

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

СЕНТЯБРЬ, 1966

ВЫПУСК 3

ЧИСЛО РАССЕЯНИЙ ПРИ ДИФФУЗИИ ФОТОНОВ. II . . .	<i>В. В. Соболев</i>	239
О ДИФФУЗИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ, ОКРУЖАЮЩЕЙ ТОЧЕЧНЫЙ ИСТОЧНИК.	<i>Т. А. Гермоленова</i>	251
ДИФФУЗНОЕ ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА ОТ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СРЕДЫ <i>Н. Б. Енгибарян</i>		267
МОДЕЛИ ВНЕШНИХ СЛОЕВ ГОРЯЧИХ ЗВЕЗД ГЛАВНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	<i>В. Г. Горбачук, А. К. Колесов</i>	273
К ВОПРОСУ О СТОЛКНОВЕНИИ ГАЗОВО-ПЫЛЕВЫХ ОБЛАКОВ <i>Е. Я. Гидалевич</i>		297
НЕКОТОРЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕРХСКОПЛЕННЫХ ГАЛАКТИК	<i>И. Д. Караченцев</i>	307
ЯДРА ЮЖНЫХ ГАЛАКТИК С ПЕРЕМЫЧКОЙ	<i>Г. М. Товмасын</i>	317
ЭЛЕКТРОСПЕКТРОФОТОМЕТРИЯ ЭМИССИОННЫХ ЛИНИЙ $\lambda\lambda$ 4686, 5411 $\text{H}\alpha$ И ЗАТМЕННО-ДВОЙНОЙ ЗВЕЗДЫ ВОЛЬФ-РАЙЕ V 444 ЛЕБЕДЯ = HD 193576	<i>А. А. Гусейнзяде</i>	325
О ПЕРЕМЕННОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ β ЛИРЫ	<i>О. С. Шулов</i>	339
АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫЙ И СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КРИВЫХ БЛЕСКА SS Cyg, Z Cam и RU Peg. <i>Ф. И. Лукацкая, Г. А. Полищук</i>		345
ЗАВИСИМОСТЬ ПЕРИОД — РАДИУС ДЛЯ КЛАССИЧЕСКИХ ЦЕФЕИД <i>И. Н. Латышев</i>		355
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ		
О ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА ТУМАННОСТИ IC 448	<i>Э. С. Парсамян</i>	369
ДВЕ НОВЫЕ ПЛАНЕТАРНЫЕ ТУМАННОСТИ	<i>М. А. Казарян</i>	371
РЕЦЕНЗИИ		
Г. АРП — АТЛАС ПЕКУЛЯРНЫХ ГАЛАКТИК	<i>В. А. Амбарцумян</i>	373

Е Р Е В А Н

Редакционная коллегия

В. А. Амбарцумян (главный редактор), *А. А. Боярчук*, *Б. А. Воронцов-Вельяминов*,
Г. А. Гурвадян, *С. А. Каплан*, *Б. Е. Маркарян*,
Л. В. Мирзоян (зам. главного редактора), *В. В. Соболев*

Խ Ճ ր ջ ց ր շ Կ շ և Լ Կ Լ Ե Գ Ի Պ

Ա. Ա. Բոյաճյան, Գ. Ա. Փուրգադյան, Ս. Ա. Կապլան, Վ. Ն. Համբարձումյան (գլխ. խմբագիր),
Բ. Ե. Մարգարյան, Ն. Վ. Միրզոյան (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Վ. Սարգիս,
Բ. Ա. Վարդգես-Վելյամյան

„АСТРОФИЗИКА“ — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство „Международная книга“, Москва, 200.

ЧИСЛО РАССЕЯНИЙ ПРИ ДИФфуЗИИ ФОТОНОВ. II

В. В. СОБОЛЕВ

Поступила 25 апреля 1966

Получены формулы, определяющие среднее число рассеяний фотона в трехмерной полубесконечной среде. Числа рассеяний фотонов, гибнущих в среде, и фотонов, выходящих из среды наружу, выражаются через производные функций $\Phi(\tau)$ и $\varphi(\eta)$ по параметру λ . Приведены формулы для определения этих производных.

В нашей предыдущей статье [1] были получены основные формулы для среднего числа рассеяний фотона и сделано их применение к одномерной среде. В настоящей статье эти формулы применяются к трехмерной полубесконечной среде. При этом, как и раньше, предполагается, что элементарный объем рассеивает излучение изотропно и частота излучения в ходе диффузии не меняется. Вероятность выживания фотона при элементарном акте рассеяния λ считается постоянной во всей среде.

Сначала мы определяем средние числа рассеяний фотона, поглощенного в данном месте среды. Затем находятся средние числа рассеяний фотона при освещении среды внешними источниками излучения. В конце статьи обсуждается вопрос об определении производных некоторых функций по параметру λ . Эти производные нужны для нахождения средних чисел рассеяний фотонов, выходящих из среды наружу, и фотонов, испытывающих истинное поглощение в среде.

Необходимые для нас формулы, определяющие вероятность выхода фотона из среды, берутся из книги автора [2] без дальнейших ссылок на нее.

Полубесконечная среда. Напишем полученные ранее [1] основные формулы для случая трехмерной полубесконечной среды. Обозначим через $P(\tau)$ полную вероятность того, что фотон, поглощенный на оп-

тической глубине τ , после диффузии в среде выйдет из нее (во всех направлениях). Тогда среднее число рассеяний, испытываемых фотоном, будет равно

$$Q(\tau) = \frac{1 - P(\tau)}{1 - \lambda}. \quad (1)$$

Часть фотонов из числа поглощенных на оптической глубине τ выходит из среды наружу, а часть гибнет в среде вследствие истинного поглощения. Среднее число рассеяний, испытываемых теми и другими фотонами, соответственно равно

$$Q_1(\tau) = \lambda \frac{\partial \ln P(\tau)}{\partial \lambda}, \quad (2)$$

$$Q_2(\tau) = \frac{1}{1 - \lambda} + \lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} \ln [1 - P(\tau)]. \quad (3)$$

Для нахождения полной вероятности выхода фотона из среды обратимся к уравнению, определяющему выход фотона из среды в заданном направлении. Обозначим через $p(\tau, \eta) d\omega$ вероятность того, что фотон, поглощенный на оптической глубине τ , выйдет из среды под углом $\arcs \cos \eta$ к нормали внутри телесного угла $d\omega$. Функция $p(\tau, \eta)$ определяется уравнением

$$p(\tau, \eta) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} E_1 |\tau - t| p(t, \eta) dt + \frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau}{\eta}}, \quad (4)$$

а так как полная вероятность выхода фотона из среды равна:

$$P(\tau) = 2\pi \int_0^1 p(\tau, \eta) d\eta, \quad (5)$$

то для ее нахождения получаем уравнение

$$P(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} E_1 |\tau - t| P(t) dt + \frac{\lambda}{2} E_2 \tau. \quad (6)$$

В уравнениях (4) и (6) использовано обозначение

$$E_k \tau = \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\eta}} \eta^{k-2} d\eta. \quad (7)$$

Пусть $\Gamma(\tau, \tau')$ — резольвента уравнения (6). Тогда

$$P(\tau) = \frac{\lambda}{2} E_2 \tau + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} \Gamma(\tau, \tau') E_2 \tau' d\tau'. \quad (8)$$

Но резольвента уравнения (6) в действительности выражается через функцию $\Phi(\tau) = \Gamma(\tau, 0)$. Эта функция играет фундаментальную роль в теории рассеяния света, и поэтому мы сейчас выразим через нее и функцию $P(\tau)$.

Предварительно заметим, что функции $\Gamma(\tau, \tau')$ и $\Phi(\tau)$ связаны между собой соотношением

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} + \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau'} = \Phi(\tau) \Phi(\tau'), \quad (9)$$

а функция $\Phi(\tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\Phi(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} E_1 |\tau - t| \Phi(t) dt + \frac{\lambda}{2} E_1 \tau. \quad (10)$$

Дифференцируя (8) по τ и пользуясь (9) и (10), получаем

$$\frac{dP(\tau)}{d\tau} = -[1 - P(0)] \Phi(\tau). \quad (11)$$

Для нахождения $P(0)$ положим $\tau = 0$ в формуле (5). Так как

$$P(0, \eta) = \frac{\lambda}{4\pi} \varphi(\eta), \quad (12)$$

где $\varphi(\eta)$ — функция Амбарцумяна, а

$$\int_0^1 \varphi(\eta) d\eta = \frac{2}{\lambda} (1 - \sqrt{1 - \lambda}), \quad (13)$$

то мы имеем

$$P(0) = 1 - \sqrt{1 - \lambda}. \quad (14)$$

Повтому из (11) следует

$$P(\tau) = 1 - \Psi(\tau) \sqrt{1 - \lambda}, \quad (15)$$

где

$$\Psi(\tau) = 1 + \int_0^{\tau} \Phi(\tau) d\tau. \quad (16)$$

Выражение (15) для величины $P(\tau)$ является искомым. Подставляя его в формулы (1), (2) и (3) получаем

$$Q(\tau) = \frac{\Psi(\tau)}{\sqrt{1-\lambda}}, \quad (17)$$

$$Q_1(\tau) = \frac{\lambda}{1-\Psi(\tau)\sqrt{1-\lambda}} \left[\frac{\Psi(\tau)}{2\sqrt{1-\lambda}} - \sqrt{1-\lambda} \frac{\partial \Psi(\tau)}{\partial \lambda} \right], \quad (18)$$

$$Q_2(\tau) = \frac{2-\lambda}{2(1-\lambda)} + \lambda \frac{\partial \ln \Psi}{\partial \lambda}. \quad (19)$$

Формулы (17), (18) и (19) и определяют средние числа рассеяний фотонов, поглощенных на любой оптической глубине τ .

В виде примера применим полученные формулы к случаю, когда фотон поглощается на границе среды (то есть при $\tau=0$). Так как $\Psi(0)=1$, то мы имеем

$$Q(0) = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}}, \quad (20)$$

$$Q_1(0) = \frac{1}{2\sqrt{1-\lambda}} + \frac{1}{2}, \quad (21)$$

$$Q_2(0) = \frac{2-\lambda}{2(1-\lambda)}. \quad (22)$$

Следует отметить, что эти значения величин $Q(0)$, $Q_1(0)$ и $Q_2(0)$ совпадают с значениями тех же величин для одномерной полубесконечной среды.

Мы можем также легко определить среднее число рассеяний фотонов, поглощенных на большой оптической глубине. Пользуясь асимптотической формулой для функции $p(\tau, \eta)$, получаем следующую асимптотическую формулу для величины $P(\tau)$:

$$P(\tau) = \frac{\int_0^1 \frac{\varphi(\eta) \eta d\eta}{1-k\eta}}{\int_0^1 \frac{\varphi(\eta) \eta d\eta}{(1-k\eta)^2}} e^{-k\tau}, \quad (23)$$

где k определяется из уравнения

$$\frac{\lambda}{2k} \ln \frac{1+k}{1-k} = 1. \quad (24)$$

Подставляя (23) в (1) и (3), мы видим, что если $\lambda < 1$ и τ достаточно велико, то

$$Q(\tau) \approx Q_2(\tau) \approx \frac{1}{1-\lambda}, \quad (25)$$

то есть величина $Q(\tau)$ обусловлена в основном истинным поглощением фотонов в среде.

Подстановка (23) в (2) при достаточно больших τ дает

$$Q_1(\tau) \approx -\lambda\tau \frac{dk}{d\lambda}, \quad (26)$$

или, при использовании (24),

$$Q_1(\tau) \approx \tau \frac{k(1-k^2)}{k^2 + \lambda - 1}. \quad (27)$$

Следовательно, среднее число рассеяний фотонов, поглощенных на большой оптической глубине τ и выходящих из среды, пропорционально τ .

Если роль истинного поглощения в среде не велика, то есть $1-\lambda \ll 1$, то $k^2 \approx 3(1-\lambda)$ и вместо (27) имеем

$$Q_1(\tau) \approx \frac{\tau \sqrt{3}}{2\sqrt{1-\lambda}}. \quad (28)$$

Эта формула может быть получена из формулы (31) предыдущей статьи [1] заменой τ на $\tau\sqrt{3}$. Как известно, такую замену вообще следует делать для приближенного перехода от одномерной среды к трехмерной.

Внешние источники излучения. Пользуясь полученными выше результатами, можно легко найти среднее число рассеяний фотонов в полубесконечной среде при произвольных источниках излучения. Пусть $f(\tau)d\tau$ — число фотонов, приходящих непосредственно от источников излучения и поглощаемых между оптическими глубинами τ и $\tau+d\tau$. Тогда доля фотонов, выходящих из среды, будет равна

$$P^* = \frac{\int_0^{\infty} P(\tau) f(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} f(\tau) d\tau}. \quad (29)$$

В данном случае числа рассеяний фотонов (обозначаемые нами через Q^* , Q_1^* и Q_2^*) даются формулами (1), (2) и (3), в которых вместо $P(\tau)$ надо писать P^* .

Например, для определения величины Q^* мы имеем очевидную формулу

$$Q^* = \frac{\int_0^{\infty} Q(\tau) f(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} f(\tau) d\tau}. \quad (30)$$

Подставляя в нее выражение (1) для величины $Q(\tau)$ и пользуясь обозначением (29), получаем формулу

$$Q^* = \frac{1 - P^*}{1 - \lambda}, \quad (31)$$

аналогичную формуле (1).

Допустим, что источники излучения находятся вне среды и фотоны падают на границу среды под углом $\arcs \cos \zeta$ к нормали. Тогда доля фотонов, выходящих из среды, будет равна

$$P^* = \int_0^{\infty} P(\tau) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} \frac{d\tau}{\zeta}. \quad (32)$$

Производя здесь интегрирование по частям и пользуясь формулами (11) и (14), находим

$$P^* = 1 - \left(1 + \int_0^{\infty} \Phi(\tau) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} d\tau \right) \sqrt{1 - \lambda}. \quad (33)$$

Но

$$1 + \int_0^{\infty} \Phi(\tau) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} d\tau = \varphi(\zeta). \quad (34)$$

Поэтому

$$P^* = 1 - \varphi(\zeta) \sqrt{1 - \lambda}. \quad (35)$$

Подстановка (35) в (31) дает

$$Q^* = \frac{\varphi(\zeta)}{\sqrt{1 - \lambda}}. \quad (36)$$

Этой формулой и определяется среднее число рассеяний фотона, входящего в полубесконечную среду под углом $\arcs \cos \zeta$ к нормали.

Аналогично можно отдельно найти средние числа рассеяний для тех из вошедших в среду фотонов, которые выходят из нее и которые гибнут в ней. Для этого надо, как уже сказано выше, воспользоваться формулами (2) и (3), заменив в них $Q_1(\tau)$ на Q_1^* , $Q_2(\tau)$ на Q_2^* и $P(\tau)$ на P^* . Делая это и применяя формулу (35), получаем

$$Q_1^* = \frac{\lambda}{1 - \varphi(\zeta) \sqrt{1 - \lambda}} \left[\frac{\varphi(\zeta)}{2 \sqrt{1 - \lambda}} - \sqrt{1 - \lambda} \frac{\partial \varphi(\zeta)}{\partial \lambda} \right], \quad (37)$$

$$Q_2^* = \frac{2 - \lambda}{2(1 - \lambda)} + \lambda \frac{\partial \ln \varphi(\zeta)}{\partial \lambda}. \quad (38)$$

При $\zeta = 0$ три последние формулы, как и следовало ожидать, дают такие же средние числа рассеяний фотонов, как и формулы (20) (21) и (22).

Для фотонов, входящих в среду извне и выходящих из нее (то есть для диффузно-отраженных фотонов) можно найти также среднее число рассеяний в зависимости от углов падения и отражения. Для определения этого числа допустим, что среда освещена параллельными лучами, падающими под углом $\arcs \cos \zeta$ к нормали и создающими освещенность перпендикулярной к ним площадки, равную I_0 . Тогда, как известно (см. [3], стр. 206), интенсивность излучения, выходящего из среды под углом $\arcs \cos \eta$ к нормали, дается формулой

$$I(\eta, \zeta) = \frac{\lambda I_0}{4\pi} \frac{\varphi(\eta) \varphi(\zeta)}{\eta + \zeta}. \quad (39)$$

Среднее число рассеяний для диффузно-отраженных фотонов в зависимости от η и ζ может быть найдено по формуле, предложенной В. А. Амбарцумяном (см. [3], стр. 282):

$$Q_1^*(\eta, \zeta) = \lambda \frac{\partial \ln I(\eta, \zeta)}{\partial \lambda}. \quad (40)$$

Подставляя (39) в (40), получаем

$$Q_1^*(\eta, \zeta) = 1 + \lambda \frac{\partial \ln \varphi(\eta)}{\partial \lambda} + \lambda \frac{\partial \ln \varphi(\zeta)}{\partial \lambda}. \quad (41)$$

Если роль истинного поглощения в среде мала (то есть $1 - \lambda \ll 1$), то из известного асимптотического выражения для $\varphi(\eta)$ (или непосредственно из приведенной ниже формулы (59)) можно найти

$$\frac{\partial \ln \varphi(\eta)}{\partial \lambda} \approx \frac{\eta}{2} \sqrt{\frac{3}{1 - \lambda}}. \quad (42)$$

Повтому в данном случае имеем

$$Q_1^*(\eta, \zeta) \approx 1 + \frac{\eta + \zeta}{2} \sqrt{\frac{3}{1 - \lambda}}. \quad (43)$$

Отметим, что из формулы (41), в частности, следует

$$Q_1^*(\eta, \zeta) = \frac{1}{2} [Q_1^*(\eta, \eta) + Q_1^*(\zeta, \zeta)] \quad (44)$$

и

$$Q_1^*(\eta, \zeta) = Q_1^*(\eta, 0) + Q_1^*(\zeta, 0) - 1. \quad (45)$$

Очевидно, что величина

$$Q_1^*(\eta, 0) = 1 + \lambda \frac{\partial \ln \varphi(\eta)}{\partial \lambda} \quad (46)$$

представляет собой среднее число рассеяний фотона, поглощенного в поверхностном слое (при $\tau = 0$) и выходящего из среды под углом $\arcs \cos \eta$ к нормали. Формулой (46) определяется физический смысл логарифмической производной функции $\varphi(\eta)$ по λ .

Определение $\frac{\partial \Phi(\tau)}{\partial \lambda}$ и $\frac{\partial \varphi(\eta)}{\partial \lambda}$. Для нахождения средних чисел

рассеяний фотонов по полученным выше формулам необходимо знать функции $\Psi(\tau)$ и $\varphi(\eta)$, а также их производные по λ . В некоторых случаях эти функции и их производные известны. В частности, мы знаем $\Psi(\tau)$ и $\frac{\partial \Psi(\tau)}{\partial \lambda}$ при $\tau = 0$ и при больших τ . Нам известны также $\varphi(\eta)$

и $\frac{\partial \varphi(\eta)}{\partial \lambda}$ при $\eta = 0$ и при значениях λ , близких к 1. Эти случаи уже

были отмечены выше. Функция $\varphi(\eta)$ вообще хорошо изучена и табулирована. Функция $\Psi(\tau)$ в настоящее время табулируется. Однако производные этих функций по λ до сих пор не рассматривались, и мы сейчас дадим некоторые формулы для их определения.

Так как функция $\Psi(\tau)$ при помощи формулы (16) выражается через $\Phi(\tau)$, то мы будем искать $\frac{\partial \Phi(\tau)}{\partial \lambda}$.

В работе И. Н. Минина [4] было получено следующее выражение для $\Phi(\tau)$:

$$\Phi(\tau) = C e^{-k\tau} + \int_0^1 R(\zeta) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} \frac{d\zeta}{\varphi(\zeta)}, \quad (47)$$

где

$$C = \frac{1}{\frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{\varphi(\tau) \tau d\tau}{(1 - k\tau)^2}}, \quad (48)$$

$$R(\zeta) = \frac{2\lambda}{(\lambda\pi\zeta)^2 + \left(2 + \lambda\zeta \ln \frac{1-\zeta}{1+\zeta}\right)^2} \quad (49)$$

и k определяется из уравнения (24). Однако дифференцирование выражения (47) по λ встречает трудности, так как для этого надо знать $\frac{\partial \varphi(\zeta)}{\partial \lambda}$. Поэтому попытаемся найти $\frac{\partial \Phi(\tau)}{\partial \lambda}$ другим путем.

Дифференцируя (10) по λ , получаем

$$\frac{\partial \Phi(\tau)}{\partial \lambda} = \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty E_1|\tau - t| \frac{\partial \Phi(t)}{\partial \lambda} dt + \frac{1}{\lambda} \Phi(\tau). \quad (50)$$

Решения этого уравнения можно записать в виде

$$\frac{\partial \Phi(\tau)}{\partial \lambda} = \frac{1}{\lambda} \Phi(\tau) + \frac{1}{\lambda} \int_0^\infty \Gamma(\tau, \tau') \Phi(\tau') d\tau', \quad (51)$$

где $\Gamma(\tau, \tau')$ — резольвента. А так как $\Gamma(\tau, \tau')$ выражается через $\Phi(\tau)$ при помощи уравнения (9), то, пользуясь (51) и (9), можно найти и выражение $\frac{\partial \Phi(\tau)}{\partial \lambda}$ через $\Phi(\tau)$.

Однако для $\frac{\partial \Phi(\tau)}{\partial \lambda}$ можно получить более простую формулу,

если воспользоваться резольвентой интегрального уравнения, описывающего диффузию излучения в бесконечной среде. Эта резольвента, которую мы обозначим через $\Phi_\infty(\tau)$, определяется уравнением

$$\Phi_\infty(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty [E_1|\tau - t| + E_1(\tau + t)] \Phi_\infty(t) dt + \frac{\lambda}{2} E_1\tau. \quad (52)$$

Решение уравнения (52) было найдено (см., напр., [5]) в виде

$$\Phi_\infty(\tau) = \frac{k(1 - k^2)}{\lambda + k^2 - 1} e^{-k\tau} + \int_0^1 R(\zeta) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} d\zeta, \quad (53)$$

где $R(\zeta)$ дается формулой (49), а k — уравнением (24).

Кейз [6], а затем В. В. Иванов [7] нашли следующую зависимость между функциями $\Gamma(\tau, \tau')$ и $\Phi_{\infty}(\tau)$:

$$\Gamma(\tau, \tau') = \Phi_{\infty}(|\tau - \tau'|) - \int_0^{\infty} \Phi(\tau + t) \Phi(\tau' + t) dt. \quad (54)$$

Подставляя (54) в (51), после небольших преобразований получаем

$$\lambda \frac{\partial \Phi(\tau)}{\partial \lambda} = \Phi_{\infty}(\tau) + \int_0^{\tau} \Phi_{\infty}(\tau - \tau') \Phi(\tau') d\tau'. \quad (55)$$

Эта формула и может служить для определения искомой функции $\frac{\partial \Phi(\tau)}{\partial \lambda}$.

Для нахождения же функции $\frac{\partial \varphi(\eta)}{\partial \lambda}$ могут быть применены следующие способы.

1) Возьмем уравнение, полученное В. А. Амбарцумяном для функции $\varphi(\eta)$:

$$\varphi(\eta) = 1 + \frac{\lambda}{2} \eta \varphi(\eta) \int_0^1 \frac{\varphi(\zeta)}{\eta + \zeta} d\zeta. \quad (56)$$

Дифференцируя (56) по λ , находим

$$\lambda \frac{\partial \ln \varphi(\eta)}{\partial \lambda} = \varphi(\eta) - 1 + \frac{\lambda^2}{2} \eta \varphi(\eta) \int_0^1 \frac{\partial \varphi(\zeta)}{\partial \lambda} \frac{d\zeta}{\eta + \zeta}. \quad (57)$$

Уравнение (57) для $\frac{\partial \varphi(\eta)}{\partial \lambda}$ легко может быть решено численно, так решается и уравнение (56) для $\varphi(\eta)$.

2) В. А. Фок [8] получил для $\varphi(\eta)$ выражение в явном виде:

$$\ln \varphi(\eta) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \ln \left(1 - \lambda \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} u}{u} \right) \frac{\eta du}{1 + \eta^2 u^2}. \quad (58)$$

Дифференцирование (58) по λ дает

$$\frac{\partial \ln \varphi(\tau)}{\partial \lambda} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\eta du}{\left(\frac{u}{\operatorname{arctg} u} - \lambda\right) (1 + \eta^2 u^2)} \quad (59)$$

3) Умножим обе части соотношения (55) на $e^{-\frac{\tau}{\eta}}$ и проинтегрируем по τ от 0 до ∞ . Учитывая (34), получаем

$$\lambda \frac{\partial \ln \varphi(\eta)}{\partial \lambda} = \int_0^{\infty} \Phi_{\infty}(\tau) e^{-\frac{\tau}{\eta}} d\tau. \quad (60)$$

Подставляя в (60) выражение (53), имеем*

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial \ln \varphi(\eta)}{\partial \lambda} &= \frac{k(1-k^2)}{\lambda+k^2-1} \frac{\eta}{1+k\eta} + \\ &+ 2\lambda \int_0^1 \frac{\eta \zeta}{(\lambda \pi \zeta)^2 + \left(2 + \lambda \zeta \ln \frac{1-\zeta}{1+\zeta}\right)^2} \frac{d\zeta}{\eta + \zeta}. \end{aligned} \quad (61)$$

Полученные формулы для функций $\frac{\partial \Phi(\tau)}{\partial \lambda}$ и $\frac{\partial \varphi(\eta)}{\partial \lambda}$ могут быть использованы не только для определения среднего числа рассеяний фотонов, но и для решения других задач. Одна из таких задач (совершенно не изученная) состоит в отыскании возможных связей между величинами, характеризующими поле излучения в средах с разными значениями λ .

Ленинградский государственный университет

NUMBER OF SCATTERINGS OF DIFFUSING PHOTONS. II

V. V. SOBOLEV

Formulae for the mean number of scatterings of a photon diffusing in three-dimensional semi-infinite medium are found. Numbers of scatterings of photons absorbed in the medium and escaping from it are expressed in terms of derivatives of $\Phi(\tau)$ and $\varphi(\eta)$ with respect of parameter λ . Formulae that can be used to find these derivatives are presented.

* Формула (61) была также получена В. В. Ивановым в неопубликованной работе другим способом.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *В. В. Соболев*, *Астрофизика*, 2, 135, 1966.
2. *В. В. Соболев*, *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет*, Гостехиздат, 1956.
3. *В. А. Амбарцумян*, *Научные труды*, т. 1, АН Арм ССР, Ереван, 1960.
4. *И. Н. Минин*, *ДАН СССР*, 120, 63, 1958.
5. *В. В. Соболев*, *ДАН СССР*, 129, 1265, 1959.
6. *К. М. Сазе*, *App. Phys. U. S. A.*, 2, 384, 1957.
7. *В. В. Иванов*, *Астрон. ж.*, 41, 44, 1964.
8. *В. А. Фок.*, *Матем. сб.*, 14 (56), № 1 — 2, 1944.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

СЕНТЯБРЬ, 1966

ВЫПУСК 3

О ДИФФУЗИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ,
ОКРУЖАЮЩЕЙ ТОЧЕЧНЫЙ ИСТОЧНИК

Т. А. ГЕРМОГЕНОВА
Поступила 1 июня 1966

Исследуется решение уравнения переноса в однородной поглощающей и изотропно рассеивающей сферической оболочке, в центре которой находится точечный изотропный источник. Устанавливается характер асимптотического поведения решения на больших расстояниях от внутренней поверхности оболочки, как при конечном внешнем радиусе оболочки, так и при бесконечном и выясняется связь этих двух задач. Изучается зависимость решения от внутреннего радиуса оболочки. Особое внимание обращено на описание внутреннего альbedo оболочки.

Задача о распространении излучения в сферической оболочке представляет интерес в связи с исследованием диффузии излучения в газовых и пылевых туманностях.

В работах [1] и [2] исследуются асимптотические свойства решения задачи об оболочке большой оптической толщины. Авторы предполагают, что внутренний радиус оболочки велик по сравнению с ее геометрической толщиной. Это предположение, по существу, сводит задачу к плоской.

В ряде задач представляет интерес более точное исследование, связанное с учетом сферичности оболочки [3].

В настоящей работе проводится исследование решения уравнения переноса в однородной поглощающей и изотропно рассеивающей сферической оболочке с точечным изотропным источником в центре ее. Установление существования ограниченного решения (раздел 1) позволяет дать анализ асимптотического поведения решения на больших расстояниях от внутренней поверхности оболочки как при конечном внешнем радиусе оболочки, так и при бесконечном, и выяснить связь этих двух задач (раздел 2). Изучению зависимости решения от внутреннего радиуса оболочки посвящен раздел 3 работы.

1. Интенсивность излучения в точке с радиусом \bar{r} в направлении, составляющем угол $\theta = \arccos \mu$ с радиусом-вектором, $\Psi(\bar{r}, \mu)$ есть решение краевой задачи

$$\mu \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{r}} + \frac{1 - \mu^2}{\bar{r}} \frac{\partial \Psi}{\partial \mu} + \sigma \Psi(\bar{r}, \mu) = \frac{\sigma_s}{2} \int_{-1}^{+1} \Psi(\bar{r}, \mu) d\mu$$

$$\bar{R}_0 < \bar{r} < \bar{R}, \quad -1 \leq \mu \leq 1 \quad (1.1)$$

$$\Psi(\bar{R}_0, \mu) = \gamma \Psi(\bar{R}_0, -\mu) + \frac{S \delta(\mu - 1)}{4 \pi \bar{R}_0^2}, \quad \mu > 0,$$

$$\Psi(\bar{R}, \mu) = 0, \quad \mu < 0.$$

Здесь S — число частиц, излучаемых источником в точке $\bar{r} = 0$ в единицу времени, σ — полное сечение взаимодействия излучения с веществом, σ_s — сечение рассеяния, \bar{R}_0 и \bar{R} — внутренний и внешний радиусы сферической оболочки. Краевое условие (1.1) отвечает возможности „прострела“ через полость $0 \leq \bar{r} \leq \bar{R}_0$ при $\gamma = 1$ или при $\gamma = 0$ — абсолютно черной сфере радиуса \bar{R}_0 , полностью поглощающей отраженное сферической оболочкой излучение и излучающей по закону $\frac{S \delta(\mu - 1)}{4 \pi \bar{R}_0^2}$.

В такой постановке задача аналогична проблеме Милна с инсоляцией в плоском случае с условием зеркального внутреннего отражения на облучаемой поверхности с коэффициентом отражения γ .

При $\gamma = 0$ приходим к классической проблеме Милна с инсоляцией [4]. Существование, единственность и общие свойства решения этой неоднородной при $S \neq 0$ задачи для сферической оболочки конечной оптической толщины следует из общих исследований теории переноса [5]. При $\bar{R} = \infty$ и $\sigma = \sigma_s$ однородная задача с $S = 0$, очевидно, обладает решением $\Psi = \text{const}$. Существует ли решение неоднородной задачи при $\bar{R} = \infty$, какова его связь с решением для конечного \bar{R} , характер зависимости от σ , σ_s , \bar{R}_0 . Для исследования этих вопросов перейдем к интегральному уравнению для функции источника $B(r)$ так же, как это делается в [6] при исследовании задачи с $\gamma = 0$. Для задач с $\bar{R} = \infty$ второе краевое условие мы заменим естественным требованием ограниченности $\Psi(\bar{r}, \mu)$ при $\mu < 0$, $\bar{r} \rightarrow \infty$.

Пусть $r = \bar{r}\sigma$, $R_0 = \bar{R}_0\sigma$, $R = \bar{R}\sigma$, $\omega_0 = \frac{\sigma_s}{\sigma}$. Введем функцию $\Phi(r, \mu)$ — интенсивность рассеянного излучения — соотношением

$$\Psi(\bar{r}, \mu) = \Phi(r, \mu) + \frac{S_0(\mu-1)}{4\pi R_0^2} e^{-\sigma(\bar{r}-R_0)}$$

Тогда для $\Phi(r, \mu)$ будем иметь следующую краевую задачу:

$$\mu \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \mu} + \Phi(r, \mu) = \frac{\omega_0}{2} \int_{-1}^{+1} \Phi(r, \mu') d\mu' + F \frac{e^{-r}}{r^2} \equiv B(r), \quad (1.2)$$

где
$$F = F(R_0) = \frac{S_0 \tau_s e^{R_0}}{8\pi}$$

$$\Phi(R_0, \mu) = \gamma \Phi(R_0 - \mu), \quad \mu > 0$$

$$\Phi(R, \mu) = 0, \quad \mu < 0, \quad \text{при } R < \infty$$

$\Phi(r, \mu)$ ограничена при $r \rightarrow \infty$, при $R = \infty$.

Интегрируя (1.2), будем иметь для μ отрицательных

$$\Phi(r, \mu) = \Phi_1(r, \mu) \equiv \int_r^R \frac{\rho B(\rho) e^{-\sqrt{\rho^2 - r^2(1-\mu^2)} + r|\mu|}}{\sqrt{\rho^2 - r^2(1-\mu^2)}} d\rho. \quad (1.3)$$

Для μ положительных:

при
$$0 \leq \mu \leq \sqrt{1 - \frac{R_0^2}{r^2}}$$

$$\Phi(r, \mu) = \Phi_2(r, \mu) \equiv \int_{r\sqrt{1-\mu^2}}^r \frac{\rho B(\rho) e^{-\eta\mu + \sqrt{\rho^2 - r^2(1-\mu^2)}}}{\sqrt{\rho^2 - r^2(1-\mu^2)}} d\rho + \quad (1.4)$$

$$+ \int_{r\sqrt{1-\mu^2}}^R \frac{\rho B(\rho) e^{-\eta\mu - \sqrt{\rho^2 - r^2(1-\mu^2)}}}{\sqrt{\rho^2 - r^2(1-\mu^2)}} d\rho,$$

при

$$\sqrt{1 - \frac{R_0^2}{r^2}} \leq \mu \leq 1$$

$$\Phi(r, \mu) = \Phi_3(r, \mu) \equiv \gamma \Phi_1(R_0 - \mu) e^{-\eta\mu + \sqrt{R_0^2 - r^2(1-\mu^2)}} + \quad (1.5)$$

$$+ \int_{R_0}^r \frac{\rho B(\rho) d\rho}{\sqrt{\rho^2 - r^2(1-\mu^2)}} e^{-\eta\mu + \sqrt{\rho^2 - r^2(1-\mu^2)}}.$$

Используя теперь для $B(r)$ выражение

$$B(r) = \frac{\omega_0}{2} \left\{ \int_{-1}^0 \Phi_1(r, \mu) d\mu + \int_0^{\sqrt{1-\frac{R_0^2}{r^2}}} \Phi_2(r, \mu) d\mu + \int_{\sqrt{1-\frac{R_0^2}{r^2}}}^1 \Phi_3(r, \mu) d\mu \right\} + F \frac{e^{-r}}{r^2},$$

придем к интегральному уравнению

$$r B(r) = \Lambda [\rho B(\rho)]_r + F \frac{e^{-r}}{r}, \quad (1.6)$$

где

$$\Lambda [\rho B(\rho)]_r = \frac{\omega_0}{2} \int_{R_0}^R \{ E(|r-\rho|) - E(\sqrt{r^2 - R_0^2} + \sqrt{\rho^2 - R_0^2}) + \gamma K(r, \rho) \} \rho B(\rho) d\rho \quad (1.7)$$

$$K(r, \rho) = r \int_{\sqrt{1-\frac{R_0^2}{r^2}}}^1 \frac{d\mu}{\sqrt{\rho^2 - R_0^2} (1-\mu^2)} e^{-\sqrt{\rho^2 - R_0^2} (1-\mu^2) + \sqrt{R_0^2 - r^2} (1-\mu^2) - \mu(r-R_0)}$$

$$E(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-sx}}{s} ds.$$

Преобразования, приводящие к (1.6), связанные с заменами переменных интегрирования и порядка интегрирования, законны вследствие положительности и интегрируемости подынтегральных выражений как при R ограниченном, так и $R = \infty$.

Лемма 1. Справедливы оценки*

$$0 < \Lambda [1]_r < \omega_0 \left[1 - \frac{1}{2} E_2(r + R_0) \right] \quad (1.8)$$

для всех $r \geq R_0 \geq 0$, $0 \leq \gamma \leq 1$.

* Через $E_n(x)$ здесь и далее обозначаются интегральные показательные функции

$$E_n(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-sx}}{s^n} ds, \quad E_1(x) \equiv E(x).$$

Действительно, запишем $\int_{R_0}^{\infty} K(r, \rho) d\rho$ в виде

$$r \int_{\sqrt{1-\frac{R_0^2}{r^2}}}^1 e^{-\mu r + \sqrt{R_0^2 - r^2(1-\mu^2)}} \left(\int_{R_0}^{\infty} \frac{e^{\mu R_0 - \sqrt{\rho^2 - R_0^2(1-\mu^2)}}}{\sqrt{\rho^2 - R_0^2(1-\mu^2)}} d\rho \right) d\mu.$$

Для внутреннего интеграла, пользуясь заменой

$$z = \sqrt{\rho^2 - R_0^2(1-\mu^2)}, \quad z dz = \rho d\rho, \quad \rho = \sqrt{z^2 + R_0^2(1-\mu^2)},$$

получим оценку

$$\frac{1}{\sqrt{2} R_0} < \int_{R_0}^{\infty} \frac{e^{\mu R_0 - z} dz}{\sqrt{z^2 + R_0^2(1-\mu^2)}} = \frac{1}{R_0} - \frac{\mu}{R_0^2} + O\left(\frac{1}{R_0^3}\right) < \frac{1}{R_0}. \quad (1.9)$$

И так как

$$\int_{\sqrt{1-\frac{R_0^2}{r^2}}}^1 e^{-\mu r + \sqrt{R_0^2 - r^2(1-\mu^2)}} d\mu \quad \text{заменой} \quad \mu r - \sqrt{R_0^2 - r^2(1-\mu^2)} = z$$

сводится к интегралу

$$\frac{1}{2r} \int_{r-R_0}^{\sqrt{r^2-R_0^2}} e^{-z} \left[\frac{r^2 - R_0^2}{z^2} - 1 \right] dz,$$

то

$$\int_{R_0}^{\infty} K(r, \rho) d\rho = E_2(r - R_0) - \frac{1}{R_0} [2E_3(r - R_0) - E_3(\sqrt{r^2 - R_0^2})] + \\ + O\left(\frac{1}{R_0^2}\right) < E_2(r - R_0). \quad (1.10)$$

Учитывая теперь, что

$$\int_{R_0}^{\infty} E(|r - \rho|) d\rho = 2 - E_2(r - R_0), \quad \text{а} \\ \int_{R_0}^{\infty} E(\sqrt{r^2 - R_0^2} + \sqrt{\rho^2 - R_0^2}) d\rho > \int_{R_0}^{\infty} E(r + \rho) d\rho = E_2(r + R_0),$$

придем к оценке (1.8).

Теорема 1. Ряд Неймана для уравнения (1.6) при $R = \infty$

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \Lambda^{\nu} \left[\frac{F e^{-\rho}}{\rho} \right]_r \quad (1.11)$$

сходится на $[R_0, \infty)$ к функции, ограниченной величиной

$$4 F e^{R_0} \frac{R_0 + 1}{R_0}. \quad (1.12)$$

Функция $B(r) = \frac{1}{r} \sum_{\nu=0}^{\infty} \Lambda^{\nu} \left[\frac{F e^{-\rho}}{\rho} \right]_r$ является единственным решением (1.6) из $L_2 [R_0, \infty)$, если $\omega_0 < 1$. При $\omega_0 = 1$ любое другое решение из $L_2 [R_0, \infty)$ отличается от этой функции, обращаемой в 0 при $r \rightarrow \infty$, на постоянную при $\gamma = 1$ или на функцию, стремящуюся к постоянной при $r \rightarrow \infty$ при $\gamma < 1$.

При $\omega_0 < 1$, согласно оценкам (3.8), ряд Неймана (1.11) сходится, по крайней мере, как геометрическая прогрессия с показателем ω_0 . Для доказательства сходимости ряда (1.11) при $\omega_0 = 1$ воспользуемся методом, развитым в [7] при исследовании классической проблемы Милана и заключающемся в анализе сходимости ряда Неймана для некоторой функции, мажорирующей свободный член (1.6). В качестве этой мажорирующей функции может быть взята, например, $E_2(r + R_0)$. Действительно, используя (3.8), легко получить неравенства

$$0 < \Lambda^n [1]_r < 1 - \frac{1}{2} \sum_{\nu=0}^{n-1} \Lambda^{\nu} [E_2(\rho + R_0)]_r,$$

при $n = 2, 3, \dots$

Отсюда следует, что ряд Неймана $\sum_{\nu=0}^{\infty} \Lambda^{\nu} [E_2(\rho + R_0)]_r$ сходится при всех $r \geq R_0$ и его сумма не больше 2. Но

$$\frac{F e^{-r}}{r} < \frac{2(R_0 + 1)}{R_0} E_2(r + R_0) F e^{R_0},$$

так как

$$E_2(r + R_0) > \frac{e^{-(r+R_0)}}{r + R_0 + 1}, \quad \frac{2(R_0 + 1)}{R_0(R_0 + r + 1)} > \frac{1}{r}.$$

Поэтому ряд Неймана (1.11) также сходится и его сумма не превышает величины $\frac{4(R_0 + 1)}{R_0} F e^{R_0}$. Функция $B(r) = \frac{E}{r} \sum_{\nu=0}^{\infty} \Lambda^{\nu} \left[\frac{e^{-\rho}}{\rho} \right]_r$ очевидно, убывает при $r \rightarrow \infty$ не медленнее, чем $\frac{1}{r}$.

Функции $K(r, \rho)e^{\lambda(r+\rho)}$ и $E(\sqrt{r^2 - R_0^2} + \sqrt{\rho^2 - R_0^2})e^{\lambda(r+\rho)}$ при любом $\lambda < 1$, как нетрудно показать, интегрируемы с квадратом в двумерной области $(R_0, \infty) \times (R_0, \infty)$. Следовательно, характер решений, как однородного уравнения $y = \Delta[y]_r$, так и неоднородного $y = \Delta[y]_r + f(r)$ определяется свойством сингулярной части ядра $-E(|r - \rho|)$ [8]. Это означает, что в классе функций, интегрируемых с весом e^{-r} на (R_0, ∞) , существует единственное (с точностью до постоянного множителя) решение однородной задачи. Оно возрастает как $e^{\nu r}$ (при $\omega_0 < 1$) или как r (при $\omega_0 = 1$) при $r \rightarrow \infty$. Здесь ν — неотрицательный корень характеристического уравнения

$$\frac{\omega_0}{2\nu} \ln \frac{1+\nu}{1-\nu} = 1 \quad \begin{array}{l} \nu = 0 \text{ при } \omega_0 = 1 \\ 0 < \nu < 1 \text{ при } \omega_0 < 1. \end{array}$$

Асимптотика ограниченного решения неоднородного уравнения

$$y(r) = \Delta[y]_r + f(r) \quad (1.13)$$

— единственного решения из $L_2(R_0, \infty)$ определяется функцией

$$y_{\text{ас}}(r) = Ce^{-\nu(r-R_0)} + O(e^{-(r-R_0)}), \quad (1.14)$$

где множитель C зависит от ω_0, R_0, γ , но не зависит от r . Основываясь на этих результатах и учитывая, что $y = \text{const} \cdot r$ ($B = \text{const}$) является решением однородного уравнения $y = \Delta[y]_r$, при $\omega_0 = 1, \gamma = 1$, легко видеть, что справедлива и вторая часть теоремы 1.

Отметим, что при $R_0 \rightarrow \infty$ в случае, когда $\omega_0 = 1, \gamma = 1$, наши оценки перестают быть справедливыми. Ограниченного решения предельной задачи — о распространении излучения от плоского источника в бесконечной чисто рассеивающей среде — не существует. Действительно, в этом случае плотность излучения должна быть решением неоднородной задачи с предельным ядром

$$\tilde{y}(r) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{E(|r - \rho|) + E(r + \rho)\} \tilde{y}(\rho) d\rho + Ae^{-r}.$$

Так как решением соответствующей однородной задачи является постоянная, то, как легко видеть, для всякого конечного r справедливо неравенство

$$\tilde{y}(r) \geq \tilde{y}'(\infty) > 0, \quad (1.15)$$

где $\tilde{y}(\infty)$ — предельное значение $\tilde{y}(r)$ при $r \rightarrow \infty$, согласно [8] может быть найдено по формуле

$$\tilde{y}(\infty) = \alpha \left\{ A \int_0^{\infty} [r + q(r)] e^{-r} dr + \int_0^{\infty} dr \int_0^{\infty} d\rho E(r + \rho) \tilde{y}(\rho) [r + q(r)] \right\} > 0,$$

где $\alpha > 0$, $0 < q(r) < 1$.

Уравнение для производной решения \tilde{y}' имеет вид

$$\tilde{y}'(r) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{E(|r - \rho|) - E(r + \rho)\} \tilde{y}'(\rho) d\rho - A e^{-r}.$$

Следовательно, $\tilde{y}'(r) < 0$, и при $r \rightarrow \infty$ стремится к конечному пределу [8]

$$\tilde{y}'(\infty) = -A\alpha \int_0^{\infty} r e^{-r} dr = -A\alpha < 0,$$

что противоречит (1.15).

2. Обратимся теперь к исследованию характера зависимости решения от r и параметров задачи R и R_0 . Согласно (1.14), при $r - R_0 \rightarrow \infty$, $R = \infty$

$$B_{\infty}(r) = \frac{C e^{-\nu(r-R_0)}}{r} + O\left(\frac{e^{-(r-R_0)}}{r}\right). \quad (2.1)$$

Пользуясь формулами (1.3—1.5), найдем

$$\begin{aligned} \Phi_{\infty}(r, \mu) &= \frac{C}{r} + O\left(\frac{1}{r^2}\right) \quad \text{при } \omega_0 = 1, \\ \Phi_{\infty}(r, \mu) &= \frac{e^{-\nu r}}{(1 - \mu\nu)r} + O\left(\frac{e^{-\nu r}}{r^2}\right) \quad \text{при } \omega_0 < 1, \end{aligned} \quad (2.2)$$

то есть асимптотика Φ_{∞} по r такая же как в задаче о точечном источнике в бесконечной среде [9, 10].

Для того, чтобы исследовать зависимость решения Φ_R от r и R в задаче о сферической оболочке конечной толщины $R - R_0$ при R достаточно большом, как в [11], введем функцию $\bar{\Phi}_R(r, \mu)$.

$$\bar{\Phi}_R(r, \mu) = \Phi_{\infty}(r, \mu) - \Phi_R(r, \mu),$$

$\bar{\Phi}_R$ есть, очевидно, решение краевой задачи

$$\mu \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} + \frac{1 - \mu^2}{r} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \mu} + \bar{\Phi}(r, \mu) = \frac{\omega_0}{2} \int_{-1}^{+1} \bar{\Phi}(r, \mu) d\mu$$

$$\begin{aligned}\bar{\Phi}(R_0, \mu) &= \gamma \bar{\Phi}(R_0 - \mu), & \mu > 0 \\ \bar{\Phi}(R, \mu) &= \Phi_-(R, \mu), & \mu < 0.\end{aligned}\quad (2.3)$$

Используя (2.2), придем к следующим выражениям для $\bar{\Phi}_R$:

$$\bar{\Phi}_R(r, \mu) = \frac{C}{R} + O\left(\frac{1}{R^2}\right) \quad \text{при } \omega_0 = 1,$$

$$\bar{\Phi}_R(r, \mu) = \frac{e^{-\nu R}}{R} \varphi(r, \mu) \quad \text{при } \omega_0 < 1,$$

где $\varphi(r, \mu)$ ограничено сверху решением $f(r)$ неоднородного уравнения

$$f(r) = \Delta[f]_r + O(e^{-(R-r)}).$$

Функция $f(r)$ ведет себя, по крайней мере как $e^{-\nu(R-r)}$ при $R - r$ достаточно большим. Этот результат можно получить, пользуясь асимптотическими формулами типа (1.14) для $f(r)$ при $-r + R \rightarrow \infty$.

Таким образом, при достаточно больших R с точностью до вели-

чин $\sim \frac{1}{R^2}$

$$\Phi_R(r, \mu) = \Phi_-(r, \mu) - \frac{C(R_0)}{R} \quad \text{при } \omega_0 = 1, \quad (2.4)$$

$$\Phi_R(r, \mu) = \Phi_-(r, \mu) + O\left(\frac{e^{-\nu R}}{R}\right) \quad \text{при } \omega_0 < 1.$$

В частности, обозначив через $A_R(R_0, \mu)$ функцию $\Phi_R(R_0, \mu)$, будем иметь

$$A_R(R_0, \mu) = A_-(R_0, \mu) - \frac{C(R_0)}{R} + O\left(\frac{1}{R^2}\right), \quad \omega_0 = 1, \quad (2.5)$$

$$A_R(R_0, \mu) = A_-(R_0, \mu) + O\left(\frac{e^{-\nu R}}{R}\right), \quad \omega_0 < 1.$$

3. Рассмотрим теперь зависимость решения задачи (1.6) при $R = \infty$ от параметра R_0 .

При $R_0 \ll 1$ из оценки (1.12) следует, что $B < \frac{\text{const}}{rR_0}$.

Записывая (1.6) в виде

$$rB(r) = \Delta_0[\rho B(\rho)]_r + F \frac{e^{-r}}{r} + \Delta_1[\rho B(\rho)]_r + \Delta_2[\rho B(\rho)]_r,$$

где

$$\begin{aligned}\Lambda_0[f]_r &= \frac{\omega_0}{2} \int_0^\infty \{E(|r-\rho|) - E(r+\rho)\} f(\rho) d\rho, \\ \Lambda_1[f]_r &= -\frac{\omega_0}{2} \int_0^{R_0} \{E(|r-\rho|) - E(r+\rho)\} f(\rho) d\rho, \\ \Lambda_2[f]_r &= \frac{\omega_0}{2} \int_{\frac{r}{2}}^\infty \{\gamma K(r, \rho) - E(\sqrt{r^2 - R_0^2} + \sqrt{\rho^2 - R_0^2}) + \\ &\quad + E(r+\rho)\} f(\rho) d\rho,\end{aligned}$$

и учитывая, что $\Lambda_{1,2}[1] \sim R_0 \ln R_0$, получим, что с точностью до величин порядка $\ln R_0$ $r B(r)$, а следовательно, $\Phi(r, \mu)$ совпадает с решением задачи о точечном источнике в бесконечной среде.

Отсюда

$$\begin{aligned}B(R_0) &= \frac{F}{R_0^2} + O\left(\frac{\ln R_0}{R_0}\right), \\ A(R_0, \mu) &= \frac{F}{R_0} \frac{\vartheta}{\sin \vartheta} + O(\ln R_0), \quad \vartheta = \pi - \arccos \mu.\end{aligned}\tag{3.1}$$

В задачах с $R_0 \gg 1$ оценки (1.12) оказываются слишком грубыми. В тех случаях, когда $\omega_0 < 1$, пользуясь (1.10) и учитывая, что

$$\frac{1}{R_0} E_3(a) - \frac{3}{R_0^3} E_3(a) < \int_{R_0}^\infty E(a + \sqrt{\rho^2 - R_0^2}) d\rho < \frac{1}{R_0} E_3(a),\tag{3.2}$$

будем иметь

$$\begin{aligned}\int_{R_0}^\infty \{\gamma K(r, \rho) - \gamma E(r+\rho-2R_0) - E(\sqrt{\rho^2 - R_0^2} + \sqrt{r^2 - R_0^2})\} d\rho = \\ = O\left(\frac{1}{R_0}\right).\end{aligned}$$

Так как ряд Неймана (1.11) при $\omega_0 < 1$ сходится, как геометрическая прогрессия с показателем ω_0 , то главная часть решения при $R_0 \rightarrow \infty$ $y_0(x)$ ($x = r - R_0$) может быть найдена из уравнения с предельным ядром:

$$y_0(x) = \frac{\omega_0}{2} \int_0^{\infty} \{E(|x-x'|) + \gamma E(x+x')\} y(x') dx' + \\ + \frac{\tilde{F} e^{-x}}{R_0 + x}, \quad \tilde{F} = F e^{R_0}.$$

Очевидно, $y_0(x) = O\left(\frac{\tilde{F}}{R_0}\right)$ и, следовательно, при $\omega_0 < 1$ и $r \approx R_0$

$$B(r) \sim \frac{\tilde{F}}{R_0 r}, \quad A \sim \frac{\tilde{F}}{R_0^2}.$$

Для того, чтобы оценить поведение решения при $R_0 \rightarrow \infty$ в случае $\omega_0 = 1$, запишем (1.6) в виде

$$y(r) = L_0[y] + L_1[y] + \frac{F e^{-r}}{r},$$

где при $\gamma = 1$

$$L_0[y] = \frac{1}{2} \int_{R_0}^{\infty} \{E(|r-\rho|) + E(r+\rho-2R_0) - \\ - 2E(r-R_0 + \sqrt{\rho^2 - R_0^2})\} y(\rho) d\rho$$

$$L_1[y] = \frac{1}{2} \int_{R_0}^{\infty} \{K(r, \rho) - E(\sqrt{r^2 - R_0^2} + \sqrt{\rho^2 - R_0^2}) - E(r+\rho-2R_0) + \\ + 2E(r-R_0 + \sqrt{\rho^2 - R_0^2})\} y(\rho) d\rho,$$

а при $\gamma < 1$

$$L_0[y] = \frac{1}{2} \int_{R_0}^{\infty} \{E(|r-\rho|) + \gamma E(r+\rho-2R_0)\} y(\rho) d\rho$$

$$L_1[y] = \frac{1}{2} \int_{R_0}^{\infty} \{\gamma K(r, \rho) - E(\sqrt{r^2 - R_0^2} + \sqrt{\rho^2 - R_0^2}) - \\ - \gamma E(r+\rho-2R_0)\} y(\rho) d\rho.$$

Согласно (1.10) и (3.2) будем иметь

$$\begin{aligned} \text{при } \gamma = 1: \quad L_0[1] &= 1 - \frac{1}{R_0} E_3(r - R_0) + O\left(\frac{e^{-(r-R_0)}}{R_0^3}\right), \\ L_1[1] &= O\left(\frac{e^{-(r-R_0)}}{R_0^3}\right), \\ \text{при } \gamma < 1: \quad |L_0[1]| &= 1 - \frac{1-\gamma}{2} E_2(r - R_0), \\ L_1[1] &= O\left(\frac{E_3(r - R_0)}{R_0}\right). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Так же как при доказательстве теоремы 1, получим

$$\begin{aligned} \sum_{\nu=0}^{\infty} L'_\nu \left[\frac{1}{R_0} E_3(\rho - R_0) \right] &< 1 + O\left(\frac{1}{R_0^3}\right) \quad \text{при } \gamma = 1, \\ \sum_{\nu=0}^{\infty} L'_\nu \left[\frac{1-\gamma}{2} E_2(r - R_0) \right] &< 1 + O\left(\frac{1}{R_0}\right) \quad \text{при } \gamma < 1. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что, пренебрегая величинами порядка $1/R_0^3$, мы можем определить решение $y(r)$ из приближенного уравнения

$$y(r) = L_0[y] + F \frac{e^{-r}}{r}, \quad (3.4)$$

$$\text{и при } \gamma < 1 \quad y(r) \sim \frac{1}{R_0}, \quad \text{при } \gamma = 1 \quad y(r) < R_0.$$

Таким образом, при $\gamma < 1$, $\omega_0 = 1$ $B(r) \sim \frac{\bar{F}}{r R_0}$, $A \sim \frac{\bar{F}}{R_0^2}$ так же, как в задачах с $\omega_0 < 1$.

В задачах с $\gamma = 1$ производная $y'(x)$ должна удовлетворять уравнению

$$y'(x) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{E(|x - x'|) E(x + x')\} y'(x') dx' + F(x),$$

где

$$F(x) = - \int_0^{\infty} \frac{d}{dx} E(x + \sqrt{x'^2 + 2R_0 x'}) y(x') dx' - \frac{\bar{F} e^{-x} (R_0 + x + 1)}{(R_0 + x)^2}.$$

Так как при $x \rightarrow \infty$ $y'(x)$ обращается в 0, а с другой стороны, согласно [12]

$$y'(\infty) = 3 \int_0^{\infty} x F(x) dx,$$

то должно выполняться равенство

$$\int_0^{\infty} E_2(\sqrt{x'^2 + 2R_0 x'}) y(x') dx' = FE(R_0) = \frac{\tilde{F}}{R_0} + O\left(\frac{1}{R_0^2}\right). \quad (3.5)$$

Легко видеть, что

$$|F| < \frac{\max y}{R_0} e^{-x} + O\left(\frac{\tilde{F} e^{-x}}{R_0}\right).$$

Так как $\max y < R_0$, то $|y'| < \bar{q} + O\left(\frac{1}{R_0}\right)$, где \bar{q} — максимум решения уравнения

$$q(x) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} E(|x - x'|) q(x') dx' + e^{-x},$$

не превышающий, как известно [4], значения $q_{\infty} \approx 5$. Подставляя в (3.5) вместо $y(x)$ выражение

$$y(x) = y(0) + y'(\xi) x, \quad R_0 < \xi < \infty, \quad (3.6)$$

получим

$$y(0) = \frac{\tilde{F}}{R_0} \frac{1}{\int_0^{\infty} E_2(\sqrt{x^2 + 2R_0 x}) dx} + O\left(\frac{1}{R_0}\right) = 3\tilde{F} + O\left(\frac{1}{R_0}\right). \quad (3.7)$$

Записывая (3.4) в виде

$$y(x) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{E(|x - x'|) - E(x + x')\} y(x') dx' + f(x),$$

где

$$f(x) = \int_0^{\infty} \{E(x + x') - E(x + \sqrt{x'^2 + 2R_0 x'})\} y(x') dx' + \frac{\tilde{F} e^{-x}}{R_0 + x},$$

и для значения $y(\infty)$, пользуясь выражением [12]

$$y(\infty) = 3 \int_0^{\infty} x f(x) dx,$$

получим

$$y(\infty) = 3 \int_0^{\infty} y(x') E_3(x') dx' - 3 \int_0^{\infty} y(x') E_3(\sqrt{x'^2 + 2R_0 x'}) dx' + \\ + 3FE_2(R_0).$$

Мы воспользуемся тем обстоятельством, что в этом случае с точностью до величин $\sim \frac{1}{R_0^3}$ функция $z = 1$, согласно (3.3) есть решение уравнения

$$z(r) = L_0(z) + \frac{1}{R_0} E_3(r - R_0).$$

Так как $y(x') = \sum_{\nu=0}^{\infty} L_0^{\nu} \left[F \frac{e^{-x'}}{r} \right]_r$, то меняя порядок интегрирования, как в [4], найдем

$$\int_0^{\infty} y(x') E_3(x') dx' = \tilde{F} \int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{R_0 + x} \sum_0^{\infty} L_0^{\nu}[E_3(x)] dx = \tilde{F} + O\left(\frac{1}{R_0}\right).$$

Но

$$\int_0^{\infty} y(x') E_3(\sqrt{x'^2 + 2R_0 x'}) dx' < \int_0^{\infty} y(x) E_2(\sqrt{x^2 + 2R_0 x}) dx = FE(R_0),$$

$$\text{а } E_n(R_0) = \frac{e^{-R_0}}{R_0} + O\left(\frac{e^{-R_0}}{R_0^3}\right).$$

Таким образом,

$$y(\infty) = 3\tilde{F} + O\left(\frac{1}{R_0}\right).$$

Оценивая с помощью (3.6) $f(x)$, легко получить, что

$$f(x) = \frac{\tilde{F}}{R_0} \left[\frac{3}{2} E_2(x) - e^{-x} \right] + O\left(\frac{1}{R_0^3}\right).$$

Следовательно, $y'(x) = O\left(\frac{1}{R_0}\right)$, в частности, полагая $x = 0$ в (3.4), получаем

$$y'(0) = f(0) = \frac{\tilde{F}}{2R_0} + O\left(\frac{1}{R_0^2}\right).$$

Поскольку при $x \geq 1$ $f(x) < 0$, следует ожидать, что при $x \rightarrow \infty$ $y'(x) \rightarrow 0$, оставаясь отрицательной и, таким образом, $y(x)$ при изменении x от 0 до ∞ сначала возрастает от значения $y(0) = 3\tilde{F}$, проходит через максимум и затем убывает от $y(\infty) = 3\tilde{F}$ — своего минимального значения. Следовательно, в этом случае

$$B(r) = \frac{3\tilde{F}}{r} \text{ при } r \rightarrow \infty, B(R_0) = \frac{3\tilde{F}}{R_0} + O\left(\frac{1}{R_0^2}\right).$$

Чтобы найти $A(R_0, \mu)$, подставим (3.6) в (1.3) и выделяя главный член разложения по степеням $1/R_0$, получим

$$A(R_0, \mu) = \frac{3\tilde{F}}{R_0} + O\left(\frac{1}{R_0^2}\right).$$

Проведенный анализ показывает, что когда $\omega_0 = 1$, решение задачи о точечном источнике в сферической полости оказывается весьма близким к решению задачи о точечном источнике в бесконечном пространстве, по крайней мере, в двух предельных случаях — при очень малом радиусе R_0 полости и при очень большом. В том случае, когда $\omega_0 < 1$, наличие полости мало сказывается на результате лишь при $R_0 \ll 1$. Задача же с $R_0 \gg 1$ существенно отличается от задачи с $R_0 = 0$, как и следует ожидать.

Автор пользуется случаем высказать благодарность В. Г. Курту, по предложению которого была предпринята настоящая работа.

Математический институт АН СССР
им. В. А. Стеклова

ON THE DIFFUSION OF RADIATION IN A SPHERICAL LAYER
AROUND A POINT SOURCE

T. A. GERMOGENOVA

The solution of the equation of radiative transfer for a homogeneous absorbing and isotropically scattering spherical layer is investigated, an isotropical point source being at the centre. An asymptotic of intensity of radiation at great distances from the inner surface of the layer is obtained. Two cases of this problem are considered: that with infinite optical thickness of the layer and the other with a finite one.

The connection between these cases is discussed. The dependence of the solution on inner radius of the layer is studied.

Specific attention is paid to the evaluation of the inner surface albedo.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. В. Соболев, сб. „Кинематика и динамика звездных систем и физика межзвездной среды“, „Наука“, Алма-Ата, 1965, 285.
2. Д. И. Наширнер, Уч. зап. ЛГУ, сер. матем., № 32, 1965, 66.
3. В. Г. Курт, Т. А. Гермогенова, Астрон. ж., (в печати), 1966.
4. E. Hopf, *Mathematical Problems of Radiative Equilibrium*, Cambridge Tracts, № 31 1934.
5. В. С. Владимиров, Изв. АН СССР, сер. матем., 21, 3, 1957.
6. Е. С. Кузнецов, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3, 1951.
7. М. В. Масленников, Труды МИАН СССР, вып., 97, (в печати).
8. Т. А. Гермогенова, ДАН СССР, 115, 23, 1957.
9. K. M. Case, F. de Hoffmann, G. Praxek, *Introduction to the theory of neutron diffusion*, v. I, Los Alamos, June, 1953.
10. В. А. Амбарцумян, Бюлл. Ереванск. астроном. общ. № 6 3, 1945.
11. Т. А. Гермогенова, Журн. ВМ и МФ, 1, 1002, 1961,
12. Т. А. Гермогенова, сб. „Некоторые математические задачи нейтронной физики“, М., 1960, 80.

ДИФFUЗНОЕ ОТРАЖЕНИЕ ОТ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СРЕДЫ

Н. Б. ЕНГИБАРЯН

Поступила 30 июня 1966

Рассматривается задача диффузного отражения излучения от нестационарного плоско-параллельного слоя. Применяется принцип инвариантности Амбарцумяна. Решение полученного уравнения сводится к решению функционального уравнения (5) и обращению преобразования Лапласа. Находится решение уравнения (5) в классе асимптотических степенных рядов, после чего обращение преобразования Лапласа делается автоматически.

В статье [1] И. Н. Мининим рассмотрена нестационарная задача диффузии излучения в одномерной полубесконечной среде, для случая, когда оптическая глубина каждой точки меняется со временем по экспоненциальному закону. В той же статье дается физическая трактовка этой модели. Применяя принцип инвариантности Амбарцумяна, можно получить уравнение для аналогичной трехмерной задачи (учитывая также конечность скорости света) и одномерной задачи в случае несимметричной индикатрисы, также учитывая конечность скорости света.

Пусть оптические глубины точки полубесконечного плоско-параллельного слоя в моменты t и t' связаны соотношением:

$$\tau(t') = \tau(t) e^{\gamma(t'-t)}.$$

Дальнейшие предположения следующие: поглощенный квант спонтанно излучается по экспоненциальному закону $\alpha e^{-\beta t}$, где $\frac{\alpha}{\beta} = \lambda \leq 1$;

$dt = \frac{ds}{v}$, dt — время, v — скорость прохождения квантом единичной оп-

тической длины в момент $t = 0$. Индикатриса рассеяния предполагается сферической.

Пусть в момент $t = 0$ на среду падает один квант. Обозначим через ζ косинус угла падения, через $\rho_1(t, \eta, \zeta)$ плотность вероятности диффузного отражения кванта в момент t под углом $\arccos \eta$. На основании принципа инвариантности получается следующее уравнение для функции

$$\begin{aligned} \rho(t, \eta, \zeta) &= \frac{1}{\pi \zeta} \rho_1(t, \eta, \zeta): \\ &\left(\frac{e^{\beta t}}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right) \rho + \frac{1}{v} \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right) \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\alpha}{4 \eta \zeta} e^{-\beta t} + \\ &+ \frac{\alpha}{2 \zeta} \int_0^1 d\eta' \int_0^t \rho(x, \eta, \eta') e^{-\beta(t-x)} dx + \frac{\alpha}{2 \eta} \int_0^1 d\eta' \int_0^t \rho(x, \eta', \zeta) e^{-\beta(t-x)} e^{\eta x} dx + \\ &+ \alpha \int_0^1 d\eta'' \int_0^t \rho(x, \eta, \eta'') dx \int_0^{t-x} d\eta' \int_0^{\eta' x} \rho(y, \eta', \zeta) e^{-\beta(t-x-y)} e^{\eta y} dy; \quad (1) \end{aligned}$$

с условием

$$\rho(0, \eta, \zeta) = 0. \quad (2)$$

Обозначим

$$\Omega(s, \eta, \zeta) = L_1[\rho(t, \eta, \zeta) e^{\beta t}]. \quad (3)$$

L_1 — оператор преобразования Лапласа.

Используя условие (2), относительно функции $\Omega(s, \eta, \zeta)$ получим следующее функциональное уравнение:

$$\begin{aligned} &\left[\eta + \frac{s}{v} (\eta + \zeta) - \frac{\beta}{v} (\eta + \zeta) \right] \Omega(s, \eta, \zeta) + \zeta \Omega(s - \gamma, \eta, \zeta) = \\ &= \frac{\alpha}{4s} \left[1 + 2\eta \int_0^1 \Omega(s, \eta, \eta') d\eta' \right] \left[1 + 2\zeta \int_0^1 \Omega(s - \gamma, \eta', \zeta) d\eta' \right]. \quad (4) \end{aligned}$$

В случае $v = \infty$ уравнение (4) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \eta \Omega(s, \eta, \zeta) + \zeta \Omega(s - \gamma, \eta, \zeta) &= \frac{\alpha}{4s} \left[1 + 2\eta \int_0^1 \Omega(s, \eta, \eta') d\eta' \right] \times \\ &\times \left[1 + 2\zeta \int_0^1 \Omega(s - \gamma, \eta', \zeta) d\eta' \right]. \quad (5) \end{aligned}$$

В аналогичном одномерном случае получается следующее функциональное уравнение:

$$\Omega(s) + \Omega(s - \gamma) = \frac{x}{s} \left[b + a \Omega(s) + a \Omega(s - \gamma) + b \Omega(s) \Omega(s - \gamma) \right], \quad (5')$$

где a и $b = 1 - a$ вероятности излучения поглощенного кванта соответственно вперед и назад.

Ищем решение уравнения (5) в виде ряда Лорана по s . Такое разложение использовано также в [2]

$$\Omega(s, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\omega_k(\eta, \zeta)}{s^k}. \quad (6)$$

Целесообразность разложения (6) обусловлена тем, что обращение преобразования Лапласа делается автоматически. Относительно коэффициентов получается простое рекуррентное соотношение. Среди многих решений уравнения (5) выделяется то, которое необходимо для нахождения решения физической задачи. Легко убедиться, что уравнение (5), как и (5'), не имеет единственного решения. Действительно, это уравнение устанавливает только связь между значениями функции Ω в точках $s - \gamma$ и s . Так что функцию Ω можно в любом отрезке $(s_0, s_0 + \gamma)$ задать произвольным образом, а потом продолжить по данному закону. Для обеспечения единственности решения нужно наложить определенные дополнительные условия на гладкость функции или на ее поведение в бесконечности, то есть искать решение в определенном классе функций.

Ниже мы покажем, что в классе асимптотических степенных рядов уравнение (5) имеет единственное решение (относительно коэффициентов ω_k получается рекуррентное соотношение, откуда они однозначно определяются).

Требование разложимости функции Ω в асимптотический степенной ряд согласуется с условием существования предела $\lim_{x \rightarrow \infty} x f(x)$, использованным в статье [1].

Разложение аналогичное (6) для $\Omega(s - \gamma, \eta, \zeta)$ будет:

$$\Omega(s - \gamma, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\omega_k(\eta, \zeta)}{(s - \gamma)^k} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{\omega}_k(\eta, \zeta)}{s^k}, \quad (7)$$

где

$$\bar{\omega}_k(\eta, \zeta) = \sum_{m=0}^{k-1} C_{k-1}^m \omega_{m+1} \gamma^{k-m-1}. \quad (8)$$

Правую часть (8) можно переписать в более компактной форме:

$$\bar{\omega}_k(\eta, \zeta) = [\omega(\omega + \gamma)^{k-1}] \downarrow. \quad (8')$$

Стрелка означает, что после раскрытия выражения внутри квадратной скобки нужно каждую степень при ω заменить тем же индексом — $\omega^m \rightarrow \omega_m$.

Вторую часть равенства (7) можно доказать, используя разложение

$$\varphi(s) \equiv \frac{1}{s - \gamma} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\gamma^m}{s^{m+1}} \quad (\text{при } s > \gamma)$$

$$\varphi^{(p-1)}(s) = (-1)^{p-1} (p-1)! \frac{1}{(s-\gamma)^p};$$

откуда

$$\begin{aligned} \frac{1}{(s-\gamma)^p} &= \frac{(-1)^{p-1}}{(p-1)!} \varphi^{(p-1)}(s) = \\ &= \frac{1}{(p-1)!} \sum_{m=0}^{\infty} (m+1) \cdots (m+p-1) \frac{\gamma^m}{s^{m+p}} = \sum_{m=0}^{\infty} C_{m+p-1}^{p-1} \frac{\gamma^m}{s^{m+p}} = \\ &= \sum_{k=p}^{\infty} C_{k-1}^{p-1} \frac{\gamma^{k-p}}{s^k}, \end{aligned}$$

после чего легко получается нужное.

Подставляя (6) и (7) в (5), получим рекуррентное соотношение относительно коэффициентов ω_n и $\bar{\omega}_n$.

$$\begin{aligned} \eta \omega_n(\eta, \zeta) + \zeta \bar{\omega}_n(\eta, \zeta) &= \frac{\alpha}{2} \left[\eta \int_0^1 \omega_{n-1}(\eta, \eta') d\eta' + \right. \\ &+ \left. \zeta \int_0^1 \bar{\omega}_{n-1}(\eta', \zeta) d\eta' + 2\eta\zeta \sum_{k=1}^{n-2} \int_0^1 \omega_k(\eta, \eta') d\eta' \int_0^1 \bar{\omega}_{n-k-1}(\eta', \zeta) d\eta' \right] \quad (9) \end{aligned}$$

и

$$\omega_1(\eta, \zeta) = \frac{\alpha}{4(\eta + \zeta)}.$$

Ряд (6) с коэффициентами, определяемыми соотношениями (8) и (9), может расходиться при всех конечных значениях s . Тем не менее,

этот ряд имеет определенную сумму, удовлетворяющую уравнению (5). Действительно, ряд

$$Q(t, \eta, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_n(\eta, \zeta)}{n!} t^n \quad (10)$$

сходится (в силу появления в знаменателе коэффициентов $n!$). Функция

$$\Omega_0(s, \eta, \zeta) = L_t \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_n t^n}{n!} \right] \quad (11)$$

удовлетворяет уравнению (5), а (6) представляет собой его разложение в асимптотический степенной ряд. (Об асимптотических разложениях см., например, в [3]).

Можно также непосредственной подстановкой убедиться, что функция $\rho = e^{-\beta t} Q(t, \eta, \zeta)$ удовлетворяет уравнению (1) в случае $\nu = \infty$.

В одномерном случае можно поступить аналогично.

В заключение выражаю благодарность академику В. А. Амбарцумяну за руководство.

Институт математики и механики
АН АрмССР

THE DIFFUSE REFLECTION FROM A NON-STEADY MEDIUM

N. B. YENGIBARIAN

A problem of diffuse reflection of radiation from non-steady semi infinite three dimensional medium is considered. The equation (1) is obtained with the help of the invariance principle.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. И. Н. Минин, *Астрофизика*, 1, 173, 1955.
2. Н. Б. Енцибарян, *Астрофизика*, 2, 197, 1966.
3. А. Эрдейи, *Асимптотические разложения*, М., 1962.

МОДЕЛИ ВНЕШНИХ СЛОЕВ ГОРЯЧИХ ЗВЕЗД ГЛАВНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

В. Г. ГОРБАЦКИЙ, А. К. КОЛЕСОВ

Поступила 7 июля 1966

Рассчитываются давление и температура в зоне лучистого равновесия горячих звезд до верхней границы конвективного слоя. Массы звезд взяты в промежутке $1.5 < \frac{M_*}{M_\odot} < 40$, а радиусы и светимости соответствуют звездам главной последовательности. При $M_* > 4 M_\odot$ существует только одна конвективная зона, обусловленная ионизацией He II. Уменьшение адиабатического температурного градиента, связанное с ионизацией He I, слишком мало и не приводит к возникновению конвекции. Определена оптическая глубина τ_0 верхней границы конвективной зоны и физические условия на этом уровне для различных значений M_* . Обнаружено, что величина τ_0 при $0.0625 < \frac{N_{\text{He}}}{N} < 0.125$ нечувствительна к содержанию гелия.

1. *Введение.* При расчетах моделей внешних слоев звезд ограничиваются, как правило, областью сравнительно небольшой оптической толщины — порядка нескольких единиц. Этого достаточно для вычисления теоретического спектра звезды, который обычно и является конечной целью расчета. Однако для теории внутреннего строения звезд важно продолжение подобных расчетов до гораздо больших глубин.

Модель внутреннего строения звезды в значительной мере определяется выбором граничных условий. Если эти условия относятся к самой поверхности звезды то, как неоднократно отмечалось, модель может оказаться очень неточной. Ведь способ ее вычисления основывается на ряде предположений, оправдывающихся только в достаточно глубоких областях звезды, а ее приходится применять и к внешним слоям звезды. Чем больше глубина, на которой задаются граничные условия, тем более точной получится модель внутреннего строения звезды. Поэтому-то и нужно проводить расчет моделей внешних слоев.

звезд до большой глубины теми методами, которые используются в теории звездных атмосфер.

Построение моделей атмосфер для звезд близких по своему типу к Солнцу затруднено наличием у этих звезд внешних конвективных зон, в первую очередь, зоны ионизации водорода. Отсутствие точной теории турбулентной конвекции заставило использовать в этих случаях весьма грубые методы, не дающие уверенности в правильности результатов (например, [1, 2]). Лишь в самое последнее время проделаны более точные вычисления для внешних слоев Солнца [3], оказавшиеся очень трудоемкими.

Помимо трудностей в вычислениях моделей внешних слоев звезд, обусловленных существованием конвективных зон, проведению расчетов для больших глубин препятствовало отсутствие достаточно полных таблиц значений коэффициента непрозрачности при высоких давлениях и температурах, которые должны существовать на оптических глубинах порядка $10^8 - 10^9$.

Обычно считают, что у звезд с массой, превосходящей $2 M_{\odot}$, самые внешние слои звезды (с оптической глубиной $\tau \approx 1 - 5$) устойчивы относительно конвекции, так как вследствие высокой поверхностной температуры водород в этой области ионизован. Относительно же конвективной зоны, обусловленной ионизацией гелия, принимается, что она находится глубоко и не влияет непосредственно на наблюдаемый спектр звезды. Точные расчеты для определения глубины гелиевой конвективной зоны ранее не проводились. К настоящему времени мы располагаем таблицами коэффициента непрозрачности в довольно широком интервале давлений и температур (до $T = 50\,000^\circ \text{K}$) [4]. При помощи этих таблиц можно производить вычисление моделей внешних слоев звезд до больших глубин — во всяком случае, до верхней границы гелиевой конвективной зоны.

В данной работе вычислены модели внешней зоны лучистого равновесия звезд главной последовательности с массами превосходящими $1.5 M_{\odot}$, при различном содержании гелия, и для этих звезд определен уровень верхней границы конвективной зоны.

2. Метод расчета модели зоны лучистого равновесия. Для определения величины газового давления P_g и температуры T в зоне лучистого равновесия использовано, как это всегда делается, уравнение гидростатического равновесия

$$\frac{dP_g}{d\tau} = \frac{g}{\kappa(P_g, T)}, \quad (1)$$

где g — ускорение силы тяжести и $\bar{\kappa}(P_g; T)$ — коэффициент непрозрачности. Величина температуры на оптической глубине τ связана с ее значением T_0 на поверхности известным соотношением

$$T^4 = T_0^4 \sqrt{3} [\tau + q(\tau)], \quad (2)$$

где $q(\tau)$ — функция Хопфа.

Величина $\bar{\kappa}(P_g; T)$ получена на основе работы Вардя [4]. В указанной работе приведены таблицы величины электронного давления P_e в зависимости от P_g и величины $\vartheta = \frac{5040}{T}$, а также таблицы значений росселандовского среднего коэффициента непрозрачности $\bar{\kappa}$ в зависимости от P_e и ϑ . Считается, что непрозрачность создается поглощением H ; H^- ; H_2^+ ; He и $He II$ и рассеянием на свободных электронах и молекулах H_2 . Содержание гелия (по числу атомов) принято равным 0.0625 и 0.125 от содержания водорода, а количество более тяжелых элементов — 0.00002, 0.0002, 0.002. В поглощении излучения непосредственно эти элементы не учитываются — их роль сводится лишь к обеспечению некоторого количества свободных электронов.

Так как переход от зависимости $\bar{\kappa}(P_e; \vartheta)$ к $\bar{\kappa}(P_g; \vartheta)$ в процессе расчета модели сложен и приводит к потере точности, то, при помощи указанных таблиц были составлены таблицы значений $\bar{\kappa}(P_g; \vartheta)$, которые и использовались в вычислениях (см. Приложение, табл. I и II). В них даны значения $\bar{\kappa}(P_g; \vartheta)$ для двух случаев: а) $\frac{He}{H} = 0.0625$ и б) $\frac{He}{H} = 0.125$ при содержании тяжелых элементов 0.002 и в интервалах $0.1 \leq \vartheta \leq 1$ и $1.0 \leq \lg P_g \leq 6.5$. Точность табл. I и II, как и исходных, — единица последнего знака. Для отыскания с той же точностью промежуточных значений $\bar{\kappa}(P_g; \vartheta)$ достаточно квадратичной интерполяции.

3. *Вычисление адиабатического температурного градиента.* Как хорошо известно, конвективная неустойчивость наступает, когда перестает выполняться неравенство

$$\left(\frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{\text{луч}} \leq \left(\frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{\text{ад}}, \quad (3)$$

то есть лучистый температурный градиент становится больше адиабатического. Вычисление адиабатического градиента для смеси водо-

рода и гелия при одновременном учете обоих состояний ионизации гелия приводит к чрезвычайно громоздким и трудным для использования формулам. Определение $\left(\frac{d \ln T}{d \ln P}\right)_{ад} \equiv \nabla_{ад}$ производилось для та-

кой смеси графическим путем [5] при значении отношения $\frac{\text{He}}{\text{H}} = 0.15$.

В данном случае результаты работы [5] неприменимы, как вследствие предполагаемого иного содержания He, так и по причине совершенно недостаточной точности графиков.

Для приближенного, но с высокой точностью, вычисления $\nabla_{ад}$ можно рассмотреть отдельно два случая. Поскольку потенциалы ионизации водорода и гелия существенно различаются, то в тех слоях звезды, где водород вследствие низкой температуры ионизован не полностью, вторая ионизация гелия практически не происходит. Назовем эту область (А). Там же, где начинается вторая ионизация гелия (область (В)) водород можно считать полностью ионизованным. В области (А) тогда имеем:

$$\nabla_{ад} = [1 + \bar{x} \Psi \{v_1 x_1 (1 - x_1) z_1 + v_2 x_2 (1 - x_2) z_2\}] \times \\ \times \left[\frac{5}{2} + \bar{x} \Psi \{v_1 x_1 (1 - x_1) z_1^2 + v_2 x_2 (1 - x_2) z_2^2\} + \right. \\ \left. + \frac{v_1 v_2 (1 - x_1) (1 - x_2) x_1 x_2 \Phi \Psi}{(1 + \bar{x})} \right]^{-1},$$

$$z_1 = \frac{5}{2} + \frac{\chi_1}{kT}; \quad \bar{x} = v_1 x_1 + v_2 x_2; \quad \Phi = \left(\frac{\chi_2}{kT} - \frac{\chi_1}{kT} \right)^2;$$

$$z_2 = \frac{5}{2} + \frac{\chi_2}{kT}; \quad \bar{x}^2 = v_1 x_1^2 + v_2 x_2^2; \quad \Psi = (2\bar{x} + \bar{x}^2 - \bar{x}^3)^{-1}.$$

Через v_1 и v_2 обозначено относительное содержание водорода и гелия (по числу атомов), χ_1 и χ_2 — энергия ионизации и x_1 и x_2 — степень ионизации водорода и гелия соответственно. Эта формула в несколько ином виде приведена в книге Унзольда [6].

В области (В), где учитывается ионизация только одного элемента, величина $\nabla_{ад}$ выражается проще:

$$\nabla_{ad} = \frac{\frac{1+\bar{x}}{x_3(1-x_3)} + \frac{\nu_2}{\bar{x}} + \nu_2 \left(\frac{5}{2} + \frac{\gamma_3}{kT} \right)}{\frac{5}{2} \left[\frac{1+\bar{x}}{x_3(1-x_3)} + \frac{\nu_2}{\bar{x}} \right] + \nu_2 \left(\frac{5}{2} + \frac{\gamma_3}{kT} \right)^2}, \quad (5)$$

где $\bar{x} = 1 + \nu_2 x_3$, x_3 — степень ионизации He II, γ_3 — энергия ионизации He II. Для вычисления степени ионизации использована формула Саха

$$\frac{x_l}{1-x_l} \frac{\bar{x}}{1+\bar{x}} = \frac{2g_{r+1}}{g_r} \cdot T^{\frac{5}{2}} \cdot 10^{-\frac{Z_l^2}{T} - 0.48}, \quad (6)$$

где g_r и g_{r+1} — статистические веса первоначального состояния и состояния ионизации. Электронное давление связано с газовым соотношением:

$$\frac{P_e}{P_g} = \frac{\bar{x}}{1+\bar{x}}. \quad (7)$$

Переход от формулы (4) к (5) производился при том значении T , при котором обе формулы дают одинаковое значение ∇_{ad} . Эта температура несколько различна для разных моделей, но остается близкой к $30\,000^\circ$.

4. *Выбор граничных условий.* Расчет зоны лучистого равновесия проведен для моделей, соответствующих звездам главной последовательности от класса F 5 до класса O5. Величины массы M_* , радиуса R_* и светимости L_* , характеризующие каждую из моделей, приведены в табл. 1, составленной по [7].

Таблица 1

Номер модели	1а, 1б	2а, 2б	3а, 3б	4а, 4б	5а, 5б	6а, 6б	7а, 7б	8а, 8б
$\lg \frac{M_*}{M_\odot}$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
$\lg \frac{R_*}{R_\odot}$	0.10	0.30	0.45	0.56	0.70	0.90	1.00	1.20
$\lg \frac{L_*}{L_\odot}$	0.8	1.6	2.2	2.8	3.4	4.0	4.6	5.1

Модели, обозначенные индексом „а“, имеют содержание гелия $\frac{\text{He}}{\text{H}} = 0.0625$, а у моделей с индексом „б“ отношение $\frac{\text{He}}{\text{H}} = 0.125$.

По данным, приведенным в табл. 1, найдены значения поверхностной температуры T_0 и ускорения силы тяжести g на поверхности звезды при помощи очевидных формул:

$$T_0 = \sqrt[4]{\frac{L_* R_\odot^2}{L_\odot R_*^2}} T_{0\odot}; \quad g_* = \frac{M_*}{M_\odot} \frac{R_\odot^2}{R_*^2} g_{\odot} \quad (8)$$

Значения $\vartheta_0 = \frac{5040}{T_0}$ и g_* для рассчитываемых моделей даны в табл. 2.

Таблица 2

Номер модели	1а, 1б	2а, 2б	3а, 3б	4а, 4б	5а, 5б	6а, 6б	7а, 7б	8а, 8б
ϑ_0	0.760	0.600	0.508	0.409	0.340	0.302	0.241	0.227
$g_* \cdot 10^{-4}$ см/сек	2.74	1.73	1.37	1.31	1.09	0.690	0.690	0.435

Граничные условия для расчета зоны лучистого равновесия при помощи уравнений (1) и (2) нельзя ставить при $\tau = 0$, так как в этой точке уравнение (1) имеет особенности. Для выбора граничных условий принята следующая процедура: считается, что в интервале

$$0 < \tau \leq 0.001$$

величина \bar{x} постоянна, причем ее значение равно $\bar{x}(P_g; T)|_{\tau=0.001}$. Так как можно считать, что на глубине $\tau = 0.001$ величина $T = T_0$, то из (1) получается

$$\bar{x}(P_g; T_0) P_g = 0.001 g. \quad (9)$$

Уравнение (9) решается при помощи табл. 1а и 1б при заданных T_0 и g и таким путем находится значение P_g ($\tau = 0.001$). Эта величина для всех шестнадцати моделей приводится в табл. 3.

Таблица 3

Номер модели	1а	2а	3а	4а	5а	6а	7а	8а
$P_g(\tau=0.001)$ дин см ⁻²	273.0	15.35	14.97	21.26	23.01	16.90	17.95	11.80
Номер модели	1б	2б	3б	4б	5б	6б	7б	8б
$P_g(\tau=0.001)$ дин см ⁻²	420.0	18.40	16.65	23.75	25.20	19.21	20.20	13.21

5. Метод вычисления. Интегрирование уравнения (1) производилось численно на машине М-20. Применявшийся метод интегрирования Хэмминга является обобщением метода Милна и изложен в работе [8]. Расчетная формула для получения n -ого значения $P_g^{(n)}$ по предыдущим значениям имеет вид:

$$P_g^{(n)} = c P_g^{(n)} + \frac{9}{121} \left[{}_p P_g^{(n)} - c P_g^{(n)} \right], \quad (10)$$

где величины ${}_p P_g^{(n)}$ и $c P_g^{(n)}$ означают следующее:

$${}_o P_g^{(n)} = P_g^{(n-4)} + \frac{4}{3} g_* \left(\frac{\ln 10}{S} \right) \left[Q + 2 \frac{\tau_{n-3}}{x_{n-3}} \right], \quad (11)$$

$$c P_g^{(n)} = \frac{1}{8} \left[9 P_g^{(n-1)} + P_g^{(n-3)} + 3 g_* \left(\frac{\ln 10}{S} \right) \left(Q + \frac{\tau_n}{x_n} \right) \right], \quad (12)^*$$

а

$$Q = 2 \frac{\tau_{n-1}}{x_{n-1}} - \frac{\tau_{n-2}}{x_{n-2}}.$$

Формула (11) дает предварительное значение $P_g^{(n)}$, которое используется в (12) для вычисления x_n , а затем по (11) и (12) получается из (10) окончательное значение $P_g^{(n)}$.

Величина $\frac{1}{S}$ означает шаг интегрирования. Шкала по τ — логарифмическая. При расчетах принималось $\frac{1}{S} = 0.1$, а для контроля вычис-

* В работе [8] формула (12) приведена с ошибкой.

ления дублировались с вдвое меньшим шагом. Необходимые для начала интегрирования значения P_g при $\lg \tau = -2.9; -2.8; -2.7$ были получены предварительно обычным путем. Величина g в пределах всей зоны лучистого равновесия принималась постоянной.

Помимо интегрирования уравнения (1), программа предусматривает вычисление лучистого и адиабатического температурных градиентов $\nabla_{\text{луч}}$ и $\nabla_{\text{ад}}$. Вообще говоря, из их сравнения можно определять уровень границы конвективной зоны, на которой начинает выполняться условие $\nabla_{\text{луч}} > \nabla_{\text{ад}}$. Однако, случающееся в ряде моделей слабое неравенство этого вида в очень узком слое, по-видимому, еще не должно служить основанием для заключения о наличии конвекции в этом слое. Конвективная зона начинается там, где неравенство $\nabla_{\text{луч}} > \nabla_{\text{ад}}$ становится устойчивым, что можно обнаружить, сравнивая $\nabla_{\text{луч}}$ и $\nabla_{\text{ад}}$ не в одной точке, а для ряда последовательных значений τ .

Поскольку для некоторых вопросов теории представляет интерес знание величины $\alpha = \frac{m}{M_*}$, где m — масса вещества, находящегося над конвективной зоной, то в программу было включено и вычисление α по очевидной формуле:

$$\alpha = \frac{4 \pi R_*^2}{M_*} \int_0^{\tau} \frac{d\tau}{\bar{\kappa}(P_g; T)}. \quad (13)$$

6. Результаты вычислений. Расчет моделей 1а и 1б, 2а и 2б показал, что условие конвективной устойчивости нарушается уже в самых внешних слоях звезды — для моделей 1а и 1б приблизительно при $\tau \approx 0.35$, а для 2а и 2б — при $\tau \approx 0.15$. Неравенство $\nabla_{\text{луч}} > \nabla_{\text{ад}}$ оказывается очень сильным при величинах τ порядка единицы — значение $\nabla_{\text{луч}}$ в десятки раз превышает $\nabla_{\text{ад}}$. Таким образом, основным фактором, вызывающим в этих случаях конвективную неустойчивость, является большая величина лучистого градиента, обусловленная увеличением коэффициента непрозрачности в указанной области.

В моделях 3а и 3б при $0.2 \lesssim \tau \lesssim 0.5$ также имеет место неравенство $\nabla_{\text{луч}} > \nabla_{\text{ад}}$, но так как оно слабое и, кроме того, этот слой прозрачен для излучения, не приходится считать, что перенос энергии путем конвекции может играть в нем сколько-нибудь существенную роль. В модели 4а соответствующий слой еще тоньше, а в остальных моделях водородной конвективной зоны вообще не обнаруживается. Таким образом, водородная конвективная зона практически отсутствует во всех моделях от 3а до 8б. Результаты вычислений газового

давления, температуры и температурных градиентов для всей зоны лучистого равновесия в этих моделях приводятся в табл. III—XIV Приложения.

Интересным обстоятельством, выяснившимся в результате расчета моделей, является отсутствие у горячих ($T_0 \geq 10\,000^\circ$) звезд главной последовательности конвективной зоны, связанной с ионизацией He.

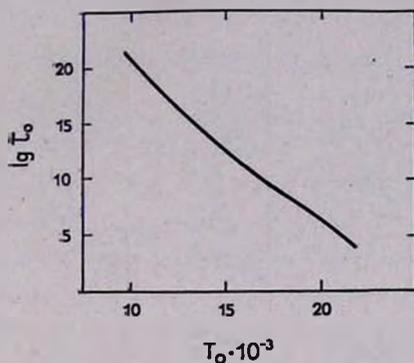


Рис. 1.

Хотя в тех слоях, где гелий переходит от состояния He к состоянию He II адиабатический градиент и уменьшается, но неравенство $\nabla_{\text{луч}} < \nabla_{\text{ад}}$ остается справедливым вплоть до зоны ионизации He II.

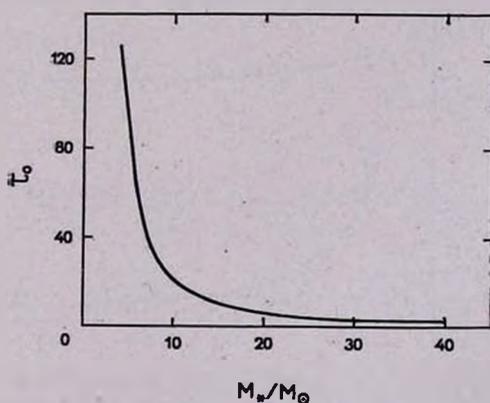


Рис. 2.

По вычисленным моделям определяется оптическая глубина τ_0 , с которой начинается конвективная зона, обусловленная уменьшением показателя адиабаты вследствие второй ионизации гелия. Зависимость τ_0 от массы звезды и от ее поверхностной температуры представлены графически на рис. 1 и 2, построенных по данным табл. 4.

Эти графики позволяют достаточно уверенно находить τ_0 для любой звезды главной последовательности со значением массы $M_* \geq 4 M_\odot$ (классы A0 — O5).

Таблица 4

$\frac{M_*}{M_\odot}$	4.0	6.3	10.0	15.8	25.0	40.0
$T^\circ \text{K}$	9900	12 300	14 800	16 700	20 900	22 100
τ_0	126	46.6	19.1	10.0	3.46	2.40
T_k	38 200	36 900	35 800	34 500	34 000	33 400
$P_k \cdot 10^{-4}$	18.5	10.2	5.6	2.9	1.58	1.06
$\alpha \cdot 10^9$	0.83	0.55	0.4	0.51	0.28	0.46
$m \cdot 10^{-24}$	12.9	13.9	15.6	31.4	27.2	72

Данные о величинах τ_0 , T_k , P_k и α в табл. 4 относятся к случаю „б“, то есть соответствуют значению $\frac{\text{He}}{\text{H}} = 0.125$. Соответствующие величины для случая „а“ очень близки к приведенным.

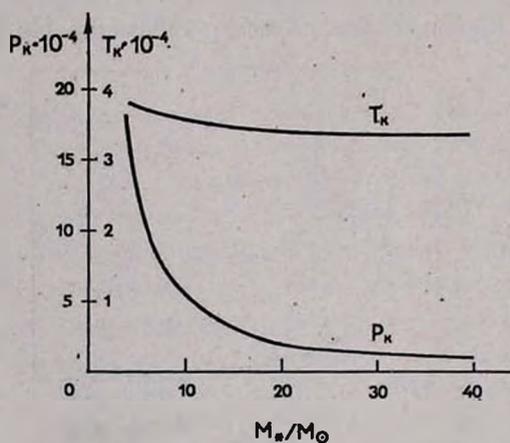


Рис. 3.

Зависимость значения температуры T_k на внешней границе конвективной зоны He II от массы звезды оказалась очень слабой. Газовое же давление P_k на этом уровне сильно меняется с M_* . Обе зависимости $T_k(M_*)$ и $P_k(M_*)$ иллюстрируются графиками (рис. 3),

построенными по данным табл. 4. Характер этих графиков объясняется, по-видимому, тем, что степень ионизации зависит от температуры гораздо сильнее, чем от электронного давления.

Обращает на себя внимание почти полное отсутствие разницы между результатами вычислений при содержании гелия $\frac{\text{He}}{\text{H}} = 0.0625$ и вдвое большем. По-видимому, этот факт дает основание пользоваться полученными данными и при исследовании звезд с другим содержанием гелия, например, с обычно принимаемым значением $\frac{\text{He}}{\text{H}} = 0.15$.

Последнее обстоятельство, которое стоит отметить, это сравнительно небольшое различие в значениях $\nabla_{\text{луч}}$ и $\nabla_{\text{ад}}$ в пределах зоны He II — если вычислять $\nabla_{\text{луч}}$, не учитывая конвекции. Следовательно, роль конвекции в переносе излучения не очень велика, поскольку доля потока энергии, обусловленная конвекцией, пропорциональна $\nabla_{\text{луч}} - \nabla_{\text{ад}}$. Истинное значение температурного градиента должно лежать между $\nabla_{\text{луч}}$ и $\nabla_{\text{ад}}$ и, вероятно, в данном случае ближе к $\nabla_{\text{луч}}$. Возможно, что, использовав некоторое среднее значение градиента, образованное из $\nabla_{\text{луч}}$ и $\nabla_{\text{ад}}$, удастся получить сравнительно хорошее представление о толщине конвективной зоны и условиях на ее внутренней границе. Однако, если подобный способ оценки и допустим, для его реализации необходимы таблицы коэффициента непрозрачности для более высоких температур и давлений, чем принятые в работе [4].

Ленинградский государственный
университет

MODELS OF THE OUTER LAYERS OF MAIN SEQUENCE HOT STARS

V. G. GORBATZKY, A. K. KOLESOV

Pressure and temperature in the radiative equilibrium zone of hot stars are computed up to the upper limit of convective layer. Masses of stars are taken in the interval $1.5 < \frac{M_*}{M_{\odot}} \leq 40$ and their radii and luminosities are such as for corresponding main sequence stars. When $M_* \geq 4 M_{\odot}$ there is only one convective zone that is due to He II ionization. Decrease of adiabatic temperature gradient due to He II ioniza-

tion is too small to cause convection. Optical depth τ_0 of the upper limit of He II convective zone and physical conditions at that level are found for various M_* . As it is turned out the value of τ_0 for $0.0625 \leq \frac{\text{He}}{\text{H}} \leq 0.125$ is insensitive to helium content.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. E. Böhm-Vitense, *Zs. f. Astrophys.*, 46, 108, 1958.
2. L. Henyey, M. Vardya, P. Bodenheimer, *Ap. J.*, 142, 841, 1965.
3. F. Faulkner, K. Griffiths, F. Hoyle, *M. N.*, 129, 363, 1965.
4. M. Vardya, *Ap. J., Suppl. Ser.*, VIII, N 80, 1964.
5. A. Unsöld, *Zs. f. Astrophys.*, 25, 11, 1948.
6. А. Унзольд, *Физика звездных атмосфер.*, ИЛ, М., 1949.
7. C. Allen, *Astrophysical Quantities*, 2nd Ed., London, 1963.
8. O. Gingerich, *Smithsonian Institute Astrophysical Observatory, Special report N 167.* Cambridge Mass. USA, 1964.

Таблица 1

$$\lg \bar{\kappa}(P_g, \theta) \left(\frac{\text{He}}{\text{H}} = 0.0625 \right)$$

$\lg P_g \backslash \theta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
-1.0	-0.456	-0.457	-0.476	-0.476	-0.495	-0.483	-0.497	-0.890	-1.614	-2.327
-0.5	-0.456	-0.461	-0.471	-0.473	-0.480	-0.442	-0.506	-1.079	-1.834	-2.531
0.0	-0.456	-0.463	-0.463	-0.460	-0.433	-0.357	-0.532	-1.256	-2.025	-2.716
0.5	-0.455	-0.458	-0.450	-0.423	-0.327	-0.240	-0.584	-1.396	-2.181	-2.835
1.0	-0.454	-0.441	-0.424	-0.335	-0.133	-0.005	-0.627	-1.498	-2.247	-2.886
1.5	-0.451	-0.404	-0.360	-0.161	0.159	0.140	-0.644	-1.497	-2.235	-2.827
2.0	-0.447	-0.349	-0.232	0.118	0.521	0.272	-0.605	-1.437	-2.122	-2.686
2.5	-0.431	-0.266	-0.017	0.491	0.887	0.383	-0.522	-1.305	-1.937	-2.476
3.0	-0.390	-0.128	0.295	0.926	1.185	0.468	-0.402	-1.117	-1.729	-2.215
3.5	-0.297	0.099	0.689	1.385	1.381	0.566	-0.252	-0.923	-1.490	-1.915
4.0	-0.125	0.424	1.136	1.791	1.513	0.673	-0.082	-0.710	-1.239	-1.568
4.5	0.146	0.848	1.607	2.120	1.598	0.794	0.098	-0.490	-0.952	-1.189
5.0	0.521	1.315	2.078	2.337	1.686	0.931	0.288	-0.256	-0.655	-0.800
5.5	0.980	1.802	2.720	2.476	1.768	1.080	0.489	-0.002	-0.317	-0.427
6.0	1.474	2.291	2.886	2.563	1.876	1.244	0.709	0.271	0.039	-0.078
6.5	1.974	2.772	3.052	2.644	1.995	1.430	0.942	0.565	0.378	0.235

Таблица II

$$\lg \bar{z}(P_g, \theta) \left(\frac{\text{He}}{\text{H}} = 0.125 \right)$$

$\lg P_g \backslash \theta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
-1.0	-0.487	-0.490	-0.528	-0.529	-0.569	-0.561	-0.576	-0.960	-1.681	-2.394
-0.5	-0.487	-0.497	-0.523	-0.525	-0.556	-0.521	-0.581	-1.142	-1.902	-2.598
0.0	-0.487	-0.502	-0.515	-0.515	-0.511	-0.436	-0.607	-1.326	-2.092	-2.786
0.5	-0.486	-0.507	-0.503	-0.483	-0.408	-0.296	-0.657	-1.467	-2.254	-2.908
1.0	-0.485	-0.492	-0.476	-0.403	-0.217	-0.118	-0.702	-1.571	-2.321	-2.967
1.5	-0.483	-0.456	-0.415	-0.237	0.068	0.059	-0.721	-1.575	-2.316	-2.910
2.0	-0.473	-0.402	-0.286	0.035	0.434	0.195	-0.686	-1.518	-2.206	-2.771
2.5	-0.460	-0.319	-0.071	0.405	0.802	0.362	-0.603	-1.390	-2.022	-2.565
3.0	-0.417	-0.183	0.238	0.837	1.096	0.386	-0.484	-1.203	-1.817	-2.306
3.5	-0.321	0.041	0.624	1.287	1.297	0.485	-0.330	-1.010	-1.579	-2.008
4.0	-0.161	0.373	1.063	1.703	1.432	0.590	-0.168	-0.798	-1.330	-1.663
4.5	0.142	0.797	1.522	2.035	1.516	0.711	0.013	-0.578	-1.054	-1.285
5.0	0.531	1.262	1.990	2.253	1.605	0.846	0.201	-0.345	-0.748	-0.896
5.5	1.001	1.747	2.430	2.396	1.691	0.995	0.402	-0.092	-0.412	-0.521
6.0	1.502	2.239	2.809	2.481	1.794	1.159	0.621	0.180	-0.061	-0.171
6.5	1.988	2.705	3.127	2.564	1.912	1.344	0.853	0.472	0.285	0.142

Таблица III

МОДЕЛЬ 3а

$\lg \tau$	T	P_g	$\Gamma_{\text{луч}}$	$\nabla_{\text{ад}}$	α
-2.5	9940	$3.75 \cdot 10^1$	0.00195	0.156	$0.168 \cdot 10^{-12}$
-2.0	9960	$7.91 \cdot 10^1$	0.00694	0.119	$0.353 \cdot 10^{-12}$
-1.5	10 050	$1.58 \cdot 10^2$	0.0219	0.102	$0.705 \cdot 10^{-12}$
-1.0	10 330	$3.09 \cdot 10^2$	0.0630	0.0995	$0.138 \cdot 10^{-11}$
-0.8	10 540	$4.05 \cdot 10^2$	0.0904	0.104	$0.181 \cdot 10^{-11}$
-0.6	10 860	$5.35 \cdot 10^2$	0.123	0.115	$0.239 \cdot 10^{-11}$
-0.4	11 310	$7.21 \cdot 10^2$	0.135	0.136	$0.322 \cdot 10^{-11}$
-0.2	11 930	$1.04 \cdot 10^3$	0.171	0.171	$0.463 \cdot 10^{-11}$
0.0	12 760	$1.49 \cdot 10^3$	0.198	0.225	$0.665 \cdot 10^{-11}$
0.1	13 250	$1.79 \cdot 10^3$	0.210	0.250	$0.801 \cdot 10^{-11}$
0.2	13 800	$2.18 \cdot 10^3$	0.211	0.262	$0.971 \cdot 10^{-11}$
0.3	14 420	$2.69 \cdot 10^3$	0.185	0.253	$0.120 \cdot 10^{-10}$
0.4	15 090	$3.48 \cdot 10^3$	0.203	0.229	$0.156 \cdot 10^{-10}$
0.5	15 830	$4.49 \cdot 10^3$	0.195	0.204	$0.200 \cdot 10^{-10}$
0.6	16 630	$5.78 \cdot 10^3$	0.202	0.192	$0.258 \cdot 10^{-10}$
0.7	17 500	$7.41 \cdot 10^3$	0.207	0.198	$0.331 \cdot 10^{-10}$
0.8	18 440	$9.48 \cdot 10^3$	0.214	0.224	$0.423 \cdot 10^{-10}$
0.9	19 450	$1.21 \cdot 10^4$	0.220	0.265	$0.541 \cdot 10^{-10}$
1.0	20 530	$1.55 \cdot 10^4$	0.216	0.308	$0.691 \cdot 10^{-10}$
1.1	21 680	$1.99 \cdot 10^4$	0.230	0.344	$0.891 \cdot 10^{-10}$
1.2	22 910	$2.55 \cdot 10^4$	0.231	0.368	$0.114 \cdot 10^{-9}$
1.3	24 230	$3.24 \cdot 10^4$	0.237	0.382	$0.144 \cdot 10^{-9}$
1.4	25 630	$4.09 \cdot 10^4$	0.244	0.390	$0.182 \cdot 10^{-9}$
1.5	27 110	$5.14 \cdot 10^4$	0.250	0.394	$0.229 \cdot 10^{-9}$
1.6	28 690	$6.42 \cdot 10^4$	0.260	0.397	$0.287 \cdot 10^{-9}$
1.7	30 370	$7.99 \cdot 10^4$	0.263	0.396	$0.357 \cdot 10^{-9}$
1.8	32 150	$9.91 \cdot 10^4$	0.266	0.385	$0.442 \cdot 10^{-9}$
1.9	34 040	$1.22 \cdot 10^5$	0.271	0.365	$0.547 \cdot 10^{-9}$
2.0	36 040	$1.51 \cdot 10^5$	0.276	0.329	$0.674 \cdot 10^{-9}$
2.1	38 170	$1.86 \cdot 10^5$	0.279	0.280	$0.828 \cdot 10^{-9}$

МОДЕЛЬ 4а

$\lg \tau$	T	P_g	$\Gamma_{\text{луч}}$	$\Gamma_{\text{вд}}$	α
-2.5	12 340	$5.61 \cdot 10^1$	0.00181	0.245	$0.274 \cdot 10^{-12}$
-2.0	12 380	$1.24 \cdot 10^2$	0.00656	0.280	$0.608 \cdot 10^{-12}$
-1.5	12 490	$2.54 \cdot 10^2$	0.0215	0.286	$0.124 \cdot 10^{-11}$
-1.0	12 820	$5.08 \cdot 10^2$	0.0610	0.278	$0.248 \cdot 10^{-11}$
-0.8	13 090	$6.72 \cdot 10^2$	0.0869	0.275	$0.328 \cdot 10^{-11}$
-0.6	13 490	$8.99 \cdot 10^2$	0.117	0.267	$0.439 \cdot 10^{-11}$
-0.4	14 050	$1.22 \cdot 10^3$	0.148	0.248	$0.596 \cdot 10^{-11}$
-0.2	14 820	$1.76 \cdot 10^3$	0.166	0.215	$0.862 \cdot 10^{-11}$
0.0	15 840	$2.65 \cdot 10^3$	0.177	0.188	$0.129 \cdot 10^{-10}$
0.1	16 460	$3.26 \cdot 10^3$	0.187	0.187	$0.160 \cdot 10^{-10}$
0.2	17 140	$4.04 \cdot 10^3$	0.196	0.198	$0.197 \cdot 10^{-10}$
0.3	17 900	$5.02 \cdot 10^3$	0.204	0.224	$0.235 \cdot 10^{-10}$
0.4	18 740	$6.26 \cdot 10^3$	0.211	0.261	$0.306 \cdot 10^{-10}$
0.5	19 660	$7.82 \cdot 10^3$	0.218	0.301	$0.382 \cdot 10^{-10}$
0.6	20 660	$9.82 \cdot 10^3$	0.216	0.337	$0.480 \cdot 10^{-10}$
0.7	21 740	$1.24 \cdot 10^4$	0.226	0.362	$0.608 \cdot 10^{-10}$
0.8	22 900	$1.57 \cdot 10^4$	0.225	0.379	$0.768 \cdot 10^{-10}$
0.9	24 150	$1.98 \cdot 10^4$	0.237	0.388	$0.966 \cdot 10^{-10}$
1.0	25 500	$2.47 \cdot 10^4$	0.245	0.393	$0.121 \cdot 10^{-9}$
1.1	26 930	$3.09 \cdot 10^4$	0.249	0.396	$0.151 \cdot 10^{-9}$
1.2	28 460	$3.85 \cdot 10^4$	0.255	0.398	$0.188 \cdot 10^{-9}$
1.3	30 090	$4.78 \cdot 10^4$	0.260	0.392	$0.233 \cdot 10^{-9}$
1.4	31 830	$5.91 \cdot 10^4$	0.267	0.380	$0.289 \cdot 10^{-9}$
1.5	33 680	$7.29 \cdot 10^4$	0.270	0.354	$0.356 \cdot 10^{-9}$
1.6	35 640	$8.96 \cdot 10^4$	0.274	0.311	$0.438 \cdot 10^{-9}$

Таблица V

МОДЕЛЬ 5a

$\lg \tau$	T	P_g	$\Gamma_{\text{луч}}$	$\Gamma_{\text{ад}}$	z
-2.5	14 840	$6.54 \cdot 10^1$	0.00166	0.223	$0.462 \cdot 10^{-12}$
-2.0	14 890	$1.60 \cdot 10^2$	0.00585	0.185	$0.113 \cdot 10^{-11}$
-1.5	15 020	$3.54 \cdot 10^2$	0.0195	0.174	$0.240 \cdot 10^{-11}$
-1.0	15 430	$7.51 \cdot 10^2$	0.0569	0.177	$0.530 \cdot 10^{-11}$
-0.8	15 750	$1.02 \cdot 10^3$	0.0813	0.181	$0.716 \cdot 10^{-11}$
-0.6	16 220	$1.38 \cdot 10^3$	0.110	0.190	$0.977 \cdot 10^{-11}$
-0.4	16 900	$1.91 \cdot 10^3$	0.142	0.210	$0.135 \cdot 10^{-10}$
-0.2	17 850	$2.69 \cdot 10^3$	0.170	0.250	$0.190 \cdot 10^{-10}$
0.0	19 060	$3.88 \cdot 10^3$	0.194	0.307	$0.273 \cdot 10^{-10}$
0.1	19 800	$4.69 \cdot 10^3$	0.204	0.335	$0.331 \cdot 10^{-10}$
0.2	20 620	$5.74 \cdot 10^3$	0.198	0.357	$0.405 \cdot 10^{-10}$
0.3	21 540	$7.07 \cdot 10^3$	0.211	0.374	$0.499 \cdot 10^{-10}$
0.4	22 540	$8.74 \cdot 10^3$	0.220	0.384	$0.616 \cdot 10^{-10}$
0.5	23 650	$1.05 \cdot 10^4$	0.227	0.391	$0.763 \cdot 10^{-10}$
0.6	24 850	$1.34 \cdot 10^4$	0.234	0.395	$0.945 \cdot 10^{-10}$
0.7	26 150	$1.66 \cdot 10^4$	0.242	0.397	$0.117 \cdot 10^{-9}$
0.8	27 550	$2.05 \cdot 10^4$	0.253	0.398	$0.145 \cdot 10^{-9}$
0.9	29 050	$2.53 \cdot 10^4$	0.257	0.398	$0.178 \cdot 10^{-9}$
1.0	30 670	$3.12 \cdot 10^4$	0.261	0.382	$0.220 \cdot 10^{-9}$
1.1	32 390	$3.84 \cdot 10^4$	0.266	0.359	$0.271 \cdot 10^{-9}$
1.2	34 230	$4.72 \cdot 10^4$	0.269	0.317	$0.333 \cdot 10^{-9}$

МОДЕЛЬ 6а

$\lg \tau$	T	P_g	$\nabla_{\text{луч}}$	$\nabla_{\text{ад}}$	α
-2.5	16 710	$5.03 \cdot 10^1$	0.00153	0.375	$0.886 \cdot 10^{-12}$
-2.0	16 760	$1.33 \cdot 10^2$	0.00536	0.345	$0.234 \cdot 10^{-11}$
-1.5	16 910	$3.18 \cdot 10^2$	0.0179	0.311	$0.560 \cdot 10^{-11}$
-1.0	17 370	$7.13 \cdot 10^2$	0.0536	0.296	$0.126 \cdot 10^{-10}$
-0.8	17 730	$9.80 \cdot 10^2$	0.0780	0.303	$0.172 \cdot 10^{-10}$
-0.6	18 260	$1.35 \cdot 10^3$	0.108	0.319	$0.238 \cdot 10^{-10}$
-0.4	19 030	$1.88 \cdot 10^3$	0.139	0.342	$0.331 \cdot 10^{-10}$
-0.2	20 070	$2.66 \cdot 10^3$	0.170	0.366	$0.467 \cdot 10^{-10}$
0.0	21 460	$3.84 \cdot 10^3$	0.192	0.384	$0.675 \cdot 10^{-10}$
0.1	22 290	$4.65 \cdot 10^3$	0.203	0.390	$0.818 \cdot 10^{-10}$
0.2	23 220	$5.66 \cdot 10^3$	0.213	0.393	$0.996 \cdot 10^{-10}$
0.3	24 250	$6.91 \cdot 10^3$	0.221	0.396	$0.122 \cdot 10^{-9}$
0.4	25 380	$8.47 \cdot 10^3$	0.229	0.398	$0.149 \cdot 10^{-9}$
0.5	26 620	$1.04 \cdot 10^4$	0.236	0.398	$0.183 \cdot 10^{-9}$
0.6	27 980	$1.28 \cdot 10^4$	0.244	0.399	$0.225 \cdot 10^{-9}$
0.7	29 440	$1.57 \cdot 10^4$	0.251	0.386	$0.277 \cdot 10^{-9}$
0.8	31 020	$1.93 \cdot 10^4$	0.257	0.365	$0.340 \cdot 10^{-9}$
0.9	32 710	$2.37 \cdot 10^4$	0.263	0.328	$0.417 \cdot 10^{-9}$
1.0	34 530	$2.90 \cdot 10^4$	0.272	0.275	$0.510 \cdot 10^{-9}$

Таблица VII

МОДЕЛЬ 7a

$\lg \tau$	T	P_g	$\Gamma_{\text{луч}}$	$\Gamma_{\text{ад}}$	α
-2.5	20 940	$5.37 \cdot 10^1$	0.00148	0.400	$0.945 \cdot 10^{-12}$
-2.0	21 000	$1.49 \cdot 10^2$	0.00496	0.399	$0.262 \cdot 10^{-11}$
-1.5	21 190	$3.87 \cdot 10^2$	0.0162	0.398	$0.681 \cdot 10^{-11}$
-1.0	21 770	$9.51 \cdot 10^2$	0.0484	0.397	$0.167 \cdot 10^{-10}$
-0.8	22 220	$1.35 \cdot 10^3$	0.0712	0.397	$0.237 \cdot 10^{-10}$
-0.6	22 890	$1.91 \cdot 10^3$	0.100	0.397	$0.336 \cdot 10^{-10}$
-0.4	23 840	$2.72 \cdot 10^3$	0.132	0.398	$0.478 \cdot 10^{-10}$
-0.2	25 150	$3.89 \cdot 10^3$	0.166	0.399	$0.684 \cdot 10^{-10}$
0.0	26 890	$5.62 \cdot 10^3$	0.195	0.399	$0.989 \cdot 10^{-10}$
0.1	27 930	$6.79 \cdot 10^3$	0.208	0.391	$0.119 \cdot 10^{-9}$
0.2	29 090	$8.21 \cdot 10^3$	0.220	0.378	$0.144 \cdot 10^{-9}$
0.3	30 380	$9.96 \cdot 10^3$	0.231	0.357	$0.175 \cdot 10^{-9}$
0.4	31 810	$1.21 \cdot 10^4$	0.231	0.322	$0.213 \cdot 10^{-9}$
0.5	33 360	$1.47 \cdot 10^4$	0.251	0.272	$0.258 \cdot 10^{-9}$

Таблица VIII

МОДЕЛЬ 8a

$\lg \tau$	T	P_g	$\Gamma_{\text{луч}}$	$\Gamma_{\text{ад}}$	α
-2.5	22 230	$3.57 \cdot 10^1$	0.00146	0.400	$0.158 \cdot 10^{-11}$
-2.0	22 300	$1.02 \cdot 10^2$	0.00480	0.400	$0.452 \cdot 10^{-11}$
-1.5	22 500	$2.77 \cdot 10^2$	0.0154	0.399	$0.123 \cdot 10^{-10}$
-1.0	23 110	$7.13 \cdot 10^2$	0.0460	0.399	$0.316 \cdot 10^{-10}$
-0.8	23 590	$1.03 \cdot 10^3$	0.0678	0.399	$0.456 \cdot 10^{-10}$
-0.6	24 300	$1.48 \cdot 10^3$	0.0959	0.399	$0.657 \cdot 10^{-10}$
-0.4	25 310	$2.14 \cdot 10^3$	0.128	0.399	$0.947 \cdot 10^{-10}$
-0.2	26 700	$3.09 \cdot 10^3$	0.161	0.400	$0.137 \cdot 10^{-9}$
0.0	28 540	$4.51 \cdot 10^3$	0.192	0.377	$0.200 \cdot 10^{-9}$
0.1	29 650	$5.46 \cdot 10^3$	0.206	0.355	$0.242 \cdot 10^{-9}$
0.2	30 890	$6.62 \cdot 10^3$	0.216	0.322	$0.293 \cdot 10^{-9}$
0.3	32 260	$8.05 \cdot 10^3$	0.228	0.276	$0.356 \cdot 10^{-9}$

МОДЕЛЬ 36

$\lg \tau$	T	P_g	$\nabla_{\text{луч}}$	$\nabla_{\text{ад}}$	α
-2.5	9 940	$4.23 \cdot 10^1$	0.00193	0.148	$0.189 \cdot 10^{-12}$
-2.0	9 960	$8.89 \cdot 10^1$	0.00696	0.114	$0.397 \cdot 10^{-12}$
-1.5	10 050	$1.77 \cdot 10^2$	0.0220	0.0985	$0.792 \cdot 10^{-12}$
-1.0	10 330	$3.46 \cdot 10^2$	0.0629	0.0967	$0.154 \cdot 10^{-11}$
-0.8	10 540	$4.54 \cdot 10^2$	0.0902	0.101	$0.203 \cdot 10^{-11}$
-0.6	10 860	$6.01 \cdot 10^2$	0.123	0.111	$0.268 \cdot 10^{-11}$
-0.4	11 310	$8.11 \cdot 10^2$	0.165	0.130	$0.362 \cdot 10^{-11}$
-0.2	11 930	$1.16 \cdot 10^3$	0.172	0.164	$0.520 \cdot 10^{-11}$
0.0	12 760	$1.67 \cdot 10^3$	0.200	0.217	$0.745 \cdot 10^{-11}$
0.1	13 250	$2.00 \cdot 10^3$	0.214	0.244	$0.896 \cdot 10^{-11}$
0.2	13 800	$2.43 \cdot 10^3$	0.216	0.259	$0.108 \cdot 10^{-10}$
0.3	14 420	$2.99 \cdot 10^3$	0.189	0.254	$0.134 \cdot 10^{-10}$
0.4	15 090	$3.86 \cdot 10^3$	0.204	0.233	$0.172 \cdot 10^{-10}$
0.5	15 830	$4.94 \cdot 10^3$	0.198	0.208	$0.221 \cdot 10^{-10}$
0.6	16 630	$6.33 \cdot 10^3$	0.204	0.193	$0.283 \cdot 10^{-10}$
0.7	17 500	$8.10 \cdot 10^3$	0.210	0.197	$0.362 \cdot 10^{-10}$
0.8	18 440	$1.03 \cdot 10^4$	0.216	0.221	$0.462 \cdot 10^{-10}$
0.9	19 450	$1.32 \cdot 10^4$	0.222	0.260	$0.589 \cdot 10^{-10}$
1.0	20 530	$1.68 \cdot 10^4$	0.220	0.304	$0.750 \cdot 10^{-10}$
1.1	21 680	$2.16 \cdot 10^4$	0.230	0.340	$0.964 \cdot 10^{-10}$
1.2	22 910	$2.75 \cdot 10^4$	0.233	0.365	$0.123 \cdot 10^{-9}$
1.3	24 230	$3.48 \cdot 10^4$	0.241	0.381	$0.156 \cdot 10^{-9}$
1.4	25 630	$4.38 \cdot 10^4$	0.248	0.389	$0.196 \cdot 10^{-9}$
1.5	27 110	$5.49 \cdot 10^4$	0.265	0.394	$0.245 \cdot 10^{-9}$
1.6	28 690	$6.83 \cdot 10^4$	0.262	0.396	$0.305 \cdot 10^{-9}$
1.7	30 370	$8.47 \cdot 10^4$	0.268	0.398	$0.378 \cdot 10^{-9}$
1.8	32 150	$1.04 \cdot 10^5$	0.275	0.386	$0.466 \cdot 10^{-9}$
1.9	34 040	$1.28 \cdot 10^5$	0.281	0.366	$0.573 \cdot 10^{-9}$
2.0	36 040	$1.57 \cdot 10^5$	0.288	0.331	$0.701 \cdot 10^{-9}$

МОДЕЛЬ 46

$\lg \tau$	T	P_K	$\Gamma_{\text{луч}}$	$\Gamma_{\text{эл}}$	α
-2.5	12 340	$6.31 \cdot 10^1$	0.00182	0.252	$0.308 \cdot 10^{-12}$
-2.0	12 380	$1.40 \cdot 10^2$	0.00659	0.283	$0.683 \cdot 10^{-12}$
-1.5	12 490	$2.85 \cdot 10^2$	0.0216	0.285	$0.139 \cdot 10^{-11}$
-1.0	12 820	$5.67 \cdot 10^2$	0.0618	0.276	$0.277 \cdot 10^{-11}$
-0.8	13 090	$7.48 \cdot 10^2$	0.0878	0.274	$0.365 \cdot 10^{-11}$
-0.6	13 490	$9.98 \cdot 10^2$	0.118	0.268	$0.487 \cdot 10^{-11}$
-0.4	14 050	$1.35 \cdot 10^3$	0.150	0.251	$0.660 \cdot 10^{-11}$
-0.2	14 820	$1.94 \cdot 10^3$	0.168	0.219	$0.949 \cdot 10^{-11}$
0.0	15 840	$2.90 \cdot 10^3$	0.179	0.191	$0.142 \cdot 10^{-10}$
0.1	16 460	$3.57 \cdot 10^3$	0.189	0.188	$0.174 \cdot 10^{-10}$
0.2	17 140	$4.41 \cdot 10^3$	0.198	0.197	$0.215 \cdot 10^{-10}$
0.3	17 900	$5.46 \cdot 10^3$	0.206	0.220	$0.267 \cdot 10^{-10}$
0.4	18 740	$6.80 \cdot 10^3$	0.213	0.256	$0.332 \cdot 10^{-10}$
0.5	19 660	$8.48 \cdot 10^3$	0.219	0.297	$0.414 \cdot 10^{-10}$
0.6	20 660	$1.06 \cdot 10^4$	0.217	0.334	$0.519 \cdot 10^{-10}$
0.7	21 740	$1.34 \cdot 10^4$	0.229	0.360	$0.676 \cdot 10^{-10}$
0.8	22 900	$1.69 \cdot 10^4$	0.231	0.377	$0.826 \cdot 10^{-10}$
0.9	24 150	$2.12 \cdot 10^4$	0.242	0.387	$0.104 \cdot 10^{-9}$
1.0	25 500	$2.65 \cdot 10^4$	0.248	0.393	$0.129 \cdot 10^{-9}$
1.1	26 930	$3.30 \cdot 10^4$	0.254	0.396	$0.161 \cdot 10^{-9}$
1.2	28 460	$4.09 \cdot 10^4$	0.260	0.398	$0.200 \cdot 10^{-9}$
1.3	30 090	$5.06 \cdot 10^4$	0.266	0.392	$0.247 \cdot 10^{-9}$
1.4	31 830	$6.23 \cdot 10^4$	0.270	0.381	$0.304 \cdot 10^{-9}$
1.5	33 680	$7.66 \cdot 10^4$	0.280	0.356	$0.374 \cdot 10^{-9}$
1.6	35 640	$9.36 \cdot 10^4$	0.282	0.314	$0.457 \cdot 10^{-9}$

МОДЕЛЬ 56

$\lg \tau$	T	P_g	$\nabla_{\text{луч}}$	$\nabla_{\text{ад}}$	α
-2.5	14 840	$7.26 \cdot 10^1$	0.00163	0.217	$0.512 \cdot 10^{-12}$
-2.0	14 890	$1.76 \cdot 10^2$	0.00589	0.182	$0.124 \cdot 10^{-11}$
-1.5	15 020	$3.88 \cdot 10^2$	0.0197	0.174	$0.274 \cdot 10^{-11}$
-1.0	15 430	$8.18 \cdot 10^2$	0.0572	0.177	$0.577 \cdot 10^{-11}$
-0.8	15 750	$1.11 \cdot 10^3$	0.0818	0.181	$0.778 \cdot 10^{-11}$
-0.6	16 220	$1.50 \cdot 10^3$	0.111	0.188	$0.106 \cdot 10^{-10}$
-0.4	16 900	$2.07 \cdot 10^3$	0.143	0.207	$0.146 \cdot 10^{-10}$
-0.2	17 850	$2.92 \cdot 10^3$	0.171	0.246	$0.206 \cdot 10^{-10}$
0.0	19 060	$4.19 \cdot 10^3$	0.195	0.303	$0.296 \cdot 10^{-10}$
0.1	19 800	$5.08 \cdot 10^3$	0.205	0.331	$0.358 \cdot 10^{-10}$
0.2	20 620	$6.22 \cdot 10^3$	0.197	0.355	$0.438 \cdot 10^{-10}$
0.3	21 540	$7.45 \cdot 10^3$	0.211	0.372	$0.539 \cdot 10^{-10}$
0.4	22 540	$9.43 \cdot 10^3$	0.222	0.383	$0.665 \cdot 10^{-10}$
0.5	23 650	$1.16 \cdot 10^4$	0.230	0.390	$0.822 \cdot 10^{-10}$
0.6	24 850	$1.44 \cdot 10^4$	0.238	0.394	$0.102 \cdot 10^{-9}$
0.7	26 150	$1.78 \cdot 10^4$	0.247	0.397	$0.125 \cdot 10^{-9}$
0.8	27 550	$2.19 \cdot 10^4$	0.258	0.398	$0.154 \cdot 10^{-9}$
0.9	29 050	$2.69 \cdot 10^4$	0.262	0.397	$0.190 \cdot 10^{-9}$
1.0	30 670	$3.30 \cdot 10^4$	0.267	0.383	$0.233 \cdot 10^{-9}$
1.1	32 390	$4.04 \cdot 10^4$	0.273	0.360	$0.285 \cdot 10^{-9}$
1.2	34 240	$4.94 \cdot 10^4$	0.277	0.320	$0.349 \cdot 10^{-9}$

МОДЕЛЬ 66

$\lg \tau$	T	P_g	$\Gamma_{\text{луч}}$	$\Gamma_{\text{ал}}$	α
-2.5	16 710	$5.63 \cdot 10^1$	0.00154	0.372	$0.992 \cdot 10^{-12}$
-2.0	16 760	$1.47 \cdot 10^2$	0.00543	0.341	$0.258 \cdot 10^{-11}$
-1.5	16 910	$3.47 \cdot 10^2$	0.0181	0.306	$0.611 \cdot 10^{-11}$
-1.0	17 370	$7.73 \cdot 10^2$	0.0540	0.291	$0.136 \cdot 10^{-10}$
-0.8	17 730	$1.06 \cdot 10^3$	0.0784	0.298	$0.186 \cdot 10^{-10}$
-0.6	18 270	$1.46 \cdot 10^3$	0.108	0.315	$0.257 \cdot 10^{-10}$
-0.4	19 030	$2.03 \cdot 10^3$	0.138	0.339	$0.357 \cdot 10^{-10}$
-0.2	20 070	$2.87 \cdot 10^3$	0.170	0.364	$0.504 \cdot 10^{-10}$
0.0	21 460	$4.16 \cdot 10^3$	0.190	0.383	$0.732 \cdot 10^{-10}$
0.1	22 290	$5.05 \cdot 10^3$	0.203	0.388	$0.888 \cdot 10^{-10}$
0.2	23 220	$6.14 \cdot 10^3$	0.214	0.393	$0.108 \cdot 10^{-9}$
0.3	24 250	$7.48 \cdot 10^3$	0.223	0.396	$0.132 \cdot 10^{-9}$
0.4	25 360	$9.14 \cdot 10^3$	0.232	0.397	$0.161 \cdot 10^{-9}$
0.5	26 620	$1.12 \cdot 10^4$	0.240	0.398	$0.197 \cdot 10^{-9}$
0.6	27 980	$1.37 \cdot 10^4$	0.248	0.399	$0.241 \cdot 10^{-9}$
0.7	29 440	$1.68 \cdot 10^4$	0.255	0.386	$0.296 \cdot 10^{-9}$
0.8	31 020	$2.05 \cdot 10^4$	0.266	0.367	$0.361 \cdot 10^{-9}$
0.9	32 710	$2.51 \cdot 10^4$	0.271	0.331	$0.441 \cdot 10^{-9}$
1.0	34 530	$3.05 \cdot 10^4$	0.278	0.278	$0.537 \cdot 10^{-9}$

Таблица XIII

МОДЕЛЬ 76

$\lg \tau$	T	P_g	$\Gamma_{\text{луч}}$	$\Gamma_{\text{ад}}$	α
-2.5	20 940	$6.01 \cdot 10^1$	0.00148	0.400	$0.106 \cdot 10^{-11}$
-2.0	21 000	$1.66 \cdot 10^2$	0.00498	0.399	$0.292 \cdot 10^{-11}$
-1.5	21 190	$4.29 \cdot 10^2$	0.0163	0.398	$0.754 \cdot 10^{-11}$
-1.0	21 770	$1.05 \cdot 10^3$	0.0487	0.396	$0.184 \cdot 10^{-10}$
-0.8	22 220	$1.48 \cdot 10^3$	0.0715	0.396	$0.261 \cdot 10^{-10}$
-0.6	22 890	$2.10 \cdot 10^3$	0.100	0.397	$0.369 \cdot 10^{-10}$
-0.4	23 840	$2.98 \cdot 10^3$	0.133	0.398	$0.524 \cdot 10^{-10}$
-0.2	25 150	$4.25 \cdot 10^3$	0.167	0.398	$0.748 \cdot 10^{-10}$
0.0	26 890	$6.12 \cdot 10^3$	0.198	0.399	$0.108 \cdot 10^{-9}$
0.1	27 930	$7.36 \cdot 10^3$	0.212	0.390	$0.130 \cdot 10^{-9}$
0.2	29 090	$8.87 \cdot 10^3$	0.224	0.379	$0.156 \cdot 10^{-9}$
0.3	30 380	$1.07 \cdot 10^4$	0.236	0.360	$0.189 \cdot 10^{-9}$
0.4	31 810	$1.30 \cdot 10^4$	0.246	0.326	$0.228 \cdot 10^{-9}$
0.5	33 360	$1.57 \cdot 10^4$	0.256	0.277	$0.276 \cdot 10^{-9}$

Таблица XIV

МОДЕЛЬ 86

$\lg \tau$	T	P_g	$\Gamma_{\text{луч}}$	$\Gamma_{\text{ад}}$	α
-2.5	22 230	$3.99 \cdot 10^1$	0.00146	0.400	$0.177 \cdot 10^{-11}$
-2.0	22 300	$1.14 \cdot 10^2$	0.00481	0.400	$0.505 \cdot 10^{-11}$
-1.5	22 500	$3.08 \cdot 10^2$	0.0155	0.399	$0.136 \cdot 10^{-10}$
-1.0	23 110	$7.88 \cdot 10^2$	0.0461	0.399	$0.349 \cdot 10^{-10}$
-0.8	23 590	$1.14 \cdot 10^3$	0.0683	0.399	$0.503 \cdot 10^{-10}$
-0.6	24 300	$1.63 \cdot 10^3$	0.0965	0.399	$0.723 \cdot 10^{-10}$
-0.4	25 310	$2.35 \cdot 10^3$	0.129	0.398	$0.104 \cdot 10^{-9}$
-0.2	26 700	$3.39 \cdot 10^3$	0.163	0.393	$0.150 \cdot 10^{-9}$
0.0	28 740	$4.91 \cdot 10^3$	0.195	0.377	$0.218 \cdot 10^{-9}$
0.1	29 650	$5.93 \cdot 10^3$	0.208	0.358	$0.262 \cdot 10^{-9}$
0.2	30 890	$7.17 \cdot 10^3$	0.222	0.327	$0.318 \cdot 10^{-9}$
0.3	32 260	$8.68 \cdot 10^3$	0.234	0.282	$0.384 \cdot 10^{-9}$

К ВОПРОСУ О СТОЛКНОВЕНИИ ГАЗОВО-ПЫЛЕВЫХ
ОБЛАКОВЕ. Я. ГИДАЛЕВИЧ
Поступила 28 мая 1966

Рассматривается разрушение пылевых частиц в ударной волне. Предполагается, что ударная волна образуется при столкновении двух облаков межзвездного газа. Определены максимальные радиусы частиц, которые могут быть разрушены в ударной волне. Частицы, имеющие большие размеры, могут пересечь область горячего газа вблизи фронта волны до их полного разрушения. Найдена функция распределения частиц по размерам. Рассматривается возможность двукратного пересечения ударного фронта пылевыми частицами.

Облачная структура межзвездной среды и, по-видимому, беспорядочное движение облаков межзвездного газа в пространстве допускают возможность столкновения отдельных облаков между собой. Такие столкновения могут играть известную эволюционную роль в межзвездной среде. Например, Оорт и ван де Холст рассматривали столкновения облаков как фактор, определяющий вид функции распределения по размерам частиц космической пыли [1]. При этом центральное место в процессе разрушения частиц отводилось столкновениям пылинок, принадлежавших до столкновения различным облакам. Однако, в работе [1] не были учтены гидродинамические эффекты, такие как возникновение ударной волны, распространяющейся от плоскости соприкосновения облаков. Учет этого явления совершенно не сказывается, однако, на динамике частиц и, следовательно, на полученных результатах, так как при столкновении частиц существенна длина пробега относительно покоящегося газа, а не относительно фронта ударной волны. Тем не менее существование ударной волны приводит к другим явлениям, которые представляются весьма существенными в этом вопросе,

В настоящей работе будет рассмотрена роль ударной волны в процессе разрушения частиц космической пыли, а также будут рассмотрены некоторые аспекты динамики частиц при столкновении облаков.

1. *Разрушение пылевых частиц в ударной волне.* Кроме предложенного Оортом и ван де Холстом механизма разрушения пылевых частиц можно указать на некоторые другие явления, приводящие к эффективному разрушению кристалликов льда. Так, в работе [2] был предложен механизм, аналогичный катодному распылению. Рассматривалась бомбардировка частиц быстрыми протонами, входящими в состав космических лучей. В [3] автором был предложен аналогичный механизм, но роль бомбардирующих частиц отводилась атомам, принадлежащим к „хвосту“ максвелловского распределения. Кроме того, можно думать, что вблизи горячих звезд заметную роль будет играть испарение частиц под действием интенсивного излучения. Действительно, есть указания на то, что в окрестностях звезд размеры пылевых частиц несколько меньше, чем в межзвездной среде в среднем [4, 5].

В рассматриваемом вопросе важную роль, по-видимому, будет играть разрушение частиц быстрыми атомами в газе, разогретом ударной волной. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

В непосредственной близости от фронта ударной волны температура газа сильно повышается. Однако, с удалением от фронта температура газа падает вследствие высвечивания энергии. Одновременно растет его плотность [6]. На достаточно больших расстояниях от фронта волны температура газа определяется взаимодействием с излучением звезд и близка, по-видимому, к температуре газа перед фронтом ударной волны. Поскольку разрушение частиц быстрыми атомами происходит при температуре, выше некоторой критической, всю область за фронтом ударной волны можно разделить на две части: сразу за фронтом идет область разрушения частиц, так как здесь поверхность частиц подвергается бомбардировке быстрыми атомами, что приводит к разрушению пылинок; и область роста частиц, где вследствие высвечивания газ остывает и возможна адсорбция некоторых его компонентов на поверхности пылинок. Заметим, что рост частиц в этой области может происходить довольно быстро, так как плотность газа здесь значительно выше, чем перед фронтом ударной волны. Ход температуры в ударной волне и деление всей области за ее фронтом на две части иллюстрированы на рис. 1.

Рассмотрим процесс разрушения частиц за фронтом ударной волны. В [3] было получено выражение для скорости разрушения частиц:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\bar{v}}{\xi} \rho \beta \mu (\beta). \quad (1)$$

Здесь a — радиус частиц, \bar{v} — средняя тепловая скорость атомов, ρ — плотность газа, ξ — плотность вещества частиц, β — доля атомов, имеющих скорость достаточно высокую для того, чтобы испарить с поверхности пылинки хотя бы одну молекулу H_2O ; μ — молекулярный вес продуктов испарения. Так как очень быстрые атомы могут испарять не одну, а несколько молекул воды, следует считать $\mu = \mu(\beta)$. В дальнейшем для простоты можно считать $\mu \approx 20$.



Рис. 1.

Найдем расстояние от фронта ударной волны, на котором частица, имевшая первоначальный радиус a_0 , разрушится полностью, то есть ее радиус уменьшится до нуля. Поскольку речь идет о приближенной оценке, можно записать

$$l = (D - u) \frac{a_0}{\alpha} + x. \quad (2)$$

Здесь D — скорость фронта ударной волны, u — скорость газа за фронтом, $\alpha = -\frac{da}{dt}$, x — расстояние, пройденное частицей относительно газа за время полного разрушения. Найдем x из уравнения движения пыли:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{3\rho}{4\xi} \cdot \frac{v^3}{a_0 - at}. \quad (3)$$

Интегрируя и заменяя $v \equiv \frac{dx}{dt}$, найдем

$$x = \frac{4\alpha_0 \xi}{3\rho} e^{\frac{4\alpha\xi}{3u\rho}} \left[-Ei\left(-\frac{4\alpha\xi}{3u\rho}\right) \right]. \quad (4)$$

Отсюда получим, что частица разрушается полностью на расстоянии от фронта ударной волны, равном

$$l = (D-u) \frac{\alpha_0}{\alpha} + \frac{4\alpha_0 \xi}{3\rho} e^{\frac{4\alpha\xi}{3u\rho}} \left[-Ei\left(-\frac{4\alpha\xi}{3u\rho}\right) \right]. \quad (5)$$

Подставляя сюда α из (1) после незначительных преобразований, получим:

$$l = \alpha_0 \frac{\xi}{\rho} \left\{ \frac{1}{\sqrt{n} \beta \mu} + \frac{4}{3} e^{\frac{4}{3} \frac{\beta \mu \sqrt{n}}{n-1}} \left[-Ei\left(-\frac{4}{3} \cdot \frac{\beta \mu \sqrt{n}}{n-1}\right) \right] \right\}. \quad (6)$$

Здесь следует иметь в виду, что ρ — плотность газа за фронтом ударной волны; $n = \frac{\rho}{\rho_0}$.

Если при заданных значениях параметров оказывается, что величина l больше области высвечивания (рис. 1), то частица разрушается не полностью, и при попадании в область холодного газа происходит увеличение ее размеров за счет адсорбции. Если l оказывается меньше области высвечивания, частица в ударной волне разрушается полностью. Именно этот эффект следует рассмотреть в задаче о столкновении газово-пылевых облаков как фактор, приводящий к дополнительному разрушению частиц.

2. *Вывод функции распределения частиц по размерам.* Следуя Оорту и ван де Холсту будем считать, что рост частиц в облаках происходит постоянно и повсеместно, а разрушение — при столкновении облаков между собой. Но в отличие от них рассмотрим разрушение пылевых частиц в ударной волне, а не при соударениях друг с другом.

Найдем вероятность разрушения частиц $P(a)$ при столкновении облаков. Очевидно, эта вероятность равна произведению двух вероятностей: вероятности столкновения облаков со сверхзвуковой скоростью (так как ударная волна может возникнуть только при сверхзвуковом столкновении) и вероятности полного разрушения частиц в ударной волне, то есть вероятности того, что частица будет иметь первоначальную

чальный радиус a_0 такой, что определенная из (6) величина l будет меньше области высвечивания.

Запишем

$$P(a) = \frac{1}{t_r} \int_c^\infty \frac{v_0}{v_0} e^{-\frac{v_0}{v_0}} \frac{dv_0}{v_0} \cdot \frac{\int_0^{a_0} N(a) da}{\int_0^\infty N(a) da}. \quad (7)$$

Здесь t_r — средний промежуток времени между двумя последовательными столкновениями облаков, c — скорость звука в облаках до столкновения, \bar{v}_0 — средняя квадратичная скорость движения облаков.

Приравнявая, как это сделано в [7], число частиц, попавших в интервал от a до $a + da$, благодаря их росту, числу частиц, разрушенных при столкновении облаков, получим:

$$\frac{dN(a)}{dt} = \frac{dN(a)}{da} \cdot \left(\frac{da}{dt} \right)_{\text{рост}} = -N(a)P(a). \quad (8)$$

Обозначая $\left(\frac{da}{dt} \right)_{\text{рост}} = a_1$ и подставляя (7) в (8), получим уравнение, решение которого определяет вид функции распределения частиц по размерам

$$\frac{dN(a)}{da} = -\frac{N(a)}{a_1 t_r} \int_c^\infty \frac{v_0}{v_0} e^{-\frac{v_0}{v_0}} \frac{dv_0}{v_0} \cdot \frac{\int_0^{a_0} N(a) da}{\int_0^\infty N(a) da}. \quad (9)$$

Интегрирование по v_0 можно провести сразу и решение (9) запишется в виде

$$N(a) = N(0) \exp \left\{ -\frac{a}{a_1 t_r} \left(\frac{c}{v_0} + 1 \right) e^{-\frac{c}{v_0}} \cdot f \right\}, \quad (10)$$

где f определяется из уравнения

$$f = 1 - \exp \left\{ -\frac{a_0}{a_1 t_r} \left(\frac{c}{v_0} + 1 \right) e^{-\frac{c}{v_0}} \cdot f \right\}. \quad (11)$$

График изменения величины f представлен на рис. 2. Таким образом получается экспоненциальная функция распределения частиц по размерам.

Можно отметить некоторые свойства полученного распределения. При $a_0 \gg \frac{1}{k}$, где

$$k = \frac{1}{\alpha_1 t_f} \left(\frac{c}{v_0} + 1 \right) e^{-\frac{c}{v_0}} \quad (12)$$

имеем $f \rightarrow 1$. При $a_0 < \frac{1}{k}$ $f < 0$, то есть происходит возрастание числа частиц с увеличением размеров. Это легко понять. Так как за время, протекающее между столкновениями облаков, частицы вырастают до размеров $\sim \frac{1}{k}$, а в ударной волне могут быть разрушены лишь частицы меньших размеров, практически все частицы остаются неразрушенными и число их постоянно пополняется за счет все новых частиц, выросших до определенных размеров.

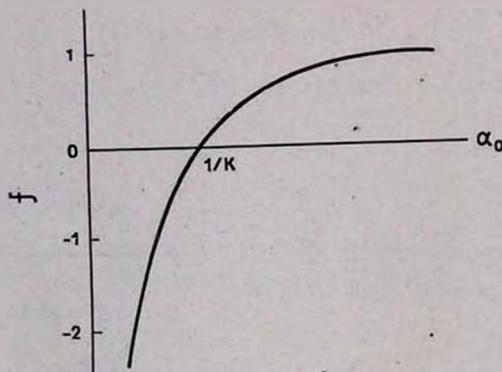


Рис. 2.

При выполнении точного равенства $a_0 = \frac{1}{k}$, получим $N(a) = N(0)$. То есть число частиц всех размеров одинаково. Дадим количественную оценку величин. Положим $t_f \approx 10^7$ лет. Величина α_1 найдена в [7]:

$$\alpha_1 \equiv \left(\frac{da}{dt} \right)_{\text{рост}} = \bar{v} \frac{\rho_1}{2\xi}. \quad (13)$$

Здесь ρ_1 — плотность тех компонент газа, которые могут адсорбироваться на пылинках. В [7] принято $\rho_1 \approx 10^{-25}$ г/см³. Откуда $\alpha_1 = 4 \cdot 10^{-21}$ см/сек. Полагая $s \approx 1$ км/сек, $\bar{v}_0 \approx 7.5$ км/сек, получим $k = 10^6$ см⁻¹. Длина области высвечивания газа L для случая ударных волн, движущихся со скоростью ~ 100 км/сек, определялась С. Б. Пикельнером [8]. В нашем случае речь идет об ударных волнах, распространяющихся со скоростью 10 км/сек. Однако можно, вероятно, без большой погрешности положить, следуя [8], $L \approx 2 \cdot 10^{18}$ см. Тогда из (6) можно найти α_0 . Полагая $\rho \approx 10^{-22}$ г/см³, $n = 10$, $\beta \approx 1$, $\mu \approx 20$, получим $\alpha_0 = 6 \cdot 10^{-6}$ см. Откуда из (11) имеем $f \approx 1$. И окончательно вид функции распределения при использованных значениях параметров

$$N(a) = N(0) e^{-\frac{a}{10^{-6}}} \quad (14)$$

При этом средний размер частиц составляет $\bar{a} \approx 10^{-6}$ см. То есть оказывается, что бомбардировка частиц быстрыми атомами является гораздо более эффективным разрушающим фактором, чем столкновения частиц друг с другом, так как в этом случае средний размер частиц составляет $\approx 10^{-5}$ см. Следует отметить также, что величина f слабо зависит от принятых значений параметров.

Очевидно, рассмотренный процесс имеет более общий характер, чем при столкновении облаков, так как ударные волны возникают при различных процессах и в пределах одного облака. С другой стороны, в отдельных районах облака рост частиц может происходить гораздо быстрее, чем в среднем по межзвездной среде, из-за низкой температуры газа в плотных пылевых образованиях, так что полученный средний размер частиц близок, вероятно, к реальному.

3. *Динамика пыли при столкновении облаков.* При сверхзвуковом столкновении облаков от плоскости соприкосновения распространяется ударная волна, за фронтом которой газ можно считать покоящимся. Если плотность газа за фронтом волны в n раз превосходит плотность невозмущенного газа и скорость относительного движения облаков есть v_0 , то скорость распространения фронта ударной волны относительно покоящегося газа составляет $\frac{v_0}{2(n-1)}$. Если облака до столкновения имели протяженность L_0 , то максимальное время пробега ударной волны составляет

$$t_{\max} = 2 \frac{L_0}{v_0} \cdot \frac{n-1}{n} \quad (15)$$

Частицы, размеры которых больше a_0 (см. предыдущий раздел) не разрушаются полностью в ударной волне, а тормозятся в области покоящегося газа. Некоторые из них могут пересечь область покоя целиком и подвергнуться воздействию встречного потока газа. Попробуем оценить относительное количество частиц, способных пересечь всю область покоя.

Пусть первоначальное расстояние частицы от плоскости соприкосновения облаков есть $\frac{v_0 \tau}{2(n-1)}$. Учитывая постоянно увеличивающиеся размеры покоящейся области, запишем условие, при котором частицы могут пересечь ее, то есть догнать фронт ударной волны, движущийся в противоположную сторону:

$$\frac{4\alpha\xi}{3\rho_0 n} \ln\left(1 + \frac{3\rho_0 n}{4\alpha\xi} \cdot \frac{v_0}{2} \cdot t\right) \geq \frac{v_0}{2(n-1)} \cdot (2\tau + t). \quad (16)$$

Очевидно, существует максимальное удаление частицы от плоскости соприкосновения, при котором пересечение покоящегося газа еще возможно. Из (16) легко найдем

$$\tau_{\max} = \frac{4\alpha\xi}{3\rho_0 n} \cdot \frac{1}{v_0} [(n-1) \ln(n-1) - (n-2)]. \quad (17)$$

При $n \gg 1$ приближенно

$$\tau_{\max} \approx \frac{4\alpha\xi}{3\rho_0} \cdot \frac{1}{v_0} (\ln n - 1). \quad (18)$$

В случае ударной волны сильного уплотнения число частиц, пересекающих область покоящегося газа, может быть сравнимо с общим числом частиц в облаках. Так при $n = 10$ $\tau_{\max} \approx 2.5 \cdot 10^{12}$ сек, что составляет $\frac{1}{4} t_{\max}$ (см. (15)), если $L_0 \approx 10^{19}$ см, $v_0 \approx 10^9$ см/сек.

Рассмотрим несколько подробнее процесс пересечения пылью ударного разрыва в направлении распространения последнего. Здесь следует записать систему уравнений сохранения потоков массы, импульса и энергии, но следует иметь в виду, что направление движения пыли противоположно направлению движения газа. Запишем

$$\begin{aligned} J_1 &= \rho u; & J_2 &= \delta v; \\ \pi &= \rho u^2 + \delta v^2 + P; \\ v \frac{dv}{dx} &= + \frac{3\rho}{4\alpha\xi} (u + v)^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Эта система аналогична рассмотренной в [9], но в уравнении движения вместо $u - v$, как это было в [9], стоит $u + v$, так как пыль и газ пересекают разрыв в противоположном направлении и их относительная скорость составляет $u + v$. Пренебрегая воздействием пыли на динамику газа, так как масса пылевого вещества в облаке пренебрежима, получим из (19)

$$\left(\frac{u}{v+u} - \frac{u}{v_1+u} \right) + \ln \frac{v_1+u}{v+u} = \frac{3\rho_0 n}{4a\xi} x. \quad (20)$$

Соответственно для плотности имеем

$$\left(\frac{u\delta}{\delta_1 v_1 + u\delta} - \frac{u}{v_1+u} \right) + \ln \frac{(v_1+u)\delta}{\delta_1 v_1 + \delta u} = \frac{3\rho_0 n}{4a\xi} x. \quad (21)$$

Здесь v_1 и δ_1 — соответственно скорость и плотность пыли при пересечении разрыва. В системе координат, связанной с покоящимся газом, следует положить $u = \frac{v_0}{2} \frac{n}{n-1}$. Отметим также, что v_1 меньше $\frac{v_0}{2} \frac{n-2}{n-1}$, а δ_1 больше δ_0 .

Из (20) и (21) видно, что на конечном расстоянии от фронта ударной волны скорость пыли относительно фронта обращается в нуль, а плотность ее соответственно в бесконечность. Эта точка является точкой поворота пылевого потока. Далее скорость пыли меняет знак и пыль движется в ту же сторону, что и газ, после чего пересекает фронт ударной волны еще раз, но уже в обратном направлении. При этом изменение скорости и плотности пыли определяются соотношениями, найденными в [9]. Таким образом при столкновении облаков происходит не только разрушение частиц, но и уплотнение вследствие двукратного пересечения пылью ударного разрыва.

Найдем из (20) или (21) расстояние точки поворота пылевого потока от фронта ударной волны. Полагая $v_1 \ll u$, что реализуется при значительных размерах области покоя, получим

$$x \approx \frac{8a\xi}{3\rho_0 n} \cdot \frac{v_1}{u}, \quad (22)$$

что при любых разумных значениях параметров много меньше характерных размеров задачи. То есть картина, описанная в настоящем разделе может реально иметь место при столкновении облаков.

Автор выражает глубокую благодарность С. А. Каплану за предложенную тему и обсуждение результатов.

Астрофизический институт
АН КазССР

ON THE QUESTION OF COLLISION OF GAS-DUST CLOUDS

E. J. GIDALEVICH

The destruction of the dust particles in the shock-wave is considered. It is suggested that the shock-wave is generated under collision of two clouds of interstellar gas. The maximum radii of particles which can be destroyed in the shock-wave are determined. The particles that have larger radii can cross the region of hot gas near the front of the wave until their complete destruction. The distribution function of particles according to their sizes is found. The possibility of twice crossing of the shock front by dust particles is considered.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. J. H. Oort, H. C. van de Hulst, Bull. Astron. Inst. Netherl., 10, № 375, 1946.
2. H. Kituga, Publ. Astron. Soc. Japan, 14, 374, 1962.
3. Е. Я. Гидалевич, Астрон. ж., 42, 932, 1965.
4. F. M. Greenberg, A. S. Meltzer, Ap. J., 132, 667, 1961.
5. K. S. Krishna Swamy, Publ. A. S. P., 77, 164, 1965.
6. С. А. Каплан, Межзвездная газодинамика, Физматгиз, М., 1958.
7. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, Межзвездная среда, Физматгиз, М., 1963.
8. С. Б. Пикельнер, Изв. КрАО, 12, 93, 1954.
9. Е. Я. Гидалевич, Астрон. ж., 43, 553, 1965.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

СЕНТЯБРЬ, 1966

ВЫПУСК 3

НЕКОТОРЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
СВЕРХСКОПЛЕНИЙ ГАЛАКТИК

И. Д. КАРАЧЕНЦЕВ

Поступила 20 июня 1966

Рассмотрена задача определения средних размеров и населенностей сверхскоплений галактик по наблюдаемым корреляциям между подсчетами скоплений в близких друг к другу направлениях и по флуктуациям в числах скоплений, приходящихся на площадки фиксированного размера.

Применение развитых соображений к распределению скоплений в области $b > +45^\circ$ по данным I и II томов каталога Цвикки [4, 5] дало следующие результаты: средний размер сверхскопления $D = 42$ мпс, среднее число скоплений в сверхскоплении $\nu = 4 \div 12$ и среднее расстояние между центрами сверхскоплений $\lambda^{-1/2} = 64$ мпс.

В работах Эйбелла [1, 2] на основе каталога богатых скоплений галактик [1] рассмотрен характер распределения скоплений галактик по небу. Сопоставляя наблюдаемое распределение со случайным пуассоновским по критерию согласия χ^2 , Эйбелл показал, что скопления галактик проявляют тенденцию к скучиванию в системы более высокого порядка — сверхскопления. Однако использованный Эйбеллом метод не позволяет определить ряд интересных статистических параметров сверхскоплений, в частности, среднее число скоплений в сверхскоплении и среднее число сверхскоплений в единице объема. Возможность для нахождения этих характеристик дает анализ флуктуаций в числе скоплений галактик, приходящихся на единичную площадку неба, и корреляций между подсчетами скоплений в близких друг к другу направлениях. Рассмотрением такой задачи мы и займемся.

Допустим, что скопления галактик образуют системы (сверхскопления), центры которых распределены в пространстве по случайному пуассоновскому закону с математическим ожиданием в единице объема

λ . Через $u_{\omega, r, \Gamma}(N_1, N_2)$ обозначим вероятность того, что в двух малых телесных углах одинакового размера ω в интервале расстояний от r_0 до r будет наблюдаться соответственно N_1 и N_2 скопления галактик. Пусть $\theta_{\alpha, r, \omega}$ определяет вероятность того, что один из телесных углов ω на расстоянии r встретит сверхскопление, пересекаемое другим телесным углом, ось которого образует с осью первого направления малый угол α . Пусть далее $P_{\omega, \alpha, r}(n)$ есть функция распределения числа скоплений галактик n в области пересечения сверхскопления первым телесным углом, если известно, что другой телесный угол не пересекает это сверхскопление. Наконец, $P_{\omega, \alpha, r}(n_1, n_2)$ — функция распределения чисел скоплений в областях соответствующих пересечений первого и второго телесных углов со сверхскоплением при условии, что оба они на расстоянии r пересекают одно и то же сверхскопление. Перечисленные вероятности зависят как от расстояния r между сверхскоплением и наблюдателем, так и от размера телесных углов ω и от углового расстояния между их направлениями α .

Следуя ходу рассуждений [3], составим функциональное уравнение для вероятности $u_{\omega, r, \Gamma}(N_1, N_2)$. Прибавим в каждом телесном угле ω к интервалу расстояний $r - r_0$ малый слой dr . Тогда на основании теорем о сложении и умножении вероятностей можно записать

$$\begin{aligned} u_{\omega, r, \Gamma+dr}(N_1, N_2) &= (1 - 2\lambda\omega r^2 dr + \theta_{\alpha, r, \omega} \lambda\omega r^2 dr) u_{\omega, r, \Gamma}(N_1, N_2) + \\ &+ \lambda\omega r^2 dr (1 - \theta_{\alpha, r, \omega}) \sum_{n=0}^{N_1} u_{\omega, r, \Gamma}(N_1 - n, N_2) P_{\omega, \alpha, r}(n) + \\ &+ \lambda\omega r^2 dr (1 - \theta_{\alpha, r, \omega}) \sum_{n=0}^{N_2} u_{\omega, r, \Gamma}(N_1, N_2 - n) P_{\omega, \alpha, r}(n) + \\ &+ \lambda\omega r^2 dr \theta_{\alpha, r, \omega} \sum_{n_1=0}^{N_1} \sum_{n_2=0}^{N_2} u_{\omega, r, \Gamma}(N_1 - n_1, N_2 - n_2) P_{\omega, \alpha, r}(n_1, n_2). \end{aligned} \quad (1)$$

Откуда

$$\begin{aligned} \frac{du_{\omega, r, \Gamma}(N_1, N_2)}{\lambda\omega r^2 dr} &= - (2 - \theta_{\alpha, r, \omega}) u_{\omega, r, \Gamma}(N_1, N_2) + \\ &+ (1 - \theta_{\alpha, r, \omega}) \sum_{n=0}^{N_1} u_{\omega, r, \Gamma}(N_1 - n, N_2) P_{\omega, \alpha, r}(n) + \\ &+ (1 - \theta_{\alpha, r, \omega}) \sum_{n=0}^{N_2} u_{\omega, r, \Gamma}(N_1, N_2 - n) P_{\omega, \alpha, r}(n) + \\ &+ \theta_{\alpha, r, \omega} \sum_{n_1=0}^{N_1} \sum_{n_2=0}^{N_2} u_{\omega, r, \Gamma}(N_1 - n_1, N_2 - n_2) P_{\omega, \alpha, r}(n_1, n_2). \end{aligned} \quad (2)$$

Перейдем от (2) к уравнению для средних значений наблюдаемых величин. По определению математических ожиданий

$$\overline{N_1^{k_1} \cdot N_2^{k_2}} = \sum_{N_1=0}^{\infty} \sum_{N_2=0}^{\infty} N_1^{k_1} \cdot N_2^{k_2} u_{\omega, r_0, r} (N_1, N_2) = \mu_{k_1, k_2}(\omega, r_0, r). \quad (3)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n^k P_{\omega, \alpha, r}(n) = \overline{n^k}_{\omega, \alpha, r}; \quad (4)$$

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} n_1^{k_1} n_2^{k_2} P_{\omega, \alpha, r}(n_1, n_2) = \overline{(n_1^{k_1} \cdot n_2^{k_2})}_{\omega, \alpha, r}. \quad (5)$$

Умножим (2) на $N_1^{k_1} \cdot N_2^{k_2}$ и просуммируем по всем значениям N_1 и N_2 . Тогда, пользуясь тем, что

$$\begin{aligned} & \sum_{N_1=0}^{\infty} \sum_{N_2=0}^{\infty} N_1^{k_1} \cdot N_2^{k_2} \sum_{n=0}^{N_1} u_{\omega, r_0, r}(N_1 - n, N_2) P_{\omega, \alpha, r}(n) = \\ & = \sum_{n=0}^{\infty} P_{\omega, \alpha, r}(n) \sum_{N_1=0}^{\infty} \sum_{N_2=0}^{\infty} N_2^{k_2} (N_1 + n)^{k_1} u_{\omega, r_0, r}(N_1, N_2) = \\ & = \sum_{n=0}^{\infty} P_{\omega, \alpha, r}(n) \sum_{N_1=0}^{\infty} \sum_{N_2=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{k_1} N_2 C_m^{k_1} N_1^{k_1-m} n^m u_{\omega, r_0, r}(N_1, N_2) = \\ & = \sum_{m=0}^{k_1} C_m^{k_1} \mu_{k_1-m, k_2} \overline{n^m}_{\omega, \alpha, r}, \end{aligned} \quad (6)$$

уравнение (2) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} & \frac{d \mu_{k_1, k_2}(\omega, r_0, r)}{\lambda \omega r^2 dr} + (2 - \theta_{\alpha, r, \omega}) \mu_{k_1, k_2}(\omega, r_0, r) - \\ & - (1 - \theta_{\alpha, r, \omega}) \sum_{m=0}^{k_1} C_m^{k_1} \mu_{k_1-m, k_2}(\omega, r_0, r) \overline{n^m}_{\omega, \alpha, r} - \\ & - (1 - \theta_{\alpha, r, \omega}) \sum_{m=0}^{k_2} C_m^{k_2} \mu_{k_1, k_2-m}(\omega, r_0, r) \overline{n^m}_{\omega, \alpha, r} - \\ & - \theta_{\alpha, r, \omega} \sum_{m_1=0}^{k_1} \sum_{m_2=0}^{k_2} C_{m_1}^{k_1} C_{m_2}^{k_2} \mu_{k_1-m_1, k_2-m_2}(\omega, r_0, r) \overline{(n_1^{m_1} \cdot n_2^{m_2})}_{\omega, \alpha, r} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Из множества моментов μ_{k_1, k_2} практический интерес представляют только $\mu_{k, 0}$ и $\mu_{1, 1}$. Полагая $k_1 = k$, а $k_2 = 0$, из (7) после сокращений получим

$$\frac{d \mu_{k, 0}(\omega, r_0, r)}{\lambda \omega r^2 dr} - \sum_{m=1}^k C_m^k \mu_{k-m, 0}(\omega, r_0, r) \overline{n^m}_{\omega, r} = 0. \quad (8)$$

Проинтегрируем (8) по r от r_0 до r_1 и учтем, что $\mu_{k,0}(\omega, r_0, r_0) = 0$, тогда

$$\mu_{k,0}(\omega, r_0, r_1) = \lambda\omega \sum_{m=1}^k C_m^k \int_{r_0}^{r_1} \mu_{k-m,0}(\omega, r_0, r) \overline{n_{\omega,r}^m} r^2 dr. \quad (9)$$

Аналогичным образом при $k_1 = k_2 = 1$ получим

$$\begin{aligned} \mu_{1,1}(\omega, r_0, r) = & 2\lambda\omega \int_{r_0}^r \mu_{1,0}(\omega, r_0, r) \overline{n_{\omega,r}} r^2 dr + \\ & + \lambda\omega \int_{r_0}^r \theta_{\alpha,r,\omega} (\overline{n_1 \cdot n_2})_{\omega,\alpha,r} r^3 dr. \end{aligned} \quad (10)$$

Как видим, для вычисления моментов $\mu_{k,0}$ и $\mu_{1,1}$ требуется знать зависимости $\overline{n^m}$, $(\overline{n_1 \cdot n_2})$ и θ от r , то есть необходимо сделать какие-то предположения о форме, размерах и распределении населенности в сверхскоплениях галактик.

Ограничимся случаем достаточно узкого интервала расстояний $r_1 - r_0$. Если выбрать размер телесного угла подсчетов ω таким образом, чтобы $\sqrt{\omega}$ был близок к среднему угловому размеру сверхскопления в данном интервале расстояний, то можно убедиться, что зависимость $\overline{n^m}$, $(\overline{n_1 \cdot n_2})$ и θ от r будет слабая. Вынося эти множители из-под знака интегрирования при $\overline{r} = \frac{r_0 + r_1}{2}$, из (9), (10) приближенно имеем рекуррентные соотношения

$$\mu_{k,0}(\omega, r_0, r_1) = \lambda\omega \sum_{m=1}^k C_m^k \overline{n_{\omega,\overline{r}}^m} \int_{r_0}^{r_1} \mu_{k-m,0}(\omega, r_0, r) r^2 dr, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mu_{1,1}(\omega, r_0, r_1) = & 2\lambda\omega \overline{n_{\omega,\overline{r}}} \int_{r_0}^{r_1} \mu_{1,0}(\omega, r_0, r) r^2 dr + \\ & + \frac{\lambda\omega}{3} (\overline{n_1 \cdot n_2})_{\omega,\alpha,\overline{r}} \theta_{\alpha,\overline{r},\omega} (r_1^3 - r_0^3). \end{aligned} \quad (12)$$

Используем условие $\mu_{0,0} \equiv 1$ и введем объем $V = \frac{1}{3} \omega (r_1^3 - r_0^3)$,

тогда для наблюдаемых моментов путем последовательного интегрирования получаем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned}
 \mu_{1,1}(\omega, r_0, r_1) &= \lambda^2 V^2 \overline{n^2}_{\omega, \bar{r}} + \lambda V (\overline{n_1 \cdot n_2})_{\omega, \bar{r}} \theta_{\omega, \bar{r}, \omega}, \\
 \mu_{1,0}(\omega, r_0, r_1) &= \lambda V \overline{n}_{\omega, \bar{r}}, \\
 \mu_{2,0}(\omega, r_0, r_1) &= \lambda^2 V^2 \overline{n^2}_{\omega, \bar{r}} + \lambda V \overline{n^3}_{\omega, \bar{r}}, \\
 \mu_{3,0}(\omega, r_0, r_1) &= \lambda^3 V^3 \overline{n^3}_{\omega, \bar{r}} + 3 \lambda^2 V^2 \overline{n^2}_{\omega, \bar{r}} \overline{n}_{\omega, \bar{r}} + \lambda V \overline{n^3}_{\omega, \bar{r}}, \\
 \dots \dots \dots
 \end{aligned} \right\} (13)$$

Для сопоставления с данными наблюдений уравнения (13) преобразуем к несколько иному виду. Введем понятия коэффициента корреляции R_α и дисперсии k -того порядка σ_k . По определению

$$R_\alpha = \frac{(\overline{N_1 - \bar{N}})(\overline{N_2 - \bar{N}})}{(\overline{N_1 - \bar{N}})^2}, \quad \text{а} \quad \sigma_k = (\overline{N_1 - \bar{N}})^k. \quad (14)$$

Произведем в (14) операции усреднения, выразим R_α и σ_k через комбинации $\mu_{1,1}$ и $\mu_{1,0}$ и подставим их значения из (13). Тогда после сокращений получим систему уравнений, в левую часть которой входят наблюдаемые величины, а в правую — статистические характеристики сверхскоплений галактик:

$$R_\alpha = \theta_{\omega, \bar{r}, \omega} \frac{(\overline{n_1 \cdot n_2})_{\omega, \bar{r}}}{\overline{n^2}_{\omega, \bar{r}}}, \quad (15')$$

$$\mu_{1,0} = \lambda V \overline{n}_{\omega, \bar{r}}, \quad (15'')$$

$$\frac{\sigma_2}{\mu_{1,0}^2} = \frac{\overline{n^2}_{\omega, \bar{r}}}{\overline{n}_{\omega, \bar{r}}^2}, \quad (15''')$$

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \frac{\overline{n^3}_{\omega, \bar{r}}}{\overline{n^2}_{\omega, \bar{r}}}. \quad (15''')$$

Здесь мы ограничились записью всего четырех уравнений по следующей причине. При $k > 3$ $\frac{\sigma_k}{\sigma_{k-1}}$ уже не выражается простым отношением $\frac{\overline{n^k}}{\overline{n^{k-1}}}$, появляются члены с множителем λV и уловить рекуррентный характер записи довольно сложно.

Нетрудно убедиться, что при отсутствии сверхскоплений (когда сверхскопление состоит из одного скопления), уравнения (15) дают тривиальный результат. Тогда $\overline{n} = \overline{n^2} = \overline{n^3} \equiv 1$. Поскольку распреде-

ление скоплений определяется процессом Пуассона с $\mu_{1,0} = \lambda V$, то $\frac{\sigma_2}{\mu_{1,0}} = \frac{\sigma_3}{\mu_{1,0}} \equiv 1$ и (15'') — (15''') превращаются в тождества. А из (15') получим, что для неперекрывающихся телесных углов подсчета коэффициент корреляции равен нулю.

Как отмечалось выше, значения искоемых величин, в частности, $\overline{n^k_{\alpha, \gamma}}$ зависят от распределения числа скоплений в сверхскоплении, от размеров и форм сверхскоплений и телесных углов подсчетов. Не прибегая к обширным численным выкладкам, рассмотрим в качестве иллюстрации один частный случай. Пусть мы располагаем подсчетами чисел скоплений в неперекрывающихся телесных углах, сечения которых картинной плоскостью представляют собою квадраты со стороной γ_0 в угловой мере. Предположим, что сверхскопления также имеют вид квадратов с однородной плотностью числа скоплений в проекции на картинную плоскость, причем стороны их параллельны сторонам квадратов подсчетов. Наконец, допустим, что у всех сверхскоплений в интервале расстояний $r_1 - r_0$ угловые размеры одинаковы и равны γ_0 и что в состав сверхскоплений входит одно и то же число скоплений ν . При этих предположениях $\overline{n^k} = (k+1)^{-2} \nu^k$ и уравнения (15) приобретают вид

$$R_\alpha = 1 - \frac{3}{4} \alpha^2 (2 - \alpha) \quad \text{при } \alpha \leq 1, \quad (16')$$

$$R_\alpha = \frac{(2 - \alpha)^3}{4} \quad \text{при } 1 \leq \alpha \leq 2,$$

$$\mu_{1,0} = \frac{1}{4} \lambda V \nu, \quad (16'')$$

$$\frac{\sigma_2}{\mu_{1,0}} = \frac{4}{9} \nu, \quad (16''')$$

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_2} = \frac{9}{16} \nu, \quad (16''')$$

где расстояние α между центрами квадратов подсчетов выражено в единицах γ_0 .

Применим развитые соображения к подсчетам чисел скоплений галактик. С данной целью в I и II томах каталога скоплений галактик Цвикки [4, 5] была выделена область с галактической широтой $b \geq +45^\circ$ и в ней изучались подсчеты чисел скоплений класса *VD* и *ED*. Эти скопления по Цвикки располагаются в интервале расстояний от 600 *млс* до 1000 *млс* (при постоянной Хаббла $h = 75 \text{ км сек}^{-1} \text{ млс}^{-1}$). Анализ проводился в отдельности для I и II томов каталога, так как между ними заметны систематические различия. Последовательность

операций обработки была такая. При разных γ_0 вычислялся коэффициент корреляции R_α для α кратных γ_0 . Подбиралось такое γ_0 , чтобы согласие вычисленных R_α с зависимостью (16') было наилучшим. Этим фиксировался угловой размер среднего сверхскопления. Для найденного таким образом γ_0 вычислялись $\mu_{1,0}$ и дисперсии σ_2 и σ_3 .

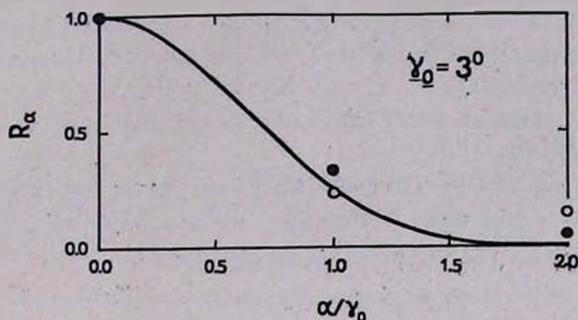


Рис. 1. Зависимость коэффициента корреляции R_α от углового расстояния между площадками α , выраженного в единицах γ_0 . Размер площадки подсчетов $\gamma_0 = 3^\circ$. Пустые кружки отмечают значения R_α , вычисленные по данным I тома, а сплошные — по данным II тома каталога Цвикки. Кривая линия соответствует зависимости (16').

Наилучшее согласие вычисленных значений R_α с (16') получилось при $\gamma_0 = 3^\circ$ (рис. 1). На расстоянии $\bar{r} = 800$ мпс это соответствует линейному размеру сверхскопления $D = 42$ мпс.

Другие результаты подсчетов на площадках $3^\circ \times 3^\circ$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

	I том	II том
Число скоплений с $b > +45^\circ$	462	1377
$\mu_{1,0}$	2.75	7.16
σ_2	4.84	15.9
σ_3	16.6	108
$\nu = \frac{9\sigma_2}{4\mu_{1,0}}$	4.0	5.0
$\nu = \frac{16\sigma_3}{9\sigma_2}$	6.1	12
$\lambda = \frac{4\mu_{1,0}}{\nu}$	$(2.4-3.7) \cdot 10^{-8}$ мпс ⁻³	$(3.2-7.6) \cdot 10^{-8}$ мпс ⁻³

Из таблицы видно, что по данным I тома каталога Цвикки среднее сверхскопление объединяет в себе 4—6 скоплений, а по данным II тома — 5—12 скоплений галактик. Большие значения \bar{v} определяемые через σ_v , сравнительно с \bar{v} , вычисленными по σ_v , объясняются тем, что в реальном случае имеется значительная дисперсия населенностей сверхскоплений. Если предположить, что \bar{v} распределено по закону Пуассона, то различие между значениями \bar{v} в каждом столбце сократилось бы на единицу. Следовательно, дисперсия населенностей \bar{v} заметно превосходит пуассоновскую. Кроме того, заметим, что определенная нами населенность \bar{v} будет давать среднее число лишь богатых, заметных скоплений.

Интересно сравнить полученные результаты со средними характеристиками 17 выбранных Эйбеллом сверхскоплений галактик. Для этих систем Эйбелл [2] получил средний размер $\bar{D} = (52 \pm 16)$ мпс и среднее число скоплений в сверхскоплении $\bar{v} = 10.6 \pm 6.0$. Если учесть, что на данных Эйбелла сказался эффект селекции, то согласие результатов следует считать весьма хорошим.

Из табл. 1 среднее число центров сверхскоплений в единице объема получается порядка $4 \cdot 10^{-6}$ мпс⁻³. Откуда средний размер ячейки пространства, занимаемого сверхскоплением, оказывается равным 64 мпс. А это всего в полтора раза больше диаметра среднего сверхскопления. При наличии дисперсии в диаметрах сверхскопления будут перекрываться, и развитая модель должна быть в некоторой степени видоизменена.

В заключение отметим, что характер корреляций между подсчетами скоплений галактик в площадках разного размера заставляет усомниться в правильности исходной предпосылки о случайном распределении центров сверхскоплений. Для анализа этого эффекта имеющийся статистический материал явно недостаточен. Но обзор площадок с числом скоплений в 2—3 раза выше среднего показывает, что в их распределении заметна ассоциативность.

Бюряканская астрофизическая
обсерватория

SOME STATISTICAL CHARACTERISTICS OF SUPERCLUSTERS OF GALAXIES

I. D. KARACHENTSEV

The problem of the determination of average dimension and population of superclusters of galaxies from the observed correlations between counts of clusters in close directions and from fluctuations in numbers of clusters observed in the fixed size areas are examined.

The application of the developed considerations to the distribution of clusters in $b \geq +45^\circ$ of I and II volumes of Zwicky's catalogue [4, 5] leads to the results: the average size of supercluster is $D = 42$ mps, the average number of clusters in supercluster is between four and twelve and the average distance between superclusters' centers is $\lambda^{-1/2} = 64$ mps.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. G. O. Abell, Ap. J., Suppl. ser., 3, 211, 1958.
2. G. O. Abell, A. J., 66, 607, 1961.
3. В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. 1, АН Арм ССР, Ереван, 1960, 363.
4. F. Zwicky, E. Herzog, P. Wild, Catalogue of galaxies and of clusters of galaxies, v. I, California institute of technology, 1961.
5. F. Zwicky, E. Herzog, Catalogue of galaxies and of clusters of galaxies, v. II, California institute of technology, 1963.

ЯДРА ЮЖНЫХ ГАЛАКТИК С ПЕРЕМЫЧКОЙ

Г. М. ТОВМАСЯН

Поступила 8 июня 1966

Представлены результаты исследования ядер 73 спиральных галактик с перемычкой, произведенного с помощью 40" телескопа обсерватории Сайдинг Спринг (Австралия).

Наблюдения подтвердили существование определенных различий в структуре центральных областей галактик, обнаруженных ранее в Бюраканской обсерватории [1, 2]. Введена новая группа расщепленных ядер. Приведены гистограммы распределения всех 134 изученных галактик по пятибальной классификации (рис. 1).

Исследование центральных областей спиральных галактик с перемычкой (SB), проведенное в Бюраканской обсерватории [1, 2], выявило существование больших различий в структуре и яркости этих областей у галактик различных подтипов. Наблюдения проводились на 21" телескопе системы Шмидта с масштабом в $114''/мм$. Всего было исследовано 70 галактик — почти все наблюдаемые в Бюракане галактики с перемычкой до 13 звездной величины с измеренными радиальными скоростями.

В настоящей работе представлены результаты наблюдений 73 галактик с перемычкой, находящихся в южном полушарии. Целью этих наблюдений было с одной стороны, расширение собранного в Бюракане материала о ядрах галактик и, с другой стороны, исследование центральных областей галактик на телескопе с большей разрешающей силой. Наблюдения велись в фокусе $f/8$ 40" телескопа обсерватории Сайдинг Спринг (Австралия), являющейся отделением обсерватории Маунт Стромло. Масштаб снимков равен $26''$ на мм, то есть в 4.4 раза больше, чем на бюраканском телескопе. С целью сравнения результатов, получаемых на обоих телескопах, в числе 73 галактик, наблюдаемых в Сайдинг Спринге, было 10 галактик, исследованных ранее в Бюракане.

Наблюдения были проведены тремя сериями: в апреле — мае, августе и августе — сентябре 1965 г. Снимки получены на пластинках Кодак 103аО. В первой серии наблюдения проводились без светофильтра. В последующих двух сериях применялся светофильтр GG 13. 10 галактик сфотографированы также и на пластинках Кодак 103аD с применением светофильтра GG 14.

Методика наблюдений в основном такая же как и при наблюдениях в Бюракане. На одной пластинке получалось не менее трех изображений центральной части галактики. Каждая экспозиция отличалась от предыдущей в 1.5 раза. Наименьшая экспозиция выбиралась таким образом, чтобы получить предельно слабое изображение центра наблюдаемой галактики. В некоторых случаях для проверки обнаружения звездообразных ядер получались и внефокальные изображения.

Для фотометрической калибровки фотографировались две стандартные области, причем, поскольку почернения изображений центральных частей большинства галактик заметно уступали почернениям звезд с аналогичным диаметром изображения, то калибровочные области фотографировались с выведенным фокусом. Однако, при обработке материалов наблюдений выяснилось, что внефокальные изображения звезд имеют очень неравномерное почернение и поэтому они оказались непригодными для точного определения звездных величин ядер. По этой причине в данной работе произведена только классификация центральных частей исследованных галактик. Одно это уже представляет большой интерес, поскольку дает возможность исследовать морфологические особенности ядер галактик и их зависимость от подтипа галактик.

Наблюдения подтвердили существование обнаруженных в Бюракане [1, 2] структурных особенностей центральных частей галактик. Из 10 галактик, наблюдаемых в обеих обсерваториях, 5 были оценены в Бюракане, как имеющие звездообразные ядра (балл 5). Из них по новому определению только одна галактика имеет балл 5, остальные же четыре галактики оценены баллом 4 (почти звездообразные ядра). Это несущественное изменение, поскольку все эти галактики остаются все же в группе имеющих концентрированные ядра. Две галактики имели центральное сгущение с оценкой 3, и новые наблюдения в отношении них не внесли никаких изменений. И только у одной из трех галактик с оценкой 4 (NGC 4421) оценка была изменена на 3. Таким образом наблюдения с более длиннофокусным 40" телескопом в Сайдинг Спринге дали, за исключением одного случая, такие же результаты, какие были получены наблюдениями на 21" Шмидт-телескопе Бюраканской обсерватории.

В первой работе по классификации ядер галактик [1] указывалось, что ядра галактик с баллом 4 несколько отличаются от изображений звезд и, как правило, имеют более слабое почернение. Новые наблюдения показали, что ядра почти всех таких галактик, например, NGC 1300, 5921, 7582 имеют измеримый угловой диаметр. Диаметр изображений таких ядер не изменяется от экспозиции к экспозиции, увеличивается только почернение. Линейный диаметр этих ядер оказался порядка 200 — 300 пс. При расчетах постоянная Хаббла принималась равной 75 км/сек/млс.

Другим результатом новых наблюдений является выявление галактик с расщепленными ядрами. Уже при первых наблюдениях [1] была обнаружена одна такая галактика — NGC 3351, ядро которой состоит из трех отдельных сгущений. И поскольку тогда был обнаружен только один такой случай, он не был включен в общее рассмотрение. При наблюдениях южных галактик было обнаружено еще пять таких объектов, и теперь уже они выделены в отдельный класс галактик с расщепленными ядрами. К таким галактикам отнесена и NGC 1097, в центральной части которой вокруг слабого сгущения имеется довольно отчетливое кольцо диаметром около 20" или около 1500 пс. Для сохранения пятибалльной системы оценок галактики с расщепленными ядрами обозначены через 2s. Основанием для этого служит то обстоятельство, что расщепленные ядра являются, по-видимому, дальнейшей фазой развития ядер галактик с оценкой 2.

Результаты наблюдений представлены в табл. 1. Распределение оценок по различным подтипам галактик в основном такое же, что и для галактик северного неба. Так же как и ранее все галактики типа SB0 относятся к оценке 3. Галактики типа SBc в основном принадлежат группам с баллами 1 и 2. Гистограммы распределения всех 134 исследованных галактик (включая и NGC 3351) по различным подтипам приведены на рис. 1. В гистограммах галактики типов 2 и 2s представлены вместе. (Для удобства гистограммы даны в нормированном виде, количество галактик в каждом подтипе указано).

Гистограммы на рис. 1 мало чем отличаются от гистограмм, приведенных в работах [1, 2]. Около 20% галактик с перемычкой обладает звездообразными ядрами. Почти в одинаковом количестве они присутствуют в подтипах SBa и SBb — 11 и 12 соответственно. В подтипе SBc имеется 6 галактик со звездообразными ядрами. Расщепленные ядра в одинаковом количестве присутствуют во всех трех подтипах SBa, SBb и SBc.

Центральные части галактик, сфотографированных в красных лучах (NGC 1341, IC 1954, NGC 1559, 6754, IC 4721, NGC 6970, 7329,

Таблица 1

№	NGC	тип	БДЛА	№	NGC	тип	БДЛА
1	434	SE0	3	38	1672	SBb	2
2	1291	"	3	39	1796	"	1
3	4106	"	3	40	2442	"	4
4	6684	"	3	41	3347	"	5
5	6782	"	3	42	3504	"	4
6	6942	"	3	43	4947	"	5
7	7155	"	3	44	5921	"	4
8	175	SBa	3	45	6754	"	5
9	357	"	4	46	6770	"	3
10	936	"	3	47	7329	"	3
11	986	"	5	48	7412	"	3
12	1079	"	3	49	7421	"	3
13	1341	"	2	50	7496	"	5
14	1437	"	3	51	7582	"	4
15	1617	"	3	52	55	SBc	2
16	1808	"	2 _s	53	289	"	2
17	2369	"	4	54	613	"	2 _s
18	2397	"	3	55	685	"	2
19	2983	"	3	56	1249	"	1
20	3185	"	4	57	1313	"	2
21	3783	"	5	58	1365	"	2 _s
22	4421	"	3	59	1493	"	4
23	5566	"	3	60	1536	"	1
24	6808	"	3	61	1559	"	2
25	6902	"	3	62	1688	"	4
26	6970	"	3	63	3367	"	5
27	5240*	"	3	64	5068	"	1
28	7410	"	3	65	6744	"	1
29	7552	"	2 _s	66	4710*	"	1
30	7743	"	4	67	4721*	"	4
31	782	SBb	3	68	4837*	"	1
32	1097	"	2 _s	69	7418	"	5
33	1187	"	3	70	7462	"	2
34	1300	"	4	71	7599	"	1
35	1954*	"	1	72	7713	"	1
36	1398	"	3	73	7764	"	1
37	1640	"	3				

* Номера по IC.

7496, 7552 и 7582) имеют в основном такую же структуру, что и в фотографических лучах.

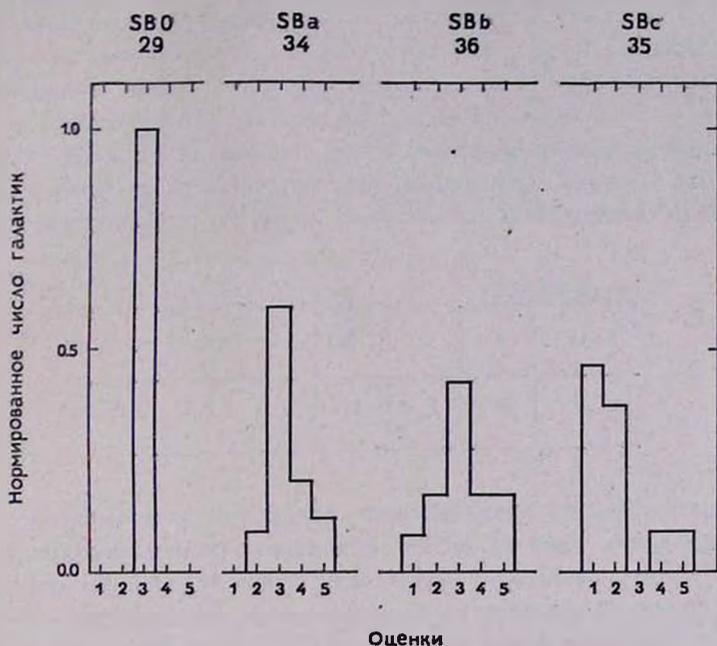


Рис. 1.

Интересно сопоставить средние фотографические величины галактик с различными оценками их центральных частей, приведенные в табл. 2.

Таблица 2*

бвал	1	2	2s	3	4	5
\bar{m}_{pg}	12.2	11.8	11.0	12.3	12.2	12.4

Из таблицы следует, что за исключением несколько более ярких галактик с расщепленными ядрами, средние значения фотографических величин галактик остальных типов почти не отличаются друг от друга. Это говорит об отсутствии селекции наблюдательных данных при классификации центральных частей галактик.

* При составлении таблицы использованы все 134 исследованные галактики.

В табл. 3 приведены средние значения отношений больших осей к малым для галактик разных групп. Рассмотрение таблицы показывает, что эти отношения существенным образом не отличаются друг от друга, то есть нет больших различий между средними наклонами галактик различных групп, что могло иметь воздействие на оценки их центральных частей. Однако, возможно, что слабые звездообразные или расщепленные ядра могли иногда не быть обнаруженными у галактик с большим, чем среднее значение, наклоном и потому обозначенных баллами 1 или 2. (Значения фотографических величин галактик и отношения их осей взяты из каталога Ж. и А. де Вокулеров [3]).

Таблица 3*

балл	1	2	2*	3	4	5
D/d	2.1	2.0	1.6	1.7	1.7	1.5

Большой интерес представляет сравнение результатов оптического исследования ядер галактик с данными радионаблюдений тех же галактик. Такое сравнение позволяет выявить зависимость наличия радиоизлучения от структуры ядерных областей галактик и тем самым определить активные фазы ядер в их эволюции. Результаты исследования радиометодами 98 галактик из 134 даны в [4]. Сравнение оптических и радионаблюдений и обсуждение результатов будут представлены в [5].

В заключение автор выражает большую признательность директору обсерватории Маунт Стромло проф. Б. Боку, предоставившему возможность проведения настоящего исследования в обсерватории Сайдинг Спринг.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE NUCLEI OF SOUTHERN BARRED GALAXIES

H. M. TOVMASSIAN

The results of the investigation of the nuclei of 73 southern barred spirales are presented. Observations were made by 40" telescope of the Siding Spring Observatory (Australia). Observations confirmed the

* При составлении таблицы использованы все 134 исследованные галактики.

existence of definite differences in the structure of nuclear regions of galaxies detected earlier in the Byurakan Observatory [1, 2]. A new type of splitted nuclei is introduced. The distribution of all the 134 investigated galaxies according to the 5 mark classification is given (Fig. 1).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. Т. Каллолян, Г. М. Товмасын, Сообщ. Бюр. обс., №6, 31, 1964.
2. Г. М. Товмасын, Астрофизика, 1, 197, 1965.
3. G. de Vaucouleurs, A. de Vaucouleurs, Reference Catalogue of Bright Galaxies, The University of Texas Press, 1964.
4. Н. М. Товмасын, Australian J. Ph., 1966 (в печати).
5. Г. М. Товмасын, Астрофизика, 1966 (в подготовке к печати).

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

СЕНТЯБРЬ, 1966

ВЫПУСК 3

ЭЛЕКТРОСПЕКТРОФОТОМЕТРИЯ ЭМИССИОННЫХ ЛИНИЙ
λ 4686, 5411 He II ЗАТМЕННО-ДВОЙНОЙ ЗВЕЗДЫ
ВОЛЬФ-РАЙЕ V 444 ЛЕБЕДЯ = HD 193576

А. А. ГУСЕЙНЗАДЕ

Поступила 15 декабря 1965

Исправлена 22 июня 1966

Затменно-двойная звезда типа Вольф-Райе V 444 Лебедя (HD 193576) с периодом $4^d.21238$ была наблюдаена методом электроспектрофотометрии на 122 см телескопе Крымской астрофизической обсерватории АН СССР в течение 1962 — 1965 гг. Было получено 222 записи контура эмиссионной линии λ 4686, 77 записей для эмиссионной линии λ 5411 в 1964 г.

Обработка наблюдательного материала показала изменение эквивалентной ширины в течение ночи, от ночи к ночи и от года к году. Подобные изменения показывает эмиссионная линия λ 5411.

Наблюдениями с шириной полосы 30 Å обнаружено изменение непрерывного спектра свободного от влияния эмиссионных линий порядка $0^m.7$. На основе частой встречаемости изменений в непрерывном спектре по сравнению с линией излучения, предполагается возможность образования линий излучения и не рекомбинацией.

Двойная звезда V 444 Лебедя является затменно-переменной типа Вольф-Райе с периодом $4^d.21238$. Одна из компонент системы имеет спектр WN 6, а другая O 6. По данным ОКПЗ максимальный блеск системы $8^m.3$.

Основным элементом в звездах WR является гелий. Изучение его спектральных линий дает сведения о физическом состоянии атмосферы этих звезд.

В настоящей работе сильные эмиссионные линии λ 4686, 5411 He II впервые изучались методом фотоэлектрического сканирования. Целью работы было выявление возможных изменений в интенсивности и форме контуров в зависимости от фазы изменения блеска звезды.

Работа выполнена на интегрирующем электроспектрофотометре [1], монтированном в камере дифракционного спектрографа АСП-11, установленного в фокусе Нэсмита 122 см телескопа Крымской астрофизической обсерватории. Отношение фокусных расстояний камеры и коллиматора 1 : 10. Это позволило работать при ширине входной щели в 10 раз шире выходной. В этих условиях изображение звезды полностью провалилось в щель спектрографа. Нестабильность изображения звезды на щели практически исключилась, и свет регистрировался без потерь на входной щели.

В наших наблюдениях ширина выходной щели соответствовала 6 — 10 Å. Сканирующая щель была расположена в фокусе объектива камеры.

Область сканирования 160 Å проходила за 32 сек. Выходная щель, линза Фабри и фотоумножитель (EMI 9502 В с сурьмяно-цезиевым фотокатодом) двигались вместе.

Сигнал после предварительного усиления, подвижным контактом шагового коммутатора передавался на интегрирующие конденсаторы. Интегратор состоит из ста РС-ячеек. Для выделения начала прямого и обратного движения щели были заземлены соответствующие конденсаторы. Для регистрации темного тока путь светового потока закрывался автоматическим затвором. Запись накопленного заряда производилась электрометрическим усилителем постоянного тока типа „Кактус“, выходом которого являлся самопишущий потенциометр ЭПП-09. Надежность показания аппаратуры была выявлена наблюдением стандартных звезд. Соответствующие данные приводятся в табл. 1, в последнем столбце которой дана эквивалентная ширина, измеренная в соответствующие моменты. Наблюдения эмиссионной линии $\lambda 4686$ He II, V 444 Лебедя проводились в течение 1962, 63, 64 и 65 гг. Была произведена запись 41 раз с 30-ти кратным прохождением по спектру, 39 с 10-ти, 111 раз и 31 раз с 4-х, соответственно в указанные годы. Всего сделано 222 записи. Линия излучения $\lambda 5411$ He II была записана 77 раз в 1964 году. На рис. 1 представлен обычно наблюдаемый контур $\lambda 4686$ при прохождении спектра в двух направлениях.

Обозначение А соответствует началу записи, В — концу прохождения щели в прямом направлении и С — темновому току.

Непрерывный спектр коротковолновой части $\lambda 4686$ искажен слабыми линиями излучения, чего нет в длинноволновой части. В наших наблюдениях непрерывный спектр охватывал примерно 30 Å. По этому интервалу проводили его уровень.

Результаты определения эквивалентной ширины $\lambda 4686$ — $\lambda 5411$ приводятся соответственно в табл. 2 и 3. В них даны последовательно:

Таблица 1.

Звезда	Дата	Время всемирное	W (Å)
γ Лебедя H_{γ}	23—24.4.63	07 ^h 30 ^m	8.3 ± 0.0
		07 50	8.3 ± 0.0
		08 15	8.2 ± 0.1
λ Б. Медведицы H_{γ}	15—16.4.64	06 00	10.4 ± 0.1
		06 25	10.2 ± 0.2
		06 50	10.2 ± 0.3
		07 30	10.4 ± 0.2
H_{γ}	16—17.4.64	08 20	10.2 ± 0.1
HD 193077	27—28.4.65	10 45	31.7 ± 0.5
λ 4686		12 05	33.1 ± 1.6
HD 192163	31—1.5—6.65	10 40	104.4 ± 0.2
λ 4686	2—3.6.65	09 40	101.6 ± 2.9

номер наблюдения, его гелиоцентрический Юлианский момент, фаза в долях суток и эквивалентная ширина линий в ангстремах. Каждое значение эквивалентной ширины представляет среднее из значений, полученных при движении щели в двух направлениях. Для получения

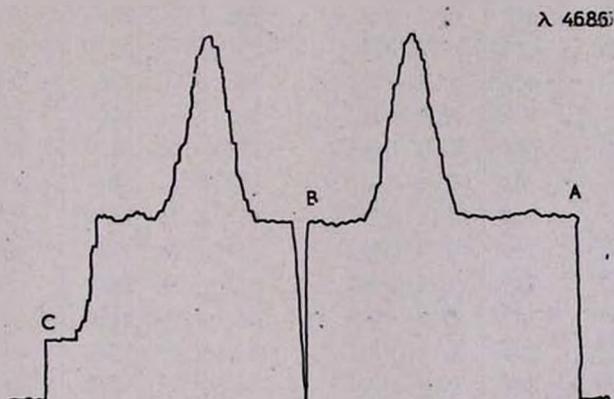


Рис. 1.

фаз наблюдения обработаны с начальной эпохой главного минимума, полученной Мюнцем [2] по спектральным данным:

$$M_{\text{in}} = \text{ЮД } 2428771^{\text{d}}379 + 4^{\text{d}}21238 E$$

Таблица 2

№	ЮД _⊙	φ	W	1	2	3	4
1	2	3	4				
	2437			36	347	457	31.1±0.2
1	883 ^d 366	0 ^d 609	20.0±0.5	37	361	471	30.4±0.4
2	416	659	17.3±0.2	38	370	480	65.6±1.3
3	445	688	17.5±0.3	39	386	496	29.6±0.3
4	885 ^d 393	1 ^d 636	26.3±0.1	40	399	509	25.6±0.8
5	409	652	33.8±0.0	41	928 ^d 479	3 ^d 598	44.2±0.3
6	422	665	37.3±0.6		2438		
7	433	676	25.5±0.1	42	158 ^d 477	1 ^d 915	38.8±0.8
8	445	688	26.3±0.5	43	487	925	38.6±0.2
9	921 ^d 423	1 ^d 817	33.6±0.6	44	515	953	42.6±0.6
10	457	851	23.6±0.6	45	159 ^d 513	2 ^d 951	36.6±0.2
11	519	913	29.7±0.9	46	273 ^d 319	3 ^d 023	69.1±0.7
12	923 ^d 363	2 ^d 695	31.7±0.3	47	350	054	96.7±0.0
13	924 ^d 243	3 ^d 575	36.0±0.0	48	274 ^d 281	3 ^d 985	52.3±0.7
14	257	589	42.4±0.4	49	291	995	44.4±0.5
15	271	603	43.5±0.6	50	318	4 ^d 022	35.7±1.3
16	286	618	40.5±0.4	51	447	151	25.3±0.5
17	298	630	45.0±0.4	52	296 ^d 240	0 ^d 670	78.0±2.0
18	311	643	40.3±0.3	53	259	689	93.1±2.1
19	323	655	34.7±0.4	54	270	700	79.3±1.6
20	336	668	39.9±0.0	55	285	716	73.6±1.6
21	347	679	39.4±0.6	56	320	750	74.0±0.4
22	359	691	42.0±0.3	57	334	764	67.3±0.6
23	370	702	41.6±0.4	58	347	778	80.1±1.7
24	382	714	40.1±0.0	59	361	792	83.5±2.2
25	392	724	41.7±0.0	60	370	801	122.4±1.9
26	402	734	50.9±0.6	61	393	824	129.0±1.0
27	925 ^d 238	0 ^d 347	37.0±0.8	62	315 ^d 277	2 ^d 857	52.6±0.6
28	250	359	37.2±0.2	63	333	913	36.6±0.4
29	260	369	35.2±0.7	64	316 ^d 249	3 ^d 828	54.1±0.4
30	271	380	37.9±0.2	65	259	838	38.9±0.9
31	284	393	39.3±0.3	66	268	847	36.6±0.2
32	295	404	38.3±0.2	67	282	861	39.3±0.9
33	314	423	41.5±1.0	68	290	869	39.8±1.0
34	325	434	37.8±0.6	69	310	889	39.5±0.1
35	334	443	32.1±0.7	70	331	910	39.8±0.9
				71	347	926	43.6±0.5
				72	354	933	34.0±0.8

№	ЮА ₀	φ	W				
				1	2	3	4
1	2	3	4				
73	370	949	38.4±0.8	110	423	130	38.7±0.6
74	412	991	37.7±0.5	111	430	137	41.3±0.8
75	336 ^d 185	2 ^d 704	33.0±0.7	112	437	144	41.2±0.2
76	210	728	33.7±1.0	113	445	152	40.7±0.9
77	228	746	31.8±0.9	114	457	168	33.8±0.6
78	340	758	27.7±1.0	115	468	175	38.1±3.5
79	369	787	75.0±1.0	116	480	187	42.3±0.9
80	392	810	28.5±0.8	117	504	211	37.0±0.8
81	406 ^d 182	1 ^d 090	40.7±0.7	118	511	218	36.4±0.8
82	199	107	38.6±0.9	119	517	224	33.2±1.0
83	222	130	40.1±1.1	120	526	233	36.9±1.6
84	606 ^d 372	3 ^d 298	43.4±0.6	121	531	238	33.3±1.8
85	381	307	34.9±1.8	122	539	246	39.2±2.7
86	608 ^d 429	1 ^d 143	32.5±0.1	123	610 ^d 429	3 ^d 143	31.5±0.3
87	446	160	38.4±0.8	124	440	154	32.2±0.8
88	461	175	37.7±1.0	125	447	161	42.0±0.9
89	479	193	54.8±6.4	126	455	169	32.1±0.0
90	486	200	38.3±0.8	127	470	184	31.4±0.9
91	495	209	43.3±1.1	128	479	193	40.0±1.0
92	503	217	39.0±1.0	129	488	202	33.1±0.4
93	513	227	36.7±1.0	130	495	209	31.4±0.7
94	520	234	32.0±0.6	131	503	217	34.5±0.5
95	527	241	36.2±0.6	132	510	224	34.4±0.1
96	541	255	33.6±1.2	133	521	235	32.1±0.8
97	546	260	35.0±0.2	134	528	242	38.7±0.8
98	609 ^d 289	2 ^d 003	31.3±1.0	135	533	247	42.4±0.1
99	302	019	42.8±0.6	136	612 ^d 313	0 ^d 814	41.6±0.1
100	311	028	31.6±0.3	137	325	826	31.0±0.0
101	320	037	39.4±1.8	138	333	834	38.6±1.0
102	336	057	39.9±3.8	139	372	873	33.0±1.0
103	343	060	36.6±0.1	140	381	882	36.1±0.6
104	349	066	32.9±0.6	141	388	889	36.9±0.5
105	356	073	35.6±1.2	142	394	895	37.6±0.5
106	365	082	39.9±1.0	143	401	902	35.8±0.2
107	372	089	40.4±1.0	144	407	908	31.1±0.8
108	388	095	36.2±0.5	145	422	923	40.7±0.6
109	405	112	36.3±0.7	146	613 ^d 508	2 ^d 009	37.6±0.6
				147	515	016	44.6±0.2
				148	624 ^d 346	0 ^d 210	33.4±1.1

№	ЮД _☉	φ	W		1	2	3	4
1	2	3	4					
149	402	266	18.1±0.6		186	451	191	34.6±0.4
150	422	286	44.8±0.5		187	667 ^d 263	1 ^d 003	43.0±0.3
151	429	293	25.4±1.5		188	273	013	38.1±1.0
159	434	298	34.6±0.9		189	317	057	35.4±0.6
153	441	305	25.6±0.4		190	334	074	35.8±0.5
154	629 ^d 496	1 ^d 148	26.8±0.8		191	681 ^d 253	2 ^d 356	38.0±0.4
155	502	154	36.4±0.1		192	908 ^d 433	2 ^d 068	32.0±0.0
156	513	165	31.6±0.6		193	468	103	36.6±2.1
157	575	227	40.0±2.5		194	487	122	37.0±0.4
158	640 ^d 527	3 ^d 754	37.0±0.4		195	910 ^d 407	4 ^d 042	42.5±1.0
159	546	773	28.0±1.0		196	434	069	43.0±2.0
160	552	779	43.1±0.1		197	920 ^d 335	1 ^d 333	20.3±1.0
161	558	785	32.0±0.5		198	361	359	21.5±0.6
162	565	792	36.6±1.1		199	922 ^d 339	3 ^d 337	34.5±0.7
163	572	799	35.9±1.0		200	959 ^d 404	2 ^d 490	23.5±1.5
164	577	806	24.9±0.3		201	411	497	32.7±1.1
165	581	810	25.4±0.9		202	429	515	24.0±0.5
166	645 ^d 457	0 ^d 259	64.9±1.1		203	447	2 ^d 533	25.6±0.8
167	654 ^d 537	0 ^d 915	35.2±0.4		204	458	544	25.7±0.00
168	565	943	40.6±0.5		205	475	561	21.0±0.3
169	573	951	49.8±0.9		206	492	578	21.9±0.7
170	656 ^d 244	2 ^d 622	43.9±0.6		207	498	581	26.0±1.8
171	253	631	39.0±0.5		208	507	593	25.1±0.5
172	261	639	39.6±0.4		209	520	605	25.0±0.5
173	270	648	40.1±0.6		210	532	618	37.4±0.0
174	279	657	37.6±0.4		211	966 ^d 511	1 ^d 172	17.0±0.5
175	513	691	36.0±0.8		212	529	190	23.9±0.9
176	522	700	36.1±3.0		213	992 ^d 432	1 ^d 819	28.4±0.1
177	526	704	40.3±0.5		214	450	837	28.5±0.3
178	657 ^d 352	3 ^d 730	42.0±0.7		215	507	894	28.4±0.6
179	363	741	34.9±0.1		216	517	904	30.2±1.2
180	375	753	42.0±0.2		217	531	918	28.1±0.5
181	666 ^d 252	4 ^d 171	38.0±0.4		218	535	922	42.8±0.8
182	267	186	39.6±0.8			2439		
183	282	202	36.8±0.2		219	027 ^d 222	2 ^d 910	33.7±1.3
184	417	0 ^d 168	35.2±1.0		220	239	927	35.0±0.5
185	445	185	39.3±0.1		221	028 ^d 187	3 ^d 875	15.8±0.6
					222	200	898	26.9±0.9

Данные табл. 2 представлены на рис. 2, где полыми кружками обозначены результаты 1962 г., крестиками — 1963 г., черными кружками — 1964 г. и квадратиками — 1965 г.

Как видно из рис. 2, значение эквивалентной ширины меняется в течение одной ночи, от ночи к ночи, а также от сезона к сезону. Указанные отклонения были оценены по сравнению со средним значением и составляли: 7 \AA (1962 г.), 8 \AA (1963 г.), 12 \AA (1964 г.), 11 \AA (1965 г.), в течение одной ночи, 18 \AA , 10 \AA , 24 \AA и 22 \AA от ночи к ночи и 11 \AA , 14 \AA , 18 \AA и 21 \AA от сезона к сезону. Эти данные по-

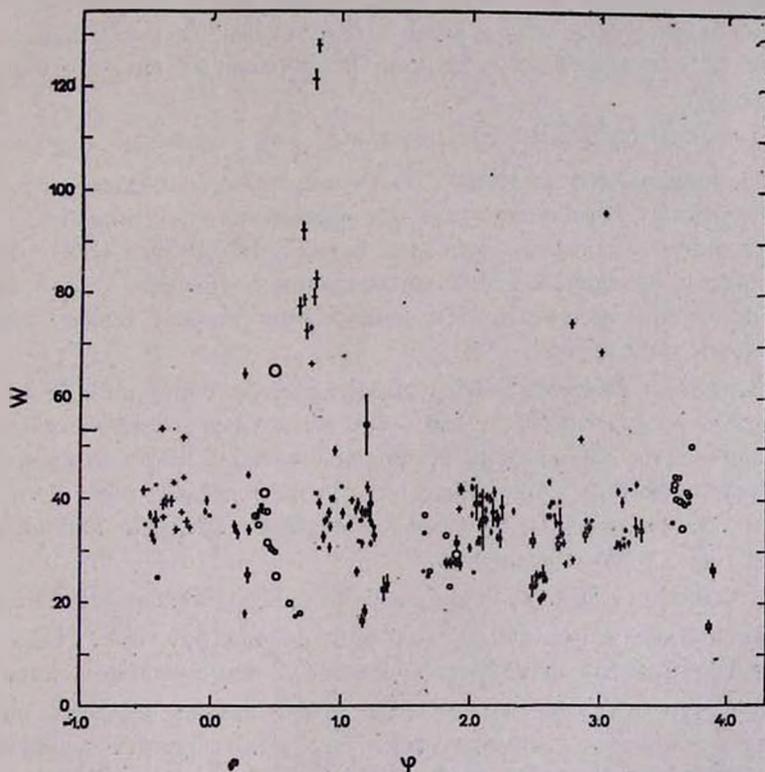


Рис. 2.

казывают, что изменений больше в 1964 году. Но есть ли это указание на увеличение активности в звезде?

Отметим, что среднее значение эквивалентной ширины $\lambda 4686$ составляет 34.8 \AA (1962 г.), 38.6 \AA (1963 г.), 36.3 \AA (1964 г.) и

28 Å (1965 г.). По данным Мюнча она была порядка 80 Å. Уменьшение эквивалентной ширины можно объяснить рассеянием материи внешних частей оболочки звезды Вольф-Райе.

Из рис. 2 видно, что наблюдения каждого сезона показывают изменения по фазе. Кроме того, результаты 1965 г. меньше данных других лет.

В работе [3], посвященной трехцветной фотометрии звезды V 444 Лебеда, нами сделан вывод о наличии изменений эмиссионных линий λ 4686, 5411 He II. Непосредственное наблюдение линий подтверждает ранее сделанный вывод об их переменности.

Наличие эмиссионных линий является важной особенностью спектра звезды WR. Поэтому интерпретация наблюдений с широкополосными фильтрами встречается с большими трудностями, так как неизвестно, относится ли переменность к линиям, непрерывному спектру или к тому и другому.

Электроспектрофотометр позволил нам провести наблюдения участков непрерывного спектра с шириной 30 Å, свободных от влияния линий излучения. В качестве звезды сравнения служила HD 193681 (A 0), для контроля постоянства ее блеска HD 193514 (B 2). Непрерывный спектр указанных звезд записывался в области λ 4686 без изменения положения решетки. Эти наблюдения велись с 4-х кратным прохождением по спектру.

Сравнивался участок непрерывного спектра с шириной 30 Å длинноволновой стороны λ 4686 с теми же областями спектра указанных звезд. Результаты наблюдений приведены в табл. 4. Во втором столбце ее дается номер наблюдений, соответствующий ему в табл. 2, в третьем — блеск звезды, преобразованный по средней кривой в синих лучах [3] с учетом затмения.

Как видно из табл. 4, непрерывный спектр показывает переменность, максимальная амплитуда которой составляет 0^m.8. Надо отметить, что трехцветная фотометрия показала максимальное изменение 0^m.08. Ясно, что с сужением полосы пропускаемой области спектра амплитуда отклонений увеличивается. Это может являться следствием существования селективных изменений. Узкая полоса создает благоприятные условия для их наблюдения.

Представляет большой интерес получение зависимости амплитуды изменения блеска от ширины изучаемой области.

Характер изменения непрерывного спектра звезды показывает, что не все изменения в значениях эквивалентной ширины являются следствием переменности линии излучения. Просмотр всего наблюда-

№	ЮД _☉	φ	W	1	2	3	4
1	2	3	4				
	2438613			38	428	806	16.4±0.0
1	399	1 ^d 900	12.1±2.1	39	657 ^d 228	3 ^d 605	8.1±1.4
2	416	917	8.5±0.7	40	244	622	14.7±0.4
3	441	942	10.9±0.3	41	264	642	10.3±0.3
4	456	957	10.2±0.1	42	281	659	14.9±0.3
5	474	975	10.2±1.0	43	300	678	9.4±0.3
6	496	997	12.2±0.4	44	315	693	15.6±0.6
7	624 ^d 458	0 ^d 310	6.2±0.1	45	659 ^d 258	1 ^d 423	11.0±0.4
8	629 ^d 424	1 ^d 216	5.0±0.1	46	274	439	10.2±0.3
9	444	236	8.8±0.2	47	307	472	14.1±0.1
10	461	253	8.2±0.3	48	324	489	11.5±0.5
11	479	271	8.8±0.1	49	341	506	15.9±0.3
12	644 ^d 294	3 ^d 309	9.7±0.3	50	359	524	14.1±0.4
13	317	332	10.4±0.1	51	375	540	11.6±0.2
14	321	336	12.2±0.4	52	666 ^d 218	4 ^d 171	8.6±0.1
15	336	351	7.6±0.3	53	240	193	13.8±0.6
16	351	366	8.0±0.5	54	310	0 ^d 058	11.6±0.1
17	376	391	8.1±0.3	55	357	105	10.7±0.3
18	392	407	11.7±1.5	56	397	145	8.9±0.3
19	459	474	9.4±0.5	57	430	178	6.3±0.3
20	474	489	6.4±0.1	58	449	197	11.1±0.2
21	525	540	7.1±0.3	59	674 ^d 296	3 ^d 824	17.1±0.5
22	645 ^d 384	0 ^d 186	12.6±0.3	60	681 ^d 177	2 ^d 280	14.1±0.1
23	442	244	8.5±0.1	61	195	298	11.5±0.1
24	471	273	12.6±0.3	62	210	313	12.2±0.2
25	509	311	11.2±0.1	63	225	328	14.6±0.3
26	654 ^d 473	0 ^d 850	10.8±0.2	64	686 ^d 244	3 ^d 135	10.6±0.0
27	490	867	13.7±0.5	65	270	161	14.1±0.1
28	507	884	9.4±0.2	66	285	176	12.9±0.1
29	523	900	7.1±0.1	67	304	195	13.0±0.4
30	656 ^d 231	2 ^d 609	10.8±0.2	68	320	211	9.7±0.2
31	248	626	13.2±1.6	69	337	228	7.6±0.2
32	273	651	15.5±0.5	70	350	241	12.0±0.2
33	292	670	13.6±1.0	71	370	261	13.4±0.2
34	358	736	13.5±0.5	72	700 ^d 175	0 ^d 216	10.6±0.1
35	374	752	12.5±0.5	73	195	236	11.9±0.1
36	396	774	11.1±0.5	74	215	256	10.4±0.4
37	413	791	9.0±0.2	75	701 ^d 163	1 ^d 204	17.5±0.2
				76	278	319	10.1±0.1
				77	302	343	14.7±0.3

Таблица 4

Дата	№	Δm	Дата	№	Δm
18—19.9.64			27—28.5.65		
1	178	$-0^m071 \pm 0.009$	13	192	$-0^m118 \pm 0.011$
2	179	-0.279 ± 0.000	14	193	-0.041 ± 0.008
3	180	-0.076 ± 0.014	29—305.65	195	$+0.047 \pm 0.010$
27—28.9.64			15	196	$+0.300 \pm 0.016$
4	181	$+0^m020 \pm 0.000$	16	205	-0.225 ± 0.022
5	182	$+0.008 \pm 0.046$	17—18.7.65	209	-0.237 ± 0.012
6	183	$+0.029 \pm 0.025$	17	213	-0.232 ± 0.036
7	184	-0.140 ± 0.038	18		-0.030 ± 0.007
8	185	$+0.002 \pm 0.007$	19—20.8.65		-0.227 ± 0.011
9	186	-0.242 ± 0.024	19		$+0.029 \pm 0.013$
28—29.9.64			20	214	-0.225 ± 0.022
10	189	$-0^m292 \pm 0.011$	21	215	-0.237 ± 0.012
11	190	-0.323 ± 0.000	22	216	
12—13.10.64			23—24.9.65		
12	191	$-0^m224 \pm 0.006$	23	219	$-0^m097 \pm 0.030$
			24	220	$+0.045 \pm 0.005$
			24—25.9.65		
			25	221	$-0^m486 \pm 0.014$

тельного материала показал, что в большинстве случаев меняется непрерывный спектр. В этом легко убедиться наложением контуров разных времен — они совпадают друг с другом, отличаясь только уровнем непрерывного спектра. Определенное таким способом различие в непрерывном спектре доходит до 0^m7 , но чаще оно порядка 0^m2 — 0^m6 . Согласно рекомбинационному механизму образования линий излучения, следовало бы ожидать изменения в линиях так же часто, как и в непрерывном спектре. Как отмечено выше, это не наблюдается. Поэтому или нужно предположить, что верхние слои оболочки, ответственные за образование эмиссионных линий, являются прозрачными для излучения нижних слоев, или линии образуются другими причинами. Эквивалентные ширины линий $\lambda 5411$ приводятся в табл. 3. Эти данные представлены на рис. 3.

Как видно из рисунка, имеется изменение в значениях эквивалентной ширины. По сравнению со средним значением это изменение составляло в течение ночи 4 \AA , от ночи к ночи 9 \AA и за год 6 \AA .

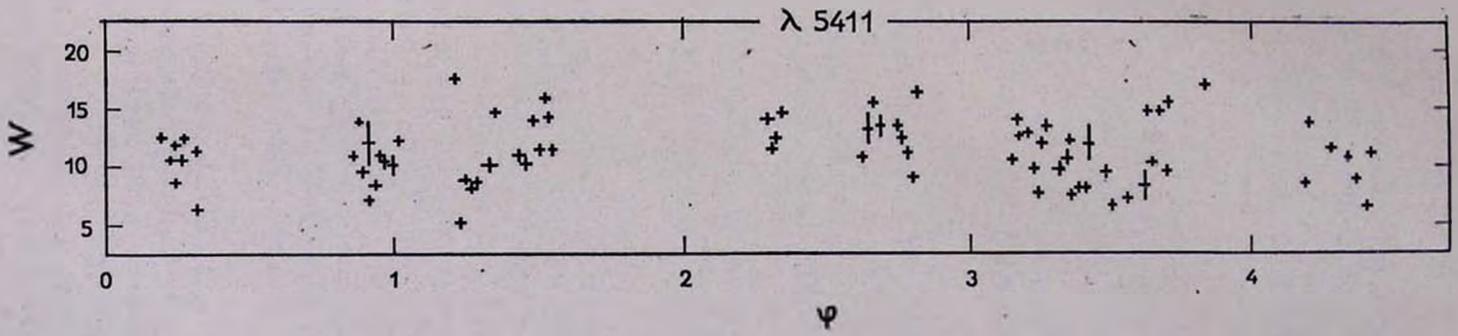


Рис. 3.

Из рис. 3 видно, что при фазе $1^{\text{д}}50$ и $2^{\text{д}}50$ эквивалентная ширина больше по сравнению с положениями до и после главного минимума фазы. На основе трехцветных и электроспектрофотометрических наблюдений можно следующим образом разделить обнаруженные изменения в звезде V 444 Лебеда:

1. Изменение общего блеска системы за большой интервал времени. Уменьшился блеск системы в 1964 г. по сравнению с 1941 — 42 гг. и 1947 г. на $0^{\text{м}}4$ и $0^{\text{м}}3$ соответственно.

2. Максимальное значение блеска, отклоненного от среднего, увеличилось в 1964 г. по сравнению с 1941 — 42 гг. и 1947 г. на $0^{\text{м}}02$ и $0^{\text{м}}03$.

3. Кратковременные флуктуации блеска. О них сообщается и в [4]. Они происходят в течение не более 15 минут, обнаруживаются сравнительно редко и не во всех трех фильтрах. Как правило, они бывают по величине больше, чем изменения от ночи к ночи.

4. Изменение эквивалентной ширины линий λ 4686, 5411. Максимальное изменение в самих линиях равно 37 \AA .

5. Изменение в непрерывном спектре в узкой полосе составляет $0^{\text{м}}8$. Переменность линий и непрерывного спектра в узкой полосе являются резкими. Изменения блеска, измеренные широкополосными фильтрами плавные, а резкие изменения обнаруживаются редко. Вообще они связаны с плавными изменениями блеска от ночи к ночи.

За флуктуацией следует плавное изменение блеска. Главной особенностью этих изменений является то, что они появляются не во всех трех фильтрах одновременно. О времени их жизни можно судить по тому, что обнаруженная в одном наблюдении флуктуация не повторяется в следующем. Один цикл трехцветных наблюдений занимает примерно 15 мин., и поэтому время жизни флуктуаций не превосходит 15 минут.

Если увеличение блеска системы, носящее флуктуационный характер, можно понимать как следствие нестационарного поверхностного образования большого масштаба, то такое уменьшение блеска требует дополнительных предположений.

Если вообще изменение блеска связать с поверхностным образованием, то можно предполагать, что наблюдаемое изменение блеска

в фиолетовом, синем и желтом лучах соответствуют среднему распределению энергии в спектре этих поверхностных образований.

Автор искренне благодарен В. Б. Никонову и Н. А. Димову за постоянное внимание к работе и за помощь при ее выполнении.

Шемахинская астрофизическая
обсерватория

ELECTROSPECTROPHOTOMETRY OF THE λ 4686, 5411 He II EMISSION LINES OF THE ECLIPSING BINARY WOLF-RAYE V 444 CYGNUS = HD 193576

A. A. GUSEINZADE

The investigation was made with the help of the 122cm telescope by photoelectric lobe switching at the Crimean astrophysical observatory.

The variability of the λ 4686, 5411 He II emission lines intensity and the change of the continuous spectrum are revealed.

It is also found that the variability of lines is rather rare phenomenon as compared to the change of the continuous spectrum.

It is shown that with the narrowing of the observed spectral region band up to 30 \AA , the amplitude of the brightness deviation increases from $0^m.08$ to $1^m.0$.

It is supposed that the main mechanism of the formation of emission lines is not a recombination and that the upper layers of the envelope are transparent for radiation of the lower layers.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Н. А. Димов, *Астрон. ж.*, 37, 454, 1960.
2. G. Mills, *Ap. J.*, 122, 235, 1950.
3. А. А. Гусейнзаде, *Переменные звезды*, 15, 555, 1955.
4. G. E. Kron, K. S. Gordon, *Ap. J.*, 97, 311, 1947.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

СЕНТЯБРЬ, 1966

ВЫПУСК 3

О ПЕРЕМЕННОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ β ЛИРЫ

О. С. ШУЛОВ

Поступила 27 июня 1966

Сообщаются результаты поляризационных наблюдений β Лиры в 1964—1965 гг. Наблюдаемые изменения поляризации объясняются рассеянием света в газовом потоке.

Летом 1964 года нами были начаты поляриметрические наблюдения 14 тесных двойных звезд с целью обнаружения и изучения поляризации, имеющей не межзвездное происхождение, которую далее мы будем именовать „собственной“. Использовался одноканальный фотоэлектрический поляриметр, осуществленный на базе астрофотометра АФМ-6 и установленный на 50-см рефлекторе АЗТ-14 Бюраканской базы АО ЛГУ [1]. Наблюдения велись без применения светофильтров, эффективная длина волны аппаратуры определялась в основном спектральной чувствительностью сурьмяно-цезиевого фотокатода и составляла примерно 0.45 мк.

Намеченная программа наблюдений тесных двойных была выполнена в течение 1964 и 1965 гг., причем наблюдения 1964 года носили поисковый характер, так как к моменту начала нашей работы никаких твердо установленных наблюдательных подтверждений реального существования „собственной“ поляризации фактически известно не было. Наблюдения 1964 года позволили нам выявить наличие переменной составляющей в наблюдаемой поляризации у затменных переменных U Стрелы, V 444 Лебеда, Z Лисички, RY Персея и β Лиры, при этом новые наблюдения β Лиры не полностью подтвердили результат нашей старой работы, основанной на наблюдениях 1958—1960 гг. [2].

В 1965 году были продолжены наблюдения лишь тех звезд, поляризация которых была найдена переменной. Появившаяся к этому

времени работа Шаховского [3] показала правильность наших предварительных выводов и побудила добиваться для звезд, оказавшихся вошедшими в список из работы [3], выявления тех деталей, которые могли остаться незамеченными Шаховским.

Список 767 выполненных нами индивидуальных наблюдений вместе с описанием применявшейся методики публикуется в [4], здесь же мы остановимся на результатах, полученных для β Лиры.

К настоящему времени для этой звезды имеются подробные исследования Шаховского [3] и Аппензеллера [5], несколько различающиеся между собой в деталях, и довольно отрывочные, хотя и согласующиеся с [3] и [5], наблюдения Серковского [6]. В табл. 1 приведены результаты 61 нашего наблюдения β Лиры [4], а на рис. 1 они представлены графически вместе с наблюдениями из работ [3, 5, 6].

Таблица 1

№ п/п	f	n	$p \pm \sigma_p$ (%)	$\theta \pm \sigma_\theta$
1	0.052	4	0.75 ± 0.16	$159.5 \pm 6^\circ$
2	0.075	4	0.65 ± 0.09	160.0 ± 4
3	0.149	2	0.67	158.5
4	0.228	3	0.68 ± 0.08	151.0 ± 3
5	0.318	2	0.75	157.5
6	0.372	4	0.63 ± 0.06	158.5 ± 3
7	0.455	6	0.33 ± 0.04	165.5 ± 3
8	0.516	8	0.53 ± 0.06	161.0 ± 3
9	0.534	5	0.44 ± 0.10	152.0 ± 7
10	0.611	3	0.69 ± 0.07	160.0 ± 3
11	0.687	1	0.80	153.0
12	0.760	6	0.71 ± 0.06	157.5 ± 3
13	0.829	3	0.58 ± 0.10	157.0 ± 5
14	0.915	3	0.53 ± 0.05	156.5 ± 3
15	0.983	4	0.80 ± 0.17	165.5 ± 6
16	0.995	3	0.63 ± 0.04	153.0 ± 2

В столбце 2 табл. 1 даны фазы нормальных точек от элементов [7], в столбце 3 — число наблюдений, вошедших в нормальную точку, в остальных двух столбцах — параметры поляризации p (%) и θ (в экваториальных координатах), полученные путем усреднения относительных параметров Стокса p_x и p_y индивидуальных наблюдений.

Из рис. 1 видно, что наши наблюдения наиболее близко согласуются с результатами Аппензеллера, относящимися к осени 1964 года. Наблюдения Шаховского, сделанные в 1961 году, систематически ложатся несколько выше; это можно рассматривать как указание на возможную нестабильность кривой изменений поляризации β Леры.

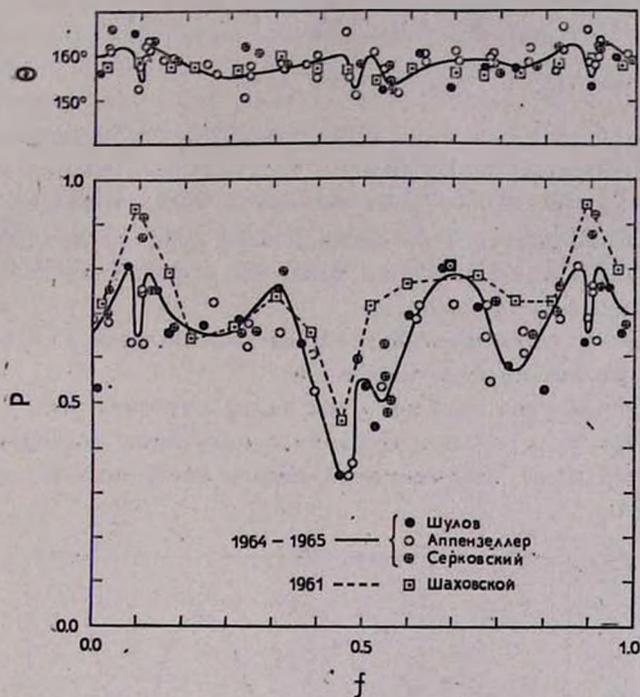


Рис. 1. Зависимость параметров поляризации от фотометрической фазы.

Сплошной линией на рис. 1 проведены средние кривые зависимости параметров поляризации от фотометрической фазы f по всем имеющимся наблюдениям, относящимся к 1964—1965 гг. Позиционный угол θ плоскости поляризации (под которой здесь понимается плоскость преимущественных колебаний электрического вектора) меняется незначительно и его можно считать примерно постоянным.

Для выделения „собственной“ поляризации звезды необходимо исключить межзвездную поляризацию. Из постоянства θ и из распределения межзвездной поляризации в окрестностях β Леры [8] можно заключить, что в данном случае имеется примерное совпадение плоскостей межзвездной и наблюдаемой поляризаций. Поскольку в затменной системе маловероятно ожидать перемены знака поляризации в течение периода (относительно линии узлов орбиты), то возможны лишь

следующие соотношения между параметрами межзвездной (индекс „м“), наблюдаемой и „собственной“ (индекс „*“) поляризации:

- 1) $p_m \ll \min p_{\text{набл.}}$; θ_m не имеет значения;
- 2) $p_m \leq \min p_{\text{набл.}}$; $\theta_m = \theta_* = \theta_{\text{набл.}}$;
- 3) $p_m \leq \min p_{\text{набл.}}$; $\theta_m = \theta_* \pm 90^\circ = \theta_{\text{набл.}} \pm 90^\circ$;
- 4) $p_m > \max p_{\text{набл.}}$; $\theta_m = \theta_* \pm 90^\circ = \theta_{\text{набл.}}$;

Судя по показателям цвета β Лиры [7] и наблюдаемым у соседних звезд величинам межзвездной поляризации, наиболее вероятно соотношение 2, и $p_m = 0.30\%$, по-видимому, будет недалеко от истины.

Вычитая это значение из наблюдаемых величин p , получаем „собственную“ поляризацию, которая меняется с фазой из-за совокупного действия следующих причин:

- 1) затмение звездами-компонентами той области, которая ответственна за возникновение поляризации;
- 2) изменение угла, под которым видна эта область;
- 3) изменение доли поляризованного излучения в общем световом потоке системы из-за переменности самого этого потока, выражаемого кривой блеска.

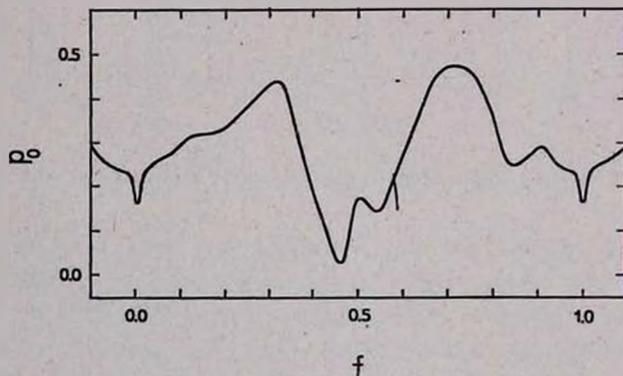


Рис. 2. Зависимость количества поляризованного света (в процентах) от фазы. За 100% принята светимость β Лиры в максимуме блеска.

От влияния последнего фактора можно избавиться, зная кривую блеска затменной, и получить количество поляризованного света $p_0(\%)$ в системе, изменения которого обусловлены только первыми двумя причинами. На рис. 2 показана зависимость p_0 от фазы f для β Лиры, полученная по кривой блеска из [7] в предположении, что $p_m = 0.30\%$, $\theta_m = 158^\circ$.

Большое падение количества поляризованного света вблизи фазы 0.5, по-видимому, естественнее всего объясняется почти полным затмением главной звездой области, ответственной за возникновение „собственной“ поляризации, локализованной где-то около спутника и между компонентами. Именно о такой локализации свидетельствуют максимумы p_0 на фазах 0.3 и 0.7, соответствующие оптимальным условиям видимости поляризующей области. Однако, размер области, вносящей поляризацию, должен быть больше диаметра звезды-спутника, так как около фазы 0.0 меньшая звезда, по-видимому, затмевает ее не полностью, вызывая уменьшение p_0 лишь на половину от максимального значения.

Что касается реальной физической природы поляризующей области, то ее вероятнее всего отождествлять с газовым потоком, идущим от главной звезды, огибающим спутник и создающим кольцеоб-

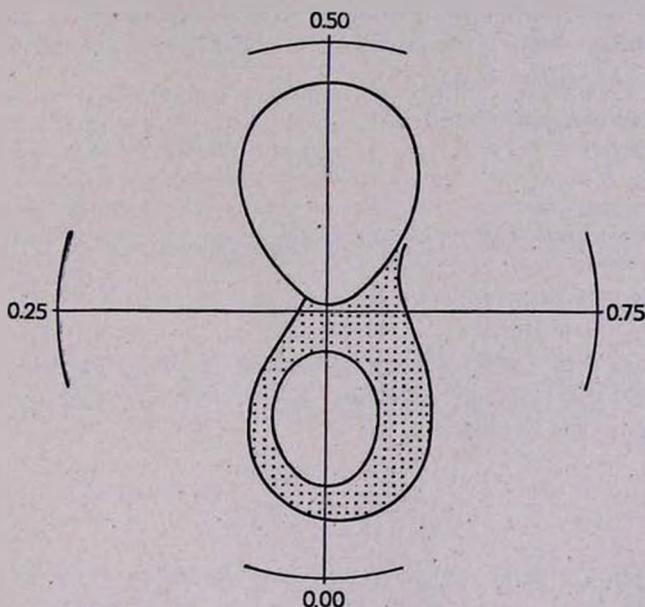


Рис. 3. Предлагаемая схема газового потока β Лыры. В плоскости орбиты поток образует почти плоский слой. На дугах окружностей отмечены направления на наблюдателя в соответствующих фазах.

разное образование вокруг последнего. Примерная геометрия потока, способная объяснить в основных чертах наблюдаемую зависимость $p_0(f)$, дается на рис. 3. Асимметричная конфигурация потока относительно спутника вытекает из смещения минимума p_0 на фазу 0.46 и согласуется с основными выводами динамики. Некоторые второстепенные де-

тали, показанные на рис. 2, истолковать пока трудно, да и сама их реальность находится под сомнением.

Такая интерпретация практически совпадает с интерпретацией, данной Шаховским в [3], как качественно, так и количественно, если судить по нашим предварительным оценкам массы газового потока (примерно $3.5 \times 10^{-7} M_{\odot}$).

Заслуживают внимания отмеченные выше и показанные на рис. 1 различия в кривых изменения поляризации, относящихся к 1961 и к 1964—1965 гг. В рамках данной здесь интерпретации они должны свидетельствовать о том, что в 1961 году газовая оболочка β Лирь была более протяженной, поскольку в главном минимуме увеличение p было больше, а глубина и ширина минимума на фазе 0.46 — меньше.

В заключение отметим, что поляриметрические наблюдения могут оказаться очень полезными при изучении нестационарных звезд не только из-за даваемой ими дополнительной информации, но и в силу своей высокой точности, позволяющей изучать тонкие эффекты порядка тысячных долей сигнала.

Ленинградский государственный
университет

ON THE POLARIZATION VARIABILITY OF β LYRAE

O. S. SHULOV

The results of polarization observation of β Lyrae in 1964—1965 are reported. Polarization variations apparently are due to light scattering in a gaseous stream.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Домбровский и др., Труды АО ЛГУ, 22, 83, 1965.
2. О. С. Шулов, Труды АО ЛГУ, 19, 155, 1962.
3. Н. М. Шаховской, Астрон. ж., 41, № 6, 1964.
4. О. С. Шулов, Труды АО ЛГУ, 24, (в печати).
5. I. Appenzeller, Ap. J., 141, 1390, 1965.
6. K. Serkowski, Ap. J., 142, 397, 1965.
7. D. Wood, M. Walker, Ap. J., 131, 363, 1960.
8. J. Hall, Publ. U. S. Naval obs., 17, 275, 1958.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

СЕНТЯБРЬ, 1966

ВЫПУСК 3

АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫЙ И СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
КРИВЫХ БЛЕСКА SS Cyg, Z Cam и RU Peg

Ф. И. ЛУКАЦКАЯ, Г. А. ПОЛИЩУК

Поступила 12 мая 1966

Статья содержит результаты автокорреляционного и спектрального анализов длительных рядов наблюдений блеска SS Cyg, Z Cam и RU Peg. Вычисления нормированных автокорреляционных функций велись по приведенной в тексте формуле. Она пригодна для автокорреляционного анализа длительных рядов с пробелами и произвольным распределением наблюдений во времени в случаях, когда эти ряды заключают в себе основные статистические закономерности процесса и максимальный автокорреляционный сдвиг значительно меньше длительности ряда. Вычисления велись на электронной машине М-20 по двум программам: с единичными интервалами в $1^d 0$ и $0^d 1$ для сдвигов от одного до ста интервалов. Полученные автокорреляционные функции трех исследованных переменных подобны. Они свидетельствуют о случайном и стационарном характере наблюдаемых процессов изменения блеска. Последние представляются суммой некоррелированных случайных процессов вида

$$m(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) + \sum_{l=1}^n \left\{ B_l \cos(\omega_l t + \psi_l) + \varepsilon_l \right\},$$

где A , φ и ε_l — случайные величины, ω_l — несоизмеримые близкие частоты, а n , по-видимому, не превышает трех.

Для отыскания закономерностей в изменении блеска трех типичных переменных типа U Gem: SS Cyg, Z Cam и RU Peg значения их блеска рассматривались как случайные последовательности. В качестве однородных и длительных рядов наблюдений использовались визуальные наблюдения [1]. По ним определялись средние значения блеска \bar{m} и разности между наблюдаемыми и средними значениями. Затем вычислялись

$$r_{\tau} = \frac{\sum_{l=1}^{n_{\tau}} u_l u_{l+\tau}}{\sqrt{\sum_{l=1}^{n_{\tau}} u_l^2 \sum_{l=1}^{n_{\tau}} u_{l+\tau}^2}}, \quad (1)$$

где $u_l = m_l - \bar{m}$ — тот член последовательности, для которого имеется член $u_{l+\tau} = m_{l+\tau} - \bar{m}$, смещенный на τ единичных интервалов времени. Единичный интервал времени (Δt) — наименьший сдвиг во времени между наблюдениями. Легко убедиться, что если рассматриваемый ряд включает в себе основные статистические закономерности процесса изменения блеска, подсчитанная по формуле (1) функция r_{τ} практически совпадает с нормированной автокорреляционной функцией R_{τ} полного ряда из N наблюдений, расположенных через равные интервалы времени Δt , и теми же крайними моментами. Действительно, мысленно представим себе полный ряд состоящим из членов u_l и u'_l , где u'_l — те члены полного ряда, для которых при выбранном сдвиге τ не может быть получено произведение $u'_l u'_{l+\tau}$ из-за пропуска одного или обоих членов произведения. Пусть число u_l будет n_{τ} , а u'_l — n'_{τ} . Тогда

$$n_{\tau} + n'_{\tau} = N - \tau$$

и, согласно [2],

$$\frac{n_{\tau}}{n_{\tau} - 1} \overline{u_l^2} = \frac{n'_{\tau}}{n'_{\tau} - 1} \overline{u'^2_l}, \quad \frac{n_{\tau}}{n_{\tau} - 1} \overline{u_l u_{l+\tau}} = \frac{n'_{\tau}}{n'_{\tau} - 1} \overline{u'_l u'_{l+\tau}} \quad \text{и} \quad (2)$$

$$\frac{n_{\tau}}{n_{\tau} - 1} \overline{u_{l+\tau}^2} = \frac{n'_{\tau}}{n'_{\tau} - 1} \overline{u'^2_{l+\tau}}.$$

Но так как рассматриваемый ряд включает в себе основные статистические закономерности процесса изменения блеска переменной, то, согласно [3], N — число порядка сотен или тысяч, $\tau_{\max} \ll N$, а n_{τ} и n'_{τ} — большие числа порядка $\frac{N}{2}$. Тогда из соотношений (2) и формулы (1) следует, что практически $r_{\tau} = R_{\tau}$. Для проверки формулы (1) с $\Delta t = 1^{\text{д}}$ и τ от единицы до ста была вычислена r_{τ} для Т Сеп [1] с $P = 90^{\text{д}}60$ по [4]. Полученная коррелограмма (рис. 1), нам кажется, свидетельствует о возможности корреляционного анализа рядов с пробелами с помощью формулы (1), если число наблюдений и длительность ряда достаточно велики, а $\tau_{\max} \ll N$. Эти условия выполняются для рассмотренных рядов наблюдений SS Cyg, Z Cam и RU Peg. Пред-

положение же о том, что эти ряды заключают в себе основные закономерности процессов изменения блеска, подтверждается тем, что построенные по ним функции распределения блеска имеют характерные для этих переменных формы [3].

Вычисления корреляционных функций r_τ и спектральных плотностей*

$$S(P) = \frac{2}{100} \sum_{\tau=0}^{100} r_\tau \cos \frac{2\pi}{P} \tau$$

велись на быстродействующей электронной машине М-20. В качестве единичных интервалов времени брались два значения: $\Delta t = 1^d 0$ и $\Delta t = 0^d 1$. В обоих случаях τ принимало значения от единицы до ста. Из-за ограниченности памяти машины, большие ряды разбивались на части. Вычисления r_τ и $S(P)$ для каждой части ряда велись независимо. В табл. 1 в строках с названиями звезд даны Юлианские дни начала и конца наблюдений и число наблюдений для всего ряда. В следующих строках даны те же сведения для частей рядов.

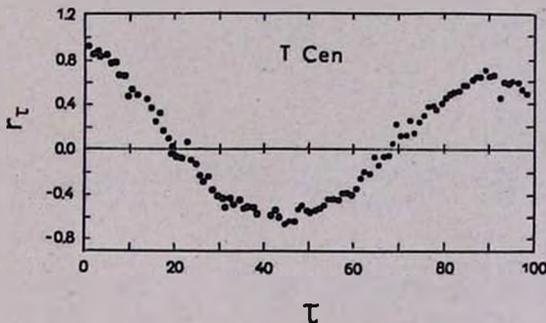


Рис. 1.

На рис. 2 кривые I и II представляют автокорреляционные функции $SS \text{ Cug}$ для двух последовательных интервалов времени, подсчитанные с $\Delta t = 1^d 0$. Их подобие, как и подобие кривых спектральных плотностей (I' и II') свидетельствует о стационарности корреляционных характеристик процесса изменения блеска, предсказанной В. А. Амбарцумяном для переменных типа Т Тау [5]. На кривой $\frac{I+II}{2}$ пунктиром нанесена кривая:

$$r_\tau = e^{-0.043\tau} \cos \frac{2\pi}{53.2} \tau + 0.1 \cos \left(\frac{\tau - 27}{40} \right) 2\pi. \quad (3)$$

* Была сделана попытка учесть веса r_τ с помощью множителя $\left(1 + \cos \frac{\tau}{100} \pi\right)$. Однако она привела к осцилляциям $S(P)$, возможно потому, что при $\tau_{\max} \ll N$ ошибки r_τ практически не зависят от τ .

Таблица 1

Звезда	JD 24...	Число наблюдений	Звезда	JD 24...	Число наблюдений
SS Cyg	28020 — 31892	9905	Z Cam	28066 — 31888	3261
I $\Delta t = 1^d 0$	28020 — 29530	1140*	I $\Delta t = 1^d 0$	28066 — 30430	1140*
II "	29419 — 31011	1140*	II "	30228 — 31799	1140*
I $\Delta t = 0^d 1$	28479.6 — 29066.4	1140*	I $\Delta t = 0^d 1$	28077.5 — 29251.8	1140*
II "	29066.7 — 29955.6	1140*	II "	29252.4 — 30906.7	1140*
III "	29956.5 — 30335.4	1140*	III "	30644.6 — 31887.9	600*
IV "	30336.4 — 31270.9	1140*	RU Peg	28007 — 31854	1229
V "	31271.9 — 31891.8	816*	$\Delta t = 1^d 0$	28007 — 31854	899*

* Число усредненных наблюдений.

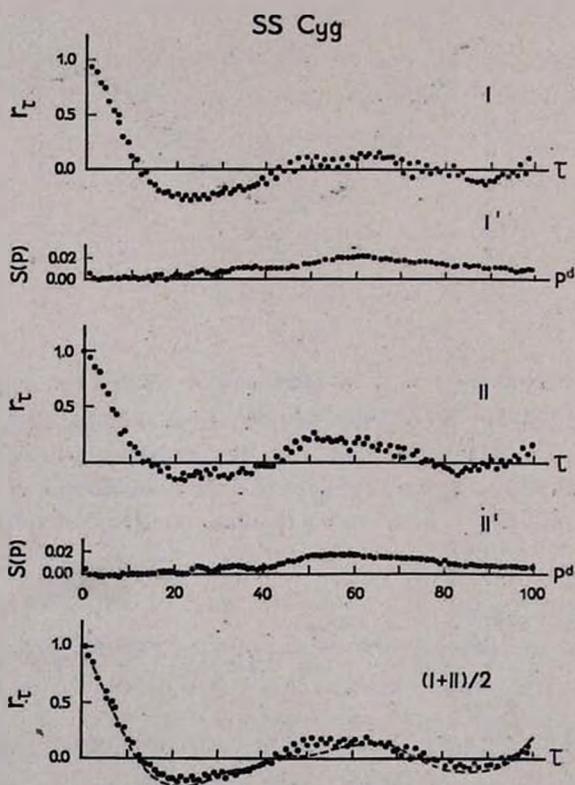


Рис. 2.

Вполне вероятно, что корреляционный анализ до больших τ приведет к необходимости добавить к формуле (3) еще одну или несколько гармоник. Из [6, 7] следует, что такие корреляционные функции наблюдаются у суммы некоррелированных случайных процессов вида

$$X(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) + \sum_{k=1} \{b_k \cos(\omega_k t + \psi_k) + \varepsilon_k\}, \quad (4)$$

где A , φ и ε_k — случайные величины. Такой характер изменения блеска SS Cyg согласуется с функциями спектральных плотностей, имеющими очень плоские максимумы, включающие периоды из формулы (3). Представление процесса изменения блеска SS Cyg суммой независимых

SS Cyg

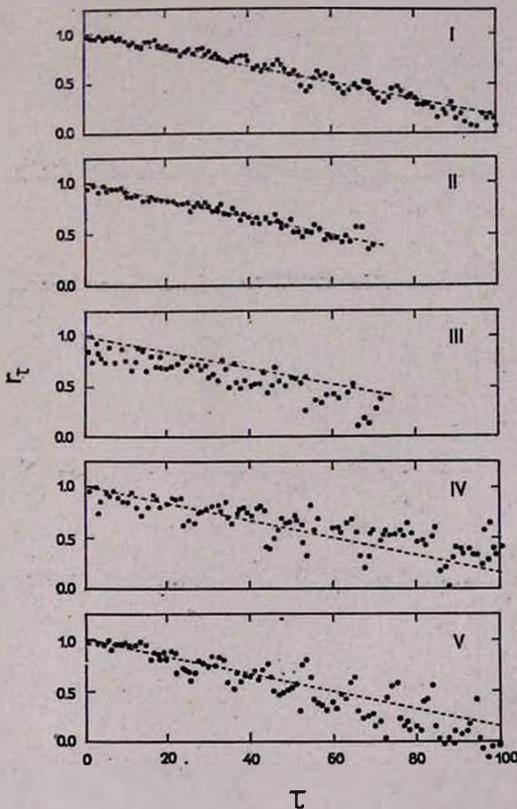


Рис. 3.

случайных процессов находится в согласии с результатами исследования функций распределения блеска [8]. Период в $53^d.2$ близок к продолжительности цикла изменения блеска ($51^d.9$) по [4].

На рис. 3 приведены корреляционные функции $SS \text{ Cyg}$ для пяти последовательных интервалов времени с $\Delta t = 0^d.1$. Пунктирные кривые вычислены по формуле (3). Из рис. 3 следует, что ряд наблюдений (III) длительностью в 370 дней даже при большом числе наблюдений довольно плохо представляет основные статистические закономерности процесса изменения ее блеска. По-видимому длительность ряда должна быть не менее 500 дней при числе наблюдений порядка 1000. Кривые 1 — 5 не показывают периодических изменений блеска с периодами меньшими 20 дней. Это, однако, не исключает возможности существования быстрых и непродолжительных изменений блеска типа затменных или вспышек, так как в [1] моменты наблюдений даны с точностью до $0^d.1$.

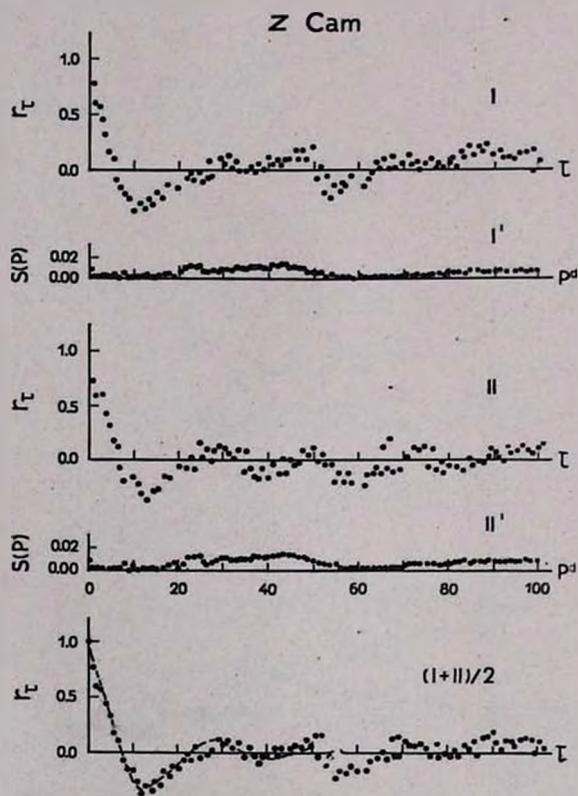


Рис. 4.

На рис. 4 приведены корреляционные и спектральные функции $Z \text{ Cam}$, подсчитанные независимо для двух последовательных интервалов времени с $\Delta t = 1^d.0$. (Кривые I, II, I' и II'). Из них следует стационар-

ный и случайный характер процесса изменения блеска Z Cam. Последняя кривая рис. 4 получена путем усреднения кривых I и II. Ее аналитическое выражение имеет вид

$$r_z = e^{-0.0875 \tau} \cos \frac{2 \pi}{26.9} \tau + \sum_k a_k \cos \left(\frac{2 \pi}{P} \tau + \psi_k \right).$$

Пунктиром нанесено первое слагаемое этого выражения. Второе, по-видимому, состоит из не менее двух несоизмеримых гармоник с периодами близкими к 20 дням. Этот период, близкий к периоду незатухающих осцилляций r_z , совпадает с продолжительностью цикла изменения блеска Z Cam по [4].

Z Cam

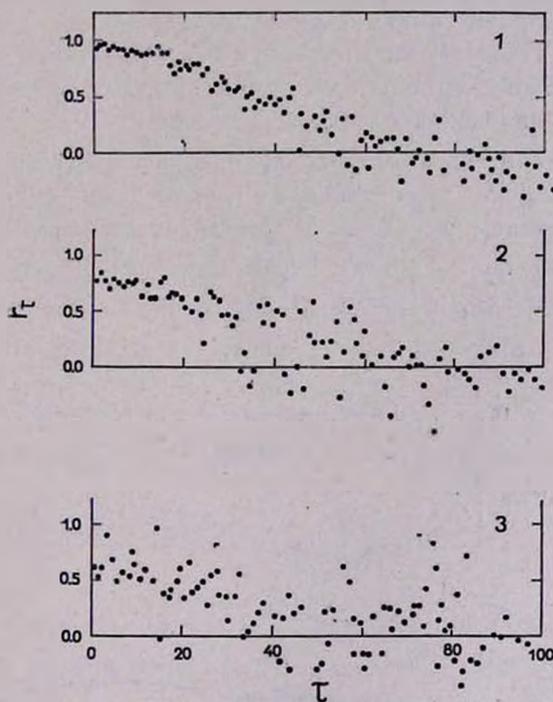


Рис. 5.

переменной. Процесс изменения блеска описывается формулой (4). Представление его суммой независимых случайных процессов согласуется с результатами исследования функций распределения блеска [8]. Кривые 1—3 рис. 5 представляют корреляционные функции Z Cam,

подсчитанные независимо для трех интервалов времени с $\Delta t = 0^d.1$. Они подтверждают стационарный характер процесса изменения блеска переменной и при разрешении в $0^d.1$. Из них видно, что у Z Cam не наблюдаются периодические изменения блеска с периодами, меньшими 6 дней. Как и в случае SS Cyg, это не исключает быстрые и непродолжительные изменения блеска через любые промежутки времени.

На рис. 6 приведены автокорреляционная и спектральная функции RU Peg. Пунктиром нанесена функция

$$r_{\tau} = e^{-0.16\tau} \cos \frac{2\pi}{55.4} \tau + 0.27 \cos \frac{2\pi}{70} \tau. \quad (5)$$

Она лишь напоминает кривую r_{τ} , в которую, по-видимому, входит несколько гармоник с несоизмеримыми периодами, близкими к 70 дням. Этот период совпадает с продолжительностью цикла изменения блеска RU Peg по [4]. Плоские максимумы на кривой спектральных плотностей, включающие периоды из формулы (5), свидетельствуют о случайной природе изменений блеска переменной.

Таким образом, из автокорреляционного и спектрального анализов изменений блеска трех типичных переменных типа U Gem следует, что изменения их блеска являются стационарными случайными процессами вида 4. Стационарность процесса в широком смысле, то есть повторение \overline{m} , функций распределения [3], корреляционных

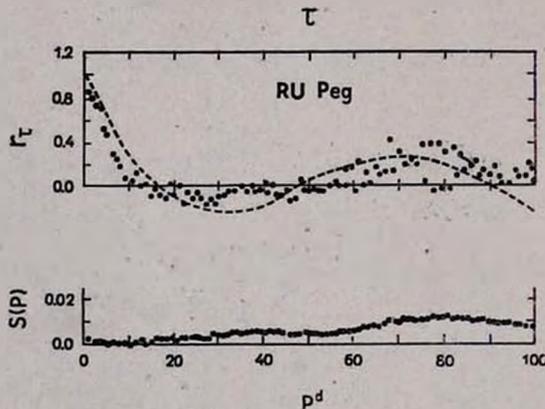


Рис. 6.

функций и функций спектральных плотностей, нам кажется, свидетельствует о реальности полученных закономерностей процессов изменения блеска. Она является также следствием того, что длительность рас-

смотренных рядов наблюдений мала по сравнению со сроками эволюции.

Авторы считают своим долгом вынести глубокую благодарность товарищам, обусловившим возможность выполнения настоящей работы, а именно: А. И. Гамяниной, проведшей счет на электронной машине, Л. Н. Литовченко и В. Сумаревой, подготовившим данные для счета.

ГАО АН УССР

AUTOCORRELATIVE AND SPECTRAL ANALYSIS OF LIGHT OF SS Cyg, Z Cam AND RU Peg

F. G. LUKATSKAYA, G. A. POLISHCHUK

The paper contains the results of autocorrelation and spectral analyses of long sequences of brightness observations SS Cyg, Z Cam and RU Peg. The calculations of normalised autocorrelative functions were carried out by formula, adduced in the text. The formula is suitable for autocorrelative analysis of the long time-series with gaps and arbitrary distribution of observations in time, when the series contain the main statistical regularities of the process and the maximum autocorrelative interval is considerably shorter than the series. The calculations were made with the help of the electronic machine M-20 by two programmes: with intervals $0^d.1$ and $0^d.1$ for $1 \leq \tau \leq 100$. The obtained autocorrelative functions for three mentioned stars are similar. They are typical for stationary stochastic processes which can be presented by the sum of uncorrelated stochastic processes of type:

$$m(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) + \sum_{i=1}^n \{\beta_i \cos(\omega_i t + \psi_i) + \varepsilon_i\}$$

where A , φ and ε_i are stochastic values; ω_i are close uncommensurable frequencies; and n apparently does not exceed of three.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Observations of variable stars by the American association of var. star observers, НА 104, 1938: 107, 1940: 110, 1945: 116, 1948.
2. В. С. Пугачев, Теория случайных функций, Физматгиз, М., 1962, 547, 551.
3. Ф. И. Лукацкая, Переменные звезды, 14, 4, 1962.

4. Б. В. Кукаркин, Ю. И. Ефремов, П. П. Паренато, П. Н. Холопов, „Общий каталог переменных звезд“, М., 1958.
5. В. А. Амбарцумян, сб. „Нестационарные звезды“, АН Арм ССР, Ереван, 1957, 10.
6. А. М. Яглом, Успехи математических наук, 7, 5, М., 1952.
7. М. С. Kendall, The advanced theory of statistics, v. II, 1951, 398, 407.
8. Ф. И. Лукацкая, Исследования по физике звезд и диффузной материи, „Наукова думка“, Киев, 1964.

ЗАВИСИМОСТЬ ПЕРИОД — РАДИУС ДЛЯ КЛАССИЧЕСКИХ ЦЕФЕИД

И. Н. ЛАТЫШЕВ

Поступила 24 июня 1966

Определены радиусы 83 цефеид и одной полуправильной переменной методом, предложенным автором. Получена зависимость период — радиус для классических цефеид:

$$\lg R = (11.926 \pm 0.029) + (0.804 \pm 0.026) \lg P.$$

Здесь радиус выражен в сантиметрах, а период — в днях. Цефеиды сферической составляющей имеют радиусы в 2—3 раза меньше, чем классические цефеиды того же периода. Полуправильная переменная UU Her по значению радиуса похожа на классические цефеиды.

1. *Введение.* В предыдущей статье [1] на примере η Aql был изложен метод определения радиусов цефеид. Следуя Весселинку [2], допускается существование однозначного соответствия между цветом и поверхностной яркостью хотя бы для отдельно взятой цефеиды. Тогда, если для какой-либо цефеиды имеются наблюдения блеска и показателя цвета, то при фазах с одинаковым показателем цвета можно написать [3, 4]:

$$\Delta m_R = - \frac{2.17 \cdot \Delta R}{R} \quad (1)$$

Допустим далее, что при постоянном радиусе приращение светимости линейно приращению показателя цвета. Тогда при фазах с одинаковым радиусом имеем

$$\Delta m_r = a \cdot \Delta C I. \quad (2)$$

Общее приращение блеска при изменении и радиуса, и показателя цвета может быть представлено в виде:

$$\Delta m = \Delta m_R + \Delta m_r = - \frac{2.17 \cdot \Delta R}{R} + a \cdot \Delta C I. \quad (3)$$

Здесь, как и в формуле (2), величина a для отдельно взятой цефеиды считается постоянной.

В формуле (1) ΔR есть величина изменения радиуса того слоя цефеиды, к которому относятся наблюдаемые блеск и показатель цвета, короче, к слою образования непрерывного спектра. Кстати, его толщина мала по сравнению с радиусом цефеиды, и ею можно пренебречь.

Величину ΔR непосредственно из наблюдений определить невозможно. Можно, конечно, проинтегрировать кривую лучевых скоростей, но лучевые скорости относятся к другим слоям цефеиды, которые пульсируют не так, как слой образования непрерывного спектра.

Если взять для цефеиды кривую V_r по линиям Fe I (λ 4046 Å, 4072 Å и т. д.) и сравнить ее с ожидаемой кривой V_r^* слоя образования непрерывного спектра, то оказывается следующее [1, 4]:

- а) Амплитуда V_r^* на 10% меньше амплитуды V_r ,
- б) Кривая V_r^* подобна кривой показателя цвета $B - V$, то есть справедлива формула

$$V_r^* = D \cdot (B - V) + F. \quad (4)$$

Величина D подбирается так, чтобы выполнялось условие а), а величина F должна быть такая, чтобы интеграл по периоду был бы равен нулю.

Условие а) было получено для δ Сер и η Аql [1, 4]. Это же справедливо и для Т Моп и SV Vul. Этот результат был получен по данным Сэнфорда [5] точно так же, как он был получен для двух первых цефеид. Таким образом, оказалось, что у всех исследованных цефеид с периодами от пяти дней до сорока пяти амплитуда пульсации возрастает по направлению от центра к периферии. Это справедливо не только для классических цефеид, но и для ряда других пульсирующих переменных звезд. Не вызывает сомнения рост амплитуды пульсации у RR Луг, в этом можно убедиться даже при беглом рассмотрении кривых, полученных Сэнфордом [6] по различным спектральным линиям. По наблюдениям Абта [7] такой же результат получается и для BL Her. Наблюдения Престона [8] показывают аналогичное явление еще для большой группы звезд типа RR Лиры. Вероятнее всего, рост амплитуды пульсации по направлению от центра к периферии существует у всех классических цефеид и у всех звезд типа RR Лиры.

Как V_r , так и V_r^* не есть еще скорость расширения или сжатия какого-либо слоя цефеиды, так как для перехода к ней следует еще учесть поправку за потемнение к краю и радиальное распределение скоростей по диску цефеиды. Это было сделано в [1]. Окончательные результаты следующие. Если обозначить

$$\Delta D_{i,0} = \int_{\Phi_0}^{\Phi_i} (-V_r^*) dt, \quad (5)$$

где Φ_0 и Φ_i — фазы, для которых определяется разность радиуса, то формула (1) будет иметь вид:

$$\Delta m_R = -\frac{2.78 \cdot \Delta D}{R}. \quad (6)$$

Здесь, как и в формуле (1), R можно считать средним радиусом цефеиды. Обозначим $\frac{2.78}{R}$ через b , тогда формула (3) будет иметь вид:

$$\Delta m = a \Delta CI - b \Delta D. \quad (7)$$

подавляющее большинство фотозлектрических наблюдений цефеид относятся к числу таких, когда блеск и цвет определялись одновременно. Выберем фазы Φ_0 и Φ_i , соответствующими наблюдениям. Для них можно составить разности

$$\begin{cases} \Delta m_{i,0} = m(\Phi_i) - m(\Phi_0) \\ \Delta CI_{i,0} = CI(\Phi_i) - CI(\Phi_0). \end{cases} \quad (8)$$

Чтобы не возникло опасных систематических ошибок, эти разности предлагается брать не со сглаженных кривых блеска и показателя цвета, а непосредственно из таблиц наблюдений. Тогда можно составить систему уравнений:

$$\Delta m_{i,0} = a \Delta CI_{i,0} - b \Delta D_{i,0} + c \quad (i = 0, 1, \dots, n-1). \quad (9)$$

Таких уравнений, где одна фаза Φ_0 — берется фиксированной, можно составить n штук, где n — число фотозлектрических наблюдений данной цефеиды, а c — новая неизвестная, которая вводится из тех соображений, что $m(\Phi_0)$ и $CI(\Phi_0)$ не являются, вообще говоря, совершенно точными величинами. Для определения величин a , b и c система (9) решается методом наименьших квадратов. Далее обычными путями определяются вес системы и средние квадратичные ошибки неизвестных.

Другими словами, уравнение (7) не что иное, как уравнение плоскости в трехмерном пространстве с координатами (D, CI, m) , причем начало координат находится в точке Φ_0 . Задача заключается в том, чтобы по точкам $\Phi_i (D_i, CI_i, m_i)$ найти наиболее вероятную плоскость методом наименьших квадратов. Понятно, что точки Φ_i , вообще говоря, не будут лежать точно на плоскости, так как их положение известно лишь приближенно.

Было бы неточно методом наименьших квадратов решать систему (7). Дело в том, что при этом будет автоматически следовать, что искомая плоскость проходит через начало координат, то есть это равносильно предположению того, что наблюдения при фазе Φ_0 являются точными. Свободный член, c , в формуле (9) необходим, следовательно, для того, чтобы плоскость через начало координат не проходила. Кстати, в этом случае плоскость не зависит от того, какая фаза выбрана за Φ_0 .

Радиус цефеиды определяется по формуле

$$R = \frac{2.78}{b} \quad (10)$$

в тех же единицах длины, в которых определялись величины $\Delta D_{i,0}$.

2. *Радиусы цефеид.* Изложенным выше методом можно определять радиусы цефеид. Но имеются лишь несколько цефеид, для которых есть все наблюдательные данные. Однако, с достаточной степенью точности можно привлечь и ряд других цефеид.

Чаще всего нет наблюдений лучевых скоростей по различным линиям, поэтому нельзя, как это делалось в [1] и [4], определить амплитуду кривой лучевых скоростей уровня образования непрерывного спектра. В этом случае допускалось, что амплитуда V_r уровня непрерывного спектра, то есть амплитуда V_r^* , меньше амплитуды V_r по линиям Fe I на 10%, как это было получено для δ Cep, η Aql, T Mon и SV Vul.

По наблюдениям V_r Стиббса [9] и фотовольтрическим наблюдениям Ирвина [10] была получена следующая зависимость между амплитудой V_r по линиям Fe I и амплитудой показателя цвета $B - V$:

$$A_{V_r} = (0.99 \pm 0.03) A_{B-V}. \quad (11)$$

Здесь и далее амплитуда кривой лучевых скоростей выражена в км/сек, а амплитуда кривой показателя цвета — в сотых долях

звездной величины. Принимая во внимание эту зависимость, можно принять, что

$$A_{V_r} = 0.9 A_{B-V}. \quad (12)$$

При пользовании этой формулой точность определения радиуса почти не уменьшается. Если нет наблюдений показателя цвета $B-V$, но есть наблюдения показателя цвета $P-V$, можно воспользоваться таким соотношением:

$$A_{V_r} = 0.8 A_{P-V}. \quad (13)$$

Если нет наблюдений ни того, ни другого показателя цвета из упомянутых выше и нет наблюдений лучевых скоростей, но есть наблюдения какого-либо другого показателя цвета, то определить амплитуду V_r все-таки можно, если известна зависимость между этим показателем цвета с каким-либо из двух: $B-V$ или $P-V$.

Результаты определения радиусов цефеид приведены в табл. 1. Первые три столбца ее понятны. В четвертом указано, в какой системе выбраны наблюдения блеска и показателя цвета. В пятом приводятся величины a , в шестом — их средние квадратичные ошибки, в седьмом приводятся значение величин b , в восьмом их средние квадратичные ошибки. В девятом столбце даются значения радиусов, вычисленные по формуле (9). В последнем столбце приводятся две ссылки, указывающие откуда взяты фотозлектрические наблюдения и лучевые скорости. Если ссылка только одна, значит, что лучевые скорости не использовались. Если использовалось несколько рядов наблюдений, указаны все результаты.

Таблица 1

№	Звезда	P	m, CI	a	σ_a	b	σ_b	R 10^6 км	ссылки
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	SU Cas	1 ^d .95	$V, B-V$	2.09	18	0.0334	692		[11] [12]
2	UY Eri	2.21	$V, B-V$	2.71	37	0.1803	882	15	[13]
3	DT Cyg	2.50	$P, P-V$	3.44	24	0.3249	700	9	[14] [15]
4	AY Cas	2.87	$V, B-V$	2.13	10	0.1034	241	27	[11]
5	EV Sct	3.02	$V, B-V$	1.63	9	0.1925	258	14	[16] [17]
6	RT Mus	3.09	$V, B-V$	2.04	6	0.1534	143	18	[10] [9]
7	AZ Cen	3.21	$V, B-V$	1.13	18	0.1828	392	15	[10] [9]
8	BY Cas	3.22	$V, B-V$	2.12	11	0.1349	221	21	[11]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9	R Tr A	3 ^d .39	V, B-V	1.85	7	0.0966	168	28	[10] [9]
10	DW Per	3.65	V, B-V	1.99	9	0.1122	145	25	[11]
11	UX Car	3.68	V, B-V	1.93	5	0.1335	149	21	[10] [9]
12	DF Cas	3.83	V, B-V	1.78	6	0.0834	143	33	[11]
13	AG Cru	3.84	V, B-V	2.03	4	0.0751	99	37	[10] [9]
14	BF Oph	4.07	V, B-V	1.67	10	0.1040	118	27	[10] [9]
15	SY Cas	4.07	V, B-V	2.07	5	0.1058	145	26	[11] [18]
16	AH Vel	4.23	V, B-V	2.12	14	0.0821	200	34	[10] [9]
17	V Vel	4.37	V, B-V	1.92	4	0.1133	118	24	[10] [9]
18	GI Car	4.43	V, B-V	1.94	17	0.0700	277	40	[10] [9]
19	T Vul	4.45	P, P-V	3.15	15	0.0483	296	58	[14]
20	FF Aql	4.47	P, P-V	3.78	30	0.1402	639	20	[14] [19]
21	V 482 Sco	4.53	V, B-V	1.83	6	0.1020	129	27	[10] [9]
22	T Vel	4.64	V, B-V	1.71	9	0.0836	169	33	[10] [9]
23	S Cru	4.69	V, B-V	1.77	5	0.0951	104	29	[10] [9]
24	CF Cas	4.88	V, B-V	1.65	6	0.0830	113	34	[20] [17]
25	AP PuP	5.08	V, B-V	1.84	4	0.0676	75	41	[10] [9]
26	V 381 Cen	5.08	V, B-V	2.16	9	0.0759	118	37	[10] [9]
26			V, U-V	1.66	3	0.0679	60	41	[22]
26			V, L-V	0.87	2	0.0748	77	37	[22]
27	δ Cep	5.37	J, V-J	0.39	1	0.0801	38	35	[23] [24] [25]
28	X Lac	5.44	V, B-V	1.70	9	0.0546	149	51	[11] [18]
29	SW Lac	5.44	V, B-V	1.82	5	0.0849	79	33	[11] [18]
30	V Cen	5.49	V, B-V	1.89	5	0.0763	81	36	[10] [9]
31	V 419 Cen	5.51	V, B-V	1.68	13	0.0488	122	58	[10] [9]
32	R Cru	5.83	V, B-V	1.86	9	0.0709	152	39	[10] [9]
33	RV Sco	6.06	V, B-V	1.99	5	0.0650	93	43	[10] [9]
34	KL Aql	6.11	V, B-V	1.83	7	0.0518	105	54	[13]
35	X Cru	6.22	V, B-V	1.90	9	0.0784	160	35	[10] [9]
36	RS Cas	6.30	V, B-V	1.93	9	0.0780	129	36	[13] [18]
37	S TrA	6.32	V, B-V	1.78	5	0.0447	104	62	[10] [9]
38	XX Sgr	6.42	P, P-V	3.15	17	0.1127	251	25	[14]
39	RR Lac	6.42	P, P-V	2.87	9	0.0457	107	61	[14]
40	V 378 Cen	6.46	V, B-V	1.81	8	0.0742	129	38	[10] [9]
41	T Cru	6.74	V, B-V	1.52	8	0.0707	63	39	[10] [9]
42	U Sgr	6.75	P, P-V	2.75	8	0.0692	103		[14] [9]
42			V, B-V	1.96	9	0.0687	122		[10]
42			V, B-V	1.95	5	0.0649	57	43	[10]
43	V 636 Sco	6.80	V, B-V	1.74	3	0.0612	67	45	[10] [9]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
44	U Aql	7 ^d .02	<i>P, P-V</i>	3.02	11	0.0850	246	33	[14]
45	γ Aql	7.18	<i>J, B-J</i>	0.54	1	0.0710	34	39	[26] [28] [25]
45			<i>J, R-J</i>			0.0728	48		[25]
45			<i>G, B-G</i>			0.0680	91		[26]
46	R Mus	7.51	<i>V, B-V</i>	1.78	5	0.0642	75	43	[10] [9]
47	BB Her	7.51	<i>V, P-V</i>	1.40	17	0.0339	338	82	[29] [18]
48	IT Car	7.54	<i>V, B-V</i>	1.54	17	0.0715	240	39	[10] [9]
49	DL Cas	8.00	<i>V, B-V</i>	1.71	6	0.0639	71	44	[30]
50	S Sge	8.38	<i>V, B-V</i>	1.72	5	0.0409	58	68	[31] [32]
51	WX Pup	8.94	<i>V, B-V</i>	1.47	15	0.0593	137	47	[10] [9]
52	V 339 Cen	9.47	<i>V, B-V</i>	1.68	9	0.0483	122	58	[10] [9]
53	FN Aql	9.49	<i>P, P-V</i>	3.20	17	0.0508	181	55	[14] [18]
54	YZ Sgr	9.55	<i>P, P-V</i>	3.14	13	0.0291	138	96	[14] [18]
55	S Nor	9.75	<i>V, B-V</i>	1.65	6	0.0544	45	51	[33] [9]
56	γ Gem	10.15	<i>V, B-V</i>	1.55	2	0.0514	22	54	[34] [28]
57	Z Lac	10.89	<i>P, P-V</i>	2.82	7	0.0647	57	37	[14]
58	SV Per	11.13	<i>V, B-V</i>	2.12	16	0.0747	102	37	[31]
59	RY Cas	12.13	<i>V, B-V</i>	1.89	7	0.0336	42	83	[13]
60	SZ Cas	13.62	<i>V, B-V</i>	1.50	9	0.0501	52	56	[11] [18]
61	TT Aql	13.75	<i>P, P-V</i>	2.85	9	0.0508	64	55	[14] [18]
62	RW Cas	14.80	<i>V, B-V</i>	1.55	8	0.0377	48	74	[31] [18]
63	SV Mon	15.23	<i>V, B-V</i>	1.46	5	0.0332	24	84	[31]
64	X Cyg	16.39	<i>P, P-V</i>	2.39	8	0.0305	41	91	[14]
65	Y Oph	17.12	<i>V, B-V</i>	1.61	12	0.0206	49	135	[31]
66	SZ Aql	17.14	<i>P, P-V</i>	2.74	7	0.0418	42	66	[14] [18]
67	WZ Sgr	21.85	<i>P, P-V</i>	2.47	7	0.0338	37	82	[14] [18]
68	X Pup	25.96	<i>V, B-V</i>	1.54	7	0.0267	23	104	[31]
69	T Mon	27.02	<i>P, P-V</i>	2.55	8	0.0306	30	91	[14] [5]
70	ICar	35.66	<i>V, P-V</i>	1.18	5	0.0155	88	179	[29] [35]
71	U Car	38.75	<i>V, B-V</i>	1.41	4	0.0156	11	178	[31]
72	RS Pup	41.38	<i>V, P-V</i>	1.64	5	0.0187	13	149	[29]
73	SV Vul	45.10	<i>V, B-V</i>	1.35	6	0.0116	10	240	[31] [5]
74	α Pav	9.07	<i>V, B-V</i>	1.59	15	0.1022	235	27	[10] [9]
75	CS Cas	14.7	<i>V, B-V</i>	1.74	12	0.1193	65	23	[11] [18]
76	W Vir	17.1	<i>V, P-V</i>	1.68	10	0.1130	57	25	[29] [36]
77	RU Cam	22.1	<i>V, P-V</i>	1.85	24	0.0503	92	55	[29]
78	CC Lyr	24.0	<i>V, B-V</i>	1.23	15	0.0265	48	105	[13]
79	KQ CrA	30.9	<i>V, B-V</i>	0.96	34	0.0522	101	53	[31]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
80	UU Her	45 ^d	V, B-V	1.31	19	0.0183	22	152	[37]
81	№ 64*	5	V, B-V	2.09	17	0.0625	210	44	[38]
82	U TrA	2.57	V, B-V	1.97	9	0.1215	246	23	[10] [9]
83	BK Cen	3.17	V, B-V	2.04	21	0.1177	362	24	[10] [9]
84	NV 1003**	30.40	V, B-V	1.60	15	0.0225	51	123	[39]

В табл. 1 средние квадратичные ошибки величин a и b даны в единицах последнего знака. Так как во всех случаях величины $\Delta D_{1,0}$ вычислялись в миллионах километров, то в этих же единицах длины приводятся и значения радиусов.

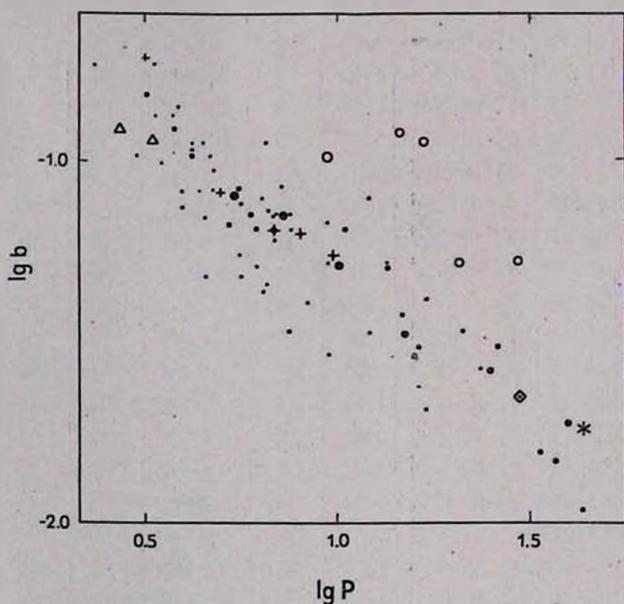


Рис. 1.

Данные табл. 1 изображены и на рис. 1. По оси абсцисс отложены значения $\lg P$, по оси ординат — $\lg b$. Крестиками обозначены цефеиды, предполагаемые членами рассеянных скоплений. Цефеиды с эффектом Блажко обозначены треугольниками. Кружками обозначены цефеиды типа W Vir. Ромбиком обозначена цефеида HV 1003, а полуправильная

* Звезда № 64 из рассеянного скопления NGC 6649. Ее предварительный период — 5^d 30.

** Цефеида из Магелланова Облака.

переменная, UU Her, обозначена звездочкой. Классические цефеиды обозначены точками, размеры которых пропорциональны их весам, которые будут пояснены в дальнейшем.

3. *Зависимость период—радиус.* Теперь естественно сделать попытку выразить в математической форме зависимость между периодами и радиусами для классических цефеид, включая сюда, конечно, и цефеиды из рассеянных скоплений. Как видно из табл. и рис. 1, с ростом периода величина b уменьшается, а, следовательно, радиусы цефеид увеличиваются. При этом, как видно из рис. 1, зависимость между $\lg P$ и $\lg b$ близка к прямолинейной. А так как зависимость между $\lg R$ и $\lg b$ тоже линейная, в чем можно убедиться, прологарифмировав формулу (10), то, в свою очередь, и зависимость между $\lg P$ и $\lg R$ может быть получена линейной.

Сначала находилась методом наименьших квадратов зависимость вида:

$$\lg b = x + y \lg P, \quad (14)$$

где x и y — неизвестные величины. Каждой цефеиде был приписан вес по формуле:

$$P = \left(\frac{b}{10\sigma_b} \right)^2. \quad (15)$$

Если бы мы искали линейную зависимость между периодами и радиусами, то тогда вес зависел бы только от b . Но в нашем случае вес должен зависеть от относительной ошибки определения величины b . Понятно также, что не совсем правильным было бы искать зависимость непосредственно между $\lg P$ и $\lg R$.

При решении системы (14) с учетом (15) была получена следующая зависимость между $\lg b$ и $\lg P$:

$$\lg b = -(0.804 \pm 0.026) \lg P - (0.469 \pm 0.029). \quad (16)$$

Принимая во внимание формулу (10), получаем следующую зависимость между $\lg P$ и $\lg R$:

$$\lg R = (11.926 \pm 0.029) + (0.804 \pm 0.026) \lg P. \quad (17)$$

Здесь радиус выражен в сантиметрах, а период — в днях. Ошибки приведены средние квадратичные. Похожая зависимость была нами получена ранее [40]:

$$\lg R = (11.909 \pm 0.045) + (0.778 \pm 0.019) \lg P. \quad (18)$$

Формула (17) несколько отличается от формулы (18) по той причине, что при расчете было добавлено некоторое количество цефеид. Почти у всех из них период больше девяти дней. Следует указать также, что при вычислении средних квадратичных ошибок в (18) была допущена неточность.

Для системы (14), а, следовательно, и (16), можно получить остаточные отклонения по формуле:

$$a_i = x + y \lg P_i - \lg b_i. \quad (19)$$

Эти отклонения вызваны двумя причинами: неточным определением величин b и реальными различиями радиусов цефеид при одинаковых периодах блеска. Если бы реальных различий в радиусах не было, то среднее квадратичное отклонение на единицу веса было бы равно 0.042. Фактически среднее квадратичное отклонение оказалось равным 0.064. Исходя из этого, среднее квадратичное значение отклонения величин от среднего значения для данного периода равно примерно 0.048. Таким образом, результат решения системы (14) свидетельствует о том, что радиусы цефеид при одном и том же значении периода могут быть различны. Следовательно, зависимость период — радиус надо рассматривать не как аналитическую, а как статистическую.

4. *Обсуждение результатов.* Как видно из табл. 1 и рис. 1, цефеиды из рассеянных скоплений ничем не отличаются от обычных классических цефеид и, конечно, сами являются классическими цефеидами. Любопытно, что зависимость период — радиус только по этим пяти звездам практически совпадает с (17).

Цефеиды типа W Vir имеют радиусы в два-три раза меньше по сравнению с классическими цефеидами тех же периодов. Почти у всех их велика относительная ошибка определения радиуса, что в значительной степени обусловлено переменностью их кривых блеска. Звезда SS Lyr, хотя для нее и получено значение радиуса, свойственное классическим цефеидам, безусловно также относится к типу CW.

Рассмотрим цефеиду BB Her. У нее тоже оказался радиус классической цефеиды. Период BB Her равен $7^d.51$. У BB Her на нисходящей ветви имеется горб, что опять-таки характерно для классических цефеид данного периода. И вообще, BB Her отличается от γ Aql только несколько меньшей амплитудой блеска. По-видимому, BB Her следует отнести к типу C δ .

Так как из 52 рассмотренных цефеид с периодами от двух дней до девяти не оказалось ни одной типа CW, возникает вопрос: а есть ли они вообще.

Судя по полученному значению радиуса, цефеида $SZ Cas$ с периодом $13^d 62$ тоже является классической цефеидой. Правда, к этому следует подходить весьма осторожно. У $SZ Cas$ радиус все же несколько меньше, чем в среднем у классических цефеид данного периода. Может быть нет резкого перехода от $C\delta$ к CW ? Тогда можно считать, что κPav и $SZ Cas$ занимают промежуточное положение. Возможно, что к таким звездам следует отнести и $SV Per$.

Цефеида $HV 1003$ имеет такой же радиус, что и классические цефеиды нашей Галактики. В дальнейшем целесообразно определить радиусы всех цефеид из Магеллановых облаков по имеющимся фотозлектрическим наблюдениям (и по будущим). Однако имеющиеся наблюдения весьма неточные.

Цефеиды с эффектом Блажко тоже имеют такие же радиусы, что и классические цефеиды. Группа таких звезд оказывается довольно многочисленной: у семи звезд эффект Блажко можно считать установленным, еще у пяти есть все основания его подозревать [41]. Кроме этого, эффектом Блажко, по-видимому, обладает и $VX Pup$. Ее вторичный период порядка 10 дней.

Переменная $UU Her$ отнесена в ОКПЗ 1958 г. к типу SR_d . Судя по фотозлектрическим наблюдениям [37], в настоящее время ее период равен 45 дням. До этого он сильно менялся. По величине радиуса, а также, принимая во внимание спектральный класс, по светимости $UU Her$ напоминает классические цефеиды. Вместе с тем, имеется и ряд отличий, в частности, переменность формы кривой блеска. Вполне возможно, что $UU Her$ только становится на путь цефеиды или сходит с него. Представляют интерес дальнейшие наблюдения этой пока уникальной звезды. Она, безусловно, не является звездой типа $RV Tельца$.

5. Проверка исходных предположений. Теперь можно подробнее остановиться на сделанных ранее допущениях.

В пользу предположения Весселинка о существовании однозначного соответствия между цветом и поверхностной яркостью по крайней мере у отдельной взятой цефеиды свидетельствует следующее:

1) в случае классических цефеид существует однозначное соответствие между различными показателями цвета; в частности, между показателями $B - V$ и $U - B$, как это видно по наблюдениям Ирвина [10],

2) в табл. 1 для некоторых цефеид приводятся результаты определения радиусов цефеид по различным рядам наблюдений. В пределах ошибок, радиусы оказались одинаковыми.

Как видно из табл. 1, средняя квадратичная ошибка величины a в случае хороших наблюдений составляет 2—3% от самой величины a . Это говорит о том, что при постоянном радиусе приращение блеска линейно приращению показателя цвета, как и было предположено выше.

Для контроля для ряда звезд решалась система уравнений:

$$\Delta m_{i,0} = a_1 \Delta C I_{i,0} + a_2 (\Delta C I_{i,0})^2 \cdot b \Delta D_{i,0} + c \quad (i = 0, 1, \dots, n-1). \quad (20)$$

При этом почти во всех случаях оказалось, что $a_2 > a_1$.

Конечно, оба эти предположения не следует считать абсолютно точными, но при современной точности наблюдений их можно считать справедливыми.

Астрономическая обсерватория
ЛГУ

PERIOD-RADIUS DEPENDENCE FOR THE CLASSIC CEPHEIDS

I. N. LATYSHEV

The radii of 83 cepheids and one semiregular variable are computed by the method proposed by the author. A relation between the period and the radius for classical cepheids is derived:

$$\log R = (11.926 \pm 0.029) + (0.804 \pm 0.026) \log P.$$

The radius is in cm and the period in days. The cepheids of the Population II type have radii 2—3 times smaller than those of the classical cepheids of the same period. The semiregular variable UU Her by the value of its radius resembles the classical cepheids.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. И. Н. Латышев, Астрон. ж., 41, 666, 1964.
2. A. J. Wesslink, Bull. Astron. Inst. Netherl., 10, 91, 1946.
3. С. Росселанд, Теория пульсаций переменных звезд, ИЛ, 1952.
4. И. Н. Латышев, Переменные звезды, 14, 82, 1961.
5. R. F. Sanford, Ap. J., 123, 201, 1956.
6. R. F. Sanford, Ap. J., 109, 208, 1949.
7. H. A. Abt, R. H. Hardie, Ap. J., 131, 155, 1960.
8. G. W. Preston, B. Paczynski, Ap. J., 140, 181, 1964.
9. D. W. N. Stibbs, MN, 115, 381, 1955.
10. J. B. Irwin, Ap. J., Suppl. ser., v., VI, 253, 1961.

11. *K. Bahner, W. A. Hiltner, R. P. Kraft*, Ap. J., Suppl. ser., № 59, 1962.
12. *H. A. Abt*, Ap. J., 130, 1021, 1959.
13. *P. Oosterhoff*, Bull. Astron. Inst. Netherl., 15, 501, 1960.
14. *O. Fggen*, Ap. J., 113, 367, 1951.
15. *W. Grassberger, G. Herbig*, Publ. ASP., 64, 28, 1952.
16. *H. C. Arp*, Ap. J., 128, 166, 1958.
17. *R. P. Kraft*, Ap. J., 128, 161, 1958.
18. *A. H. Joy*, Ap. J., 86, 363, 1937.
19. *H. A. Abt*, Ap. J., 130, 769, 1959.
20. *A. Sandage*, Ap. J., 128, 150, 1958.
21. *S. Albrecht*, Bull. Lick. obs., 4, 130, 1907.
22. *J. N. Valraven, Th. Valraven, P. Th. Oosterhoff*, Bull. Astron. Inst. Netherl., 17, 520, 1964.
23. *J. Stebbins*, Mtw. Contr., 704, 1945.
24. *W. W. Shane*, Ap. J., 127, 573, 1958.
25. *T. S. Jacobsen*, Victoria Publ., vol. X, 145, 1956.
26. *J. Stebbins, G. E. Kron, J. L. Smith*, Ap. J., 115, 292, 1952.
27. *R. F. Sanford*, Ap. J., 72, 46, 1930.
28. *T. S. Jacobsen*, Bull. Lick. obs., 12, 153, 1923.
29. *O. Eggen, S. C. B. Gascoigne, E. J. Burr*, MN, 117, 406, 1957.
30. *H. C. Arp, A. Sandage, Cynthia Stephens*, Ap. J., 130, 80, 1959.
31. *R. J. Mitchell, B. Iriarte, D. Steinmetz, H. L. Johnson*, Bull. obs. Tonantzintla y Tacubaya, 3, 24, 153, 1964.
32. *G. H. Herbig, J. H. Moore*, Ap. J., 116, 135, 1952.
33. *J. D. Fernie*, Ap. J., 123, 64, 1961.
34. *D. L. Harrits*, Ap. J., 118, 346, 1953.
35. *M. Jaschec, G. Jaschec*, Publ. A.S.P., 69, 465, 1956.
36. *H. A. Abt*, Ap. J., Suppl. ser., 1, 63—90, 1954.
37. *G. W. Preston, W. Krzeminski*, Ap. J., 137, 401, 1963.
38. *C. Roslund, W. Pretorius*, Arkiv f. Astr., Band 3, 201, 1963.
39. *S. C. B. Gascoigne, G. E. Kron*, MN, 130, 333, 1965.
40. *И. И. Латышев*, АИ, 276, 1964.
41. *И. И. Латышев*, АИ, 275, 1963.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

О ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА ТУМАННОСТИ IC 446

В течение зимы 1959—60 гг. на 70 см менисковом телескопе Абастуманской обсерватории производились поляриметрические фотографические наблюдения IC 446. Снимки производились с помощью двухэтажной кассеты с часовыми экспозициями. Данные о пластинках приводятся в табл. 1. В четвертом столбике табл. 1 приведены области пропускания поляроидов в сочетании с пластинками и мениском.

Таблица 1

Дата	Серия	Сорт пластинки	Область пропускания поляроида
25.12.1959	I	Kodak Oa-F	$4000 \text{ \AA} < \lambda < 7000 \text{ \AA}$
5.1.1960	II	Kodak Oa-O	$4000 \text{ \AA} < \lambda < 5000 \text{ \AA}$
6.1.1960	III	"	"

Измерения показали, что излучение туманности IC 446 поляризовано. В первой серии удалось измерить только центральную часть. По 18 точкам средняя степень поляризации равна $\sim 10\%$, а позиционный угол преимущественных колебаний электрического вектора $\bar{\theta}$ равен 96° .

Картина поляризации по второй и третьей сериям приводится на рис. 1. Измерено 78 точек. Средняя степень поляризации по общим с первой серией точкам равна 7% , $\bar{\theta} = 92^\circ$. Около 70% векторов ориентированы параллельно плоскости Галактики в пределах от 0 до

$\pm 27^\circ$. Некоторое отклонение от такой закономерности наблюдается в юго-восточной части туманности. Средняя степень поляризации по всей туманности равна 10% , $\bar{\theta} = 94^\circ$. Наблюдаемая картина ориентации векторов свидетельствует, по-видимому, о некоторой упорядоченности пылевых частиц в туманности. Силой, которая могла ориентировать пылевые частицы, может быть магнитное поле спирального рукава Галактики. Некоторая запутанность в ориентации в юго-восточной части туманности может свидетельствовать об увеличении

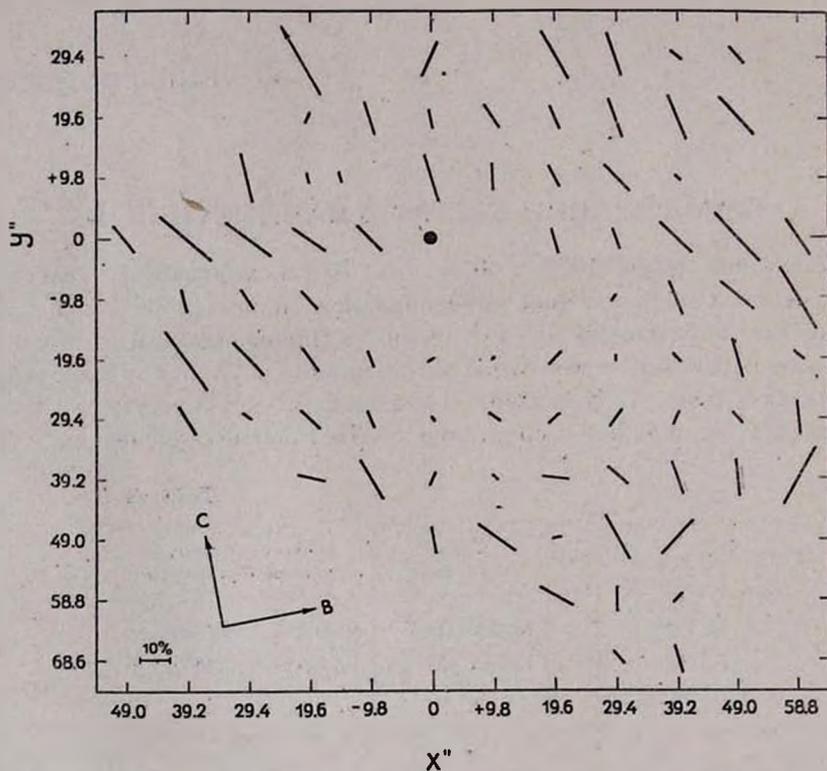


Рис. 1.

плотности вещества в ней. Сравнение степеней поляризации по первой и второй серии показало, что степень поляризации, определенная по первой серии, больше, чем во второй. Такая зависимость степени поляризации от длины волны характерна для отражательных туманностей.

В южной части туманности IC 446, около звезды VY Единорога находится туманность большой поверхностной яркости, диаметр кото-

рой равен $15''$. Как предполагает Хербиг, звезда VY Единорога типа Т Тельца [1]. С этой точки зрения туманность представляет определенный интерес. Измерения в нескольких точках туманности показали, что она характеризуется следующими показателями цвета: $B - V = 1^m 12$, $U - B = -0^m 29$. Поляриметрические измерения обнаружили у туманности в среднем около 17% поляризации, $\bar{\theta} = 129^\circ$. Таким образом, несмотря на близость условий, в которых находятся эти две туманности (общее поглощающее облако), параметры поляризации различны.

On polarization of light in the nebula IC 446. The results of polarimetric measurements of nebulae IC 446 and near VY Mon are given.

7 июля 1966

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

Э. С. ПАРСАМЯН

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. G. H. Herbig, Ap. J., 133, 337, 1961.

ДВЕ НОВЫЕ ПЛАНЕТАРНЫЕ ТУМАННОСТИ

На картах Паломарского атласа обнаружены две туманности, координаты которых следующие (эпоха 1950 г.):

1. $\alpha = 6^h 10^m$; $\delta = +12^\circ 24'$
2. $\alpha = 19^h 59^m$; $\delta = +33^\circ 08'$

Первая туманность на красной карте хорошо заметна и имеет нормальное почернение, а на голубой карте почти не видна; вторая — на красной карте в передержке, а на голубой виден только слабый след.

Поскольку эмиссионные туманности на красных картах Паломарского атласа выглядят более яркими, чем на голубых картах, то можно полагать, что эти туманности являются эмиссионными.

С другой стороны внешний вид туманностей и центральные положения звезд, находящиеся в них, указывает на то, что эти объекты должны быть планетарными туманностями.

На рис. 1 и 2 приведены карты для отождествления этих туманностей, составленные по Паломарскому атласу. Рядом с первой туманностью видна туманность В-В 40 (рис. 1), а рядом со второй — туманность NGC 6857 (рис. 2.).

Для новых туманностей были оценены расстояния (в парсеках) и суммарные потоки $F_{кр}$ (в эрг/см² сек), излучаемые в линиях H α , 6548 [N II] и 6584 [N II], по методике, указанной в [1]; эти данные,

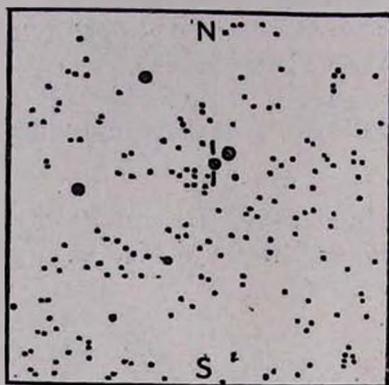


Рис. 1.

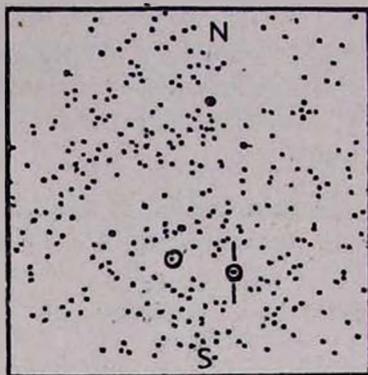


Рис. 2.

наряду с угловыми размерами туманностей, приведены в табл. 1. Там же приведены найденные нами показатели цвета ядер этих туманностей в международной системе, исправленные за межзвездное поглощение.

Таблица 1

№	Размеры	$F_{кр}$	r	m_{pg}	m_{pv}	m_{pg}^0	m_{pv}^0	CI^0
1	44"×25"	0.08×10^{-11}	3870	13 ^m 76	12 ^m 98	9 ^m 35	9 ^m 54	-0 ^m 19
2	82×115	1.96×10^{-11}	1130	13.79	12.86	11.15	11.02	+0.13

Наблюдения были проведены на телескопах 21" (ядра туманности 06^h10^m) и 8—12" (ядра туманности 19^h59^m) Бюраканской обсерватории. В каждом цвете были получены и измерены не менее четырех изображений ядер.

Two new planetary nebulae. On the copies of Palomar Sky Survey two new planetary nebulae have been found. The magnitudes of their central stars are measured with Byurakan telescopes.

13 июня 1966

Филиал Бюраканской астрофизической
обсерватории

М. А. КАЗАРЯН

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Казарян, Сообщ. Бюр. обс., 38, 1966.

РЕЦЕНЗИИ

ГАЛЬТОН АРП, *Атлас peculiarных галактик*. Издание Калифорнийского Технологического Института, Пасадена, 1966.

HALTON ARP, *Atlas of Peculiar galaxies*. Published by the California Institute of Technology, Pasadena, 1966.

Целый ряд разделов современной астрономии занимается изучением таких классов объектов, которые отличаются разнообразием своих внешних форм и состояний. К таким объектам относятся, например, диффузные туманности, открытые скопления, звездные спектры, галактики. В таких случаях важнейшей стадией исследования является классификация объектов или явлений. При разработке классификации важную роль играет составление соответствующих атласов. Иногда атласы публикуются для разъяснения или иллюстрации уже разработанной классификации. В других случаях они служат исходным материалом для разработки еще не созданной классификации.

Послевоенный период ознаменовался появлением целого ряда астрономических атласов подобного типа. Достаточно упомянуть здесь „Атлас диффузных туманностей“ Шайна и Газе, „Атлас газово-пылевых туманностей“ Фесенкова и Рожковского, „Атлас открытых звездных скоплений“ Маркаряна и более поздний атлас открытых скоплений Уивера.

Для всякого, кто не рассматривает астрономию лишь как арену для сравнения теоретических моделей с данными наблюдений, а считает построение схем и моделей лишь одним из средств для обобщения и понимания фактических данных, ценность подобных атласов, где коллекционированы наиболее интересные факты и явления, огромна.

В области изучения галактик появление в 1961 году атласа галактик Хаббла-Сандейджа явилось как бы завершением работы по клас-

сификации правильных по форме галактик, начатой Хабблом. И хотя дальнейшее развитие внегалактической астрономии пошло по иным путям, все же этот атлас еще долго будет сохранять свое значение для понимания большого круга более или менее стационарных явлений в галактиках.

Однако появление уже в пятидесятых годах Паломарского атласа неба, имевшего главным образом справочное значение, оказало огромное влияние на внегалактическую астрономию. В распоряжение астрономов поступил огромный фактический материал, позволяющий судить о формах и распределении сотен тысяч и миллионов галактик. Первое же рассмотрение этого материала сделало очевидным для всех две вещи:

а) Классификация галактик Хаббла является лишь первоначальной грубой схемой, далеко не охватывающей все разнообразие морфологических особенностей галактик.

б) Заключение Хаббла о приблизительно равномерном распределении галактик по небу, сделанное на основании наблюдений 100-дюймовым рефлектором, оказалось ошибочным. Большинство галактик находится в скоплениях или группах.

Ряд астрономов получил на основании изучения Паломарского атласа выводы, относящиеся к другим, более специальным вопросам внегалактической астрономии.

Рассмотрев карты Паломарского атласа, Воронцов-Вельяминов убедился в том, что резкие отклонения от простых и правильных форм классификации Хаббла особенно заметны у многих тесных пар и компактных групп галактик. Впечатление было такое, как если бы одна галактика оказывала воздействие на строение другой.

Введя таким образом новое понятие о „взаимодействующих галактиках“, Воронцов-Вельяминов составил и издал атлас их изображений и соответствующий каталог, который до последнего времени служил единственной сводкой данных об аномальных формах галактик. После опубликования этого каталога стало очевидным, что сильные нарушения правильных форм далеко не редкость. Сам Воронцов-Вельяминов высказал мысль, находящую все большую поддержку, что причиной нарушений является вовсе не гравитационное взаимодействие, а другие причины.

Изучение свойств ряда пекулярных галактик по картам Паломарского атласа наряду с анализом фактических данных о радиогалактиках и голубых галактиках послужило в пятидесятых годах для группы бюраканских астрономов основой, позволившей выдвинуть представления о взрывных процессах в ядрах галактик и об активности ядер вообще.

Многие объекты каталога Воронцова-Вельяминова явились предметом подробных исследований. Однако не хватало атласа крупномас-

штабных снимков, который дал бы представление о всем классе явлений как целом. Для этого, однако, необходимо было получить коллекцию таких снимков на возможно более мощном телескопе.

Эта работа выполнена с большой любовью и тщательностью Гальтоном Арпом, астрономом Паломарской обсерватории, и нашла свое завершение в рецензируемом атласе.

Атлас содержит 338 фотографий галактик. Из них только восемь получены Паломарским 48-дюймовым Шмидтом. Остальные 330 получены посредством пятиметрового телескопа. Эти снимки воспроизведены в атласе с разными увеличениями. В результате и масштабы различные: от 11 до 1.3 в миллиметре. Атлас размножен двумя способами: фотографической репродукцией (дорогое издание) и типографски (дешевое издание). Составляя настоящую рецензию, мы имели под рукой первое из этих изданий, в котором при получении отпечатков использован метод флуоресцирующего экрана, позволяющий сжать шкалу плотностей и тем самым представить на бумажном отпечатке весь диапазон плотностей, вышедших на негативе. Благодаря этому качество почти всех отпечатков получилось отличным. На большей части снимков обычно видны детали по всему изображению, за исключением самых внутренних частей галактик.

Автор намеревался создать атлас пекулярных галактик, который охватывал бы наряду с „взаимодействующими“ парами и группами также и одиночные объекты. Действительно, в атлас внесены многие замечательные одиночные объекты, такие как известные галактики NGC 2685 с рядом поперечных колец вокруг основного вытянутого тела, M 101, имеющая пекулярное, почти звездообразное сгущение на продолжении одного из рукавов, а также менее известные, но столь же интересные одиночные объекты NGC 3664, NGC 2537 и многие другие.

Однако большинство объектов, вошедших в атлас, являются либо двойными либо кратными галактиками (то есть взаимодействующими объектами), либо же содержат внутри себя или около себя сгустки или образования, позволяющие считать, что они так или иначе примыкают к категории двойных галактик. Если учесть еще, что все двойные объекты, приведенные в атласе, являются тесными парами, то невольно приходится допустить, что связь пекулярности с двойственностью обусловлена тем, что мы здесь наблюдаем объект в такой стадии, когда только происходит формирование одного из компонентов или даже обоих. Во всяком случае, очевидно, что почти все представленные в атласе объекты нестационарные, и наблюдаемые пекулярности должны исчезнуть или изменить свой характер за относительно ко-

роткое время, сравнимое с временем вращения внешних частей галактики вокруг оси, то есть за несколько сот миллионов лет.

Автор атласа явно сознавал, что в настоящее время трудно дать единую классификацию пекулярных галактик. Однако им сделана довольно удачная попытка группировать вместе похожие друг на друга примеры.

С этой точки зрения представляют особенно большой интерес следующие группы:

1) Спиральные галактики, имеющие спутник, связанный с рукавом, иногда находящимся точно на конце рукава (системы типа M 51). К этой группе относятся снимки с номерами от 37 до 101. Просмотр этой группы снимков не оставляет сомнений, что здесь мы имеем дело с важной эволюционной закономерностью, которая заключается в том, что *формирование галактики-спутника тесно связано с процессом формирования рукава основной галактики*. Поскольку рукав должен иметь возраст меньший, чем сама основная галактика, к которой он принадлежит, не остается сомнений, что спутник в этих случаях является новым образованием, то есть очень молодой галактикой. Конечно, это трудно объяснить на основе представлений о конденсации спутника из межгалактического вещества и скорее соответствует предположению, что спутник, как и рукав, образовался из вещества, выброшенного ядром основной галактики.

2) Струи, волокна и диффузные образования, выброшенные из центральной части основной галактики (снимки 149 — 208).

Во многих случаях эти струи и волокна содержат в себе целые небольшие галактики. По существу, к этой группе примыкает также совокупность снимков 102 — 108, представляющая выбросы из эллиптических или D галактик. Сюда, в частности, попала известная галактика NGC 3561 (снимок 105), в которой струя, выходящая из центра, содержит голубую галактику.

В этой группе снимков еще очевиднее роль ядра основной галактики в формировании объектов масштаба небольших или умеренных по светимости галактик.

3) Группа тесных пар галактик, в которых составляющие пары имеют светимость одинакового порядка и иногда морфологически очень схожи (снимки 233 — 256).

4) Группы и цепочки галактик (снимки 311 — 332). Одной из самых поразительных систем в этой группе является цепочка, представленная на снимке 329. Эта цепочка, так же как и другие цепочки, на которые обратил внимание Маркарян, должна быть относительно молодым образованием. Действительно, нетрудно убедиться в недолговечности подобных конфигураций групп галактик. Вместе с тем, эта и

другие цепочки содержат E и D галактики. Отсюда следует молодость если не всех, то по крайней мере одной части E и D объектов.

Наряду с перечисленными четырьмя группами представляют интерес и другие группы, которые содержат, в частности, галактики, имеющие те или иные неправильности в строении системы рукавов или других деталей.

Мы здесь не приводим разбиения на группы в той довольно подробной форме, которую произвел автор. Мы только отметили несколько основных групп, представляющих наибольший интерес.

В атласе Арпа материал представлен в таком виде, что он поневоле заставляет сделать некоторые предварительные выводы о сущности пекулярных галактик. Главным из этих выводов является то, что здесь мы имеем дело с системами, находящимися в состоянии бурной активности, и что вероятным центром такой активности является в каждом случае ядро соответствующей галактики. В случае двойных галактик следует думать, что само появление спутника также связано с эруптивной деятельностью ядра.

Если это так, то существует некоторая отдаленная аналогия между пекулярными галактиками рецензируемого атласа и радиогалактиками. Эта аналогия заключается в том, что в обоих классах объектов мы имеем дело с более или менее прямыми результатами активности ядер.

Благодаря работам Оорта и его сотрудников (смотреть особенно сообщение Оорта на Бюраканском симпозиуме 1966) мы знаем, что и ядро нашей Галактики показывает большую активность, связанную с выбросом больших газовых масс. Поэтому высокая космогоническая активность ядер, по крайней мере у галактик высокой светимости, является скорее правилом, чем исключением. В этом отношении пекулярные галактики или радиогалактики выделяются лишь тем, что в них существование новообразований демонстрируется более наглядно, чем в других галактиках благодаря нестационарности этих новообразований.

Что касается до принятой Арпом последовательности представления пекулярных галактик, их объединения в различные группы, то обозреватель при рассмотрении отдельных частей атласа чувствовал, что иногда он предпочел бы собрать снимки в другие группы и подгруппы. Так, например, в атласе галактики M 51 и NGC 3448, по существу весьма сходные между собой, так как представляют собой связанные пары одной галактики типа Sc и одной галактики типа Irr II, попали в совершенно разные группы и оказались на большом расстоянии друг от друга (номера по порядку соответственно 85 и 205). Од-

нако, когда рассматриваешь атлас в целом, то видишь, что принятая автором система одна из наилучших среди возможных.

Пользование атласом очень облегчено тем, что в начале атласа дан список фотографий галактик в двух видах: по порядку расположения в атласе и по возрастающим прямым восхождениям. Приводятся литературные ссылки на работы, посвященные отдельным галактикам.

Пользование атласом было бы еще более удобным, если бы каждому листу фотографий (на каждом листе дано шесть снимков) предшествовал лист текста, содержащий данные о галактиках, изображенных на этих снимках. Это вряд ли увеличило бы сильно стоимость издания.

Благодаря умелой подготовке и упорному труду Арпу удалось создать атлас галактик, который явится незаменимым пособием для всякого, кто занимается проблемами внегалактической астрономии. Особенно ценен атлас для всех, кто интересуется необычными динамическими нестационарными процессами в галактиках.

Автора можно поздравить с успешным выполнением большой задачи.

В. А. АМБАРЦУМЯН

CONTENTS

NUMBER OF SCATTERINGS OF DIFFUSING PHOTONS. II	<i>V. V. Sobolev</i> 239
ON THE DIFFUSION OF RADIATION IN A SPHERICAL LAYER AROUND A POINT SOURCE	<i>T. A. Germogenova</i> 251
THE DIFFUSE REFLECTION FROM A NON-STEADY MEDIUM	<i>N. B. Yengibarian</i> 267
MODELS OF OUTER LAYERS OF MAIN SEQUENCE HOT STARS	<i>V. G. Gorbatzky, A. K. Kolesov</i> 273
ON THE QUESTION OF COLLISION OF GAS-DUST CLOUDS	<i>E. J. Gidalevitch</i> 297
SOME STATISTICAL CHARACTERISTICS OF SUPERCLUSTERS OF GALAXIES	<i>I. D. Karachentsev</i> 307
THE NUCLEI OF SOUTHERN BARRED GALAXIES . . .	<i>H. M. Tovmassian</i> 317
ELECTROSPECTROPHOTOMETRY OF THE $\lambda\lambda$ 4685, 5411 He II EMISSION LINES OF THE ECLIPSING BINARY WOLF-RAYE V 444 CYGNUS = HD 193576	<i>A. A. Guseinzade</i> 325
ON THE POLARIZATION VARIABILITY OF β LYRAE	<i>O. S. Shulov</i> 339
AUTOCORRELATIVE AND SPECTRAL ANALYSIS OF LIGHT CURVES OF SS Cyg, Z Cam and RUPeg	<i>F. I. Lukatskaya, G. A. Poltschuk</i> 345
PERIOD-RADIUS RELATION FOR CLASSIC CEPHEIDES	<i>I. N. Latyshev</i> 355
NOTES:	
ON POLARIZATION OF LIGHT IN THE NEBULA IC 446	<i>E. S. Parsamian</i> 369
TWO NEW PLANETARY NEBULAE	<i>M. A. Kazarian</i> 371
REVIEW	
H. ARP — ATLAS OF PECULIAR GALAXIES	<i>V. A. Ambartsumian</i> 373