

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

ИЮНЬ, 1966

ВЫПУСК 2

ЧИСЛО РАССЕЯНИЙ ПРИ ДИФФУЗИИ ФОТОНОВ. I . . .	<i>В. В. Соболев</i>	135
ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В БЕСКОНЕЧНОЙ СРЕДЕ. II. <i>В. В. Иванов, Д. И. Нагурнер</i>		147
НЕТЕПЛОВОЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ, ГЕНЕРИРУЕМОЕ КОГЕРЕНТНЫМИ ПЛАЗМЕННЫМИ ВОЛНАМИ	<i>В. В. Зайцев, С. А. Каплан</i>	169
НЕСТАЦИОНАРНАЯ ДИФФУЗИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬ- НОМ СЛОЕ	<i>Н. Б. Епибарян</i>	197
СПЕКТР AG ПЕГАСА В 1965 г.	<i>Л. С. Лууд, М. Э. Ильмас</i>	205
ФИЗИЧЕСКАЯ ПРИРОДА НЕПРЕРЫВНОЙ ЭМИССИИ У НЕСТАЦИО- НАРНЫХ ЗВЕЗД	<i>Г. А. Гурвадян</i>	217
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ		
О ВОЗМОЖНОМ ВЗРЫВЕ В НОС 3955	<i>Г. М. Товмасын</i>	236

Е Р Е В А Н

Редакционная коллегия

В. А. Амбарцумян (главный редактор), *А. А. Боярчук*, *Б. А. Воронцов-Вельяминов*,
Г. А. Гурвадян, *С. А. Каплан*, *Б. Е. Маркарян*,
Л. В. Мирзоян (зам. главного редактора), *В. В. Соболев*

Խ Մ Բ Պ Պ Գ Մ Կ Ս Ը Կ Ո Լ Ե Գ Ի Մ

Ա. Ա. Բոյաճումյան, Գ. Ա. Գուրգադյան, Ա. Ա. Կապլան, Վ. Ն. Համբարձումյան (գլխ. խմբագիր),
Բ. Ե. Մարկարյան, Ս. Ա. Գրգորյան (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Վ. Սոբոլև,
Լ. Վ. Միրզոյան-Վեյլամյան

„АСТРОФИЗИКА“ — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство „Международная книга“, Москва, 200.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

ИЮНЬ, 1966

ВЫПУСК 2

ЧИСЛО РАССЕЯНИЙ ПРИ ДИФфуЗИИ ФОТОНОВ. I.

В. В. СОБОЛЕВ

Поступила 25 апреля 1966

Получены основные формулы, определяющие среднее число рассеяний фотонов в поглощающей и рассеивающей среде. Отдельно найдены выражения для чисел рассеяний фотонов, гибнущих в среде, и фотонов, выходящих из среды наружу. Полученные формулы применены к одномерной среде.

При рассмотрении диффузии излучения в какой-либо среде возникает очень важный вопрос о среднем числе рассеяний, испытываемых фотоном. Этот вопрос имеет существенное значение по ряду причин. Прежде всего можно указать на то, что задача о диффузии излучения часто решается методом последовательных приближений, состоящим в последовательном учете рассеяний первого, второго и более высоких порядков. Очевидно, что для получения этим методом достаточно точного решения необходимо, чтобы число последовательных приближений превосходило среднее число рассеяний фотона в данной среде. Во-вторых, знание среднего числа рассеяний фотона позволяет оценить среднюю плотность излучения в среде, так как среднее число рассеяний показывает, во сколько раз число фотонов, находящихся в среде, больше числа фотонов, образующихся непосредственно под действием источников излучения. Знание же средней плотности излучения дает возможность определить и некоторые другие физические характеристики среды (например, среднюю степень возбуждения атомов, если рассматривается диффузия излучения в спектральной линии). В-третьих, среднее число рассеяний фотона, умноженное на средний промежуток времени, в течение которого фотон находится в поглощенном состоянии и в пути между двумя последовательными рассеяниями, дает нам среднее время пребывания фотона в среде. Последняя же величина характеризует время установления лучистого равновесия в среде, и

оценка этого времени представляет большой интерес в тех случаях, когда среда находится под действием источников излучения переменной интенсивности.

По указанным причинам (а также по некоторым другим) среднее число рассеяний фотона оценивалось многими авторами для разных частных случаев. Однако общего рассмотрения проблемы, насколько нам известно, не производилось. Между тем в настоящее время это легко можно сделать на основе существующей сильно развитой теории рассеяния излучения. При этом для среднего числа рассеяний фотона могут быть получены точные и сравнительно простые формулы.

В этой работе, которая будет изложена в серии статей, для решения поставленной задачи используется вероятностный метод (см. [1]). В настоящей статье сначала даются общие формулы для среднего числа рассеяний фотона. При этом для простоты предполагается, что элементарный объем среды рассеивает излучение изотропно. Затем полученные формулы в виде примера применяются к одномерной среде, в которой диффузия излучения происходит без изменения частоты.

В следующих статьях среднее число рассеяний фотона будет определено для трехмерной среды, состоящей из плоско-параллельных слоев. При этом отдельно будут рассмотрены случаи диффузии излучения без изменения частоты и диффузии излучения с перераспределением по частотам. Предполагается также обобщить полученные результаты на случай неизотропного рассеяния света.

Основные формулы. Рассмотрим объем произвольной формы, заполненный некоторой средой, способной поглощать и рассеивать излучение. Будем считать, что фотон, поглощенный в каком-либо месте, переизлучается затем (то есть рассеивается) с вероятностью λ или испытывает истинное поглощение с вероятностью $1 - \lambda$. Величина λ будет предполагаться постоянной для всей среды.

Каждый фотон, поглощенный в данном месте, может в ходе диффузии либо выйти из среды наружу, либо испытать в ней истинное поглощение, то есть „погибнуть“. Вероятность первого события мы обозначим через P , а вероятность второго — через $1 - P$. Очевидно, что величина P зависит от формы и оптических размеров рассматриваемого объема среды, от значения параметра λ и от координат места, в котором фотон был первоначально поглощен.

Если величина P известна (об определении ее для разных случаев речь будет идти позднее), то легко можно найти и среднее число рассеяний фотона, которое мы обозначим через Q .

Однако прежде чем переходить к нахождению величины Q , введем в рассмотрение еще две величины, представляющие интерес для применений. Мы обозначим через Q_1 среднее число рассеяний фотона, вышедшего из среды после диффузии наружу, и через Q_2 — среднее число рассеяний фотона, погибшего в ходе диффузии в среде. Очевидно, что все введенные величины связаны между собой соотношением

$$Q = Q_1 P + Q_2 (1 - P). \quad (1)$$

Для определения величины Q_1 , воспользуемся приемом, предложенным В. А. Амбарцумяном [2] и позволяющим находить среднее число рассеяний фотонов в любом их потоке (как выходящем из среды, так и идущем внутри нее).

Представим вероятность P в виде разложения в ряд по степеням λ :

$$P = \lambda P_1 + \lambda^2 P_2 + \lambda^3 P_3 + \dots \quad (2)$$

Первый член этого разложения есть вероятность выхода фотона из среды после первого рассеяния, второй — после второго рассеяния и т. д. Поэтому среднее число рассеяний выходящего из среды фотона будет равно

$$Q_1 = \frac{1}{P} (\lambda P_1 + 2\lambda^2 P_2 + 3\lambda^3 P_3 + \dots). \quad (3)$$

Пользуясь (2), получаем

$$Q_1 = \lambda \frac{\partial \ln P}{\partial \lambda}. \quad (4)$$

Найдем теперь величину Q . Очевидно, что ее можно представить в виде

$$Q = 1 + \lambda(1 - P_1) + \lambda^2(1 - P_1 - P_2) + \dots, \quad (5)$$

где первый член в правой части есть математическое ожидание первого рассеяния, второй член — математическое ожидание второго рассеяния и т. д. С другой стороны, учитывая, что

$$P_1 + P_2 + P_3 + \dots = 1, \quad (6)$$

имеем

$$\begin{aligned} 1 - P &= (1 - \lambda) P_1 + (1 - \lambda^2) P_2 + (1 - \lambda^3) P_3 + \dots = \\ &= (1 - \lambda) [P_1 + (1 + \lambda) P_2 + (1 + \lambda + \lambda^2) P_3 + \dots] = \\ &= (1 - \lambda) [1 + \lambda(1 - P_1) + \lambda^2(1 - P_1 - P_2) + \dots]. \end{aligned} \quad (7)$$

Сравнение (5) с (7) дает

$$Q = \frac{1-P}{1-\lambda}. \quad (8)$$

Подставляя (4) и (8) в (1), находим и выражение для величины Q_2 :

$$Q_2 = \frac{1}{1-\lambda} + \lambda \frac{\partial \ln(1-P)}{\partial \lambda}. \quad (9)$$

Таким образом, все искомые величины Q , Q_1 и Q_2 выражаются при помощи формул (4), (8) и (9) через вероятность выхода фотона из среды P .

Заметим, что если нам известна величина Q , то можно легко определить и величины Q_1 и Q_2 . В самом деле, из формул (4), (8) и (9) получаем

$$Q_1 = \frac{\lambda Q}{1 - (1-\lambda)Q} \left[1 - (1-\lambda) \frac{\partial \ln Q}{\partial \lambda} \right], \quad (10)$$

$$Q_2 = 1 + \lambda \frac{\partial \ln Q}{\partial \lambda}. \quad (11)$$

В случае чистого рассеяния формула (8) дает для Q неопределенность, раскрывая которую находим

$$Q = \frac{\partial P}{\partial \lambda} \quad \text{при } \lambda = 1. \quad (12)$$

В данном случае $Q_1 = Q$, так как фотоны не испытывают в среде истинного поглощения.

Число рассеяний при равных источниках излучения. Выше через функцию P было выражено среднее число рассеяний фотонов, поглощенных в данном месте среды. Очевидно, что через ту же функцию можно выразить и среднее число рассеяний фотонов, появившихся во всей среде от каких-либо источников излучения.

Пусть α — объемный коэффициент поглощения в среде и $f \alpha dV$ — количество фотонов, пришедших непосредственно от источников излучения и поглощенных в элементарном объеме dV . Тогда полное количество фотонов, поглощенных во всей среде, будет равно $\int f \alpha dV$. Доля же фотонов, выходящих из среды наружу, будет определяться формулой

$$P^* = \frac{\int P f \alpha dV}{\int f \alpha dV}. \quad (13)$$

Пусть Q^* — среднее число рассеяний, испытываемых всеми поглощенными в среде фотонами, а Q_1^* и Q_2^* — среднее число рассеяний, испытываемых теми из фотонов, которые выходят наружу и гибнут соответственно. Мы, очевидно, имеем

$$Q^* = \frac{\int (1-P) f \lambda dV}{(1-\lambda) \int f \lambda dV}, \quad (14)$$

или, учитывая (13),

$$Q^* = \frac{1-P^*}{1-\lambda}. \quad (15)$$

Для величин Q_1^* и Q_2^* получаем

$$Q_1^* = \lambda \frac{\partial \ln P^*}{\partial \lambda}, \quad (16)$$

$$Q_2^* = \frac{1}{1-\lambda} + \lambda \frac{\partial \ln (1-P^*)}{\partial \lambda}. \quad (17)$$

Следовательно, величины Q^* , Q_1^* и Q_2^* определяются формулами, аналогичными формулам (4), (8) и (9) (с заменой P на P^*).

Входящая в формулу (13) величина f может быть обусловлена источниками излучения, расположенными как вне среды, так и внутри ее. Однако если источники излучения находятся внутри среды и излучают изотропно, то мы можем просто принять

$$\frac{\lambda}{4\pi} f = g, \quad (18)$$

где $g \lambda dV$ — количество фотонов, испускаемых объемом dV в единичном телесном угле. В данном случае вместо формулы (13) имеем

$$P^* = \frac{\int P g \lambda dV}{\int g \lambda dV}. \quad (19)$$

Здесь акт первоначального испускания фотона источниками излучения также считается рассеянием.

При помощи формулы (15) можно получить другую формулу для среднего числа рассеяний фотона, которая обычно применяется в теории рассеяния света. Допустим, что источники излучения действуют стационарно. Тогда в среде будет существовать стационарное поле излучения с некоторой функцией источников S . Очевидно, что число фотонов, испытывающих в среде истинное поглощение за 1 сек, будет

равно $(1 - \lambda) \frac{4\pi}{\lambda} \int S_{zd}V$. С другой стороны, то же число фотонов может быть записано в виде $(1 - P^*) \frac{4\pi}{\lambda} \int g_{zd}V$. Приравнивая друг другу два последних выражения, получаем

$$(1 - P^*) \int g_{zd}V = (1 - \lambda) \int S_{zd}V. \quad (20)$$

Поэтому на основании формулы (15) имеем

$$Q^* = \frac{\int S_{zd}V}{\int g_{zd}V}. \quad (21)$$

Формулой (21) и пользуются обычно для нахождения величины Q^* . При этом приходится предварительно определять функцию источников S , которая различна для разных источников излучения, действующих на среду. Для нахождения же величины Q^* по формуле (15) при любых источниках излучения достаточно знать лишь одну функцию P , которая не зависит от источников излучения. В этом состоит большое преимущество формулы (15) перед формулой (21).

Следует еще отметить, что входящая в формулу (15) величина P^* в некоторых случаях может быть найдена без знания функции P . Как мы помним, величина P^* представляет собой долю фотонов, выходящих из среды при заданных источниках излучения. Для некоторых же типов источников излучения эта доля непосредственно выражается через введенные в теорию рассеяния света различные вспомогательные функции, характеризующие выходящее из среды излучение. Поэтому при таких источниках излучения и величина Q^* выражается через упомянутые вспомогательные функции.

Одномерная полубесконечная среда. Полученные выше формулы мы сейчас применим к одномерной полубесконечной среде. При этом предположим, что при элементарном акте рассеяния фотоны испускаются с одинаковой вероятностью в обе стороны и их частота не меняется.

Обозначим через $P(\tau)$ вероятность выхода из среды фотона, поглощенного на оптической глубине τ . Легко получить, что функция $P(\tau)$ определяется интегральным уравнением

$$P(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty e^{-|\tau-t|} P(t) dt + \frac{\lambda}{2} e^{-\tau}. \quad (22)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$P(\tau) = (1 - k) e^{-k\tau}, \quad (23)$$

где $k = \sqrt{1 - \lambda}$.

Знание функции $P(\tau)$ дает нам возможность определить среднее число рассеяний фотона, поглощенного на любой оптической глубине τ . Подставляя выражение (23) в формулы (4), (8) и (9), получаем

$$Q(\tau) = \frac{1 - (1 - k) e^{-k\tau}}{1 - \lambda}, \quad (24)$$

$$Q_1(\tau) = \frac{1}{2k} (1 + k + \lambda\tau), \quad (25)$$

$$Q_2(\tau) = \frac{1}{1 - \lambda} - \frac{\lambda}{2k} [1 + (1 - k)\tau] \frac{e^{-k\tau}}{1 - (1 - k) e^{-k\tau}}. \quad (26)$$

Применим эти формулы в виде примера к случаю, когда фотон поглощается на границе среды. Полагая в них $\tau = 0$, имеем

$$Q(0) = \frac{1}{\sqrt{1 - \lambda}}, \quad (27)$$

$$Q_1(0) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \lambda}} + 1 \right), \quad (28)$$

$$Q_2(0) = \frac{1}{1 - \lambda} \left(1 - \frac{\lambda}{2} \right). \quad (29)$$

Мы видим, что полученные формулы приводят к весьма различным значениям средних чисел рассеяний фотонов. Например, при $\lambda = 0.99$ для фотонов, выходящих из среды, среднее число рассеяний равно $Q_1(0) = 5.5$, для гибнущих фотонов аналогичное число составляет $Q_2(0) = 50.5$, а для всех рассматриваемых фотонов оно равно $Q(0) = 10$.

В качестве другого примера рассмотрим случай, когда фотон поглощается на большой оптической глубине. Если $\lambda < 1$ и τ достаточно велико, то из формул (24) и (26) следует

$$Q(\tau) \simeq Q_2(\tau) \simeq \frac{1}{1 - \lambda}. \quad (30)$$

В данном случае величина $Q(\tau)$ обусловлена в основном гибелью фотонов.

Для величины $Q_1(\tau)$ при больших τ формула (25) дает

$$Q_1(\tau) \approx \frac{\lambda\tau}{2\sqrt{1-\lambda}}. \quad (31)$$

Таким образом, среднее число рассеяний фотонов, поглощенных на большой оптической глубине τ и выходящих из среды, пропорционально τ . При этом если оптическая глубина очень велика, то среднее число рассеяний для выходящих из среды фотонов будет гораздо больше, чем для гибнущих фотонов.

Для рассматриваемой среды можно также легко найти средние числа рассеяний фотонов при любых источниках излучения. Допустим, например, что источники излучения находятся вне среды и на её границу падает излучение интенсивности I_0 . Тогда мы будем иметь

$$f(\tau) = I_0 e^{-\tau} \text{ и}$$

$$P^* = \int_0^{\infty} P(\tau) e^{-\tau} d\tau = \frac{1-k}{1+k}. \quad (32)$$

Подставляя выражение (32) в формулы (15), (16) и (17), получаем

$$Q^* = \frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} - 1 \right), \quad (33)$$

$$Q_1^* = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}}, \quad (34)$$

$$Q_2^* = \frac{1 + \sqrt{1-\lambda}}{2(1-\lambda)}. \quad (35)$$

Из приведенных в этом разделе формул видно, что в случае чистого рассеяния (то есть при $\lambda = 1$) среднее число рассеяний фотонов в полубесконечной среде бесконечно велико (вне зависимости от расположения источников излучения).

Одномерная среда конечной оптической толщины. Рассмотрим теперь одномерную среду оптической толщины τ_0 . Вероятность выхода из среды фотона, поглощенного на оптической глубине τ , через границу $\tau = 0$ обозначим через $p(\tau)$. Величина $p(\tau)$ определяется интегральным уравнением

$$p(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} e^{-|\tau-t|} p(t) dt + \frac{\lambda}{2} e^{-\tau}, \quad (36)$$

а полная вероятность выхода из среды фотона, поглощенного на оптической глубине τ , равна

$$P(\tau) = p(\tau) + p(\tau_0 - \tau). \quad (37)$$

Решение уравнения (36) имеет вид

$$p(\tau) = (1 - k)e^{-k\tau} \frac{1 - re^{-2k(\tau_0 - \tau)}}{1 - r^2e^{-2k\tau_0}}, \quad (38)$$

где r — коэффициент диффузного отражения от полубесконечной среды, то есть

$$r = \frac{1 - k}{1 + k}. \quad (39)$$

При $\lambda = 1$ получаем

$$p(\tau) = \frac{1 + \tau_0 - \tau}{2 + \tau_0}. \quad (40)$$

На основании формул (37) и (38) находим

$$P(\tau) = \frac{1 - k}{1 + re^{-k\tau_0}} (e^{-k\tau} + e^{-k(\tau_0 - \tau)}). \quad (41)$$

При $\lambda = 1$, как и следовало ожидать, $P(\tau) = 1$.

Подстановка (41) в (8) дает следующее выражение для среднего числа рассеяний фотона, поглощенного на оптической глубине τ :

$$Q(\tau) = \frac{1}{k^2} \left[1 - \frac{1 - k}{1 + re^{-k\tau_0}} (e^{-k\tau} + e^{-k(\tau_0 - \tau)}) \right]. \quad (42)$$

При $\lambda = 1$ имеем

$$Q(\tau) = 1 + \frac{1}{2} [\tau_0 + \tau(\tau_0 - \tau)]. \quad (43)$$

При помощи функции $Q(\tau)$ можно найти среднее число рассеяний фотона при произвольных источниках излучения. В виде примера предположим, что источники излучения распределены в среде равномерно, то есть $g(\tau) = 1$. Тогда получаем

$$Q^* = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} Q(\tau) d\tau. \quad (44)$$

Подставляя (42) в (44), находим

$$Q^* = \frac{1}{k^2} \left[1 - \frac{2(1-k)}{k\tau_0} \cdot \frac{1 - e^{-k\tau_0}}{1 + re^{-k\tau_0}} \right], \quad (45)$$

а при $\lambda = 1$

$$Q^* = 1 + \frac{\tau_0}{2} + \frac{\tau_0^2}{12}. \quad (46)$$

При нахождении среднего числа рассеяний фотонов, выходящих из среды, в отличие от случая $\tau_0 = \infty$, можно рассматривать выход фотона как через одну границу, так и через другую. Допустим, что фотон был поглощен на оптической глубине τ и после диффузии в среде выходит через границу $\tau = 0$. Тогда по аналогии с формулой (4) можно написать, что фотон испытывает в среднем $\lambda \frac{\partial \ln p(\tau)}{\partial \lambda}$ рассеяний, где $p(\tau)$ определяется уравнением (36). При произвольных источниках излучения среднее число рассеяний фотонов, выходящих через границу $\tau = 0$, равно

$$\bar{z} = \frac{\int_0^{\tau_0} f(\tau) \lambda \frac{\partial p(\tau)}{\partial \lambda} d\tau}{\int_0^{\tau_0} f(\tau) p(\tau) d\tau}. \quad (47)$$

Вводя обозначение

$$I = \int_0^{\tau_0} f(\tau) p(\tau) d\tau, \quad (48)$$

мы можем переписать формулу (47) в виде

$$\bar{z} = \lambda \frac{\partial \ln I}{\partial \lambda}. \quad (49)$$

Очевидно, что величина I представляет собой интенсивность излучения, выходящего из среды через границу $\tau = 0$.

Формула (49) была получена В. А. Амбарцумяном [2]. В работе М. Л. Тер-Микаеляна [3] по этой формуле были определены средние числа рассеяний фотонов, диффузно-пропущенных и диффузно-отраженных одномерной средой.

Обозначая

$$z(\tau) = \lambda \frac{\partial p(\tau)}{\partial \lambda}, \quad (50)$$

вместо формулы (47) имеем

$$\bar{z} = \frac{\int_0^{\infty} f(\tau) z(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} f(\tau) p(\tau) d\tau}. \quad (51)$$

Для определения же функции $z(\tau)$ путем дифференцирования (36) по λ находим уравнение

$$z(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} e^{-|\tau-t|} z(t) dt + p(\tau). \quad (52)$$

Формула (51) вместе с уравнениями (36) и (52) были раньше получены другим способом автором [1]. Из указанных уравнений были определены функции $p(\tau)$ и $z(\tau)$, а затем по формуле (51) — величина \bar{z} для различных источников излучения.

В дальнейшем С. А. Каплан и В. Н. Сиверс [4] составили и решили уравнения, определяющие функции $p(\tau)$ и $z(\tau)$ для одномерной среды с движущейся границей.

Для одномерной среды конечной оптической толщины можно также найти (как это было сделано выше для полубесконечной среды) среднее число рассеяний, испытываемых гибнущими фотонами, однако на этом мы не будем останавливаться.

Ленинградский государственный
университет

NUMBER OF SCATTERINGS OF DIFFUSING PHOTONS. I

V. V. SOBOLEV

Basic formulae determining the mean number of scatterings of photons diffusing in an absorbing and scattering medium are given. Expressions for the numbers of scatterings of photons absorbed in the medium and escaping from it are found separately. The formulae are applied to the case of one-dimensional medium.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *В. В. Соболев*, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
2. *В. А. Амбарцумян*, ДАН АрмССР, 8, 101, 1948.
3. *М. Л. Тер-Микаелян*, ДАН АрмССР, 8, 149, 1948.
4. *С. А. Каплан, В. Н. Сиверс*, Астрон. ж., 57, 821, 1960.

ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В БЕСКОНЕЧНОЙ СРЕДЕ. II.

В. В. ИВАНОВ, Д. И. НАГИРЧЕР

Поступила 29 декабря 1965

Исследуется функция источников $S_p(\tau, \lambda)$ в бесконечной однородной среде с точечным источником излучения. Считается, что при рассеянии происходит полное перераспределение по частотам. Явное выражение для $S_p(\tau, \lambda)$ было получено в предыдущей статье [1]. Изучается поведение $S_p(\tau, \lambda)$ при $\tau \ll 1$ и $\tau \gg 1$, где τ — оптическое расстояние от источника. Рассмотрено три вида коэффициента поглощения — доплеровский, фойгтовский и лоренцовский. Особое внимание уделяется почти консервативному рассеянию ($1 - \lambda \ll 1$). Дается физическая интерпретация результатов. Обсуждается влияние перераспределения по частотам на пространственное распределение возбужденных атомов.

Настоящая статья посвящена исследованию пространственного распределения возбужденных атомов в бесконечной однородной среде, содержащей точечный источник излучения. Считается, что источник излучает кванты в частотах спектральной линии, которые затем изотропно рассеиваются атомами среды. Предполагается, что между частотами кванта до и после рассеяния никакой корреляции нет (приближение полного перераспределения по частоте). Строгое решение этой задачи для двухуровневого атома получено в первой статье [1]. Здесь это решение подробно анализируется. Дается также физическая интерпретация результатов.

Многие из приводимых ниже формул являются непосредственными аналогами (а в ряде случаев — прямыми обобщениями) соотношений, полученных в теории диффузии моноэнергетических нейтронов [2].

Объяснение всех обозначений дано в первой части работы. Ссылки вида (1.2.17) означают формулу (2.17) из статьи [1].

1. *Поле излучения вблизи источника.* Рассмотрим в первую очередь, как ведет себя функция источников $S_p(\tau, \lambda)$ при малых τ , то есть в непосредственной окрестности источника.

Перепишем (I.3.13) в виде

$$S_p(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau} \left(\int_0^{\infty} \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} e^{-\frac{\tau}{z}} G(z) dz + \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{z}} G(z) \frac{dz}{z^2} \right) \quad (1.1)$$

и изучим поведение входящих сюда интегралов при $\tau \ll 1$. Дифференцируя (I.2.17), находим, что

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{z}} G(z) \frac{dz}{z^2} = \frac{a_1}{\tau} - a_2 + O(\tau). \quad (1.2)$$

Далее,

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} e^{-\frac{\tau}{z}} G(z) dz &= \int_0^{\infty} \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} G(z) dz + \\ &+ \int_0^1 \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} \left(e^{-\frac{\tau}{z}} - 1 \right) G(z) dz + \\ &+ \int_1^{\infty} \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} \left(e^{-\frac{\tau}{z}} - 1 \right) G(z) dz. \end{aligned} \quad (1.3)$$

При $\tau \ll 1$ для третьего слагаемого в правой части имеем оценку

$$\int_1^{\infty} \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} \left(e^{-\frac{\tau}{z}} - 1 \right) G(z) dz = O(\tau). \quad (1.4)$$

Обращаясь ко второму слагаемому, замечаем, что при $z < 1$, как это следует из (I.3.12), (I.2.9) и (I.2.27),

$$\frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} = \left(2\lambda a_2 - \lambda^2 \frac{\pi^2}{4} a_1^2 \right) + O(z^2), \quad (1.5)$$

так что

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} \left(e^{-\frac{\tau}{z}} - 1 \right) G(z) dz = \\ & = G(0) \int_0^1 \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} \left(e^{-\frac{\tau}{z}} - 1 \right) dz = \\ & = a_1 \left(2\lambda a_2 - \lambda^2 \frac{\pi^2}{4} a_1^2 \right) (E_2(\tau) - 1) + O(\tau), \end{aligned} \quad (1.6)$$

или

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} \left(e^{-\frac{\tau}{z}} - 1 \right) G(z) dz = \\ & = a_1 \left(2\lambda a_2 - \lambda \frac{\pi^2}{4} a_1^2 \right) \tau \ln \tau + O(\tau). \end{aligned} \quad (1.7)$$

Поэтому вместо (1.3) при $\tau \ll 1$ можем написать

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} e^{-\frac{\tau}{z}} G(z) dz = \int_0^{\infty} \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} G(z) dz + \\ & + a_1 \left(2\lambda a_2 - \lambda^2 \frac{\pi^2}{4} a_1^2 \right) \tau \ln \tau + O(\tau). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Объединяя этот результат с (1.2), для функции источников $S_p(\tau, \lambda)$ при $\tau \ll 1$ находим

$$\begin{aligned} S_p(\tau, \lambda) = & \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \left\{ a_1 + \left[\int_0^{\infty} \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} G(z) dz - a_2 \right] \tau + \right. \\ & \left. + a_1 \left(2\lambda a_2 - \lambda^2 \frac{\pi^2}{4} a_1^2 \right) \tau^2 \ln \tau \right\} + O(1). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Входящий в эту формулу интеграл просто выражается через постоянную a_1 . Исследуя поведение функции источников при $\tau \ll 1$, мы могли бы исходить из представления решения в форме (1.3.6). Подстановка $y = \tau u$ дала бы тогда

$$S_p(\tau, \lambda) = \frac{1}{4\pi\tau^2} \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{1 - \lambda V\left(\frac{y}{\tau}\right)} - 1 \right) \frac{y \sin y}{\tau} dy. \quad (1.10)$$

При $u > 1$ с помощью (I.2.26) получаем

$$\frac{1}{1 - \lambda V(u)} - 1 = \frac{\lambda \pi}{2} a_1 \frac{1}{u} - \lambda \frac{\pi}{2} \left(\frac{2}{\pi} a_2 - \lambda \frac{\pi}{2} a_1^2 \right) \frac{1}{u^2} + \dots \quad (1.11)$$

Из (1.11) и (1.10) находим, что при $\tau \ll 1$

$$S_p(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4 \pi \tau^2} \left[a_1 + \left(\lambda \frac{\pi^2}{4} a_1^2 - a_2 \right) \tau + O(\tau^2 \ln \tau) \right]. \quad (1.12)$$

Сравнивая (1.12) с (1.9), получаем

$$\int_0^{\infty} \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} G(z) dz = \lambda \frac{\pi^2}{4} a_1^2, \quad (1.13)$$

и вместо (1.9) имеем окончательно

$$S_p(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4 \pi \tau^2} \left[a_1 + \left(\lambda \frac{\pi^2}{4} a_1^2 - a_2 \right) \tau + \right. \\ \left. + a_1 \left(2\lambda a_2 - \lambda^2 \frac{\pi^2}{4} a_1^2 \right) \tau^2 \ln \tau \right] + O(1), \quad (\tau \ll 1). \quad (1.14)$$

Отметим, что коэффициент при первом члене зависит от λ линейно, второй член содержит λ^2 , третий — уже λ^3 . Это означает, что чем дальше от источника находится элемент объема, тем большее в среднем число рассеяний совершают те кванты, которые вызывают возбуждение атомов в этом объеме. Такого результата можно было ожидать и из физических соображений.

2. Поле излучения вдали от источника (доплеровский коэффициент поглощения). Упрощения в решении в противоположном предельном случае — на больших расстояниях от источника — определяются поведением коэффициента поглощения в крыле линии. Исследовать их в общем виде, для произвольного $\alpha(x)$, было бы трудно. В этом разделе будет рассмотрен случай доплеровского коэффициента поглощения. Результаты аналогичного исследования для лоренцовского и фойгтовского профилей даются в следующем разделе.

При $\tau \gg 1$ основной вклад в интеграл (I.3.13) вносят значения подынтегральной функции при больших z . Поэтому, согласно (I.2.43), при доплеровском коэффициенте поглощения $R(z, \lambda)$ в (I.3.13) можно заменить на

$$\left[(1 - \lambda)^2 + \left(\lambda \frac{\pi}{2} z G_D(z) \right)^2 \right]^{-1}, \quad (2.1)$$

подставив вместо $G_D(z)$ главный член асимптотического разложения этой функции при $z \gg 1$, то есть [см. формулу (1.2.35)]

$$G_D(z) = \frac{1}{2 \sqrt{\pi} z^2 \sqrt{\ln z}}. \quad (2.2)$$

Присизводя указанные замены, находим, что

$$S_p^D(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau} \int_1^\infty \frac{e^{-\frac{\tau}{z}}}{(1-\lambda)^2 + \left(\frac{\lambda\sqrt{\pi}}{4z\sqrt{\ln z}}\right)^2} \cdot \frac{dz}{2\sqrt{\pi}z^2\sqrt{\ln z}}. \quad (2.3)$$

С той же точностью, с которой мы совершили переход от (1.3.13) к (2.3), после подстановки $y = \frac{\tau}{z}$ формула (2.3) превращается в следующую:

$$S_p^D(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \frac{1}{\sqrt{\pi}\tau^2\sqrt{\ln \tau}(1-\lambda)^2} F_p^D(t), \quad (\tau \gg 1) \quad (2.4)$$

где

$$F_p^D(t) = \frac{t^2}{2} \int_0^\infty \frac{y^2 e^{-y}}{t^2 + y^2} dy, \quad (2.5)$$

$$t_D = \frac{4\tau\sqrt{\ln \tau}(1-\lambda)}{\lambda\sqrt{\pi}}. \quad (2.6)$$

Формулы (2.4) — (2.6) и дают искомое асимптотическое представление $S_p^D(\tau, \lambda)$ при больших τ . Главное упрощение состоит в том, что величина $\tau^4 \sqrt{\ln \tau} \frac{(1-\lambda)^2}{\lambda} S_p^D(\tau, \lambda)$, зависящая от двух переменных — τ и λ — в асимптотической области превращается в функцию одной переменной t_D , просто выражающейся через τ и λ . Как известно [2], аналогичные упрощения при $\tau \gg 1$ существуют и в монохроматическом случае.

Для полного определения функции источников при $\tau \gg 1$ осталось найти значения $F_p^D(t)$. Это большого труда не составляет, так как $F_p^D(t)$ выражается через известные функции [3]:

$$F_p^D(t) = \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{2} (ci t \cdot \sin t - si t \cdot \cos t), \quad (2.7)$$

где $si t$ и $ci t$ — интегральные синус и косинус:

$$\operatorname{si} t = - \int_t^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx, \quad \operatorname{ci} t = - \int_t^{\infty} \frac{\cos x}{x} dx. \quad (2.8)$$

Из (2.7) можно получить разложение $F_p^D(t)$ в ряд, быстро сходящийся при малых t . Несколько первых членов этого ряда таковы:

$$F_p^D(t) = \frac{t^2}{2} \left[1 - \frac{\pi}{2} t - t^2 \ln t + (1 - \gamma) t^2 - \frac{\pi}{4} t^3 + \frac{t^4 \ln t}{6} + O(t^4) \right], \quad (2.9)$$

где $\gamma = 0.577216$ — постоянная Эйлера. При больших t функция $F_p^D(t)$ разлагается в асимптотический ряд

$$F_p^D(t) = 1 - \frac{4!}{2 \cdot t^2} + \frac{6!}{2 \cdot t^4} - \frac{8!}{2 \cdot t^6} + \dots + (-1)^n \frac{(2n+2)!}{2 \cdot t^{2n}} + \dots, \quad (2.10)$$

который нетрудно получить из ее интегрального представления (2.5). Значения $F_p^D(t)$, вычисленные по приведенным только что формулам, даны в табл. 1.

При $1 - \lambda \ll 1$ существует область значений τ , для которой $t_D \ll 1$. Из (2.4) и (2.6) следует, что в этой области

$$S_p^D(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4 \pi \tau^2} \frac{8}{\lambda^2 \pi^{3/2}} \sqrt{\ln \tau} \left[1 - \frac{2 \sqrt{\pi}}{\lambda} \tau \sqrt{\ln \tau} (1 - \lambda) + \dots \right]. \quad (2.11)$$

При $\lambda = 1$ условие $t_D \ll 1$ не ограничивает значений τ сверху. Поэтому, положив в последней формуле $\lambda = 1$, получаем асимптотику $S_p^D(\tau, 1)$, справедливую при всех $\tau \gg 1$:

$$S_p^D(\tau, 1) = \frac{1}{4 \pi \tau^2} \frac{8}{\pi^{3/2}} \sqrt{\ln \tau}. \quad (2.12)$$

Если в разложениях $u_D(z)$ и $G_D(z)$ при $z \gg 1$ взять несколько первых членов [см. формулы (1.2.43) и (1.2.35)], то из (1.3.13) можно получить не только первый, но и следующие члены асимптотики $S_p^D(\tau, 1)$:

$$S_p^D(\tau, 1) = \frac{1}{4 \pi \tau^2} \frac{8}{\pi^{3/2}} \sqrt{\ln \tau} \left(1 + \frac{1 + 2\gamma}{4} \frac{1}{\ln \tau} - \frac{2\pi^2 + 3 + 3\gamma + 3\gamma^2}{24} \frac{1}{\ln^2 \tau} + \dots \right) \quad (2.13)$$

Таблица 1

ФУНКЦИЯ $F_p^D(t)$

t	$F_p^D(t)$	t	$F_p^D(t)$	t	$F_p^D(t)$
0.0	0.00000	4.0	0.6658	12.0	0.9296
0.1	0.00435	4.2	0.6830	12.4	0.9335
0.2	0.01545	4.4	0.6991	12.8	0.9371
0.3	0.03118	4.6	0.7140	13.2	0.9404
0.4	0.05011	4.8	0.7280	13.6	0.9434
0.5	0.07122	5.0	0.7411	14.0	0.9462
0.6	0.09377	5.2	0.7533	14.4	0.9489
0.7	0.1172	5.4	0.7647	14.8	0.9513
0.8	0.1411	5.6	0.7755	15.2	0.9535
0.9	0.1652	5.8	0.7855	15.6	0.9557
1.0	0.1893	6.0	0.7950	16.0	0.9577
1.2	0.2365	6.4	0.8122	16.4	0.9596
1.4	0.2820	6.8	0.8275	16.8	0.9613
1.6	0.3252	7.2	0.8411	17.2	0.9629
1.8	0.3658	7.6	0.8533	17.6	0.9645
2.0	0.4039	8.0	0.8642	18.0	0.9659
2.2	0.4395	8.4	0.8740	18.4	0.9673
2.4	0.4726	8.8	0.8828	18.8	0.9686
2.6	0.5034	9.2	0.8907	19.2	0.9698
2.8	0.5320	9.6	0.8979	19.6	0.9709
3.0	0.5586	10.0	0.9045	20.0	0.9720
3.2	0.5833	10.4	0.9104		
3.4	0.6062	10.8	0.9159		
3.6	0.6275	11.2	0.9209		
3.8	0.6474	11.6	0.9254		
4.0	0.6658	12.0	0.9296		

или

$$S_p^D(\tau, 1) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{8}{\pi^{3/2}} \sqrt{\ln \tau} \left(1 + 0.539 \frac{1}{\ln \tau} - 1.054 \frac{1}{\ln^2 \tau} + \dots \right). \quad (2.14)$$

Заметим, между прочим, что удерживать второй член в (2.11) имеет смысл только тогда, когда он превосходит по абсолютной величине второй член разложения (2.13).

В противоположном предельном случае, когда $t_D \gg 1$, из (2.4) и (2.10) имеем

$$S_p^D(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \frac{1}{\sqrt{\pi\tau} \sqrt{\ln\tau}} \frac{1}{(1-\lambda)^2} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{\lambda^2\pi}{\tau^2 \ln\tau (1-\lambda)^2} + \dots \right) \quad (2.15)$$

При τ , по порядку больших единицы, для которых при данном λ величина t_D не являются ни очень малой, ни очень большой, функцию источников следует находить по формуле (2.4), беря значения $F_p^D(t)$ из табл. 1.

Функцию источников оказывается полезным представить в несколько иной форме, которая подсказывается следующими соображениями. Согласно (I.2.37), при больших τ функция ослабления $M_1^D(\tau)$ асимптотически равна

$$M_1^D(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau} \sqrt{\ln\tau}}. \quad (2.16)$$

Поэтому величину t_D , определяемую выражением (2.6), можно записать также в виде

$$t_D = \frac{4}{\lambda\pi} \cdot \frac{1-\lambda}{M_1^D(\tau)}, \quad (2.17)$$

а формула (2.4) с учетом (I.2.37) переписывается так:

$$S_p^D(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \frac{M_2^D(\tau)}{(1-\lambda)^2} F_p^D(t_D), \quad (\tau \gg 1). \quad (2.18)$$

До сих пор считалось, что оба этих соотношения относятся к значениям τ , по порядку величины большим единицы. Однако (2.17) позволяет вычислять величину t_D для любых τ , в том числе и тех, где формула (2.6) уже неприменима. Функции $M_1^D(\tau)$ и $M_2^D(\tau)$ при небольших τ должны, вообще говоря, находится численным интегрированием по формуле (I.2.1). Впрочем, недавно опубликованы [4] подробные таблицы $M_1^D(\tau)$ и $M_2^D(\tau)$, так что их можно считать известными. С учетом только что сказанного, функцию источников естественно представить в виде

$$S_p^D(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \frac{M_2^D(\tau)}{(1-\lambda)^2} F_p^D(t_D) \xi_p^D(\tau, \lambda), \quad (2.19)$$

где $\xi_p^D(\tau, \lambda)$ — поправочный множитель, учитывающий отклонение от асимптотики (2.18). Удобство такой формы записи состоит в том,

что в наиболее интересном случае почти консервативного рассеяния величина $\xi_p^D(\tau, \lambda)$ не сильно отличается от единицы при всех τ (из изложенного выше ясно, что $\xi_p^D(\tau, \lambda) \rightarrow 1$ при $\tau \rightarrow \infty$). Поскольку, кроме того, при $1 - \lambda \ll 1$ поглощение начинает существенно сказываться лишь на больших расстояниях от источника, а $\xi_p^D(\tau, \lambda)$ заметно отличается от единицы только при сравнительно небольших τ , величину $\xi_p^D(\tau, \lambda)$ можно в этом случае заменить на $\xi_p^D(\tau, 1)$, а множитель λ положить равным единице. В результате будем иметь

$$S_p^D(\tau, \lambda) = \frac{1}{4\pi\tau^2} \frac{M_2^D(\tau)}{(1-\lambda)^2} F_p^D(t_D) \xi_p^D(\tau, 1), \quad (1-\lambda \ll 1). \quad (2.20)$$

Если нужна только оценка функции источников, отличим поправочного множителя $\xi_p^D(\tau, 1)$ от единицы можно пренебречь. Что же касается всех остальных величин, то они легко вычисляются по приведенным выше формулам с использованием таблиц $M_1^D(\tau)$ и $M_2^D(\tau)$ [4].

Переходя в (2.19) к пределу при $\lambda \rightarrow 1$ и пользуясь (2.9), находим, что при строго консервативном рассеянии

$$S_p^D(\tau, 1) = \frac{1}{4\pi\tau^2} \frac{8}{\pi^2} \frac{M_2^D(\tau)}{[M_1^D(\tau)]^2} \xi_p^D(\tau, 1). \quad (2.21)$$

Из сравнения этой формулы с (1.14) следует, что при $\tau \ll 1$

$$\xi_p^D(\tau, 1) = \frac{\pi^2}{8} \left[1 + \sqrt{2} \left(\frac{\pi^2}{8} - 1 \right) \tau + \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{\pi^2}{8} \right) \tau^2 \ln \tau + O(\tau^3) \right]. \quad (2.22)$$

При $\tau \gg 1$

$$\xi_p^D(\tau, 1) = 1 - \frac{1}{4} \frac{1}{\ln \tau} - \frac{\pi^2 - 12\gamma}{48} \frac{1}{\ln^2 \tau} + \dots \quad (2.23)$$

3. *Поле излучения вдали от источника (фойгтовский и лоренцовский коэффициенты поглощения).* Исследование асимптотического поведения функции источников при фойгтовском и лоренцовском коэффициентах поглощения проводится аналогично тому, как это делалось в доплеровском случае. Мы дадим только окончательные результаты.

Оказывается, что при фойгтовском коэффициенте поглощения и $\tau \gg 1$

$$S_p^V(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \frac{V \alpha U(\alpha, 0)}{2\tau^{3/2} (1-\lambda)^2} F_p^V(t_V), \quad (3.1)$$

где

$$F_p^V(t) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} t^2 \int_0^{\infty} \frac{y^{3/2} e^{-y} dy}{(t + \sqrt{y})^2 + y}, \quad (3.2)$$

$$t_V = \frac{3(1-\lambda)}{\lambda \sqrt{\pi a U(a, 0)}} \tau^{1/2}. \quad (3.3)$$

При $t \ll 1$ значения функции $F_p^V(t)$ можно найти из ее разложения

$$F_p^V(t) = \frac{t^2}{3} - \frac{2}{3\sqrt{\pi}} t^3 + \frac{t^4}{3} + \dots, \quad (3.4)$$

а при $t \gg 1$ — по асимптотической формуле

$$\begin{aligned} F_p^V(t) &= \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \sin \frac{(k+1)\pi}{4} \cdot 2^{\frac{k+1}{2}} \Gamma\left(\frac{k+5}{2}\right) \frac{1}{t^k} = \\ &= 1 - \frac{16}{3\sqrt{\pi}} \frac{1}{t} + 5 \frac{1}{t^2} - \dots \end{aligned} \quad (3.5)$$

Для промежуточных t значения $F_p^V(t)$ находятся из (3.2) численным интегрированием (табл. 2).

Подчеркнем, что вид функции $F_p^V(t)$ не зависит от значения a . Правда, область применимости формулы (3.1) при разных a различна. Чем меньше a , тем больше минимальное τ , при котором эта формула уже может служить разумным приближением.

Когда относительная роль поглощения мала ($1-\lambda \ll 1$), в асимптотической области ($\tau \gg 1$) можно выделить три зоны:

1) Зона почти консервативного рассеяния. Здесь влияние поглощения мало. Это та область, где уже $\tau \gg 1$, но еще $t_V \ll 1$, то есть

$$1 \ll \tau \ll \frac{\lambda^2 \pi a U(a, 0)}{9(1-\lambda)^2}. \quad (3.6)$$

В этой области, как следует из (3.1) и (3.4),

$$\begin{aligned} S_p^V(\tau, \lambda) &= \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \cdot \frac{3}{\lambda^2 2\pi \sqrt{a U(a, 0)}} \frac{1}{\tau^{1/2}} \times \\ &\times \left[1 - \frac{6\tau^{1/2}}{\lambda\pi \sqrt{a U(a, 0)}} (1-\lambda) + \dots \right]. \end{aligned} \quad (3.7)$$

2) Переходная область. Поглощение заметно сказывается; хотя и не играет еще определяющей роли. Этой области соответствуют

Таблица 2

ФУНКЦИЯ $F_p^V(t)$

t	$F_p^V(t)$	t	$F_p^V(t)$	t	$F_p^V(t)$
0.0	0.0000	4.0	0.5055	12.0	0.7828
0.1	0.00299	4.2	0.5203	12.4	0.7888
0.2	0.01078	4.4	0.5342	12.8	0.7945
0.3	0.02199	4.6	0.5474	13.2	0.8000
0.4	0.03562	4.8	0.5600	13.6	0.8050
0.5	0.05091	5.0	0.5719	14.0	0.8099
0.6	0.06733	5.2	0.5832	14.4	0.8145
0.7	0.08445	5.4	0.5939	14.8	0.8190
0.8	0.1020	5.6	0.6041	15.2	0.8232
0.9	0.1197	5.8	0.6138	15.6	0.8272
1.0	0.1374	6.0	0.6232	16.0	0.8311
1.2	0.1722	6.4	0.6405	16.4	0.8347
1.4	0.2060	6.8	0.6564	16.8	0.8383
1.6	0.2382	7.2	0.6710	17.2	0.8416
1.8	0.2687	7.6	0.6844	17.6	0.8448
2.0	0.2974	8.0	0.6968	18.0	0.8480
2.2	0.3245	8.4	0.7083	18.4	0.8510
2.4	0.3499	8.8	0.7189	18.8	0.8539
2.6	0.3738	9.2	0.7288	19.2	0.8566
2.8	0.3963	9.6	0.7381	19.6	0.8593
3.0	0.4173	10.0	0.7467	20.0	0.8619
3.2	0.4372	10.4	0.7549	30.0	0.9052
3.4	0.4558	10.8	0.7625	50.0	0.9418
3.6	0.4734	11.2	0.7696	100.0	0.9704
3.8	0.4899	11.6	0.7763		
4.0	0.5055	12.0	0.7828		

расстояния от источника, для которых параметр t_V по порядку величины близок к единице. Функция источников должна находиться по формулам (3.1) — (3.3).

3) Зона сильного поглощения. Здесь $t_V \gg 1$, то есть

$$\approx \frac{\lambda^2 \pi a U(a, 0)}{9(1-\lambda)^2} \quad (3.8)$$

Функция источников дается следующим выражением, вытекающим из (3.1) и (3.5) при учете (3.3):

$$S_p^V(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \frac{\sqrt{aU(a, 0)}}{2(1-\lambda)^2} \frac{1}{\tau^{3/2}} \left(1 - \frac{16}{9} \frac{\lambda\sqrt{aU(a, 0)}}{1-\lambda} \frac{1}{\tau^{1/2}} + \dots \right) \quad (3.9)$$

Подобно тому, как это делалось в случае доплеровского коэффициента поглощения, функцию источников при всех τ полезно представить в форме

$$S_p^V(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \frac{M_2^V(\tau)}{(1-\lambda)^2} F_p^V(t_V) \xi_p^V(\tau, \lambda), \quad (3.10)$$

где

$$t_V = \frac{3}{\lambda\sqrt{\pi}} \frac{1-\lambda}{M_1^V(\tau)}. \quad (3.11)$$

В частности, при $1-\lambda \ll 1$ можно принять, что

$$S_p^V(\tau, \lambda) = \frac{1}{4\pi\tau^2} \frac{M_2^V(\tau)}{(1-\lambda)^2} F_p^V(t_V) \xi_p^V(\tau, 1). \quad (3.12)$$

При грубых оценках множитель $\xi_p^V(\tau, 1)$ вполне можно заменять на единицу.

Для строго консервативного рассеяния из (3.10) и (3.4) находим

$$S_p^V(\tau, 1) = \frac{1}{4\pi\tau^2} \frac{3}{\pi} \frac{M_2^V(\tau)}{[M_1^V(\tau)]^2} \xi_p^V(\tau, 1). \quad (3.13)$$

Все эти соотношения относятся к фойгтовскому коэффициенту поглощения. Чтобы получить аналогичные формулы для лоренцовского профиля, достаточно устремить a к бесконечности. Учитывая, что

$$aU(a, 0) \rightarrow \frac{1}{\pi} \quad \text{при} \quad a \rightarrow \infty \quad (3.14)$$

[это следует из (I.2.44)], вместо (3.1) и (3.3) находим

$$S_p^L(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\tau^{3/2}(1-\lambda)^2} F_p^L(t_L), \quad (3.15)$$

где

$$t_L = \frac{3(1-\lambda)}{\lambda} \tau^{1/2}, \quad (3.16)$$

причем функция $F_p^L(t)$ совпадает с $F_p^V(t)$ и дается формулой (3.2).

В частности, при

$$1 \ll \tau \ll \frac{\lambda^2}{9(1-\lambda)^2} \quad (3.17)$$

имеем

$$S_p^L(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \frac{3}{\lambda^2 2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\tau^{1/2}} \left[1 - \frac{6\tau^{1/2}}{\lambda\sqrt{\pi}} (1-\lambda) + \dots \right], \quad (3.18)$$

тогда как при

$$\tau \gg \frac{\lambda^2}{9(1-\lambda)^2} \quad (3.19)$$

из (3.15) находим

$$S_p^L(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau^2} \frac{1}{2\sqrt{\pi}(1-\lambda)^2} \frac{1}{\tau^{3/2}} \left(1 - \frac{16}{9\sqrt{\pi}} \frac{\lambda}{1-\lambda} \frac{1}{\tau^{1/2}} + \dots \right). \quad (3.20)$$

Главный член разложения (3.18) был получен ранее Б. А. Векленко [5].

Из (3.18), полагая $\lambda = 1$, получаем главный член асимптотики $S_p^L(\tau, 1)$ при больших τ . Можно вывести и более точную формулу, аналогичную разложению (2.13) в доплеровском случае:

$$S_p^L(\tau, 1) = \frac{1}{4\pi\tau^2} \frac{3}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\tau^{1/2}} \left(1 + \frac{9}{20} \frac{1}{\tau} + \dots \right). \quad (3.21)$$

Формулы (3.10) — (3.13) не меняют своего вида при переходе к лоренцовскому коэффициенту поглощения. Нужно только всюду индекс V заменить на L и учесть, что $F_p^L(t) = F_p^V(t)$. В приближении $\xi_p^L(\tau, 1) = 1$ функция источников легко вычисляется по этим формулам при всех τ , так как $M_1^L(\tau)$ и $M_2^L(\tau)$ просто выражаются через бесселевы функции мнимого аргумента [1, 6].

4. *Длина термализации.* После формального исследования поля излучения точечного источника остановимся на физической интерпретации результатов, относящихся к почти консервативному рассеянию. Кванты, испускаемые источником, испытывают в среде многократные рассеяния, каждое из которых представляет собой возбуждение атома с последующим спонтанным переходом. Чем дальше от источника находится возбужденный атом, тем большее в среднем число рассеяний должен был испытать квант, дошедший сюда и вызвавший возбуждение. Между тем, за возбуждением атома с вероятностью $1 - \lambda$ следует безизлучательный переход, и квант „гибнет“. Поэтому, сколь бы мала

ни была величина $1 - \lambda$, на достаточно больших расстояниях от источника „гибель“ квантов должна начать сказываться. Вблизи же источника, где возбуждение в основном производится квантами, испытавшими относительно небольшое число рассеяний, поле излучения должно быть почти таким же, как если бы „гибели“ квантов не было вовсе.

Согласно только что сказанному, при $1 - \lambda \ll 1$ вокруг источника должна существовать область, где рассеяние приближенно можно считать консервативным, то есть полагать $\lambda = 1$. Понятно, что размеры этой „области консервативного рассеяния“ должны быть тем больше, чем меньше роль поглощения. Это качественное заключение справедливо во всех случаях (при любой зависимости коэффициента поглощения в линии от частоты, любой индикатрисе и т. п.). Если же говорить о количественной стороне дела, то здесь уже все определяется процессами, происходящими при элементарном акте рассеяния.

Из формулы (I.3.18) следует, что при изотропном монохроматическом рассеянии размер „консервативной области“ по порядку величины равен диффузионной длине $\tau_d \equiv \frac{1}{k}$. Поскольку считается, что $1 - \lambda \ll 1$, из (I.3.15) имеем $k \approx \sqrt{3(1 - \lambda)}$, так что

$$\tau_d \approx \frac{1}{\sqrt{3(1 - \lambda)}}. \quad (4.1)$$

При рассеянии с полным перераспределением по частотам играет роль не только величина поглощения, определяемая значением λ , но и вид зависимости коэффициента поглощения от частоты. Из результатов, полученных в предыдущих разделах, ясно, что поглощением можно в первом приближении пренебрегать на расстояниях от источника, которым соответствуют значения параметра t , по порядку меньшие единицы. Поглощение начинает существенно сказываться только тогда, когда t становится порядка единицы. Поэтому за размер области консервативного рассеяния можно принять расстояние от источника, которому соответствует значение параметра t , равное единице.

Значение τ , которому отвечает $t = 1$, будем называть *длиной термализации*. Обозначая длину термализации через τ , имеем по определению

$$\lambda M_1(\tau) = C(1 - \lambda), \quad (4.2)$$

где константа C определяется профилем коэффициента поглощения, но во всех случаях близка к единице. В частности,

$$C_D = \frac{4}{\pi} = 1.273, \quad (4.3a)$$

$$C_V = C_L = \frac{3}{\sqrt{\pi}} = 1.693. \quad (4.36)$$

При малой относительной роли поглощения ($1 - \lambda \ll 1$) множитель λ в левой части (4.2) можно заменить на единицу, а для вычисления функции ослабления $M_1(\tau_i)$ взять главный член ее асимптотики (см. [1], раздел 2). В результате получим

$$\tau_i \sqrt{\ln \tau_i} \approx \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{1}{1 - \lambda}, \quad (\text{Допплер}) \quad (4.4a)$$

$$\tau_i \approx \frac{\pi a U(a, 0)}{9} \frac{1}{(1 - \lambda)^2}, \quad (\text{Фойгт}) \quad (4.46)$$

$$\tau_i \approx \frac{1}{9} \frac{1}{(1 - \lambda)^2}. \quad (\text{Лоренц}) \quad (4.4b)$$

Отметим, что область применимости формулы (4.46) ограничена теми значениями τ_i , при которых для $M_1^V(\tau_i)$ уже можно пользоваться асимптотическим представлением (1.2.49). То же самое относится и ко всем асимптотикам, полученным в предыдущем разделе для фойгтовского случая.

Понятие длины термализации чрезвычайно полезно для качественного суждения о характере решения большинства задач о переносе резонансного излучения. Она было введено в теорию Ю. Эйветтом и Д. Хаммером [6] и получило затем систематическое применение ([7, 8] и др.). Длина термализации, используемая в этих работах, отличается от τ_i на несущественный постоянный множитель. Происхождение термина объясняется тем, что в изотермической плазме величина τ_i дает оптическое расстояние от границы, начиная с которого населенность верхнего уровня становится близкой к термодинамически равновесной населенности, отвечающей кинетической температуре плазмы.

Общее заключение, которое можно сделать на основании приведенных только что формул, состоит в следующем: чем медленнее убывает коэффициент поглощения в крыле линии, тем больше длина термализации, а, значит, и размеры области консервативного рассеяния. Насколько велико влияние различий в коэффициенте поглощения, можно судить по такому примеру. Когда $1 - \lambda = 10^{-1}$ (в действительности часто приходится иметь дело и с много меньшими значениями $1 - \lambda$), при доплеровском коэффициенте поглощения длина термализации равна примерно $0.4 \cdot 10^4$, а при лоренцовском — $1.1 \cdot 10^7$. Диффузионная

же длина составляет всего $0.6 \cdot 10^8$. Различие достигает многих порядков. Однако и сейчас еще иногда встречается очень распространенная в недавнем прошлом ошибка — отождествление длины термализации с диффузионной длиной.

5. *Эффект накопления.* Рассмотрим теперь вопрос о том, к чему сводится суммарный эффект многократных рассеяний. Точнее говоря, выясним, как изменяется концентрация возбужденных атомов на заданном расстоянии от источника в результате взаимодействия его излучения со средой.

Обратимся сперва к монохроматическому рассеянию. Представим себе, что источник мощности $4\pi/\sigma^2$ находится в пустоте. На расстоянии r от него помещен „пробный“ объем с веществом. Свойства этого вещества (объемный коэффициент поглощения τ , значение параметра λ и т. д.) будем считать теми же самыми, которыми мы ранее наделяли все вещество, заполняющее пространство. Пусть объем имеет форму цилиндра сечением 1 см^2 и толщиной dr , ось которого направлена на источник. Поток излучения, падающего на этот объем, равен $\frac{4\pi}{\sigma^2} \frac{1}{4\pi r^2} = \frac{1}{r^2}$. Из него за единицу времени поглощается энергия $\frac{\sigma dr}{r^2}$. Доля λ этой энергии излучается затем во все стороны. Поэтому функция источников в таком пробном объеме равна

$$S_0^M(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau^2}. \quad (5.1)$$

Если же источник находится в бесконечной однородной среде, то на расстоянии r от него функция источников равна $S_p^M(\tau, \lambda)$. Таким образом, отношение

$$i_p^M(\tau, \lambda) = \frac{S_p^M(\tau, \lambda)}{S_0^M(\tau, \lambda)} = \frac{4\pi\tau^2}{\lambda} S_p^M(\tau, \lambda) \quad (5.2)$$

показывает, во сколько раз под влиянием среды изменяется излучение пробного объема, лежащего на расстоянии r от источника. Величину $i_p^M(\tau, \lambda)$ можно назвать коэффициентом влияния среды. Графики $i_p^M(\tau, \lambda)$ для нескольких значений λ , построенные с использованием численных данных, приводимых в книге К. Кейса, Ф. Гофмана и Г. Плачека [2], приведены на рис. 1. Наша ближайшая цель состоит в обсуждении общего поведения кривых $i_p^M(\tau, \lambda)$.

При большом поглощении (малые λ) среда сильно ослабляет излучение. В предельном случае $\lambda \rightarrow 0$ это ослабление происходит экспоненциально. С ростом λ убывание коэффициента влияния при возрастании τ становится все более медленным. При $\lambda > \frac{4}{\pi^2} = 0.405$ вокруг источника появляется область, где среда действует уже как своего рода усилитель, или, правильнее сказать, накопитель. Однако пока поглощение играет сравнительно большую роль, размеры этой области и „усиление“ в ней не очень велики. Так, даже при $\lambda = 0.9$ максимальное значение коэффициента влияния составляет лишь около 1.9, а радиус зоны накопления, где $i_p^M(\tau, \lambda) > 1$, не превышает 4.8 длин свободного пробега кванта. Только при очень слабом поглощении ($1 - \lambda \ll 1$) эффект накопления становится значительным.

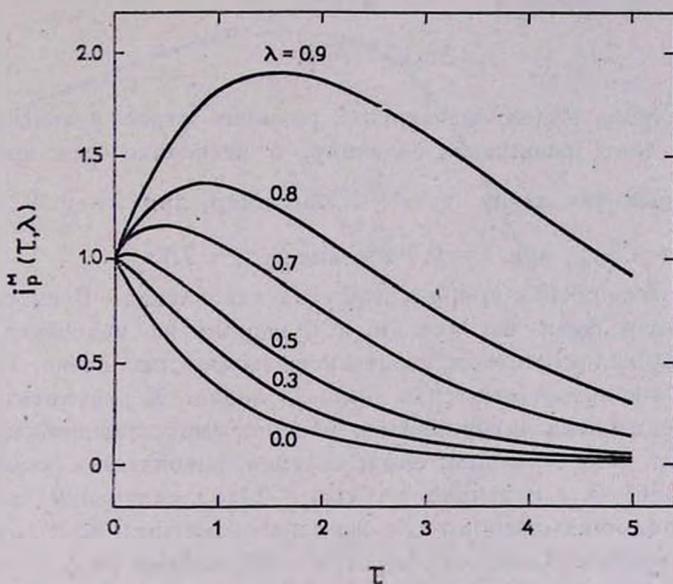


Рис. 1.

Представляет известный интерес рассмотреть случай почти консервативного рассеяния немного подробнее. Из (5.2) и (I.3.18) следует, что при $1 - \lambda \ll 1$ и $\tau \gg 1$

$$i_p^M(\tau, \lambda) \approx 3\tau e^{-k\tau}. \quad (5.3)$$

Между тем, из рис. 1 видно, что с уменьшением роли поглощения максимум накопления быстро сдвигается в сторону больших τ . Поэтому при оценке положения максимума можно исходить из последней

формулы. Дифференцируя ее по τ и приравнявая производную нулю, находим, что максимум накопления приходится на расстояние от источника, равное $\tau_{\max} = \frac{1}{k}$. Иначе говоря, при почти консервативном монохроматическом рассеянии максимальное накопление наблюдается на расстоянии одной диффузионной длины от источника. Принимая во внимание, что при почти консервативном рассеянии $k \approx \sqrt{3(1-\lambda)}$, для коэффициента влияния среды в максимуме находим из (5.3):

$$i_p^M(\tau_{\max}, \lambda) \approx \sqrt{\frac{3}{1-\lambda}} e^{-\tau}. \quad (5.4)$$

Чтобы определить радиус зоны накопления τ_1 , нужно в (5.3) приравнять $i_p^M(\tau, \lambda)$ единице:

$$3\tau_1 e^{-k\tau_1} = 1. \quad (5.5)$$

При разумно малых значениях k решение этого уравнения дает для радиуса зоны накопления величину, в несколько раз превышающую диффузионную длину $\tau_d = \frac{1}{k}$. Например, при $\lambda = 0.99$ из (5.5) находим $\tau_1 \approx 4.3\tau_d$, при $\lambda = 0.9999$ имеем $\tau_1 \approx 7.1\tau_d$.

Какова физическая природа эффекта накопления? В пустоте траектории квантов были бы лучами, исходящими из источника. Когда источник окружен веществом, кванты испытывают рассеяния. Их траектории из лучей превращаются в ломаные линии. В результате отток квантов от источника затрудняется, что и служит причиной обсуждаемого эффекта. В бесконечной среде предел накоплению квантов кладет поглощение (а в конечной — также и выход излучения через границы). Мы подробно говорим обо всех этих понятных, почти очевидных вещах не случайно. Казалось бы, эти соображения имеют настолько общий характер, что должны оставаться в силе и в случае рассеяния света в частотах спектральной линии. Однако это не так, или, вернее, не совсем так. Возможность изменения частоты при рассеянии сильно меняет картину, в одних случаях резко уменьшая, а в других и вовсе сводя на-нет эффект накопления.

Возьмем, например, рассеяние с доплеровским коэффициентом поглощения. Учитывая, что при рассеянии с полным перераспределением по частотам $S_0(\tau, \lambda) = \frac{\lambda a_1}{4\pi\tau^2}$, из (2.4) — (2.6) находим, что при $1 - \lambda \ll 1$ и $\tau \gg 1$ коэффициент влияния среды равен

$$i_p^D(\tau, \lambda) = \frac{8\sqrt{2}}{\pi^{3/2}} \sqrt{\ln \tau} \int_0^{\infty} \frac{y^2 e^{-y}}{t_D^2 + y^2} dy. \quad (5.6)$$

График этой функции приведен на рис. 2. Качественно все обстоит так же, как и при монохроматическом рассеянии — вокруг источника существует зона накопления, в которой $i_p^D(\tau, \lambda) > 1$, причем размер ее тем больше, чем меньше $1 - \lambda$. Однако с количественной стороны имеются громадные различия. При доплеровском коэффициенте по-

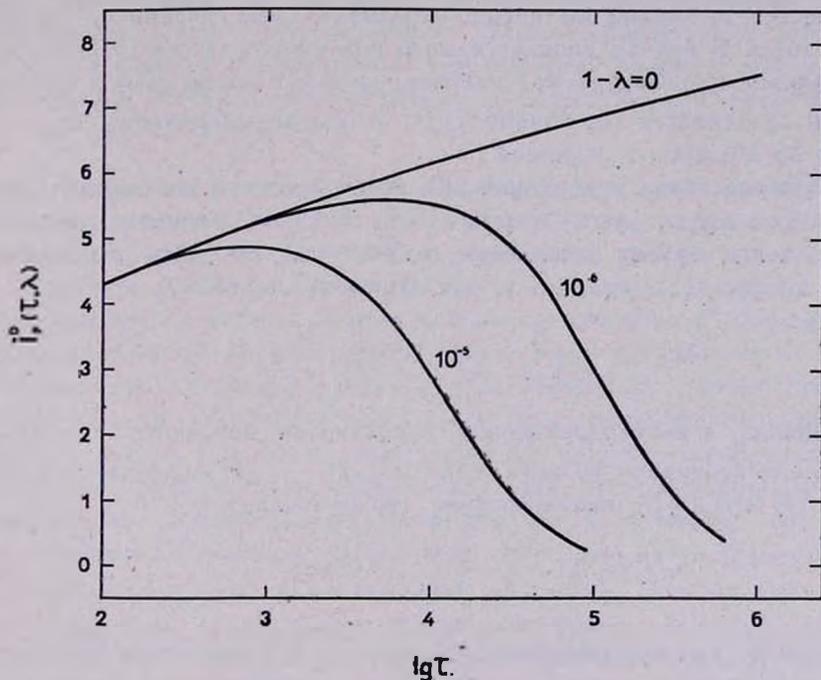


Рис. 2.

глощения коэффициент влияния в зоне накопления по порядку величины не отличается от единицы, тогда как при монохроматическом рассеянии он может достигать очень больших значений. Например, при $1 - \lambda = 10^{-6}$ имеем $i_p^D(\tau_{\max}) \approx 5.6$, тогда как $i_p^M(\tau_{\max}) \approx 1.1 \cdot 10^3$ [см. формулу (5.4)]. Причиной этого различия служит перераспределение по частотам при элементарном акте рассеяния, приводящее к постепенной „перекачке“ квантов из ядра линии в крылья. В крыльях коэффициент поглощения мал. Поэтому квант, попавший в крыло, проходит без рассеяний относительно большое расстояние. Это значит, что та-

кой квант обладает много меньшей способностью возбуждать атомы, чем квант с частотой, близкой к центру линии.

Итак, при рассеяниях происходят два явления, действующих в противоположных направлениях. Во-первых, меняются направления движения квантов, что ведет к „запутыванию“ их траекторий и вызывает эффект накопления. Во-вторых, меняется частота. После каждого рассеяния в крыльях линии оказывается все большая доля излучения. Вследствие этого среда как бы „просветляется“ — с увеличением пути, пройденного излучением в среде, растет число испытанных квантами рассеяний, и излучение постепенно утрачивает свою способность возбуждать атомы. В случае доплеровского коэффициента поглощения первый эффект преобладает над вторым, хотя и в очень слабой степени. Этим и объясняется то, почему $i_p^D(\tau, \lambda)$ в зоне накопления не отличается по порядку от единицы.

При рассеянии с лоренцовским коэффициентом поглощения доминирует уже эффект перераспределения. Даже в строго консервативном случае, когда эффект накопления должен был бы быть наибольшим, его не существует, поскольку, как это видно из (3.21),

$$i_p^L(\tau, 1) = \frac{3}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\tau^{1/2}} \left(1 + \frac{9}{20} \frac{1}{\tau} + \dots \right). \quad (5.7)$$

Правда, в непосредственной окрестности источника должна существовать небольшая область, где $i_p^L(\tau, 1) > 1$. Это следует из формул (1.14) и (1.2.57), показывающих, что при малых τ

$$i_p^L(\tau, 1) = 1 + \left(\frac{\pi^2}{8} - \frac{3}{4} \right) \tau + \dots \quad (5.8)$$

Однако уже при небольших τ рост $i_p^L(\tau, 1)$ сменяется убыванием, и во всей асимптотической области ($\tau \gg 1$) коэффициент влияния оказывается много меньше единицы. В противоположность этому, при монохроматическом рассеянии и в доплеровском случае $i_p(\tau, 1) > 1$ при всех τ .

Таким образом, при лоренцовском коэффициенте поглощения присутствие даже чисто рассеивающей среды уменьшает концентрацию возбужденных атомов на больших расстояниях от источника по сравнению с той, которая была бы в пробном объеме, находящемся в пустоте на том же расстоянии от источника. Спад концентрации возбужденных атомов в рассеивающей среде происходит при этом пропорционально $r^{-3/2}$, где r — расстояние от источника [см. формулу (3.21)]. На первый взгляд этот результат может показаться странным. В чисто рассеивающей среде поток излучения через единичную пло-

щадку убывает как r^{-2} , а потому, казалось бы, не может убывать быстрее и концентрация возбужденных атомов. На самом деле это не так. Поток, проинтегрированный по всем частотам в линии, действительно убывает как r^{-2} . Однако с расстоянием изменяется и распределение излучения по частотам. Из-за сильной зависимости коэффициента поглощения в линии от частоты это обстоятельство должно обязательно приниматься во внимание. В принципе оно может обеспечить и более быстрое убывание концентрации возбужденных атомов. При рассеянии с полным перераспределением по частотам решающим здесь является поведение коэффициента поглощения в далеких крыльях линии. Чем медленнее убывает коэффициент поглощения с удалением от центра линии, тем быстрее спадает с расстоянием концентрация возбужденных атомов. По существу это есть не что иное как эффект Занстра [9].

В заключение остановимся на вопросе о том, когда среду можно считать бесконечной. Если размеры среды конечны, имеются два конкурирующих процесса, ведущих к выбыванию квантов из процесса многократных рассеяний. Один из них — это выход излучения через границы, другой — гибель квантов вследствие „истинного“ поглощения, то есть различного рода неупругих процессов — ударов второго рода, фотоионизаций с верхнего уровня и т. п. Поскольку первый из этих процессов нами не учитывался, полученные выше результаты применимы только в том случае, когда второй процесс преобладает над первым. Это условие будет выполнено, если 1) характерный размер системы много больше длины термализации; 2) источник находится на расстоянии от границы, большом по сравнению с r_0 ; 3) рассматриваются области среды, более далекие от границ, чем от источника. Выполнения этих трех предположений достаточно для того, чтобы полученные выше результаты можно было использовать для расчета населенности первого возбужденного уровня атомов газа, занимающего конечный объем.

Ленинградский государственный
университет

TRANSFER OF RESONANCE RADIATION IN INFINITE MEDIUM. II.

V. V. IVANOV, D. I. NAGIRNER

Source function $S_p(\tau, \lambda)$ for an infinite homogeneous medium with a point energy source is studied. It is assumed that there is complete redistribution in frequency. Explicit expression for $S_p(\tau, \lambda)$ was found in the preceding paper [1]. Behaviour of $S_p(\tau, \lambda)$ for $\tau \ll 1$ and $\tau \gg 1$ is investigated (τ is the optical distance from the source). Three forms of absorption coefficient are considered, namely, Doppler, Voigt and Lorentz. Special attention is paid to nearly conservative scattering ($1 - \lambda \ll 1$). Physical interpretation of the results is given. The effect of frequency redistribution on spatial distribution of excited atoms is discussed.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Д. И. Нагирнер, В. В. Иванов, *Астрофизика*, 2, 5, 1966.
2. K. M. Case, F. Hoffman, G. Plazcek, *Introduction to the Theory of Neutron Diffusion*, U. S. Government Printing Office, Los Alamos, 1953.
3. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Физматгиз, М., 1962.
4. В. В. Иванов, В. Т. Щербаков, *Астрофизика*, 1, 22, 1965.
5. Б. А. Векленко, *ЖЭТФ*, 36, 204, 1959.
6. E. N. Avrett, D. G. Hummer, *MN*, 120, 295, 1965.
7. *Formation of Spectrum Lines*, Smithsonian Institution Astrophysical Observatory. Special Report N 174, Cambridge, U. S. A., May, 1965.
8. В. В. Иванов, сб. «Теория звездных спектров», «Наука», М., 1956.
9. H. Zanstra, *Bull. Astron. Inst. Netherl.*, 11, № 401, 1949.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

ИЮНЬ, 1966

ВЫПУСК 2

НЕТЕПЛОЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ, ГЕНЕРИРУЕМОЕ
КОГЕРЕНТНЫМИ ПЛАЗМЕННЫМИ ВОЛНАМИ

В. В. ЗАЙЦЕВ, С. А. КАПЛАН

Поступила 14 февраля 1966

Приводятся формулы, позволяющие оценить интенсивность и эффективную температуру нетеплового радиоизлучения, образующегося при рассеянии и регулярной трансформации плазменных волн. Рассмотрены механизмы возбуждения когерентных плазменных волн однородным потоком (в случаях сильного и слабого внешнего магнитного поля) и ударными волнами в плазме „низкого“ и „высокого“ давлений. Кратко обсуждаются возможности астрофизических применений полученных результатов.

Хорошо известно, что многие космические радиоисточники имеют настолько большую интенсивность радиоизлучения, что объяснить его в рамках обычного теплового механизма оказывается невозможным даже при самых крайних предположениях о физических условиях в этих источниках. Остается допустить, что в данном случае имеют место нетепловые механизмы. Чаще всего рассматривается механизм синхротронного радиоизлучения. В принципе, с помощью этого механизма можно получить любую интенсивность, предположив наличие соответствующего количества релятивистских электронов. Но при этом возникают другие трудности — необходимо указать механизмы ускорения заряженных частиц до релятивистских энергий, которые могут действовать при тех или иных условиях, характерных для данного источника. Следует отметить, что хотя часто мы и не сомневаемся в том, что в большинстве объектов космического радиоизлучения действительно имеет место синхротронный механизм, все же до сих пор не удалось сколько-нибудь уверенно ни указать источники энергии релятивистских электронов, ни описать механизмы их ускорения.

С другой стороны, хорошо известен еще один механизм нетеплового радиоизлучения, не требующий большого количества энергии

у генерирующих частиц и, следовательно, позволяющий получить интенсивные потоки радиоизлучения при очень незначительных требованиях к энергетике источников. Речь идет о генерации когерентных плазменных волн и последующей их трансформации в радиоизлучение. Большая мощность излучения связана здесь с тем, что в этом случае складываются не интенсивности излучения отдельных частиц, как, например, в синхротронном механизме, а амплитуды коллективных колебаний электронов. Следовательно, общая интенсивность плазменных волн (пропорциональная квадрату суммарной амплитуды колебаний электронов) оказывается очень большой, хотя энергии колебаний отдельных частиц и невелики. Поэтому, хотя коэффициент трансформации плазменных волн в поперечные радиоволны обычно достаточно мал, все же интенсивность этого нетеплового радиоизлучения оказывается на много порядков большей, чем интенсивность теплового радиоизлучения при той же энергии электронов.

В радиоастрономии указанный механизм нетеплового излучения неоднократно привлекался для интерпретации мощных всплесков солнечного радиоизлучения, а также для объяснения радиоизлучения квазаров [1, 2]. Однако в нашу задачу не входит обсуждение этих исследований. Дело в том, что в каждом случае механизм когерентного радиоизлучения рассматривался применительно к условиям в том или ином источнике радиоизлучения, объяснение которого было задачей данного исследования.

В настоящей работе проблема генерации нетеплового когерентного радиоизлучения в космических условиях обсуждается по возможности в наиболее общем виде. Задачей исследования является получение достаточно общих формул, позволяющих оценить интенсивность нетеплового радиоизлучения при различных конкретных условиях в том или ином источнике. Можно думать, что механизм нетеплового когерентного радиоизлучения еще мало использовался астрофизиками также и потому, что до сих пор в их распоряжении не было соответствующих простых и вместе с тем достаточно общих формул, в то время как в теории нетеплового синхротронного радиоизлучения такие формулы давно известны.

1. *Интенсивность нетеплового радиоизлучения при рассеянии когерентных плазменных волн.* Обозначим через $\varepsilon(\infty)$ плотность энергии когерентных плазменных волн в установившемся состоянии. Тогда, если Q — отношение величины потока энергии поперечных электромагнитных волн к потоку энергии плазменных волн, для интенсивности радиоизлучения, вышедшего из источника, получим

$$I_{\text{ког}} = \frac{\varepsilon(\infty) V_{\text{гр}}}{4 \pi \Delta \omega} Q. \quad (1)$$

Здесь $\Delta \omega$ — частотный интервал, в котором заключены плазменные волны; $V_{\text{гр}}$ — скорость переноса энергии плазменных волн. В изотропной плазме (без магнитного поля) $V_{\text{гр}} = V_{\text{те}} n(\omega) = \sqrt{\frac{kT_e}{m} \left(1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2}\right)}$, где $V_{\text{те}}$ — тепловая скорость электронов,

$$V_{\text{те}} = \sqrt{\frac{kT_e}{m}}, \quad (2)$$

k — постоянная Больцмана, m — масса электрона, ω_L — ленгмюровская частота электронов

$$\omega_L^2 = \frac{4 \pi e^2 N}{m}. \quad (3)$$

В последней формуле l и N — соответственно заряд и концентрация электронов.

Коэффициент трансформации при рэлеевском (с сохранением частоты) рассеянии плазменных волн на тепловых плазменных флуктуациях в оптически тонком слое определяется формулой [1]

$$Q = \frac{4 \pi r_0^2}{3} NL \cdot \frac{c}{V_{\text{те}}} = \frac{4 \pi e^4 m^{1/2} N}{3 m^2 c^3 (kT)^{1/2}} L, \quad (4)$$

где $r_0 = e^2 / mc^2$ — классический радиус электрона, L — линейный размер области, в которой происходит трансформация. Формула (4) справедлива только тогда, когда в источнике не происходит самопоглощения радиоволн. Заметим, что коэффициент обычного тормозного поглощения на частотах, близких к ω_L , достаточно велик. Кроме того, возможна обратная трансформация поперечных электромагнитных волн в плазменные. И тот и другой эффекты в однородной среде можно учесть, заменив „длину трансформации“ L в формуле (4) на величину

$$\frac{1 - \exp(-\tau)}{\chi(\omega) + \frac{8 \pi}{3} r_0^2 N}, \quad (5)$$

где $\chi(\omega)$ — коэффициент тормозного поглощения. Для простоты в обратной трансформации мы учитываем лишь рассеяние на свободных электронах; учет коллективного взаимодействия между частицами при-

ведет к появлению несущественного множителя порядка единицы. В (5) τ — оптическая толщина среды

$$\tau = \int \left[\kappa(\omega) + \frac{8\pi}{3} r_0^2 N \right] dl. \quad (6)$$

Формулы (5) и (6) следуют из обычного уравнения переноса, применимого и в этом случае. В космических условиях обратная трансформация при рассеянии (член $8\pi r_0^2 N/3$ в (5) и (6)) обычно много меньше тормозного поглощения и этим эффектом можно пренебречь. Нетрудно убедиться, что если оптическая толщина источника плазменных волн мала, то (5) сводится к геометрическому размеру источника вдоль радиолуча, то есть к величине L в формуле (4).

Коэффициент тормозного поглощения в изотропной плазме, как известно, определяется формулой

$$\kappa(\omega) = \frac{32\pi^3 e^0 N^2}{(2\pi mkT)^{3/2} \cdot c} \cdot \frac{\Lambda}{\omega^2 n(\omega)}, \quad (7)$$

где

$$\Lambda = \ln \left(0.37 \frac{kT}{e^2 N^{1/2}} \right) \approx 5.5 + \ln \frac{7}{N^{1/2}} \quad (8)$$

— кулоновский логарифм, $n(\omega) = \sqrt{1 - \omega_L^2/\omega^2}$ — показатель преломления. Формула (8) справедлива, если $T < 3 \cdot 10^5$ °К. В противоположном случае высоких температур логарифмический член в (7) необходимо заменить на

$$\Lambda = \ln(10^4 T^{3/2} / N^{1/2}). \quad (8a)$$

Мы берем значения кулоновских логарифмов для достаточно плотной плазмы ($N = 10^7 - 10^8$ см⁻³), ибо только в этом случае плазменная частота попадает в наблюдаемый радиодиапазон. Подставляя (7) в (5), пренебрегая обратным рассеянием и заменяя величиной (5) параметр L в (4), получаем

$$Q = \frac{2(2\pi)^{1/2}}{3\Lambda} \cdot \frac{kT}{mc^3} \frac{\omega^2}{\omega_L^2} n(\omega) (1 - e^{-\tau}). \quad (9)$$

Это и есть коэффициент трансформации с учетом тормозного поглощения радиоизлучения в самом источнике.

Для оценки эффективности когерентного радиоизлучения удобно записать отношение $I_{\text{ког}}/I_{\text{теп}}$, где $I_{\text{теп}}$ — интенсивность обычного теплового радиоизлучения, генерируемого в том же источнике. Как известно, для слоя однородной плазмы

$$I_{\text{теп}} = \frac{n^2(\omega)}{8\pi^3 c^2} kT (1 - e^{-\tau}). \quad (10)$$

Здесь T — температура электронного газа в источнике. Из формул (1), (9) и (10) получаем

$$\frac{I_{\text{ког}}}{I_{\text{теп}}} = \frac{(2\pi)^{3/2}}{6\Lambda} \cdot \frac{\omega_L}{\Delta\omega} \cdot \frac{\varepsilon(\infty)}{kT} D^3, \quad (11)$$

где дебаевский радиус D равен

$$D = \frac{V_{\text{те}}}{\omega_L} = \left(\frac{kT}{4\pi e^2 N} \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Формуле (11) можно придать более удобный вид, если учесть, что в равновесной плазме всегда имеют место плазменные флуктуации — тепловые плазменные волны, плотность энергии которых

$$\varepsilon(0) \approx \frac{kT}{D^3}. \quad (13)$$

Эта формула есть ни что иное, как закон Рэлея-Джинса для тепловых плазменных волн при учете того известного факта, что вследствие затухания Ландау плазменные колебания с длиной волны, меньшей дебаевского радиуса, практически мгновенно затухают. Из (8) также следует, что отношение $(2\pi)^{3/2}/6\Lambda$ близко к единице. Поэтому с вполне достаточной точностью можно записать

$$\frac{I_{\text{ког}}}{I_{\text{теп}}} \approx \frac{\omega_L}{\Delta\omega} \frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)}. \quad (14)$$

Физический смысл этой формулы очевиден — интенсивность не-теплового когерентного радиоизлучения во столько раз больше интенсивности теплового радиоизлучения этого же источника, во сколько раз плотность энергии когерентных плазменных волн больше плотности энергии тепловых плазменных флуктуаций (в пересчете на единичный интервал частот).

В дальнейшем мы вычислим отношение $\varepsilon(\infty)$ к $\varepsilon(0)$ для ряда задач. Однако здесь уместно напомнить, что, как следует из (13), отношение плотности тепловой энергии частиц $\varepsilon_T \approx NkT$ к плотности энергии тепловых плазменных колебаний есть

$$\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon(0)} \approx ND^3. \quad (15)$$

Безразмерный параметр ND^3 , как мы увидим ниже, по существу и характеризует „эффективность“ нетеплового когерентного механизма. Заметим, что как в условиях солнечной короны, так и в квазарах или радиогалактиках этот параметр примерно равен $10^7 \div 10^9$.

Из (9) видно, что наибольшая интенсивность нетеплового излучения имеет место в том случае, когда оптическая толщина источника для тормозного поглощения порядка или больше единицы — так же, как и в случае теплового излучения. Поскольку из-за малости показателя преломления на частотах, близких к ω_L , коэффициент поглощения достаточно велик, то τ сравнима с единицей даже для слоя плазмы с небольшими геометрическими размерами. При $\tau \gg 1$ формула (14) может быть записана в виде

$$\frac{T_{\text{я}}}{T} \approx \frac{\omega_L}{\Delta\omega} \frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)}, \quad (16)$$

где $T_{\text{я}} = \lambda^2 J_{\text{ког}} / 2k$ — эффективная яркостная температура нетеплового радионизлучения.

2. *Возбуждение когерентных плазменных волн однородным электронным потоком в изотропной плазме.* Одним из важнейших механизмов возбуждения когерентных плазменных волн является пучковая неустойчивость. Напомним физическую картину этого явления. Пусть на функции распределения компонент скорости электронов $f(V)$ (в некотором выделенном направлении) имеется область (вблизи V_s , где V_s — скорость пучка), где ее производная положительна, то есть $\frac{\partial f}{\partial V} \Big|_{V \approx V_s} > 0$. Тогда плазменные волны, у которых проекции фазовой скорости на это направление меньше V_s (но достаточно близки к ней), будут усиливаться. В самом деле, условие $\frac{\partial f}{\partial V} \Big|_{V < V_s} > 0$ означает, что число частиц со скоростью, превышающей фазовую скорость волны, больше числа частиц, скорости которых меньше фазовой скорости. Следовательно, здесь больше частиц, отдающих энергию плазменной волне, чем более медленных, вызывающих ее затухание. Очевидно, интенсивное нарастание амплитуды плазменных волн происходит до тех пор, пока не произойдет существенного изменения функции распределения частиц пучка под действием колебаний.

Для того, чтобы конкретизировать расчет и вместе с тем сохранить достаточно общую для астрофизических применений постановку задачи, рассмотрим следующий пример.

Пусть однородная изотропная плазма с концентрацией электронов N пронизывается бесконечным и однородным пучком электронов с концентрацией N_s ,двигающимся со скоростью V_s . Предположим, что $N \gg N_s$. Здесь мы пренебрежем наличием магнитного поля; случай замагниченной (анизотропной) плазмы будет рассмотрен в следующем разделе. Разумеется, в пучке могут присутствовать и положительные ионы, но их роль в раскачке электронных плазменных колебаний обычно невелика. Что же касается предположения о бесконечности и однородности пучка, то оно будет выполнено, если его размеры много больше длины волны и характерного времени развития неустойчивости, умноженного на скорость пучка V_s .

Обозначим через $V_{te} = \sqrt{\frac{kT}{m}}$ и $V_{ts} = \sqrt{\frac{kT_s}{m}}$ дисперсии скоростей электронов в основной плазме и в пучке. Как известно, условие возникновения пучковой неустойчивости будет выполнено, если имеют место неравенства $V_s > V_{te}$ и $V_s > V_{ts}$. Проекции фазовой скорости нарастающих плазменных волн на направление движения пучка при этом оказываются близкими к V_s — скорости движения самого пучка.

Быстрее всего нарастают волны, распространяющиеся вдоль пучка. Характерное минимальное время нарастания интенсивности этих волн (величина, обратная удвоенному инкременту) определяется известной формулой (см., например, [1])

$$\tau_0 \approx \sqrt{\frac{2e}{\pi}} \frac{N}{N_s} \frac{V_{ts}^2}{V_s^2} \frac{1}{\omega_L}, \quad (17)$$

где e — основание натуральных логарифмов, ω_L — плазменная частота основной плазмы. В дальнейшем численный множитель, близкий к единице, мы опустим. В космических условиях время τ_0 очень мало и поэтому отсюда следует практически мгновенное нарастание интенсивности плазменных волн.

Однако формула (17) справедлива только в линейном приближении, когда, в частности, обратным действием плазменных волн на частицы пучка можно пренебречь. Очевидно, что по мере роста амплитуды плазменных волн, их влияние на пучок становится все более существенным. Учесть этот эффект можно при помощи квазилинейной теории турбулентной плазмы [3].

Как показывается в этой теории (и подтверждается экспериментально), взаимодействие плазменных волн с пучком приводит к образованию на функции распределения частиц так называемого плато

(см. рис. 1). Процесс образования плато имеет характер диффузии частиц в пространстве скоростей и, следовательно, описывается формулой

$$\tau_{\text{пл}} \approx \frac{V_0^2}{D_{\text{пл}}} \quad (18)$$

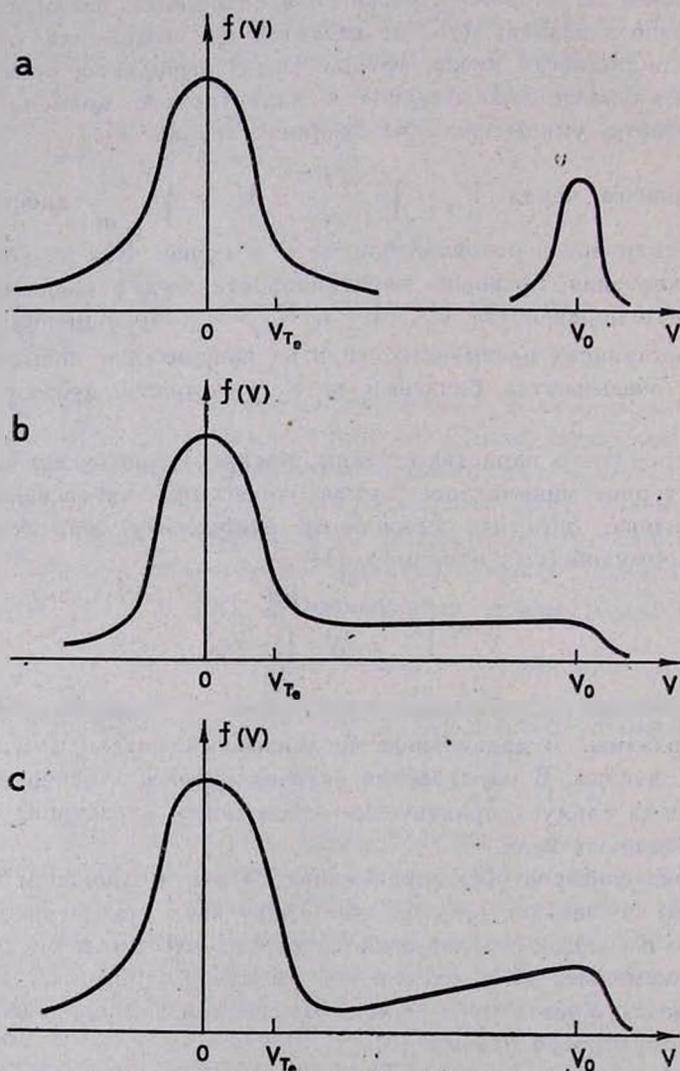


Рис. 1. а. Первоначальная функция распределения. б. Образование плато. в. Образование области с $\frac{\partial f}{\partial V} > 0$ из-за столкновений частиц пучка.

Здесь $\tau_{\text{пл}}$ — время образования плато, то есть время, в течение которого скорости частиц пучка изменяются на величину порядка V_s , $D_{\text{пл}}$ — коэффициент диффузии частиц в пространстве скоростей из-за их взаимодействия с плазменными волнами. Согласно [3], этот коэффициент равен квадрату ускорения электрона в электрическом поле плазменной волны $E_{\bar{k}}$, деленному на величину фазовой скорости волны. В нашем случае

$$D_{\text{пл}} = \frac{e^2}{2m^2} \frac{E_{\bar{k}}^2}{V_s} = \frac{e^2}{2m^2} \frac{8\pi z}{V_s \Delta k}. \quad (19)$$

Здесь Δk — интервал волновых чисел плазменного пакета. В (19) также принято, что спектр плазменных колебаний в установившемся состоянии близок к одномерному (волновые векторы плазменных волн направлены вдоль пучка). Справедливость этого предположения для рассматриваемой задачи об образовании плато показана в [4]. Тогда плотность энергии плазменного пакета $\varepsilon \approx E_{\bar{k}}^2 \Delta k / 8\pi$. В (19) можно заменить приближенно V_s на ω_L / \bar{k} , где \bar{k} — среднее волновое число пакета плазменных волн. Подставляя (19) в (18), получим для характерного времени образования плато

$$\tau_{\text{пл}} \approx \frac{NmV_s^2}{\varepsilon\omega_L} \frac{\Delta k}{\bar{k}}. \quad (20)$$

После установления плато повсюду $\frac{\partial f}{\partial V} \leq 0$. Однако столкновения частиц будут постоянно нарушать это условие. В самом деле, так как вероятность столкновения быстро увеличивается с уменьшением скорости, то столкновения частиц пучка быстрее изменяют их число в той части плато, которая примыкает к функции распределения частиц основной плазмы. При этом скорость соответствующих частиц пучка в среднем уменьшается, поскольку они сталкиваются с более медленными частицами основной плазмы. В результате плато „выедается“ (на нем образуется провал с областью $\frac{\partial f}{\partial V} > 0$) и появляются условия пучковой неустойчивости. Оценим этот эффект.

Дисперсия скоростей пучка в состоянии с плато порядка V_s . Поэтому их столкновения с частицами основной плазмы (имеющими большую концентрацию) более вероятны, чем между собой. Как

известно, время свободного пробега электрона в среде с дисперсией скоростей V_s равно

$$\tau_s \approx \frac{8\pi}{\Lambda} \frac{NV_s^3}{\omega_L^4}, \quad (21)$$

где Λ — кулоновский логарифм, мало отличающийся от (8).

Как уже отмечалось, „выедание“ плато восстанавливает условие пучковой неустойчивости. Однако время ее развития будет теперь в $\tau_s/\tau_{пл}$ раз больше. В самом деле, чем быстрее устанавливается плато и чем медленнее его разрушение из-за столкновений, тем больше времени требуется на восстановление пучковой неустойчивости. Итак, время нарастания интенсивности плазменных волн с учетом квазилинейного взаимодействия частиц пучка и плазменных волн есть

$$\tau_0 \frac{\tau_s}{\tau_{пл}} \approx \frac{8\pi}{\Lambda} \frac{NV_s \varepsilon}{N_s \omega_L^4 m} \frac{\bar{k}}{\Delta k}. \quad (22)$$

Мы здесь учли, что после образования плато $V_{тс} \approx V_s$. Формула (22) определяет время развития квазилинейной неустойчивости, приводящей к появлению плазменных колебаний с плотностью энергии ε . Стационарное состояние устанавливается тогда, когда время (22) будет равно времени поглощения плазменных волн из-за столкновений электронов и ионов основной плазмы. Эффективное время столкновений в этом случае отличается от τ_s в (21) заменой V_s на $V_{тс}$ и отсутствием множителя 1/2, то есть

$$\tau_{эфф} \approx \frac{16\pi}{\Lambda} \frac{NV_{тс}^3}{\omega_L^4} = \frac{16\pi}{\Lambda} \frac{ND^3}{\omega_L}. \quad (23)$$

Приравнивая (22) и (23) и обозначая установившееся значение через $\varepsilon(\infty)$, получаем

$$\frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)} \approx 2 \frac{V_{тс}}{V_s} N_s D^3 \frac{\Delta k}{\bar{k}}. \quad (24)$$

Подставляя (24) в (14) и учитывая, что

$$\frac{\Delta k}{\bar{k}} \frac{\omega_L}{\Delta \omega} \approx \frac{V_s}{V_{гр}} = \frac{V_s}{V_{тс} n} \approx \frac{V_s^2}{\sqrt{3} V_{тс}^2}, \quad (25)$$

получим окончательно

$$\frac{I_{кор}}{I_{теп}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{V_s}{V_{тс}} N_s D^3.$$

Или, подставляя численные значения,

$$\frac{I_{\text{ккг}}}{I_{\text{геп}}} \approx \frac{2}{(4\pi)^3 \sqrt{3}} \cdot \frac{m^{1/2} k T N_s V_s}{e^3 N^{1/2}} \approx 10^{-3} \frac{T V_s N_s}{N^{1/2}} \quad (26)$$

Если оптическая толщина источника много больше единицы (практически достаточно, чтобы τ было просто больше единицы), можно по формуле (11) сразу определить яркостную температуру нетеплового радиоизлучения

$$T_{\text{я}} \approx 10^{-3} \frac{T^2 V_s N_s}{N^{1/2}} \quad (27)$$

Здесь все величины в системе CGS. Например, при $V_s \sim 10^8 \text{ см сек}^{-1}$, $T \sim 10^6 \text{ К}$, $N \sim 10^8 \text{ см}^{-3}$ и $N_s \sim 10^6 \text{ см}^{-3}$ (условия в солнечной короне) имеем $T_{\text{я}} \sim 3 \cdot 10^{12} \text{ К}$. В квазизвездных источниках параметры плазмы, вообще говоря, недостаточно определены. Вероятно, температура T несколько меньше, поэтому меньше и $T_{\text{я}}$. Напомним, что здесь рассматривается излучение на плазменных частотах ω_L , поэтому величина N для наблюдаемого радиоизлучения должна быть порядка $10^7 - 10^8 \text{ см}^{-3}$.

3. *Возбуждение когерентных плазменных волн электронным потоком в плазме с сильным внешним магнитным полем.* В космической плазме почти всегда присутствует магнитное поле. Рассмотрим теперь, как это поле повлияет на результаты, полученные в первых двух разделах.

Прежде всего следует отметить, что в плазме с магнитным полем меняется частота плазменных волн, причем теперь она зависит от направления волнового вектора. Как известно, электронным плазменным волнам в магнитном поле соответствуют частоты

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[(\omega_L^2 + \omega_H^2) \pm \sqrt{(\omega_L^2 + \omega_H^2)^2 - 4 \omega_L^2 \omega_H^2 \cos^2 \vartheta} \right] \quad (28)$$

Здесь ω_L по-прежнему определяется формулой (3), и гирочастота ω_H равна

$$\omega_H = \frac{e H_0}{m c} \quad (29)$$

где H_0 — напряженность внешнего постоянного магнитного поля, ϑ — угол между направлением поля H_0 и волновым вектором. При изменении угла ϑ от 0 до $\pi/2$ частоты плазменных волн меняются в пределах

$$\begin{aligned} \max \{ \omega_L, \omega_H \} &\leq \omega_1 \leq \sqrt{\omega_L^2 + \omega_H^2}, \\ 0 &\leq \omega_2 \leq \min \{ \omega_L, \omega_H \}. \end{aligned} \quad (30)$$

Таким образом, в намагниченной плазме возможны частоты плазменных волн вплоть до значений $\sqrt{\omega_L^2 + \omega_H^2} \approx \omega_H$, если $\omega_H \gg \omega_L$. Это означает, что в плазме с сильным магнитным полем можно получить достаточно высокие частоты плазменных колебаний, даже если концентрация электронов невелика. Заметим, однако, что для того, чтобы частота ω_H попала в наблюдаемый радиодиапазон, необходимо, чтобы напряженность магнитного поля была порядка десятков эрстед.

Нетрудно убедиться, что рассмотрение генерации плазменных волн однородным пучком, проведенное в предыдущем разделе, справедливо, если $\omega_H \ll \omega_L$. Теперь мы рассмотрим ту же задачу, но в противоположном случае, когда $\omega_L \ll \omega_H$ и, следовательно, частоты первой ветви плазменных волн ω_1 могут быть определены соотношением

$$\omega^2 = \omega_H^2 + \omega_L^2 \sin^2 \theta. \quad (31)$$

Вторая ветвь ω_2 соответствует низким частотам (меньшим ω_L), и здесь мы ее рассматривать не будем.

Прежде всего несколько замечаний по поводу обобщения результатов первого раздела на случай магнитоактивной плазмы. Механизм рассеяния на флуктуациях диэлектрической постоянной имеет место и в этом случае. Коэффициент трансформации при рэлеевском рассеянии продольных волн в магнитоактивной плазме с учетом флуктуаций плотности, скорости и магнитного поля имеет очень сложный вид. Однако, в первом приближении можно пользоваться (4), заменив величину c/V_{Te} на отношение групповых скоростей электромагнитных и плазменных волн. Правда, групповая скорость плазменных волн в (4) сокращается при подстановке (4) в (1), но групповая скорость электромагнитных волн (обозначим ее через $c_{гр}$) должна быть учтена. В магнитоактивной плазме меняется коэффициент поглощения. В случае квазипродольного распространения, которым мы и ограничимся, следует в (7) заменить ω^2 на $(\omega \pm \omega_H \cos \theta)^2$ и соответственно $n(\omega)$ заменить на $n_{1,2}(\omega)$. На частотах, близких к ω_H , необыкновенная волна (знак минус) сильнее поглощается и поэтому плазменные волны будут преимущественно трансформироваться в обыкновенные волны (знак „плюс“ и индекс „2“). Выражение (10) следует также умножить на $|\cos \theta|$ и заменить $n(\omega)$ на $n_{1,2}(\omega)$. Все это означает, что теперь в формулах (11) и (14) должен появиться новый множитель

$$\frac{(\omega \pm \omega_H \cos \theta)^2 |\cos \theta| c_{гр}}{\omega^2 n_{1,2}(\omega) \cdot c} \quad (32)$$

Максимальное значение этого множителя (при $\theta = 0$, $\omega \approx \omega_H$ и $c_{гр} \approx n_{1,2}(\omega) c$, $\omega_H \gg \omega_L$) для обыкновенных волн равно четырем. Для необыкновенных волн множитель (32) при тех же условиях много меньше единицы. Учитывая, что возникающие при рассеянии электромагнитные волны распространяются во всех направлениях, можно убедиться, что среднее значение (32) для обыкновенной волны порядка единицы. Во всяком случае в пределах точности наших оценок множитель (32) можно опустить и по-прежнему пользоваться (11), (14) и (16) также и для случая магнитоактивной плазмы, когда частота плазменных волн много больше ω_L и сравнима с ω_H .

Обобщим теперь на этот случай формулы второго раздела. Будем считать, что пучок электронов с концентрацией N_s движется со скоростью V_s вдоль постоянного магнитного поля H_0 в плазме с концентрацией $N \gg N_s$. Условие пучковой неустойчивости остается прежним, время нарастания интенсивности плазменных волн определяется также формулой (17), только теперь ω_L нужно заменить на ω_H :

$$\tau_0 \approx \frac{NV_{TS}^2}{N_s V_s^2} \cdot \frac{1}{\omega_H} \quad (33)$$

В присутствии магнитного поля и пучка, движущегося вдоль этого поля, возбуждаются плазменные волны с волновыми векторами также преимущественно направленными вдоль поля. Поскольку здесь электроны колеблются вдоль поля, то механизм генерации этих колебаний не зависит от величины поля. Появление множителя $1/\omega_H$ в (33) вместо $1/\omega_L$ в (17) определяется не механизмом генерации, а как бы „жесткостью“ плазмы, величиной допустимых частот колебаний.

Механизм образования плато справедлив и здесь, но формула (20) несколько изменяется:

$$\tau_{на} \approx \frac{Nm V_s^2}{2 \varepsilon \omega_L} \frac{\Delta k}{k} \frac{\omega_H}{\omega_L} \quad (34)$$

Появление множителя ω_H/ω_L в формуле (34) связано с тем, что теперь в (19) фазовую скорость V_s следует заменить на ω_H/k , а появление множителя $1/2$ — с тем, что в присутствии достаточно сильного магнитного поля плотность энергии плазменных волн определяется

выражением $\varepsilon \approx \frac{E_k^2}{16\pi} \left(1 + \frac{\omega_L^2}{\omega_n^2}\right) \Delta k \approx \frac{E_k^2}{16\pi} \Delta k$ (при $\omega_L \ll \omega_n$), которое в два раза меньше соответствующего значения в изотропной плазме.

Дальнейшие рассуждения остаются такими же, как и в случае плазмы без магнитного поля. Определение времени нарастания в квазилинейной теории как величины $\tau_0 \tau_s / \tau_{пл}$ остается справедливым и здесь. В формуле (22) теперь появляется множитель $(\omega_L / \omega_n)^3$. Следовательно, и окончательное выражение для $\varepsilon(\infty)$ отличается от (24) обратной величиной этого множителя:

$$\frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)} \approx \frac{V_{те}}{V_s} N_s D^3 \frac{\omega_n^2}{\omega_L^2} \frac{\Delta k}{k}. \quad (35)$$

Таким образом, плотность энергии когерентных плазменных волн в случае $\omega_n \gg \omega_L$ оказывается (при прочих равных условиях) значительно большей, чем в изотропной плазме. Произведение $\omega_n \Delta k \bar{k} \Delta \omega$ по-прежнему приближенно равно $V_s / V_{гр}$. Для плазменных волн, распространяющихся вдоль магнитного поля, групповая скорость при $\omega_n \gg \omega_L$ равна $\sqrt{3} V_{те} \omega_L / 2 \omega_n$. Отсюда получаем $\Delta k \cdot \omega_n / \bar{k} \cdot \Delta \omega \approx 2 V_s \omega_n / \sqrt{3} V_{те} \omega_L$. Собирая все множители в (11) или (14), получаем окончательно

$$\frac{I_{кор}}{I_{теп}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\omega_n^2}{\omega_L^2} N_s D^3 \quad (36)$$

и, следовательно, яркостная температура для оптически толстой среды

$$T_{я} \approx 5 \cdot 10^7 \frac{N_s H_0^2 T^{0.5}}{N^{2.5}}. \quad (37)$$

Если, например, $T \sim 10^5$ °К, $H_0 \sim 10$ э, $N_s \sim 10^3$, $N \sim 10^6$, из (37) получим $T_{я} \sim 10^{12}$ °К. Вероятно здесь можно найти и более выгодные условия, если предположить концентрацию N достаточно малой, а магнитное поле H_0 — достаточно большим. Однако, по-видимому, в космической нерелятивистской плазме отношение ω_n / ω_L не может быть очень большим, так как

$$\frac{\omega_n}{\omega_L} = \frac{H_0}{c \sqrt{4\pi m N}} = \frac{V_A}{c} \sqrt{\frac{m_i}{m}} \approx 43 \frac{V_A}{c}, \quad (38)$$

где m_i — масса ионов, V_A — альфвеновская скорость.

4. *Нетепловое радиоизлучение слабых ударных волн в „холодной“ замагниченной плазме.* Следующим примером возбуждения когерентных плазменных волн, который мы рассмотрим, будут ударные волны в замагниченной бесстолкновительной плазме, в которой также выполнено условие

$$NkT \ll \frac{H^2}{8\pi} \ll Nmc^2.$$

Известно, что ударная волна с числом Маха (в данном случае это есть отношение скорости волны к альфвеновской скорости невозмущенной плазмы) меньшим двух, распространяющаяся в подобной плазме перпендикулярно (или почти перпендикулярно) направлению магнитного поля, образует осцилляторную структуру, состоящую из последовательности уединенных волн с масштабом, в несколько раз превышающим c/ω_L [5]. Вследствие градиента магнитного поля во фронте ударной волны появляется дрейф электронов относительно ионов. Скорость дрейфа зависит от числа Маха M и при $M \lesssim 2$ по порядку величины сравнима с альфвеновской скоростью электронного газа

$$V_0 \approx \frac{H}{\sqrt{4\pi mN}}. \quad (39)$$

Можно показать, что если для числа Маха выполнено условие

$$2 \gg M \gg 1 + \frac{3}{8} \left(\vartheta^2 \frac{m_1}{m} \frac{8\pi NkT}{H^2} \right)^{1/2}, \quad (40)$$

где m_1 — масса иона, а m — масса электрона, то скорость дрейфа электронов относительно ионов оказывается больше их тепловой скорости $V_{те} = \sqrt{kT/m}$. В этой формуле ϑ — угол между плоскостью фронта волны и направлением внешнего магнитного поля. Формула (40) справедлива, если $1 \gg \vartheta \gg (m/m_1)^{1/2}$. Если же $\vartheta \ll (m/m_1)^{1/2}$, то множитель $\vartheta^2 m_1/m$ в (40) нужно заменить на единицу. Таким образом, наиболее благоприятные условия для возникновения „сверхтеплого“ дрейфа будут в том случае, когда ударная волна распространяется перпендикулярно магнитному полю. В ударных волнах, фронт которых составляет заметный угол с направлением магнитного поля, дрейф электронов оказывается относительно небольшим.

Характер структуры сильных ($M > 2$) ударных волн в бесстолкновительной замагниченной плазме в настоящее время полностью не выяснен, но, вероятно, и в этом случае есть внутренняя структура фронта, приводящая к заметному дрейфу электронов относительно ионов.

Вернемся к случаю $M < 2$. Итак, если выполнено условие (40), то относительная скорость дрейфа электронов больше их тепловой скорости. Это в свою очередь приводит к пучковой неустойчивости внутри фронта, в результате которой интенсивность плазменных волн нарастает с характерным временем

$$\tau_0 \approx \frac{(2m_i/m)^{1/2}}{\sqrt{3}\omega_L} \approx \frac{9}{\omega_L}. \quad (41)$$

Как и раньше, τ_0 определяет экспоненциальное нарастание интенсивности плазменных волн в пределах применимости линейной теории.

Мы будем рассматривать случай $\omega_n \ll \omega_L$, что согласно (38) и (39) эквивалентно условию $V_0 \ll c$. Кроме того, будем считать, что скорость ударной волны $V \ll (m/m_i)^{1/2}c$. Тогда время τ_0 много меньше характерного временного масштаба осцилляций в ударной волне, поэтому можно считать плазменные волны в стационарной ударной волне также установившимися.

Рост амплитуды плазменных волн органичивается нелинейными эффектами, имеющими следующий характер. При нелинейном взаимодействии волны ω, \vec{k} с волной ω_1, \vec{k}_1 возникают биения с комбинационными частотами $\omega - \omega_1$ и волновыми векторами $\vec{k} - \vec{k}_1$. Эти биения эффективно взаимодействуют с частицами плазмы, скорость которых много меньше тепловой скорости электронов, в результате чего биения практически мгновенно затухают. В представлении волн и частиц это затухание соответствует индуцированному рассеянию волн на электронах (ионы сдвинуты в пространстве скоростей относительно электронов на величину $V_0 \gg V_{Te}$), то есть переизлучению волны \vec{k} в волну \vec{k}_1 , в результате которого поглощается энергия, пропорциональная разности частот $(\omega - \omega_1)$. Таким образом, в рассматриваемом случае характерное время нелинейного взаимодействия порядка времени свободного пробега электронов, имеющих скорость V_0 , уменьшенного во столько раз, во сколько плотность энергии плазменных колебаний превышает плотность энергии тепловых плазменных флуктуаций. Более точный кинетический расчет, проведенный, например, в [6], показывает, что характерное время нелинейного взаимодействия определенной плазменной волны (точнее — достаточно узкого волнового пакета) с другой плазменной волной (пакетом), имеющей плотность энергии ε , есть

$$\tau_n \approx \frac{\varepsilon(0)}{\varepsilon} \frac{(2\pi)^{3/2}}{12} \frac{NV_0^3}{\omega_L^4}. \quad (42)$$

Сопоставляя (42) с (21), нетрудно убедиться в справедливости сказанного выше.

Теперь рассмотрим два узких ($\Delta k \bar{k} \ll 1$) взаимодействующих волновых пакета с энергиями ε_1 и ε_2 . Пусть условие пучковой неустойчивости выполняется только для первого пакета, зато его энергия вследствие нелинейного взаимодействия уменьшается, перекачиваясь во второй плазменный пакет. Тогда для изменения со временем энергий обоих волновых пакетов получим уравнения

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} = \varepsilon_1 \left(\frac{1}{\tau_0} - \frac{1}{\tau_{12}} \right); \quad \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{\varepsilon_2}{\tau_{11}}. \quad (43)$$

Здесь τ_{11} и τ_{12} — характерные времена, полученные при подстановке в (42) вместо ε соответственно ε_1 и ε_2 . Эти уравнения в предположении $\Delta k \bar{k} \ll 1$ можно также получить из общего кинетического уравнения для взаимодействующих волновых пакетов (см., например, [6] и цитированную там литературу).

Решение уравнений (43) с учетом (41) и (42) нетрудно найти. В частности, в установившемся состоянии ($t \rightarrow \infty$)

$$\frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)} \simeq \frac{(2\pi)^{3/2}}{9 \cdot 12} \frac{NV_0^3}{\omega_L^3} \ln \frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)}; \quad \varepsilon_1 = 0, \quad (44)$$

где $\varepsilon(\infty) = \varepsilon_2$, а $\varepsilon(0)$ определяется формулой (13). Подставляя вместо V_0 выражение (39) и вводя обозначение

$$D_{11} = \frac{V_0}{\omega_L} = \frac{H}{4\pi e N}, \quad (45)$$

получим

$$\frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)} \simeq \frac{(2\pi)^{3/2}}{9 \cdot 12} ND_{11}^3 \ln \frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)}. \quad (46)$$

Формулу (46) в первом приближении можно записать в виде

$$\frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)} \simeq 0.15 ND_{11}^3 \ln (ND_{11}^3). \quad (47)$$

Вообще говоря, в (47) так же, как и в (46), сделано то приближение, что вместо V_0 подставлена альфвеновская скорость электронного газа. На самом деле V_{11} есть скорость дрейфа электронов, которая зависит от параметров и структуры ударной волны, то есть, в частности, и от числа Маха. Если рассчитать V_{11} , исходя из конкрет-

ных данных о структуре бесстолкновительной ударной волны в плазме низкого давления, то вместо (46) получится более общее выражение

$$\frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)} \approx \frac{(2\pi)^{2/3}}{4\sqrt{3}} \left(\frac{m}{2m_1}\right)^{1/3} f(M) ND_{II}^3 \ln \frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)}, \quad (48)$$

где безразмерная функция $f(M)$ равна 0.5 для значений M лишь немного меньших 2 и равна 0.03 для $M \approx 1.5$. Отсюда следует, что (47) завышено почти на порядок (благодаря кубической зависимости (44) от V_0). Полагая в среднем $f(M) \approx 0.1$ и подставляя численные значения, получим следующую формулу:

$$\frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)} \approx 1.5 \cdot 10^{-2} ND_{II}^3 \ln(0.15 ND_{II}^3). \quad (49)$$

Здесь N — среднее значение концентрации внутри фронта ударной волны, близкое к концентрации невозмущенной плазмы (поскольку рассматриваемые ударные волны являются достаточно слабыми). Интересно сопоставить (49) с (15). В рассматриваемом нами случае холодной плазмы выполнено условие $8\pi NkT \ll H^2$, что, как нетрудно убедиться, эквивалентно требованию $D_{II} \gg \sqrt{2} D$, где D — обычный дебаевский радиус. Таким образом, в данном случае плотность энергии когерентных плазменных волн может быть большей, чем плотность тепловой энергии частиц невозмущенной плазмы. Однако, здесь не учтено, что энергия интенсивных плазменных волн переходит в тепловую энергию частиц. Это, в свою очередь, уменьшает дрейф электронов, увеличивает их тепловую скорость и в конечном счете заметно уменьшает интенсивность плазменных волн. Оценим этот эффект. Если взаимодействуют два волновых пакета ε_1 и ε_2 , то изменения электронной температуры плазмы и скорости дрейфа согласно [7] равны

$$T' = T + \frac{2}{kN} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

$$V'_0 = V_0 - \frac{2}{NMV_0} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2). \quad (50)$$

Если учесть эти изменения в (42) (где температура входит в определение $\varepsilon(0)$), заменив V_0 и T на V'_0 и T' , то система уравнений (43) по-прежнему будет определять только ε_1 и ε_2 , но теперь эти неизвестные функции будут входить в уравнения довольно сложным образом. В таком виде система (43) точно не решается. Приближенное решение (справедливое при условии $\ln \frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)} \gg 1$) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)} &\approx \frac{mNV_0^2}{2\varepsilon(0)} \left[1 - \sqrt{\beta \ln \frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)}} \right] \approx \\ &\approx \frac{V_{те}}{2V_0} ND_{II}^3 \left[1 - \sqrt{\beta \ln \frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)}} \right], \end{aligned} \quad (51)$$

где $\beta \approx 7$.

Таким образом, энергия плазменных волн сравнима теперь с кинетической энергией дрейфующих электронов и оказывается значительно меньшей (47). Далее необходимо учесть, что выражение (51), полученное после подстановки вместо V_0 альфвеновской скорости электронного газа, также оказывается завышенным примерно на порядок из-за неучета зависимости V_0 от M . Принимая теперь во внимание, что $\ln \frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)}$ примерно равен пятнадцати, находим при учете обратного действия плазменных волн на электронный газ

$$\frac{\varepsilon(\infty)}{\varepsilon(0)} \approx 1.5 \cdot 10^{-2} ND_{II}^3 \frac{V_{те}}{V_0} \approx 1.5 \cdot 10^{-2} ND_{II}^2 D. \quad (52)$$

Оценим теперь отношение $\omega_L / \Delta\omega$ для рассматриваемой задачи. В первом приближении ширина частотного спектра плазменных волн порядка инкремента неустойчивости: $\Delta\omega \sim \gamma \approx \frac{1}{2\tau_0}$. С учетом выражения (41) это дает для относительной ширины спектра $\omega_L / \Delta\omega \approx \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{2m_1}{m} \right)^{1/2} \approx 18$. На самом деле это отношение должно быть еще меньше, так как разброс плазменных частот связан также и с неоднородностью распределения плотности во фронте ударной волны. В качестве более точной оценки, подтверждаемой экспериментальными данными о солнечных всплесках II типа (возбуждаемых рассматриваемым механизмом [6]), можно принять для отношения $\omega_L / \Delta\omega$ значения 5 ÷ 6. Теперь, подставляя (52) в (14), окончательно получаем

$$\frac{I_{ког}}{I_{теп}} \approx 0.1 ND_{II}^2 D \approx 2 \cdot 10^{10} \frac{H^2 T^{1/2}}{N^{3/2}}. \quad (53)$$

Для оценки эффекта примем следующие значения параметров $N \sim 10^8 \text{ см}^{-3}$, $T \sim 10^6 \text{ К}$ и $H \sim 3 \text{ э}$. Тогда $I_{ког} / I_{теп} \sim 2 \cdot 10^4$. Необходимо иметь в виду, что несмотря на столь большое превышение нетеплового излучения над тепловым, абсолютное излучение бесстолкновительной ударной волны не столь велико (если, однако, не учитывать

эффекта регулярной трансформации). В самом деле, оптическая толщина области генерации когерентных плазменных волн достаточно мала. Вычисляя по (6) и (7) оптическую толщину одной уединенной волны, получим, что при всех разумных N , T и H ее значение на несколько порядков меньше единицы. Область трансформации плазменных волн в электромагнитные, вероятно, много больше ширины уединенной волны [6]. Ее верхний предел определяется общей толщиной фронта ударной волны, которая примерно равна скорости ударной волны MV_A , умноженной на эффективное время соударений (23) [5]. Вычисляя оптическую толщину фронта, получим

$$\tau \approx 5 \cdot 10^n \frac{H^2}{T^{1/2} N} \quad (54)$$

При $H \sim 3$ э, $T \sim 10^8$ К и $N \sim 10^8$ см⁻³ и эта оптическая толщина также заметно меньше единицы. Можно думать, что (54) ближе к реальному значению той оптической толщины, которую следует учитывать при оценке эффекта. Например, для ударной волны, распространяющейся не строго перпендикулярно магнитному полю, максимальная уединенная волна расположена сзади фронта, поэтому область затухания плазменных волн, возбуждаемых по крайней мере на одном из склонов этой волны, заведомо сравнима с длиной свободного пробега электронов. У перпендикулярных ударных волн характерная длина затухания может быть и меньше вследствие взаимодействия плазменных волн с осцилляторной структурой ударной волны. Используя (54), находим для яркостной температуры теплового излучения ударной волны $T_{\tau} \approx 5 \cdot 10^n H^2 T^{1/2} N$ и для яркостной температуры нетеплового излучения

$$T_{\text{я}} \approx 10^{23} \frac{H^4 T}{N^{3/2}} \quad (55)$$

Отметим очень резкую зависимость от величины магнитного поля. Например, при $H \sim 3$ э, $T \sim 10^8$ К и $N \sim 10^8$ см⁻³, получим $T_{\text{я}} \sim 10^{13}$ град. Но можно получить и много большие значения в случае сильных магнитных полей. Необходимо, однако, иметь в виду, что при конкретных оценках надо следить за тем, чтобы выполнялись условия применимости полученных решений и, в частности, требования $\omega_{\text{н}} \ll \omega_L$ и $M \lesssim 2$. Кроме того, необходимо иметь в виду, что здесь не учитывалась регулярная трансформация, которая может еще увеличить интенсивность нетеплового излучения на три-четыре порядка (см. раздел 6).

В заключение этого раздела заметим, что в рассматриваемом примере возникает также заметное радиоизлучение и на второй гармонике за счет комбинационного рассеяния плазменных волн, генерируемых на противоположных „склонах“ уединенных волн. Этот эффект существенен для интерпретации всплесков солнечного радиоизлучения и рассмотрен в работе [6].

5. *Нетепловое радиоизлучение сильных ударных волн в плазме „высокого“ давления.* Исследование предыдущего раздела ограничено тем, что, во-первых, рассматривалась плазма низкого давления ($8\pi NkT \ll H^2$), а во-вторых предполагалось, что числа Маха достаточно малы ($M < 2$). Теперь мы рассмотрим как бы противоположный случай плазмы „высокого“ давления $H^2 \ll 8\pi NkT$. В этом случае роль магнитного поля невелика и мы вообще им пренебрежем. Кроме того, числа Маха (в данном случае это отношение скорости ударной волны к скорости звука в невозмущенной плазме) будем считать достаточно большими*.

Механизм когерентного радиоизлучения таких ударных волн можно описать следующим образом. Ударная волна образуется так называемым ионным скачком, то есть областью, в которой достаточно резко меняется плотность и температура ионного газа. На этом скачке плотность электронного газа также резко меняется (из-за условия квазинейтральности), но температура электронного газа меняется гораздо медленнее вследствие слабого обмена энергией между электронами и ионами. Поэтому полное выравнивание электронной и ионной температур происходит лишь на некотором удалении от фронта.

Однако нагревание электронного газа начинается не на самом ионном скачке, а раньше—благодаря хорошей электронной теплопроводности. Иными словами, электроны, получая энергию за фронтом ионного скачка, передают ее и вперед по движению ударной волны. Таким образом, перед фронтом сильной ударной волны в плазме образуется область, в которой электронная температура заметно больше температуры ионов (рис. 2). Как хорошо известно [8], при этом создаются благоприятные условия для генерации ионных плазменных колебаний с частотой

$$\omega^2 \lesssim \omega_{Li}^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m_i}, \quad (56)$$

где N — концентрация электронов в невозмущенной плазме перед фронтом ударной волны.

* Вместе с тем число столкновений также предполагается достаточно большим, чтобы не развивалась анизотропная неустойчивость [5].

Для возбуждения когерентных ионных плазменных колебаний необходим пучок „сверхтепловых“ ионов. Если числа Маха достаточно велики, то всегда найдется некоторое количество быстрых ионов, которые из горячей области за фронтом ударной волны проникают достаточно глубоко в область с $T_e \gg T_i$ перед фронтом.

Таким образом, перед фронтом сильной ударной волны в плазме имеются условия, допускающие пучковую неустойчивость на ионных плазменных волнах. Расчет этой неустойчивости и энергии возникающих ионных плазменных волн (с учетом их нелинейного взаимодействия) трудно провести сколько-нибудь строго прежде всего потому, что и распределение температуры в горячей электронной зоне и ионный пучок не могут считаться однородными. Тем не менее, удалось получить соотношения, позволяющие с достаточной точностью оценить этот эффект [9]. Здесь мы ограничимся записью окончательных формул.

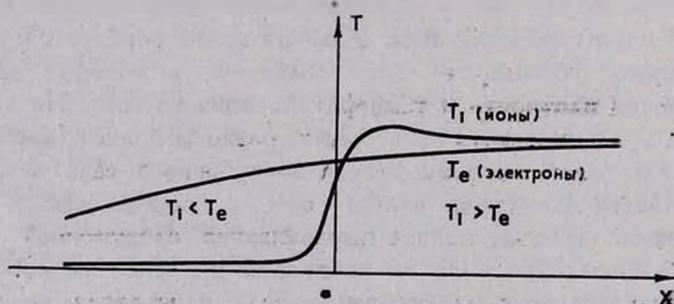


Рис. 2. Структура сильной ударной волны в плазме высокого давления.

Условие пучковой неустойчивости в горячей электронной зоне перед фронтом ударной волны налагает ограничение снизу на величину числа Маха

$$M > \sqrt{5 \ln \left(80 \frac{N}{N_s} \right)}, \quad (57)$$

где N — концентрация невозмущенной плазмы, а N_s — концентрация пучка быстрых ионов, проникающих в горячую электронную зону из фронта. Величина N_s достаточно быстро уменьшается по мере удаления от фронта ударной волны и поэтому для появления заметной области неустойчивости необходимы большие числа Маха. Даже вблизи самого фронта, где $N_s \ll N$, неустойчивость возникает только при

$M > 5$. Итак, рассматриваемый механизм может реализоваться лишь в случае достаточно сильных ($M > 5$) ударных волн.

Кинетическое уравнение для нарастающих ионных плазменных волн с учетом их взаимодействия и влияния на функцию распределения частиц пучка рассмотрено в [8]. В удобном для нас виде установившаяся плотность энергии ионно-звуковых волн может быть записана следующим образом:

$$\frac{\varepsilon_1(\infty)}{\varepsilon(0)} \approx 33 \sqrt{N_e D^3} M. \quad (58)$$

Здесь $\varepsilon(0)$ и D относятся к электронной температуре прогретой зоны, для которой в первом приближении можно считать $T_e \approx \frac{5}{16} T_0 M^2$, где T_0 — температура невозмущенной плазмы. Вблизи фронта ионного скачка $N_e \ll N$. (Напомним, что за фронтом этого скачка концентрация электронов близка к $4N$).

Заметим, что $\varepsilon_1(\infty)/\varepsilon(0)$, в сущности, пропорционально числу Маха в степени $5/2$, так как $D \propto T_e^{1/2} \propto M$. Мы оставляем в (58) электронную температуру прогретой зоны для того, чтобы впоследствии сравнить нетепловое радиоизлучение с тепловым излучением из этой же зоны.

Ионные плазменные колебания могут рассеиваться на электронных плазменных флуктуациях. При этом возникают электромагнитные волны с комбинационными частотами

$$\omega_1 = \omega_L + \omega_{Li}, \quad \omega_2 = \omega_L - \omega_{Li}.$$

Волны на частоте ω_2 быстро поглощаются, так как для них показатель преломления отрицателен, но волны с частотой ω_1 могут свободно распространяться и выйти из плазмы. В работе [9] показано, что коэффициент трансформации ионных плазменных волн частоты ω_{Li} в поперечные электромагнитные волны с частотой $\omega_L + \omega_{Li}$ при комбинационном рассеянии на электронных плазменных флуктуациях совпадает с выражением (4). Поэтому и здесь можно воспользоваться формулой (14) для оценки интенсивностей нетеплового и теплового радиоизлучений, заменив теперь отношение $\varepsilon(\infty)/\varepsilon(0)$ на (58). Поскольку ширина частотного спектра излучения $\Delta\omega$ порядка ω_{Li} , то

$$\frac{\omega_L}{\Delta\omega} \approx \frac{\omega_L}{\omega_{Li}} \approx \left(\frac{m_i}{m} \right)^{1/2}. \quad (59)$$

Таким образом, получаем для отношения интенсивностей радиоизлучения в рассматриваемом случае сильной ударной волны

$$\frac{I_{\text{кор}}}{I_{\text{теп}}} \approx 83 \sqrt{\frac{m_1}{m}} ND^2 M \approx 10^4 \frac{T_0^{2.5}}{N^{1.5}} M^{1.5}. \quad (60)$$

Здесь уже учтена зависимость T_e от T_0 и M . Как и следовало ожидать, отношение $I_{\text{кор}}/I_{\text{теп}}$ велико и здесь. Например, при $T_0 \sim 10^5$ К, $N \sim 10^{18}$ см $^{-3}$ и $M \sim 10$ получаем $I_{\text{кор}}/I_{\text{теп}} \sim 10^{11}$.

Для оценки яркостной температуры нетеплового радиоизлучения рассматриваемых ударных волн нужно рассчитать оптическую толщину области генерации и трансформации ионных плазменных волн. Можно полагать, что размер этой области порядка ширины фронта ионного скачка, так как на больших расстояниях от фронта существенно уменьшается N_s . По данным [10] ширина фронта ионного скачка равна

$$\frac{29 V_{\text{зв}}^4 m_1^2 M^4}{2 \cdot 10^{23} \pi^3 e^4 N \Lambda} \approx 4 \cdot 10^3 \frac{T_0^2 M^4}{N \Lambda}, \quad (61)$$

где Λ — как и прежде, кулоновский логарифм, а $V_{\text{зв}}$ — скорость звука в невозмущенной плазме. Умножая (61) на (6) при $T \approx T_e \approx \frac{5}{16} T_0 M^2$, $\omega^2 \approx \omega_L^2$, $n(\omega) \approx n(\omega_1) \approx \sqrt{2} (m/m_1)^{1/2} \approx 0.22$, получаем для оптической толщины области генерации и трансформации ионных плазменных волн:

$$\tau \approx 2 \cdot 10^{-5} T_0^{1/2} M. \quad (62)$$

Из (62) следует, что для очень сильных ударных волн (например, для $T \sim 10^8$ К и $M > 50$) оптическая толщина области генерации сравнима с единицей. Яркостная температура нетеплового радиоизлучения подобных ударных волн есть

$$T_{\text{я}} = T_e \frac{I_{\text{кор}}}{I_{\text{теп}}} \approx 3 \cdot 10^3 \frac{T_0^{2.5}}{N^{1.5}} M^4. \quad (63)$$

В квазарах, например, можно ожидать движений с числом Маха порядка сотни (наблюдаемые скорости ~ 2000 км/сек и $V_{\text{зв}} \sim 20$ км/сек). Тогда при $T_0 \sim 10^5$ К, $N \sim 10^{18}$ см $^{-3}$ и $M \sim 100$ получаем огромное значение $T_{\text{я}} \sim 2 \cdot 10^{19}$ К.

Однако, для не слишком больших чисел Маха оптическая толщина все же меньше единицы. Тогда яркостная температура нетеплового радиоизлучения

$$T_{\text{я}} \approx \frac{I_{\text{кор}}}{I_{\text{теп}}} T_e \approx 5 \cdot 10^{-2} \frac{T_0^{2.5}}{N^{1.5}} M^{1.5}. \quad (64)$$

Например, при $T_0 \sim 10^7$ К, $N \sim 10^6$ см $^{-3}$ и $M \sim 10$, получаем $T_{\text{я}} \sim 1.5 \cdot 10^{13}$ К. Рассмотренный механизм был использован в [9] для анализа радиоизлучения ударных волн в хромосфере Солнца.

В заключение этого раздела заметим, что здесь пренебрегалось влиянием магнитного поля. Можно показать, что полученные здесь результаты будут справедливы и в том случае, когда ударная волна распространяется под небольшим углом θ к внешнему достаточно слабому ($H^2 \lesssim 8\pi NkT$) магнитному полю, если только этот угол не превышает значения

$$\theta < \frac{\omega_{\text{Li}}}{\omega_{\text{H}}} \frac{1}{ND^3} = \frac{c}{V_A ND^3}, \quad (65)$$

где V_A — ионная альфвеновская скорость. В этом случае также образуется горячая электронная зона, но уже за счет турбулентной теплопроводности. В более сильных полях или при больших углах горячая электронная зона отсутствует и механизм „не работает“.

6. Регулярная трансформация плазменных волн в электромагнитные поперечные волны. До сих пор мы всюду учитывали лишь нерегулярную трансформацию (рассеяние) плазменных волн в поперечные электромагнитные волны, выходящие из среды. Этот эффект имеет место всегда, даже если среда в среднем однородна. Однако, если плазма неоднородна и в среднем, то есть если в ней имеют место плавные градиенты плотности, температуры или напряженности магнитного поля, то здесь возможна и так называемая регулярная трансформация в областях, где вследствие неоднородностей нарушается условие применимости геометрической оптики для плазменной и электромагнитной волны [1]. В рассмотренных нами задачах этот эффект может быть существенен в ударных волнах, где заведомо имеются сильные градиенты параметров среды. Регулярная трансформация „налагается“ на учтенное выше рассеяние и тем самым может еще больше увеличить интенсивность нетеплового радиоизлучения.

Для того, чтобы оценить роль этих эффектов, достаточно сравнить средние коэффициенты регулярной трансформации \bar{Q} с выражением (9). Под термином „средний коэффициент регулярной трансформации“ мы будем понимать усредненное по углам значение $Q(\varphi)$ в предположении, что угловой спектр плазменных волн занимает интервал, примерно равный 2π . Дело в том, что коэффициент регулярной трансформации очень сильно зависит от угла φ между направле-

нием волнового вектора плазменной волны и направлением градиента неоднородности. Подробное исследование регулярной трансформации дано в [1]. Здесь мы приведем только \bar{Q} .

1. Трансформация плазменных волн в электромагнитные в неоднородной изотропной плазме при $\omega \approx \omega_L$:

$$\bar{Q} \approx 0.1 \frac{V_0^2}{c^2} \left(\frac{\lambda}{2\pi L} \right)^{3/2}. \quad (66)$$

2. Трансформация волн в неоднородной магнитоактивной плазме также при $\omega \approx \omega_L$:

$$\bar{Q} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{2\pi L} \right) \left(1 \pm \frac{\omega}{\omega_H} \right)^{3/2}. \quad (67)$$

Здесь знак „минус“ берется при $\omega < \omega_H$, а знак „плюс“ — при $\omega > \omega_H$.

3. Трансформация путем „просачивания“ излучения с плазменной ветви на ветвь, соответствующую необыкновенной электромагнитной волне при поперечном (по отношению к волновому вектору плазменной волны) магнитном поле и условии $\omega_H \approx \omega \gg \omega_L$:

$$\bar{Q} \approx \exp \left\{ -\frac{V\sqrt{2}\pi}{\lambda, 2\pi L} \right\}. \quad (68)$$

В формулах (66) — (68) использованы следующие обозначения: λ — длина излучаемой электромагнитной волны в вакууме, L — характерный размер неоднородности, V_0 — фазовая скорость плазменных волн.

Коэффициент регулярной трансформации определяется параметром $\lambda/2\pi L$, который при всех реальных условиях задачи, даже на фронтах ударных волн, достаточно мал. Заметим, кстати, что выражения (66) — (68) уже получены в предположении малости указанного параметра.

Конкретные оценки роли регулярной трансформации требуют задания определенных параметров неоднородности и, следовательно, они получаются различными для разных случаев. Поэтому в каждой конкретной задаче следует оценить \bar{Q} , исходя из соответствующих данных о характере неоднородности. Сравнивая затем полученную оценку с (9), можно найти интенсивность нетеплового излучения и с учетом регулярной трансформации.

В рассмотренных нами задачах возбуждения плазменных волн потоками частиц (р. 2, 3) среда предполагалась однородной. В задаче о сильной ударной волне (р. 5) само излучение на частоте порядка ω_L возможно лишь в результате рассеяния. Это связано с тем, что при регулярной трансформации частота не меняется. Следовательно, в результате регулярной трансформации ионных плазменных волн радиоизлучение не выходит из плазмы, поскольку для него квадрат показателя преломления $n^2 \approx 1 - \omega_L^2/\omega_{Li}^2 < 0$. Зато в случае ударных волн в холодной плазме (р. 4) эффект регулярной трансформации является существенным. Из формул (9) и (54) следует, что коэффициент нерегулярной трансформации порядка $10^{-8} T H N^{1/2}$, то есть порядка $10^{-6} \div 10^{-7}$ при $T \sim 10^6$ °К, $N \sim 10^8$ см⁻³ и $H \sim 1$ э. Оценка среднего коэффициента регулярной трансформации по формуле (67) даст значение $Q \sim 10^{-2} \div 10^{-1}$, если учесть, что размер неоднородности (в данном случае — ширина уединенной волны) примерно лишь на порядок превышает длину электромагнитной волны. Следовательно, оценки нетеплового излучения, полученные в раздел 4 в результате учета лишь рассеяния, дают величину, заниженную на три-четыре порядка.

Результаты работы докладывались на семинарах в ГАИШ (Москва) и в НИРФИ (Горький), а также на V Всесоюзной конференции по радиоастрономии в Харькове в октябре 1965 г. Авторы считают своим долгом выразить благодарность всем, принявшим участие в обсуждении работы.

Научно-исследовательский радиофизический институт при Горьковском Государственном университете

NON-THERMAL RADIO EMISSION GENERATED BY COHERENT PLASMA WAVES

V. V. ZAITSEV, S. A. KAPLAN

The formulae for the estimation of intensity and effective brightness temperature of non-thermal radio emission generated by scattering and regular transformation of plasma waves are given. Mechanisms of excitation of coherent plasma waves by uniform stream (in the cases of strong and weak external magnetic fields) and shock waves in plasma of „low“ and „high“ pressures are investigated. The possibility of astrophysical application of these results are briefly discussed.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. В. Железняков, Радионизлучение Солнца и планет, „Наука“, М., 1964.
2. В. Л. Гинзбург, Л. М. Озерной, Известия вузов, Радиофизика, 9, 221, 1966.
3. А. А. Веденов, сб. „Вопросы теории плазмы“, вып. 3, Госатомиздат, 1963, 203.
4. В. Л. Сивоненко, К. Н. Степанов, ЖЭТФ, 49, 1197, 1965.
5. Р. Э. Саидеев, сб. „Вопросы теории плазмы“, вып. 4, Госатомиздат, 1964, 20.
6. В. В. Зайцев, Астрон. ж., 42, 740, 1965.
7. В. Д. Шапиро, ЖЭТФ, 44, 613, 1963.
8. Б. Б. Кадомцев, сб. „Вопросы теории плазмы“, вып. 4, Госатомиздат, 1964, 188.
9. В. В. Зайцев, Астрон. ж., 1966 (в печати).
10. D. A. Tidman, Phys. Rev., 111, 1439, 1958.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

ИЮНЬ, 1966

ВЫПУСК 2

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ДИФFUЗИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ
В ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОМ СЛОЕ

Н. Б. ЕНГИБАРЯН

Поступила 22 марта 1966

Рассматривается нестационарная задача диффузного отражения света от неоднородного плоско-параллельного слоя. В общем случае решение задачи сводится к решению нелинейного интегрального уравнения (20) и обращению двух преобразований Лапласа.

Нестационарная задача диффузного отражения излучения от плоско-параллельного слоя в некоторых частных случаях рассмотрена И. Н. Мининым [4—5]. В настоящей статье эта задача рассматривается в случае слоя конечной оптической толщины, когда 1) кванты затрачивают время как на прохождение пути, так и на пребывание в поглощенном состоянии, 2) вероятность выживания может меняться с глубиной. Оказывается, что и в данном случае решение задачи сводится к решению некоторой стационарной задачи и обращению преобразования Лапласа. Одномерный аналог этой задачи, при более общих предположениях неоднородности, был рассмотрен автором в [6].

1. *Распределение во времени диффузного отражения кванта.*

Пусть на плоско-параллельный слой оптической толщины τ_0 в момент $t = 0$ падает один квант. Обозначим через ζ косинус угла падения, через $\rho_1(\tau_0, t, \eta, \zeta)$ — плотность вероятности диффузного отражения кванта в момент t под углом $\arccos \eta$. Делаются следующие предположения:

а) поглощенный квант спонтанно излучается по экспоненциальному закону $\alpha(\tau)e^{-\beta t}$, где $\frac{\alpha(\tau)}{\beta} = \lambda(\tau) \leq 1$; $\lambda(\tau)$ — вероятность выживания

кванта при элементарном акте рассеяния на оптической глубине τ (рассчитанной от правой границы среды);

б) атомы равномерно распределены в среде: $dt = \frac{ds}{v}$, v — скорость кванта в единицах оптической длины;

в) индикатриса рассеяния сферическая.

Для функции

$$\rho(\tau_0, t, \eta, \zeta) = \frac{\pi}{\zeta} \rho_1(\tau_0, t, \eta, \zeta),$$

на основе принципа инвариантности получается следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right) \left(\frac{1}{v} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \right) &= \frac{\alpha(\tau_0)}{4\eta\zeta} e^{-\beta t} + \\ &+ \frac{\alpha(\tau_0)}{2\zeta} \int_0^1 d\eta' \int_0^t \rho(\tau_0, x, \eta, \eta') e^{-\beta(t-x)} dx + \\ &+ \frac{\alpha(\tau_0)}{2\eta} \int_0^1 d\eta' \int_0^t \rho(\tau_0, x, \eta', \zeta) e^{-\beta(t-x)} dx + \\ &+ \alpha(\tau_0) \int_0^1 d\eta'' \int_0^t \rho(\tau_0, x, \eta, \eta'') dx \int_0^1 d\eta' \int_0^{t-x} \rho(\tau_0, y, \eta', \zeta) e^{-\beta(t-x-y)} dy; \end{aligned} \quad (1)$$

Легко убедиться, что

$$\rho(0, t, \eta, \zeta) = 0 \quad \text{и} \quad \rho(\tau_0, 0, \eta, \zeta) = 0; \quad (2)$$

Умножим обе части уравнения (1) на $e^{\beta t}$, обозначим

$$Q(\tau_0, t, \eta, \zeta) = \rho(\tau_0, t, \eta, \zeta) e^{\beta t}. \quad (3)$$

Тогда уравнение (1) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \tau_0} + \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right) \left[\frac{1}{v} \frac{\partial Q}{\partial t} + \left(1 - \frac{\beta}{v} \right) Q \right] &= \\ = \frac{\alpha}{4\eta\zeta} + \frac{\alpha}{2\zeta} \int_0^1 d\eta' \int_0^t Q(\tau_0, x, \eta, \eta') dx + \frac{\alpha}{2\eta} \int_0^1 d\eta' \int_0^t Q(\tau_0, x, \eta', \zeta) dx + \\ + \alpha \int_0^1 d\eta'' \int_0^t Q(\tau_0, x, \eta, \eta'') dx \int_0^1 d\eta' \int_0^{t-x} Q(\tau_0, y, \eta', \zeta) dy. \end{aligned} \quad (4)$$

Обозначив далее

$$R(\tau_0, t, \eta, \zeta) = \int_0^t Q(\tau_0, x, \eta, \zeta) dx, \quad (5)$$

получим для этой функции уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 R}{\partial \tau_0 \partial t} + \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right) \left[\frac{1}{v} \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} + \left(1 - \frac{\beta}{v} \right) \frac{\partial R}{\partial t} \right] = \\ & = \frac{\alpha}{4 \eta^2} + \frac{\alpha}{2 \zeta} \int_0^1 R(\tau_0, t, \eta, \eta') d\eta' + \frac{\alpha}{2 \eta} \int_0^1 R(\tau_0, t, \eta', \zeta) d\eta' + \\ & + \alpha \int_0^t \left[\int_0^1 R_t'(\tau_0, x, \eta, \eta'') d\eta'' \right] \left[\int_0^1 R(\tau_0, t-x, \eta', \zeta) d\eta' \right] dx; \end{aligned} \quad (6)$$

К уравнению (6) применим преобразование Лапласа, введем функцию

$$\Omega(\tau_0, s, \eta, \zeta) = \int_0^\infty R(\tau_0, t, \eta, \zeta) e^{-st} dt. \quad (7)$$

Легко убедиться, что

$$L_t[\rho] = (s + \beta) \Omega(\tau_0, s + \beta, \eta, \zeta); \quad (8)$$

где L_t — оператор преобразования Лапласа по t .

Заметив, что $R(\tau_0, 0, \eta, \zeta) = 0$ из (5) и $R_t'(\tau_0, 0, \eta, \zeta) = \rho(\tau_0, 0, \eta, \zeta) = 0$, получим:

$$\begin{aligned} & s \frac{\partial \Omega}{\partial \tau_0} + \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right) \left[\frac{s^2}{v} \Omega + s \left(1 - \frac{\beta}{v} \right) \Omega \right] = \frac{\alpha}{s \cdot 4 \eta^2} + \\ & + \frac{\alpha}{2 \zeta} \int_0^1 \Omega(\tau_0, s, \eta, \eta') d\eta' + \frac{\alpha}{2 \eta} \int_0^1 \Omega(\tau_0, s, \eta', \zeta) d\eta' + \\ & + \alpha s \int_0^1 \Omega(\tau_0, s, \eta, \eta'') d\eta'' \int_0^1 \Omega(\tau_0, s, \eta', \zeta) d\eta'; \end{aligned} \quad (9)$$

или

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau_0} + \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{s} \right) A(s) \Omega =$$

$$= \alpha \left[\frac{1}{2 \eta s} + \int_0^1 \Omega(\tau_0, s, \eta, \eta') d\eta' \right] \left[\frac{1}{2 \zeta s} + \int_0^1 \Omega(\tau_0, s, \eta', \zeta) d\eta' \right], \quad (10)$$

где

$$A(s) = \frac{s}{\nu} + \left(1 - \frac{\beta}{\nu} \right). \quad (11)$$

Умножим обе части уравнения (10) на

$$\exp \left\{ \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right) A(s) \tau_0 \right\},$$

введем функцию

$$U(\tau_0, s, \eta, \zeta) = \Omega(\tau_0, s, \eta, \zeta) \exp \left\{ \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right) A(s) \tau_0 \right\}. \quad (12)$$

Уравнение (10) преобразуется в следующее:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau_0} = \alpha \left[\frac{1}{2 \eta s} e^{\frac{A(s)\tau_0}{\eta}} + \int_0^1 U(\tau_0, s, \eta, \eta') e^{-\frac{A(s)\tau_0}{\eta}} d\eta' \right] \times$$

$$\times \left[\frac{1}{2 \zeta s} e^{\frac{A(s)\tau_0}{\zeta}} + \int_0^1 U(\tau_0, s, \eta', \zeta) e^{-\frac{A(s)\tau_0}{\zeta}} d\eta' \right]. \quad (13)$$

В силу единственности решения уравнения (13) имеем

$$U(\tau_0, s, \eta, \zeta) = U(\tau_0, s, \zeta, \eta). \quad (14)$$

Обозначим

$$\varphi(\tau_0, s, \eta) = \frac{1}{2 \eta s} e^{\frac{A(s)\tau_0}{\eta}} + \int_0^1 U(\tau_0, s, \eta, \eta') e^{-\frac{A(s)\tau_0}{\eta}} d\eta'. \quad (15)$$

Из уравнения (13), учитывая (14), будем иметь

$$\frac{\partial U}{\partial \tau_0} = \alpha(\tau_0) \varphi(\tau_0, s, \eta) \varphi(\tau_0, s, \zeta), \quad (16)$$

откуда

$$U(\tau_0, s, \eta, \zeta) = \int_0^{\tau_0} \alpha(\tau) \varphi(\tau, s, \eta) \varphi(\tau, s, \zeta) d\tau, \quad (17)$$

ибо

$$U(0, s, \eta, \zeta) = 0.$$

Подставляя (16) в (14), изменив порядок интегрирования, получим

$$\begin{aligned} \varphi(\tau_0, s, \eta) &= \frac{1}{2\tau_0 s} e^{\frac{A(s)\tau_0}{\eta}} + \\ &+ \int_0^1 \alpha(\tau) \varphi(\tau, s, \eta) \left[\int_0^1 \varphi(\tau, s, \eta') e^{-\frac{A(s)\tau_0}{\eta'}} d\eta' \right] d\tau; \end{aligned} \quad (18)$$

Умножим обе части уравнения (17) на $e^{-\frac{A(s)z}{\eta}}$, где $z > \tau_0$ — некоторый параметр и проинтегрируем по η от 0 до 1, обозначив

$$\psi(\tau, z, s) = \int_0^1 \varphi(\tau, s, \eta) e^{-\frac{A(s)z}{\eta}} d\eta. \quad (19)$$

Получим

$$\psi(\tau_0, z, s) = \frac{1}{2s} E_1[A(s)(z - \tau_0)] + \int_0^{\tau_0} \alpha(\tau) \psi(\tau, z, s) \psi(\tau, \tau_0, s) d\tau. \quad (20)$$

Полученное нелинейное интегральное уравнение, подобное уравнениям типа Вольтерра, можно решать последовательными приближениями, за первое приближение можно взять свободный член. Займемся вопросом представления функции φ через функцию ψ , то есть решением уравнения (19) относительно φ . В интеграле правой части (19) производим замену переменной; обозначив $\frac{A(s)}{\eta} = p$, будем иметь

$$\psi(\tau_0, z, s) = \int_{A(s)}^{\infty} \varphi_1(\tau_0, s, p) e^{-zp} dp, \quad (21)$$

где

$$\varphi_1(\tau_0, s, p) = \varphi\left(\tau_0, s, \frac{A(s)}{p}\right) \frac{A(s)}{p^2}. \quad (22)$$

Функция ψ представляет собой неполное преобразование Лапласа от функции φ_1 , следовательно

$$L_x^{-1}[\psi(\tau_0, z, s)] = \begin{cases} \varphi_1(\tau_0, s, p) & p \geq A(s) \\ 0 & 0 \leq p < A(s), \end{cases} \quad (23)$$

а из (22)

$$\varphi(\tau_0, s, \eta) = \varphi_1\left(\tau_0, s, \frac{A(s)}{\eta}\right) \frac{A(s)}{\eta^2}.$$

Подставляя выражение $\varphi(\tau_0, s, \eta)$ в (17), получим функцию

$$U(\tau_0, s, \eta, \zeta).$$

Из (8), (13) и (17) будем иметь

$$\begin{aligned} \rho(\tau_0, t, \eta, \zeta) = L_s^{-1} & \left\{ \left[(s + \beta) \int_0^{\tau_0} \alpha(\tau) \varphi(\tau, s + \beta, \eta) \varphi(\tau, s + \beta, \zeta) d\tau \right] \times \right. \\ & \left. \times \exp \left[-\left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right) A(s + \beta) \tau_0 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, в общем случае определение функции $\rho(\tau_0, t, \eta, \zeta)$ сводится к решению уравнения (19) и обращению двух преобразований Лапласа. Отметим, что уравнение, соответствующее уравнению (18) в стационарном случае получено В. В. Соболевым в [3]. В случае однородной среды бесконечной оптической толщины [$\alpha(\tau) = \alpha = \text{const}$] уравнение (10) примет следующий вид

$$\begin{aligned} (\eta + \zeta) A(s) \Omega &= \frac{\alpha}{4} \left[\frac{1}{s} + 2\eta \int_0^1 \Omega(s, \eta, \eta') d\eta' \right] \times \\ & \times \left[\frac{1}{s} + 2\zeta \int_0^1 \Omega(s, \eta', \zeta) d\eta' \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

Обозначив

$$\varphi(s, \eta) = 1 + 2\eta s \int_0^1 \Omega(s, \eta, \eta') d\eta', \quad (26)$$

получим для этой функции известное уравнение В. А. Амбарцумяна с вероятностью выживания, зависящей от параметра s

$$\varphi(s, \eta) = 1 + \frac{\lambda_1(s)}{2} \eta \varphi(s, \eta) \int_0^1 \frac{\varphi(s, \eta')}{\eta + \eta'} d\eta', \quad (27)$$

где

$$\lambda_1(s) = \frac{\alpha}{s A(s)},$$

$$\Omega(s, \eta, \zeta) = \frac{\lambda_1(s)}{4s} \frac{\varphi(s, \eta) \varphi(s, \zeta)}{\eta + \zeta}. \quad (28)$$

Используя уравнение (8), получим

$$L[\rho] = \frac{\lambda_1(s + \beta)}{4} \frac{\varphi(s + \beta, \eta) \varphi(s + \beta, \zeta)}{\eta + \zeta}. \quad (29)$$

В случае однородной среды конечной оптической толщины можно использовать решение соответствующей стационарной задачи.

С целью последующего обращения преобразования Лапласа будем искать решения уравнения (20) в виде ряда Лорана по s . Тогда для определения коэффициентов получается рекуррентное соотношение. Для простоты проиллюстрируем сказанное в случае $v = \infty$.

$$\psi(\tau_0, z, s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi_k(\tau_0, z)}{s^k}. \quad (30)$$

Подставляя (30) в (20), относительно коэффициентов ψ_k получим следующее рекуррентное соотношение:

$$\psi_k(\tau_0, z) = \sum_{m=1}^{k-1} \int_0^{\tau_0} \alpha(\tau) \psi_m(\tau, z) \psi_{k-m}(\tau, \tau_0) d\tau, \quad (31)$$

$$\psi_1(\tau_0, z) = \frac{1}{2} E_1(z - \tau_0).$$

Решение уравнения (19) (в случае $A(s) = 1$) также можно искать в виде ряда Лорана по s

$$\varphi(\tau, s, \eta) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varphi_k(\tau, \eta)}{s^k}, \quad (32)$$

$$\psi_k(\tau, z) = \int_0^1 \varphi_k(\tau, \eta) e^{-\frac{z}{\eta}} d\eta, \quad (33)$$

откуда

$$\varphi_k(\tau, \eta) = \frac{1}{\tau^2} L_z^{-1} [\psi_k(\tau_0, z)] \Big|_{\rho=1} \frac{1}{\eta}.$$

Из (17) находим соответствующее разложение для функции

$$U(\tau_0, s, \eta, \zeta) = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{U_k(\tau_0, \eta, \zeta)}{s^k}, \quad (34)$$

$$U_k(\tau_0, \eta, \zeta) = \sum_{m=1}^{k-1} \int_0^{\tau_0} \alpha(\tau) \varphi_m(\tau, \eta) \varphi_{k-m}(\tau, \zeta) d\tau, \quad (35)$$

и

$$R(\tau_0, t, \eta, \zeta) = \exp \left\{ \left(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta} \right) \tau_0 \right\} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{U_k(\tau_0, \eta, \zeta)}{k!} t^k. \quad (36)$$

Аналогично можно поступить в случае однородного полубесконечного слоя.

В заключение выражаю благодарность академику В. А. Амбарцумяну за руководство.

Институт математики и механики
АН Арм ССР

NON-STATIONARY DIFFUSION OF RADIATION IN PLANE-PARALLEL LAYER

N. B. YENGIBARIAN

A non-stationary problem of diffuse reflection of radiation from inhomogeneous plane-parallel layer is considered.

In the general case the solution of the problem is brought to the solution of a non-linear integral equation (20) and the reversion of two Laplace's transformations.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. I, АН АрмССР, Ереван, 1960.
2. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии, М., 1956.
3. В. В. Соболев, ДАН СССР, 111, 1000, 1956.
4. И. Н. Минин, Вестн. АГУ, № 18, 1962.
5. И. Н. Минин, ДАН СССР, 154, № 5, 1964.
6. Н. Б. Енгибарян, Астрофизика, 1, 167, 1965.

СПЕКТР АГ ПЕГАСА В 1965 ГОДУ

Л. С. ЛУУД, М. Э. ИЛЬМАС

Поступила 25 апреля 1966

Показано, что АГ Пегаса похожа на плотную планетарную туманность. Ее центральная звезда двойная с компонентами WN 6 и M1-3 II-III. Найдено, что электронная плотность в оболочке равна 10^{-7} см^{-3} , фактор дилуции 10^{-10} и температура Занстра около $65\,000^\circ$. Радиус оболочки оказался равным $10^5 R_\odot$ и ее масса $10^{-3} M_\odot$. Указано на необходимость учета электронных столкновений при расчете бальмеровского декремента.

АГ Пегаса — один из наиболее заманчивых объектов для астро-спектроскописта. Спектр звезды претерпел изменения в таких масштабах, какие нигде кроме новых не наблюдались. Основные его изменения описаны Мерриллом [1].

Настоящая статья содержит количественные данные спектрофотометрии АГ Пегаса, а также некоторые соображения в пользу двойственности звезды.

1. *Наблюдения.* В течение осени 1965 г. на 70 см рефлекторе Тартуской астрофизической обсерватории им. В. Струве было получено 16 спектрограмм АГ Пегаса, из которых мы обработали 11. Дисперсия спектрографа равна 160 \AA/мм при H_γ . Табл. 1 содержит необходимые данные об использованных спектрограммах.

Регистрограммы получены на микрофотометре МФ-4 с записью на ЭППВ-61 и увеличением примерно в 70 раз. В табл. 2 дан список идентифицированных линий, их эквивалентные ширины и относительные интенсивности ($I_{H_\beta} = 100$). Для преобразования эквивалентных ширин в интенсивности использовалось распределение энергии в непрерывном спектре по работе [2], как и при исследовании линейчатого спектра АГ Пегаса в 1964 г. [3].

Таблица 1

Дата	Фотоматериал	Выдержка
17/18 августа	ZU-2	1 ч 34 м
18/19 "	ZU-2	2 ч 00 м
20/21 "	OaG	50 м
21/22 "	OaG	1 ч 42 м
22/23 "	OaO	35 м
23/24 "	OaO	56 м
26/27 "	ZU-2	2 ч 20 м
26/27 "	OaF	2 ч 20 м
3/4 сентября	OaF	2 ч 35 м
15/16 "	OaG	2 ч 27 м
2/3 октября	OaF	3 ч 50 м

Таблица 2

λ	Элемент	W_{λ}	I	Замечания
1	2	3	4	5
6678	He I	16.5	20.5	1
6565	H $_{\alpha}$	245	297	
6451—54	N II	5.0	6.5	2
5876	He I	8.8	14.3	
5755	[N II]	4.2	6.5	
5412	He II	5.7	8.9	
5007	[O III]	16.2	27.4	
4959	[O III]	4.6	8.1	
4922	He I	9.7	17.0	
4861	H $_{\beta}$	56.7	100.0	
4788	N II	4.4	7.8	
4713	He I	3.6	6.4	
4686	He II	27.8	50.2	3
4650	C III	1.6	2.9	
4640—41	N III	10.6	19.2	
4634	N III	6.3	4.1	
4541	He I	3.6	6.4	
4471	He I	3.5	6.3	
4447	N II	0.85	1.5	

1	2	3	4	5
4388	He I	2.3	4.2	
4379	N III	1.6	2.9	
4363	[O III]	11.3	20.4	
4340	H ₇	31.7	57.6	
4199	He II	3.9	7.4	
4144	He I	2.1	4.0	
4120	He I	2.4	4.5	
4101	H ₅	31.1	59.8	4.
4057	N IV	10.4	20.5	
4026	He I	3.3	6.7	
4009	He I	1.6	3.9	
3970	H ₄	16.8	35.9	5.
3889	H _n + He I	11.1	26.7	
3869	[Ne III]	9.9	25.5	
3835	H ₀	7.2	20.0	
3820	He I	2.7	7.7	
3798	H ₁₀	6.1	19.0	

Замечания к табл. 2.

1. Передержано, блендирована с линиями 6583 и 6548 [N II].
2. Может быть слегка блендирована с 5015 He I.
3. W_λ определены из анализа бленды.
4. Блендирована линиями 4101 и 4097 N III.
5. Блендирована с линией 3967 [Ne III].

Отметим, что на регистрограммах при их сравнении с регистрограммами М звезд не обнаружено полос поглощения TiO.

2. *Линии [O III], H, He I и He II в спектре АГ Пегаса.* Мы предположим на основании работы [2], что наблюдаемый непрерывный спектр излучается только оболочкой и для анализа допустим, что оболочка однородная. Последнее допущение связано с тем, что спектрограммы с малой дисперсией не позволяют изучать стратификации.

Запрещенные линии дважды ионизованного кислорода. Для определения электронных плотности и температуры можно использовать лишь линии O III. При этом считаем по [2], что $T_e \approx 30\,000^\circ$. По зависимости, данной в виде диаграммы $\lg \frac{I_{5007} + I_{4957}}{I_{4363}}$ от $\lg n_e$ (рис. 1),

найдем, что если $\lg \frac{I_{5007} + I_{1057}}{I_{4363}} = 0.24$, то при отмеченной выше T_e имеем $n_e = 10^7 \text{ см}^{-3}$. Если считать, что $T_e \rightarrow \infty$, то получим для n_e нижний предел $n_e = 4 \cdot 10^{-6} \text{ см}^{-3}$.

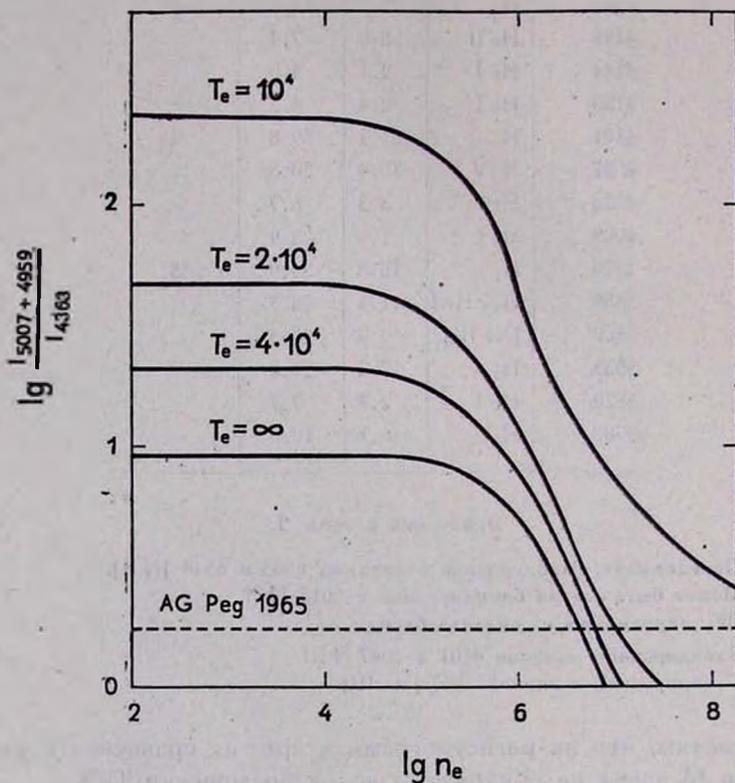


Рис. 1.

Водород. На полученных нами спектрах видны бальмеровские линии от H_α до H_{10} . В работе [3] указано, что линии водорода ослаблены самопоглощением. По методике, изложенной в [3], получим $\tau_{H\beta} = 10$. Как и в работе [3], самопоглощение определялось также по методике, изложенной А. А. Боярчуком в [4]. Совмещением $\lg I_{H_\alpha}$ и $\lg I_{H_{10}}$ со значениями тех же величин в 1964 г. мы нашли, что излучение в H_β не ослаблено (рис. 2). Так как мы не имеем возможности сравнивать высокие члены бальмеровской серии и континуума, это не противоречит работам [3, 4], где совмещением бальмеровского континуума (или высоких членов бальмеровской серии) показано, что $I_{H\beta}$ слабее небу-

лярного, и это интерпретируется как ослабление $I_{H\beta}$ самопоглощением. Поэтому в дальнейшем мы будем определять химический состав с точностью множителя u , введенного А. А. Боярчуком в [4] и обсудим его величину в дальнейшем.

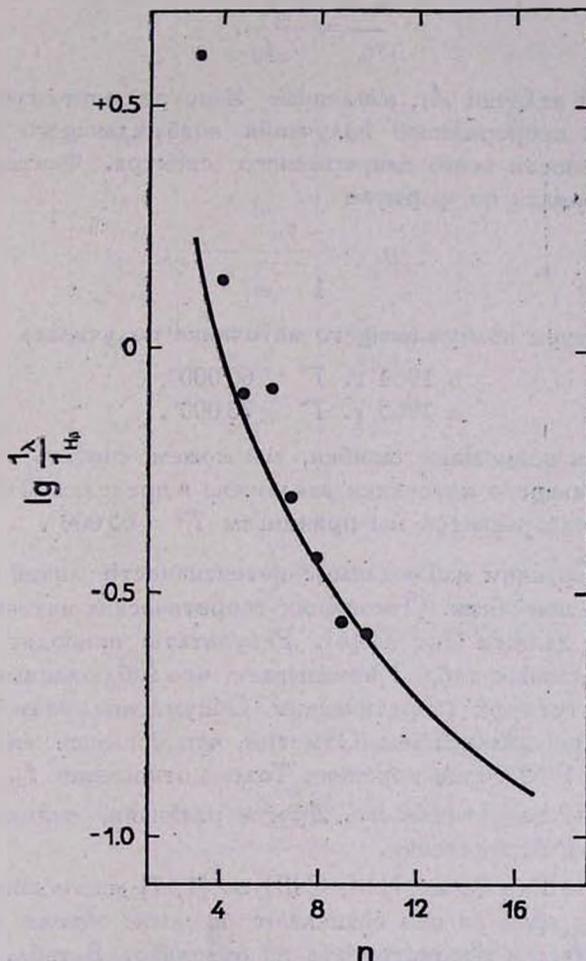


Рис. 2.

Сравнивая наблюдаемый бальмеровский декремент с вычисленным В. В. Соболевым [5], мы найдем, что наилучшее согласие будет при $T = 20\,000^\circ$ и величине x , заключенной между 0.1 и 0.01. Данные о водородных линиях говорят, что оболочка непрозрачна в бальмеровских линиях и в континууме Лаймана. В континууме Бальмера оболочка прозрачна.

Используя метод Занстра, мы определили по водородным линиям температуру источника, возбуждающего оболочку. При этом учитывалось самопоглощение в бальмеровских линиях, считая, что $\tau_{H\beta} = 10$ (для 1964 г. $\tau_{H\beta} = 7.5$) и

$$\frac{\tau_{\lambda_1}}{\tau_{\lambda_k}} = \frac{\lambda_1 f_1}{\lambda_k f_k} \quad (1)$$

Значения величин A_1 , введенные Занстра, определялись, считая интенсивность непрерывного излучения возбуждающего источника за 10% интенсивности всего непрерывного спектра. Фактор самопоглощения определялся по формуле

$$y_1 = \frac{\tau_{\lambda_1}}{1 - e^{-\tau_{\lambda_1}}} \quad (2)$$

Температура возбуждающего источника получилась

$$\begin{aligned} \text{в 1964 г. } T^* &= 60\,000^\circ, \\ \text{в 1965 г. } T^* &= 73\,000^\circ. \end{aligned}$$

Учитывая возможные ошибки, мы можем считать, что температура возбуждающего источника заключена в пределах $50\,000^\circ \div 80\,000^\circ$. Для дальнейших расчетов мы принимаем $T^* = 65\,000^\circ$.

Гелий. Сравним наблюдаемые интенсивности линий нейтрального гелия с теоретическими. Отношения теоретических интенсивностей мы вычислили по данным Ситона [6]. Результаты приводятся в табл. 3.

Анализ данных табл. 3 показывает, что наблюдаемые интенсивности не соответствуют теоретическим. Обсуждение возможных причин будет сделано в дальнейшем. Отметим, что согласие между наблюдениями 1964 и 1965 годов хорошее. Только отношение $I_{\text{трипл.}}/I_{\text{сингл.}}$ стало еще меньше теоретического. Другие различия, видимо, не превышают точности определения.

Линии He II (и также N III, C III) по [1, 7] много шире линий He I и H. Поэтому вряд ли они возникают в одном объеме с линиями H и He I, и мы будем рассматривать их отдельно. В табл. 4 приведены $I_{\text{набл.}}/I_{\text{теор.}}$ для линий He II.

Мы видим, что линии He II примерно в 2 раза интенсивнее в 1965 г., чем в 1964 г. Теоретический декремент He II более пологий, чем наблюдаемый.

Отметим, что по репродукции спектрограммы AG Пегаса в [1] скорость расширения по линии He II $\lambda 4686$ получается $v = 600$ км/сек, что дает возможность считать их принадлежащими возбуждающей звезде типа Вольфа-Райе.

Таблица 3

Мультиплетность	Линии	Наблюдения	Теория	Теория наблюдения	
				1965 г.	1964 г.
Триплеты	$\frac{I_{4171}}{I_{5976}}$	0.43	0.41	0.95	0.78
	$\frac{I_{4171}}{I_{4920}}$	0.94	2.00	2.1	2.0
Синглеты	$\frac{I_{1398}}{I_{1111}}$	1.06	2.00	1.88	1.25
	$\frac{I_{4922}}{I_{1111}}$	4.2	4.00	0.94	0.96
Триплеты и синглеты	$\frac{I_{4171}}{I_{1111}}$	1.58	11.4	7.2	4.4
	$\frac{I_{4171}}{I_{4922}}$	0.37	3.2	8.7	5.3

Таблица 4

λ	$I_{\text{набл.}}/I_{\text{теор.}}$ 1964	$I_{\text{набл.}}/I_{\text{теор.}}$ 1965	$I_{\text{набл.}}/I_{\text{набл.}}$ 1965 / 1964
5412	0.68	1.32	1.94
4542	1.14	1.60	1.40
4199	1.45	3.30	2.28
4686	0.41	0.70	1.70

3. *Модель звезды.* Целью настоящей статьи не является объяснение изменений спектра АГ Пегаса [1]. Мы пытаемся лишь найти модель звезды, которая удовлетворяет нашим наблюдениям.

Определим фактор диаюнии, исходя из сходства условий ионизации в оболочке АГ Пегаса и в планетарных туманностях. Следуя А. А. Боярчуку [8], мы можем написать приближенное отношение

$$\left(\frac{n_e}{W}\right)_{\text{АГ Peg}} \cong \left(\frac{n_e}{W}\right)_{\text{пл. тум.}} \quad (3)$$

Принимая для планетарных туманностей $W = 10^{-13}$ и $n_e = 10^4$ при электронной плотности АГ Пегаса $n_e = 10^7$ получим, что для АГ Пегаса $W \cong 10^{-10}$. Факт, что наблюдаются широкие линии He II, N III, C III приводит к мысли, что источник возбуждения является звездой Вольфа-Райе. Поскольку $T^* = 65\,000^\circ$ и $I_{4040}/I_{4680} = 0.38$, то его спектральный класс WN 6 или более ранний.

Трудно получить уверенные данные об абсолютной величине звезд типа Вольфа-Райе. В двойных системах V 444 Cyg [9] и HD 214419 [10] компоненты Вольфа-Райе имеют $M_v = -2.5$. Считая $I/I^{\odot} = 0.1$ и применяя данные о межзвездном поглощении по П. П. Паренаго [11], мы получим для АГ Пегаса расстояние 1.4 клс. По интенсивности межзвездных линий Na I [12] получается 0.9 клс. Даже это расстояние может быть увеличено, так как часть линий может возникать и в атмосфере М гиганта. Мы можем считать, что M_v заключена между $0^m + -2^m.5$. Применяя обычную методику [13], мы найдем, что радиус звезды равен $1.2 R_{\odot} + 2.9 R_{\odot}$. Отметим, что определение радиуса фотосферы примененным нами методом для звезд типа Вольфа-Райе имеет приближенный характер, главной причиной погрешности будет эффект ярких полос.

Теперь мы можем найти радиус оболочки, который равен $\approx 10^3 R_{\odot}$. Эти данные позволяют найти и массу оболочки, которая получается $\approx 10^{-3} M_{\odot}$.

Используя данные Меррилла [1], мы можем еще сказать, что центральная звезда является двойной. В. И. Мороз [14] опубликовал распределение энергии в инфракрасном спектре АГ Пегаса, которое весьма похоже на распределение в спектре гиганта M 2 β Пегаса α , следовательно, спектральный класс холодного компонента примерно M1-3 II — III. Здесь класс светимости оценен так: если класс светимости I, то компонент влиял бы на наблюдаемый спектр; если он V или IV, то вряд ли полосы окиси титана вообще наблюдались. Так как гиганты класса M имеют массу примерно $8 M_{\odot}$ [15], а массу компонента Вольфа-Райе можно оценить примерно в $10 M_{\odot}$ [10, 11], то при периоде 800 дней [16] получается расстояние между компонентами порядка $10^3 R_{\odot}$.

Итак АГ Пегаса, по-видимому, является плотной планетарной туманностью с двойной центральной звездой WN 6 + M 1-3 II — III. В смысле физических условий между обычными планетарными туманностями и АГ Пегаса расположена, по-видимому, туманность IC 4997, где $T_e = 20\,000^\circ$ и $n_e = 10^6 \text{ см}^{-3}$ [17].

4. Излучение оболочки АГ Пегаса. Уравнение стационарности: излучения, с учетом электронных столкновений и теории движущихся оболочек звезд, согласно Горбацкому [18], имеет вид

$$\begin{aligned} n_l \left(\sum_{k=1}^{l-1} A_{lk} \beta_{lk} + B_{lc} \beta_{lc} \right) + n_e \sum_{k=1}^{l-1} (n_l a_{lk} - n_k b_{kl}) + n_e n_l b_{lc} = \\ = \sum_{k=l+1}^{\infty} n_k A_{kl} \beta_{lk} + n_e \sum_{k=l+1}^{\infty} (n_k a_{lk} - n_l b_{lk}) + C_l n_e n^+ + K_l n_e^2 n^+, \quad (4) \end{aligned}$$

где обозначения обычные. Из уравнения (4) следует, что в первом приближении, для уровней, близких основному (где $a_{lk} > b_{lk}$), важную роль играют величины

$$\frac{A_{kl} \beta_{kl}}{a_{kl} n_e} = G_{kl}. \quad (5)$$

При $G_{kl} \gg 1$ основная роль в оболочке принадлежит радиативным переходам, при $G_{kl} \ll 1$ — переходам, связанным с электронными столкновениями.

Для оболочки АГ Пегаса принимаем ($x = 0.1 \div 0.01$ и $W = 10^{-10}$), $\beta_{12} \ll 10^{-11}$. Очевидно, что величина β_{12} , полученная из чисто радиативной теории, годится только для приблизительной оценки. Имея в виду, что

$$\beta_{12k} = \frac{n_l}{n_k} \cdot \frac{f_{12}^2 \lambda_{12}^2}{f_{lk} \lambda_{lk}} \cdot \beta_{12}, \quad (6)$$

находим

$$G_{12} \approx 0.03 \text{ и } G_{23} \approx 0.03.$$

Указанное говорит, что при вычислении бальмеровского декремента пренебречь столкновениями нельзя.

В. Г. Горбацкий [18] показал, что столкновения повышают относительную интенсивность высоких членов серий. Это может объяснить пологий декремент по наблюдениям 1964 г. и такой же декремент Z Андромеды в работе А. А. Боярчука [4].

Для гелия мы оценили отношение G_{23-2p} , которое получилось порядка $10^{-1} - 10^{-2}$. Мы видим, что и для гелиевого спектра нужны вычисления с учетом электронных столкновений. Из сказанного следует необходимость разработки теории водородного и гелиевого спектра движущихся оболочек с учетом и радиативных переходов и электронных столкновений.

5. *Замечания по химическому составу.* Анализ химического состава эмиссионных объектов [6, 19] производится с использованием формулы

$$\frac{N_{\text{ион}}}{N_{\text{H}\beta}} = \frac{I_{\lambda(\text{ион})}}{I_{\text{H}\beta}} \cdot \theta_{\lambda(\text{ион})}^{-1}(n_e T_e). \quad (7)$$

Здесь $N_{\text{ион}}/N_{\text{H}\beta}$ обозначает отношение ионов и протонов, $I_{\lambda(\text{ион})}$ и $I_{\text{H}\beta}$ — интенсивности соответствующих линий иона и линии $\text{H}\beta$, $\theta_{\lambda(\text{ион})}(n_e T_e)$ — функция, зависящая от типа иона и определенная в работе [19]. При $n_e < 10^8$ для рекомбинационных линий θ_{λ}^{-1} мало зависит от n_e и T_e , и её обычно считают константой. Для симбиотических звезд А. А. Боярчук ввел параметр y , который показывает, во сколько раз линия $\text{H}\beta$ ослаблена самопоглощением [4]. Тогда (7) переходит в

$$\frac{N_{\text{ион}}}{N_{\text{H}\beta}} = \frac{I_{\lambda(\text{ион})}}{y I_{\text{H}\beta}} \cdot \theta_{\lambda(\text{ион})}^{-1}(n_e, T_e). \quad (7a)$$

По описанной методике А. А. Боярчуком определялся химический состав звезды Z And [4] и нами — состав AG Peg [3]. Для обеих звезд оказалось, что водорода по отношению к другим элементам в 5 раз больше нормального космического содержания, но величина параметра y также примерно 5. Если считать $y = 1$, то химический состав Z And и AG Пегаса получается нормальным. Для AG Пегаса мы не можем применять линии He II и N III, которые, видимо, принадлежат звезде Вольфа-Райе, а не оболочке. Поэтому полученное нами в [3] содержание этих ионов надо считать чисто формальным.

Определим относительное содержание некоторых элементов с точностью до множителя y (табл. 5).

Линии He II и N III мы считаем принадлежащими звезде WR и их использование для оценки химического состава оболочки недопустимо. По вопросу химического состава сделаем следующие выводы.

1. Если считать содержание элементов нормальным, ионизация в оболочке AG Пегаса сильно не отличается от ионизации в оболочке Z Андромеды, и, имея в виду сходство последней [4, 8] с планетарными туманностями, от них.
2. Для Z And А. А. Боярчук нашел, что относительное содержание элементов, определенное по запрещенным линиям, получается ниже, чем по разрешенным. То же самое можно сказать и о AG Пегаса.

3. Химические составы Z And и АГ Пегаса совпадают в пределах ошибок. Вопрос о содержании водорода требует специального исследования с учетом электронных столкновений.

Таблица 5

	1964 $y=6$	1965 $y=?$	Среднее $y=?$	Z And [4] $y=5$	NGC 7027 $y=1$
$\frac{N_{\text{He II}}}{N_{\text{H II}}} y$	0.14	0.17	0.155	0.088	0.117
$\frac{N_{\text{N II}}}{N_{\text{H II}}} y$	$9 \cdot 10^{-7}$	$1.3 \cdot 10^{-6}$	$1.1 \cdot 10^{-6}$	—	$1.0 \cdot 10^{-5}$
$\frac{N_{\text{O III}}}{N_{\text{H II}}} y$	$7.4 \cdot 10^{-6}$	$7.2 \cdot 10^{-6}$	$7.3 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^{-6}$	$1.6 \cdot 10^{-4}$
$\frac{N_{\text{Ne III}}}{N_{\text{H II}}} y$	$4.2 \cdot 10^{-6}$	$3.3 \cdot 10^{-6}$	$3.8 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$5.1 \cdot 10^{-3}$

6. *Заключение.* Подытоживая, можно сказать:

1. АГ Пегаса является двойной системой, которую можно рассматривать, как планетарную туманность с ядром WN 6 и компонентом M1-3 II—III. При этом

$$n_e = 10^7 \text{ см}^{-1},$$

$$W = 10^{-10},$$

$$R^{06} = 10^3 R_{\odot},$$

$$\mathfrak{M}^{06} = 10^{-3} \mathfrak{M}_{\odot},$$

$$T^{\circ} = 65\,000^{\circ}$$

$$R^{\circ} = 1.2 \div 2.9 R_{\odot}.$$

2. Расстояние до АГ Пегаса ≈ 1 клс, при таком расстоянии ее угловой диаметр равен $1''$. При хороших условиях наблюдения может быть возможен прямой контроль полученного результата.
3. Для изучения симбиотических звезд нужны расчеты водородного и гелиевого спектра с учетом радиативных переходов и электронных столкновений.

4. Химический состав AG Пегаса близок к химическому составу Z And.
5. Для детального исследования AG Пегаса нужны длительные высокодисперсионные наблюдения.

Авторы искренне благодарны А. А. Боярчуку и А. А. Сапару за замечания и советы при просмотре рукописи.

Институт физики и астрономии
АН Эстонской ССР

SPECTRUM OF AG PEGASI IN 1965

L. S. LUUD, M. E. ILMAS

AG Pegasi is found to be similar to a dense planetary nebula but it has a double central star, the components of which turn out to have spectral classes WN 6 and M1-3 II—III. It is found that the electron density in the envelope is 10^{-7} cm^{-3} , the dilution factor 10^{-10} and the Zanstra temperature of the hot star is approximately $65\,000^\circ$. The radius of the envelope is found to be $10^5 R_\odot$ and its mass $10^{-3} M_\odot$. Finally it is suggested that electron impacts cannot be ignored in the calculations of Balmer decrement for AG Pegasi.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. W. Merrill, *Sky and Telescope*, 18, 490, 1959.
2. Т. С. Белякина, А. А. Боярчук, Р. Е. Гершберг, *Изв. Кр. АО*, 30, 25, 1963.
3. Л. Лууд, М. Ильмас, *Публ. ТАО*, 35 (в печати).
4. А. А. Боярчук, *Изв. Кр. АО*, 33, 186, 1965.
5. В. В. Соболев, *Движущиеся оболочки звезд*, Л., 1948.
6. M. J. Seaton, *MN*, 120, 326, 1960.
7. А. А. Боярчук, *Личное сообщение*.
8. А. А. Боярчук, *Переменные звезды*, 15, 48, 1964.
9. G. E. Kron, K. S. Gordon, *Ap. J.*, 111, 454, 1950.
10. S. Gaposchkin, *Ap. J.*, 100, 242, 1944.
11. П. П. Паренаго, *Астрон. ж.*, 22, 129, 1945.
12. C. S. Veals, *Publ. Dominion Astrophys. obs.*, 9, 95, 1951.
13. Д. Я. Мартынов, *Курс практической астрофизики*, М., 1960.
14. В. И. Мороз, *Астрон. ж.*, 43, 63, 1966.
15. К. У. Аллен, *Астрофизические величины*, ИЛ, М., 1960.
16. P. W. Merrill, в сб. „Etoiles á raies d'émission“, Cointe-Sclessin, 1958, 442.
17. Г. А. Горбацкий, *Астрофизика*, 1, 225, 1965.
18. В. Г. Горбацкий, *Астрофизика*, 1, 129, 1965.
19. А. А. Боярчук, Р. Е. Гершберг, В. И. Проник, *Изв. Кр. АО*, 29, 291, 1963.

ФИЗИЧЕСКАЯ ПРИРОДА НЕПРЕРЫВНОЙ ЭМИССИИ
У НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗВЕЗД

Г. А. ГУРЗАДЯН

Поступила 13 ноября 1965

Исправлена 6 июня 1966

Показано, что обратный Комптон-эффект, то есть рассеяние инфракрасных фотонов на быстрых электронах, энергия которых порядка 10^6 — 10^7 эв, может быть тем механизмом, который вызывает вспышку у нестационарных звезд. Сама вспышка заключается во внезапном появлении быстрых электронов над фотосферой звезды, которые и вызывают переход инфракрасных квантов фотосферы в область видимых и ультрафиолетовых квантов; никакие новые фотоны при вспышке не рождаются. Запас инфракрасных квантов при этом в спектре холодных карликов поздних типов оказывается более чем достаточным (рис. 1) для объяснения наблюдаемой амплитуды колебания яркости. Теория дает объяснение также весьма важному факту — отсутствию вспышек у звезд раннего класса (O — G) (рис. 5 и 6). Предсказана поляризация света у вспыхивающих звезд. Показано, что нагрев фотосферы под влиянием γ -излучения, которое может появляться на внешних слоях атмосферы звезды в результате торможения быстрых электронов в поле протонов, незначителен.

Непрерывная эмиссия была открыта Джоем сначала у звезд типа Т Тельца, а затем у звезды UV Кита во время вспышки последней [1]. В 1954 году В. А. Амбарцумян показал, что непрерывная эмиссия связана с широким кругом явлений, наблюдаемых в различных нестационарных объектах, и указал на нетепловую природу этой эмиссии [2]. Воздержавшись от предложения конкретного физического механизма, который мог бы привести к появлению характерных для непрерывной эмиссии явлений, В. А. Амбарцумян указал, однако, что фактические данные говорят в пользу того, что энергия, ответственная за вспышки, сопровождаемые непрерывной эмиссией, выносится дискретными порциями из внутренних слоев звезды наружу, часто в корональную область, посредством каких-то неизвестных нам носителей. По его

мнению, после выхода наружу каждый такой носитель весьма быстро освобождает вынесенную им порцию энергии.

За истекший период появился ряд интересных наблюдательных работ [3—8], подтвердивших всю необычайность и вместе с тем довольно широкую распространенность этого явления. Хотя этими работами ореол загадочности, которым было окутано явление непрерывной эмиссии, ничуть не развеялся, тем не менее приведенные в них факты, достаточно надежные и интересные, позволяют, по крайней мере, сделать некоторые обобщения и установить ряд эмпирических закономерностей.

Наряду с этим приходится отметить почти полное отсутствие каких бы то ни было попыток теоретического осмысления явления непрерывной эмиссии в рамках известных нам законов физики. В частности, до сих пор мы ничего не знаем как о природе самого вещества, выносимого наружу из недр звезды, так и о самом механизме выделения непрерывной эмиссии из этого вещества. Концепция синхротронного излучения — торможение релятивистских электронов в магнитных полях среды — не может объяснить, даже частично, весь комплекс разнообразных наблюдательных фактов. Вместе с тем, в настоящее время совершенно очевидно, что непрерывная эмиссия не может иметь тепловую природу. Создается, поэтому, такое впечатление, как будто понимание этого явления находится на пределе возможностей существующих законов физики.

По-видимому, в отношении явления непрерывной эмиссии делать такое заключение преждевременно. В настоящей работе будет сделана попытка показать, что обратный Комптон-эффект на быстрых электронах может объяснить наблюдательные факты, связанные с явлением непрерывной эмиссии у нестационарных звезд.

Основные свойства непрерывной эмиссии у нестационарных звезд. Примеры наиболее яркого проявления непрерывной эмиссии у некоторых нестационарных звезд приведены в упомянутой выше работе [2] В. А. Амбарцумяна. Там же достаточно подробно описаны основные свойства, присущие этому явлению. Поэтому ниже мы ограничимся лишь перечислением наиболее важных свойств и закономерностей, которые можно вывести на основе имеющегося в настоящее время наблюдательного материала по непрерывной эмиссии звезд.

1. Сильное и внезапное увеличение яркости — вспышка — в фотографических (B) и, в особенности, ультрафиолетовых (U) лучах, пожалуй, является одним из важных свойств непрерывной эмиссии у звезд. Повышение (амплитуда) яркости обычно составляет 1—2 звездные

величины. Однако в некоторых случаях оно достигает пяти звездных величин. В одном случае была зарегистрирована амплитуда в U лучах, достигающая семи звездных величин, то есть повышение яркости более чем в шестьсот раз.

2. На спектрограммах, полученных в момент вспышки или повышения яркости звезды, явление непрерывной эмиссии проявляется в виде сплошного непрерывного спектра, наложенного на нормальный спектр данной звезды. При этом усиление непрерывного спектра происходит главным образом в фотографических и ультрафиолетовых лучах; усиление спектра в визуальных лучах меньше. В некоторых случаях наблюдается усиление спектра в B и U лучах почти без всякого усиления яркости в V лучах, а иногда происходит даже ослабление непрерывного спектра в визуальных лучах.

3. Относительное усиление спектра в фотографических лучах можно охарактеризовать величиною $\Delta m_B / \Delta m_V$, представляющей собой отношение амплитуды яркости в B лучах Δm_B к амплитуде яркости в V лучах Δm_V . Это отношение при чисто тепловых процессах и при низких температурах равно 1.3. Между тем, наблюдения дают для этого отношения величину, превышающую 2.0 и доходящую в отдельных случаях до 4 и больше.

Явления, отмеченные в пунктах 2 и 3, можно сформулировать и иначе: во время вспышки звезда становится голубее.

4. Явление непрерывной эмиссии наблюдается, как правило, у звезд-карликов поздних спектральных типов, в основном, типа $K5 - M6$, изредка у $G5 - K0$. Хербиг [8] считает тип $K0 - K1$ пределом, когда непрерывная эмиссия еще может наблюдаться.

Наблюдается также четко выраженная закономерность увеличения частоты вспышек в сторону поздних спектральных классов.

5. Увеличение яркости при вспышке происходит очень быстро — за каких-нибудь несколько минут яркость звезды может увеличиться в несколько десятков раз. Иногда такое увеличение происходит за промежуток времени порядка 10 секунд. В таких случаях мы имеем дело с типичными вспыхивающими (flare) звездами (звезды типа UV Кита). Продолжительность же самих вспышек порядка нескольких минут. Наряду с этим существует класс объектов (звезды типа T Тельца), у которых явление непрерывной эмиссии протекает — в смысле темпов — менее бурно, но более устойчиво и долго. Во всем осталь-

ном — амплитуды колебания яркости, характер непрерывного спектра, поведение спектральных линий и т. д. — они не отличаются существенно от типично вспыхивающих звезд.

6. Вспышка, как правило, приводит к появлению новых эмиссионных линий с высоким потенциалом ионизации, которых не существовало в нормальных условиях у данной звезды, или же к усилению уже существующих эмиссионных линий. Последнее относится главным образом к водородным эмиссионным линиям. Часто отмечается появление при вспышке эмиссионных линий нейтрального (4471 He I) и ионизованного (4686 He II) гелия, а также флуоресцентных линий Fe I, Fe II, Ca II. Что касается запрещенных линий, то наиболее типичные из них — линии [O II], [O III] и др. при вспышках никогда не наблюдаются. Иногда появляется линия 4069 [S II] и очень редко линия [Fe II].

Иначе ведут себя при вспышке линии поглощения; они заливаются непрерывной эмиссией, в результате чего сильно ослабевают, размываются, доходя в некоторых случаях до полного исчезновения.

Гипотеза трансформации инфракрасных квантов. Тот факт, что явление непрерывной эмиссии присуще главным образом звездам поздних спектральных типов, наводит на мысль: не связано ли это обстоятельство с особенностью распределения энергии у низкотемпературных звезд? А эта особенность заключается, в частности, в том, что количество квантов в фотографическом диапазоне длин волн составляет очень небольшую часть от полного количества инфракрасных квантов в силу того, что количество квантов, излучаемых звездой на единичном интервале длин волн, уменьшается с длиной волны медленнее, согласно формуле Планка ($N_\lambda \sim \lambda^{-4}$), чем интенсивность излучения звезды на том же интервале длин волн ($I_\lambda \sim \lambda^{-5}$).

Для большей наглядности на рис. 1 приведены расчетные кривые распределения N_λ по λ (в произвольных единицах) для различных типов звезд — от G 5 до M 5, то есть при различных величинах эффективной температуры фотосферы. Там же штриховкой указано относительное количество квантов N_B , находящихся в фотографическом диапазоне (3500 — 5000 Å). Далее, было определено отношение $\frac{N}{N_B}$ для каждого типа звезд, где N есть полное число инфракрасных квантов, находящихся в области длин волн от 5000 Å до бесконечности.

Относительное количество квантов в фотографических лучах $\frac{N}{N_B}$, как следует из этого рисунка, быстро уменьшается с уменьшением

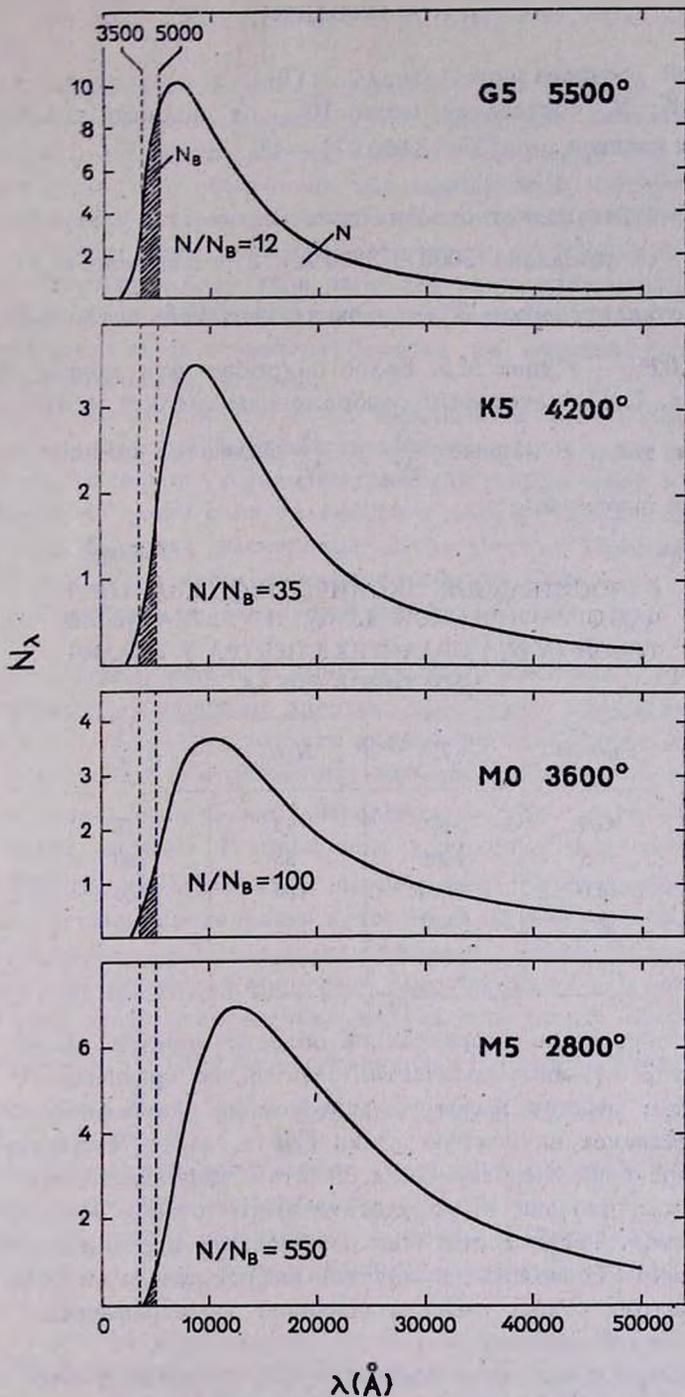


Рис. 1. Распределение относительного количества квантов N_λ (в произвольных единицах) в спектре звезд различных спектральных типов.

эффективной температуры звезды. При температуре, например, $T = 5500^\circ \text{K}$, $N_{\text{В}}$ составляет около 10% от полного количества инфракрасных квантов, при $T = 3600^\circ \text{K} - 1\%$, а при $T = 2800^\circ \text{K} -$ менее 0.2% .

Еще быстрее падает относительное количество ультрафиолетовых квантов $N_{\text{У}}$ (в диапазоне $3000 - 3900 \text{ \AA}$) с уменьшением T ; отношение $\frac{N_{\text{У}}}{N}$ составляет около 3% — у звезд типа G 5, около 0.2% — у типа M 0 и 0.02% — у типа M 5. Более подробно эти данные представлены в табл. 1. По некоторым соображениям следует думать, что приведенные в табл. 1 данные $\frac{N}{N_{\text{В}}}$ и $\frac{N}{N_{\text{У}}}$ являются нижними пределами их истинных значений.

Таблица 1

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ КОЛИЧЕСТВО КВАНТОВ В ФОТОГРАФИЧЕСКОЙ ($N/N_{\text{В}}$) И УЛЬТРАФИОЛЕТОВОЙ ($N/N_{\text{У}}$) ОБЛАСТЯХ СПЕКТРА У РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ЗВЕЗД

Спектр	T	$N/N_{\text{В}}$	$N/N_{\text{У}}$
G 5	5500°	12	35
K 5	4200	35	160
M 0	3600	100	560
M 5	2800	550	5000
M 6	2500	1800	32000

Таким образом, в инфракрасной области спектра звезд поздних типов имеется огромное количество квантов, по сравнению с которыми количество квантов в фотографическом и ультрафиолетовом диапазонах составляет ничтожную долю. Пусть, далее, существует механизм, сообщающий инфракрасным квантам дополнительную энергию таким образом, что они в результате этого станут квантами более высоких частот. Тогда достаточно осуществить переход, вернее трансформацию всего нескольких процентов инфракрасных квантов в кванты высоких частот, чтобы вызвать усиление фотографической области спектра во много десятков раз.

В качестве такого механизма в [9, 10] указан обратный Комптон-эффект — рассеяние быстрых электронов ($\sim 10^8 \text{ эв}$) на длинноволновых фотонах. Сами быстрые электроны появляются над фотосферой в ре-

зультате ядерного распада вещества, выброшенного из недр звезды. Именно в спонтанном, практически внезапном появлении быстрых электронов в атмосфере звезды и заключается сущность самой вспышки. При этом для объяснения наблюдавшегося повышения яркости в коротковолновой области спектра не требуется рождения новых световых фотонов; весь избыток энергии в коротковолновой области спектра получается благодаря переходу части длинноволновых (инфракрасных) квантов фотосферы в области коротких волн, при котором дополнительная энергия фотона берется из энергии быстрого электрона (комптоновские потери).

В количественном отношении задача о переносе фотосферического излучения через слой быстрых электронов рассмотрена в [9]. Там же приведены соответствующие формулы для определения интенсивности выходящего из этого слоя излучения в данной частоте в зависимости от энергии быстрых электронов E (в случае моноэнергетического потока), или от их энергетического спектра γ . Эти же формулы будут использованы в настоящей работе.

Анализ результатов вычислений и сравнение с наблюдениями.

В [9] приведены расчетные спектры излучения при вспышке звезды типа М 5 ($T = 2800^\circ \text{K}$), то есть кривые распределения интенсивности J_λ по длине волны при различных значениях энергии электронов. Аналогичные вычисления можно выполнить и для других типов звезд. В частности, на рис. 2 приведены кривые I_λ для звезды типа К 5 ($T = 4200^\circ \text{K}$), когда вспышка вызвана моноэнергетическими электронами, эффективное количество которых в атмосфере звезды определяется условием $\tau = 1$, где τ есть эффективная оптическая толщина слоя быстрых электронов для процессов томсоновского рассеяния. Здесь хорошо виден рост интенсивности излучения (тонкие линии) в области коротких волн ($< 4500 \text{ \AA}$) с увеличением безразмерной энергии электронов $\mu \left(= \frac{E}{mc^2} \right)$. Это явление сопровождается, как и следовало ожидать, убылью количества фотонов в длинноволновой области спектра фотосферы. Оно одновременно приводит к посинению звезды при вспышке. На этом и дальнейших рисунках толстой линией проведен нормальный, то есть „невозмущенный“ спектр излучения звезды данного класса.

Интересно отметить, что не только у звезд типа М 5 (см. [9]), но и у более ранних типов заметный рост интенсивности в коротких волнах, а следовательно заметное посинение может иметь место при сравнительно небольшой толщине слоя быстрых электронов над ее

фотосферой. На рис. 3 приведен такой случай: при $\tau = 0.2$ и $T = 4200^\circ \text{K}$ яркость звезды в B лучах остается почти неизменной, в то время как ее яркость в U лучах увеличивается в несколько раз.

Аналогичные результаты получаются и в случае, когда вспышка вызвана немоноэнергетическими электронами, то есть когда $N_e \sim E^{-1}$.

С переходом к звездам раннего типа, однако, эффект посинения звезды при ее вспышке ослабляется [9]. В качестве примера на рис. 4 приведены кривые распределения энергии при вспышке звезды с эффективной температурой $T = 15400^\circ \text{K}$, то есть при появлении облака

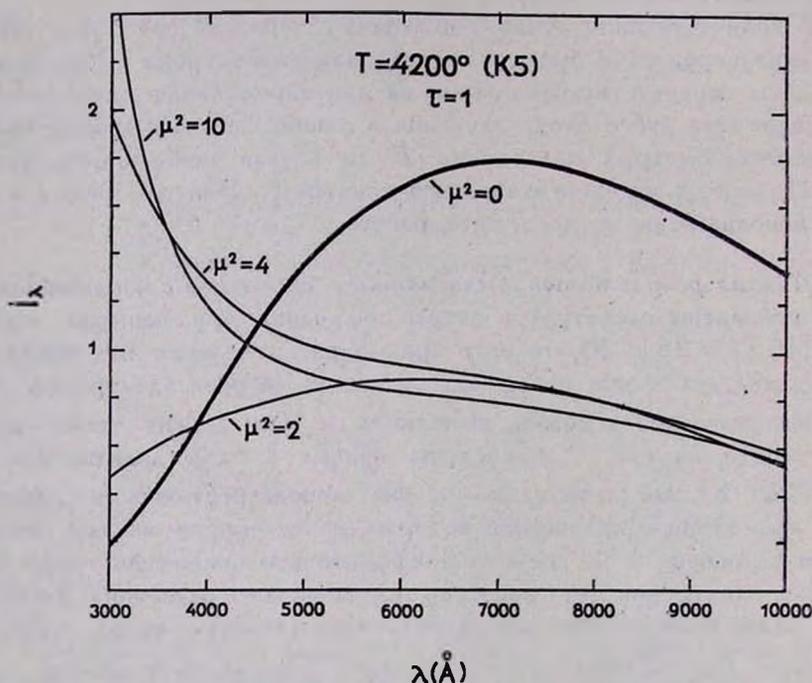


Рис. 2. Теоретический спектр вспышки звезды типа К 5 при $\tau = 1$ и при различных значениях энергии электронов μ (тонкие линии). Жирной линией обозначен нормальный спектр звезды К 5 (то есть при $\mu = 0$ или $\tau = 0$).

быстрых электронов с $\tau = 1$ и $\delta = 2$ над фотосферой этой звезды, где δ — параметр спектра немоноэнергетических электронов (см. [9]). Как видно из этого рисунка, распределение энергии в спектре звезды при ее вспышке почти не отличается от ее нормального спектра ($\delta = 0$).

Были вычислены теоретические показатели цвета при вспышке звезд типа К 5 и G 5 в U, B, V системе Джонсона и Моргана [11], а также амплитуды колебания яркости Δm_V , Δm_B и Δm_U , указанным

в [9] способом. Эти результаты для ряда значений μ^2 приведены в таблицах 2 и 3, откуда следует, что при всех значениях μ^2 вспыхивающая звезда типа К 5 или G 5 оказывается синее, чем при $\mu^2 = 0$, то есть при отсутствии быстрых электронов в их атмосферах. В случае звезды

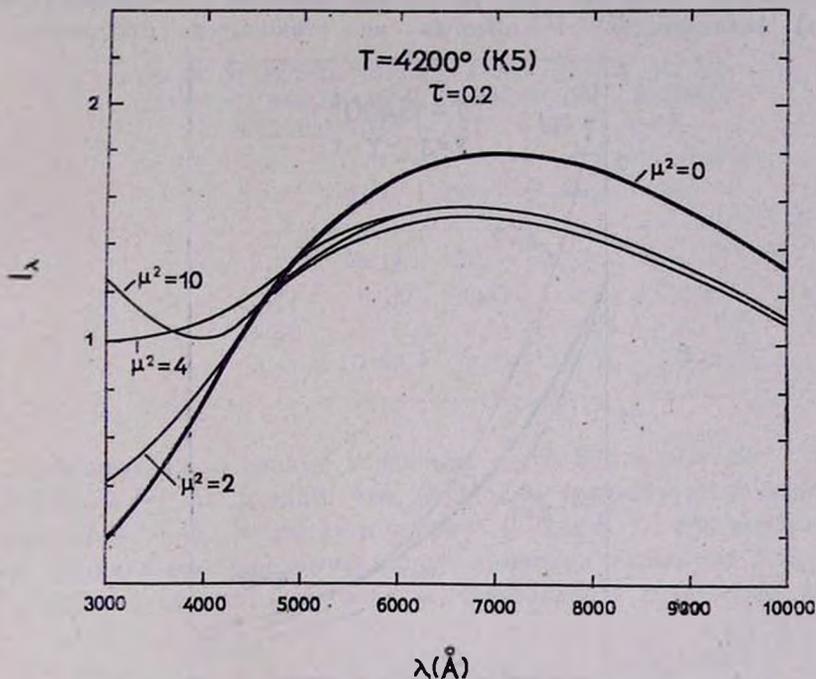


Рис. 3. Теоретический спектр вспышки звезды типа К 5 при $\tau = 0.2$.

Таблица 2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЦВЕТА И АМПЛИТУДЫ КОЛЕБАНИЯ ПРИ ВСПЫШКЕ ЗВЕЗДЫ ТИПА К 5 ($T = 4200^\circ$ К), $\tau = 1$

μ^2	$B-V$	$U-B$	Δm_V	Δm_B	Δm_U
0	+1.03	+0.15	—	—	—
2	+0.65	-0.57	-0.70	-0.30	+0.50
5	+0.34	-1.24	-0.55	+0.16	+1.53
10	+0.37	-1.30	-0.68	+0.00	+1.45

типа К 5 с увеличением μ^2 увеличиваются и амплитуды колебания яркости в лучах U . Но, например, в случае звезды типа G 5, частично

и в случае К5, хотя звезда при вспышке и может стать синее, но это явление может сопровождаться общим падением ее яркости не только в фотовизуальных, но и в фотографических лучах.

Любопытно отметить, что при выдвинутой гипотезе о вспышках звезд поздних типов (G—M) (рассеяние квантов на быстрых электронах) величина $B - V$ никогда не становится отрицательной.

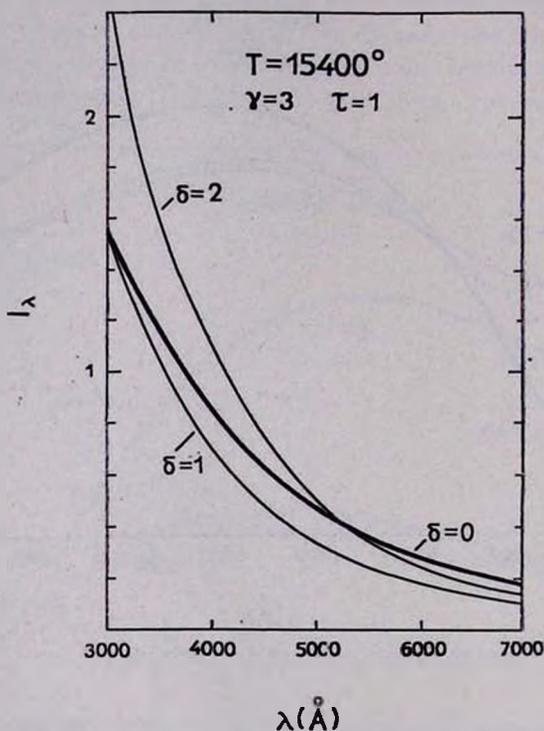


Рис. 4. Теоретический спектр вспышки горячей звезды с эффективной температурой $T = 15\,400^\circ \text{K}$ при $\gamma = 3$ и $\tau = 1$.

Иначе говоря, это звезды вследствие указанного эффекта никогда не будут иметь цвет звезды, скажем, типа В, а тем более О.

К сожалению, спектрограмм вспыхивающих звезд снятых во время вспышки имеется очень немного. К тому же они почти не обработаны. Поэтому обычный способ проверки теории — сравнение теоретических спектров с наблюдаемыми — в данном случае мы не имеем возможности применить.

Однако имеются фотометрические наблюдения, которые могут быть использованы для этой цели. Они относятся прежде всего к амплитуде колебания яркости звезды во время вспышек. Наиболее полные данные по этому вопросу собраны в работе Аро и Чавира [12].

Выведенное из этих данных, например, распределение количества вспышек по амплитуде (из общего количества зарегистрированных вспышек, равного 223) представлено в табл. 4. Амплитуды Δm относятся, в основном, к ультрафиолетовой (U) области спектра.

Таблица 3

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЦВЕТА И АМПЛИТУДЫ КОЛЕБАНИЯ ЯРКОСТИ ПРИ ВСПЫШКЕ ЗВЕЗДЫ ТИПА G 5 ($T = 5\ 500^\circ\text{K}$), $\tau = 1$

μ^2	$B-V$	$U-B$	Δm_V	Δm_B	Δm_U
0	+0.61	-0.43	—	—	—
2	+0.49	-0.73	-0.85	-0.67	-0.40
5	+0.38	-1.03	-0.85	-0.62	0.00
10	+0.43	-1.10	-0.95	-0.75	-0.17

Сравнивая эти данные с данными табл. 2 и 3, а также с табл. 1 и 3 работы [9], мы увидим, что, во-первых, существуют реальные значения параметров, входящих в теорию (μ или δ , γ), при которых пределы теоретически предвычисленных амплитуд совпадают с пределами наблюдаемых амплитуд. Во-вторых, наибольшее количество вспышек

Таблица 4

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ВСПЫШЕК ПО АМПЛИТУДЕ.

Δm	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7
$\Sigma = 223$	34	84	63	26	8	7	1

имеет амплитуду в пределах $1 - 3^m$. Такая амплитуда получается — в случае монохроматических электронов — при значениях μ^2 порядка $2 - 3$ (табл. 1 в [9]) или же при энергиях электрона от $7.2 \cdot 10^5$ эв до $8.8 \cdot 10^5$ эв. В случае же немонохроматических электронов указанная амплитуда соответствует значениям параметров $\delta \sim 0.1$ и $\gamma = 3$ или $\delta \sim 0.1 \div 0.5$ и $\gamma = 5$ (табл. 3 в [9]).

Из данных перечисленных таблиц вытекает одна интересная закономерность: теоретически амплитуда вспышки увеличивается с уменьшением температуры звезды, то есть с переходом к поздним спектральным классам (разумеется, при одинаковых энергетических парамет-

рах электронов). Для большей наглядности эта теоретическая закономерность представлена на рис. 5 в виде зависимости расчетной амплитуды Δm_B от спектрального класса звезды (для ряда значений μ^2). На рис. 6 представлена та же самая зависимость, построенная на основе данных наблюдений [12]. Согласие между этими двумя рисунками следует считать достаточно хорошим, несмотря на то, что наибольшие значения наблюдавшихся амплитуд ($\Delta m > 4$), которые с большой степенью вероятности должны быть отнесены к интервалу M0—M5, не были нанесены на рис. 6 из-за отсутствия данных о спектральном типе звезды, вспышка которой была зарегистрирована.

Далее, из данных упомянутых таблиц следует, что отношение $\Delta m_B / \Delta m_V$ в среднем больше (~ 4) при малых значениях Δm_V и умень-

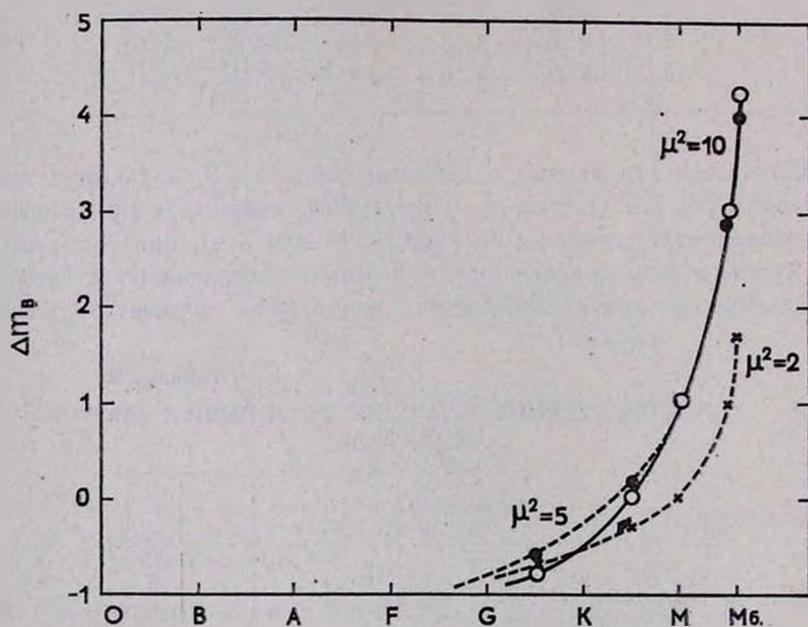


Рис. 5. Теоретическая зависимость амплитуды колебания яркости при вспышке Δm_B от спектрального типа звезды при различных значениях μ^2 ($\alpha = 1$).

шается с увеличением Δm_V . Этот вывод хорошо согласуется с данными наблюдений, полученными Г. С. Бадаляном для большого числа звезд типа Т Тельца [13]; эти данные представлены на рис. 7 в виде графика зависимости $\Delta m_B / \Delta m_V$ от Δm_V .

Одним из интересных моментов в предложенной теории является характер зависимости $B - V$ от фотовизуальной амплитуды Δm_V : в определенных случаях (рис. 2 и 3), как было отмечено выше, показатель

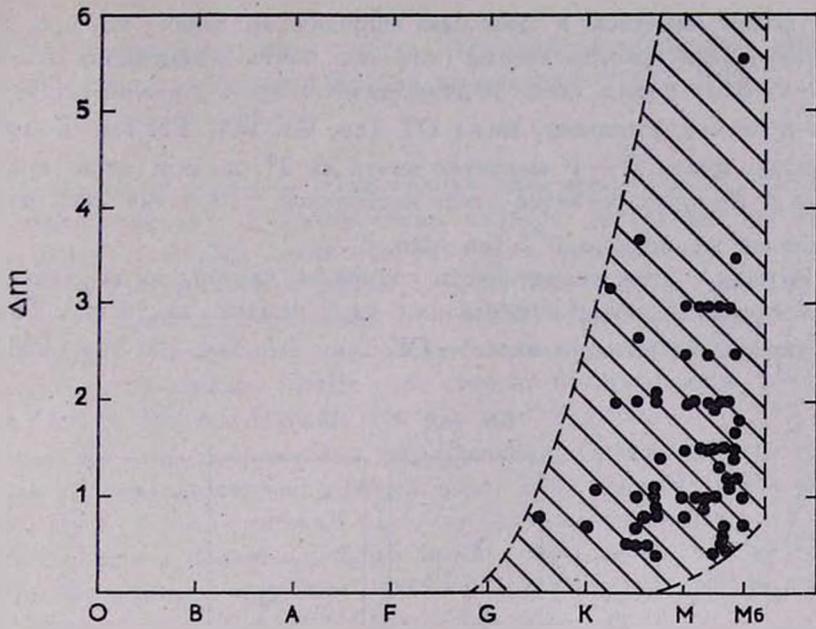


Рис. 6. Наблюдательная зависимость между амплитудой колебания яркости при вспышке и спектральным типом звезд.

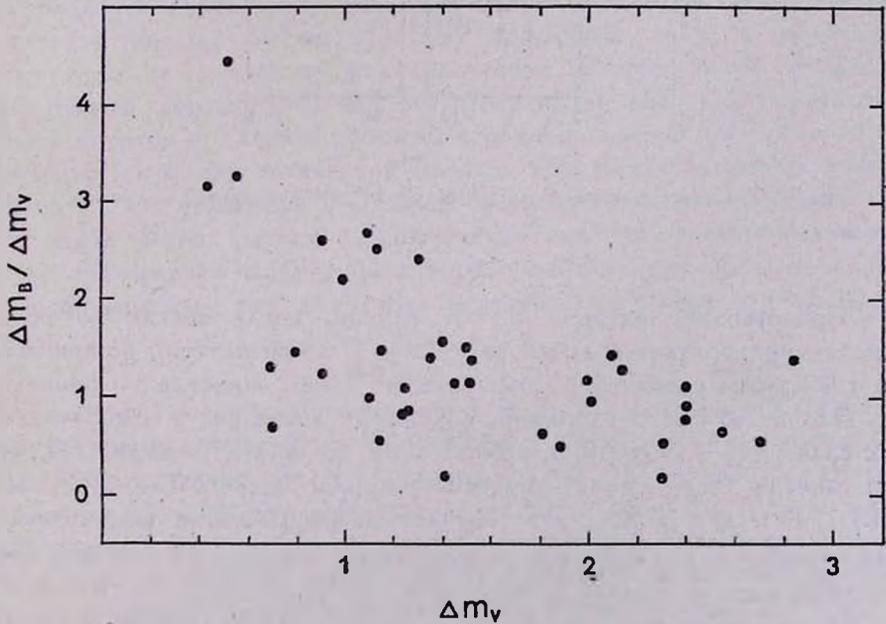


Рис. 7. Наблюдательная зависимость между отношением амплитуд Δm_B и Δm_V от Δm_V для звезд типа Т Тельца.

цвета может меняться в довольно широких пределах, но при этом фотовизуальная яркость звезды остается почти неизменной, то есть $\Delta m_V \sim 0$. Этот вывод также подтверждается приведенными в [13] данными: в случае, например, звезд DT Tau, GK Tau, FH Tau и других показатель цвета $B - V$ меняется почти на 2^m , но при этом яркость звезды в V -лучах остается почти постоянной; колебания Δm_V во всяком случае не больше $0^m.5$ (см. рис. 8).

Наряду с этим теоретически возможен случай, когда изменения $B - V$ сопровождаются изменениями одновременно m_B и m_V . Примеров таких звезд имеется много — DK Tau, AA Tau, DI Tau, CH Tau и др.

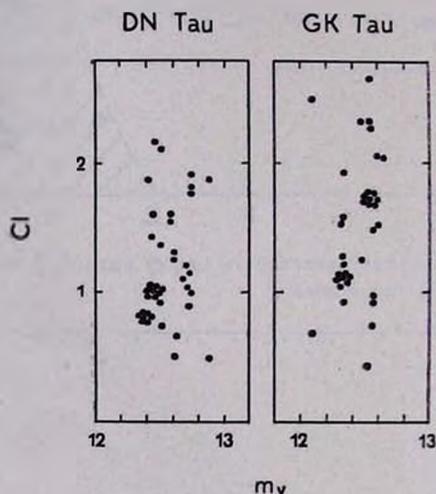


Рис. 8. Зависимость показателя цвета CI от фотовизуальной величины m_V для двух звезд типа Т Тельда.

Представляет интерес и тот случай, когда звезда во время вспышки приобретает голубой цвет ($B - V$ уменьшается), но при этом она становится слабее в фотовизуальных лучах, а иногда и в обоих лучах. Это имеет место, например, при малых значениях μ (или δ) и больших значениях τ (табл. 2, 3, а также табл. 2, 3 в [9]). Оказывается, что такие звезды также существуют, например, CI Tau, UZ Tau, СПЗ 1315, СПЗ 1329 и др.: во всех этих случаях звезда достигла минимального значения $B - V$, то есть стала предельно голубой ($B - V \sim +0^m.3$) при минимальных блесках в обоих лучах [13].

Другие примеры интерпретации вспышек звезд на основе выдвинутой в настоящей работе концепции рассмотрены в [10] и [14]. Эта

концепция, по-видимому, может иметь отношение и к явлениям, наблюдавшимся в объектах Хербига-Аро, в туманностях типа В 10 и, возможно, к голубым галактикам.

Поляризация света и возможность радиоизлучения. Поскольку непрерывная эмиссия в конечном счете вызвана рассеянием электронов, то следует ожидать отличную от нуля поляризацию в свете вспыхнувшей звезды. При этом как степень поляризации, так и ее характер могут меняться от вспышки к вспышке. Изменения поляризации у звезд типа Т Тельца могут произойти медленнее, в зависимости от активности самой звезды. Кроме того степень поляризации в U -лучах должна быть в среднем больше, чем в V или V -лучах.

Проверить эти соображения наблюдениями, по-видимому, не трудно. Одно обстоятельство, по крайней мере, может помочь нам в этом вопросе. Дело в том, что из-за близости вспыхивающих звезд к Солнцу, наблюдавшаяся поляризация не может быть приписана влиянию межзвездной среды, и ее можно будет вполне уверенно отнести к процессам, связанным с выделением самой эмиссии.

Коль скоро вспышка вызвана появлением быстрых электронов во внешних слоях атмосферы звезды, то не исключена возможность ускорения некоторой части этих электронов в магнитных полях звезды до энергий порядка 10^9 эв. Поэтому при особо сильных вспышках можно ожидать появление радиоизлучения синхротропной природы с мощностью, достаточной для его регистрации [15]. Факт запаздывания в некоторых случаях вспышки в радиодиапазоне по отношению к моменту появления оптической вспышки [16] может служить указанием на то, что ускорение некоторой части электронов в действительности имеет место. Однако не исключена также возможность генерации радиоизлучения плазменной природы, имея в виду большое количество появившихся при вспышке быстрых электронов, в атмосфере звезды.

К вопросу о нагреве фотосферы. В [9] была отмечена возможность генерации γ -излучения в атмосфере звезды при ее вспышке, полная энергия которого может доходить до 10^{40} эрг (при $\tau \sim 1$), что примерно в 10^7 — 10^8 раз превышает тепловую энергию, излучаемую самой звездой в 1 сек. Часть этой энергии будет направлена в сторону звезды, и если эта энергия будет поглощена с ее стороны полностью, то может иметь место нагрев фотосферы звезды.

Однако нетрудно убедиться, что во всяком случае сильного нагрева фотосферы не будет.

Дело в том, что приходящие в фотосферу γ -фотоны будут испытывать прежде всего чистое рассеяние (томсоновское рассеяние) на тепловых электронах и электронах, связанных с атомами и ионами. Предельная глубина l , до которой еще могут добраться γ -фотоны, очевидно, определится из условия:

$$\tau = n_e \sigma_e l \sim 1,$$

где n_e — полное количество электронов, в данном случае — атомов водорода, в 1 см^3 фотосферы, σ_e — коэффициент томсоновского рассеяния. Приняв для Солнца $n_e \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ [16], найдем отсюда $l \sim 2 \cdot 10^7 \text{ см} \sim 200 \text{ км}$.

Таким образом, ворвавшиеся в фотосферу γ -фотоны после многократного рассеяния, будут отражены обратно со сравнительно небольшой глубины и покинут звезду навсегда. Разумеется при этом никакой нагрев фотосферы не может иметь место. Нагрев может быть только в том случае, когда хотя бы некоторая часть квантов будет испытывать истинное поглощение. Поэтому необходимо прежде всего знать порядок величины оптической толщи t слоя фотосферы глубиной $l \sim 200 \text{ км}$ на процессы истинного поглощения. Имеем:

$$t = k_\gamma n l,$$

где k_γ — эффективное сечение поглощения γ -фотонов, n — концентрация поглощающих γ -фотоны частиц.

Эффективность поглощения γ -фотонов водородом и гелием — наиболее обильными элементами в атмосферах звезд — крайне мала. Обильность остальных частиц — тяжелые ядра и многоэлектронные ионы, — которые могли бы поглотить γ -фотоны, по крайней мере на три-четыре порядка меньше обильности водорода. Поэтому, приняв $k_\gamma \sim 10^{-25} \text{ см}^2$, будем иметь для $t \sim 10^{-4} \div 10^{-5}$. При этом доля поглощенных фотосферой γ -фотонов будет порядка 1%.

Таким образом, практически только незначительная часть от полного количества γ -квантов, вошедших в фотосферу, может испытать истинное поглощение. Этот вывод следует считать одним из существенных моментов в концепции рассеяния быстрых электронов на длинноволновые кванты в атмосферах нестационарных и вспыхивающих звезд.

Однако, некоторая часть γ -фотонов все-таки будет поглощена фотосферой, в результате чего ее температура — на глубинах, где $\tau \sim 1$ — должна повышаться, как показывают вычисления, в несколько раз по сравнению с поверхностной температурой звезды. Но нормальная температура звезды на глубине $\tau \sim 1$ выше, чем на ее поверхно-

сти. Не зная точный уровень, где $\tau \sim 1$ в фотосфере вспыхивающей звезды (холодный карлик позднего типа), а также реальную температуру на этом уровне, трудно заранее сказать, в какой степени нагрев будет сильным или слабым. По всей вероятности, нагрев при слабых и средних вспышках не будет сильным. А при сильных вспышках возможно, что этот нагрев будет настолько сильным, что может привести даже к выбросу части фотосферы в виде газовой оболочки.

В заключение следует заметить, что сама по себе задача о нагреве фотосферы γ -фотонами очень сложна и должна быть предметом специального исследования. Кроме того, пока нельзя считать доказанным возможность генерации γ -излучения столь большой интенсивности, как это указано выше, при вспышке звезды. Этот вопрос имеет непосредственное отношение к механизму и условиям возникновения самых быстрых электронов и поэтому делать окончательные выводы на настоящем этапе исследования этой проблемы преждевременно.

Филиал Бюраканской астрофизической
обсерватории

THE PHYSICAL NATURE OF THE CONTINUOUS EMISSION IN THE NON-STABLE STARS

G. A. GURZADIAN

It is shown that the Compton-effect i. e. the scattering of infrared photons on fast electrons, of energies of the order of $10^6 - 10^7$ *ev*, may be the mechanism causing flare phenomenon in late type stars. The flare itself consists in the sudden appearance of fast electrons on the photosphere of the star which causes transformation of infrared photons of the photosphere into the visual and ultraviolet quanta. No new photons originate at the flare. The flux of the infrared photons in the spectrum of the cold dwarfs of late type is sufficient (Fig. 1) in order to explain the observed amplitudes of the brightness in the flare stars. The theory also explains the absence of flare phenomenon in the early type stars (O — G) (Fig. 5 and 6). The polarization of the light of the flare stars is predicted. The effect of heating of the photosphere under the action of γ -radiation which generates in the outer layers of the atmosphere of the star as a result of inhibition of fast electrons in the field of protons is discussed and it is shown that in the general cases this effect is small.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *A. H. Joy*, *Ap. J.*, 102, 168, 1945; 110, 424, 1949; *Publ. A.S.P.*, 66, 5, 1954.
2. *В. А. Амбарцумян*, *Сообщ. Бюр. обс.*, 13, 1954.
3. *С. Наро, L. Тергатаз*, *Bol. obs. Tonantzintla y Tacubaya*, 10, 1954.
4. *С. Наро, E. Chavira*, *Bol. obs. Tonantzintla y Tacubaya*, 12, 1955.
5. *С. Наро, G. H. Herbig*, *Bol. obs. Tonantzintla y Tacubaya*, 12, 1955.
6. *L. Rostno*, *Asiago Contr.*, 69, 1956; 82, 1957.
7. *L. Rostno, A. Stan*, *Asiago Contr.*, 125, 1962.
8. *G. H. Herbig*, *Ap. J.*, 135, 134, 1962.
9. *Г. А. Гурзаян*, *Астрофизика*, 1, 319, 1965.
10. *Г. А. Гурзаян*, *ДАН СССР*, 166, 53, 1966.
11. *H. L. Johnson, W. W. Morgan*, *Ap. J.*, 117, 313, 1953.
12. *С. Наро, E. Chavira*, *Flare stars in stellar aggregates of different ages, Tonantzintla obs., Mexico*, June, 1964.
13. *Г. С. Бадалян*, *Сообщ. Бюр. обс.*, 31, 57, 1962.
14. *Г. А. Гурзаян*, *ДАН Арм. ССР*, 41, 287, 1965.
15. *B. Lowell*, *Observatory*, 86, No. 950, 1966.
16. *B. Lovell, F. L. Whipple, H. Solomon*, *Nature*, 198, 228, 1963.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

О ВОЗМОЖНОМ ВЗРЫВЕ В NGC 3955

В процессе исследования ядер южных галактик с перемычкой и иррегулярных галактик на обсерватории Сайдинг Спрингс (Австралия) в 1965 г. была сфотографирована и иррегулярная галактика NGC 3955 (рис. 1).

Снимок получен при двухчасовой экспозиции на пластинке Кодак 103а—О на 40" телескопе с использованием фокуса $f/8$.

Одной из особенностей этой галактики является наличие сравнительно яркого сгущения несколько южнее ее центра, окруженного кольцом довольно правильной формы и неравномерной яркости. Это дает основание предполагать, что в данной галактике имел место эксцентрический взрыв.

По просьбе автора Б. Е. Вестерлунд получил спектр NGC 3955. Красное смещение по предварительным данным оказалось равным $+1500$ км/сек и при постоянной Хаббла в 75 км/сек/млс расстояние этой галактики равно 20 млс. Тогда радиус кольца равен ~ 600 пс и если допустить, что кольцо расширяется со скоростью 1000 км/сек, то получаем, что взрыв произошел приблизительно $6 \cdot 10^5$ лет назад.

Интерес представляют также три яркие сгущения на восточной стороне галактики. Северная изолированная деталь является, очевидно, частью галактики, отделенной от нее мощной полосой поглощения.

Детальное исследование описанной галактики производится в настоящее время Вестерлундом в обсерватории Маунт Стромло.

В заключение автор выражает признательность проф. Б. Бо за предоставление возможности наблюдений в Сайдинг Спрингс Б. Е. Вестерлунду за сообщение значения лучевой скорости NGC 3955 до опубликования.

On the probable explosion in NGC 3955. A probable excentric explosion is detected in irregular galaxy NGC 3955 (the condensation at the ring around it to the south of the galaxy centre shown in Fig. 1).

24 мая 1966

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

Г. М. ТОВМАС



Рис. 1. NGC 3955. Шкала 4,5/мм.

CONTENTS

NUMBER OF SCATTERINGS OF DIFFUSING PHOTONS. I.	<i>V. V. Sobolev</i>	135
TRANSFER OF RESONANCE RADIATION IN INFINITE MEDIUM. II.	<i>V. V. Ivanov, D. I. Nagirner</i>	147
NON-THERMAL RADIO EMISSION, GENERATED BY COHERENT PLASMA WAVES	<i>V. V. Zaitsev, S. A. Kaplan</i>	169
NON-STATIONARY DIFFUSION OF RADIATION IN PLANE-PARALLEL LAYER	<i>N. B. Yengibartan</i>	197
SPECTRUM OF AG PEGASI IN 1965	<i>L. S. Luud, M. E. Ilmas</i>	205
THE PHYSICAL NATURE OF THE CONTINUOUS EMISSION IN THE NON-STABLE STARS	<i>G. A. Gurzadian</i>	217
NOTES		
ON THE PROBABLE EXPLOSION IN NGC 3955	<i>G. M. Thomasian</i>	236