \frac{k_1}{k_2} \tau_2^0 \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

где $\sigma_i = \frac{8\pi h\nu_i^3}{c^3}$, а функции $\rho_i(\tau, \tau_i^0)$ удовлетворяют уравнениям

$$\rho_i(\tau, \tau_i^0) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_i^0} K(|\tau - \tau'|) \rho_i(\tau', \tau_i^0) d\tau' + \rho_{0i}(\tau). \quad (47)$$

Входящие в систему уравнений (46) интегралы следующим образом выражаются через X - и Y -функции и числа квантов, падающих на среду в линиях 1—3 и 2—3:

$$\int_0^{\tau_i^0} \rho_i(\tau, \tau_i^0) d\tau = 8\pi^2 A \frac{h\nu_i}{c} \int_0^1 d\zeta \int_{-\infty}^{\infty} a(x) N_i(\zeta, x) J\left(\frac{\zeta}{a(x)}, \tau_i^0\right) dx, \quad (48)$$

где

$$J(z, \tau_i^0) = \frac{1}{4\pi Y_0(\tau_i^0)} z [X(z, \tau_i^0) - Y(z, \tau_i^0)]. \quad (49)$$

Отметим простое решение уравнений (46), получающееся при $N_i(\zeta, x) = N_i = \text{const}$:

$$\left. \begin{aligned} \tau_1^0 &= \frac{y_0}{1 + 2\pi\delta I_1 + \frac{\sigma_2 g_2}{\sigma_1 g_1} \frac{I_1}{I_2}} \\ \tau_2^0 &= \frac{y_0}{1 + 2\pi\delta I_1 + \frac{\sigma_2 g_2}{\sigma_1 g_1} \frac{I_1}{I_2}} \frac{\sigma_2 g_2 k_2}{\sigma_1 g_1 k_1} \frac{I_1}{I_2} \end{aligned} \right\} (50)$$

Здесь $\delta = \frac{g_1 + g_2 + g_3}{c\sigma_1 g_1}$; I_1 и I_2 — интенсивности падающего излучения в центрах линий.

Следует отметить, что иногда, не решая уравнений, определяющих τ_0 , можно предполагать, что истинная оптическая толщина слоя велика. В этом случае можно воспользоваться асимптотическими выражениями для функций Амбарцумяна, найденными в [6, 8, 10]. К сожалению, отсутствие таблиц X - и Y -функций не позволяет сделать вычисления, относящиеся к случаям, когда указанное выше условие не выполняется.

Автор благодарен академику В. А. Амбарцумяну и В. В. Иванову за критические замечания, сделанные при просмотре статьи.

Бюряканская астрофизическая
обсерватория

ON SOME NONLINEAR PROBLEMS OF RADIATIVE TRANSFER IN SPECTRAL LINES

V. Ju. TEREBIZH

The problem of diffusion of radiation in a plane-parallel isothermal layer of gas, consisting of two or three-level atoms is considered (in the last case transitions 1—2 are forbidden). The stimulated emission and the frequency redistribution are taken into account. The application of Ambartsumian's method of self-consistent optical depths reduces the problem to the solution of linear integral equations and to the determination of real optical thicknesses of a layer in the center of the lines from relations bounding the X - and Y -functions or their moments.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Амбарцумян, ДАН АрмССР, 38, 225, 1964.
2. В. А. Амбарцумян, ДАН АрмССР, 39, 159, 1964.

3. В. А. Амбарцумян, сб. "Теория звездных спектров", Наука, М., 1966.
4. А. Г. Никогосян, *Астрофизика*, 1, 285, 1965.
5. Н. Б. Енчибарян, *Астрофизика*, 1, 297, 1965.
6. В. В. Иванов, *Астрон. ж.*, 40, 257, 1963.
7. В. В. Соболев, *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет*, ГИТТЛ, М., 1956.
8. В. В. Соболев, *Астрон. ж.*, 34, 336, 1957.
9. Y. Sobouti, *Ap. J., Suppl. ser.*, 7, № 72, 1963.
10. В. В. Иванов, *Астрон. ж.*, 41, 1097, 1964.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

АВГУСТ, 1967

ВЫПУСК 3

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ФОРМУЛАХ ДЛЯ X И Y -ФУНКЦИЙ
В ТЕОРИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ
ИЗЛУЧЕНИЯ В ЛИНИИ

Д. И. НАГИРНЕР

Поступила 1 июня 1967

Исправлена 13 июля 1967

Изучается рассеяние резонансного излучения в плоском слое большой оптической толщины τ_0 . Считается, что происходит чистое рассеяние с полным перераспределением по частоте. Рассмотрены доплеровский контур коэффициента поглощения и контур, убывающий в крыле линии пропорционально некоторой степени частоты. Для функций $X(z, \tau_0)$ и $Y(z, \tau_0)$, через которые во многих случаях выражаются интенсивности выходящего излучения, при $\tau_0 \gg 1$ получены асимптотические формулы, охватывающие все значения аргумента z . В качестве примеров применения полученных асимптотик построены некоторые контуры линий излучения, а также найдены асимптотические выражения для среднего числа рассеяний в слое.

1. *Введение.* Приближение полного перераспределения по частоте, применяемое в теории многократного рассеяния света в спектральной линии, обладает рядом преимуществ по сравнению с другими описаниями этого физического явления. Указанное приближение ближе к действительности, чем предположение о неизменности частоты фотона при рассеянии [1]. Во многих случаях функция, дающая вероятность переизлучения кванта определенной частоты при полном перераспределении, близка к соответствующей функции при истинном перераспределении по частоте (см., например, [2]). Но для истинного перераспределения возможно лишь численное решение уравнений, в то время как предположение о полном перераспределении упрощает численное решение, а также позволяет развить математический аппарат, подобный тому, который применялся к монохроматическому рассеянию [1, 3, 4]. В частности, интенсивность излучения, выходящего из плоскопараллельной атмосферы, в большинстве задач, возникающих на

практике, может быть выражена через H -функцию, когда оптическая толщина атмосферы бесконечна [5, 6], и через X и Y -функции при конечной оптической толщине [7].

Что касается полубесконечной атмосферы, то для нее найдены в явном виде и резольвента основного интегрального уравнения и H -функция и изучены их свойства [5, 8]. Для доплеровского контура коэффициента поглощения H -функция табулирована [8]. С X и Y -функциями дело обстоит гораздо хуже, что объясняется невозможностью точного и трудностью численного решения уравнений для них, особенно при больших оптических толщинах слоя в центре линии τ_0 . Поэтому представляет интерес получение асимптотических формул для функций $X(z, \tau_0)$ и $Y(z, \tau_0)$. Такая задача решалась для монохроматического рассеяния В. В. Соболевым [10], В. В. Ивановым [11] и другими авторами, а для полного перераспределения по частоте В. В. Ивановым [11, 12]. В настоящей статье мы получим асимптотики $X(z, \tau_0)$ и $Y(z, \tau_0)$ при $\tau_0 \gg 1$ в случае чистого рассеяния, охватывающие все значения аргумента z .

2. *Основные уравнения. Постановка задачи.* Пусть в слое газа, состоящего из поглощающих и излучающих в спектральной линии атомов, распространяется излучение. Контур коэффициента поглощения, то есть отношение коэффициента поглощения в данной безразмерной частоте x к коэффициенту в центре линии, является заданной функцией $\alpha(x)$. В среде происходит чистое рассеяние с полным перераспределением по частоте. Если первичные источники излучают энергию пропорционально коэффициенту поглощения $\alpha(x)$, а полная мощность их на оптической глубине в центре линии τ равна $4\pi g(\tau)$, то задача об определении поля излучения в слое сводится к следующему интегральному уравнению [6]

$$S(\tau)' = g(\tau) + \frac{1}{2} \int_0^{\tau} K(|\tau - \tau'|) S(\tau') d\tau', \quad (1)$$

где $S(\tau)$ — функция источников, τ_0 — оптическая толщина слоя, а

$$K(\tau) = A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2(x) E_1[\tau\alpha(x)] dx. \quad (2)$$

Здесь $A = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) dx}$, а E_1 — интегральная показательная функция.

Уравнение вида (1) решалось численно для некоторых функций $g(\tau)$ Эйвреттом и Хаммером [13].

Ядро $K(\tau)$ можно привести к виду

$$K(\tau) = \int_0^{\infty} G(z) e^{-\frac{\tau}{z}} \frac{dz}{z}, \tag{3}$$

где

$$G(z) = \begin{cases} 2A \int_0^1 \alpha^2(x) dx & \text{при } z \leq 1, \\ 2A \int_{\lambda(z)}^{\infty} \alpha^2(x) dx & \text{при } z > 1, \end{cases} \tag{4}$$

а $\alpha(x(z)) = \frac{1}{z}$, и применить к исследованию уравнения (1) метод, развитый В. В. Соболевым [7] для таких ядер. Резольвента уравнения (1) выражается через функцию $\Phi(\tau, \tau_0)$, удовлетворяющую уравнению (1) с $g(\tau) = \frac{1}{2} K(\tau)$. Знание функции $\Phi(\tau, \tau_0)$ позволяет решить задачу о нахождении поля излучения и степени возбуждения в слое полностью.

В большинстве случаев достаточно найти выходящее излучение. Если источники в среде распределены по экспоненциальному закону,

то есть при $g(\tau) = e^{-\frac{\tau}{z_0}}$, интенсивности выходящего через границы слоя $\tau = 0$ и $\tau = \tau_0$ излучения просто выражаются через X и Y-функции [7]

$$\begin{aligned} I(0, \theta, x) &= Az_0 \frac{X(z, \tau_0) X(z_0, \tau_0) - Y(z, \tau_0) Y(z_0, \tau_0)}{z_0 + z}, \\ I(\tau_0, \theta, x) &= Az_0 \frac{X(z, \tau_0) Y(z_0, \tau_0) - X(z_0, \tau_0) Y(z, \tau_0)}{z_0 - z}, \end{aligned} \tag{5}$$

где $z = \frac{\cos \theta}{\alpha(x)}$, а θ — угол между направлением пучка выходящего излучения и нормалью к среде.

Как уже говорилось, для $X(z, \tau_0)$ и $Y(z, \tau_0)$ выведены различного рода уравнения и соотношения (см., например, [12]). Приведем основные из них для случая чистого рассеяния (вероятность выжива-

ния кванта при однократном рассеянии $\lambda = 1$). X и Y — функции удовлетворяют следующей системе уравнений

$$X(z, \tau_0) = 1 + \frac{1}{2} z \int_0^{\infty} \frac{X(z, \tau_0) X(z', \tau_0) - Y(z, \tau_0) Y(z', \tau_0)}{z' + z} G(z') dz', \quad (6)$$

$$Y(z, \tau_0) = e^{-\frac{z}{z}} + \frac{1}{2} z \int_0^{\infty} \frac{X(z, \tau_0) Y(z', \tau_0) - X(z', \tau_0) Y(z, \tau_0)}{z' - z} G(z') dz'.$$

Другие уравнения для X и Y являются интегродифференциальными

$$\frac{\partial X(z, \tau_0)}{\partial \tau_0} = Y(z, \tau_0) \Phi(\tau_0, \tau_0), \quad (7)$$

$$\frac{\partial Y(z, \tau_0)}{\partial \tau_0} = -\frac{1}{z} Y(z, \tau_0) + X(z, \tau_0) \Phi(\tau_0, \tau_0),$$

причем $\Phi(\tau_0, \tau_0)$ выражается через $Y(z, \tau_0)$:

$$\Phi(\tau_0, \tau_0) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} Y(z, \tau_0) G(z) \frac{dz}{z}. \quad (8)$$

X и Y — функции связаны некоторыми интегральными соотношениями, а именно

$$\int_0^{\infty} X(z, \tau_0) G(z) dz + \int_0^{\infty} Y(z, \tau_0) G(z) dz = X_0(\tau_0) + Y_0(\tau_0) = 2, \quad (9)$$

$$\int_0^{\infty} [X(z, \tau_0) - Y(z, \tau_0)] z G(z) dz = \tau_0 Y_0(\tau_0). \quad (10)$$

Отметим граничные значения

$$X(z, \infty) = H(z), \quad Y(z, \infty) = 0, \quad (11)$$

а также

$$X(\infty, \tau_0) = Y(\infty, \tau_0) = \frac{1}{Y_0(\tau_0)} < \infty. \quad (12)$$

Если функции $X(z, \tau_0)$ и $Y(z, \tau_0)$ с помощью уравнений (6) продолжить на всю комплексную плоскость, то может быть получено соотношение между ними [14]

$$X(-z, \tau_0) = e^{\frac{\tau_0}{z}} Y(z, \tau_0). \quad (13)$$

Систему (7) также можно рассматривать при любых комплексных z . В частности, из любого из уравнений (7) и соотношения (12) следует

$$\frac{dX(\infty, \tau_0)}{d\tau_0} = X(\infty, \tau_0) \Phi(\tau_0, \tau_0). \quad (14)$$

Мы хотим получить асимптотические формулы для $X(z, \tau_0)$ и $Y(z, \tau_0)$ при больших τ_0 . Но прежде выясним, какого рода формулы следует ожидать. Для любого конечного z функция $X(z, \tau_0)$ стремится при $\tau_0 \rightarrow \infty$ к функции $H(z)$. Однако стремление это неравномерное, так как $X(\infty, \tau_0)$ величина конечная, а $H(z) \rightarrow +\infty$ при $z \rightarrow +\infty$. Поэтому, вообще говоря, не следует ожидать, что условие (11) обеспечит асимптотическую формулу для $X(z, \tau_0)$, годную при всех z . Это условие подходит для получения асимптотики для всех z , которые не слишком велики по сравнению с τ_0 . Напротив, условие (12) конечности $X(\infty, \tau_0)$ будет соответствовать случаю, когда z не очень мало по сравнению с τ_0 . В промежуточной области, то есть при z , примерно равных τ_0 , обе формулы должны давать один и тот же результат с одинаковой точностью. Это условие, как и связь $X(\infty, \tau_0)$ с $Y_0(\tau_0)$, позволяет найти асимпотику $X(\infty, \tau_0)$. Указанное обстоятельство сильно отличает случай рассеяния с перераспределением по частоте от монохроматического, где соответствующие функции (функции Амбарцумяна $\varphi(\mu)$, $\varphi(\mu, \tau_0)$ и $\psi(\mu, \tau_0)$) достаточно найти лишь для значений аргумента, заключенных между нулем и единицей.

3. *Асимптотическое поведение функции $\Phi(\tau_0, \tau_0)$.* Перейдем теперь непосредственно к поставленной задаче. Оказывается, что сравнительно более легким является получение асимптотики для функции $\Phi(\tau_0, \tau_0)$. В недавней работе В. В. Соболева [15] непосредственно из основного интегрального уравнения получены простые неравенства, дающие довольно точные оценки числа рассеяний кванта в слое толщиной τ_0 . Из них, в частности, следует, что для числа рассеяний кванта, поглощенного на глубине $\tau = 0$ (эта величина равна $X(\infty, \tau_0)$), справедлива формула

$$X(\infty, \tau_0) \sim \frac{c}{\sqrt{L(\tau_0)}}, \quad (15)$$

где c — постоянная, зависящая от коэффициента поглощения линии, а

$$L(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} K(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} G(z) e^{-\frac{\tau}{z}} dz. \quad (16)$$

Для постоянных c в [15] в наиболее важных случаях получены границы возможного их численного значения. С помощью (14) отсюда получаем, что

$$\Phi(\tau_0, \tau_0) \sim -\frac{1}{2} \frac{d \ln L(\tau_0)}{d\tau_0}. \quad (17)$$

Нас будут интересовать главным образом лоренцовский ($\alpha_L(x) = \frac{1}{1+x^2}$) и доплеровский ($\alpha_D(x) = e^{-x^2}$) контуры коэффициентов поглощения. Для них функции $L(\tau)$ хорошо изучены (см., например, [16]). В частности, при $\tau \gg 1$

$$L_L(\tau) \sim \frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}}, \quad L_D(\tau) \sim \frac{1}{2\sqrt{\pi} \tau \sqrt{\ln \tau}}. \quad (18)$$

Отсюда немедленно вытекает

$$\Phi_L(\tau_0, \tau_0) \sim \frac{1}{4\tau_0}, \quad \Phi_D(\tau_0, \tau_0) \sim \frac{1}{2\tau_0}. \quad (19)$$

Отметим, что при монохроматическом рассеянии [17]

$$\Phi_M(\tau_0, \tau_0) = \frac{1}{\tau_0 + 1.4209} \sim \frac{1}{\tau_0}. \quad (20)$$

Рассмотрим также некоторый общий случай, когда при больших значениях безразмерной частоты x коэффициент поглощения убывает по степенному закону, то есть пропорционален $\frac{1}{x^2}$, где $x > 1$. Легко показать, что тогда справедливо соотношение

$$G(z) \sim A_0 z^{-2\gamma-1} \text{ при } z \gg 1, \quad (21)$$

причем $0 < 2\gamma = \frac{x-1}{x} < 1$. Тогда при $\tau \gg 1$

$$L(\tau) \sim \frac{A_0 \Gamma(2\gamma)}{\tau^{2\gamma}}, \quad (22)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция. Все эти случаи можно объединить (γ — любое):

$$\Phi(\tau_0, \tau_0) \sim \frac{\gamma}{\tau_0} \tag{23}$$

4. *Асимптотические формулы для X(z, τ₀) и Y(z, τ₀).* Теперь мы можем воспользоваться уравнениями (7), где неизвестными являются только X(z, τ₀) и Y(z, τ₀). Рассмотрим сперва случай, когда z не ≫ τ₀. Подставляя (23) в (7), получим систему, где z является параметром. Поэтому вместо τ₀ введем новую переменную $t = \frac{\tau_0}{z}$ и будем производную по t отмечать штрихом:

$$X' = \frac{\gamma}{t} Y, \tag{24}$$

$$Y' = -Y + \frac{\gamma}{t} X.$$

В соответствии со сказанным выше мы должны добавить условия при $t = \infty$, то есть (11). Однако эта точка является особой для системы (24), поэтому приходится пользоваться еще и соотношением (13) между X и Y — функциями, которое не противоречит системе. Система (24) сводится к уравнению

$$t^2 X'' + t(t + 1) X' - \gamma^2 X = 0, \tag{25}$$

решение которого может быть выражено через функции Уиттекера $W_{k, \gamma}(t)$ [18]. Учитывая начальные условия (11) и соотношение (13), находим

$$X(z, \tau_0) = H(z) (-t)^{-1/2} e^{-\frac{t}{2}} W_{1/2, \gamma}(-t) - \gamma H(-z) t^{-1/2} e^{-\frac{t}{2}} W_{-1/2, \gamma}(t), \tag{26}$$

$$Y(z, \tau_0) = -\gamma H(z) (-t)^{-1/2} e^{-\frac{t}{2}} W_{-1/2, \gamma}(-t) + H(-z) t^{-1/2} e^{-\frac{t}{2}} W_{1/2, \gamma}(t),$$

где

$$W_{k, \gamma}(t) = \frac{t^k e^{-\frac{t}{2}}}{\Gamma\left(\frac{1}{2} - k + \gamma\right)} \int_0^\infty u^{-k-1/2+\gamma} \left(1 + \frac{u}{t}\right)^{k-1/2+\gamma} e^{-u} du, \tag{27}$$

а $t = \frac{\tau_0}{z}$.

Найденное решение требует некоторых пояснений. При нецелых γ и вещественных положительных t функции $W_{k, \gamma}(-t)$ ветвятся. В

соответствии с рекомендациями книги Уиттекера и Ватсона [18] в этом случае необходимо брать полусумму решений, отвечающих значениям $t + i0$ и $t - i0$. Аналогично, функция $H(-z)$ имеет линией ветвления положительную часть вещественной оси. Здесь тоже надо взять полусумму для $z + i0$ и $z - i0$. При этом нужно пользоваться уравнением для H -функции [5]

$$H(z)H(-z)[1 - u(z)] = 1, \quad (28)$$

где

$$u(z) = z^2 \int_0^{\infty} \frac{G(z')}{z^2 - z'^2} dz'. \quad (29)$$

Из него с помощью формул Сохоцкого для интегралов типа Коши [19], так же, как в [8], получаем

$$H(-z \mp i0) = \frac{1}{1 - u(z) \mp i \frac{\pi^2}{4} z G(z)} \frac{1}{H(z)}. \quad (30)$$

Отделить вещественную часть не представляет труда. Таким образом для вещественных $z > 0$ имеем

$$H(-z) = \frac{1 - u(z)}{[1 - u(z)]^2 + \frac{\pi^2}{4} z^2 G^2(z)} \cdot \frac{1}{H(z)}, \quad (31)$$

причем интеграл $u(z)$ понимается в смысле главного значения по Коши.

Таким образом, равенства (26) представляют собой асимптотические формулы, годные при z , не слишком больших по сравнению с τ_0 (то есть при t не $\ll 1$).

В противоположном случае, когда t не $\gg 1$, мы пользуемся условием (12). Для облегчения выкладок введем его явно (как это было сделано в [11]):

$$X(z, \tau_0) = X(\infty, \tau_0) f_1, \quad Y(z, \tau_0) = X(\infty, \tau_0) f_2. \quad (32)$$

Подставляя (32) в (7) и пользуясь (14), найдем систему дифференциальных уравнений для функций f_1 и f_2 (производная берется по t):

$$\begin{aligned} f_1' &= -\frac{\gamma}{t} (f_1 - f_2), \\ f_2' &= \frac{\gamma}{t} (f_1 - f_2) - f_2. \end{aligned} \quad (33)$$

Начальные условия для f_1 и f_2 имеют весьма простой вид

$$f_1 = f_2 = 1 \text{ при } t = 0. \quad (34)$$

Точка $t = 0$ также особая для системы (33). Здесь мы опять в качестве дополнительного условия используем (13). Система (33) сводится к уравнению

$$t f_1' + (t + 2\gamma + 1) f_1 + \gamma f_1 = 0, \quad (35)$$

решения которого также могут быть выражены через функции Уиттекера. Они дают асимптотики X и Y -функций для z , не меньших по порядку величины, чем τ_0 , то есть для t не $\gg 1$. К сожалению, в общем случае (для произвольного γ) написать решение затруднительно, поэтому мы этого делать не будем.

5. Частные случаи рассеяния.

а. При монохроматическом рассеянии $\gamma = 1$ и решения (26) выражаются через элементарные функции и функцию $\varphi(z)$:

$$\varphi(z, \tau_0) = \varphi(z) \left(1 - \frac{1}{t}\right) - \varphi(-z) \frac{e^{-t}}{t}, \quad (36)$$

$$\psi(z, \tau_0) = \varphi(z) \frac{1}{t} + \varphi(-z) e^{-1} \left(1 + \frac{1}{t}\right).$$

Эти формулы очень близки к найденным в [11] другим путем. Можно было бы из уравнений (7) получить формулы, совпадающие с теми, которые выведены в [11], если взять для $\Phi_M(\tau_0, \tau_0)$ первую формулу в (20). Равенства (36), как легко убедиться, справедливы при любых z и из них может быть получено и второе решение [11].

б. Для доплеровского контура $\gamma = \frac{1}{2}$. Исходя из (26) решения можно выразить через бесселевы функции от чисто мнимого аргумента ($K_n\left(\frac{t}{2}\right)$ определены согласно книге [18]):

$$X_D(z, \tau_0) = H_D \frac{\sqrt{\pi t}}{2} e^{-\frac{1}{2}} \left[I_0\left(\frac{t}{2}\right) + I_1\left(\frac{t}{2}\right) \right] + \\ + H_D(-z) \frac{\sqrt{t}}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{1}{2}} \left[K_0\left(\frac{t}{2}\right) + K_1\left(\frac{t}{2}\right) \right], \quad (37)$$

$$Y_D(z, \tau_0) = H_D(z) \frac{\sqrt{\pi t}}{2} e^{-\frac{t}{2}} \left[I_0\left(\frac{t}{2}\right) - I_1\left(\frac{t}{2}\right) \right] + \\ + H_D(-z) \frac{\sqrt{t}}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{t}{2}} \left[K_0\left(\frac{t}{2}\right) - K_1\left(\frac{t}{2}\right) \right].$$

Функция $G_D(z)$ просто связана с функцией вероятностей, таблица функции $U_D(z)$, входящей в выражение (31) для $H_D(-z)$, будет опубликована в скором времени. Свойства этих функций изучены в работе [16].

Формулы (37) верны только, если z не $\gg \tau_0$. К пределу при $z \rightarrow \infty$ в них перейти нельзя. В противоположном случае (z не $\ll \tau_0$) из уравнения (35), учитывая (32) и (13), имеем:

$$X_D(z, \tau_0) = X_D(\infty, \tau_0) e^{-\frac{t}{2}} \left[I_0\left(\frac{t}{2}\right) + I_1\left(\frac{t}{2}\right) \right], \quad (38)$$

$$Y_D(z, \tau_0) = X_D(\infty, \tau_0) e^{-\frac{t}{2}} \left[I_0\left(\frac{t}{2}\right) - I_1\left(\frac{t}{2}\right) \right].$$

Решения (38) были получены ранее в работе [11] В. В. Ивановым, где была высказана идея замены в (7) функции $\Phi(\tau_0, \tau_0)$ ее асимптотикой.

Величина $X(\infty, \tau_0)$ пока осталась неопределенной. Для ее нахождения воспользуемся тем, что в области, где z порядка τ_0 , оба решения должны совпадать. Асимптотические свойства входящих в (37) функций известны: при $z \gg 1$

$$1 - u_D(z) \sim -\frac{\pi^{1/2}}{16z \ln^{3/2} z}, \quad H_D(z) \sim \frac{2}{\pi^{1/2}} z^{1/2} \ln^{1/2} z, \quad (39)$$

$$z G_D(z) \sim \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{z \sqrt{\ln z}}, \quad H_D(-z) \sim -\frac{\pi^{1/2}}{2} z^{1/2} \ln^{-3/2} z.$$

Приравняем выражения для $X_D(z, \tau_0)$, даваемые (37) и (38), и подставим в правую часть (37) $z = \frac{\tau_0}{t}$. Считая τ_0 и $\frac{\tau_0}{t}$ большими и учитывая асимптотики $H_D\left(\frac{\tau_0}{t}\right)$ и $H_D\left(-\frac{\tau_0}{t}\right)$, найдем, что второй член в правой части (37) по порядку величины меньше первого. Отсюда получаем

$$X_D(\infty, \tau_0) \sim \frac{2}{\pi^{1/2}} \frac{\tau_0^{1/2}}{\sqrt{t}} [\ln \tau_0 - \ln t]^{1/2} \frac{\sqrt{\pi t}}{2} \sim \pi^{1/2} \tau_0^{1/2} \ln^{1/2} \tau_0. \quad (40)$$

Последнее приближение справедливо, если $|\ln t| \ll \ln \tau_0$, или $1/\tau_0 \ll t \ll \tau_0$, то есть в довольно широких пределах (τ_0 велико). Таким образом оба решения совпадают, если $1 \ll z \ll \tau_0^2$. Из них, в частности, получаются и различные предельные случаи формул для X и Y-функций, найденные в работе [12].

Заметим, что вторым членом в (37) можно всегда пренебречь. Таким образом, для доплеровского контура мы можем пользоваться формулами (38) и (40) при всех z, кроме тех значений, для которых несправедливы асимптотические формулы (39). В этой области в (38) величину $X_D(\infty, \tau_0)$ надо заменить на $H_D(z) \cdot \frac{\sqrt{\pi t}}{2}$.

в. Наконец, рассмотрим случай (21), то есть $0 < \gamma < 1/2$. Из решения (26), пользуясь соотношениями, приведенными в [18], можно получить следующие выражения для X и Y-функций (выкладки элементарны, хотя довольно утомительны):

$$X(z, \tau_0) = \frac{H(z)}{\sqrt{t}} e^{-\frac{t}{2}} \cos \pi \gamma \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \gamma\right)}{2^{2\gamma+1} \sqrt{\pi}} M_{-1/2, \gamma}(t) + \right. \\ \left. + \frac{\Gamma(2\gamma)}{\Gamma(\gamma)} M_{-1/2, -\gamma}(t) \right] + \frac{H(-z)}{\sqrt{t}} e^{-\frac{t}{2}} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \gamma\right)}{2^{2\gamma+1} \sqrt{\pi}} M_{-1/2, \gamma}(t) - \right. \\ \left. - \frac{\Gamma(2\gamma)}{\Gamma(\gamma)} M_{-1/2, -\gamma}(t) \right], \quad (41)$$

$$Y(z, \tau_0) = \frac{H(z)}{\sqrt{t}} e^{-\frac{t}{2}} \cos \pi \gamma \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \gamma\right)}{2^{2\gamma+1} \sqrt{\pi}} M_{1/2, \gamma}(t) - \right. \\ \left. - \frac{\Gamma(2\gamma)}{\Gamma(\gamma)} M_{1/2, -\gamma}(t) \right] + \frac{H(-z)}{\sqrt{t}} e^{-\frac{t}{2}} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \gamma\right)}{2^{2\gamma+1} \sqrt{\pi}} M_{1/2, \gamma}(t) + \right. \\ \left. + \frac{\Gamma(2\gamma)}{\Gamma(\gamma)} M_{1/2, -\gamma}(t) \right].$$

Функция $M_{k, \gamma}(t)$ подробно изучается в книге [18]. Все же она не является общеизвестной, поэтому мы приведем для нее некоторые формулы. Определяется $M_{k, \gamma}(t)$ равенством

$$M_{k, \gamma}(t) = t^{\gamma+1/2} e^{-\frac{t}{2}} \left[1 + \frac{\frac{1}{2} + \gamma - k}{(2\gamma + 1) 1!} t + \right. \\ \left. + \frac{\left(\frac{1}{2} + \gamma - k\right) \left(\frac{3}{2} + \gamma - k\right)}{(2\gamma + 1)(2\gamma + 2) 2!} t^2 + \dots \right], \quad (42)$$

с помощью которого она может быть вычислена для не очень больших t . При больших t справедлива асимптотическая формула

$$M_{k, \gamma}(t) \sim \frac{\Gamma(2\gamma + 1)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \gamma - k\right)} t^{-k} e^{\frac{t}{2}}. \quad (43)$$

Кроме того

$$t^{-\gamma-\frac{1}{2}} M_{k, \gamma}(t) = (-t)^{-\gamma-\frac{1}{2}} M_{-k, \gamma}(-t). \quad (44)$$

Второе решение (t не $\gg 1$) получается из первого (41) предельным переходом, когда $z \rightarrow \infty$. При этом нужно воспользоваться асимптотиками функций $H(z)$ и $H(-z)$. Легко показать, что при (21) выполняются соотношения:

$$1 - u(z) \sim \frac{\pi A_0}{2} \operatorname{ctg} \pi \gamma \cdot \frac{1}{z^{2\gamma}}, \quad (45)$$

$$H(z) \sim \sqrt{\frac{2 \sin \pi \gamma}{\pi A_0}} \cdot z^\gamma, \quad H(-z) \sim \cos \pi \gamma \sqrt{\frac{2 \sin \pi \gamma}{\pi A_0}} \cdot z^\gamma.$$

С помощью этих формул находим, что при z не $\ll \tau_0$

$$X(z, \tau_0) = X(\infty, \tau_0) e^{-\frac{t}{2}} t^{-\gamma-1/2} M_{-1/2, \gamma}(t), \quad (46) \\ Y(z, \tau_0) = X(\infty, \tau_0) e^{-\frac{t}{2}} t^{-\gamma-1/2} M_{1/2, \gamma}(t),$$

где

$$X(\infty, \tau_0) \sim \cos \pi \gamma \sqrt{\frac{2 \sin \pi \gamma}{\pi A_0} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \gamma\right)}{2^{2\gamma} \sqrt{\pi}} \tau_0^{-\gamma}}. \quad (47)$$

Из рассмотренного общего случая формулы для лоренцовского и фойгтовского коэффициентов поглощения получаются подстановкой [16]

$$\gamma = \frac{1}{4}, \quad A_0^L = \frac{2}{3\pi}, \quad A_0^V = \frac{2}{3\pi} \sqrt{\pi a U(a, 0)}. \quad (48)$$

и соответствующих *H*-функций. В частности:

$$X_L(\infty, \tau_0) \sim \left(\frac{9}{2}\right)^{1/4} \tau_0^{1/4} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)}{2 \sqrt{\pi}}. \quad (49)$$

Таблицы $H_L(z)$ и $H_V(z)$ будут опубликованы в одной из следующих работ, формулы для функций $u_L(z)$ и $G_L(z)$ приведены в [16] (это функции элементарные).

6. Некоторые замечания. При рассеянии с лоренцовским контуром коэффициента поглощения (и в более общем случае (21)), как и при монохроматическом, асимптотические формулы, выражающие *X* и *Y*-функции через соответствующие *H*-функции, оказались годными для всех *z* и даже при $z = \infty$. В этом смысле доплеровский контур является исключением. По-видимому, это связано с характером точки ветвления $z = \infty$ функции $H_D(z)$.

Для многих целей достаточно более простого второго решения. Так, например, при вычислении интеграла, входящего в равенство (10), получается правильный результат, если вместо *X* и *Y* подставить функции (38) и (46). В то же время вычисление $\Phi(\tau_0, \tau_0)$ по формуле (8) с помощью (38) и (46) приводит к неверным результатам, хотя и здесь можно произвести это вычисление правильно, действуя более аккуратно. Тогда мы, конечно, получим равенства (19) и (23). Для этого надо воспользоваться уравнением, связывающим $\Phi(\tau_0, \tau_0)$ с $\Phi(\tau)$ — резольвентой интегрального уравнения, описывающего рассеяние в полубесконечной среде (см., например, [12]):

$$\Phi(\tau_0, \tau_0) = \Phi(\tau_0) - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \Phi(\tau_0 + t) dt \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{z}} G(z) X(z, \tau_0) \frac{dz}{z}. \quad (50)$$

Интегрируя во внешнем интеграле два раза по частям и делая небольшие преобразования, получим равенство

$$\begin{aligned} \Phi(\tau_0, \tau_0) &= \frac{1}{2} \Phi(\tau_0) Y_0(\tau_0) - \frac{1}{2} \Phi'(\tau_0) \tau_0 Y_0(\tau_0) - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \Phi'(\tau_0 + t) dt \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{z}} Y(z, \tau_0) G(z) dz - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \Phi''(\tau_0 + t) dt \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{z}} [X(z, \tau_0) - Y(z, \tau_0)] z G(z) dz. \end{aligned} \quad (51)$$

Подставим сюда асимптотики для $X_D(z, \tau_0)$ и $Y_D(z, \tau_0)$ при z не $\ll \tau_0$, то есть формулы (38), а также формулу для $G_D(z)$ из (39) и асимптотику $\Phi_D(z)$ при $\lambda = 1$, полученную в [20],

$$\Phi_D(\tau_0 + t) \sim 2\pi^{-1/2} (\tau_0 + t)^{-1/2} \ln^{1/2}(\tau_0 + t) \sim 2\pi^{-1/2} (\tau_0 + t)^{-1/2} \ln^{1/2} \tau_0. \quad (52)$$

Если получившиеся интегралы, содержащие бесселевы функции, вычислить точно и воспользоваться равенством (12), то придем ко второй формуле в (19).

Аналогичную операцию можно проделать и в случае, когда справедлива формула (21). Тогда с помощью (45) легко вывести, что при $\tau \gg 1$ и $\lambda = 1$

$$\Phi(\tau) \sim \sqrt{\frac{2 \sin \pi \gamma}{\pi A_0}} \frac{1}{\Gamma(\gamma) \tau^{1-\gamma}}. \quad (53)$$

Пользуясь этим, также можно убедиться, что равенство (23) и при $0 < \gamma < \frac{1}{2}$ выполняется. (Выкладки мы не приводим, так как они ничего нового не дают).

При выводе асимптотик все время в этой статье считалось, что вероятность выживания кванта λ точно равна 1. Однако полученные формулы могут применяться и для значений λ , близких к 1. Как показано в [20], истинным поглощением в слое можно пренебречь и рассеяние считать чистым, если выполняется условие

$$\frac{L(\tau_0)}{1 - \lambda} \gg 1, \quad (54)$$

где при $\tau_0 \gg 1$ для функции $L(\tau_0)$ можно воспользоваться асимптотиками (18) и (22). Аналогичный критерий был установлен в [13] на основе данных численного решения уравнения (1).

Для случая, когда справедливо противоположное неравенство, то есть если слой настолько толстый, что процессы истинного поглощения в нем играют определяющую роль, основные асимптотики для $X(z, \tau_0)$ и $Y(z, \tau_0)$ при доплеровском коэффициенте поглощения были получены ранее во много раз уже цитировавшихся работах В. В. Иванова [11, 12]. При $\lambda = 1$ в [11] были найдены асимптотики (38), а в [12] предельный случай (37) при $z \ll \tau_0$, а также асимптотика $X_D(\infty, \tau_0)$. При этом для нахождения $X_D(\infty, \tau_0)$ использовалась связь между $X(\infty, \tau_0)$, $Y_0(\tau_0)$ и $\Phi(\tau_0, \tau_0)$, то есть равенства (12) и (14). В качестве третьего уравнения было взято (51), причем в правой части его было оставлено только первое слагаемое. Вычисление остальных членов показывает, что этого делать нельзя, так как все слагаемые имеют один порядок. Повтому асимптотика $X_D(\infty, \tau_0)$, полученная в [12], при правильной функциональной форме содержала неверный численный множитель, что отмечалось Хаммером [13]. Правые части в формулах (38), (58) и (62) работы [12] должны быть домножены на $\pi/2$, в формуле (42) на $2/\pi$, а в (71) на $\pi^2/4$. В то же время асимптотика $\Phi(\tau_0, \tau_0)$ была найдена правильно, так как из (14) видно, что ошибка на численный множитель или даже степень $\ln \tau_0$ в $X(\infty, \tau_0)$ не влияет на $\Phi(\tau_0, \tau_0)$.

7. Примеры применения полученных результатов.

а. Профили спектральных линий. В качестве одного из примеров использования полученных асимптотик построим теоретические профили спектральных линий при равномерном распределении источников в толстом слое ($g(\tau) = 1$ в уравнении (1)). Переходя в формулах (5) к пределу при $z_0 \rightarrow \infty$, найдем, что в этом случае

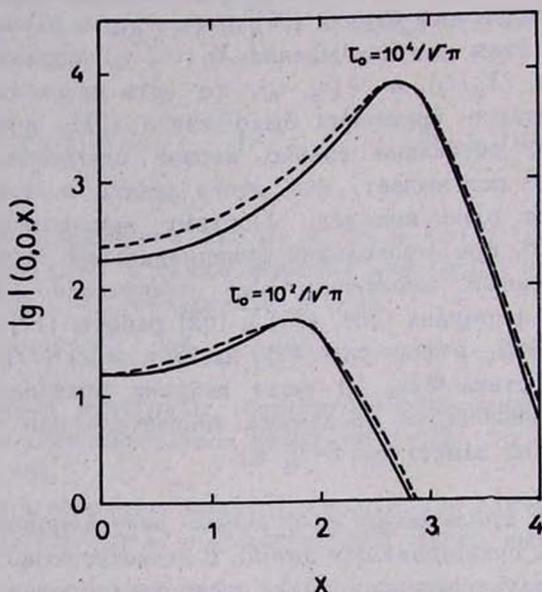
$$I(0, \theta, x) = I(\tau_0, \theta, x) = AX(\infty, \tau_0) [X(z, \tau_0) - Y(z, \tau_0)]. \quad (55)$$

Примем для простоты, что коэффициент поглощения в линии доплеровский, а излучение выходит по нормали к среде, то есть $\theta = 0$. Тогда

$$I(0, 0, x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\pi}} X_D(\infty, \tau_0) H_D(e^x) \frac{\sqrt{\pi t}}{2} \cdot 2e^{-\frac{t}{2}} I_1\left(\frac{t}{2}\right), & t \text{ не } \ll 1, \\ \frac{1}{\sqrt{\pi}} X_D^2(\infty, \tau_0) \cdot 2e^{-\frac{t}{2}} I_1\left(\frac{t}{2}\right), & t \text{ не } \gg 1, \end{cases} \quad (56)$$

где $t = \tau_0 e^{-x^2}$. Возьмем $\tau_0 = \frac{10^4}{\sqrt{\pi}}$ и $\tau_0 = \frac{10^2}{\sqrt{\pi}}$ и вычислим для сравнения интенсивность по обеим формулам. Соответствующие кривые

приведены на рисунке. Контурсы линий представляют сплошные кривые, пунктиром изображены кривые, соответствующие второй формуле при $z < \tau_0$ и первой при $z > \tau_0$. Из рисунка видно, что вторая формула в ядре линии, а первая в крыле дают для интенсивности несколько завышенные значения, в районе же максимума кривые совпадают.



Контурсы линий выходящего излучения при равномерном распределении источников в слое и доплеровском коэффициенте поглощения.

Полученные контурсы можно сопоставить с рассчитанными для $\lambda = 1 - 10^{-6}$ в работе [13] после численного решения уравнения (1). Хотя при $\lambda = 1 - 10^{-6}$ происходит не чистое рассеяние, условие (54) при выбранных нами оптических толщинах выполняется. При сравнении надо иметь в виду, что в [13] было взято $g(\tau) = \sqrt{\pi} (1 - \lambda)$, и следовательно, интенсивности там в $\frac{10^6}{\sqrt{\pi}}$ раз меньше. Если учесть это обстоятельство, то оказывается, что соответствующие контурсы линий, полученные с помощью (56) и численных расчетов [13], на рисунке не отличимы везде кроме максимума, где они различаются примерно на 5 процентов от значения интенсивности.

6. *Среднее число рассеяний.* Полученные результаты позволяют также найти асимптотическое поведение среднего числа рассеяний кванта при полном перераспределении по частоте в плоском слое

большой оптической толщины (при чистом рассеянии). Рассмотрим два случая.

Если источники излучения находятся на границе слоя, оптической толщины τ_0 , то как уже говорилось, среднее число рассеяний таких квантов равно $X(\infty, \tau_0)$. Следовательно, при больших τ_0 мы можем пользоваться формулами (40), (47) и (49). В частности,

$$X_D(\infty, \tau_0) = 1.331 \cdot \tau_0^{-1/2} \ln^{1/2} \tau_0, \quad X_L(\infty, \tau_0) = 1.490 \cdot \tau_0^{1/2}. \quad (57)$$

Согласно результатам работы [15] приведенные численные коэффициенты должны находиться соответственно в пределах от 0.8 до 1.9 и от 1.2 до 1.6. Мы видим, что истинные значения лежат приблизительно посередине между указанными границами.

Среднее число рассеяний квантов при равномерно распределенных в слое источниках $N_{cp}(\tau_0)$, как показано в [12], равно

$$N_{cp}(\tau_0) = \frac{1}{\tau_0} \lim_{z \rightarrow \infty} X(\infty, \tau_0) z [X(z, \tau_0) - Y(z, \tau_0)]. \quad (58)$$

Используя формулы (38) и (46), получаем для этой важной величины при $\tau_0 \gg 1$ в случае доплеровского и лоренцовского контуров

$$N_{cp}^D(\tau_0) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \tau_0 \ln^{1/2} \tau_0, \quad N_{cp}^L(\tau_0) = \frac{\Gamma^2\left(\frac{1}{4}\right)}{2\sqrt{2} \pi} \tau_0^{1/2}. \quad (59)$$

Численные значения коэффициентов последних равенств 0.8862 и 1.479 также попадают примерно в середину интервалов, указанных для них в [15], а именно (0.3; 1.8) и (0.9; 1.8).

Приведенные в этом разделе формулы для среднего числа рассеяний согласуются с результатами расчетов [13]. Так при $\lambda = 1 - 10^{-6}$ и $\tau_0 = \pi^{-1/2} \cdot 10^4$ (в этом случае условие (54) выполняется) из опубликованных в [13] данных находим $X_D(\infty, \tau_0) = 1.8 \cdot 10^2$ и $N_{cp}^D(\tau_0) = 1.34 \cdot 10^4$. По формулам (57) и (59) для этих величин получаем соответственно $1.73 \cdot 10^2$ и $1.47 \cdot 10^4$.

В заключение отметим, что очень интересной, хотя, по-видимому, и очень трудной задачей является получение асимптотических формул, связывающих резольвенты основных интегральных уравнений для рассеяния с полным перераспределением в полубесконечном $\Phi(\tau)$ и конечном $\Phi(\tau, \tau_0)$ слоях. Для монохроматического рассеяния такие формулы были получены В. В. Соболевым [17].

ON THE ASYMPTOTIC FORMULAE FOR THE X - AND Y -FUNCTIONS IN THE THEORY OF MULTIPLE SCATTERING IN A SPECTRAL LINE

D. I. NAGIRNER

The scattering of resonance radiation in a plane-parallel layer of large optical thickness τ_0 is studied. The scattering is assumed to be conservative with the complete redistribution in frequency. The profiles of the absorption coefficient considered are the Doppler one and the profile decreasing in the line wings as a power of frequency. The asymptotic ($\tau_0 \gg 1$) formulae are found for the functions $X(z, \tau_0)$ and $Y(z, \tau_0)$ in terms of which the emergent intensities can be expressed. The asymptotics are valid for arbitrary z . To illustrate the results the line profiles and the mean number of scatterings of a quantum in an optically thick isothermal gas layer are found.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, 1956.
2. D. J. Hummer, MN, 125, 21, 1962.
3. В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. I, АН АрмССР, Ереван, 1960.
4. С. Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, М., 1953.
5. В. В. Соболев, Астрон. ж., 26, 564, 1959.
6. В. В. Иванов, Уч. зап. ЛГУ, № 307 (Тр. Астр. обс. ЛГУ, XIX), 52, 1962.
7. В. В. Соболев, Изв. АН АрмССР, (серия физ.-мат. наук) 11, № 5, 39, 1958.
8. Д. И. Нагирнер, Астрон. ж., 41, 669, 1964.
9. В. В. Иванов, Д. И. Нагирнер, Астрофизика, 1, 143, 1965.
10. В. В. Соболев, Астрон. ж., 34, 336, 1957.
11. В. В. Иванов, Астрон. ж., 41, 1097, 1964.
12. В. В. Иванов, Астрон. ж., 40, 257, 1963.
13. E. H. Avrett, D. J. Hummer, MN, 130, 295, 1965.
14. T. W. Mullikin, Ap. J., 136, 627, 1962.
15. В. В. Соболев, Астрофизика, 3, 137, 1967.
16. Д. И. Нагирнер, В. В. Иванов, Астрофизика, 2, 147, 1966.
17. В. В. Соболев, ДАН СССР, 155, 336, 1964.
18. Э. Уиттекер, Дж. Ватсон, Курс современного анализа, т. 2, Физматгиз, М., 1963.
19. Ф. Д. Гахов, Краевые задачи, Физматгиз, М., 1963.
20. В. В. Иванов, сб. "Теория звездных спектров", Наука, М., 1966.

К ОБОБЩЕННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ НЬЮТОНА

Г. С. СААКЯН, М. А. МНАЦАКАНЯН

Поступила 31 марта 1967

Рассмотрен ньютоновский вариант обобщенной теории гравитации (теории с переменной κ). Найдены внутренние решения для конфигураций из несжимаемой жидкости.

1. Гипотеза Дирака о медленном изменении гравитационной постоянной со временем [1—2] послужила стимулом Иордану и его сотрудникам для развития нового варианта теории тяготения, названного ими обобщенной теорией тяготения [3—11] (см. также [12—13]). В этой теории гравитационное поле характеризуется одиннадцатью функциями координат и времени, а именно, компонентами метрического тензора g_{ik} и $\kappa = 8\pi k/c^2$, где k — „постоянная“ тяготения Ньютона.

В настоящей статье рассматривается ньютоновский вариант теории Иордана. Нас особенно интересуют внутренние решения уравнений гравитационного поля. Насколько нам известно, такие решения ранее не были получены, между тем, именно они могут представлять значительный интерес для астрофизики. Ньютоновское приближение мы сознательно будем применять и для случая сильных полей, где, строго говоря, оно неприменимо; полученные при этом результаты, разумеется, будут носить лишь качественный характер. Уместно вспомнить, что даже расчеты параметров сверхплотных звездных конфигураций в ньютоновском приближении дают результаты во многих отношениях схожие с эйнштейновскими [14]. Это обстоятельство позволяет нам надеяться, что и здесь решение задач для внутренних областей в нерелятивистском приближении должно в известном смысле облегчить нахождение точных решений.

2. В ньютоновском варианте обобщенной теории поле тяготения описывается двумя скалярными функциями: x и потенциалом φ . Уравнения поля получаются из вариационного принципа, который можно записать в виде

$$\delta S = \delta \int \left[\frac{\rho v^2}{2} - P - \rho \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{(\nabla \varphi)^2}{x} + c^2 \zeta \frac{(\nabla x)^2}{x^3} - \zeta \frac{\dot{x}^2}{x^3} \right] dV dt = 0. \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность массы, P — давление, v — макроскопическая скорость движения масс, c — скорость света, ζ — безразмерный параметр новой теории. Величины ρ , P , v , φ и x являются функциями координат и времени. Точка над x означает временную производную. Мы опустили член, пропорциональный φ^2 как величину высшего порядка малости. Вообще говоря, в (1) при слабых полях главным является предпоследний член, первые четыре слагаемые следует считать малыми по сравнению с ним. Однако, они являются первыми исчезающими членами в разложении релятивистского лагранжиана материи и поля по степеням v/c и φ/c^2 . Сохранение этих членов обязательно, поскольку именно из них путем виртуальных изменений траектории и потенциала получаются уравнения движения и поля. Кроме того, они необходимы для получения ньютоновской теории с переменной x : при их пренебрежении получается $x = \text{const}$.

Варьирование производится по r , φ и x независимо и приводит к следующим уравнениям:

$$\frac{d}{dt}(\rho v) + \nabla P + \rho \nabla \varphi = 0,$$

$$\text{div} \left(\frac{\nabla \varphi}{x} \right) = \frac{c^2}{2} \rho, \quad (2)$$

$$\text{div} \left(\frac{\nabla x}{x^{3/2}} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{x}}{x^{3/2}} \right) = \frac{1}{2c^2 \zeta} \frac{(\nabla \varphi)^2}{x^{3/2}}.$$

Первое есть уравнение гидродинамики. Второе при $x = \text{const}$ переходит в уравнение Пуассона. Что касается последнего уравнения, то для случая $x = \text{const}$ оно не имеет места по той простой причине, что в этом случае вариация $\delta x = 0$. Чтобы здесь осуществить переход к ньютоновской теории, мы должны наряду с $x = \text{const}$ положить $|\zeta| = \infty$.

В статическом случае систему уравнений (2) следует дополнить уравнением состояния и граничными условиями. При решении же нестационарной задачи, помимо уравнения состояния, необходимо за-

дать распределение источников энергии, уравнения переноса, и, наконец, начальные условия.

3. Рассмотрим статическое центрально-симметрическое распределение масс. Из (2) имеем

$$P' = -\rho\varphi', \quad (3)$$

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{r^2\varphi'}{x} \right) = \frac{1}{2} \rho r^2, \quad (4)$$

$$x^{1/2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2 x'}{x^{3/2}} \right) = \frac{r^2 \varphi'^2}{2\zeta}. \quad (5)$$

Мы перешли к системе единиц, в которой $k_0 = c = 1$, $m_n^4 c^5 / (32 \pi^2 h^3) = \frac{1}{4\pi}$ (m_n — масса нейтрона, h — постоянная Планка). В этой системе единица длины равна $1.37 \cdot 10^8$ см, единица массы — $9.29 M_\odot$.

Вне распределения масс

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{r^2\varphi'}{x} \right) = 0, \quad (6)$$

$$x^{1/2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2 x'}{x^{3/2}} \right) = \frac{1}{2\zeta} r^2 \varphi'^2. \quad (7)$$

В качестве граничных условий к последним уравнениям примем $x(\infty) = 8\pi \equiv x_0$ и на больших расстояниях $\varphi' \rightarrow \frac{M}{r^2}$, где M — активная гравитационная масса небесного тела.

Из уравнения (6) имеем

$$\varphi' = \frac{M}{r^2} \cdot \frac{x(r)}{8\pi}. \quad (8)$$

Подставляя это выражение для φ' в (7) и интегрируя, получаем

$$x(r) = \frac{x_0 r^2}{r^2 + 2C_1 r + C_2}. \quad (9)$$

C_2 — постоянная интегрирования, зависящая от параметра ζ ; посредством C_1 обозначена величина

$$C_1 = \frac{1}{2} (4C_2 + M^2/\zeta)^{1/2}. \quad (10)$$

Зависимость C_2 от ζ должна быть такой, чтобы при $|\zeta| \rightarrow \infty$, $C_2 \rightarrow 0$; при этом $C_1 \rightarrow 0$ и из (9) имеем $x = \text{const}$.

Подставляя (9) в (8) и интегрируя последнее, получаем следующее выражение для потенциала вне распределения масс

$$\varphi(r) = -2\sqrt{-\zeta} \operatorname{arctg} \frac{M}{2\sqrt{-\zeta}(r+C_1)} \quad \text{при } \zeta < 0, \quad (11)$$

и

$$\varphi(r) = -\sqrt{\zeta} \ln \frac{r+C_1+M/(2\sqrt{\zeta})}{r+C_1-M/(2\sqrt{\zeta})} \quad \text{при } \zeta > 0. \quad (12)$$

Потенциал нормирован так, что на бесконечности он исчезает.

На больших расстояниях

$$\varphi(r) \approx -\frac{M}{r} + C_1 \frac{M}{r^2}. \quad (13)$$

4. Решение (9) мы должны согласовать с соответствующим решением в общей теории относительности, найденным Гекманом [8]. Так, требуя, чтобы на больших расстояниях эти оба решения совпали, находим

$$C_1 = \frac{M}{3-2\zeta}, \quad (14)$$

где M — масса звезды.

Численное значение ζ можно было определить, рассматривая три известных эффекта Эйнштейна. При получении результата (14) явление красного смещения уже использовалось. В двух других эффектах (прецессия орбит планет и отклонение луча света) непостоянство κ приводит к появлению дополнительного члена, относительная величина которого порядка $|1/(2\zeta-3)|$. Поскольку эти эффекты общей теории относительности с определенной точностью уже подтверждены наблюдениями, то естественно требовать, чтобы относительная величина дополнительных членов не превышала точность измерения этих эффектов. Так Иордан, потребовав, чтобы изменение в эффекте прецессии орбит планет не превышало 2% (это точность измерения величины угла прецессии для Меркурия), пришел к выводу, что $|\zeta| > 30$. Далее, следуя Иордану, мы полагаем

$$\zeta = \pm 30. \quad (15)$$

Для последующего удобно ввести следующие обозначения

$$C_1 = \alpha M, \quad C_2 = \beta M^2,$$

$$\alpha = \frac{1}{3-2\zeta} = \begin{cases} -0.0175 & \text{при } \zeta = +30, \\ 0.0159 & \text{при } \zeta = -30, \end{cases} \quad (16)$$

$$\beta = \alpha^2 - \frac{1}{4\zeta} = \begin{cases} -0.00802 & \text{при } \zeta = +30, \\ 0.00858 & \text{при } \zeta = -30. \end{cases}$$

5. Исключим из уравнений поля (3)—(5) потенциал φ и введем новую переменную

$$m(r) = -8\pi r^2 P' / (\rho x),$$

имеющую смысл массы, заключенной в сфере с радиусом r . Приходим к системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dr} &= 4\pi\rho r^2, \\ \frac{dP}{dr} &= -\frac{1}{8\pi} \frac{\rho x m}{r^2}, \\ x'' + \frac{2}{r} x' - \frac{3}{2} \frac{x'^2}{x} &= \frac{1}{128\pi^2 \zeta} \frac{x^3 m^2}{r^4}, \\ \rho &= \rho(P). \end{aligned} \quad (17)$$

Последнее является уравнением состояния.

Решение внутренней задачи (17) должно быть согласовано с внешним решением (9). Для этого выясним поведение функций $x(r)$ и $x'(r)$ на поверхности конфигурации. Очевидно, всюду должна соблюдаться непрерывность φ' . Тогда из (8) следует непрерывность $x(r)$ на поверхности. Далее, в ньютоновской теории величина $\varphi''(r)$ на поверхности испытывает скачок, равный $x_0\rho/2$. Разумно предположить, что и в случае переменной x скачок φ'' равен $x\rho/2$. Это условие приводит к непрерывности x' , как это следует из уравнения (4). Таким образом, из выражения (9) получаются следующие граничные условия на поверхности конфигурации

$$\begin{aligned} x(R) &= \frac{8\pi R^2}{R^2 + 2C_1 R + C_2}, \\ x'(R) &= \frac{16\pi R(C_1 R + C_2)}{(R^2 + 2C_1 R + C_2)^2}, \end{aligned} \quad (18)$$

где R — радиус конфигурации, определяемый условием $P(R) = 0$.

Теперь мы можем сформулировать граничные условия для системы (17). Интегрирование от центра может быть выполнено, если кроме тривиального условия $m(0) = 0$, заданы

$$P(0), \quad x(0), \quad x'(0).$$

Однако, вследствие наличия граничных условий (18), между параметрами $P(0)$, $x(0)$, $x'(0)$ существуют две связи. Отсюда следует, что

$x(0)$ и $x'(0)$ являются функциями от центрального давления, а поэтому не могут быть заданы произвольным образом. При таких обстоятельствах интегрирование от центра связано с большими трудностями, и для заданного $P(0)$ может быть осуществлено путем многократных повторных попыток. Итак, мы приходим к заключению, что масса, радиус, функция $x(r)$ и структура конфигурации определяются лишь одним параметром, а именно, давлением в центре.

Поскольку для системы (17) аналитическое решение не существует и численное интегрирование от центра связано с большими трудностями, то остается единственная возможность — это интегрирование от поверхности. При интегрировании от поверхности в качестве граничных условий мы должны задавать

$$r = R, P(R) = 0, m(R) = M, x(R), x'(R). \quad (19)$$

Согласно (18), $x(R)$ и $x'(R)$ определяются через M и R . Поскольку конфигурация характеризуется одним параметром, то, очевидно, M и R зависят друг от друга и не могут быть заданы произвольно. Однако, в этом случае, задача более легкая, чем интегрирование от центра, поскольку взамен двух неизвестных параметров теперь мы имеем один неизвестный параметр. Возникает вопрос: как определить массу M , соответствующую радиусу R . Чтобы ответить на этот вопрос, посмотрим, что произойдет, если при наугад выбранных R и M интегрирование произведем от поверхности до центра $r = 0$. Единственная неприятность, которую можно при этом ожидать — это, очевидно, исчезновение массы $m(r)$ в центре. Фиксируя R и производя интегрирование для ряда значений M , мы можем, в конце концов, найти истинное значение M , соответствующее заданному R , для которого $m(0) = 0$. Этот вопрос будет детально обсуждаться при решении конкретных задач с определенным уравнением состояния.

6. В этой статье в качестве иллюстрации рассмотрим модель несжимаемой жидкости, $\rho = \text{const}$. Из (17) имеем

$$P' = -\frac{1}{6} \rho^3 r x, \\ x'' + \frac{2}{r} x' - \frac{3}{2} \frac{x^2}{x} = \frac{1}{72\zeta} \rho^3 r^2 x^3. \quad (20)$$

Совершим следующее преобразование подобия

$$r = Ry, \quad P(r) = \rho \sqrt{2|\zeta|} \cdot p(y), \quad x(r) = \frac{6 \sqrt{2|\zeta|}}{\rho R^2} \omega(y), \quad (21)$$

где R — радиус конфигурации. Получаем

$$p' = -\omega y, \quad (22)$$

$$\omega'' + \frac{2}{y} \omega' - \frac{3}{2} \frac{\omega'^2}{\omega} = \epsilon y^2 \omega^3, \quad (23)$$

где $\epsilon = +1$ при $\zeta > 0$ и $\epsilon = -1$ при $\zeta < 0$. В соответствии с предыдущими рассуждениями, для граничных условий на поверхности имеем

$$y = 1, \quad p(1) = 0, \quad \omega(1), \quad \dot{\omega}(1), \quad (24)$$

где

$$\omega(1) = \frac{\sigma w}{1 + 2\alpha w + \beta w^2}, \quad \dot{\omega}(1) = \frac{2\sigma w^2 (\alpha + \beta w)}{(1 + 2\alpha w + \beta w^2)^2}. \quad (25)$$

Здесь мы ввели новые обозначения $w = M/R$, $\sigma = 1/\sqrt{2|\zeta|} = 0.129$.

Как мы видим, модели звезд из несжимаемой жидкости характеризуются параметром

$$w = M/R. \quad (26)$$

Таким образом, для заданного w существует бесконечное число подобных конфигураций, для которых отношение массы к радиусу является постоянной, равной w .

Уравнения (22) и (23) были интегрированы численным способом с граничными условиями (24) для ряда значений параметра w . Результаты представлены на рис. 1—3.

Очевидно, $\omega(y)$ всюду должна быть положительной. Следовательно, допустимыми следует считать те значения параметра w , для которых $\omega(1) > 0$. Из (25) и (16) мы замечаем, что при $\zeta = -30$ это условие удовлетворяется для всей физической области $0 < w < \infty$, значений w . Для $\zeta = 30$ условие $\omega(1) > 0$ выполняется лишь в интервале $0 < w < 9.17$. В случае $\zeta = -30$ производная $\omega'(1) > 0$ для любого значения w . При этом получается результат, представляющий определенный физический интерес. В центре конфигурации функция $\omega(y)$ исчезает, $\omega(0) = 0$, далее с возрастанием расстояния y она монотонно растет и на бесконечности стремится к ньютонovскому пределу, равному

$$\omega(\infty) = \frac{w}{\sqrt{2|\zeta|}} = \sigma w. \quad (27)$$

Класс этих решений представлен на рис. 1.

Имея в нашем распоряжении численное решение, мы можем найти приближенное аналитическое выражение для $\omega(y)$. Так, вблизи начала

координат можно пренебречь правой частью уравнения (23). Тогда полученное уравнение допускает решение

$$\omega(y) = \frac{ay^3}{(y+b)^3}, \quad (28)$$

где a и b — постоянные интегрирования. Очевидно, обе эти постоянные должны быть положительными: $a > 0$ является следствием условия $\omega(y) > 0$, а второе требование $b > 0$ непосредственно вытекает из характера решений в случае $\zeta = -30$. Постоянные a и b должны быть определены путем сопоставления (28) с численным решением вблизи начала координат. Можно показать, что при таком подборе значений a и b , решение (28) достаточно хорошо аппроксимирует точное решение в области $0 < y < 1$. Можно было постоянные a и b определить путем сравнения (28) с наружным решением. Однако, в этом случае при малых y приближенное решение (28) дает неверный результат.

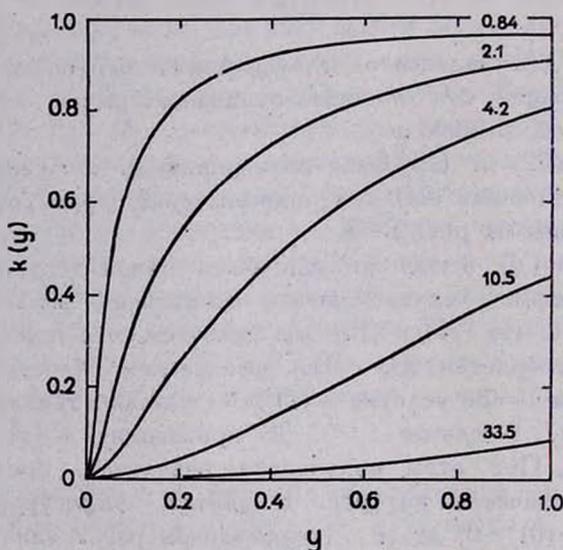


Рис. 1. Графики функций $k(y) = \chi(y)/8\pi$ для конфигураций, состоящих из несжимаемой жидкости для случая $\zeta = -30$. Числами на кривых отмечены значения параметра $\omega = M/R$, где M и R — масса и радиус конфигураций, а ρ — плотность, $y = r/R$, r — расстояние от центра.

При $\zeta = 30$ постоянные a и β отрицательные, поэтому $\omega'(1) < 0$. В этом случае численное интегрирование показывает, что всегда при некотором y_0 , находящемся в интервале $(0, 1)$ функция $\omega(y)$ расхо-

дится. Давление при $y < y_0$ становится бесконечным. Опять пренебрегая правой частью уравнения (23), находим

$$\omega(y) = \frac{ay^2}{(y - y_0)^2}, \quad (29)$$

где a и y_0 — постоянные интегрирования, причем $a > 0$, $0 < y_0 < 1$. Нам кажется, что случай $\zeta > 0$ из-за расходимостей $\omega(y)$ и $p(y)$ для физики не представляет интерес и поэтому дальше исключается из нашего рассмотрения.

Теперь рассмотрим асимптотическое поведение $\omega(y)$ при достаточно малых и больших значениях параметра w . Как видно из (25), в этих случаях $\omega(1) \ll 1$ и, следовательно, $\omega(y) \ll 1$. Тогда без заметной ошибки во всем интервале $(0, 1)$ можно пренебречь правой частью уравнения (23) и написать приближенное решение (28). При этом постоянные a и b можно определить из граничных условий (25).

При $w \ll 1$ из (25) имеем $\omega(1) \approx \sigma w$; $\dot{\omega}(1) \approx 2a\sigma w^2$. Тогда почти во всей внутренней области $b \ll y$ и как следует из (28)

$$\omega(y) \approx \sigma w. \quad (30)$$

При $w \gg 1$ имеем $\omega(1) \approx \sigma/(\beta w)$; $\dot{\omega}(1) \approx 2\sigma/(\beta w)$; $b \gg 1$ и

$$\omega(y) \approx \frac{\sigma}{\beta w} y^2. \quad (31)$$

Легко заметить из (28), что „гравитационная постоянная“ существенно отличается от ньютоновского значения 8π на расстояниях $y \sim b$. Из (30) находим, что

$$a w < b < \frac{\beta}{\alpha} w.$$

Согласно (16), при $\zeta = -30$, $\alpha \sim 0.016$, $\beta/\alpha \approx 0.54$. Мы видим, что область расстояний, где x существенно отличается от 8π порядка гравитационного радиуса конфигурации $y_g = 2w$.

7. Давление p_0 в центре конфигурации определяется решением уравнения (22) с условием $p(1) = 0$. Его зависимость от параметра w изображена на рис. 2. При $w \ll 1$ из (30) и (22) получаем

$$p_0(w) \approx \frac{\sigma w}{2}, \quad (32)$$

а для $w \gg 1$

$$p_0(w) \approx \frac{\sigma}{4\beta w} \quad (33)$$

Для массы конфигурации имеем $M = 4\pi\rho R^3/3$. Перепишем это выражение в виде

$$M\sqrt{\rho} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} w^{3/2}. \quad (34)$$

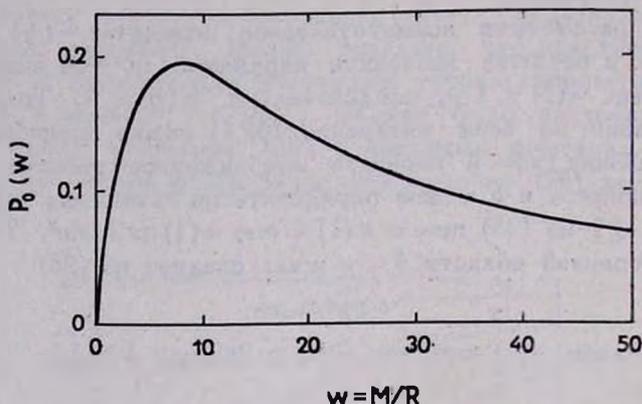


Рис. 2. Зависимость центрального давления от параметра w для случая $\zeta = -30$. Истинное центральное давление связано с функцией $p_0(w)$ соотношением $P(0) = 2\sqrt{15}\rho p_0(w)$.

Давление в центре такой конфигурации есть $p_0(w)$. Конфигурация с давлением в центре $P(0)$ и плотностью $\rho = \text{const}$, согласно теории с постоянной κ , обладает массой

$$M_N = \frac{2}{\rho^2} \left(\frac{3}{2\pi}\right)^{1/2} \cdot P^{3/2}(0),$$

или с помощью (21)

$$M_N\sqrt{\rho} = \sqrt{\frac{6}{\pi}} (2|\zeta|)^{1/2} \cdot p_0^{3/2}(w). \quad (35)$$

Разделив (34) на (35), получаем

$$\frac{M}{M_N} = \left(\frac{\sigma w}{2p_0(w)}\right)^{1/2} = 0.0164 \left(\frac{w}{p_0(w)}\right)^{1/2}. \quad (36)$$

При $w \ll 1$, как и следовало ожидать,

$$M/M_N \approx 1 + 6\alpha w \rightarrow 1,$$

а при $w \gg 1$

$$M/M_N \approx (2\beta)^{3/2} w^3 = 0.00227 w^3. \quad (37)$$

Зависимость (36) дана на рис. 3.

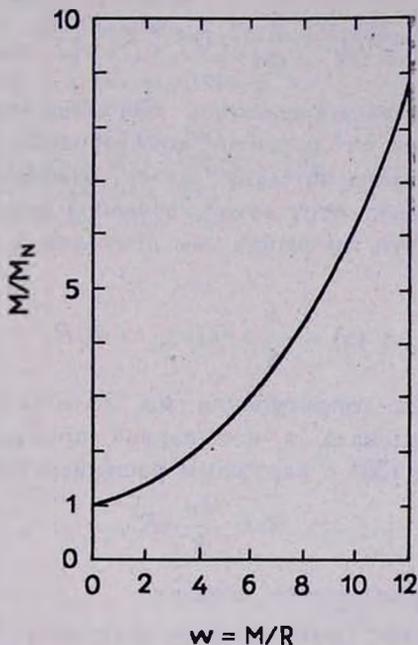


Рис. 3. Зависимость отношения M/M_N от параметра $w = M/R$. M и M_N массы конфигураций, вычисленные при одинаковом центральном давлении по теориям с переменной и постоянной α соответственно.

Заметим, что уравнение (20) допускает частное решение $\kappa(r) = 12\sqrt{-2\kappa}/(\rho r^3)$, которое, однако, не представляет интереса, поскольку не удовлетворяет граничным условиям на поверхности.

До сих пор мы предполагали, что масса M , входящая в выражение (8) для производной потенциала φ' , идентична с

$$4\pi \int_0^R \rho r^2 dr.$$

Первая — это та масса небесного тела, которая на достаточно больших расстояниях создает тяготение Ньютона (тяжелая масса).

Вторая масса измеряется количеством полной энергии вещества в звезде, и она, по сути дела, является ее инертной массой. Благодаря нелинейности наших уравнений, их равенство априори не очевидно. Однако докажем, что оно на самом деле верно.

Для внутренней области несжимаемой жидкой сферы из (4) имеем:

$$\varphi'(r) = \frac{1}{6} \rho r x(r) + C \frac{x(r)}{r^2},$$

где C — постоянная интегрирования. Согласно полученным выше результатам, отношение x/r^2 в центре конфигурации стремится к конечному, отличному от нуля пределу. Далее, очевидно, следует считать $\varphi'(0) = 0$, что означает отсутствие точечной массы в центре конфигурации. Учитывая эти замечания, мы приходим к выводу, что $C = 0$, следовательно,

$$\varphi'(r) = \frac{1}{6} \rho r x(r), \quad r \leq R. \quad (38)$$

На поверхности конфигурации мы должны потребовать также непрерывность потенциала и его первой производной. Сопоставляя внутреннее решение (38) с наружным решением (8), находим

$$M = \frac{4\pi}{3} \rho R^3,$$

то есть то, что и требовалось доказать.

Авторы выражают благодарность академику В. А. Амбарцумяну за многочисленные обсуждения и ценные замечания. Мы благодарны нашим коллегам В. А. Варданяну, Ю. Л. Вартамяну, Н. Б. Енгибаряну, Р. С. Оганесяну, Д. М. Седракяну и Э. В. Чубаряну за обсуждения, а также М. А. Мартиросяну и Э. В. Мартиросяну за оказание помощи в проведении численных расчетов на машине „Наири“.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ON THE GENERALIZED NEWTONIAN THEORY OF GRAVITATION

G. S. SAHAKIAN, M. A. MNATSAKANIAN

The Newtonian version of the generalized theory of gravity (i. e. the theory with variable x) is considered. Internal solutions for incompressible liquid configurations in equilibrium are found.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *P. A. M. Dirac*, *Nature*, 139, 323, 1937; *Proc. Roy. Soc., (A)* 165, 199, 1938.
2. *P. Jordan*, *Schwerkraft und Weltall*, Braunschweig, 1955.
3. *P. Jordan*, *Cl. Müller*, *Z. Naturf.*, 2a, 1, 1947.
4. *P. Jordan*, *Astron. Nachr.*, 276, 193, 1948.
5. *G. Ludwig*, *Cl. Müller*, *Ann. d. Phys.*, 2, 76, 1948.
6. *G. Ludwig*, *Arch. d. Math.*, 1, 2, 1948.
7. *G. Ludwig*, *Z. Naturf.*, 2a, 482, 1947; *Z. Phys.*, 124, 450, 1948; 125, 545, 1949.
8. *O. Heckmann*, *P. Jordan*, *W. Fricke*, *Astroph. Z.*, 28, 113, 1951.
9. *P. Jordan*, *Akad. Wiss., Lit. (Mainz)*, 1950, S. 319.
10. *O. Heckmann*, *Naturwiss.*, 38, 1951.
11. *P. Jordan*, *Rev. Mod. Phys.*, 34, 596, 1962.
12. *C. Brans*, *R. H. Dicke*, *Phys. Rev.*, 124, 925, 1961.
13. *R. H. Dicke*, *Phys. Rev.*, 125, 2163, 1962.
14. *Г. С. Саакян*, *Астрон. ж.*, 39, 1014, 1962.

К ЗАДАЧЕ ПОЛИХРОМАТИЧЕСКОГО РАССЕЯНИЯ В
ОДНОМЕРНОЙ СРЕДЕ

Н. Б. ЕНГИБАРЯН

Поступила 7 апреля 1967

Рассматривается задача полихроматического рассеяния света в среде, состоящей из атомов с тремя энергетическими уровнями. В двух частных случаях удается интегрировать систему уравнений переноса.

Некоторые задачи полихроматического переноса излучения рассмотрены в [1—5]. Рассмотрим 2 частных случая следующей схемы полихроматического рассеяния. Пусть одномерная среда с геометрической толщиной z_0 равномерно заполнена атомами одного типа, имеющими 3 энергетических уровня — 1, 2, 3. Пусть с левого конца на среду падают излучения с интенсивностями $I_{12}^0, I_{13}^0, I_{23}^0$, частоты которых соответствуют переходам $1 \rightarrow 2, 1 \rightarrow 3$ и $2 \rightarrow 3$. Учитываются переходы из верхних состояний на нижние вследствие ударов второго рода. В каждой точке z среды создается определенное поле излучения и распределение атомов по уровням. Обозначим через $I_{lk}(z)$ и $F_{lk}(z)$ отношение числа квантов (идущих за 1 сек вправо и влево) частоты ν_{lk} к полному числу n атомов в 1 см^3 . Обозначим также через

$$p_k(z) = \frac{n_k}{n_1 + n_2 + n_3} = \frac{n_k}{n} \quad (k = 1, 2, 3) \quad (1)$$

долю атомов, находящихся в k -том состоянии.

$$p_1(z) + p_2(z) + p_3(z) = 1. \quad (2)$$

Уравнения переноса имеют следующий вид:

$$I'_{lk}(z) = -I_{lk}(z)q_{lk}(z) + \frac{A_{lk}}{2}p_k(z) \quad (3)$$

$$-F'_{ik}(z) = -F_{ik}(z)q_{ik}(z) + \frac{A_{ki}}{2}p_k(z) \quad (4)$$

$$I_{ik}(0) = \frac{\Delta v_{ik}}{n\hbar v_{ik}} I_{ik}^0, \quad F_{ik}(z_0) = 0; \quad (i=1, 2, k>i, k=2, 3), \quad (5)$$

где

$$q_{ik}(z) = a_{ik}p_i(z) - a_{ki}p_k(z), \quad (6)$$

$$a_{ik} = nB_{ik}, \quad a_{ki} = nB_{ki}$$

B_{ik}, B_{ki}, A_{ki} — эйнштейновские коэффициенты переходов.

Обозначим через

$$S_{ik} = I_{ik} + F_{ik}, \quad (7)$$

$$H_{ik} = I_{ik} - F_{ik}. \quad (8)$$

Условия стационарности для первого и второго состояния имеют следующий вид:

$$-S_{12}q_{12} + (A_{21} + a_{21})p_2 - S_{13}q_{13} + (A_{31} + a_{31})p_3 = 0 \quad (9)$$

$$S_{12}q_{12} - (A_{21} + a_{21})p_2 - S_{23}q_{23} + (A_{32} + a_{32})p_3 = 0, \quad (10)$$

где a_{ki} — коэффициент перехода $k \rightarrow i$ вследствие ударов второго рода.

Вычитая и складывая (3) и (4), получим

$$S'_{ik} = -H_{ik}q_{ik} \quad (11)$$

$$H'_{ik} = -S_{ik}q_{ik} + A_{ki}p_k. \quad (12)$$

Умножая (3) на F_{ik} , (4) на I_{ik} и вычитая друг от друга, получим

$$(I_{ik}F_{ik})' = -\frac{A_{ki}}{2}p_k H_{ik}. \quad (13)$$

Используя (12), из (9) и (10) получаем

$$H'_{12} + H'_{13} = -a_{21}p_2 - a_{31}p_3 \quad (14)$$

$$H'_{12} - H'_{23} = -a_{21}p_2 + a_{32}p_3, \quad (15)$$

а также

$$H'_{13} + H'_{23} = -(a_{31} + a_{32})p_3, \quad (16)$$

умножим (16) на 2 ($H_{13} + H_{23}$):

$$[(H_{13} + H_{23})^2]' = -2(a_{31} + a_{32})p_3(H_{13} + H_{23}). \quad (17)$$

Из (13₁₃) и (13₂₃) получается

$$p_3 (H_{13} + H_{23}) = - \frac{2}{A_{31}} (I_{13} F_{13})' - \frac{2}{A_{32}} (I_{23} F_{23})'. \quad (18)$$

Подставляя (18) в (17) и интегрируя, получим следующий первый интеграл:

$$(H_{13} + H_{23})^2 - 4(a_{31} + a_{32}) \left[\frac{I_{13} F_{13}}{A_{31}} + \frac{I_{23} F_{23}}{A_{32}} \right] = C_1. \quad (19)$$

В следующих частных случаях удается найти остальные первые интегралы системы (10)–(12).

Случай а). $a_{13} = a_{31} = A_{31} = 0. \quad (20)$

Тогда, очевидно,

$$H'_{13} = S'_{13} = q_{13} = 0, \quad (21)$$

так что при использовании предыдущих формул в этом пункте всегда нужно учитывать (20) и (21). Тогда (19) заменяется следующим первым интегралом:

$$A_{32} H_{23}^2 - 4(a_{31} + a_{32}) I_{23} F_{23} = (a_{31} + a_{32}) C_1, \quad (22)$$

откуда, так как $4 I_{lk} F_{lk} = S_{lk}^2 - H_{lk}^2$,

$$H_{23} = + \sqrt{\frac{a_{31} + a_{32}}{A_{32} + a_{32} + a_{31}}} \sqrt{S_{23}^2 + C_1}. \quad (23)$$

Из (14) и (16) получается:

$$(H_{13} H_{23})' = -a_{21} p_2 H_{23} - a_{31} p_3 H_{23} - (a_{31} + a_{32}) p_3 H_{13}. \quad (24)$$

Из (6₂₃) имеем

$$p_2 H_{23} = [q_{23} H_{23} + a_{32} p_3 H_{23}] / a_{23}. \quad (25)$$

Используя (12₂₃) и (13₂₃), можно (25) записать в следующем виде:

$$p_2 H_{23} = - \left[S'_{23} + 2 \frac{a_{32}}{A_{32}} (I_{23} F_{23})' \right] / a_{23}. \quad (26)$$

Аналогично получается

$$p_1 H_{12} = - \left[S'_{12} + 2 \frac{a_{21}}{A_{21}} (I_{12} F_{12})' \right] / a_{12}. \quad (27)$$

Умножим (14) на $2H_{12}$

$$(H_{12}^2)' = -2a_{21}p_2H_{12} - 2a_{31}p_3H_{12}. \quad (28)$$

Учитывая здесь (13₁₂), получим

$$p_3H_{12} = \left[-(H_{12}^2)' + 4 \frac{a_{21}}{A_{21}} (I_{12}F_{12})' \right] / 2a_{31}. \quad (29)$$

Подставляя (26), (29), а также значение p_3H_{23} из (13₂₃) в (24) и интегрируя, получим второй из первых интегралов

$$H_{12}H_{23} - \frac{a_{21}}{a_{33}} S_{23} - 2(a_{21}a_{32} + a_{31}a_{23})/(a_{23}A_{33}) I_{33}F_{23} - \\ - \frac{a_{31} + a_{33}}{2a_{31}} H_{12}^2 + \frac{2a_{21}(a_{31} + a_{32})}{a_{31}A_{21}} I_{12}F_{12} = \frac{1}{2} C_2; \quad (30)$$

или

$$\frac{a_{21}(a_{31} + a_{32})}{a_{31}A_{21}} S_{12}^2 = \frac{(a_{31} + a_{32})(a_{21} + A_{21})}{a_{31}A_{21}} H_{12}^2 + \\ + \frac{a_{21}a_{32} + a_{31}a_{23}}{a_{23}A_{33}} (S_{23}^2 - H_{23}^2) + 2 \frac{a_{21}}{a_{23}} S_{23} - H_{12}H_{23} + C_2. \quad (30')$$

Чтобы получить третий из первых интегралов, разделим (14) на (16)

$$\frac{H_{12}'}{H_{23}} = \frac{a_{31}}{a_{31} + a_{32}} + \frac{a_{21}}{a_{31} + a_{32}} \frac{p_2}{p_3}. \quad (31)$$

Складывая (9) и (10) и учитывая (6₂₃), получим соотношение, откуда получается следующее выражение для $\frac{p_2}{p_3}$:

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{a_{32}}{a_{23}} + (A_{32} + a_{32} + a_{31})/a_{23} S_{23}. \quad (32)$$

Подставляя (32) в (31), получим

$$H_{12}' = \frac{a_{31}a_{23} + a_{21}a_{32}}{(a_{31} + a_{32})a_{23}} H_{23}' + \frac{a_{21}(A_{32} + a_{32} + a_{31})}{(a_{31} + a_{32})a_{23}} \frac{H_{23}'}{S_{23}}. \quad (33)$$

Подставляя вместо H_{23} его выражение через S_{23} из (22) и интегрируя, получим третий из первых интегралов:

$$H_{12} = \frac{a_{31} a_{23} + a_{21} a_{32}}{a_{23} \sqrt{(a_{31} + a_{32})(A_{32} + a_{31} + a_{32})}} \sqrt{S_{23}^2 + C_1} - \frac{a_{31}}{a_{23}} \sqrt{\frac{A_{32} + a_{32} + a_{21}}{a_{32} + a_{31}} \ln[S_{23} + \sqrt{S_{23}^2 + C_1}] + C_3}. \quad (34)$$

Последний из независимых первых интегралов можно получить, заметив, что система (11—12) явно не содержит z (автономная).

Из (29) можно получить выражение S_{12} через S_{23} , используя формулы (23) и (34).

Из (2), (6), (9), (10) получается выражение q_{23} через S_{12} и S_{23} . Учитывая (33), (34) и подставляя (23) и выражение q_{23} через S_{12} и S_{23} в (11₂₃), получим уравнение для S_{23} , интегрируя которое, получим четвертый из первых интегралов.

Случай б) $a_{12} = a_{21} = A_{21} = 0. \quad (35)$

Тогда

$$H'_{12} = S'_{12} = q_{12} = 0. \quad (36)$$

Из (14) получаем

$$p_2 H_{23} = \frac{H_{23} H'_{23} + a_{32} p_3 H_{23}}{a_{21}} \quad (37)$$

Умножим (5₂₃) на H_{23} , учитывая (11₂₃), (12₂₃) и (37), получим следующее соотношение:

$$a_{31} S'_{23} + a_{23} H_{23} H'_{23} + 2 \frac{a_{32} a_{21} - a_{23} a_{32}}{A_{32}} (I_{23} F_{23})' = 0, \quad (38)$$

которое дает следующий первый интеграл:

$$2a_{21} S_{23} + a_{23} H_{23}^2 + 4 \frac{a_{32} a_{21} - a_{23} a_{32}}{A_{32}} I_{23} F_{23} = C_2. \quad (39)$$

Откуда можно H_{23} выразить через S_{23} :

$$H_{23} = \sqrt{\frac{A_{32}}{a_{23}(A_{32} + a_{32}) - a_{32} a_{21}}} \sqrt{C_2 - 2a_{21} S_{23} - \frac{a_{32} a_{21} - a_{23} a_{32}}{A_{32}} S_{23}^2} \quad (40)$$

Из (5₂₃) и (10) имеем:

$$p_2 = \frac{S_{23} a_{32} + A_{32} + a_{32}}{S_{23} a_{23} + a_{21}} p_3. \quad (41)$$

Разделим (14) на (15), учитывая (41), получим

$$\frac{H'_{13}}{H'_{23}} = \frac{-(a_{31}a_{23} + a_{31}a_{32})S_{23} - a_{21}(A_{32} + a_{32} + a_{31})}{S_{23}(a_{21}a_{32} - a_{32}a_{23}) + a_{21}A_{32}}, \quad (42)$$

или, используя (40), получим третий из независимых первых интегралов:

$$H_{13} - \sqrt{\frac{A_{32}}{a_{23}(A_{32} + a_{32}) - a_{32}a_{21}}} \int \frac{P}{Q} dS_{23} = C_3, \quad (43)$$

где

$$P = [a_{21} + (a_{32}a_{21} - a_{23}a_{32})S_{23}] [(a_{31}a_{23} + a_{21}a_{32})S_{23} - a_{21}(a_{31} + a_{32} + A_{32})]$$

$$Q = [S_{23}(a_{21}a_{32} - a_{32}a_{23}) + a_{21}A_{32}] \sqrt{C_2 - 2a_{21}S_{23} - \frac{a_{32}a_{21} - a_{23}a_{32}}{A_{32}} S_{23}^2}$$

(можно интегрировать в конечном виде).

Последний из первых интегралов находится аналогично пункту а).

В заключение выражаю благодарность академику В. А. Амбарцумяну за руководство.

Институт математики и механики
АН АрмССР

ON THE PROBLEM OF POLYCHROMATIC SCATTERING IN ONE-DIMENSIONAL MEDIUM

N. B. YENGIBARIAN

The problem of polychromatic scattering of radiation in one-dimensional medium consisting of atoms with three energy levels is considered. The system of transfer equations is solved in two particular cases.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Амбарцумян, ДАН АрмССР, 39, 159, 1964.
2. В. А. Амбарцумян, сб. "Теория звездных спектров", М., 1966.
3. А. Г. Никогосян, ДАН АрмССР, 39, 227, 1964.
4. А. Г. Никогосян, Астрофизика, 1, 3, 1965.
5. Н. Б. Енгибарян, Астрофизика, 1, 3, 1965.

К МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ МЕЖЗВЕЗДНОЙ
ГАЗОВО-ПЫЛЕВОЙ СРЕДЫ

Е. Я. ГИДАЛЕВИЧ

Поступила 22 февраля 1967

В работе рассматриваются некоторые вопросы магнитной гидродинамики двухкомпонентной газовой-пылевой среды. Показано, что межзвездная плазма, содержащая пылевые частицы, может рассматриваться как двухкомпонентная: первая компонента чисто газовая, вторая — газовой-пылевая. Проводимость этой второй компоненты оказывается достаточно высокой, так что представляется возможным описание ее методами магнитной гидродинамики. Рассмотрен газовой-пылевой поток и газовой-пылевые ударные волны в поперечном магнитном поле. Сделана попытка объяснить тонковолокнистую структуру некоторых пылевых туманностей продольным пинчем в газовой-пылевой плазме.

В ряде работ (см. [1]) автором были рассмотрены некоторые задачи динамики газовой-пылевой среды: При этом взаимодействие между газовым потоком и пылевыми частицами определялось аэродинамическим сопротивлением последних. Влияние магнитных полей в межзвездном пространстве не принималось во внимание. В настоящей работе автор ставит своей целью изучить некоторые гидромагнитные явления в газовой-пылевой среде, пренебрегая другими видами взаимодействия между газовой и пылевой компонентами.

1. *Проводимость газовой-пылевой среды.* Принято считать, что диэлектрические пылевые частицы, помещенные в плазменную среду, приобретают небольшой отрицательный заряд [2]. Это вызвано требованием, чтобы столкновения частиц с электронами, имеющими высокую подвижность, и положительными ионами, имеющими значительно меньшую подвижность, происходили одинаково часто. Заряд частиц объясняется поглощением некоторого количества электронов из окру-

жающей среды. Поэтому заряд в плазме, содержащей пылевые частицы, перераспределяется таким образом, что пылевая компонента приобретает в целом некоторый отрицательный заряд, а окружающая газовая плазма — положительный. При этом всю плазму можно рассматривать как двухкомпонентную, где первая компонента является чисто газовой, а вторая газовой-пылевой.

Определим заряд пылевых частиц. В [2] было найдено, что потенциал частицы V в стационарном состоянии определяется из соотношения

$$eV \approx 3kT_e, \quad (1)$$

где T_e — электронная температура. Потенциал можно выразить через заряд Ze частицы и ее радиус a : $V = \frac{Ze}{a}$, откуда для определения Z получим соотношение

$$Z \approx \frac{3akT_e}{e^2}. \quad (2)$$

Полагая $a \approx 10^{-5}$ см, найдем, что в нейтральном водороде $Z \approx 1$, а в ионизованном $Z \approx 100$.

Требование квазинейтральности заключается в условии

$$n_e + Zn_d = n_i, \quad (3)$$

где n_e и n_i — концентрация электронов и ионов, n_d — концентрация пылевых частиц, Ze — заряд пылевых частиц. В чисто газовой компоненте $n_e = n_i$. В газовой-пылевой $Zn_d = n_i - n_e$. Проводимость чисто газовой компоненты хорошо известна [3]. Определим проводимость газовой-пылевой компоненты. Запишем

$$\sigma_d \cdot E = n_d Ze v_{отн}. \quad (4)$$

Здесь $v_{отн}$ — относительная скорость газа и пыли. Эта величина определяется напряженностью наложенного электрического поля и аэродинамическим сопротивлением газа движению пылевых частиц. В области стационарного течения

$$ZeE = \kappa a^2 \rho v_{отн}^2. \quad (5)$$

Частицы предполагаются сферическими, радиуса a . Здесь следует отметить, что вклад в ток в газовой-пылевой компоненте вносят лишь ионы (преимущественно протоны), уравновешивающие заряд пыли, но сопротивление движению частиц оказывают все ионы и поэтому в выражении (5) ρ — полная плотность газа. Подставляя $v_{отн}$ из (5) в (4) получим

$$\sigma_d = \frac{n_d \cdot Ze^{3/2}}{(\pi a^2 \rho E)^{1/2}}, \quad (6)$$

где

$$E = \frac{c}{4\pi} \cdot \frac{\text{rot } H}{\sigma_g + \sigma_d}. \quad (7)$$

Здесь σ_g и σ_d — проводимость газовой и газовой-пылевой компонент соответственно. Как это видно из уравнения (6), проводимость газовой-пылевой компоненты зависит от напряженности наложенного электрического поля или посредством (7) от степени неоднородности магнитного поля. Этот факт очевиден. Напомним, что проводимость плазмы не зависит от напряженности поля только до тех пор, пока тепловые скорости больше скорости направленного движения по полю. В нашем случае, поскольку речь идет о тяжелых частицах, тепловыми движениями пренебрегаем. Поскольку заметных электрических полей в плазме не существует, запишем из (6) и (7):

$$\sigma_d = \frac{2\pi n_d^2 (Ze)^2}{c \text{rot } H} \left[\frac{Ze}{\pi a^2 \rho} + \sqrt{\left(\frac{Ze}{\pi a^2 \rho}\right)^2 + \sigma_g \frac{Ze c \text{rot } H}{\pi^2 a^2 \rho n_d^2 (Ze)^2}} \right], \quad (8)$$

или приближенно

$$\sigma_d \approx \left(\frac{4\sigma_g L n_d^2 Z^3 e^3}{a^2 \rho H c} \right)^{1/2}. \quad (9)$$

Здесь мы заменили $\text{rot } H \approx \frac{H}{L}$. В ионизованном водороде, при $\sigma_g \approx 10^{12} \text{ сек}^{-1}$, $L \approx 10^{18} \text{ см}$, $n_d \approx 10^{-9} \text{ см}^{-3}$, $Z \approx 100$, $a \approx 10^{-5} \text{ см}$, $\rho \approx 10^{-23} \text{ г/см}^3$ и $H \approx 10^{-5} \text{ гаусс}$, получим $\sigma_d \approx 10^9 \text{ сек}^{-1}$. В нейтральном водороде, при $\sigma_g \approx 10^6 \text{ сек}^{-1}$ и $Z \approx 1$ (см. (2)) получим, при прочих равных условиях, $\sigma_d \approx 10^4 \text{ сек}^{-1}$. Скорость диффузии магнитного поля относительно пылевой компоненты определим из известного выражения

$$w = \frac{c^2}{4\pi\sigma_d L}. \quad (10)$$

При $L \approx 10^{18} \text{ см}$ и при найденных значениях проводимости газовой-пылевой компоненты получим $w = 10^{-2} \text{ см/сек}$ для области нейтрального водорода и $w = 10^{-7} \text{ см/сек}$ для области ионизованного водорода. Очевидно эти скорости на много порядков меньше характерных скоростей движения межзвездного газа и, следовательно, заморожен-

ность магнитного поля в газовую среду будет весьма эффективной. Поэтому допустимо магнитогидродинамическое описание газовой пылевой среды. Наконец отметим, что параметр $\omega\tau$, где ω — гирочастота пылевых частиц, а τ — среднее время между двумя последовательными столкновениями пылинки с ионами, много меньше единицы при любых допустимых значениях магнитного поля и размеров частиц. Следовательно, в отличие от газовой компоненты проводимость газовой пылевой составляющей в магнитном поле изотропна.

2. *Газово-пылевой поток в магнитном поле.* Рассмотрим взаимодействие между газом и пылью в плоском газовой-пылевом потоке. При этом будем считать, что пыль взаимодействует с газом только посредством поперечного магнитного поля, замороженного в среду. Запишем систему основных уравнений магнитной гидродинамики для двухкомпонентной среды:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + \text{rot} [uH] + \text{rot} [vH] &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + (u\nabla)u + \frac{1}{4\pi\rho} [H\text{rot} H] &= 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + (u\nabla)\rho + \rho \text{div} u &= 0, \\ \frac{\partial \delta}{\partial t} + (v\nabla)\delta + \delta \text{div} v &= 0. \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь u и ρ — скорость и плотность газа, v и δ — скорость и плотность пыли.

Будем считать, что движение пыли определяется посторонними силами и в рамках данной задачи является заданным. Поэтому уравнение движения пыли отсутствует в системе (11), а скорость пыли v является аргументом. Газовым давлением здесь пренебрегаем по сравнению с электродинамическими силами. В магнитной гидродинамике обычной однокомпонентной проводящей среды комбинация уравнений индукции и непрерывности приводит к хорошо известному соотношению.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H}{\rho} \right) + u \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{H}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho} (H\nabla) v. \tag{12}$$

При движении поперек магнитных силовых линий отсюда получается $H/\rho = \text{const}$. Для двухкомпонентной среды аналогичное соотношение

удается получить только в стационарном потоке. В этом случае уравнения (11) легко интегрируются:

$$(u + v) H = G$$

$$u = u_0 - \frac{H^2}{8\pi J_1} \quad (13)$$

$$\rho u = J_1; \quad \delta v = J_2.$$

Здесь G , u_0 , J_1 , J_2 — константы. Из первого, третьего и четвертого уравнений получаем

$$H = H_0 \frac{\frac{J_1}{\rho_0} + \frac{J_2}{\delta_0}}{\frac{J_1}{\rho} + \frac{J_2}{\delta}}. \quad (14)$$

Отсюда видно, как изменение плотности одной из компонент сказывается на напряженности магнитного поля. В частности, из (14) следует, что при неограниченном возрастании плотности одной из компонент напряженность магнитного поля остается конечной и определяется второй компонентой.

Рассмотрим, как меняется скорость газа при движении пыли. Комбинацией первого и второго уравнений (13) получим

$$H^2 - H(v + u_0) \cdot 8\pi J_1 + 8\pi J_1 G = 0. \quad (15)$$

Рассмотрим для определенности случай, когда скорость пыли достаточно велика, так что

$$(4\pi J_1 G)^2 < \left[\frac{8\pi}{3} J_1 (v + u_0) \right]^2.$$

Тогда единственное физически приемлемое решение (15) записывается в виде

$$H = 2 \sqrt{\frac{8\pi}{3} J_1 (v + u_0)} \cos \left(60^\circ + \frac{\varphi}{3} \right), \quad (16)$$

где

$$\cos \varphi = \frac{3G}{2 \sqrt{\frac{8\pi}{3} J_1 (v + u_0)^2}}.$$

Два других корня уравнения (15) приводят к парадоксальному результату, что по мере увеличения скорости пыли газ движется в противоположную сторону. Очевидно, с ростом $v \cos \varphi \rightarrow 0$, откуда

$$H \approx \frac{G}{u_0 + v} \quad (17)$$

и, следовательно,

$$u = u_0 - \frac{G^2}{8\pi J_1 (u_0 + v)^2}. \quad (18)$$

Результат (17) и (18) физически понятен. С увеличением скорости пыли уменьшается ее плотность и, в соответствии с (14), уменьшается напряженность поля. При этом сила, действующая на газ со стороны поля, уменьшается и при $v \rightarrow \infty$ $u \rightarrow u_0$. Определение этой конечной скорости непосредственно из уравнений (13) невозможно. Для определения u_0 необходимо знать значения скорости газа и напряженности поля в каком-либо сечении потока.

Картина, несколько отличная от описанной, появляется в случае цилиндрически-симметричного сходящегося потока. Запишем интегралы уравнений (11) в цилиндрическом потоке. При этом для простоты положим, что скорость пыли вдоль радиуса остается постоянной. Это может быть справедливо на некотором этапе движения. Получим

$$\begin{aligned} r(v + u)H = G; \quad r\rho u = J_1 \\ \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{r}{8\pi J_1} \cdot \frac{\partial H^2}{\partial r} = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Выражая u через H , получим дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial \ln H}{\partial \ln r} \left(G + \frac{H^3 r^2}{4\pi J_1} \right) = -G, \quad (20)$$

из которого находим

$$\frac{H^2 r^2}{G - \frac{H^3 r^2}{2\pi J_1}} = \text{const} \approx \frac{2\pi \rho_0 u_0 H_0 r_0}{2\pi \rho_0 u_0 v - H_0^2}. \quad (21)$$

Здесь положено, что в начале движения скорость газа много меньше скорости пыли. Однако, вследствие цилиндрической симметрии, напряженность поля растет и с нею растет скорость газа. Найдем значение H , при котором скорости газа и пыли выравниваются. Полагая $u = v$, из (21) и (19) легко найдем

$$H \approx \frac{H_0^2 + 6\pi \rho_0 u_0 v}{H_0}, \quad (22)$$

откуда следует, что если $u_0 v \ll \frac{H_0^2}{4\pi \rho_0}$, увлечение газа движущейся

пылью происходит практически сразу. В противном случае для увлечения газа требуется тем большая напряженность поля, чем больше скорость пыли.

Таким образом, отличие цилиндрического случая от одномерного заключается в том, что в одномерном случае никогда не наступает выравнивание скоростей газа и пыли, так как с ростом v уменьшается H , в цилиндрическом же случае поле возрастает при движении к оси и это приводит к ускорению движения газа.

3. *Гидромагнитные ударные волны в газовой-пылевой среде.* Другим важным видом движений в магнитоактивной газовой-пылевой среде является распространение плоских ударных волн в поперечном магнитном поле. Рассмотрим вопрос о взаимодействии газа и пыли в таких волнах в пренебрежении аэродинамическим сопротивлением пылевых частиц. Для этого запишем законы сохранения потоков массы, импульса и энергии на фронте ударной волны:

$$\begin{aligned} \rho u &= J_1; \quad \delta v = J_2; \\ \rho u^2 + P + \frac{H^2}{8\pi} &= \Pi_1; \quad \delta v^2 + \frac{H^2}{8\pi} = \Pi_2; \\ (v + u)H &= G; \\ J_1 \left(\frac{u^2}{2} + i + \frac{H^2}{4\pi\rho} \right) + J_2 \left(\frac{v^2}{2} + \frac{H^2}{4\pi\delta} \right) &= \Sigma. \end{aligned} \tag{23}$$

Отсюда легко получим выражения для v и u :

$$v = \frac{1}{J_2} \left(\Pi_2 - \frac{H^2}{8\pi} \right); \quad u = \frac{G}{H} - \frac{1}{J_2} \left(\Pi_2 - \frac{H^2}{8\pi} \right). \tag{24}$$

Из третьего уравнения (23) находим

$$\frac{P}{\rho} = u \cdot \frac{1}{J_1} \left(\Pi_1 - \frac{H^2}{8\pi} \right) - u^2. \tag{25}$$

Учитывая, что энтальпия $i = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{P}{\rho}$ и подставляя (25) в последнее уравнение (23), запишем

$$J_1 u \left\{ \left(\frac{1}{2} - k \right) u + \frac{1}{J_1} \left[k \left(\Pi_1 - \frac{H^2}{8\pi} \right) + \frac{H^2}{8\pi} \right] \right\} + \frac{1}{2} J_2 v \left(v + \frac{H^2}{2\pi J_2} \right) = \Sigma, \tag{26}$$

где $k = \frac{\gamma}{\gamma - 1}$. Подставляя сюда u и v из (24), получаем выражение для напряженности магнитного поля за фронтом ударной волны:

$$J_1 \left[\frac{G}{H} - \frac{1}{J_2} \left(\Pi_2 - \frac{H^2}{8\pi} \right) \right] \left\{ \left(\frac{1}{2} - k \right) \left[\frac{G}{H} - \frac{1}{J_2} \left(\Pi_2 - \frac{H^2}{8\pi} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{J_1} \left[k \left(\Pi_1 - \frac{H^2}{8\pi} \right) + \frac{H^2}{8\pi} \right] \right\} + \frac{1}{2} \left(\Pi_2 - \frac{H^2}{8\pi} \right) \left(\Pi_2 + \frac{3H^2}{8\pi} \right) \cdot \frac{1}{J_2} = \Sigma. \quad (27)$$

Это уравнение удается разрешить лишь в предположении, что скорость распространения фронта ударной волны $D \gg \frac{H_0}{\sqrt{4\pi\delta_0}}$; ($\delta_0 < \rho_0$).

$$J_1 \left(\frac{G}{H} - \frac{\Pi_2}{J_2} \right) \left[\left(\frac{1}{2} - k \right) \left(\frac{G}{H} - \frac{\Pi_2}{J_2} \right) + k \frac{\Pi_1}{J_1} \right] + \frac{\Pi_2^2}{2J_2} = \Sigma. \quad (28)$$

Полагая $\gamma = \frac{5}{3}$ и, следовательно, $k = \frac{5}{2}$, откуда легко получаем

$$H_1 \approx \frac{1}{2} \frac{GJ_2}{\Pi_2} \equiv H_0; \quad H_2 \approx \frac{4}{5} \frac{GJ_2}{\Pi_2} = \frac{8}{5} H_0. \quad (29)$$

Очевидно, первое значение H относится к области перед фронтом ударной волны, а второе к области за фронтом. Воспользуясь полученным результатом (29), найдем остальные величины:

$$v \approx D; \quad \delta \approx \delta_0 \\ u \approx \frac{1}{4} D; \quad \rho \approx 4\rho_0. \quad (30)$$

Таким образом мы видим, что при сделанном предположении о малости величины напряженности поля результаты оказываются не слишком отличными от обычных результатов о распространении ударных волн в магнитоактивной среде. В случае сильного поля задача нуждается в дополнительном анализе. Отметим лишь, что за фронтом ударной волны не происходит выравнивания скоростей газа и пыли, если не принимать во внимание аэродинамическое сопротивление пылевых частиц. Кроме того, здесь всегда

$$\frac{H}{H_0} < \frac{\rho}{\rho_0}. \quad (31)$$

Очевидно, в дальнейшем необходимо тщательное исследование всех свойств гидромагнитных ударных волн в многокомпонентных системах. Представляет также большой интерес расчет структуры фронта гидромагнитной газовой-пылевой ударной волны. Однако это связано с серьезными трудностями, так как здесь придется учитывать зависимость проводимости от напряженности поля и масштабов среды (см. (9)).

4. *К вопросу о тонковолокнистой структуре некоторых отражательных туманностей.* Относительно высокая проводимость газо-пылевой среды и возможность ее описания методами магнитной гидродинамики открывают путь к электродинамической интерпретации ряда пылевых конфигураций, наблюдающихся в некоторых газово-пылевых туманностях. Так, в настоящем разделе будет предпринята попытка объяснить тонковолокнистую структуру некоторых туманностей, как, например, пылевых туманностей в Плеядах.

Очевидно, по различным причинам может возникнуть относительное движение газа и пыли. В газовых потоках пыль увлекается не сразу, а постепенно, так что на значительных расстояниях относительная скорость газа и пыли может быть велика. В ряде случаев к разделению скоростей может привести лучистое давление окружающих звезд.

Рассмотрим в цилиндрической симметрии задачу о движении заряженных пылевых частиц. Пусть по оси z движется пыль, приводимая в движение посторонними силами. Скорость v_z постоянна. Очевидно это приведет к возникновению тока плотности $j = v_z n_d Ze$. Вне пылевого сгустка на расстоянии r от оси z этот ток вызывает магнитное поле напряженности

$$H = \frac{4\pi}{c} Z e v_z n_d r_d^2 \cdot \frac{1}{r}, \tag{32}$$

которое, взаимодействуя с током, сжимает частицы к оси движения, r_d — радиус пылевого сгустка. Здесь мы сталкиваемся с хорошо известным явлением самосжатого разряда (продольный пинч). Полагая, что при сжатии плотность пыли изменяется по закону $n_d = n_{d_0} \left(\frac{r_{d_0}}{r_d} \right)^2$, получим

$$H = \frac{4\pi}{c} Z e v_z n_{d_0} r_{d_0}^2 \cdot \frac{1}{r}. \tag{33}$$

Запишем теперь уравнение движения сжимающейся пыли. Очевидно, газ сжиматься не будет до тех пор, пока $Z e n_d < n_e e$. В этом случае имеем

$$v_r \frac{dv_r}{dr} = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{d}{dr} \frac{H^2}{8\pi} - \frac{3\mu}{4a\xi} v_r^2. \tag{34}$$

Здесь второй член в правой части описывает сопротивление газа радиальному движению пыли. Обозначим для краткости

$$A = \frac{4\pi}{\delta_0} \left(\frac{Zev_z n_{d_0} r_{d_0}}{c} \right)^2.$$

Тогда из (34) найдем

$$v_r^2 = 2A \left[Ei \left(\frac{3\rho}{2a\xi} r_{d_0} \right) - Ei \left(\frac{3\rho}{2a\xi} r_d \right) \right] e^{-\frac{3\rho}{2a\xi} r_d}. \quad (35)$$

Учитывая, что $v_r = -\frac{dr_d}{dt}$, из (35) получим время сжатия пылевого шнура

$$t = \frac{1}{\sqrt{2A}} \int_0^{r_{d_0}} \frac{e^{\frac{3\rho}{4a\xi} r_d} dr_d}{\left[Ei \left(\frac{3\rho}{2a\xi} r_{d_0} \right) - Ei \left(\frac{3\rho}{2a\xi} r_d \right) \right]^{1/2}}. \quad (36)$$

Если $r_{d_0} \ll \frac{2a\xi}{3\rho}$, $Ei \left(\frac{3\rho}{2a\xi} r_{d_0} \right) \approx \ln \gamma \frac{3\rho r_{d_0}}{2a\xi}$, где γ — постоянная Эйлера.

Тогда выражение (36) запишется в виде:

$$t = \frac{1}{\sqrt{2A}} \int_0^{r_{d_0}} \frac{1 + \frac{3\rho}{4a\xi} r_d}{\left(\ln \frac{r_{d_0}}{r_d} \right)^{1/2}} dr_d. \quad (37)$$

Полученный интеграл берется элементарно. Из (37) имеем

$$t = \sqrt{\frac{\pi}{2A}} r_{d_0} \left(1 + \frac{3\rho r_{d_0}}{4\sqrt{2} a\xi} \right). \quad (38)$$

Откуда ясно, что при $r_{d_0} \ll \frac{2a\xi}{3\rho}$ сопротивление газа радиальному движению пылевых частиц крайне незначительно. Если этим эффектом вообще пренебречь, получим

$$t \approx \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{c}{Ze} \cdot \frac{m_d}{v_z \sqrt{\delta_0}}. \quad (39)$$

Здесь m_d — масса пылевых частиц, δ_0 — начальная плотность пыли. При $m_d = 10^{-15}$ г, $\delta_0 \approx 10^{-26}$ г/см³, $v_z \approx 10^8$ см/сек, получим $t \lesssim 10^5$ лет. Это время может быть значительно уменьшено при $Z > 1$. Таким образом, движение заряженных пылевых частиц относительно газа, вы-

званное посторонними силами, приводит к практически неограниченному сжатию пылевой материи за приемлемые промежутки времени.

Рассмотренная задача относится к случаю, когда галактическое магнитное поле отсутствует. Рассмотрим теперь движение пыли в присутствии галактического поля, направленного по оси z . Это поле будем обозначать H_z в отличие от поля тока, которое будем обозначать H_0 . Сопротивлением газа движению частиц будем пренебрегать. Так как концы трубки H_z остаются открытыми, мы должны учесть, что при сжатии начнется растекание газа вдоль трубки со скоростью v'_z , что вносит вклад в увеличение тока. Кроме того, по этой же причине плотность газа при сжатии остается постоянной. Изменение плотности пыли мало влияет на уравнение движения. Полагая, что при сжатии трубки H_z меняется по закону $H_z = H_{z_0} \left(\frac{r_{d_0}}{r_d} \right)^2$, получим

$$v_r^2 = \frac{1}{4\pi\rho} \left[(H_0^2 - H_{0_0}^2) - H_{z_0}^2 \left(\frac{r_{d_0}^4}{r_d^4} - 1 \right) \right]. \quad (40)$$

Запишем теперь уравнение Максвелла для определения поля H_0

$$\text{rot } H = \frac{4\pi}{c} \cdot Ze n_d (v_z + v'_z). \quad (41)$$

Здесь v'_z связано с v_r простым соотношением: $v'_z = v_r \frac{V_0}{r_d^3}$, где V_0 — объем пылевого сгустка, сохраняющийся постоянным в процессе деформации, так как растекание газа вдоль поля H_z разносит и пыль. Запишем уравнение (41) в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (H_0 r) = \frac{4\pi}{c} Ze n_d \left\{ v_z + \frac{V_0}{\sqrt{4\pi\rho}} \frac{1}{r_d^3} \left[(H_0^2 - H_{0_0}^2) - H_{z_0}^2 \left(\frac{r_{d_0}^4}{r_d^4} - 1 \right) \right]^{1/2} \right\}. \quad (42)$$

Здесь n_d — концентрация пыли, которая в процессе деформации изменяется довольно сложным образом. Сначала, когда увлечение пыли вдоль H_z незначительно, $n_d \approx n_{d_0} \left(\frac{r_{d_0}}{r_d} \right)^3$. Впоследствии рост концентрации прекращается. Удобно аппроксимировать изменение n_d следующей формулой:

$$n_d = n_{d_0} \left(\frac{r_{d_0}}{r_d} \right)^2 \frac{m+1}{m + \left(\frac{r_{d_0}}{r_d} \right)^3}, \quad (43)$$

где $m > 1$. Очевидно, при $\left(\frac{r_{d_0}}{r_d}\right)^2 \gg m$ $n_d \approx n_{d_0}(m+1)$. Анализ уравнения (42) совместно с (43) и (40) даст характеристику сжатия пылевого шнура с продольным магнитным полем.

Рассмотрим случай, когда $v_z \gg v_z'$. Тогда уравнение (42) запишется в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (H_0 r) = \frac{4\pi}{c} Z e n_d v_z. \quad (44)$$

Отсюда найдем, что вне шнура с током

$$H_0 = \frac{2\pi}{c} Z e v_z n_{d_0} \frac{m+1}{m + \left(\frac{r_{d_0}}{r_d}\right)^2} \cdot \frac{r_{d_0}^2}{r}, \quad (45)$$

а на поверхности шнура

$$H_0(r_d) = \frac{2\pi}{c} Z e v_z n_{d_0} \frac{(m+1) r_{d_0}^2 r_d}{m r_d^2 + r_{d_0}^2}. \quad (46)$$

Следовательно,

$$v_r^2 = \frac{H_0^2}{4\pi\varrho} \left\{ \left| \frac{(m+1)^2 r_{d_0}^2 r_d^2}{(m r_d^2 + r_{d_0}^2)^2} - 1 \right| - g^2 \left(\frac{r_{d_0}^4}{r_d^4} - 1 \right) \right\}. \quad (47)$$

Здесь $H_0 = H_0(r_{d_0})$; $g = \frac{H_{z_0}}{H_0}$.

Из (47) видно, что при $m r_d^2 \gg r_{d_0}^2$, то есть при больших значениях m , v_r обращается в нуль при $r_d \approx g r_{d_0}$. То есть сжатие пылевого сгустка происходит в $1/g$ раз. При этом его вытянутость, определенная как $\frac{l}{r_d}$, где l — длина, а r_d — радиус, вырастает в $1/g^3$ раз. Найдем условия, при которых $1/g$ может достичь значений $5 \div 10$, чтобы получить значительные вытянутости волокон:

$$\frac{1}{g} = \frac{2\pi n_{d_0} Z e v_z r_{d_0}}{c \cdot H_{z_0}}. \quad (48)$$

Отсюда видно, что при $Ze \approx 10$ искомые значения $1/g$ получаются при $n_{d_0} \approx 10^{-8} \text{ см}^{-3}$, $v_z \approx 10^8 \text{ см/сек}$, $H_{z_0} \approx 10^{-6} \text{ гаусс}$, $r_{d_0} \approx 10^{18} \text{ см}$. Следовательно, в присутствии галактического магнитного поля, ориентиро-

ванного по направлению движения пыли, также возможно образование волокон, но следует иметь в виду, что расстояние между этими волокнами будет порядка r_d .

Наконец, рассмотрим случай, когда вследствие растекания газа вдоль трубки

$$H_0^2 \gg H_0^2 + H_z^2 \left(\frac{r_d^4}{r_d^4} - 1 \right). \quad (49)$$

В этом случае уравнение (42) можно записать в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (H_0 r) = \alpha + \beta H_0, \quad (50)$$

где $\alpha = \frac{4\pi}{c} v_z Zen(r_d)$; $\beta = \sqrt{\frac{4\pi}{\rho}} \cdot \frac{Zen(r_d)}{c} \cdot \frac{V_0}{r_d^3}$. Решение (50) элементарно. Вне токового шнура поле определяется выражением

$$H_0 = \frac{\alpha}{\beta^2} [1 - (\beta r_d + 1) e^{-\beta r_d}] e^{\beta r_d} \frac{1}{r}, \quad (51)$$

а на его поверхности

$$H_0(r_d) = \frac{\alpha}{\beta^2} [e^{\beta r_d} - (\beta r_d + 1)] \cdot \frac{1}{r_d}. \quad (52)$$

Учитывая, что $\beta \sim 1/r_d^3$ (см. (50)), находим, что при $r_d \rightarrow 0$ $H_0(r_d) \rightarrow \infty$. То есть, при условии (49), выполненном на какой-то стадии сжатия, дальнейшее сжатие будет неограниченным, так как H_0 растет быстрее, чем H_z .

В заключение несколько слов о неустойчивости пинча. Как известно, продольный пинч весьма чувствителен к двум типам неустойчивости: это неустойчивость типа „змейки“ и „перетяжки“. Последний тип неустойчивости нас мало интересует, так как он в крайнем случае может привести к укорачиванию волокон. Гораздо большее значение имеет неустойчивость типа „змейки“. При отсутствии галактического магнитного поля ничто не мешает росту изгибной деформации. А так как пылевое вещество движется относительно газа, ясно, что деформированная петля быстро отделяется от основного столба пыли и со временем превращается в самостоятельное волокно опять-таки под действием пинч-эффекта. Возможно, что именно таким путем образуются волокнистые структуры типа „щетки“, как в туманности возле Мерыпы. Что же касается случая, когда пыль движется вдоль

галактического магнитного поля, то, как известно, продольное поле хорошо стабилизирует пинч относительно коротковолновых (вдоль шнура) возмущений. Длинноволновые возмущения скорее всего приведут к плавному изгибу пылевого шнура, что и наблюдается для длинных волокон. В отличие от лабораторных условий, где изгиб шнура приводит к уходу частиц на стенку, в космических условиях деформированный таким образом пинч может существовать неопределенное время.

Астрофизический институт
АН КазССР

ON THE MAGNETOHYDRODYNAMICS OF INTERSTELLAR GAS-DUST MEDIUM

E. J. GIDALEVICH

Some questions of magnetohydrodynamics of the two-component gas-dust medium are considered. It is shown that interstellar plasma containing dust particles can be considered as a two-component one: the first component is only gas plasma and the second one is the gas-dust. The conductivity of the second component is found to be large enough to permit the use of the magnetohydrodynamic method for its investigation. The gas-dust stream and shock-waves in the cross magnetic field are studied. It is supposed that the filamentary structure of some dust nebulae is a pinched dust current.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Е. Я. Гидалевич, Диссертация, Астрофиз. ин-т АН КазССР, 1965.
2. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, „Межзвездная среда“, Физматгиз, 1963.
3. С. Б. Пикельнер, „Основы космической электродинамики“, Наука, 1966.

О НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДИФфуЗИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В
НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

И. Н. МИНИН

Поступила 25 марта 1967

Предложен метод для решения задач о нестационарной диффузии излучения в неоднородной стационарной среде. Дан пример применения метода к задаче о диффузном отражении света.

В теории нестационарной диффузии излучения сравнительно прост случай, когда оптические свойства среды не изменяются с течением времени. Эффективным методом для решения различных задач в таком случае оказывается применение преобразования Лапласа. Автором [1—3] показано, что преобразование Лапласа по времени от любой функции, характеризующей поле излучения, легко находится непосредственно из решения соответствующей задачи для условий стационарного свечения. При этом рассматривалась однородная среда. В данной заметке указанный способ обобщается на случай неоднородной среды.

I. Будем рассматривать среду, состоящую из плоскопараллельных слоев, в которой происходит изотропное рассеяние света с вероятностью „выживания“ кванта при элементарном акте рассеяния, равной λ . Пусть t_1 и t_2 — среднее время, проводимое квантом в поглощенном состоянии и в пути между двумя последовательными рассеяниями соответственно. Примем, что вероятность излучения кванта через промежуток времени t после его поглощения экспоненциально убывает с увеличением указанного промежутка. В рассматриваемом случае величины λ , t_1 и t_2 могут изменяться с оптической глубиной τ .

Введем обозначения

$$t_1(\tau) = [t_1(0) + t_2(0)] \cdot f_1(\tau),$$

$$t_2(\tau) = [t_1(0) + t_2(0)] \cdot f_2(\tau), \quad u = \frac{t}{t_1(0) + t_2(0)}. \quad (1)$$

Тогда уравнение переноса излучения будет иметь вид

$$-\eta \frac{\partial I(\tau, \eta, u)}{\partial \tau} + f_2(\tau) \cdot \frac{\partial I(\tau, \eta, u)}{\partial u} =$$

$$= \frac{\lambda(\tau)}{2} \int_{-1}^{+1} \int_0^u I(\tau, \eta', u') e^{-\frac{u-u'}{f_1(\tau)}} \frac{du'}{f_1(\tau)} d\eta' + g(\tau, u) - I(\tau, \eta, u), \quad (2)$$

где $I(\tau, \eta, u)$ — интенсивность излучения в момент безразмерного времени u на оптической глубине τ , направление распространения которого составляет с внешней нормалью к слоям при $\tau = 0$ угол, косинус которого равен η , $g(\tau, u) d\tau$ — количество лучистой энергии, испускаемое источниками, расположенными в элементарном объеме с сечением 1 см^2 и оптической толщиной $d\tau$ на оптической глубине τ в момент времени u за единицу времени и в единичном телесном угле.

Применим к уравнению (2) преобразование Лапласа по u , полагая, что в момент времени $u = 0$ среда не светится, то есть $I(\tau, \eta, 0) = 0$. В результате получим

$$-\frac{\eta}{1 + s f_2(\tau)} \frac{\partial \bar{I}(\tau, \eta, s)}{\partial \tau} = \frac{\lambda(\tau)}{2 [1 + s f_1(\tau)] [1 + s f_2(\tau)]} \int_{-1}^{+1} \bar{I}(\tau, \eta', s) d\eta' +$$

$$+ \frac{\bar{g}(\tau, s)}{1 + s f_2(\tau)} - \bar{I}(\tau, \eta, s), \quad (3)$$

где обозначено

$$\bar{I}(\tau, \eta, s) = \int_0^{\infty} e^{-su} I(\tau, \eta, u) du, \quad \bar{g}(\tau, s) = \int_0^{\infty} e^{-su} g(\tau, u) du. \quad (4)$$

С другой стороны, для условий стационарного свечения уравнение переноса излучения имеет вид

$$-\eta \frac{\partial I(\tau', \eta)}{\partial \tau'} = \frac{\lambda(\tau')}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau', \eta') d\eta' + g(\tau') - I(\tau', \eta). \quad (5)$$

Пусть нам известно решение уравнения (5), то есть функция $I(\tau', \eta)$, которая, кроме τ' и η , зависит также от $\lambda(\tau')$ и $g(\tau')$. Будем считать,

что $I(\tau', \eta)$ нам известна для произвольных функций $\lambda(\tau')$ и $g(\tau')$, которые входят в выражение для $I(\tau', \eta)$. Сопоставляя (3) и (5), видим, что для нахождения $\bar{I}(\tau, \eta, s)$ следует в решении уравнения (5) заменить

$$\left. \begin{aligned} \lambda(\tau') & \text{ на } \frac{\lambda(\tau)}{[1 + s f_1(\tau)][1 + s f_2(\tau)]}, \\ \tau' & \text{ на } \int_0^{\tau} [1 + s f_2(\tau)] d\tau = \tau + s \int_0^{\tau} f_2(\tau) d\tau, \\ g(\tau') & \text{ на } \frac{\bar{g}(\tau, s)}{1 + s f_2(\tau)}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Обращая $\bar{I}(\tau, \eta, s)$, получим искомую интенсивность излучения $I(\tau, \eta, u)$. Разумеется, производя указанные замены (6) в любой другой функции, характеризующей стационарное поле излучения, аналогичным путем получим эту функцию для условий нестационарного свечения. Такой прием может быть использован также для получения уравнений, определяющих характеристики нестационарного поля излучения, из соответствующих уравнений в случае стационарного свечения.

II. Для примера рассмотрим диффузное отражение от неоднородной полубесконечной среды при изотропном рассеянии. Задачу о стационарном свечении решили В. В. Соболев [4], Беллман и Калаба [5]. Коэффициент яркости среды $\rho(\eta, \zeta)$ представлен в виде

$$\rho(\eta, \zeta) = \frac{1}{4} \int_0^{\infty} \lambda(\alpha) \varphi(\eta, \alpha) \varphi(\zeta, \alpha) e^{-\alpha \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right)} \frac{d\alpha}{\eta \zeta}, \quad (7)$$

а для определения вспомогательной функции $\varphi(\eta, \alpha)$ составлено уравнение

$$\varphi(\eta, \alpha) = 1 + \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d\zeta}{\zeta} \int_0^{\infty} \lambda(\alpha') \varphi(\eta, \alpha') \varphi(\zeta, \alpha') e^{-(\alpha' - \alpha) \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right)} d\alpha'. \quad (8)$$

Перейдем теперь к изучению случая нестационарного свечения. Для простоты будем считать, что $t_1(\tau) \gg t_2(\tau)$ при всех значениях τ , а также примем $t_1 = \text{const}$. Введем функции $\rho(\eta, \zeta, u)$ и $\varphi(\eta, \alpha, u)$ и их преобразования Лапласа по u , которые обозначим соответственно через $\bar{\rho}(\eta, \zeta, s)$ и $\bar{\varphi}(\eta, \alpha, s)$. Тогда, согласно изложенному выше, для составления уравнений и соотношений, которым удовлетворяют искомые функции, следует в (7) и (8) сделать замены (6). В рассматри-

ваемом случае это сводится к замене $\lambda(\alpha)$ на $\frac{\lambda(\alpha)}{1+s}$, после чего получаем

$$\bar{\rho}(\eta, \zeta, s) = \frac{1}{4(1+s)} \int_0^{\infty} \lambda(\alpha) \bar{\varphi}(\eta, \alpha, s) \bar{\varphi}(\zeta, \alpha, s) e^{-\alpha\left(\frac{1}{\zeta} + \frac{1}{\eta}\right)} \frac{d\alpha}{\eta\zeta}, \quad (9)$$

$$\bar{\varphi}(\eta, \alpha, s) = 1 + \frac{1}{2(1+s)} \int_0^1 \frac{d\zeta}{\zeta} \int_{\frac{\alpha}{\zeta}}^{\infty} \lambda(\alpha') \bar{\varphi}(\eta, \alpha', s) \bar{\varphi}(\zeta, \alpha', s) e^{-(\alpha'-\alpha)\left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta}\right)} d\alpha'. \quad (10)$$

Вместо функции $\varphi(\eta, \alpha, u)$ введем новую функцию $\omega(\eta, \alpha, u)$ следующим образом

$$\bar{\omega}(\eta, \alpha, s) = \frac{\bar{\varphi}(\eta, \alpha, s)}{1+s}. \quad (11)$$

Тогда соотношение (9) примет вид

$$\bar{\rho}(\eta, \zeta, s) = \frac{1+s}{4} \int_0^{\infty} \lambda(\alpha) \bar{\omega}(\eta, \alpha, s) \bar{\omega}(\zeta, \alpha, s) e^{-\alpha\left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta}\right)} \frac{d\alpha}{\eta\zeta}, \quad (12)$$

а уравнение (10) запишется в форме

$$\begin{aligned} \bar{\omega}(\eta, \alpha, s) &= \frac{1}{1+s} + \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d\zeta}{\zeta} \int_{\frac{\alpha}{\zeta}}^{\infty} \lambda(\alpha') \bar{\omega}(\eta, \alpha', s) \bar{\omega}(\zeta, \alpha', s) e^{-(\alpha'-\alpha)\left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta}\right)} d\alpha'. \end{aligned} \quad (13)$$

Используя известные правила операционного исчисления, из (12) и (13) находим

$$\rho(\eta, \zeta, u) = \frac{1}{4} \int_0^{\infty} \lambda(\alpha) \left[a(\eta, \zeta, \alpha, u) + \frac{\partial a(\eta, \zeta, \alpha, u)}{\partial u} \right] e^{-\alpha\left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta}\right)} \frac{d\alpha}{\eta\zeta}, \quad (14)$$

где

$$a(\eta, \zeta, \alpha, u) = \int_0^u \omega(\eta, \alpha, u') \omega(\zeta, \alpha, u - u') du', \quad (15)$$

а функция $\omega(\eta, \alpha, u)$ определяется уравнением

$$\omega(\eta, \alpha, u) = e^{-u} + \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\infty} \lambda(\alpha') \times \\ \times \left\{ \int_0^u \omega(\eta, \alpha', u') \left[\int_0^1 \omega(\zeta, \alpha', u - u') e^{-\alpha' - \alpha} \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right) \frac{d\zeta}{\zeta} \right] du' \right\} d\alpha'. \quad (16)$$

Заметим, что $\rho(\eta, \zeta, u)$ дает свечение среды под воздействием мгновенного импульса излучения. Для любой другой зависимости мощности облучения среды от времени решение легко получить из найденного путем интегрирования.

III. Задачи о нестационарной диффузии излучения в неоднородной среде рассматривал в последнее время Н. Б. Енгибарян [6]. Используя принцип инвариантности для исследования нестационарных процессов диффузии излучения и применяя преобразование Лапласа по времени, он получил ряд уравнений и соотношений для преобразованных функций. Как показано выше, для получения преобразованных функций или уравнений для их определения нет необходимости в рассмотрении нестационарных процессов диффузии излучения.

В заключение заметим, что изложенный нами способ получения решений задач о нестационарной диффузии излучения в стационарной среде может применяться и в более сложных случаях (при неизотропном рассеянии, для среды произвольной формы и т. д.). Легко сделать соответствующую модификацию на случай диффузии излучения с перераспределением по частотам при рассеянии.

Ленинградский государственный
университет

ON THE NONSTATIONARY DIFFUSION OF RADIATION IN NONUNIFORM MEDIUM

I. N. MININ

The method to solve the problems of nonstationary diffusion of radiation in a nonuniform stationary medium is developed. As an example of the application of the method the problem of diffuse reflection of radiation is considered.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *И. Н. Минин*, Вестн. ЛГУ, № 13, 137, 1959; № 19, 124, 1962.
2. *И. Н. Минин*, ДАН СССР, 154, 1059, 1964.
3. *И. Н. Минин*, сб. „Теория звездных спектров“, Наука, М., 1966.
4. *В. В. Соболев*, ДАН СССР, 111, 1000, 1956.
5. *R. Bellman, R. Kalaba*, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 42, 629, 1956.
6. *Н. Б. Енибарян*, *Астрофизика*, 1, 167, 1965; 2, 197, 1966.

СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ β CrV

Э. Н. ЧУМАК

Поступила 8 апреля 1967

Исправлена 12 июля 1967

Получены: скорость микротурбуленции в атмосфере, температуры ионизации и возбуждения, логарифм электронного давления.

Найден ход изменения температуры возбуждения, а также скорости микротурбуленции в зависимости от потенциала возбуждения.

Найдено содержание химических элементов Fe, Ti, Cr, Ca, V, Sc.

Звезда β CrV принадлежит к группе Ar. Пекулярность ее состоит в усилении линий некоторых металлов и особенно элементов: Eu, Sr, Cr. Согласно [2] магнитное поле у нее меняется от -960 до $+1020$ гс.

На диаграмме цвет—светимость β CrV находится выше главной последовательности примерно на одну величину [2]. Спектральный класс, определенный по линиям металлов — F0, а по линиям водорода — A7V. Вероятно цвет B—V является покрасневшим из-за усиления линий металлов.

Вопрос о причинах аномалий содержания элементов в атмосферах пекулярных звезд до сих пор не решен [2, 3]. Предполагается [4], что причина пекулярности звезд каким-то образом коррелирует с наличием сильного магнитного поля на поверхности. Типичная для Ar звезд напряженность магнитного поля, согласно [3] 2000 гс; соответствующее магнитное давление $H^2/8\pi$ равно примерно $2 \cdot 10^5$ дн/см². Это значительно больше, чем электронное и газовое давления, каждое из которых $3 \cdot 10^2$ дн/см², так что магнитное поле должно было бы полностью определять стратификацию атмосферы магнитной звезды.

Найденные средние турбулентные скорости для магнитных звезд [3] оказываются не отличающимися от тех же величин у нормальных кар-

ликов. Однако, интересно было бы узнать, как меняются турбулентные скорости, а также температуры возбуждения с оптической глубиной. В настоящей работе, в частности, рассматривается этот вопрос.

Наблюдательный материал состоит из двух спектрограмм, полученных К. И. Козловой в июле 1965 г. на спектрографе АСП-21 телескопа АЗТ-8. Дисперсия спектрографа 30.4 А/мм.

Использовались фотопластинки Kodak OaO. Калибровка спектрограмм проводилась на том же спектрографе с помощью ступенчатого ослабителя и лампы накаливания К-7.

Фотометрическая обработка спектров велась на микрофотометре МФ-4 с записью на ЭПП-09.

В работе применялся метод кривых роста. Эквивалентные ширины линий, центральные части которых не искажены, но блендируются крылья, находились методом описанным в [7], а именно, используя зависимость глубины линии от эквивалентной ширины. Всего в настоящей работе было использовано 280 линий. Роуландовские оценки интенсивности линий в спектре β CrV, сделанные в [6], также были приведены к нашей системе, что позволило уточнить эквивалентные ширины W_λ .

Таблица 1

Элемент	Стадия ионизации	ϵ_1 эВ	T_e	v_T км/сек	\bar{T}_H	\bar{v}_T км/сек
Fe	I	1.59	5400°	5.16	6350'	5.58
Fe	II	4.31	6050	6.25		
Ti	I	1.31	5970	2.24		
Ti	II	1.62	6540	6.04		
Cr	I	1.26	5400	5.39		
Cr	II	3.9	6540	7.75		
Ca	I	1.64	5700			
Sc	II	0.53	5350			
V	II	1.86	6000			

Величины $\lg gf_\lambda$ брались из работы [5], а ϵ_1 — потенциалы возбуждения из [7].

Спектр β CrV достаточно богат линиями атомов и ионов различных элементов, поэтому оказалось возможным построить не только одну, общую для всех элементов кривую роста, а несколько. Кривые роста были построены по мультиплетам FeI, TiI, CrI, FeII, TiII, CrII. Кроме того, для некоторых элементов было построено несколько кривых роста по мультиплетам с различными потенциалами возбуждения нижнего уровня.

Найденные турбулентные скорости получились различными (см. табл. 1) поскольку эффективная глубина образования линий с различными потенциалами возбуждения различна. Оказалось, что полученная скорость микротурбулентности возрастает с увеличением потенциала возбуждения (см. рис. 1а).

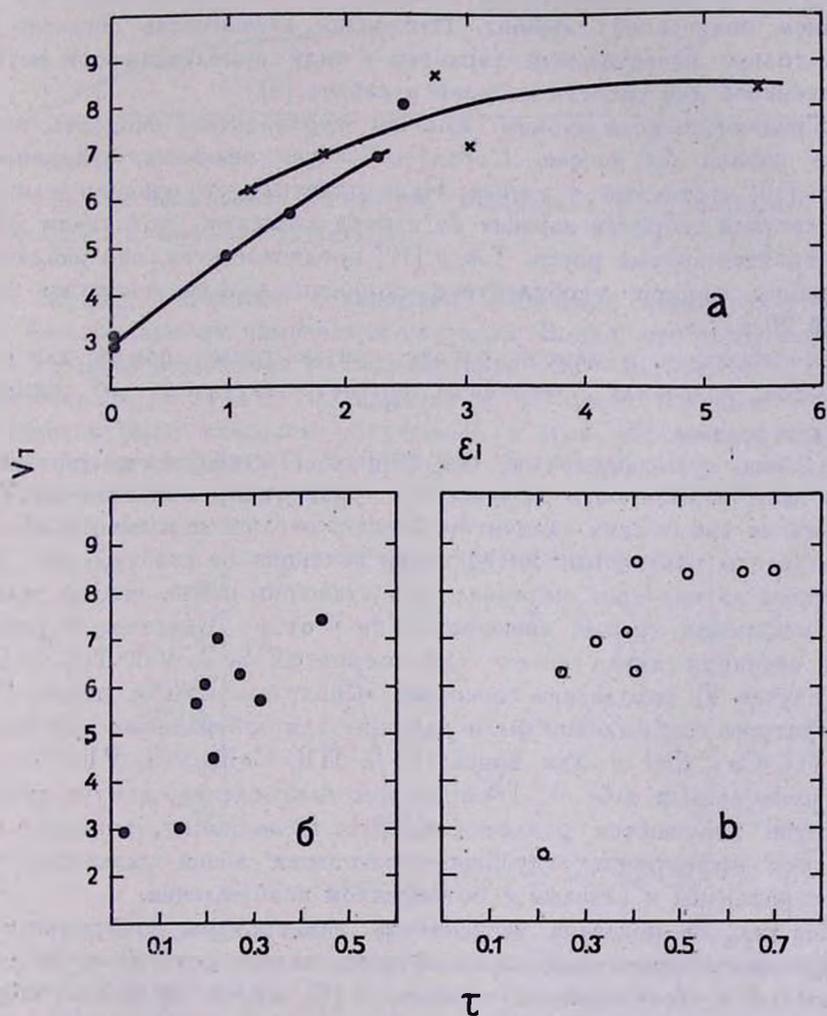


Рис. 1. Зависимость турбулентной скорости от потенциала возбуждения (а), от оптической глубины для нейтральных атомов (б) и для ионов (в).

Для нейтральных атомов и ионов зависимости v_T от ϵ_1 несколько различаются.

Была найдена также зависимость между величиной турбулентной скорости, полученной по линиям с различными потенциалами возбуждения для нейтральных атомов и ионов, и оптической глубиной в атмосфере (см. рис. 1 б, в). Для этого использовалась работа [8], где были построены зависимости эффективной глубины образования линий (τ) от потенциала возбуждения (ϵ_1). Оказалось, что u_T растет с увеличением оптической глубины. Найденная зависимость согласно [8] имеет только качественный характер в виду приближенности метода примененного для расчета моделей в работе [9].

Средняя по всем атомам и ионам турбулентная скорость получилась равной 5.6 км/сек. Соответствующая величина, найденная в работе [10] составляет 4 км/сек. Надо отметить, что средняя величина турбулентной скорости зависит от набора элементов, по линиям которых строятся кривые роста. Так в [10] предполагается, что найденная по линиям европия турбулентная скорость должна примерно быть равной 20 км/сек.

Построенная в данной работе кривая роста, общая для всех элементов, позволила определить параметр затухания „ α “, который оказался равным 10^{-2} .

Сдвиги мультиспектров по оси абсцисс Y к теоретической кривой роста дают возможность определить температуру возбуждения T_b и содержание химических элементов. Однако различные элементы обычно представлены различными интервалами потенциалов возбуждения. Для некоторых из них этот интервал недостаточно велик, чтобы можно было построить график зависимости $\lg Y$ от ϵ_1 . В настоящей работе такая ситуация имела место для элементов Sc II, V II, Ti I, Ca I. В этом случае T_b находилась способом, использованным в работе [11]. Температуры возбуждения были найдены для нейтральных элементов: Fe I, Ti I, Ca I, Cr I и для ионов: Fe II, Ti II, Cr II, Sc II, V II. Результаты приведены в табл. 1. Температуры возбуждения, для различных элементов получаются различными. Это, по-видимому, отражает тот факт, что эффективные глубины образования линий различных элементов различны и связаны с потенциалом возбуждения.

На рис. 2а показана зависимость температуры возбуждения от потенциала возбуждения. Если сопоставить зависимость T_b от ϵ_1 с зависимостью ϵ_1 от оптической глубины τ [8] можно судить об общем ходе изменения T_b с глубиной в атмосфере. На рис. 2б приведена эта зависимость. Однако, как и в случае турбулентной скорости, можно судить лишь о качественном характере этой зависимости.

В настоящей работе было также определено содержание элементов Fe, Ti, Cr, Ca, V, Sc в нейтральном состоянии и первой стадии ионизации.

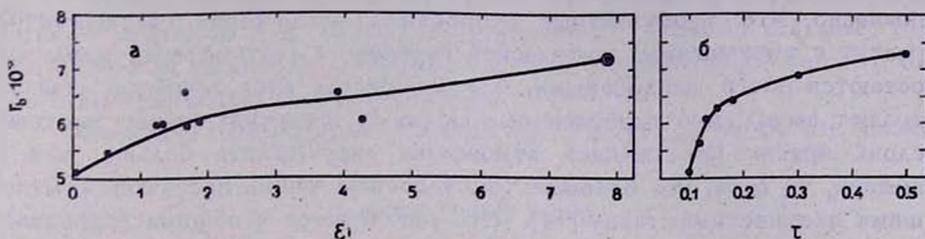


Рис. 2. Зависимость температуры возбуждения T_v от потенциала возбуждения ϵ_1 (а) и от оптической глубины (б).

На рис. 3 показано содержание найденных элементов в сравнении со стандартным химическим составом. Видно, что содержание Ca, V и Fe мало отличается от стандартного, Sc — находится в небольшом избытке, а Ti и Cr содержатся в довольно большом избытке. Интересно было сравнить полученные в этой работе результаты с результатами М. Хак (Наск) [10] для этой звезды. Из рис. 3 видно, что они хорошо согласуются.

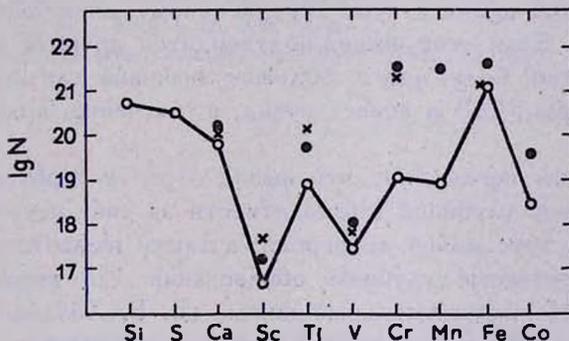


Рис. 3. Относительный химический состав атмосферы β CrV: крестики — по работе [10]; светлые кружки — стандартный состав; темные кружки — результаты полученные в настоящей работе.

Температура ионизации определялась методом, описанным в работе [11]. T_{ii} получилась равной 6800° . Найденная этим же методом величина логарифма электронного давления, $\lg P_e$, оказалась равной 1.78, что хорошо согласуется с соответствующей величиной, найденной в [10], где $\lg P_e = 1.70$.

Логарифм электронной плотности, определенный по формуле Инглиса-Теллера в настоящей работе равен 13.84, в [12] $\lg n_e = 13.77$, а в [13] найдено, что $\lg n_e = 13.72$. Полученный характер зависимости $v_t(\tau)$ позволяет сделать довольно интересные выводы. В работе [8] показано, что турбулентные скорости в атмосферах сверхгигантов растут с уменьшением оптической глубины, а в атмосферах карликов остаются почти неизменными. На основании этих эффектов обычно делают вывод, что турбулентные скорости в верхних менее плотных слоях крайне протяженной атмосферы сверхгиганта больше, чем в нижней, то есть, что большие турбулентные скорости связаны с меньшими плотностями газов [14]. Это согласуется с общими гидродинамическими соображениями: при меньших плотностях вещества условия для возникновения турбулентных движений более благоприятны, чем при больших.

Что касается атмосфер карликов, то здесь градиент плотности значительно ниже, чем в атмосферах сверхгигантов и турбулентная скорость, следовательно, хотя и должна меняться по такому же закону, но значительно слабее. Из сказанного выше следует, что ход турбулентной скорости с оптической глубиной, полученный для β CrV надо, по-видимому, считать аномалией. Можно предположить, что причина этой аномалии заключается в том, что сильное магнитное поле, обнаруженное в поверхностных слоях этой звезды, проникая на глубину $\tau \approx 0.2-0.4$ препятствует турбулентному движению вещества на этих глубинах. Если этот вывод подтвердится другими наблюдениями, то это, вероятно, будет иметь большое значение для изучения структуры атмосферы β CrV и внесет вклад в изучение природы ее peculiarности.

Однако, не исключено, что вывод о росте турбулентной скорости с оптической глубиной можно отнести за счет неточности наблюдений в результате малой дисперсии, а также из-за того, что использовались эффективные глубины образования для нормальных звезд, хотя некоторые предварительные данные (В. В. Хохлова, КрАО) свидетельствует о том, что подобный прием не приводит к существенным погрешностям.

В заключение выражаю благодарность К. И. Козловой и Ю. В. Глаголевскому за предоставление высококачественного наблюдательного материала, а также за многочисленные ценные консультации.

SPECTROPHOTOMETRIC STUDY OF β CrB

Z. N. CHUMAK

The velocity of microturbulence in the atmosphere, the temperatures of ionization and excitation, logarithm of electron pressure, the dependence of excitation temperature and of microturbulent velocity on the excitation potential are determined.

Abundances of chemical elements Fe, Ti, Cr, Ca, V, Sc are found.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Дж. Л. Гринстейн, Звездные атмосферы, ИЛ., М., 1963, стр. 286.
2. М. Наск, Abundance determination in stellar spectra, London and New York, 1966, p. 232.
3. W. L. W. Sargent, Abundance determination in stellar spectra, London and New York, 1966, p. 247.
4. А. А. Боярчук, Ю. С. Ефремов, В. Е. Степанов, Изв. КрАО, 24, 52, 1960.
5. Т. С. Галкина, И. М. Копылов, Изв. КрАО, 28, 35, 1962.
6. W. A. Hiltner, Ap. J., 102, 438, 1945.
7. М. Е. Боярчук, А. А. Боярчук, Изв. КрАО, 22, 234, 1960.
8. М. Е. Боярчук, Изв. КрАО, 28, 94, 1962.
9. C. de Jager, L. Neven, Rech. Astron. Obs. Utrecht., 13, 4, 1957.
10. М. Наск, Mem. Soc. Astron. Ital., 29, 263, 1958.
11. Э. Р. Мустель, Л. С. Галкин, Изв. КрАО, 24, 78, 1960.
12. И. М. Копылов, Изв. КрАО, 26, 232, 1966.
13. Э. Р. Мустель, Звездные атмосферы, ГФМЛ, 1960, стр. 261.

О ПЕРЕМЕННОСТИ ОБОЛОЧКИ ЗАТМЕННО-ДВОЙНОЙ
ЗВЕЗДЫ SQ ЦЕФЕЯ ТИПА ВОЛЬФ-РАЙЕ = HD 214419

А. А. ГУСЕЙНЗАДЕ

Поступила 17 октября 1966

Исправлена 20 мая 1967

Получена фотоэлектрическая кривая блеска звезды SQ Цефея в трех цветах, в фотометрической системе близкой к UVV на 20 см телескопе Крымской астрофизической обсерватории.

Сравнение полученных результатов с данными других наблюдателей выявило изменение в ширине и глубине минимумов, в различии яркости максимумов и в максимальной амплитуде неправильных изменений блеска, а также в изменении цвета с фазой и в асимметрии.

Изменение указанных величин в разных частях спектра происходит не одинаковым образом. Делается вывод о переменности оболочки компонентов.

Звезда SQ Цефея является затменно-переменной типа Вольф-Райе с периодом 1^d.641246. Один из ее компонентов имеет спектр WN6, а другой Об. По данным ОКПЗ максимальный блеск системы составляет 9^m.6.

Кривая блеска SQ Цефея была получена фотографически Гапошкиным [1], фотоэлектрически Хилтнером [2] в фиолетовой и желтой частях спектра, Чугайновым [3] в фиолетовой, синей и желтой частях спектра.

В настоящей работе приводятся результаты фотоэлектрических наблюдений затменно-переменной звезды SQ Цефея с целью выявления возможных изменений в поведении блеска системы в различных областях спектра с течением времени.

Работа была выполнена на 20 см телескопе Крымской Астрофизической обсерватории. Фильтрами фотометра были UG—2 Шотта

(1 мм), BG—25 Шотта (1 мм) и отечественный ЖС—17 (1 мм). Эти фильтры в сочетании с фотоумножителем давали для источника с равным распределением энергии следующие $\lambda_{эф}$: 3670, 4280 и 5480 Å. Нами использовался фотоумножитель ЕМ1 с сурьмяноцезиевым фотокатодом и электрометрический усилитель типа „Кактус“. Регистрация сигнала осуществлялась с помощью пишущего электронного потенциометра ЭПП—09.

Линейность аппаратуры была проверена как в лаборатории, так и по звездам.

Наблюдения были выполнены в 1964—65 гг. В качестве звезды сравнения была использована HD 214259 (A0), для контроля постоянства ее блеска HD 214220 (A3), которые оказались постоянными в пределах ошибок наблюдений. Этой же цели они служили в работе Гапошкина [1] и Хилтнера [2].

Наблюдения были обработаны с элементами данными в ОКПЗ:

$$M_{ин} = ЮД 2432456.668 + 1^d 641248.$$

Результаты обработки, осредненные по фазе, приведены в табл. 1, в которой даны последовательно: фаза в долях суток, разность блеска CQ Цефея — HD 214259 для желтого, синего и фиолетового фильтров, а в последнем столбце вес среднего значения.

Данные табл. 1 (белые кружки) и наблюдения Хилтнера (черные кружки) представлены на рис. 1, который показывает наличие изменений: в ширине и глубине минимумов и в различии яркости максимумов.

Под понятием ширины минимума подразумевается промежуток времени между началом нисходящей и концом восходящей ветви кривой блеска.

Сравнением наблюдений разных авторов была обнаружена переменность максимальной амплитуды неправильных изменений блеска с течением времени.

Значения указанных величин приводятся в табл. 2 по имеющимся в данное время наблюдениям.

Отметим, что в главном минимуме затмевается звезда WR, а во вторичном — компонента O.

Как видно из табл. 2 наблюдения Хилтнера показывают одинаковую ширину как для главных так и для вторичных минимумов в отдельности, а Чугайнова и автора — разную. Это различие наибольшее по нашим данным.

По данным Хилтнера ширина главных минимумов гораздо меньше вторичных. Наблюдения Чугайнова обнаруживают уменьшение этой разности. В желтой части спектра ширина минимума при затмении O

Таблица 1

N	Фаза	$m_{ж}$	$m_{с}$	$m_{ф}$	p
1	0. ^d 003	+0. ^m 408	+0. ^m 643	+0. ^m 096	3
2	.036	+0.382	+0.622	+0.022	7
3	.063	+0.335	+0.584	-0.038	8
4	.091	+0.285	+0.532	-0.088	11
5	.130	+0.224	+0.466	-0.176	20
6	.184	+0.145	+0.396	-0.262	13
7	.242	+0.090	+0.317	-0.328	8
8	.293	-0.005	+0.278	-0.286	7
9	.336	+0.027	+0.270	-0.426	3
10	.377	-0.013	+0.262	-0.429	9
11	.424	-0.025	+0.253	-0.428	6
12	.468	-0.071	+0.294	-0.418	2
13	.522	+0.022	+0.272	-0.395	1
14	.556	-0.008	+0.266	-0.316	5
15	.649	+0.089	+0.403	-0.132	4
16	0.688	+0.145	+0.428	-0.080	4
17	.733	+0.258	+0.521	-0.067	5
18	.780	+0.315	+0.570	+0.017	8
19	.830	+0.299	+0.590	+0.052	9
20	.881	+0.328	+0.563	-0.028	9
21	.929	+0.321	+0.557	-0.080	7
22	.980	+0.243	+0.503	-0.100	10
23	1. ^d 033	+0.144	+0.396	-0.272	6
24	.065	+0.141	+0.374	-0.327	1
25	.131	+0.150	+0.393	-0.268	9
26	.180	+0.135	+0.364	-0.305	7
27	.226	-0.005	+0.348	-0.353	17
28	.276	-0.083	+0.203	-0.358	11
29	.361	-0.075	+0.205	-0.396	2
30	.397	+0.015	+0.255	-0.450	4
31	.462	+0.039	+0.340	-0.239	5
32	.563	+0.303	+0.564	-0.044	5
33	.595	+0.356	+0.672	+0.029	5
34	.620	+0.432	+0.642	+0.059	2

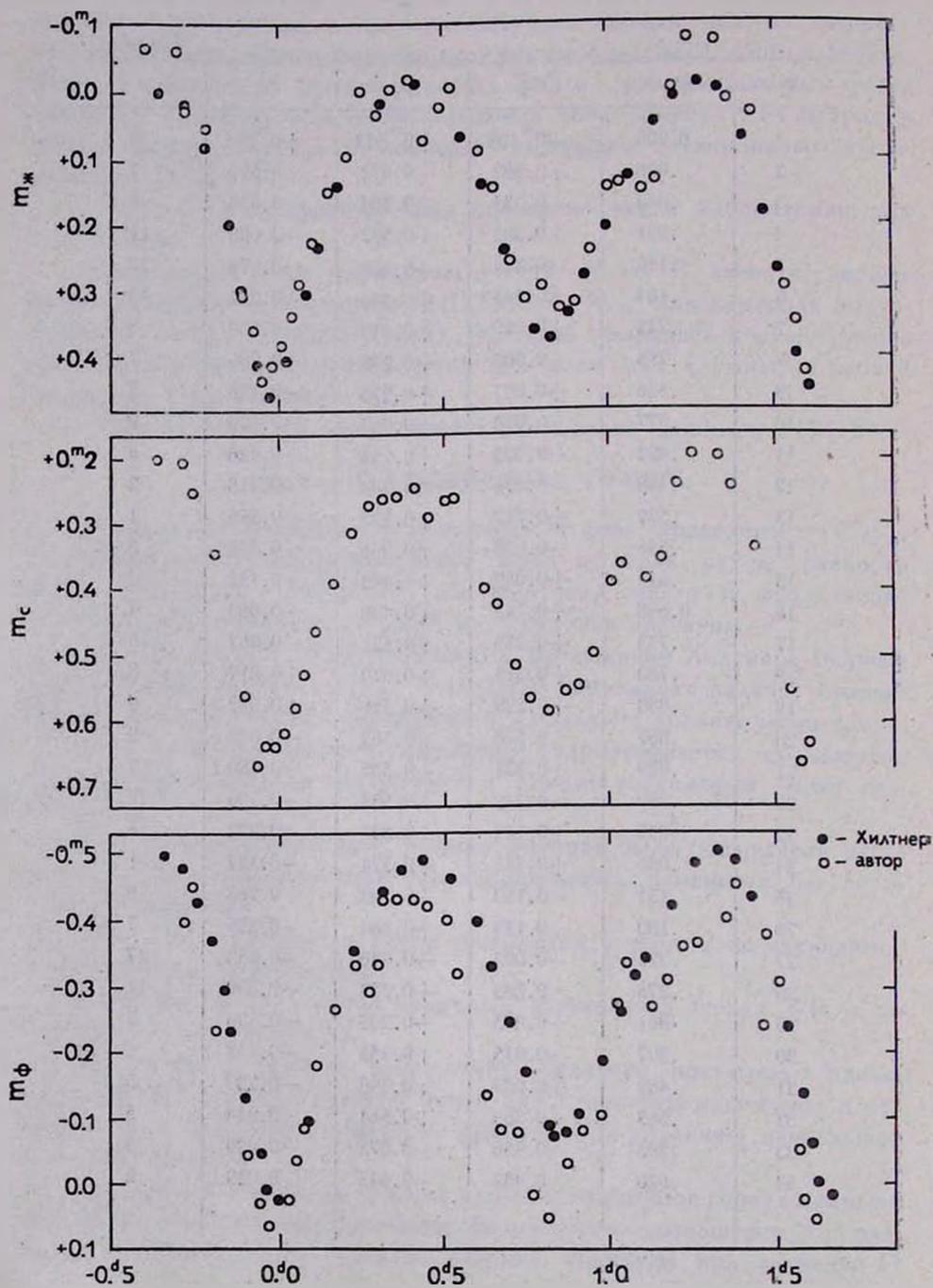


Рис. 1.

звезды компонентом WR становится даже меньше, чем при затмении звезды WR. Но наши наблюдения показывают опять меньшую ширину для главных минимумов по сравнению с вторичными. Это изменение в разных частях спектра происходит не одинаковым образом. В частности, ширина минимума в фиолетовой части спектра во вторичном минимуме увеличиваясь достигает значения, наблюдаемого Хилтнером, а в желтом фильтре—нет.

На основании этого можно сделать вывод о том, что оба компонента двойной звезды CQ Цефея показывают, как увеличение, так и уменьшение размеров оболочки с течением времени.

Приведем еще один наблюдательный факт, указывающий на возможность переменности оболочки. Мы определили методом фотоэлектрического сканирования эквивалентную ширину линии излучения $\lambda 4686$ He II, которая вне затмения составляла 15 \AA у звезды CQ Цефея, а для тех же фаз по данным Баппу и Синьхал [4] она была 29 \AA .

Как видно из табл. 2 ширина вторичных минимумов уменьшается с ростом λ . Это означает, что звезда WR обладает наибольшим размером в фиолетовых лучах, меньшим в синих и еще меньшим в желтых. Таким же образом по ширине главных минимумов можно предполагать, что звезда O обладает наибольшим размером в синей части спектра, меньшим в желтой и наименьшим в фиолетовой. При уменьшении ее размеров в фиолетовой и желтой частях спектра, по сравнению с наблюдениями Чугайнова [3] в синей он даже увеличивается.

Глубина минимумов не является одинаковой, что видно из табл. 2. Их значение меняется с течением времени и это изменение в разных частях спектра, происходит по-разному.

Глубина минимума в синей части спектра оказывается всегда меньше по сравнению с фиолетовой и желтой.

Наличие в области пропускания синего фильтра сильной эмиссионной линии $\lambda 4686$ He II влияет на полученные результаты. Наши [5] наблюдения звезды V 444 Лебедя показали уменьшение глубины минимумов с ростом λ , у которой $\lambda 4686$ гораздо сильнее CQ Цефея. На этом основании можно сделать вывод, о том, что наличие линий излучения в спектре звезды WR не является причиной разной глубины минимумов.

Из табл. 2 видно, что как максимальные значения неправильных изменений блеска, так и их переменность с течением времени, обнаруживают неравные значения в разных частях спектра. Это относится и к различию в яркости максимумов.

Между величинами ширина и глубина минимумов, различие яркости максимумов и неправильное изменение блеска имеется не

Таблица 2

Наблюдатель	Минимум	Ширина минимума			Глубина минимума			Различие яркости максимумов			Направильное изменение блеска		
		ф	с	ж	ф	с	ж	ф	с	ж	ф	с	ж
Гапошкин	I мин	—	<u>0^d.60</u>	—	—	0 ^m .35	—	—	0 ^m .01	—	—	0 ^m .04	—
	II мин	—	<u>0^d.67</u>	—	—	0 ^m .30	—	—	—	—	—	—	—
Хилтнер	I мин	<u>0^d.76</u>	—	<u>0^d.77</u>	0 ^m .52	—	0 ^m .47	0 ^m .01	—	0 ^m .00	0 ^m .04	—	0 ^m .05
	II мин	<u>0^d.89</u>	—	<u>0^d.87</u>	0 ^m .42	—	0 ^m .40	—	—	—	—	—	—
Чугайнов	I мин	<u>0^d.71</u>	<u>0^d.68</u>	<u>0^d.77</u>	0 ^m .54	0 ^m .46	0 ^m .49	0 ^m .00	0 ^m .02	0 ^m .02	<u>0^m.04</u>	<u>0^m.06</u>	<u>0^m.06</u>
	II мин	<u>0^d.77</u>	<u>0^d.75</u>	<u>0^d.73</u>	0 ^m .39	0 ^m .32	0 ^m .35	—	—	—	—	—	—
Автор	I мин	<u>0^d.60</u>	<u>0^d.70</u>	<u>0^d.65</u>	<u>0^m.54</u>	<u>0^m.45</u>	<u>0^m.49</u>	0 ^m .02	<u>0^m.05</u>	<u>0^m.06</u>	<u>0^m.18</u>	<u>0^m.08</u>	<u>0^m.12</u>
	II мин	<u>0^d.90</u>	<u>0^d.80</u>	<u>0^d.75</u>	<u>0^m.49</u>	<u>0^m.36</u>	<u>0^m.38</u>	—	—	—	—	—	—

Подчеркнутые значения определены автором.

Буквами обозначены фильтры: ф^o — фиолетовый, с — синий, ж — желтый.

полная корреляция. В частности наибольшее значение изменения в глубине главных минимумов составляет 0^m02 и вторичных — 0^m11 , а в их ширине — 0^d16 и 0^d14 , то есть корреляция не полная.

При сравнении данных разных наблюдателей переменность обнаруживает, кроме указанных величин в табл. 2, также, изменение цвета звезды с фазой и асимметрия кривой блеска.

Таким образом, для двойных звезд типа Вольф-Райе CQ Цефея и V 444 Лебеда (см. [4, 5]) наблюдения указывают на непосредственную возможность переменности оболочки.

Шемахинская астрофизическая
обсерватория

ON THE VARIABILITY OF ENVELOPE OF THE ECLIPSING BINARY CQ CEPHEI OF WOLF-RAYET TYPE=HD 214419

A. A. GUSEINZADE

CQ Cephei is an eclipsing-binary star of Wolf-Rayet type with the period of $1^d641246$. The photoelectric curve of light was obtained with the help of the 20 cm telescope at the Crimea Astrophysical observatory.

The photometric system is near to UBV.

Present data of observations were compared with the data of other authors. Due to this comparison the following changes were found. The change in width and depth of the minima, the differences in maximal brightness and the maximal amplitude of the irregular variations of brightness as well as the colour variations with phase.

The variations of the mentioned values in different parts of the spectrum are not parallel.

A conclusion is made on the changes in the envelope of the components.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. S. Gaposhtin, Ap. J., 100, 242, 1944.
2. W. A. Hiltner, Ap. J., 112, 477, 1950.
3. П. Ф. Чулайнов, Переменные звезды, 13, 148, 1960.
4. А. А. Гусейнзаде, Астрофизика, 2, 332, 1966.
5. А. А. Гусейнзаде, Переменные звезды, 15, 555, 1965.

АНАЛИЗ ВОДОРОДНЫХ ЛИНИЙ ПЕКУЛЯРНЫХ ЗВЕЗД
 α^2 CVn и γ Lyr

Ю. В. ГЛАГОЛЕВСКИЙ, К. И. КОЗЛОВА

Поступила 28 февраля 1967

Исправлена 22 мая 1967

Построены контуры водородных линий α^2 CVn и γ Lyr, получены эквивалентные ширины (W_λ) и электронные плотности ($\lg n_e$). Контурные водородных линий пекулярных звезд более узкие, чем у звезд сравнения α Peg и θ Aql. Зависимости $T(\tau)$ для α^2 CVn и γ Lyr, вычисленные по контуру H_γ , отличаются от таковой для звезд сравнения.

В работе [1] было показано, что аномальное распределение энергии в непрерывных спектрах магнитных, пекулярных, а возможно и металлических звезд наиболее естественно объяснить, предположив в их атмосферах уменьшенный температурный градиент. Нарушение распределения температуры в атмосферах звезд должно сказываться не только на распределении энергии в непрерывном спектре, но и на интенсивностях спектральных линий и в первую очередь водородных. Крылья линий образуются в самых глубоких слоях звездных атмосфер, откуда идет непрерывное излучение, а центральные части линий из-за большого коэффициента поглощения на поверхности. Нарушение физических условий в любой точке между этими двумя слоями сразу должно сказываться на форме контура линии. Поэтому было бы интересно вычислить распределение температуры с глубиной в атмосферах пекулярных звезд, пользуясь контурами их водородных линий.

Для исследования нами были выбраны две пекулярные звезды α^2 CVn и γ Lyr. В работах [2, 3] отмечается, что α^2 CVn имеет контуры водородных линий серии Бальмера, отличающиеся от контуров звезд сравнения того же спектрального типа и класса светимости. Линии водорода звезды γ Lyr имеют аналогичные свойства. Для того,

чтобы выяснить различие в контурах водородных линий изучаемых и нормальных звезд, нами были выбраны звезды сравнения того же спектрального класса и класса светимости. При выборе звезд сравнения мы приняли следующие условия; 1) спектральный класс изучаемых пекулярных и нормальных звезд должен быть по возможности одинаковым. Это необходимо для того, чтобы устранить влияние на контуры линий различия эффективных температур, 2) абсолютные величины M_v изучаемых звезд и звезд сравнения должны быть также близкими, чтобы исключить влияние эффекта светимости. На практике последнее условие осуществить обычно трудно из-за недостаточной точности тригонометрических параллаксов для многих звезд.

1. *Наблюдательный материал.* В программу наблюдений были включены две пекулярные звезды $\alpha^2 CVn$, γLyr и две звезды сравнения αPeg , θAql . В табл. 1 приведены данные о наблюдаемых звездах, где m — звездная величина, далее даются спектральные классы МК и определенные количественным способом [4] и ошибка определения последнего, M_v — абсолютная величина звезды и ошибка ее определения [5], D — бальмеровский скачок, φ_1 и φ_2 абсолютные спектрофотометрические градиенты в видимой и ультрафиолетовой области, n — число обработанных спектров. К сожалению, величины M_v для θAql и γLyr неточны и есть основания подозревать у последней несколько большую светимость.

Таблица 1

№	Звезда	m	Спектр		M_v	D	φ_1	φ_2
			МК	колич. [4]				
1	$\alpha^2 CVn$	2 ^m 90	A0p	B9.4±0.31	-0.3 ^m ±0.6	0.32	1.08	1.12
2	γLyr	3.25	B9 III	B9.1±0.11	-1.53±1.1	0.45	1.17	1.18
3	αPeg	2.57	B9.5 V	A0.1±0.14	-0.11±0.34	0.48	0.92	1.38
4	θAql	3.29	B9 V	B9.0±0.20	-2.10±1.1	0.47	0.82	1.22

Наблюдения проводились на спектрографе АСП-21 телескопа АЗТ-8. Дисперсия спектрографа 30 Å/мм, ширина щели 0.03 мм. Калибровка спектрограмм получалась на том же спектрографе с помощью ступенчатого ослабителя. Фотометрическая обработка спектров велась на микрофотометре МФ-4 с записью на ЭПП-09.

Нами проводилось изучение контуров водородных линий наблюдаемых пекулярных и нормальных звезд. Определялись центральные глубины R_0 и эквивалентные ширины W_λ всех линий и с помощью их определялись электронные плотности (Табл. 2 и 3).

Таблица 2

Линия	W_λ				R_0			
	$\alpha^2 CV_n$	γLyg	αPeg	θAql	$\alpha^2 CV_n$	γLyg	αPeg	θAql
H ₄	10.7	10.4	13.0	12.3	0.67	0.69	0.67	0.80
H ₅	9.3	9.4	11.6	12.7	0.74	0.76	0.75	0.82
H ₆	9.8	11.3	12.3	11.9	0.77	0.79	0.77	0.83
H ₇	8.0	8.7	10.4	10.7	0.75	0.80	0.79	0.83
H ₈	8.2	8.0	9.8	8.5	0.76	0.80	0.78	0.84
H ₉	7.4	7.6	9.6	9.1	0.74	0.79	0.78	0.84
H ₁₀	6.6	6.8	8.8	7.8	0.72	0.78	0.77	0.84
H ₁₁	5.2	6.2	6.8	6.5	0.67	0.77	0.73	0.78
H ₁₂	4.1 ^b	4.6	4.7	4.9	0.63	0.73	0.64	0.72
H ₁₃	3.2	3.9	3.7	3.5	0.57	0.69	0.61	0.67
H ₁₄	2.2	3.2	2.4	2.6	0.46	0.64	0.50	0.61
H ₁₅	1.3	2.3	1.7	1.9	0.36	0.57	0.41	0.51
H ₁₆	0.8	1.6	1.0	1.3	0.24	0.48	0.31	0.41
H ₁₇	0.5	0.9	0.5	0.7	0.20	0.43	0.21	0.31
H ₁₈	—	0.7	0.3	—	—	0.32	0.11	—
H ₁₉	—	0.5	—	—	—	0.23	—	—
H ₂₀	—	0.3	—	—	—	0.15	—	—

Таблица 3

Звезда	n_m	δ	n_m	$lg n_e$	$\Delta lg n_e$	$lg n_e$	n
$\alpha^2 CV_n$	18.8	± 0.26	18.9	13.69	-0.24	13.45	11
γLyg	21.9	0.39	22.9	13.05	-0.22	12.83	9
αPeg	19.2	0.20	19.6	13.57	-0.26	13.31	6
θAql	19.5	0.60	19.7	13.55	-0.24	13.31	4

2. *Контуры водородных линий.* Проводится сравнение пяти контуров водородных линий H₃, H₇, H₈, H₁₁, H₁₂ в спектрах пекулярных и нормальных звезд. Задача заключается в том, чтобы выяснить насколько отличаются отдельные части контуров линий. Контуров водородных линий звезд сравнения приведены на рис. 1. Они мало отличаются друг от друга, поэтому был проведен средний контур, который в дальнейшем сравнивается с пекулярными звездами на рис. 2 и 3.

$\alpha^2 CVn$. Сравнение с αPeg и θAql показывает, что контуры линий $H_\beta - H_\epsilon$ совпадают в области крыльев, центральные части линий более узки, чем у звезд сравнения. Крылья линий $H_\beta - H_\epsilon$ у всех рассматриваемых звезд имеют почти одинаковую протяженность.

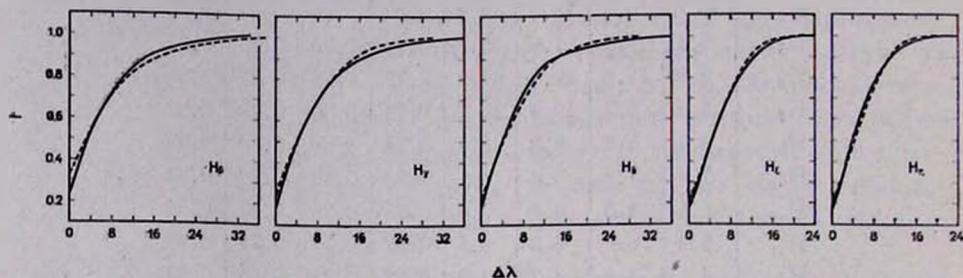


Рис. 1. Контурсы водородных линий звезд сравнения θAql (сплошная линия) αPeg (пунктир).

γLyr . Сравнение со стандартными звездами показывает, что у γLyr контуры линий $H_\beta - H_\epsilon$ значительно уже. Большое различие наблюдается в центральных частях линий, крылья менее протяженные.

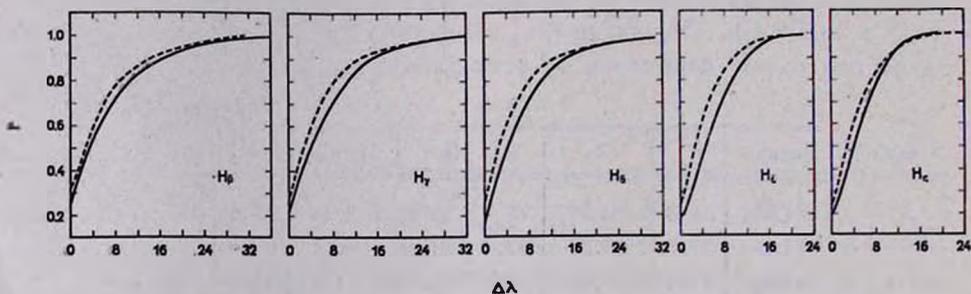


Рис. 2. Сравнение контуров водородных линий $\alpha^2 CVn$ (пунктир), звезд сравнения (сплошная линия).

На основании сравнения, можно сделать вывод, что исследуемые пекулярные звезды имеют контуры водородных линий, отличающиеся от контуров звезд сравнения. Наибольшее отличие контуров получается на глубине линии 0.7—0.8. Наименьшее различие — в центральных частях и в самых крайних частях крыльев. В работе [6] также отмечается, что контуры линий H_β в спектрах пекулярных звезд $73 Dra$, βCrB , γEql и γCar имеют особенности: крылья несколько шире, а центральные части более узки, чем у нормальных звезд. Это свойство, вероятно, характерно для многих пекулярных звезд.

Электронные плотности. Определение электронных плотностей в атмосферах рассматриваемых звезд проводилось по формуле Инглиса-Теллера

$$\lg n'_e = 23.26 - 7.5 \lg n_m. \quad (1)$$

Последняя разрешаемая линия n_m находилась по эквивалентным ширинам и центральным глубинам (W_λ и R_0) методом графической экстраполяции. Для оценки случайных ошибок такие определения n_m проводились независимо по всем спектрограммам, затем из них находились средние n_m и средние квадратические ошибки δ . Полученные значения n_m по графикам $R_0(n_m)$ и $W_\lambda(n_m)$ совпали в пределах точности. Полученные значения n_m исправлялись за осевое вращение звезды. Для этого мы использовали зависимость величины поправок Δn_m за вращение звезды для различных n_m (рис. 3 из [7]). По этим значениям по формуле Инглиса-Теллера были вычислены эффективные ионные плотности $\lg n'_e$. Для перехода к электронным плотностям $\lg n_e$ мы учли влияние температуры на расширение водородных линий. Для этого воспользовались готовой табл. 1, взятой из [7]. Полученные значения $\lg n_m = \lg n'_e + \Delta \lg n_e$ являются окончательными. Результаты приведены в табл. 3; здесь n_m — среднее значение номера последней наблюдаемой линии, δ — ошибка определения n'_m , n_m — номер последней наблюдаемой линии, исправленный за влияние осевого вращения, $\lg n'_e$ — эффективные ионные плотности, $\Delta \lg n'_e$ — поправка за влияние температуры на расширение водородных линий, $\lg n_e$ — электронные

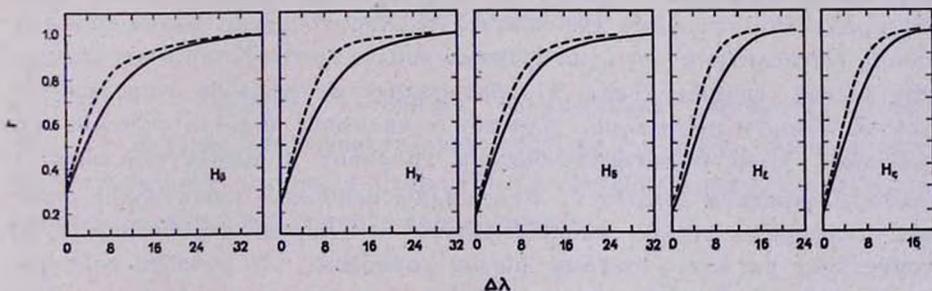


Рис. 3. Сравнение контуров водородных линий γ Lyr (пунктир), звезд сравнения (сплошная линия).

плотности. Полученные по формуле Инглиса-Теллера $\lg n_e$, как известно, характеризуют самые верхние слои атмосфер звезд со средней оптической глубиной 0.08—0.15, то есть те слои, где формируются высшие члены бальмеровской серии.

Из табл. 3 видно, что электронные плотности звезд сравнения и α^2 CVn близки, но у γ Lyr она ниже. Контуры водородных линий у нее узкие. То и другое может быть вызвано следующими причинами: 1) светимость звезды больше, чем это получается по тригонометрическим параллаксам из-за неточности последнего, 2) строение

Таблица 4

τ	T			τ	T		
	норм.	α^2 CVn	γ Lyr		норм.	α^2 CVn	γ Lyr
0.0	8 550°	8 900°	9 250°	0.8	13 560°	13 550°	13 540°
0.05	9 880	10 170	10 570	0.9	13 840	13 740	13 720
0.1	10 570	10 750	11 090	1.0	14 110	13 900	13 900
0.2	11 140	11 300	11 560	1.1	14 370	14 120	14 100
0.3	11 600	11 770	11 950	1.2	14 630	14 350	14 340
0.4	12 050	12 200	12 340	1.3	14 870	14 600	14 570
0.5	12 500	12 640	12 680	1.4	15 100	14 800	14 780
0.6	12 890	13 080	13 000	1.5	15 300	14 000	15 000
0.7	13 250	13 310	13 300				

атмосферы аномально, в результате чего получаются неверные значения $\lg \rho_e$. Интенсивности водородных линий γ Lyr соответствуют $M_V = -3^m$, что находится за пределами ошибки ($M_V = -1^m 5 \pm 1^m 1$). Относительно строения атмосферы этой звезды можно также почерпнуть сведения из рассмотрения свойств непрерывного спектра. Для этого мы использовали данные по абсолютному распределению энергии, представленные нам любезно А. В. Харитоновым. Бальмеровский скачок, вычисленный по этим данным вполне соответствует спектральному классу звезды (Табл. 1), распределение энергии в ультрафиолетовой области нормально, однако в видимой области спектра оно аномально. Спектрофотометрический градиент φ_1 свидетельствует о заметном „красном избытке“. Как видно наиболее характерное свойство пекулярных звезд — уменьшенность бальмеровского скачка [1, 8] отсутствует у γ Lyr. Поэтому вполне возможно, что отчасти контуры водородных линий отличаются от нормальных из-за повышенной светимости по сравнению с той, которая соответствует каталожному параллаксу. Несмотря на неуверенность в величине M_V мы в дальнейшем будем рассматривать все отличия в контурах от нормального, как происходящие только из-за аномалий в строении атмосферы звезды.

4. *Распределение температуры с глубиной.* Как уже говорилось, в атмосферах изучаемых звезд предполагается аномальное распределение температуры. Очевидно отличие контуров водородных линий у изучаемых звезд от соответствующих контуров нормальных звезд может быть обусловлено этой же причиной. Можно построить модели атмосфер изучаемых звезд и звезд сравнения и путем сопоставления их выявить различие.

Для упрощения задачи предположим, что у тех и других распределение плотности, давления, а также ускорение силы тяжести совершенно одинаковы и различается только зависимость температуры от оптической толщи $T(\tau)$. Такое упрощение можно принять как первое приближение при решении данной задачи. Оно оправдывается отчасти тем, что электронные давления в атмосферах магнитных и пекулярных звезд, как это известно из литературы, вполне нормальны. Нам важна качественная сторона вопроса, а результат может служить основой для дальнейшего обсуждения. Следует лишь сознавать условность полученных выводов. Зависимость $T(\tau)$ была получена нами по профилю линии H_{γ} . Профиль линии определяется как

$$r_{\lambda} = \frac{H_{\lambda}}{H_{\lambda}^{\circ}}, \quad (2)$$

где H_{λ} — поток на границе атмосферы звезды на длине волны λ , а H_{λ}° — поток в непрерывном спектре на той же длине волны. Поток выражается следующей формулой

$$H = 2 \int_0^{\infty} B_{\lambda}(\tau_{\lambda}) E i_2(\tau_{\lambda}) d\tau_{\lambda}, \quad (3)$$

где $B_{\lambda}(\tau_{\lambda})$ — функция источника, выраженная формулой Планка, $E i_2(\tau_{\lambda})$ — интегрально-показательная функция 2 степени. Этот интеграл рассчитывался по формуле Рейца [9]. Оптическая толщина τ_{λ} связана со средней оптической толщиной $\bar{\tau}$ соотношением

$$\tau_{\lambda} = \int_0^{\bar{\tau}} \frac{x_{\lambda}}{x} d\tau, \quad (4)$$

где x_{λ} — коэффициент поглощения в непрерывном спектре, рассчитанный Витензе [10], а \bar{x} — среднее Росселанда, взятое нами тоже из [10]. Коэффициенты поглощения в линии брались из работы [11], они получены на основании теории Колба, Грима и Шена [12].

Распределение температуры с глубиной вычислялось по профилю водородной линии H_γ . В начале в качестве исходной модели (первое приближение) берется любая модель, далее используя ее, вычисляется профиль линии. Если вычисленный профиль отличается от наблюдаемого, то первоначальная зависимость $B(\omega)$ корректируется по формуле

$$\begin{aligned} \Delta B^{(1)}(\tau) &= B^{(2)}(\tau) - B^{(1)}(\tau) = \\ &= -\frac{1}{2} (\Delta H)_{\omega=0}^{(1)} - \frac{3}{4} \int_0^{\tau} \Delta H^{(1)}(\tau) + \frac{1}{4} \frac{d}{d\tau} [\Delta H^{(1)}(\tau)]. \end{aligned} \quad (5)$$

После этого можно скорректировать и зависимость

$$[T^4(\tau)]^{(2)} = [T^4(\tau)]^{(1)} + T_e^4(\tau) \frac{\Delta B}{H}. \quad (6)$$

Повторив эту процедуру несколько раз, можно добиться совпадения теоретического и наблюдаемого профилей. Обычно приходится делать 3—4 приближения, после чего различие в профилях не превышает 1%. В качестве нормального контура, как уже говорилось, использовался средний для звезд «Reg и θ Aql».

В качестве модели в первом приближении использовалась модель Андерхилл [13]. Сначала необходимо подобрать такую модель, которая давала бы контур линии H_γ близкий к наблюдаемому у звезд сравнения. Такой моделью оказалась та, которая имеет эффективную температуру $T_e = 13500^\circ$. Следует отметить, что контуры водородных линий, вычисленные с помощью моделей Андерхилл, дают большие эквивалентные ширины, чем наблюдаемые с той же T_e . Поэтому T_e , выбранную нами, следует считать завышенной. Первоначальная модель была исправлена описанным выше способом и приведена в табл. 4 и на рис. 4А. При вычислении по формулам (5) и (6) необходимо знать величины эффективных глубин образования отдельных участков контура $\bar{\tau}_{\Delta\lambda}$, которые определяются следующим соотношением

$$\int_0^{\bar{\tau}_{\Delta\lambda}} B_\lambda(\tau_\lambda) Ei_2(\tau_\lambda) d\tau_\lambda = \int_{\frac{1}{2}}^{\bar{\tau}_{\Delta\lambda}} B_\lambda(\tau_\lambda) Ei_2(\tau_\lambda) d\tau_\lambda. \quad (7)$$

Значения этих величин для различных T_e даны в [14].

После вычисления зависимости $T(\tau)$ для звезд сравнения была проделана аналогичная работа и для исследуемых звезд α^2 CVn и γ Lyr. Результаты вычислений даны в табл. 4 и рис. 4А. Из рассмо-

трения рис. 4 видно, что поверхностная температура T_0 звезды $\alpha^2 CV_n$ выше, чем у звезд сравнения на $\Delta T \approx 350^\circ$. С увеличением оптической толщи τ эта разница уменьшается. На $\tau \approx 0.78$ температура

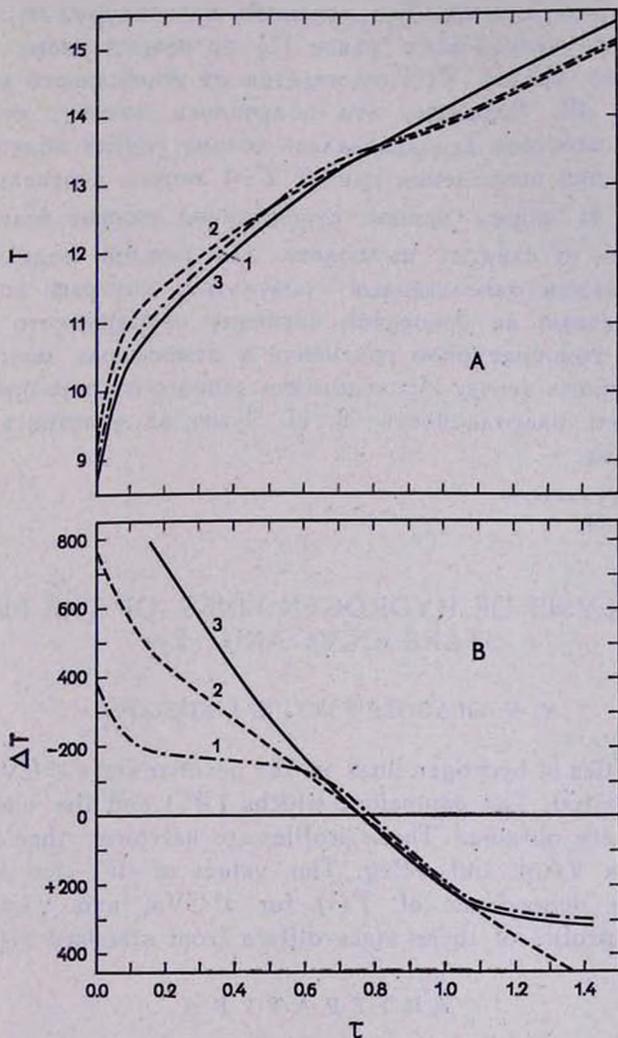


Рис. 4. Распределение температуры с глубиной. А — зависимость $T(\tau)$: 1— $\alpha^2 CV_n$, 2— γLy_r , 3—звезды сравнения. В — зависимость $\Delta T(\tau)$: 1— $\alpha^2 CV_n$, 2— γLy_r , 3—непрерывный спектр $\alpha^2 CV_n$.

сравнивается и на большей τ она оказывается меньше, чем у звезд сравнения. Поскольку крылья линии H_γ образуются на $\tau \sim 1$, то кривые $T(\tau)$ на $\tau > 1$ получаются неуверенно. В случае γLy_r картина в

общем такая же только T_0 повышена на 750° . Кривые пересекаются также на $\tau \approx 0.78$. Как уже говорилось выше, результат для γ Lyr следует считать неуверенным из-за незнания точной абсолютной величины.

Кривая $T(\tau)$ для α^2 CVn полученная по контуру H_γ , отличается от таковой, полученной нами ранее [1] по непрерывному спектру. В данном случае кривая $T(\tau)$ отличается от нормального меньше, что видно из рис 4В. Возможно это получилось потому, что в случае непрерывных спектров использовалась весьма грубая модель.

Ошибка при вычислении кривой $T(\tau)$ может составлять $\pm 100^\circ$. Кроме того на форму кривой существенно влияют величины $\bar{\tau}_{\Delta\lambda}$ и, строго говоря, их следует вычислять для каждой модели отдельно. Однако нам важен качественный результат, который подтверждает вывод, полученный на основании изучения непрерывного спектра об уменьшенном температурном градиенте в атмосферах многих магнитных и пекулярных звезд. Исследование данного вопроса продолжается.

Выражаем благодарность Э. Н. Чумак за участие в обработке спектров звезд.

Астрофизический институт
АН КазССР

THE ANALYSIS OF HYDROGEN LINES OF THE PECULIAR STARS α^2 CVn AND γ Lyr

Y. V. GLAGOLEWSKY, K. I. KOZLOVA

The profiles of hydrogen lines in the peculiar stars α^2 CVn and γ Lyr were investigated. The equivalent widths (W_λ) and the electron densities ($\lg n_e$) were obtained. These profiles are narrower than those of the standard stars θ Aql and α Peg. The values of W_λ and $\log n_e$ were obtained. The dependance of $T(\tau)$ for α^2 CVn and γ Lyr computed from the H_γ profile of these stars differs from standard stars.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ю. В. Глаголевский, *Астрон. ж.*, 43, 1194, 1966.
2. W. S. Tai, *M. N. RAS*, 100, 94, 1939.
3. Э. Р. Мустель, Л. С. Галкин, *Известия КрАО*, 24, 148, 1954.
4. И. М. Копылов, *Известия КрАО*, 23, 148, 1961.
5. L. M. Jenkins, *General Catalogue of trigon. stellar parallaxes*, 1962.
6. M. Hack, *Vistas in Astronomy*, 7, 107, 1965.
7. И. М. Копылов, *Известия КрАО*, 28, 239, 1961.

8. Ю. В. Глаголевский, Астрон. ж., 43, 73, 1966.
9. A. Retz, Arkiv f. astron., 1, 1947.
10. К. У. Аллен, Астрофизические величины, ИЛ, М., 1960.
11. C. De Jager, L. Neven, Ann. observ. Roy. Belgique, 9, 47, 1958.
12. H. R. Griem, A. C. Kolb, K. Y. Shen, Phys. Rev., 116, 4, 1959.
13. A. B. Anderhill, Publ. Dom. astrophys. obs., 11, № 24, 1962.
14. L. Neven, C. De Jager, Ann. observ. Roy. Belgique, 8, 12, 1957.

СПЕКТРОСКОПИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ Р ЛЕБЕДЯ

Л. С. ЛУУД

Поступила 7 апреля 1967

Исправлена 15 июня 1967

Методом грубого анализа найдено, что ионизационная температура в атмосфере Р Лебеда около 21 000°. Найдено, что бальмеровский декремент хорошо согласуется с вычисленным Л. А. Боярчуком [6]. Химический состав Р Лебеда не отличается от химического состава сверхгигантов класса В.

Настоящая статья является продолжением изучения линейчатого спектра Р Лебеда, начатого в 1964 году [1]. Для изучения условий в атмосфере Р Лебеда и для выяснения возможных изменений по сравнению с 1964 годом автором, во время пребывания в Крымской астрофизической обсерватории, было получено 20 спектрограмм Р Лебеда. Данные о спектрограммах приведены в табл. 1.

Регистрограммы спектров 1965 года были получены на микрофотомере МФ-4 с записью на ЭППВ-61 с увеличением в 70 раз, а регистрограммы 1966 года были получены с преобразованием в интенсивности и с увеличением в 100 раз. Все регистрограммы обработаны по методике, описанной в [1].

Мы считали, что каждая линия состоит из линии излучения и поглощения. Для измерения эквивалентных ширин мы разложили их на составляющие. Рис. 1 показывает способ разложения контура и объясняет использованные обозначения. Через W_c^0 и W_s^0 обозначаются эквивалентные ширины наблюдаемых компонентов излучения и поглощения соответственно. Мы считаем, что эмиссионная линия искажена самопоглощением и, исходя из предположения симметричности, строим вероятный контур эмиссии без самопоглощения. Полученное добавочное поглощение с эквивалентной шириной W^+ позволяет по формулам $W_c^1 = W_c^0 + W^+$ и $W_s^1 = W_s^0 + W^+$ найти действительные эквивалент-

ные ширины линий излучения и поглощения. Указанное приближение применено из-за больших сложностей при точном расчете контуров линий типа Р Лебеда. Оно позволяет нам оценить температуру и химический состав атмосферы. Полученные эквивалентные ширины приведены в табл. А и В в приложении, соответственно для 1965 и 1966 годов.

Таблица 1

№	Дата	Экспозиция (мин)	Дисперсия (Å/мм)	Область спектра (Å)
1	24/25 июня 1965	41	15	4200—3600
2	"	39	15	4200—3600
3	"	37	15	4200—3600
4	27/28 июня 1965	44	15	4200—3600
5	"	46	15	4750—4130
6	"	42	15	4750—4130
7	"	60	15	4750—4130
8	"	63	15	5050—4800
9	29/30 июня 1965	92	32	6750—5700
10	"	94	32	6750—5700
11	"	25	36	5100—3700
12	"	16	36	5100—3700
13	30 июня/1 июля 1965	90	32	6750—5700
14	"	79	32	6750—5700
15	"	20	15	4200—3600
16	21 сентября 1966	60	15	4200—3600
17	"	60	15	4200—3600
18	"	10	36	5100—3700
19	"	12	36	5100—3700
20	"	15	36	5100—3700

Исходя из эквивалентных ширины, наблюдаемых эмиссионных линий, (W_e^0) и распределения энергии в непрерывном спектре Р Лебеда [1, 2] были найдены интенсивности водородных линий. Результаты приведены в табл. 2.

По сравнению с 1964 годом контуры линий несколько изменились. На рис. 2 приведены избранные контуры линий, которые представляют типичные изменения контуров водородных линий. Более полная сводка контуров 1964—1966 годов опубликована в [3].

При интерпретации контуров линий бальмеровской серии мы в [1] предполагали, что в высоких членах серии (где $\tau < 1$) на контуры, формирующиеся согласно теории движущихся оболочек, влияет и линия поглощения, принадлежащая звезде. Такую точку зрения на формирования контуров позволяют сохранить наблюдения 1965 и 1966 гг.

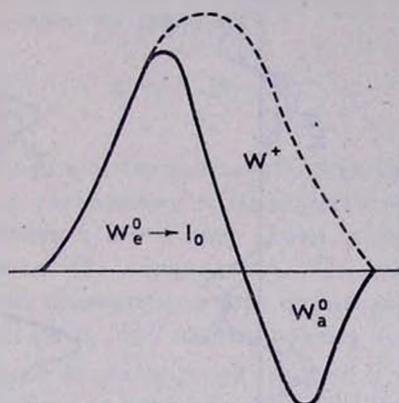


Рис. 1.

Но поглощение в оболочке несколько меньше, чем в 1964 году. Но мы склонны считать, что формирование двух изменяющихся компонентов поглощения вызвано неоднородностями истечения вещества. Возможно влияние ударных волн, но для рассмотрения этого вопроса требуются длинные серии наблюдений.

Таблица 2

Линия	Интенсивность		Линия	Интенсивность	
	1965	1966		1965	1966
H ₆	1.48	—	H ₁₄	0.040	0.024
H ₅	1	1	H ₁₅	0.038	0.020
H ₇	0.71	0.42	H ₁₆	0.031	0.025
H ₆	0.36	0.20	H ₁₇	0.013	0.014
H ₆	0.22	0.12	H ₁₈	0.018	—
H ₆	0.34	0.16	H ₁₉	0.016	—
H ₉	0.092	0.060	H ₂₀	0.015	—
H ₁₀	0.087	0.042	H ₂₁	0.011	—
H ₁₁	0.057	0.028	H ₂₂	0.0072	—
H ₁₂	0.035	0.023	H ₂₃	0.0054	—
H ₁₃	0.038	0.024	HeI λ 4471	0.31	0.15

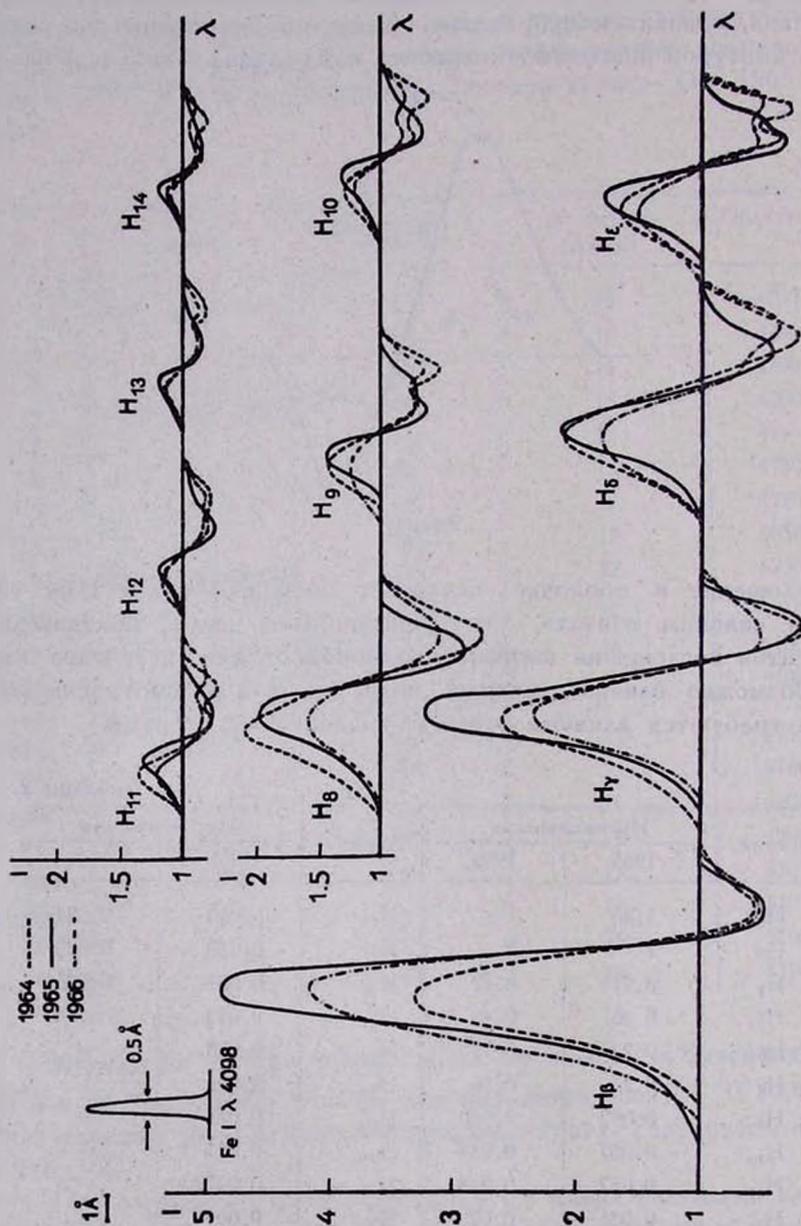


Рис. 2.

Составляющие поглощения линий водорода и гелия. Методом Унзольда [4] на основании абсорбционных компонентов линий водорода и гелия были определены населенности некоторых уровней соответствующих атомов.

Число атомов на уровне r в оболочке над 1 см^2 поверхности звезды было определено по формуле

$$N_r H = W_\lambda \cdot \frac{mc^2}{\pi e^2 \lambda f} \quad (1)$$

По мере перехода к более высоким членам серия оптическая толща в линии, вследствие уменьшения силы осциллятора, довольно быстро уменьшается и, начиная с некоторой линии, среда является оптически тонкой, где формула (1) справедлива. По максимуму зависимости $\log N_r H$ от логарифма силы осциллятора определяется величина $\log N_r H$. Преимущества применения $\log f$ вместо номера линии следующие. Во-первых, при исследовании населенностей уровней $2^1 P$ и $2^3 P$ гелия можно одновременно пользоваться линиями из серий $2P \rightarrow nS$ и $2P \rightarrow nD$. Во-вторых, для гелия наши наблюдения не захватывают линий, где среда оптически тонкая, и мы вынуждены экстраполировать, считая, что максимум зависимости $\log N_r H$ от $\log f$ для гелия достигается вследствие его меньшего содержания при силе осциллятора примерно на полпорядка выше, чем у водорода.

Результаты приведены в табл. 3.

Отметим, что в 1966 году компоненты излучения синглетных линий были настолько слабы, что определение величин W_λ^1 оказалось невозможным.

Таблица 3

	Год	$\log N_2 H$	$\log N_{2^1 P} H$	$\log N_{2^3 P} H$
По W_λ^0 формальные величины	1965	15.24	14.98	14.45
	1966	15.20	14.86	14.60
По W_λ^1 общее число поглощающихся атомов в атмосфере	1965	15.68	15.24	14.80
	1966	15.37	15.04	—

По населенности второго уровня можем определить оптическую толщу оболочки в бальмеровском спектре. Для этого были использованы формулы

$$\tau_{\lambda} = k_{\lambda} \cdot N_2 H$$

и

$$k_{\lambda} = \frac{\sqrt{\pi} e^2 f}{m v c},$$

где было принято $v = 200$ км/сек, то есть скорость расширения оболочки, найденная по H_{α} и H_{β} [3].

В центре линий $\tau_{H_{\alpha}} \approx 100$, $\tau_{H_{\beta}} \approx 15$. Начиная с H_{γ} оптическая толщина $\tau < 1$. В бальмеровском континууме $\tau \approx 0.05$.

Согласно Соболеву [5] при $T = 20\,000^{\circ}$ и $x = 0.1$, которые дают наилучшее согласие наблюдаемого и вычисленного бальмеровского декремента, отношение $N_1 : N_2 = 2.9 \cdot 10^3$ и, следовательно, $N_1 H = 1.1 \cdot 10^{18}$ и $\tau_{Lc} \approx 8$. Если даже распределение атомов водорода по состояниям бальмеровское, то $\tau_{Lc} \approx 2$. Оболочка в лаймановском континууме непрозрачна.

Согласно формуле Инглиса-Теллера можно по номеру последней видимой линии определить верхний предел электронной плотности. Путем экстраполяции величин W_{α}^1 до нуля было получено по эквивалентным ширинам 1965 и 1966 годов соответственно, что $m = 30$ и $m = 24$. Это дает $\log n_e = 12.26$ и $\log n_e = 12.80$. Эти величины могут быть завышены из-за доплеровского расширения. Отметим, что в 1966 году причиной дальнейшей невидимости линии водорода была неразличимость их от флуктуации непрерывного спектра.

Эмиссионные составляющие водородных и гелиевых линий. Наблюдаемые интенсивности I_0 являются результатом переизлучения в атмосфере и позволяют определить некоторые физические характеристики звезды.

Бальмеровский декремент Р Лебеда более крутой, чем небулярный. С декрементами, вычисленными А. А. Боярчуком [6], согласие наилучшее при $T_e = 10\,000^{\circ}$, $T' = 20\,000^{\circ}$, $W = 10^{-2}$, $\beta_{12} = 5 \cdot 10^{-4}$ (1965) и $\beta_{12} = 10^{-3}$ (1966). На рис. 3 приведено сравнение наблюдаемого в 1965 году и вычисленного А. А. Боярчуком декремента.

С помощью формулы

$$\frac{N_{\text{HeII}}}{N_{\text{HII}}} = 2.6 \frac{I_{4471}}{I_{4861}} \cdot \frac{N_{2^3P}(\text{He I})}{N_2(\text{H})} \quad (6)$$

вывод которой дан в [1], было получено, что по спектрограммам 1965 г.

$$\frac{N_{\text{HeII}}}{N_{\text{HII}}} = 0.273.$$

Отметим, что это отношение, если его определить из величины $\log N_{1P} H$ и $\log N_2 H$ с помощью формул Больцмана и Саха, будет 0.275. Применение формул, аналогичных (6), но с другими линиями водорода и гелия приводит к среднему значению 0.24. Формальное согласие хорошее. В условиях оболочки Р Лебедя отношение $N_{\text{HeII}}/N_{\text{HII}}$ практически равно отношению $N_{\text{He}}/N_{\text{H}}$ и мы окончательно принимаем, что отношение числа атомов гелия к числу атомов водорода 0.27. По спектрограммам 1966 года мы получим 0.18.

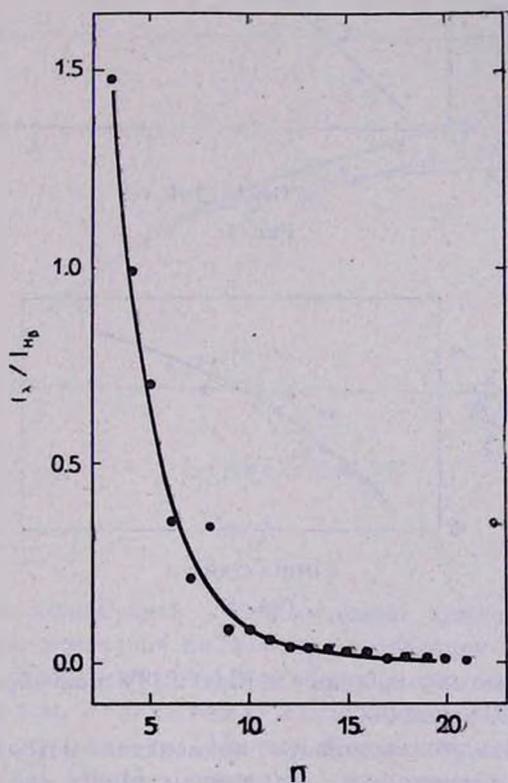


Рис. 3.

Кривая роста. По эквивалентным ширинам (W_s^0) линий O II, N II и Si III были построены кривые роста (рис. 4 и 5). Были использованы силы осцилляторов, приведенные в [1]. В качестве теоретической была использована кривая роста Унзольда [4]. Сложные контуры линий не дают возможности определить величину R_s , и мы

принимали, что $R_c = 0.80$. По кривой роста было получено $R_c v_T = 31$ км/сек, откуда $v_T = 40$ км/сек в 1964 году и $R_c v_T = 19$ км/сек и $v_T = 24$ км/сек в 1965 году.

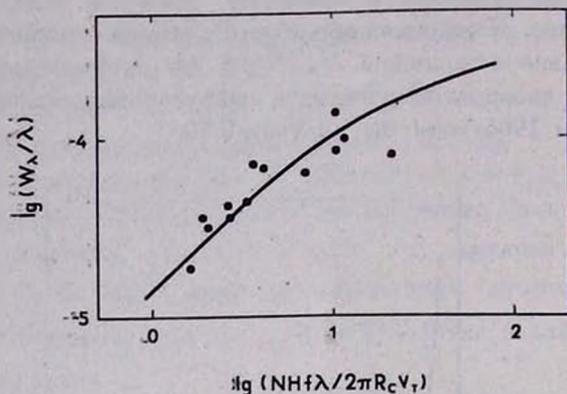


Рис. 4.

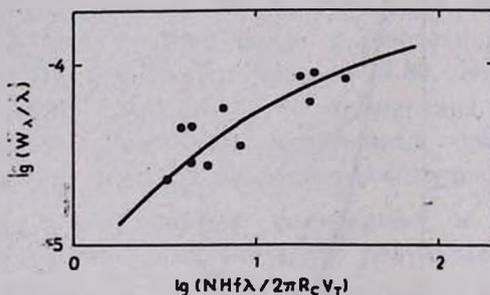


Рис. 5.

Определенные по линиям Si III и Si IV ионизационные температуры равны $21\,800^\circ$ и $21\,200^\circ$.

Чтобы судить о законности применения метода кривой роста, были построены кривые роста по линиям He I в предположении термодинамического равновесия. О. П. Голландским и И. М. Копыловым [7] было показано, что вследствие меньшей плотности и большой роли турбулентного движения в расширении спектральных линий в атмосферах сверхгигантов затухание вследствие столкновений играет гораздо меньшую роль, чем в атмосферах звезд главной последовательности. Кроме того, линии гелия находятся на кривой роста в области, где влияние столкновений еще мало. Следовательно, можно построить кривую роста по линиям He I для сверхгигантов.

Контролем отклонения от термодинамического равновесия может быть отличие кривых роста построенных по линиям возникающим от различных уровней. Такая проверка проведена Г. Травингом [8] для 55 Суg и он не обнаружил отклонений. Кривые роста, построенные по эквивалентным ширинам 1965 года, приведены на рис. 6 (по W_{λ}^0) и 7 (по W_{λ}^1). Линии, возникающие с уровней 2^1S , 2^1P и 2^3P , не показывают различий, и мы можем считать, что отклонения не [столь велики, чтобы анализ кривой роста обычным способом был бы незаконным.

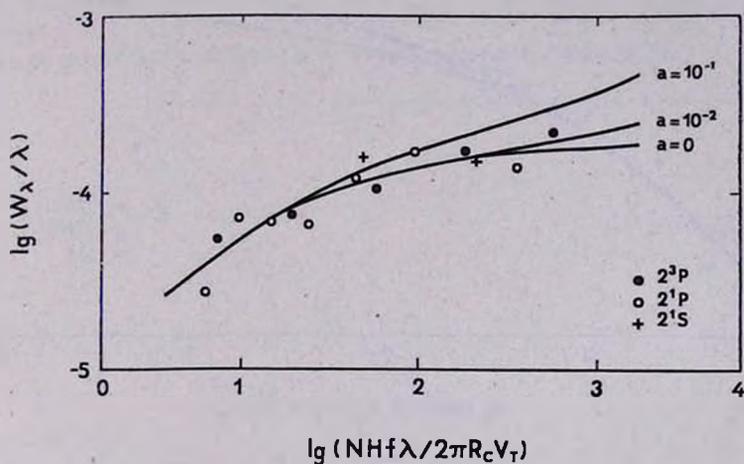


Рис. 6.

Прежде чем приступить к определению химического состава, сделаем некоторые замечания по поводу корреляции между отношениями интенсивностей эмиссионных и абсорбционных линий и ионизационным потенциалом, а также между сдвигом компонентов поглощения и ионизационным потенциалом. На рис. 8 эти корреляции приведены по данным Билса [9]. Обычно считается, что эти корреляции результат стратификации.

По нашему мнению, эти корреляции, хотя они и могут соответствовать некоторой стратификации, искажены. В линиях, где имеются большие сдвиги компонентов поглощения, наблюдаются и сильные компоненты излучения, которые пополняют истинные места центров линий поглощения. Хорошим примером таких искажений является уменьшение сдвига бальмеровских линий с увеличением номера линий (бальмеровский ход) [3].

Имея в виду сказанное выше, мы считаем, что изучение химического состава методом кривой роста должно дать близкие к истинным результаты. В табл. 4 приведены результаты определения химического состава Р Лебеда по наблюдениям трех лет.

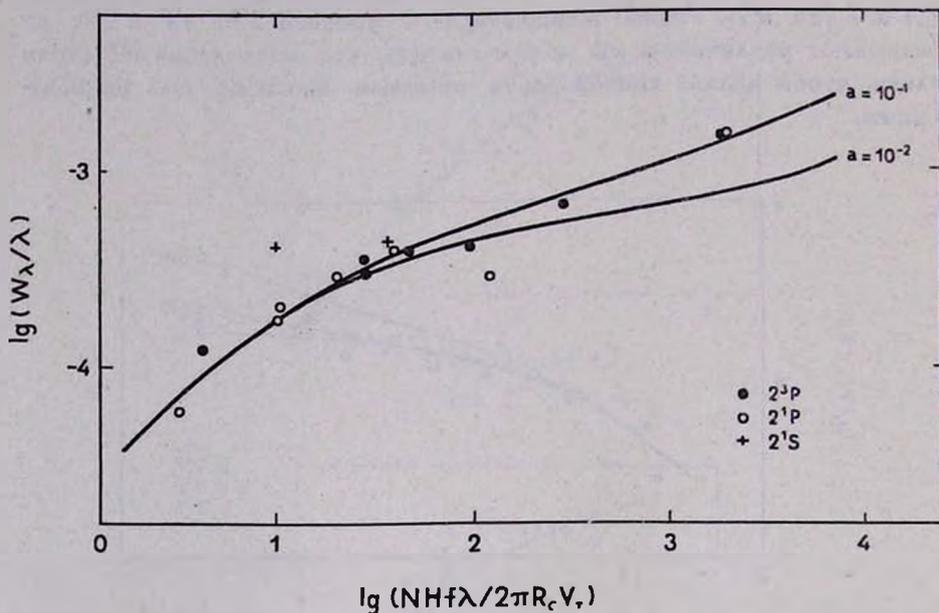


Рис. 7.

В пределах точности определения содержания элементов методом кривой роста результаты не отличаются. Для проверки было проведено определение химического состава построением кривых роста отдельно для O II, N II и Si III. Результаты отличаются мало, при этом содержание N не изменяется, а содержание O и Si немного уменьшается.

Таблица 4

Элемент	H	He	C	N	O	Mg	Si
1964	1	0.26	—	$9.5 \cdot 10^{-4}$	$1.9 \cdot 10^{-1}$	$6.8 \cdot 10^{-4}$	$5.1 \cdot 10^{-5}$
1965	1	0.27	$1.7 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$3.2 \cdot 10^{-1}$	$7.8 \cdot 10^{-4}$	$1.3 \cdot 10^{-4}$
1966	1	0.18	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$6.6 \cdot 10^{-1}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$3.9 \cdot 10^{-5}$
Среднее	1	0.24	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$3.9 \cdot 10^{-1}$	$9.9 \cdot 10^{-5}$	$7.3 \cdot 10^{-5}$

Формулы

$$P_e = n_e k T_e \quad (7)$$

и

$$g_{эфф} = \frac{4P_e}{m_H \sum_I N_I H \cdot \mu_I} \quad (8)$$

служили для определения электронного давления и ускорения эффективной силы тяжести. Данные, полученные по спектрам 1964—1966 годов, очень мало отличаются и их средние следующие: $P_e = 8.5$ бар и $\log g_{эфф} = 1.93$. При этом данные 1966 года взяты с половинным весом из-за неточного определения электронной плотности.

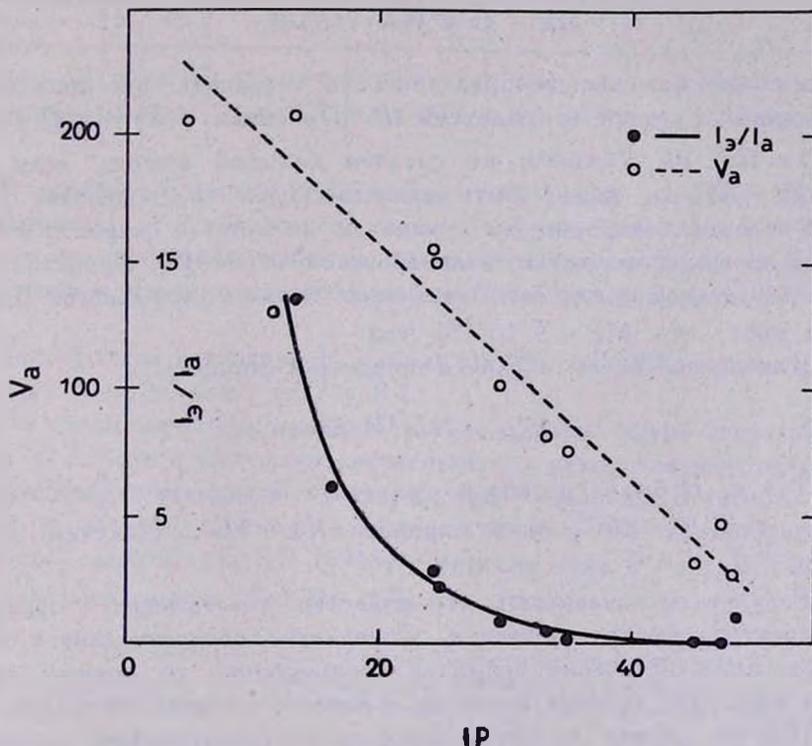


Рис. 8.

Некоторые физические характеристики Р Лебедя. Чтобы понять физическую природу Р Лебедя, необходимо знание еще некоторых физических характеристик звезды и оболочки, которые мы здесь определяем.

Абсолютная величина M_v Р Лебеда определялась неоднократно. Архипова [10] получила $M_v = -7^m7$, а Копылов [11] $M_v = -8^m2$. Мы принимаем $M_v = -8^m$ и поверхностную температуру $29\,000^\circ$. Теперь по формуле

$$M_v = \frac{29500}{T} + 5 \log \frac{R^*}{R_\odot} - 0.08 \quad (9)$$

получим, что $R^* = 62 R_\odot$. Если мы принимаем в качестве температуры полученную из распределения энергии, то R^* еще больше. Но эта температура (20400° по [10]) занижена из-за влияния оболочки.

Дальше оценим годовую потерю вещества истечением, применяя для этой цели формулу

$$\Delta \mathfrak{M} = 4\pi R_*^2 \rho(R) v(R) dt. \quad (10)$$

Здесь самая большая неопределенность возникает при приведении всех данных к сфере с радиусом R . Принимая $\rho(R) = n_e(R) m_H$ и $n_e(R) = 10^{12}$, мы, вероятно, не сделаем большой ошибки, если примем $R = R^*$; n_e может быть даже несколько недооценено. Скорость истечения вещества мы принимаем по лучевой скорости наблюдаемой по высоким членам бальмеровской серии [3]. Принятая скорость 140 км/сек может быть несколько больше правильного. Вычисления дают, что $\Delta \mathfrak{M} = 9 \cdot 10^{-5} \mathfrak{M}_\odot / \text{год}$.

Для оценки массы оболочки применяем формулу

$$\mathfrak{M}_{об} = N_+ H \cdot 4\pi R_{об}^2 \cdot m_H. \quad (11)$$

Тут $N_+ H$ было оценено по формулам Больцмана и Саха и, имея в виду, что $W = 10^{-2}$, было принято $R_{об} = 5R^*$. Получим $\mathfrak{M}_{об} = 6 \cdot 10^{-6} \mathfrak{M}_\odot$.

Результаты показывают, что вещество, участвующее в образовании спектра, быстро меняется. Обновление оболочки длится около месяца. Если истечение вещества неоднородно, то должны иметь место изменения спектра примерно в течение нескольких недель. Эрман [12] по сериям высокодисперсионных спектрограмм допустила возможность, что контуры изменяются в течение месяца.

Оценим еще массу звезды. По Паренаго и Масевич [13] соотношение масса — светимость для сверхгигантов можно дать в форме

$$\log \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_\odot} = 0.66 - 0.13 M_v. \quad (12)$$

По Аллену [14] болометрическая поправка Р Лебеда — 2^m7 , и следовательно, $M = 107 M_{\odot}$.

Обсуждения. Результаты трехлетних наблюдений позволяют нам сделать некоторые выводы о природе Р Лебеда.

Начнем с химического состава. В табл. 5 приведен средний по определениям 1964—1966 годов химический состав Р Лебеда и средний химический состав сверхгигантов ϵ Ori, κ Cas, ζ Per, χ^2 Ori и 55 Cyg по [15]. Отметим, что в работе [15] химический состав определен по такой же методике и применением тех же сил осцилляторов, как и при анализе Р Лебеда.

Таблица 5

Элемент	H	He	C	N	O	Mg	Si
Р Cyg	1	0.24	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$3.9 \cdot 10^{-4}$	$9.9 \cdot 10^{-5}$	$7.3 \cdot 10^{-5}$
Сверхгиганты [15]	1	0.21	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$2.2 \cdot 10^{-4}$	$5.5 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 2 \cdot 10^{-5}$

В пределах точности определения химический состав Р Лебеда не отличается от химического состава сверхгигантов класса В, но кажется, что возможен избыток азота. Этот вопрос будет подробно рассмотрен в нашей подготавливаемой работе по звездам типа Р Лебеда.

Температура ионизации Р Лебеда ($19\ 400^{\circ}$ — $21\ 800^{\circ}$) хорошо соответствует спектральному классу В1.

По своим характеристикам Р Лебеда крайне яркий сверхгигант. Между Р Лебеда и обычными сверхгигантами находятся сверхгиганты, имеющие некоторые линии с контуром типа Р Лебеда. В табл. 6 приведены в качестве примера некоторые физические характеристики Р Лебеда, сверхгиганта HD 169454 с линиями типа Р Лебеда и обычного (Ia) сверхгиганта κ Cas [16, 17].

Таблица 6

Величина	Р Cyg (1965),	HD 169454 [16]	κ Cas [17]
M_V	-8^m0	-7^m3	-6^m8
$\log \mu$	12.26	12.90	13.36
$\log g_{\text{эфф}}$	1.93	2.25	3.25

Подводя итоги мы можем сказать, что Р Лебеда экстремальный по своей массе сверхгигант. Из-за большой массы эта звезда пульса-

ционно нестабильна [18], что вызывает истечение вещества. Атмосфера становится весьма протяженной и возникает эмиссионный спектр.

В заключение автор выражает свою искреннюю благодарность Крымской астрофизической обсерватории за предоставление возможности наблюдать на 50" рефлекторе и А. А. Боярчуку за полезное обсуждение результатов работы.

Институт физики и астрономии
АН Эстонской ССР

SPECTROSCOPIC INVESTIGATION OF P Cyg

L. S. LUUD

By coarse analysis it has been found that the ionisation temperature in the atmosphere of P Cyg is about 21 000°. The Balmer decrement of P Cyg turned out to be in good agreement with the theoretical decrement calculated by A. A. Boyartchuk [6]. The chemical composition of P Cyg atmosphere does not differ from the chemical composition of B class supergiant atmospheres.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Л. Лууд, Астрон. ж., 44, 267, 1967.
2. Л. Лууд, Публ. Тарт. АО, 35, 189, 1966.
3. Л. Лууд, А. Пылдметс, Х. Левсмяе, Публ. Тарт. АО, 36 (в печати).
4. А. Унзольд, Звездные атмосферы, М., 1949.
5. В. В. Соболев, Движущиеся оболочки звезд, Л., 1948.
6. А. А. Боярчук, Изв. КрАО, 35, 45, 1966.
7. О. П. Голландский, И. М. Копылов, Изв. КрАО, 28, 3, 1962.
8. G. Traving, Abundance Determinations in Stellar Spectra, IAU Symposium № 26, 213, 1966.
9. C. S. Veals, Publ. Dom. Astrophys. Obs., Victoria, 9, № 1, 1951.
10. В. П. Архипова, Астрон. ж., 40, 897, 1963.
11. И. М. Копылов, Изв. КрАО, 24, 232, 1961.
12. R. Hertan, Transaction IAU, XII, 1965.
13. П. П. Пареняго, А. Г. Масевич, Труды ГАИШ 20, 1—146, 1951.
14. К. У. Аллен, Астрофизические величины, М., 1962.
15. Л. Лууд, Я. Ситска, Публ. Тарт. АО, 36 (в печати).
16. Л. Лууд, М. Куук, Публ. Тарт. АО, 36 (в печати).
17. Л. Лууд, Т. Нуис, Публ. Тарт. АО, 36 (в печати).
18. M. Schwarzschild, R. Härm, Ap. J., 120, 637, 1959.

Таблица А

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ШИРИНЫ ЛИНИЙ Р ЛЕБЕДЯ (1965)*

λ	Элемент	W_{λ}^0	W_{λ}^0	W_{λ}^1	W_{λ}^1
1	2	3	4	5	6
6678	He I	6.69	1.54	10.43	5.28
6563	H α	39.6	1.46	57.6	19.5
5876	He I	12.6	0.94	20.37	8.71
5015	He I	2.28	0.74	3.56	2.02
4922	He I	0.97	0.65	1.64	1.32
4861	H β	11.2	0.86	16.8	6.48
4713	He I	1.08	0.49	2.25	1.66
4649	O II	—	0.63	—	—
4643	N III	0.18	0.17	0.53	0.52
4641	N II	—	0.18	—	—
4631	N II	0.37	0.40	1.02	1.05
4621	N II	0.16	0.17	0.43	0.44
4614	N II	0.18	0.17	0.39	0.38
4607	N II	0.19	0.20	0.47	0.48
4605	N II	0.26	0.20	0.56	0.50
4575	Si III	0.06	0.31	0.40	0.65
4568	Si III	0.10	0.42	0.43	0.75
4558	Si III	0.23	0.34	0.60	0.71
4482	Mg II	0.02	0.14	0.22	0.34
4472	He I	2.56	0.95	4.50	2.89
4447	N II	0.07	0.09	0.26	0.28
4438	He I	0.04	0.12	0.17	0.25
4417	O II	0.02	0.11	0.19	0.28
4396	O II	0.28	0.13	0.66	0.51
4388	He I	0.39	0.72	1.35	1.68
4367	O II	—	0.14	—	—
4349	O II	0.01	0.08	0.18	0.25
4340	H γ	5.48	1.42	8.00	3.84
4319	O II	—	0.08	—	—
4267	C II	—	0.22	—	—
4143	He I	0.13	0.48	0.77	1.12
4120	He I	0.22	0.30	0.71	0.79
4116	Si IV	—	0.30	—	—
4102	H α	2.46	1.05	4.52	3.11
4089	Si IV	—	0.31	—	—

* Обозначения объяснены в тексте.

Таблица А (продолжение)

1	2	3	4	5	6
4026	He I	0.83	0.66	1.69	1.52
4009	He I	0.06	0.32	0.38	0.64
3995	N II	0.16	0.43	0.67	0.94
3970	H _α + He I	1.38	1.12	2.53	2.27
3964	He I	0.54	0.50	1.68	1.64
3956	N II	0.05	0.12	0.22	0.29
3933	Ca II	—	0.60	—	—
3926	He I	—	0.26	—	—
3889	H _β + He I	1.89	1.07	2.87	2.05
3871	He I	—	0.27	—	—
3867	He I	0.03	0.21	0.28	0.46
3835	H _γ	0.54	0.71	1.47	1.62
3819	He I	0.32	0.62	1.17	1.47
3806	Si III	0.24	0.04	0.74	0.54
3798	H ₁₀	0.50	0.43	1.07	1.00
3771	H ₁₁	0.32	0.44	1.14	1.26
3750	H ₁₂	0.20	0.41	0.93	1.14
3737	H ₁₃	0.21	0.32	0.65	0.76
3722	H ₁₄	0.22	0.24	0.76	0.78
3711	H ₁₅	0.21	0.24	0.53	0.56
3705	He I	0.25	0.43	0.89	1.07
3697	H ₁₆	0.17	0.16	0.45	0.44
3692	H ₁₇	0.07	0.08	0.21	0.22
3687	H ₁₈	0.10	0.12	0.31	0.33
3683	H ₁₉	0.09	0.08	0.21	0.20
3679	H ₂₀	0.08	0.06	0.26	0.24
3676	H ₂₁	0.06	0.06	0.17	0.17
3674	H ₂₂	0.04	0.03	0.15	0.14
3671	H ₂₃	0.03	0.03	0.14	0.14
3634	He I	0.11	0.35	0.60	0.84
3614	He I	0.12	0.27	0.86	1.01

Таблица В

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ШИРИНЫ ЛИНИЙ Р ЛЕБЕДЯ (1966)

λ	Элемент	W_c^0	W_a^0	W_c^1	W_a^1
1	2	3	4	5	6
4861	H _β	11.5	0.82	19.3	8.62
4713	He I	0.75	0.22	1.40	0.87
4649	O II		0.41		
4643	N II		0.34		
4641	N III		0.18		
4631	N II	0.09	0.39	0.34	0.64
4621	N II	0.04	0.13	0.11	0.22
4614	N II	0.09	0.11	0.19	0.21
4607	N II	0.03	0.20	0.11	0.28
4601	N II	0.04	0.12	0.11	0.16
4575	Si III		0.26		
4568	Si III		0.27		
4553	Si III		0.36		
4481	Mg II		0.12		
4472	He I	1.24	0.59	1.86	2.21
4417	O II	0.15	0.18	0.34	0.47
4396	O II	0.07	0.17	0.21	0.31
4388	He I	0.03	0.48	0.16	0.61
4372	C II		0.08		
4367	O II		0.19		
4349	O II		0.15		
4340	H _γ	3.29	0.85	6.29	3.85
4267	C II		0.15		
4144	He I		0.36		
4121	He I	0.16	0.19	0.51	0.54
4416	Si IV		0.16		
4102	H _α	1.42	0.81	2.92	2.32
4089	Si IV		0.17		
4079	O II		0.10		

Таблица В (продолжение)

1	2	3	4	5	6
4076	O II		0.10		
4026	He I	0.45	0.43	1.12	1.10
4009	He I		0.25		
3995	N II	0.05	0.25	0.27	0.47
3970	H ₈	0.82	—	—	—
3964	He I	0.24	0.31	0.70	0.77
3956	N II		0.13		
3927	He I		0.20		
3889	H ₈ +He I	1.06	0.69	2.14	1.77
3835	H ₉	0.36	0.57	0.98	1.19
3820	He I	0.27	0.34	0.68	0.75
3807	Si III	0.12			
3798	H ₁₀	0.25	0.32	0.59	0.66
3771	H ₁₁	0.16	0.34	0.58	0.76
3750	H ₁₂	0.13	0.28	0.44	0.59
3737	H ₁₃	0.14	0.18	0.38	0.42
3722	H ₁₄	0.14	0.14	0.38	0.38
3712	H ₁₅	0.11	0.16	0.34	0.39
3703	H ₁₆	0.14	0.11	0.39	0.36
3697	H ₁₇	0.08	0.13	0.23	0.28

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

АВГУСТ, 1967

ВЫПУСК 3

СПЕКТРОФОТОМЕТРИЯ F-ЗВЕЗД. II.
АТМОСФЕРЫ 41 Cyg и ν Her

Т. А. КИППЕР

Поступила 7 апреля 1967

Исправлена 15 июня 1967

В работе оцениваются некоторые параметры атмосфер двух F-звезд (41 Cyg и ν Her). Для анализа используется метод кривых роста на основании теоретической кривой роста Унзольда.

Найдено, что температура возбуждения зависит от потенциала возбуждения, но микротурбулентная скорость остается константной.

Определены температуры ионизации и электронные давления.

Определено относительное содержание элементов. Содержание элементов не отличается от солнечного.

К настоящему времени имеется весьма мало работ по F-звездам, выполненных с высокой дисперсией. В этом спектральном классе физическое блендирование линий еще не так серьезно как в звездах класса G и позже, поэтому с высокой дисперсией удастся разрешить большое количество бленд. Настоящая статья основана на спектрограммах со сравнительно высокой дисперсией (4 и 8 Å/мм). В статье [1] опубликованы эквивалентные ширины более 2000 линий двух звезд — 41 Cyg (F2—4 I_b) и ν Her (F2 II—III). Наблюдения покрывают область λ 3700—4900. В настоящей статье проведен анализ их атмосфер методом кривых роста.

1. *Кривые роста.* В литературе предложено довольно много различных вариантов кривых роста. Все они сравнительно мало отличаются друг от друга. Некоторые авторы считают, что для разных спектральных типов звезд надо выбрать разные типы кривых роста. Однако о преимуществе одной кривой перед другими можно строго су-

доть лишь на основании моделей атмосфер, но тогда отпадает вообще потребность в употреблении такого грубого метода. Бóльшее влияние на результаты, чем выбор типа кривой роста, имеют ошибки в определении сил осцилляторов и эквивалентных ширин. Интересно, что Хуан [2] получил из общих принципов усреднения физических условий в атмосферах звезд, что элементарные кривые роста Унзольда и Мензеля являются одними из лучших среди предложенных.

В настоящей статье использовалась кривая роста Унзольда [3], которая основывается на интерполяционной формуле Миннаэрта

$$R_v = \left(\frac{1}{\tau_v} + \frac{1}{R_c} \right)^{-1}. \quad (1)$$

Абсциссой кривой роста Унзольда служит величина

$$\lg D = \lg \frac{c}{2 R_c v_0} + \lg \frac{2 \sqrt{\pi} e^2}{m_e c^3} + \lg gf \lambda - \theta_B \varepsilon_1 + \lg \frac{N_r H}{u_r}, \quad (2)$$

а ординатой

$$\lg \frac{W_\lambda}{2 R_c \Delta \lambda_D} = \lg \frac{W_\lambda}{\lambda} + \lg \frac{c}{2 R_c v_0}. \quad (3)$$

Эмпирическую кривую роста удобно построить в координатах

$$\lg X = \lg gf \lambda - \theta_B \varepsilon_1 \quad (4)$$

и

$$\lg \frac{W_\lambda}{\lambda}.$$

При этом надо в первом приближении принимать разумную температуру возбуждения θ_B . Это можно легко сделать по спектральному классу звезды. В данном случае предварительная температура возбуждения выбрана $\theta_B = 0.95$.

Вертикальные смещения, необходимые для согласования наблюдаемой кривой с теоретической, дают параметр v_0 , которое отождествляется с микротурбулентной скоростью. В выражение ординаты (2) входит предельная глубина линий R_c , которая меняется примерно от единицы в случае Солнца до половины в ранних В-звездах. Поэтому ясно, что от этой величины сильно зависит полученная турбулентная скорость. По самым сильным металлическим линиям взята для 41 Cyg $R_c = 0.90$ и для ν Her $R_c = 0.70$.

Горизонтальные смещения наблюдаемой кривой от теоретической дают содержание элементов в атмосфере звезды. Если для построения

эмпирической кривой роста в формуле (3) взять λ в ангстремах, то получим

$$\lg \frac{N_r H}{u_r} = (\lg D - \lg X) - \lg \frac{c}{2 R_c v_0} + 20. \quad (5)$$

Здесь, выражение в скобках и есть горизонтальный сдвиг, а второй член в правой части — сдвиг в вертикальном направлении.

Кривые роста построены отдельно для всех элементов, у которых наблюдаются неблендированные линии или бленды, которые удастся разрешить. Если число линий невелико, то кривые роста для таких элементов построены при условии, что вертикальный сдвиг $\lg c/2 R_c v_0$ у них не отличается от среднего по другим элементам. На рис. 1—6 приведены некоторые примеры полученных кривых роста.

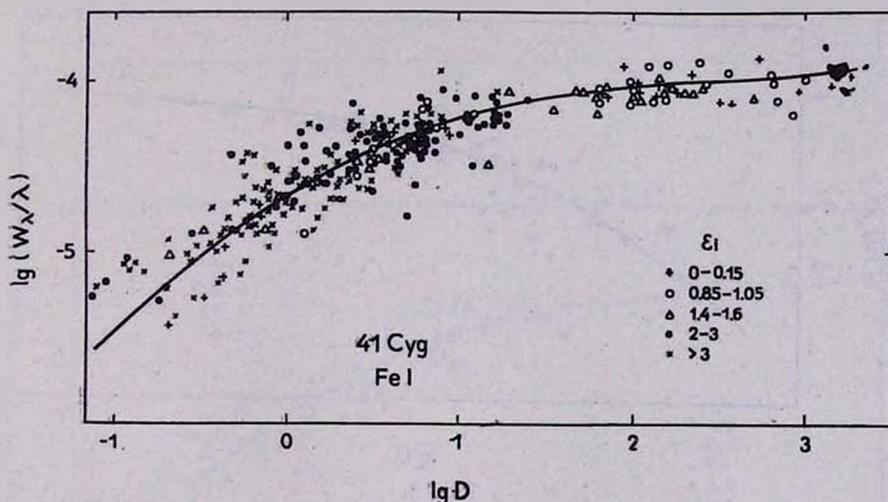


Рис. 1.

При построении кривых роста в большинстве случаев применялись экспериментальные силы осцилляторов Корлисса и Бозмана [4]. В остальных случаях, если это оказалось возможным, силы осцилляторов приведены в их систему.

2. Температура возбуждения. Если в первом приближении согласование теоретической и наблюдаемой кривой роста произведено, то можно уточнить температуру возбуждения θ_v . Для этого на график с предварительной кривой роста вместо $\lg X$ нанесем $\lg gf\lambda$ и найдем отклонения по оси абсцисс от принятой кривой роста. Если

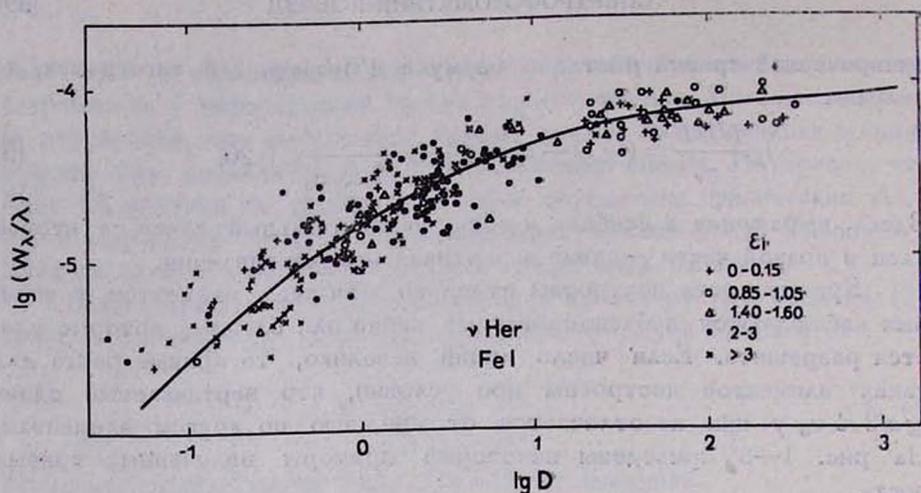


Рис. 2.

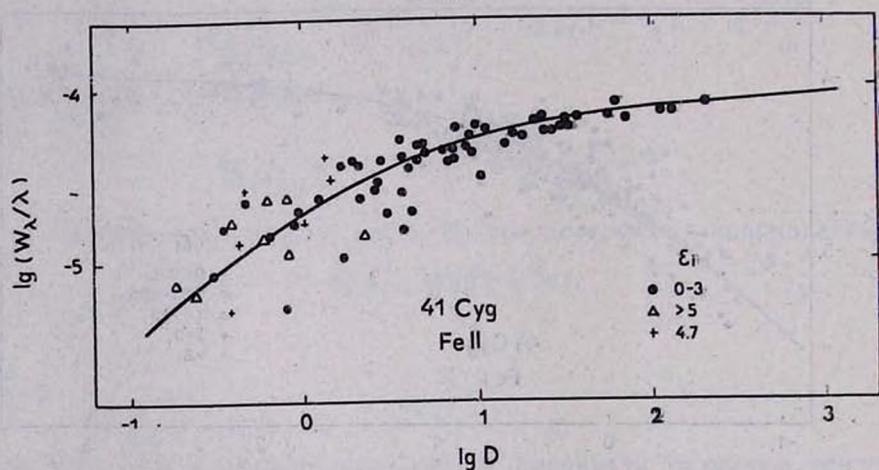


Рис. 3.

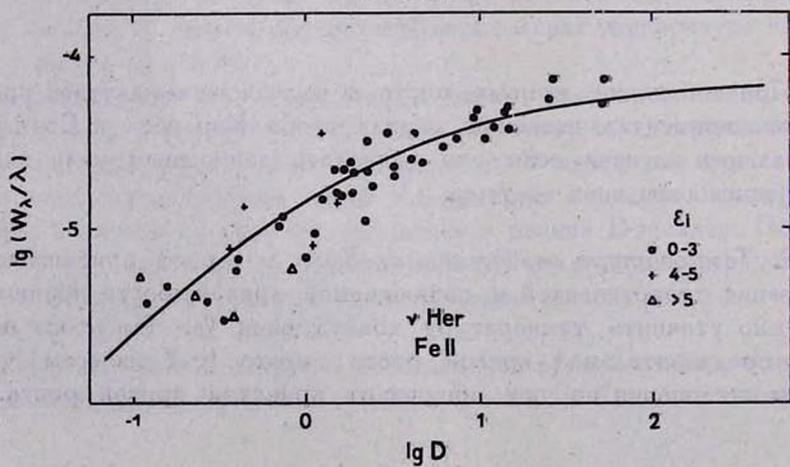


Рис. 4.

предположение о больцмановском распределении атомов по состояниям справедливо, то связь между найденными отклонениями и потенциалом возбуждения ϵ_1 должна быть линейной с коэффициентом θ_B .

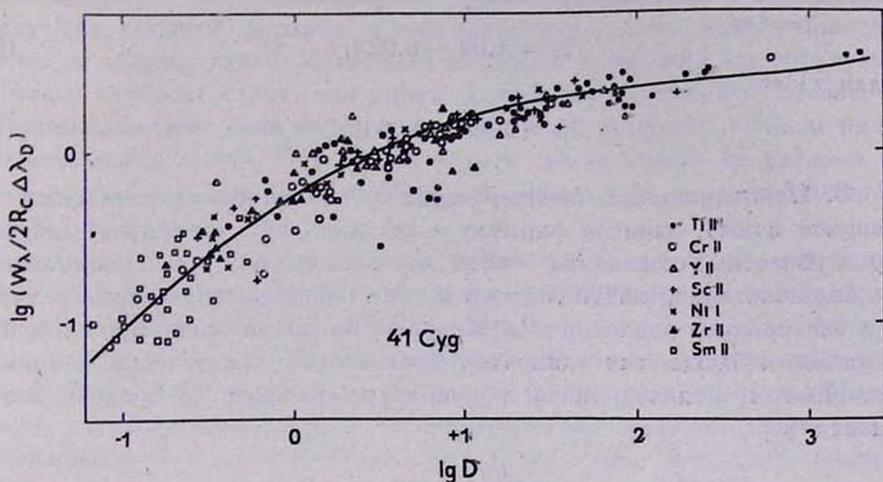


Рис. 5.

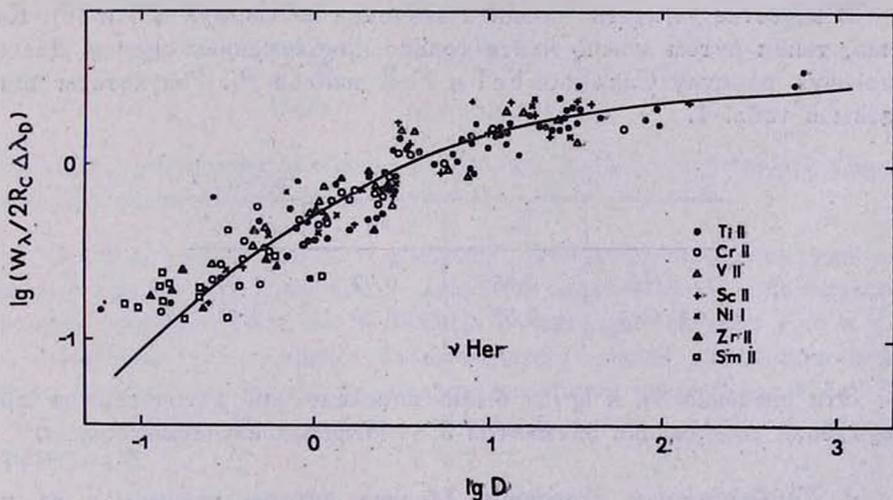


Рис. 6.

Определенная таким образом θ_B оказывается зависимым от ϵ_1 . С одной стороны зависимость θ_B от ϵ_1 отражает зависимость θ_B от глубины в атмосфере, но с другой стороны она отражает зависимость θ_B от интенсивности линии, так как в среднем, линии с низкими ϵ_1 более интенсивны, чем с высокими ϵ_1 . Полученная при помощи кривой роста

температура возбуждения является некоторым средним параметром и не обязательно должно быть действительной температурой возбуждения в звездной атмосфере. В среднем, в интервале потенциалов возбуждения от 0 до 8 эв, для 41 Cyg получается

$$\theta_B = 1.00 - 0.02 \epsilon_1 \quad (6)$$

и для ν Her

$$\theta_B = 0.95 - 0.03 \epsilon_1. \quad (7)$$

3. *Ионизационная температура и электронное давление.* В принципе можно, написав формулу Саха для двух элементов, для которых известны отношения чисел атомов в двух последовательных стадиях ионизации, найти одновременно ионизационную температуру $\theta_{и}$ и электронное давление P_e . Но из-за близости ионизационных потенциалов наблюдаемых элементов этот способ практически неприменим. Поэтому ионизационная температура найдена по средней зависимости [5]

$$\frac{\theta_{и}}{\theta_B} = 0.91. \quad (8)$$

В качестве θ_B взяты средние значения из формул (5) и (6). Конечно, таким путем можно найти только приближенные оценки. Далее, используя формулу Саха для Fe I и Fe II найден P_e . Результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1

	$\bar{\theta}_B$	$\theta_{и}$	$\lg P_e$
ν Her	0.85	0.77	1.20
41 Cyg	0.95	0.86	-0.15

Эти значения $\theta_{и}$ и $\lg P_e$ были впоследствии использованы при нахождении содержания элементов в атмосферах изучаемых звезд.

4. *Турбулентные скорости.* Многие авторы указывают на то обстоятельство, что турбулентные скорости в атмосферах сверхгигантов зависят от потенциала возбуждения нижнего уровня линий, по которым они определены. Для исследования этого явления все линии Fe I и Fe II были разбиты на группы в зависимости от ϵ_1 и кривые роста построены отдельно для каждой из таких групп. Это было сделано уже после того, как в первом приближении было определено θ_B .

Нам не удалось обнаружить различий в v_0 в зависимости от ϵ_1 . До некоторой степени полученный результат можно объяснить. Турбулентная скорость определяется точнее всего по сильным линиям распадающимся на пологом участке кривой роста. Но эти линии образуются главным образом в поверхностных слоях атмосферы. Конечно, в общем, линия возникшая с уровня с высоким ϵ_1 , образуется в более глубоких слоях, чем линия возникшая с низкого уровня, но в использованном нами интервале ϵ_1 (0—5 эв) большое значение имеет интенсивность линий. Вследствие малого числа линий не удалось использовать для этой цели Mg II, у наблюдаемых линий которого $\epsilon_1 \approx 9$ эв.

То, что не обнаруживается зависимость v_0 от ϵ_1 , отражают рис. 1—4. На этих рисунках на оси ординат нанесены наблюдаемые значения $\lg w_\lambda/\lambda$. Никаких вертикальных сдвигов не произведено. На этих рисунках видно, что наблюдается тенденция ослабления линий с ростом ϵ_1 . Поэтому, если принять более крутой градиент температуры, чем полученный в п. 3, то турбулентные скорости оказываются зависимыми от ϵ_1 , они уменьшились бы с ростом потенциала возбуждения. Отсюда ясно, что вопрос о турбулентных скоростях тесно связан с проблемой температур возбуждения.

Турбулентные скорости для рассмотренных звезд получаются:

$$41 \text{ Cyg} \quad v_0 = 6.6 \text{ км/сек},$$

$$\nu \text{ Her} \quad v_0 = 5.4 \text{ км/сек}.$$

Эти скорости включают в себя и тепловое движение, которое, однако, мало при температурах F-звезд.

5. *Водородные линии.* В работе [1] получены эквивалентные ширины и контуры бальмеровских линий и линий H и K ионизованного кальция. Контуры H_γ и H_δ и 3933 Ca II приведены на рис. 7, 8 и 9.

Эквивалентные ширины бальмеровских линий позволяют найти число водородных атомов на втором квантовом уровне над 1 см^2 фотосферы $\lg N_2H$. При условии оптически тонкого слоя справедлива формула [5]

$$W_\lambda = \frac{\pi e^2 \lambda^2}{m_e c^3} f_{2n} N_2 H. \quad (9)$$

В последовательных бальмеровских линиях оптическая толща убывает с ростом главного квантового числа верхнего уровня. Поэтому начиная с некоторой линии реализуется случай тонкого слоя. Макси-

мум величин N_2H , вычисленных по формуле (7), и даст нам искомое значение N_2H . Таким путем получены

$$\nu \text{ Her } \lg N_2H = 16.11,$$

$$41 \text{ Cyg } \lg N_2H = 16.15.$$

Формула Больцмана для данного случая имеет вид

$$\lg N_2 - \lg N_1 = 0.6 - 10.15 \theta. \quad (10)$$

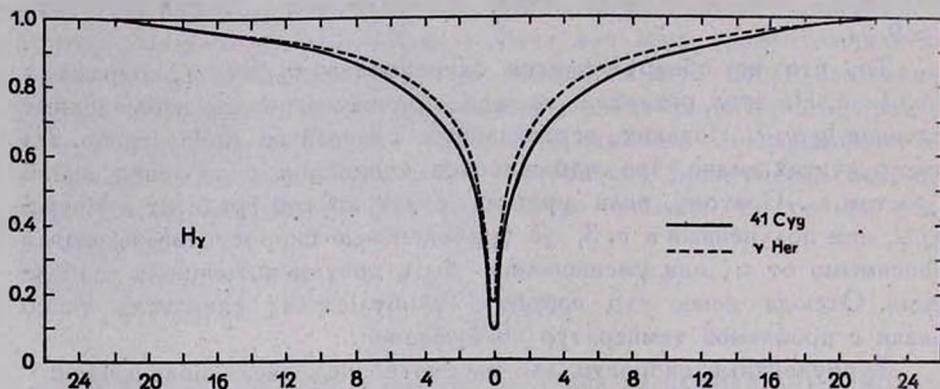


Рис. 7.

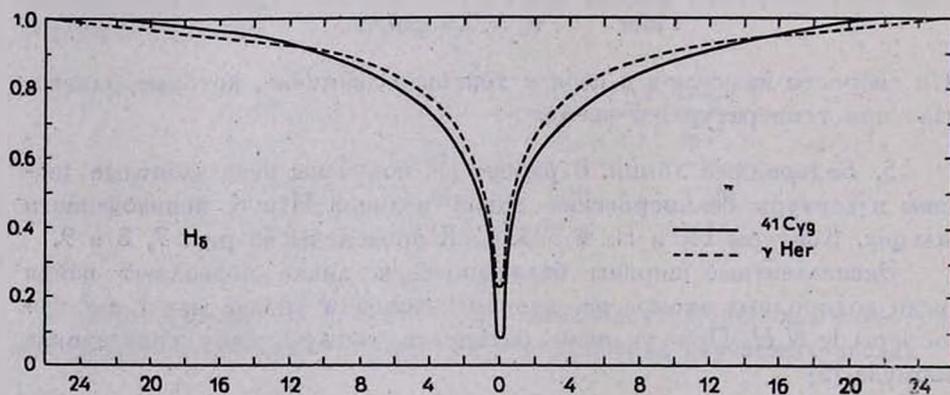


Рис. 8

Если использовать в качестве температуры найденную по кривым роста среднюю температуру возбуждения, то получаются следующие числа водородных атомов в основном состоянии, которые почти не отличаются от полного их числа

$$\nu \text{ Her } \lg N_1 H = 23.11,$$

$$41 \text{ Cyg } \lg N_1 H = 25.15.$$

Эти значения могут иметь большую ошибку из-за неопределенности температур.

По эквивалентным ширинам бальмеровских линий можно определить среднюю электронную концентрацию n_e по формуле [5]

$$W_{\lambda}^2 = k N_2 H n_e \left(\frac{R_c}{0.45} \right)^{3/2}. \quad (11)$$

Эта приближенная формула выводится на основании интерполяционной формулы Миннаерта и выражения штарковского расширения для крыльев линий. Учитывая ранее полученные значения $N_2 H$, по формуле (11) получены значения n_e , которые значительно превышают полученные по формуле Саха. С таким явлением встречались и другие авторы, причем различия между двумя способами определения столь велики, что их нельзя объяснить ошибками наблюдений. В табл. 2 даны результаты определений $\lg n_e$ по линиям H_β , H_γ , H_δ .

Таблица 2

	H_β	H_γ	H_δ
$\nu \text{ Her}$	14.18	14.52	14.73
41 Cyg	14.05	14.58	14.64

Контуры водородных линий практически совпадают и различия, которые видны в крыльях линий, скорее всего обусловлены ошибками наблюдений. Это подтверждается различным поведением крыльев у H_γ и H_δ (рис. 7 и 8). Но остаточные интенсивности у $\nu \text{ Her}$ систематически больше, чем у 41 Cyg, особенно у далеких членов бальмеровской серии. Это результат большей прозрачности атмосферы 41 Cyg. Это подтверждается также тем, что у нее металлические линии значительно сильнее и полученные значения $\lg NH$ больше, чем у $\nu \text{ Her}$.

Влияние разности в непрерывном поглощении сказывается сильнее на линиях H и K ионизованного кальция. Для иллюстрации на основании однородной модели Милна-Эддингтона вычислены контуры линии $\lambda 3933 \text{ Ca II}$. Для случая чистого рассеивания контур дается формулой [6]

$$R = \frac{L^{1/2}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{B^0}{B^1}} \left(\alpha_2 + \frac{B^0}{B^1} \frac{\alpha_1}{L} + \frac{1-L}{2} \sqrt{L} \alpha_1^2 \right). \quad (12)$$

Здесь коэффициенты поглощения входят в величину L :

$$L = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_\lambda}{\kappa_\nu}} \quad (13)$$

Коэффициент поглощения в линии взят в виде

$$\alpha_\lambda = N \cdot 16.5 \cdot 10^{-26} \cdot f \cdot \frac{\Gamma}{\gamma_{cl}} \cdot \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda^2} \quad (14)$$

Условия выбраны следующие: $N = 0.7 \cdot 10^{18}$, $B^0/B^1 = 2/3$, $\Gamma = \Gamma_{rad}$, $\lg \kappa_\nu = -0.90$ для ν Her и $\lg \kappa_\nu = -1.60$ для 41 Cyg. Последние значения выбраны по таблицам Л. Х. Аллера [7] по температурам и электронным давлениям из табл. 1.

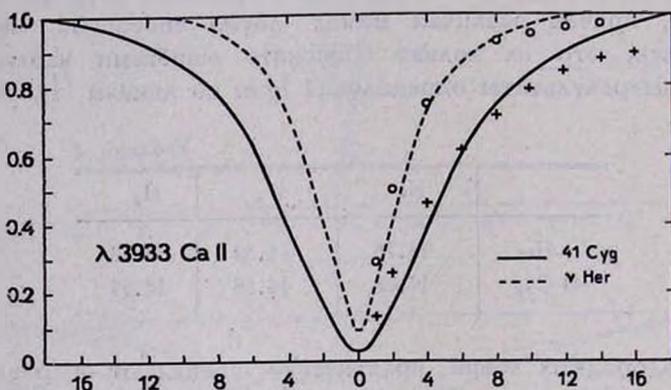


Рис. 9.

Полученные контуры нанесены из рис. 9, кружками отмечены результаты для ν Her, крестиками для 41 Cyg. Соответствие с наблюдаемыми контурами не очень хорошее, что указывает на неприменимость модели Милна-Эддингтона, особенно в случае 41 Cyg. Но с другой стороны, ясно видно, что главным образом различия в контурах обусловлены различиями коэффициентов непрерывного поглощения.

6. *Содержание элементов.* Горизонтальный сдвиг эмпирической кривой роста до совпадения с теоретической дает в случае кривой роста Унзоляда величину $\lg(N_r H / u_r)$, где $N_r H$ число поглощающих атомов в данном состоянии ионизации над 1 см^2 фотосферы, а u_r — сумма по состояниям. При нахождении содержания элементов использовались суммы по состояниям Корлисса и Бозмана [4]. Температура

Таблица 3

Элемент	$\lg N_{rH}$		Источник $\lg gf^{\lambda}$
	ν Her	41 Cyg	
C I	20.27	21.17	11
C II	19.77	20.91	
Mg I	15.66	16.01	4;9
Mg II	19.30	20.36	9
Al I	15.17	15.37	4
Al II	18.00	18.85	
Si I	17.48	17.38	4
Si II	19.19	19.56	
Ca I	14.58	14.84	4.9
Ca II	18.34	19.15	
Sc II	15.47	15.81	4
Ti II	16.61	17.35	4;9
V I	12.9	13.4	4
V II	15.71	16.41	4
Cr I	14.89	14.93	4
Cr II	16.86	17.76	9
Mn I	14.61	14.87	4
Mn II	17.24	18.15	9
Fe I	16.24	16.86	8;41
Fe II	18.51	19.68	10
Co I	14.5	14.7	4
Co II	16.6	17.4	4
Ni I	15.96	16.24	4
Ni II	17.84	18.66	9
Sr II	12.24	15.44	4
Sr III	14.69	15.09	
Y II	14.71	15.29	4
Zr II	14.79	15.37	4
Ba II	14.73	15.03	4
Ba III	14.60	15.10	
La II	14.28	14.73	4
Ce II	14.48	14.84	4
Pr II		14.14	4
Nd II	14.34	14.74	4
Sm II	14.20	14.16	4
Eu II	13.20	13.70	4
Gd I		12.81	4
Gd II		14.59	4
Hf II		14.49	4

при их вычислении была взята близкая к нашему случаю. Результаты определений $\lg N_r H$ приведены в табл. 3. Там же приведены литературные источники, откуда взяты силы осцилляторов.

Если из кривых роста удалось определить только содержание нейтральных атомов, то число ионизованных атомов найдено по формуле Саха.

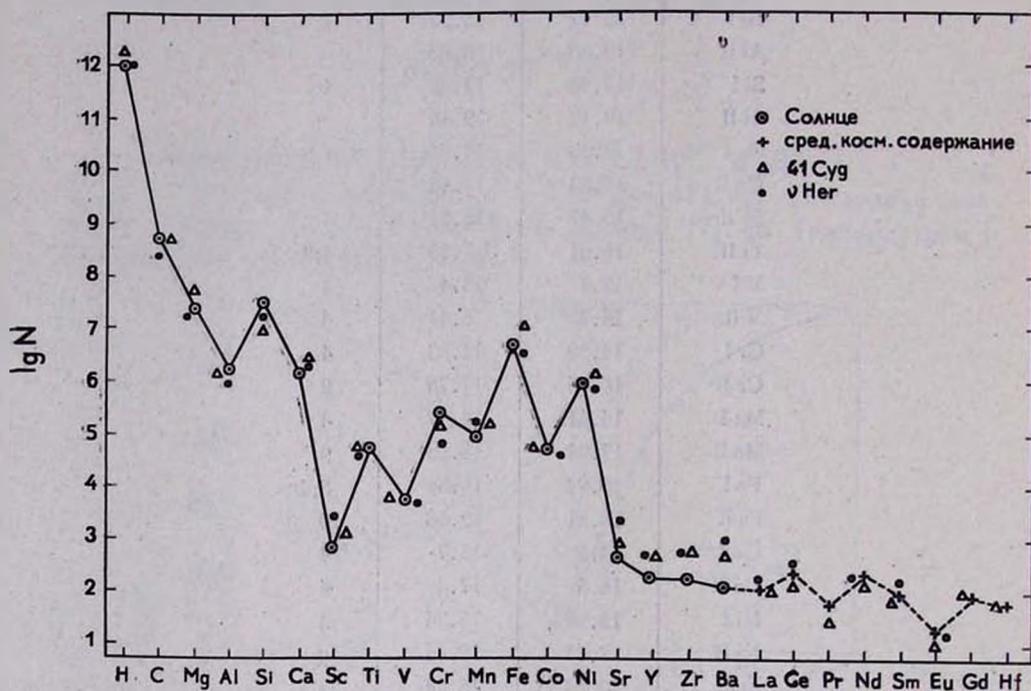


Рис. 10.

Полученные после нормировки относительные содержания элементов приведены вместе с солнечными данными [11] на рис. 10. Для более тяжелых элементов ввиду отсутствия их в работе [11] приведено сравнение со средним космическим содержанием [12]. В общем содержание элементов в обеих звездах не отличается от солнечного.

Здесь уместны некоторые замечания по отдельным элементам. Содержание водорода определено весьма неуверенно из-за неточности температуры. Только по одной линии определено содержание углерода и кремния. Содержание алюминия определено по двум сильным резонансным линиям, которые располагаются на пологом участке кривой роста. Содержание стронция определено также только по двум сильным линиям. Для Sc II взяты экспериментальные силы осцилляторов [4]; данные М. Е. и А. А. Боярчук [9], меньше эксперименталь-

ных $\lg gf \lambda$ на 0.35. Содержание хрома определялось по $\lg gf \lambda$ из работы [9]; хотя совпадающих линий мало, кажется, что $\lg gf \lambda$ больше экспериментальных на 0.44. Для определения содержания бария применялись экспериментальные $\lg gf \lambda$ [4], которые меньше значений из работы [9] на 0.6. Солнечное содержание определено на основании таблиц Бейтса—Дамгарда, которые дают хорошее согласие с данными работы [9]. По-видимому, содержание Y и Zr несколько больше, чем в атмосфере Солнца.

В заключение выражаю благодарность астрономам Крымской астрофизической обсерватории АН СССР за предоставление возможности получить наблюдательный материал. Благодарен А. А. Боярчуку за ценные обсуждения в ходе работы.

Институт физики и астрономии
АН Эстонской ССР

SPECTROPHOTOMETRY OF THE F-STARS. II. ATMOSPHERES OF 41 Cyg AND ν Her

T. A. KIPPER

Some atmospheric parameters of two F-stars (41 Cyg and ν Her) are estimated. For analysis the curve-of-growth technique based on the theoretical curve of growth calculated by Unsöld is used.

It is found that the excitation temperature depends on the excitation potential, but the microturbulent velocity is found to be constant. The ionisation temperature and the electron pressure are determined.

The relative abundances of elements are found and compared with those of the Sun. The abundances are nearly the same as in the Sun.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Т. А. Киппер, Публ. Тарт. АО (в печати).
2. S. S. Huang, Ap. J., 115, 529, 1952.
3. А. Унзольд, Физика звездных атмосфер, М., 1949.
4. С. Н. Corliss, R. W. Vaughan, NBS Monograph 53, U. S. Government Printing Office, Washington 25, D. C., 1962.
5. Э. Р. Мустель, Звездные атмосферы, М., 1960.
6. С. Чандраскар, Перенос лучистой энергии, М., 1953.
7. Л. Х. Аллер, сб., „Звездные атмосферы“, под ред., Дж. Л. Гринстейна, М., 1963.
8. К. К. Прокофьев, Е. И. Никонова, Ц. Ф. Груздев, М. С. Фриш, Изв. КрАО, 31, 281, 1964.
9. М. Е. Боярчук, А. А. Боярчук, Изв. КрАО, 22, 234, 1960.
10. B. Warner, Comm. from the University of London obs., № 70, 1966.
11. L. Golberg, E. A. Müller, L. H. Aller, Ap. J. Suppl. ser., 5, № 45, 1960.
12. К. У. Аллен, Астрофизические величины, М., 1960.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

АВГУСТ, 1967

ВЫПУСК 3

КАРЛИКИ В НЕКОТОРЫХ БЛИЗКИХ ГРУППАХ ГАЛАКТИК

Е. В. ЗВЯГИНА

Поступила 19 декабря 1966

Исправлена 8 апреля 1967

Изучено распределение слабых объектов с низкой поверхностной яркостью в области 4-х близких групп галактик по картам Паломарского атласа неба. Найдено, что иррегулярные карлики обладают тенденцией группироваться в трех изученных группах.

Присутствие карликовых галактик хорошо установлено в некоторых богатых скоплениях [1—7]. Поиски карликовых систем в небольших группах галактик значительно труднее ввиду их малочисленности и отсутствия концентрации к центру группы. Однако в некоторых случаях можно заметить небольшое превышение числа объектов низкой светимости в области группы по сравнению с окружающей областью, и следовательно, можно судить о том, в какой мере карликовые галактики концентрируются в группах гигантов. Сопоставление результатов для многих групп должно устранить влияние случайных проекций и уменьшить возможность ошибочных выводов. С другой стороны, ввиду того, что в группах нельзя ожидать присутствия плотного слоя межгалактической материи, вызывающей снижение поверхностной яркости галактик фона, установление карликовой природы объектов с низкой поверхностной яркостью в небогатых группах более надежно, чем в богатых скоплениях галактик. В настоящей работе содержатся результаты изучения четырех групп галактик (NGC 1068, NGC 5846, NGC 896 и NGC 3190) по картам Паломарского атласа неба. При отборе групп к ним предъявлялись следующие требования: (1) должны быть известны лучевые скорости для большинства гигантских членов группы, (2) ярчайшие члены группы не

должны быть слабее 12^m , так, чтобы карлики, если они есть, могли быть видны на картах (предельная видимая величина их около 19^m), (3) группы должны быть компактными. Слабейшие члены групп ищутся при сравнении распределения слабых объектов в области группы и в ее широкой окрестности. Этот способ, хотя и не позволяет выделить с достоверностью все члены группы, однако позволяет судить о концентрации карликов в группах гигантов.

Табл. 1 содержит галактики высокой светимости, которые принадлежат изученным группам. Там же указаны видимые величины (3-й столбец), лучевые скорости (4-й столбец) и типы галактик в классификации Ван ден Берга (5-й столбец). Все данные взяты из [8].

Группа NGC 1068. Спиральная система NGC 1068 окружена рядом галактик, которые образуют группу, отмеченную в [9]. Наиболее хорошо установленные члены ее (по лучевым скоростям) — пересеченная спираль NGC 1073 и спираль позднего типа NGC 1087. Две другие яркие галактики — NGC 1055, типичная Sb, повернутая к нам ребром, и спираль со следами перемишки NGC 1090. Ввиду того, что измеренные лучевые скорости двух членов этой группы в два раза превышают лучевую скорость ярчайшего компонента группы, невозможно использовать лучевую скорость как индикатор расстояния до этой группы. Модуль расстояния оценен по корреляции между типом галактик в классификации Ван ден Берга и абсолютной величиной. Если использовать усредненные классы светимости Ю. П. Псковского [10], то членам группы следует приписать абсолютные величины, указанные в 4-м столбце табл. 2. (Средние абсолютные величины для галактик всех классов светимостей в [10] изменены на -1^m , согласно мнению Ю. П. Псковского. Это изменение вызвано пересмотром модуля расстояния до скопления галактик в Деве). После исправления видимых величин галактик за наклон и поглощение внутри Галактики, как указано в [11], (2-й столбец табл. 2) средний модуль расстояния получается равным $(m - M) = 29.9 \pm 0.4$. Отклонение значений модуля для каждой галактики от среднего значения для всей группы незначительно. Это свидетельствует в пользу того, что эти галактики — члены одной пространственной группировки. Светимости, соответствующие среднему модулю, приведены в 5-м столбце табл. 2. Для выявления других возможных членов группы изучены по Паломарским картам галактики в области размером 9.5×6.3 . Группа занимает центральное положение в этой области. Распределение галактик ярче $m = 13.5$ показано на рис. 1. Для одной из них, NGC 936, находящейся недалеко от ярких членов группы, известна лучевая скорость

Таблица 1

ВИДИМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (m_{pg}), ЛУЧЕВЫЕ СКОРОСТИ (V_r)
И ТИПЫ ГАЛАКТИК В 4-х ГРУППАХ

NGC	MCG	m_{pg}	V_r (км/сек)	Тип
Группа NGC 1068				
1068	0-7-83	9 ^m .63	1032	Sbp
1055	0-7-81	11.38	—	Sb II—III
1073	0-8-1	11.43	1895	S(B)c II
1087	0-8-9	11.45	1835	Sc ⁺ III
1090	0-8-11	12.51	—	S _n ⁻ IV
Группа NGC 5846				
5846a	0-38-25	11.9	1784	E0
5838	0-38-22	12.1	1441	Sa
5813	0-38-16	12.5	1890	E1
5806	0-38-14	12.9	1307	Sb ⁺ III
5831	0-38-20	13.1	1696	Eр
5854	1-39-1	13.1	1644	Sa
5850	0-39-2	13.6	2412	SBb ⁻ I
5846b	0-38-26	14.1	2312	—
5814	0-38-27	14.7	—	—
Группа NGC 596				
596	-1-5-5	12.1	2097	E2
584	-1-4-6	11.4	1875	E4
615	-1-5-8	12.6	—	Sb II—III
600	-1-5-7	12.5	—	—
636	-1-5-13	12.4	1983	E1
586	-1-5-1	14.7	—	—
Группа NGC 3190				
3190	4-24-26	11.9	1252	Sbnt II—III
3193	4-24-27	12.4	1272	E0
3177	4-24-23	12.8	1118	Sb ⁺ II—III
3185	4-24-24	12.9	1142	S(B)b ⁺ III
3187	4-24-25	13.8	—	—

Таблица 2

ВИДИМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (m_0), ИСПРАВЛЕННЫЕ ЗА ГА-
ЛАКТИЧЕСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ, И СВЕТИМОСТИ ЯР-
КИХ ЧЛЕНОВ В 4-х ГРУППАХ

NGC	m_0	$-M_1$	$-M_2$	$-M_0$
Группа NGC 1068				
1068	9 ^m 2		20 ^m 5	20 ^m 7
1055	10.3		19.5	19.6
1073	11.1		19.5	18.8
1087	11.1		18.7	18.8
1090	11.3		18.2	18.6
Группа NGC 5846				
5846 _a	11.9	20.3	—	20.3
5838	11.8	20.1	—	20.1
5813	12.2	19.7	—	19.7
5806	12.6	19.3	18.7	19.3
5831	12.8	19.1	—	19.1
5854	12.8	19.1	—	19.1
5850	13.3	18.6	19.5	18.6
5846 _b	13.8	18.1	—	18.1
5814	14.4	—	—	17.5
Группа NGC 596				
596	11.8	20.3	—	20.2
584	11.1	21.0	—	20.9
600	12.2	—	—	19.8
636	12.1	20.0	—	19.9
586	14.4	—	—	17.6
615	12.3	—	19.5	19.7
Группа NGC 3190				
3190	11.5	19.5	19.5	19.7
3193	12.0	19.0	—	19.2
3177	12.4	18.6	19.5	18.8
3185	12.5	18.5	18.7	18.7
3187	13.4	—	—	17.8

$V_r = 1367$ км/сек. Возможно, что эта галактика составляет со своими близкими спутниками NGC 941, NGC 955 и MCG 0—7—20 удаленную фракцию изучаемой группы. Только две из ярких галактик с неизмеренными лучевыми скоростями попадают близко к ярким членам группы — это NGC 1032 и NGC 1094. Галактика NGC 1032 является обычной спиралью Sa с темной полосой поглощения посередине. Светимости галактик типа Sa, согласно [10], заключены в пределах $-19.5 \leq M \leq -18.6$ и тогда модуль расстояния NGC 1032 находится в пределах $31.5 \leq m - M \leq 30.6$, что больше найденного модуля для группы. Поэтому эта галактика является с большой вероятностью галактикой фона. Объект NGC 1094 пекулярная спираль с большим ядром и длинными тонкими ветвями. Если это член группы, то светимость NGC 1094 около $M = -17$ и тогда это карликовая спираль. Так как существование таких карликов предполагается [12—13], то NGC 1094 — возможный член группы. Других галактик ярче $m = 13.5$ в группе нет.

Распределение более слабых галактик в окрестности группы с величинами $13.6 \leq m \leq 15.5$, согласно [8], показано на рис. 2. В правом верхнем углу его находится большое вытянутое скопление таких галактик с главным членом NGC 1016 ($m = 12$), в левом нижнем углу заметно другое скопление. Эти два скопления отмечены в [14]. На рис. 2 пунктиром нанесены контуры этих скоплений. Нет увеличения видимой плотности галактик с $13.6 \leq m \leq 15.5$ в области группы. Изучение форм и структуры этих галактик показывает, что среди галактик ярче $m = 14.5$ членом группы может быть только NGC 1038 из-за пекулярности ядра, а среди более слабых MCG 0—7—80 и MCG 0—8—3 из-за пониженной яркости в центре. Объект NGC 1038 имеет следы темной материи и напоминает эллиптическую галактику типа NGC 205. Галактика MCG 0—7—80 имеет ядро и ветви с очень низкой поверхностной яркостью. Подобных галактик много во всей изучаемой области (они отмечены на рис. 2 крестами). Объект MCG 0—8—3 — плоская система с низкой поверхностной яркостью и с малой концентрацией излучения к центру; у нее видны следы разрушенной или недоразвитой ветви. Во всей изучаемой области нет ни одного подобного объекта.

Более слабые члены группы отличаются от главного компонента более, чем на 6^m и могут быть либо иррегулярными карликами с очень низкой поверхностной яркостью (типа NGC 6822, IC 1613), либо эллиптическими с низкой поверхностной яркостью (типа карликов в скоплении в Деве). Их принадлежность к группе может быть установлена только при сравнении распределения слабейших объектов в

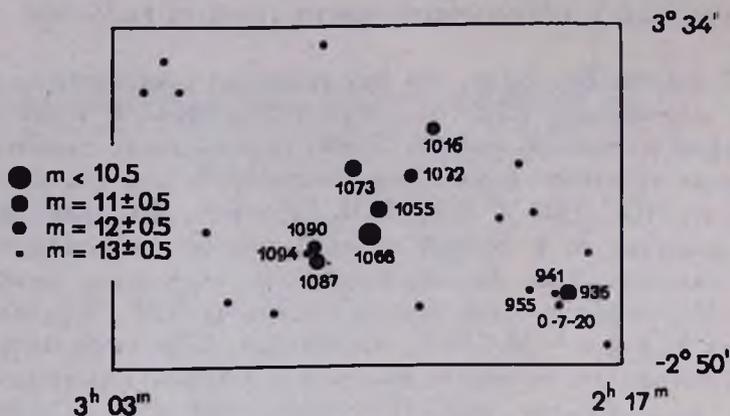


Рис. 1

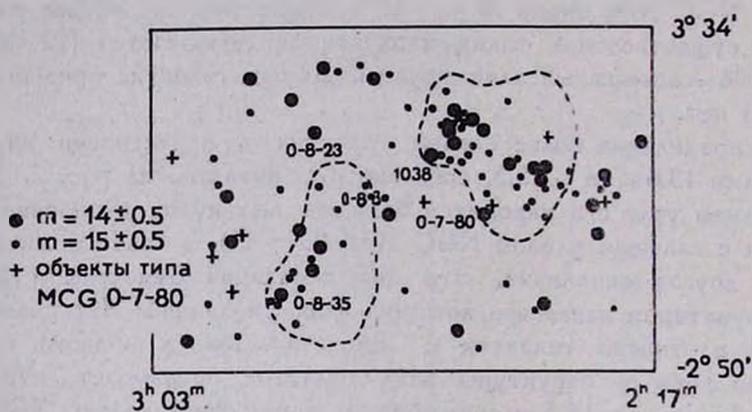


Рис. 2

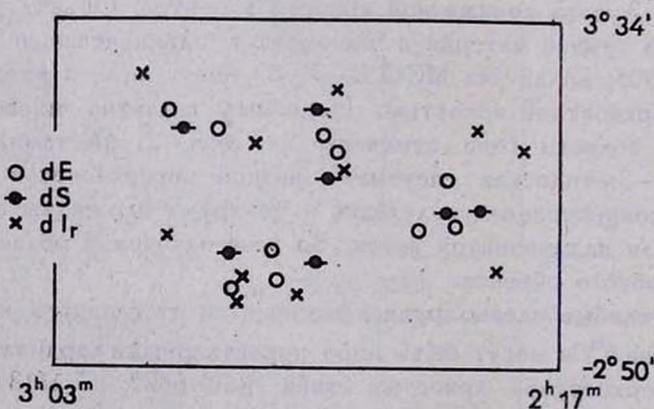


Рис. 3

Расположение галактик в области группы NGC 1068. Разными символами обозначены галактики разных видимых величин и разных типов, цифры означают номера галактик в NGC и MCG.

области группы и в ее широкой окрестности. Просмотрена вся изучаемая область вокруг группы при помощи микроскопа с 12-и кратным увеличением. Отмечены все объекты, которые могут быть карликовыми галактиками с очень низкой поверхностной яркостью. Эти галактики едва отличимы от фона, их видимые величины лежат в пределах $16 \leq m \leq 19$. Тщательное изучение их вида на Паломарских картах показало, что эти объекты условно можно разделить на 3 типа.

1. Иррегулярные системы. Они видны на картах как размытые пятна неправильной формы, часто без четких границ; у них не заметно никакой структуры или следов центрального ядра; яркость распределена равномерно по всему пятну.
2. Е-галактики с очень низкой поверхностной яркостью. Они имеют круглую или слегка вытянутую форму и незначительную концентрацию света к центру галактики; иногда в центре видно слабое подобие ядра.
3. S-галактики с очень низкой поверхностной яркостью. Часто в центре их видно ядро или перемычка; спиральные ветви лишь слегка выделяются на слабом фоне. Распределение этих трех типов объектов показано на рис. 3. Не заметно какого-либо сгущения таких объектов около ярких членов группы. Места повышенной плотности их совпадают с отмеченными близкими скоплениями галактик. Возможно, что отсутствие концентрации в области группы слабых объектов, напоминающих по виду известные карликовые галактики, является результатом большой неоднородности распределения галактик в этой области.

Группа NGC 5846. Эта интересная группа галактик, как и предыдущая, отмечена в [9]. Она состоит из 8-и ярких галактик с измеренными лучевыми скоростями. Ярчайший член группы — почти круглая Е-галактика NGC 5846 со слабым эллиптическим спутником на расстоянии $r = 0.7$. В группе имеются еще две яркие Е-галактики — NGC 5831 и NGC 5813, образующая вместе со слабой S_b-галактикой широкую пару. Остальные гиганты — две спирали раннего типа NGC 5854 и NGC 5838, и две спирали с перемычками — NGC 5850 и NGC 5806. В табл. 1 включены галактики высокой светимости, которые принадлежат группе. Лучевые скорости галактик этой группы определены достаточно надежно. Средняя лучевая скорость $V_r = 1881 \pm \pm 385$ км/сек достаточно велика, чтобы ее можно было использовать для оценки расстояния. Принимая $H = 75$ км/сек на мпс, получим $r = 24.1 \pm 5.1$ мпс и, соответственно, $(m - M) = 31.9 \pm 0.4$. Соответствующие этому модулю светимости галактик указаны в третьем столбце табл. 2. Кроме того, светимости двух спиралей можно оценить по классам светимостей Ван ден Берга [10] (4-й столбец табл. 2).

Среднее из всех значений $(m - M) = 31.9 \pm 0.6$ соответствует истинному расстоянию $r = 24.0 \pm 6.4$ мпс.

В поле вокруг изучаемой группы имеется ряд ярких галактик с измеренными лучевыми скоростями. На рис. 4 показано распределение галактик ярче $m = 15.5$, согласно [8]. Изучаемая область покрывает площадь, размером $8^\circ \times 6^\circ$. Группа находится в центре этой области. Ярчайшие галактики в окрестности группы имеют видимую величину $m = 13$. Объекты MCG 1-38-10, MCG 1-38-14 и MCG 1-38-13 образуют небольшую группу галактик. Три оставшиеся яркие галактики с $m = 13$: MCG 0-39-6, спираль раннего типа Sa, MCG 1-39-2, сильно сплюснутая E-галактика и MCG 0-38-12, спираль с широко открытыми ветвями. Они находятся на значительном угловом расстоянии от группы. Лучевые скорости более слабых галактик неизвестны. Их распределение по изучаемой области довольно равномерное, за исключением того, что в правом нижнем углу имеется недостаток таких галактик. Минимальное число членов группы умеренной светимости можно оценить приблизительно как разность между действительным числом n галактик около ярких членов группы и их математическим ожиданием для каждой видимой величины m . Математическое ожидание числа галактик в области группы вычисляется из соотношения:

$$M.O. = \frac{\sigma}{\Sigma} N_m,$$

где σ — площадь, на которой расположены яркие члены группы, Σ — вся изучаемая площадь, N_m — число галактик в изучаемой области с видимой величиной m . Из табл. 3 видно, что членами группы могут быть две галактики с $13.6 \leq m \leq 14.5$ и 4 галактики с $14.6 \leq m \leq 15.5$.

Таблица 3

КОНЦЕНТРАЦИЯ СЛАБЫХ ОБЪЕКТОВ В ОБЛАСТИ
ГРУППЫ NGC 5846

Объекты	N_m	М. О.	n	$n - M. O.$
$m = 14.5 \pm 0.5$	6	1	3	2
$m = 15.5 \pm 0.5$	40	4	8	4
dIr	21	2	10	8
dS	12	1	2	1
dE	14	2	2	0

Распределение более слабых галактик в этой области неравномерное. Есть большое скопление галактик, согласно [14]. На рис. 5

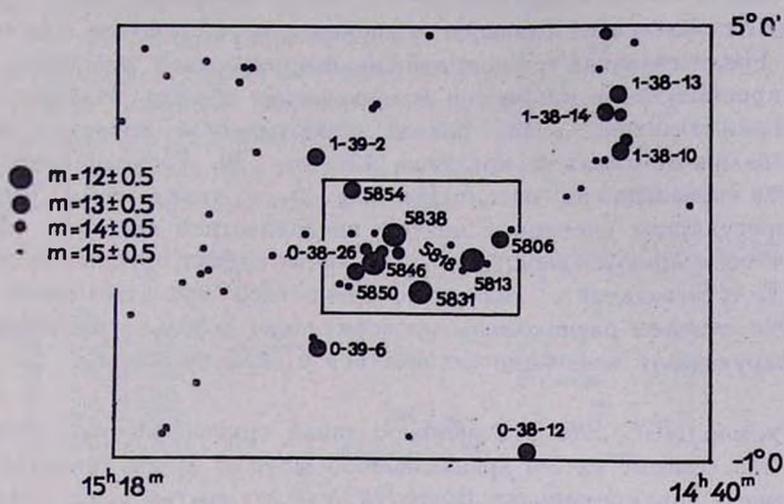


Рис. 4

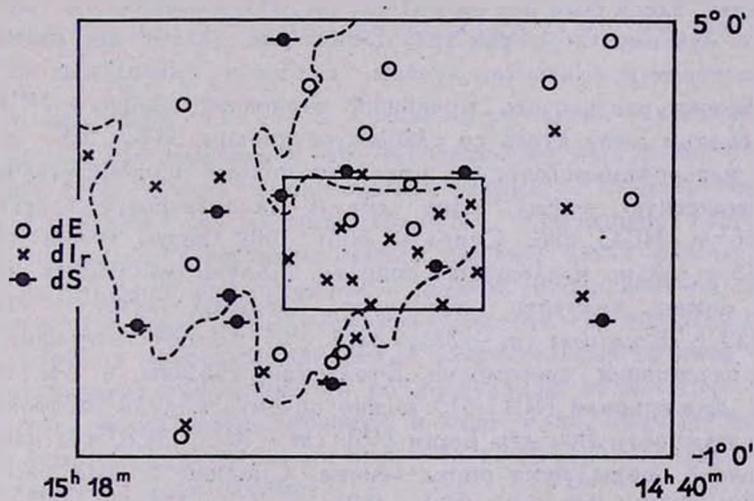


Рис. 5

Расположение галактик в области группы NGC 5846. (См. подпись к рис. 1—3).

пунктиром указаны его границы. Ярчайшие члены групп проектируются на это скопление. Слабейшие члены группы будем искать по их концентрации в области группы. Если такие галактики есть, то они должны отличаться от главного компонента на 4^m и более, и их можно искать среди галактик с пониженной поверхностной яркостью. Для этого просмотрена в микроскоп вся изучаемая область. Найдено большое число галактик с очень низкой поверхностной яркостью, их видимые величины лежат в пределах $17 < m < 20$. Распределение этих объектов показано на рис. 5. Из рис. 5, а также табл. 3 видно, что иррегулярные системы с низкой поверхностной яркостью обнаруживают тенденцию сгущиваться около ярких членов группы. Распределение E- и S-галактик с низкой поверхностной яркостью имеет иной вид. Эти объекты расположены по всему полю довольно равномерно и не обнаруживают тенденции сгущиваться в области группы.

Группа NGC 596. Эта изолированная группа впервые отмечена в [8]. Она состоит из 5-и ярких, далеких друг от друга, галактик, расположенных почти в цепочке. Вокруг в поле нет других ярких галактик. Только для трех из них известна лучевая скорость. Как и в предыдущем случае, здесь есть как эллиптические, так и спиральные галактики. Сходство лучевых скоростей трех E-галактик делает несомненной их пространственную близость, лучевые скорости спиральных галактик этой цепочки неизвестны. Ярчайший компонент группы — NGC 584, сильно сжатая E-галактика со слабым спутником NGC 586, который трудно классифицировать. Он имеет несколько пониженную яркость и эллиптическую форму. Две другие эллиптические галактики — NGC 596 и NGC 636. Спираль NGC 600 видна почти плашмя, NGC 615 — сильно наклоненная спираль. Модуль расстояния до этой группы можно получить, используя среднюю лучевую скорость $V_r = 1958 \pm 78$ км/сек: $(m - M) = 32.1 \pm 0.1$. Соответствующие этому модулю расстояния светимости E-галактик указаны в 3-м столбце табл. 2. Для спирали NGC 615 можно оценить модуль расстояния по классу светимости Ван ден Берга [10]: $(m - M) = 31.8$, что находится в согласии с предыдущим определением. Средний модуль расстояния $(m - M)_0 = 32.0 \pm 0.2$ и $r = 25.1 \pm 2.3$ мпс.

Для нахождения других возможных членов группы построена схема распределения галактик ярче $m = 15.5$ по [8] в области размером 3.7×7.2 (рис. 6). Цепочка расположена в центре этой области и ее протяженность около 1 мпс. Главный член цепочки находится на ее краю, а две спиральные галактики в центре цепочки. Из рис. 6 видно, что вокруг изучаемой цепочки удивительно мало ярких галактик. Две

яркие галактики (MCG —1—4—44 с $m = 12.5$ и MCG —1—5—17 с $m = 13.5$) находятся на большом угловом расстоянии от нее. Объекты с $13.5 < m < 14.5$ также немногочисленны. Среди близких к цепочке (помимо спутника NGC 584) есть только одна такая галактика — MCG —1—4—57. Это спираль раннего типа Sab с высокой поверхностной яркостью и с темной полосой поглощения. Согласно [10] светимости таких галактик заключены в пределах $-20.4 \leq M \leq -18.6$ и тогда ее модуль расстояния $34.4 \leq m - M \leq 32.6$. Значит, эта галактика более далекая. Галактики с $14.6 \leq m \leq 15.5$ многочисленны в этой области, но их удивительно мало в непосредственной близости к цепочке.

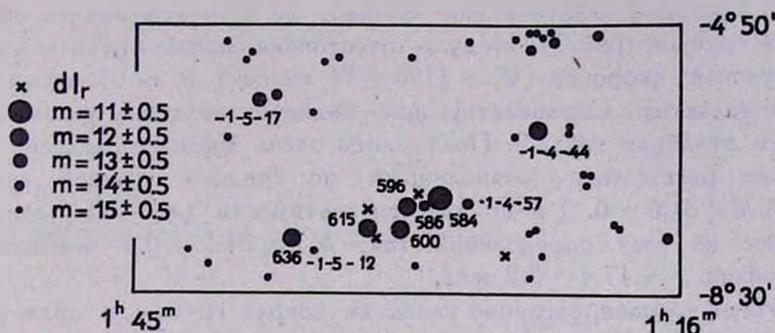


Рис. 6. Расположение галактик в области группы NGC 596. (См. подпись к рис. 1—3).

Одна из них, MCG —1—5—12, крайне пекулярная галактика с хвостами. Вторая (не отмечена в [8]) находится на расстоянии $\rho = 6.5$ от NGC 584. Это система эллиптической формы со следами темной материи. Последние два объекта являются возможными карликовыми членами группы. Слабейшие члены группы, как и раньше, будем искать по концентрации объектов с низкой поверхностной яркостью в области группы. При просмотре галактик в широкой окрестности группы в микроскоп найдено 4 замечательных объекта с равномерным распределением яркости по диску. Три из них (рис. 6) находятся около ярких членов цепочки и лишь одна, наиболее слабая из всех, в стороне. Найденные системы с большой вероятностью являются карликовыми членами группы.

Группа NGC 3190. Известный квинтет галактик во Льве состоит из 4-х спиральных галактик раннего и промежуточного типов и одной яркой E-галактики NGC 3193. Ее принадлежность к группе бесспорна, так как она в тесной паре со спиралью NGC 3190 ($\rho = 4.8$), ярчайшим компонентом группы. Слабейший из известных членов квинтета

NGC 3187, пересеченная спираль пониженной поверхностной яркости. Ее лучевая скорость неизвестна. Принадлежность ее к группе доказывается тем, что темный слой материи в NGC 3190, находящейся на расстоянии $\rho = 4.1$ от NGC 3187, перекошен в результате взаимодействия с ней. Слегка наклоненная спираль NGC 3185 окружена двойным кольцом со сгустками. Пятый член группы NGC 3177, галактика с необычным ходом ветвей. Она находится несколько в стороне от остальных 4-х галактик, но ее лучевая скорость говорит о том, что это бесспорно член группы. В окружающем поле имеется еще несколько ярких галактик с лучевой скоростью, близкой к скорости членов квинтета; квинтет, как обычно, не является вполне изолированной группой (рис. 7). Модуль расстояния можно оценить по средней лучевой скорости ($V_r = 1196 \pm 76$ км/сек) и по классам светимости галактик. Соответствующие видимые величины указаны в 3-м и в 4-м столбцах табл. 2. Получилось очень хорошее согласие между модулем расстояния, вычисленным по средней лучевой скорости ($m - M = 31.0 \pm 0.1$) и по классам светимости ($m - M = 31.4 \pm 0.6$). Среднее из всех определений ($m - M = 31.2 \pm 0.4$) соответствует расстоянию $r = 17.4 \pm 3.2$ мпс.

Изучено распределение галактик вокруг группы в области размером $6^\circ \times 9^\circ$. Приближенная оценка расстояний до других ярких галактик ярче $m = 13.5$ в этой области по классам светимости показала, что все они более далекие, за исключением NGC 3287 и NGC 3301. Они находятся на большом угловом расстоянии от ярких членов группы. Распределение галактик ярче $m = 14.5$ в изучаемой области показано на рис. 7. Помимо галактик, указанных в табл. 1 только спиральная галактика с пониженной поверхностной яркостью MCG 4-25-13 ($m = 14.5$) находится близко от членов квинтета и является возможным слабым членом группы с $M \approx -17$. Галактики с $14.6 \leq m \leq 15.5$ распределены по изучаемой области равномерно (рис. 8). Две галактики с $m = 15$, MCG 4-24-21 и MCG 4-25-6, могут быть слабыми членами группы из-за низкой поверхностной яркости в центре. Это пекулярные спирали промежуточного типа. Такие объекты встречаются часто по всему полю и не обнаруживают тенденции сгущаться около членов квинтета (они отмечены крестами на рис. 8). На рис. 8 нанесены пунктиром границы близких скоплений слабых галактик, согласно [14]. Концентрацию объектов наиболее низкой светимости в области группы, как и в предыдущих случаях, определим при просмотре карт Паломарского атласа в микроскоп. Распределение найденных при этом слабейших объектов с очень низкой поверхностной яркостью показано на рис. 9. Найдено много слабых E-галактик с очень низкой поверхностной яркостью и с незначи-

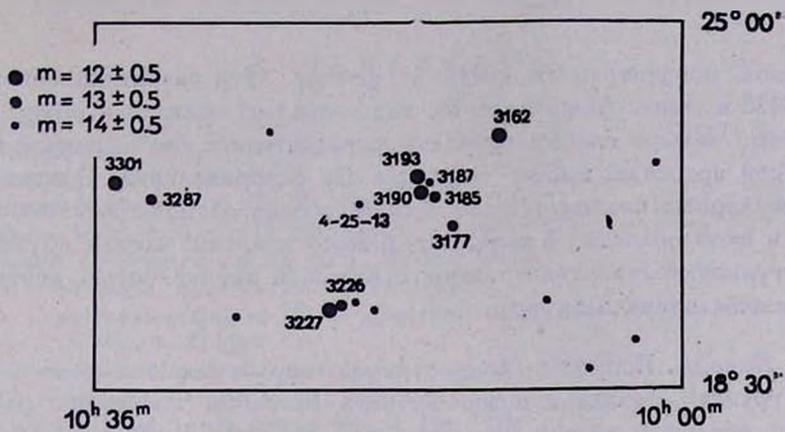


Рис. 7

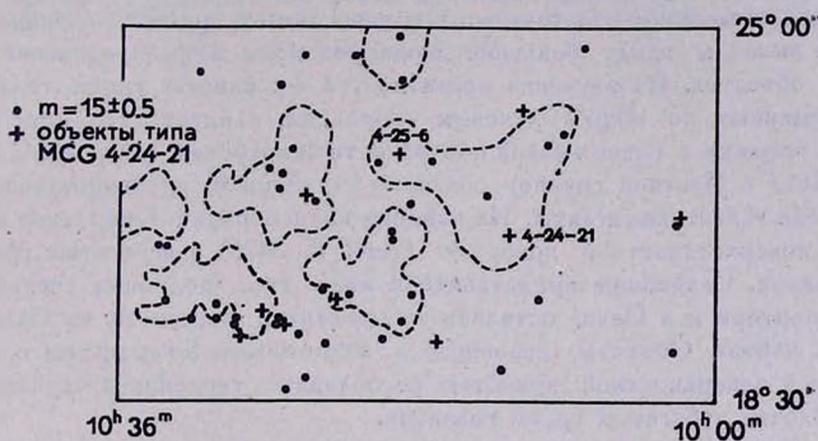


Рис. 8

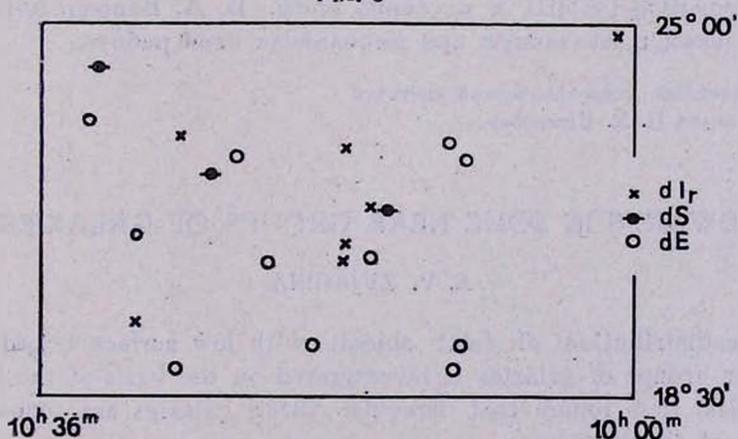


Рис. 9

Расположение галактик в области группы NGC 3190. (См. подпись к рис. 1—3).

тельной концентрацией света к центру. Эти галактики напоминают IC 3475 в Деве. Лишь одна из них попадает близко к ярким членам группы. Четыре слабые спиральные галактики с очень низкой поверхностной яркостью имеют подобное же распределение. Однако из 7-и иррегулярных систем с очень низкой поверхностной яркостью, найденных в этой области, 4 попадают близко к ярким членам группы. Эти иррегулярные галактики можно с большой вероятностью считать физическими членами группы.

Выводы. Вопрос о концентрации карликовых галактик в небогатых группах галактик можно изучать способом сравнения распределения объектов низкой поверхностной яркости в области группы и ее широкой окрестности. Ограничение лишь одной областью сравнения на некотором расстоянии от группы может привести к неправильным выводам ввиду большой неоднородности в распределении слабых объектов. Из изучения окрестностей 3-х близких групп галактик, выделенных по общим лучевым скоростям, следует, что иррегулярные карлики с очень низкой поверхностной яркостью (типа NGC 6822, IC 1613 в Местной группе) обладают тенденцией группироваться там же, где галактики-гиганты. Не найдено концентрации E-карликов с низкой поверхностной яркостью (типа IC 3475) в небогатых группах галактик. Слабейшие представители этого типа (подобные системам в Скульпторе и в Печи) остались за пределами видимости на Паломарских картах. Объекты, являющиеся возможными S-карликами с очень низкой поверхностной яркостью не обладают тенденцией сгущиваться в области небогатых групп галактик.

В заключение приношу глубокую благодарность кафедре звездной астрономии ГАИШ и особенно проф. Б. А. Воронцову-Вельяминову за помощь, оказанную при выполнении этой работы.

Государственный Астрономический институт
имени П. К. Штернберга

DWARFS IN SOME NEAR GROUPS OF GALAXIES

E. V. ZVJAGINA

The distribution of faint objects with low surface brightness in four near groups of galaxies is investigated on the basis of the Palomar Sky Atlas. It is found that irregular dwarf galaxies are concentrated in three of these groups.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *G. Reaves*, A. J., 61, 69, 1956.
2. *G. Reaves*, Publ. A. S. P., 74, 440, 1962.
3. *G. Reaves*, A. J., 69, 556, 1964.
4. *P. Hodge*, Publ. A. S. P., 71, 23, 1959.
5. *P. Hodge*, Publ. A. S. P., 72, 188, 1960.
6. *P. Hodge*, *D. Puerer*, *C. Webb*, A. J., 70, 559, 1965.
7. *И. Д. Караченцев*, Астрофизика, 1, 203, 1965.
8. *Б. А. Воронцов-Вельяминов*, *В. П. Архипова*, Морфологический каталог галактик, ч. 2, 1965, ч. 3, 1963.
9. *M. Humason*, *N. Mayall A.*, *Sandadge*, A. J., 61, 97, 1956.
10. *Ю. П. Псковский*, Астрон. ж., 38, 1032, 1961.
11. *E. Holmberg*, Medd. Lunds Astron. obs., 2, 136, 1958.
12. *J. Serstik*, Z. Ap., 50, 168, 1960.
13. *S. van den Bergh*, Publ. David Dunlap obs., Univ., Toronto, 2, 5, 147, 1959.
14. *F. Zwicky*, *E. Herzog P. Wild*, Catalog of Galaxies and of Clusters of Galaxies, Zuerich, vol. 1, 1961, vol. 2, 1963, vol. 3, 1965.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ОБ ИРРЕГУЛЯРНЫХ ГАЛАКТИКАХ ТИПА М 82

Известно, что некоторые иррегулярные галактики имеют довольно большие показатели цвета порядка 0.7—1.0. Б. Е. Маркарян [1] и другие авторы обратили внимание на несоответствие между цветом и сравнительно ранним спектром таких галактик. Б. Е. Маркарян пришел к выводу, что такое несоответствие может быть объяснено наличием синхротронного излучения у этих галактик. По ряду признаков такие иррегулярные галактики были отнесены им к типу М 82. Этот тип в известной степени совпадает с введенным Холмбергом типом Iг II.

Нами было проведено исследование центральных областей семи иррегулярных галактик, 5 из которых взяты из списка Б. Е. Маркаряна. Наблюдения были проведены в 1965 г. с помощью 40" телескопа отделения Сайдинг Спринг обсерватории Маунт Стромло (Австралия). Методика наблюдений и классификации центральных областей галактик описаны в [2, 3]. Список исследованных галактик с оценками их центральных частей приведен в табл. 1.

Интересно, что все 7 иррегулярных галактик были оценены баллом 2. Это означает, что в центральных частях этих галактик имеются слабые сгущения неправильной формы и с нерезкими краями.

В случае спиральных галактик с перемычкой около 50% галактик с оценкой 2 имеет радиоизлучение на частоте 1410 мц [4]. Это дало основание предположить, что в центральных частях таких галактик имеют место взрывные процессы, сопровождаемые радиоизлучением. Известно, что прототип галактик типа М 82 — сама галак-

тика М 82 — обладает довольно мощным радиоизлучением, и что примерно $1.5 \cdot 10^6$ лет тому назад в ее ядре произошел мощный взрыв [5].

Результаты радионаблюдений всех 7 галактик табл. 1 приводятся в [6]. Измеримым радиоизлучением (с потоком порядка $0.25 \cdot 10^{-26}$ ватт $\text{м}^2 \text{ц}^{-1}$) на частотах 1410 мц и 2650 мц обладают три из пяти галактик типа М 82, а именно NGC 520, 4433 и 5363 (Радиоисточник близ NGC 4753 находится на $8'$ к югу от нее и, по-видимому, ошибочно отождествлен в работе [7] с самой NGC 4753). Кроме того, в работе [7] сообщается о наблюдении еще трех галактик типа М 82 (NGC 3067, 3077 и 5195). Из них радиоизлучение измерено у NGC 3067. Возможно, что радиоизлучение имеется также и у NGC 5195. Об этом говорит вытянутость изофот радиоизлучения (см. работу [8]) NGC 5194 (М 51) в направлении NGC 5195, отстоящем всего на $4'$ к северу (диаграмма же использованного телескопа $\sim 10'$).

Таблица 1

NGC	Оценка центральной части
520*	2
3955	2
4433*	2
4691*	2
4753*	2
5363*	2
7070A	2

* Галактики типа М 82 [1]

Таким образом, 5 из исследованных радиометодами галактик типа М 82 (NGC 520, М 82, NGC 3067, NGC 4433 и NGC 5363) имеют измеримое радиоизлучение. (Кроме того, радиоизлучение заподозрено еще у NGC 4753 и NGC 5195). Здесь частота встречаемости радиоизлучения значительно больше, чем вообще в случае галактик тех же видимых величин [6, 9]. Средний радиоиндекс пяти галактик равен 0.9 на 1400 мц , что даже несколько меньше среднего радиоиндекса группы галактик, показывающих несоответствие между спектром и и цветом их центральных частей [10], имеющих повышенное по сравнению с обычными нормальными галактиками радиоизлучение. Такое малое значение радиоиндекса уже говорит о нетепловом характере радиоизлучения.

Замечательной особенностью иррегулярных галактик типа М 82 является то, что их радиоизлучение, так же, как и самой М 82, имеет очень плоский спектр. Спектральные индексы (определяемые из $S \sim f^{-\alpha}$) трех из наблюдаемых нами галактик (NGC 520, 4433 и 5363) равны соответственно 0, 0.3 и 0 [6]. Напомним, что спектральный индекс М 82 равен 0.2 [11]. Следовательно, можно полагать, что, как и в случае М 82, выброс релятивистских электронов произошел недавно, и радиационные потери электронов с высокой энергией еще не велики. Второй возможностью, что менее вероятно, является механизм постоянной инжекции высокоскоростных электронов.

Недавно П. В. Ходж наблюдал группу галактик в линии H_{α} [12]. Среди этих галактик находится и NGC 5363, у которой не были обнаружены большие комплексы H_{α} . Так что наблюдаемое радиоизлучение в данном случае определено не является тепловым.

Таким образом, наличие нетеплового оптического излучения у галактик типа М 82 [1], структура их центральных областей (оценка 2 по Бюраканской классификации) и сходство их радиоспектров с радиоспектром М 82 дает основание предположить, что аналогичный взрыв не очень давно произошел и в исследованных галактиках. Следовательно, взрыв в ядре М 82 не является исключительным событием, и обнаруженные случаи подтверждают идеи о большой роли ядер и их активности в эволюции галактик [13—15].

Были бы очень интересны детальные оптические исследования спектров NGC 520, 4433 и 5363*.

Автор признателен проф. Б. Боку, бывшему в 1965 году директором обсерватории Маунт Стромло, за предоставление возможности наблюдений на 40" телескопе в Сайдинг Спринге.

On irregular galaxies of M 82 type. The central parts of all 7 investigated galaxies of M 82 type are of mark 2. The frequency of occurrence of radio emission is higher among M 82 type galaxies than among normal galaxies in general. Radio emission of these galaxies has a very flat spectrum.

21 августа 1967

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

Г. М. ТОВМАСЯН

* При наблюдении оптического спектра NGC 5463 необходимо принять во внимание, что на $\sim 6''$ к юго-западу от ее центра имеется звезда приблизительно 13^m-14^m .

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Б. Е. Маркарян, Сообщ. Бюр. общ., 34, 19, 1963.
2. А. Т. Каллоляян, Г. М. Товмасын, Сообщ. Бюр. общ., 36, 31, 1964.
3. Г. М. Товмасын, Астрофизика, 2, 317, 1966.
4. Г. М. Товмасын, Астрофизика, 2, 419, 1966.
5. С. R. Lynds, A. R. Sandage, Ap. J., 137, 1005, 1963.
6. Н. М. Товмасын, Austr. J. Ph., (в печати).
7. D. S. Heeschen, C. M. Wade, A. J., 69, 277, 1964.
8. M. L. De Jong, Ap. J., 144, 553, 1966.
9. Н. М. Товмасын, Austr. J. Ph., 19, 883, 1966.
10. Н. М. Товмасын, Austr. J. Ph., 19, 565, 1966.
11. С. R. Lynds, Ap. J., 134, 659, 1961.
12. P. W. Hodge, Ap. J., 146, 593, 1966.
13. В. А. Амбарцумян, Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, 9, 23, 1956.
14. V. A. Ambartsumian, Solvay Conf. Rep., Brussels, 1958.
15. V. A. Ambartsumian, Transactions IAU, 11, 145, 1962.

CONTENTS

ON SOME NONLINEAR PROBLEMS OF RADIATIVE TRANSFER IN SPECTRAL LINES	<i>V. Ju. Terbizh</i> 281
ON THE ASYMPTOTIC FORMULAE FOR THE X- AND Y-FUNCTIONS IN THE THEORY OF MULTIPLE SCATTERING IN A SPECTRAL LINE <i>D. I. Nagirner</i>	293
ON THE GENERALIZED NEWTONIAN THEORY OF GRAVITATION <i>G. S. Sahakian, M. A. Mnatsakanian</i>	311
ON THE PROBLEM OF POLYCHROMATIC SCATTERING IN ONE-DIMENSIONAL MEDIUM	<i>N. B. Yengibartan</i> 325
ON THE MAGNETOHYDRODYNAMICS OF INTERSTELLAR GAS-DUST MEDIUM	<i>E. J. Gidalevich</i> 331
ON THE NONSTATIONARY DIFFUSION OF RADIATION IN NONUNIFORM MEDIUM	<i>I. N. Minin</i> 345
SPECTROPHOTOMETRIC STUDY OF β CrB <i>Z. N. Chumak</i>	351
ON THE VARIABILITY OF ENVELOPE OF THE ECLIPSING BINARY CQ CEPHEI OF WOLF-RAYET TYPE=HD 214419	<i>A. A. Guseinzade</i> 359
THE ANALYSIS OF HYDROGEN LINES OF THE PECULIAR STARS α^2 CVn AND γ Lyr	<i>Y. V. Glagolevsky, K. I. Kozlova</i> 367
SPECTROSCOPIC INVESTIGATION OF P Cyg <i>L. S. Luud</i>	379
SPECTROPHOTOMETRY OF THE F-STARS. II. ATMOSPHERES OF 41 Cyg AND ν Her	<i>T. A. Ktpper</i> 397
DWARFS IN SOME NEAR GROUPS OF GALAXIES <i>E. V. Zvjagina</i>	411
NOTES	
ON IRREGULAR GALAXIES OF M82 TYPE	<i>G. M. Thovmassian</i> 427