

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

МАРТ, 1966

ВЫПУСК 1

ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В БЕСКОНЕЧНОЙ СРЕДЕ. I. <i>Д. И. Нагурнер, В. В. Иванов</i>	5
ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ НЕЛИНЕЙНОГО ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ <i>Н. Б. Енгибарян</i>	31
ГРАВИТАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ АНИЗОТРОПНЫХ ОДНОРОД- НЫХ РЕШЕНИЙ <i>А. Г. Дорошквич</i>	37
МОДЕЛЬ РАСШИРЯЮЩЕГОСЯ СВЕРХПЛОТНОГО НЕБЕСНОГО ТЕЛА <i>Ю. Л. Вартамян</i>	45
ДЕТАЛЬНАЯ ФОТОМЕТРИЯ И КОЛОРИМЕТРИЯ ШЕСТИ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК В ОБЛАСТИ СКОПЛЕНИЯ Virgo <i>Б. Е. Маркарян, Э. Я. Оганесян, С. Н. Аракелян</i>	53
ОТНОШЕНИЕ ВИРИАЛЬНОЙ МАССЫ К СВЕТИМОСТИ И НЕСТАЦИО- НАРНОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМ ГАЛАКТИК . . <i>И. Д. Караченцев</i>	81
ПЕРЕМЕННАЯ ЗВЕЗДА AG Dra <i>А. А. Болрчук</i>	101
ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ AG Dra 1965 г. <i>Т. С. Беякина</i>	115
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ	
К ВОПРОСУ ОБ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД <i>А. В. Мирзоян</i>	121
ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ГАЛАКТИЧЕСКИХ ИСТОЧ- НИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ <i>В. А. Санамян</i>	124
О ЗАВАЛЕ СПЕКТРА РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ИСТОЧНИКА КАССИОПЕЯ-А <i>В. Г. Малумян</i>	128
ЭФФЕКТ ДОППЛЕРА И ПРЕДЕЛЬНО РАЗРЕШАЕМАЯ ЛИНИЯ СЕРИИ БАЛЬМЕРА <i>А. Н. Курочка</i>	131

Редакционная коллегия

В. А. Амбарцумян (главный редактор), *А. А. Боярчук*, *Б. А. Воронцов-Вельяминов*,
Г. А. Гурзадян, *С. А. Каплан*, *Б. Е. Маркарян*,
А. В. Мирзоян (зам. главного редактора), *В. В. Соболев*

Խմբագրական կոլեգիա

Ա. Ա. Բոլաղչյան, *Գ. Ա. Գուրգադյան*, *Ս. Ա. Լիսյան*, *Վ. Հ. Համբարձումյան* (*գլխ. խմբագիր*),
Ք. Ե. Մարգարյան, *Լ. Վ. Միրզոյան* (*գլխ. խմբագրի տեղակալ*), *Վ. Վ. Սորոկա*,
Ք. Ա. Վոռնեցով-Վելյամինով

„АСТРОФИЗИКА“ — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство „Международная книга“, Москва, 200.

ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В БЕСКОНЕЧНОЙ СРЕДЕ. I.

Д. И. НАГИРНЕР, В. В. ИВАНОВ

Поступила 29 декабря 1965

Рассматривается поле излучения изотропного точечного источника, находящегося в бесконечной однородной среде. Основные предположения: 1) двухуровневый атом; 2) полное перераспределение по частоте; 3) изотропное рассеяние; 4) отсутствие поглощения в непрерывном спектре. Получено явное выражение для соответствующей функции источников. Подробно исследованы основные функции, встречающиеся в проблемах переноса резонансного излучения.

Введение. Проблемы переноса излучения в частотах спектральных линий в последнее время привлекают к себе пристальное внимание (см., в частности, [1—5]). Основные усилия направлены на изучение многократного рассеяния в изолированной спектральной линии. Иными словами, обычно рассматривается статистическое равновесие газа, атомы которого находятся на одном из двух дискретных уровней. В действительности положение много сложнее, поскольку нужно одновременно учитывать всю совокупность энергетических уровней атома. Однако можно указать условия, при выполнении которых такое *двухуровневое приближение* достаточно близко к действительности. Не вдаваясь в их обсуждение, укажем только, что чаще других этим условиям удовлетворяют резонансные линии, возникающие при переходах между основным и первым возбужденным уровнем.

Двухуровневое приближение — лишь одно из совокупности упрощающих предположений, которыми мы будем пользоваться. Другое важнейшее приближение состоит в пренебрежении корреляцией между частотами кванта до и после рассеяния. Это — так называемое *приближение полного перераспределения по частоте*. Судя по опубликованным к настоящему времени данным [2, 6, 7], оно имеет довольно

широкую область применимости. Наконец, мы не учитываем анизотропии рассеяния, считая, что *индикатриса рассеяния сферическая*. Учет анизотропии можно было бы провести известными методами [8, 9], но это вряд ли сколько-нибудь существенно повлияло бы на результаты.

В настоящей работе при перечисленных только что предположениях исследуется поле излучения в бесконечной однородной среде. Разумеется, в действительности среда никогда не бывает бесконечной. Однако очень часто размеры области, занятой газом, много больше длины свободного пробега кванта, имеющего частоту центра линии, то есть газ имеет большую оптическую толщину в линии. К внутренним частям таких систем и относится излагаемая ниже теория. Вопрос об области ее применимости будет рассмотрен в дальнейшем более подробно.

Эта статья является первой частью детального исследования рассеяния резонансного излучения в бесконечной среде. Точное решение задачи об изотропном точечном источнике в бесконечной однородной среде, полученное в настоящей работе, подробно анализируется во второй статье этой серии. При этом для простоты считается, что коэффициент поглощения в непрерывном спектре пренебрежимо мал по сравнению с коэффициентом поглощения (точнее, ослабления) в линии. Учет непрерывного поглощения каких-либо трудностей принципиального характера не вносит. Однако он приводит к существенному усложнению формул, делая их намного менее обозримыми, и поэтому затрудняет понимание существа дела. Вопросы, связанные с учетом поглощения в непрерывном спектре, должны составить содержание третьей статьи. Наконец, будет опубликован разнообразный численный материал, относящийся к обсуждаемым проблемам.

Столь детальное исследование рассеяния в бесконечной среде предпринимается по двум соображениям. Во-первых, как уже упоминалось, при выполнении определенных условий среду конечных размеров можно приближенно считать бесконечной. Во-вторых, и это главное, знание поля излучения в бесконечной среде существенно облегчает изучение сложных эффектов, наблюдающихся в близких к границам областях газа, занимающего конечный объем. Анализ поля излучения в этих пограничных областях, где обязательно должен учитываться выход излучения, служил предметом многочисленных исследований, некоторые из которых были указаны выше. Между тем проблемы переноса резонансного излучения в бесконечной среде до сих пор не привлекли к себе должного внимания. Насколько нам известно, единственными работами в этой области являются статьи Б. А. Векленко [10] и Д. И. Нагирнера [11]. Б. А. Векленко рассматривает

нестационарные задачи, которых мы касаться не будем. Подход же, использованный в [11], будет применен ниже.

1. *Постановка задачи. Основное уравнение.* Пусть имеется однородная бесконечная среда, состоящая из двухуровневных атомов. Населенности основного и возбужденного состояний обозначим соответственно n_1 и n_2 (n_1 —заданная постоянная, n_2 —искомая функция координат). В некоторой точке, которую мы считаем совмещенной с началом координат, находится точечный источник излучения. Кванты, излучаемые им в линии, испытывают в среде многократные рассеяния, каждое из которых представляет собой фотовозбуждение атома с последующим возвращением его на основной уровень при спонтанном переходе. Вероятность того, что вслед за возбуждением атома произойдет спонтанный переход и вновь излучится квант, будем считать не зависящей от координат и равной λ ($\lambda \leq 1$). В стационарном случае, который только и будет рассматриваться, значение λ (при заданной мощности источника) однозначно определяет полное число возбужденных атомов в среде. В самом деле, среднее число рассеяний, испытываемых квантами в бесконечной среде, равно $(1 - \lambda)^{-1}$. Повтому произведение числа квантов, излучаемых источником за единицу времени, на $(1 - \lambda)^{-1}$ и на среднее время жизни атома в возбужденном состоянии дает полное число возбужденных атомов. Этот результат является следствием предположения об однородности среды и не зависит от особенностей процессов, происходящих при рассеянии. Он справедлив при любой индикатрисе рассеяния, для любого коэффициента поглощения в линии и т. п. Пространственное же распределение возбужденных атомов в разных случаях может сильно различаться. Наша задача состоит в том, чтобы найти его при тех предположениях, которые были перечислены во Введении (полное перераспределение по частоте при рассеянии, сферическая индикатриса, отсутствие поглощения в непрерывном спектре).

Пусть k_0 —атомный коэффициент поглощения в центре линии, x —безразмерная частота, то есть расстояние от центра линии, выраженное в некоторых подходящих единицах (доплеровских ширинах или ширинах, обусловленных затуханием вследствие столкновений), $\alpha(x)$ —профиль коэффициента поглощения, нормированный таким образом, что $\alpha(0) = 1$. Предположим, что излучение, испускаемое источником, распределено по частотам пропорционально $\alpha(x)$ и излучается одинаково во всех направлениях; Q —полная энергия, поставляемая источником за единицу времени. Из соображений симметрии ясно, что концентрация возбужденных атомов n_2 должна зависеть только от рас-

стояния от источника r . Она определяется интегральным уравнением Бибермана-Холстейна [12, 13]

$$n_2(r) = \frac{\lambda}{4\pi} \int \frac{M_2(k_0 n_1 |r - r'|)}{|r - r'|^2} k_0 n_1 n_2(r') d^3 r' + \frac{\lambda}{4\pi} \frac{M_2(k_0 n_1 r)}{r^2} \frac{Q k_0 n_1}{A_{21} \cdot h\nu_0}, \quad (1.1)$$

где

$$M_2(\tau) = A \int_{-\infty}^{\infty} a^2(x) e^{-\tau a(x)} dx, \quad (1.2)$$

A — нормировочная постоянная:

$$A \int_{-\infty}^{\infty} a(x) dx = 1, \quad (1.3)$$

A_{21} — эйнштейновский коэффициент спонтанного перехода. Интегрирование в (1.1) распространяется на все пространство. Свободный член в правой части (1.1) учитывает вклад в возбуждение в точке r , даваемый прямым излучением источника, тогда как интегральное слагаемое описывает фотовозбуждения, вызываемые рассеянным средой излучением.

В теории переноса излучения принято иметь дело не непосредственно с концентрацией возбужденных атомов, а с так называемой функцией источников S , определяемой как отношение коэффициента излучения ε , к коэффициенту поглощения σ . В нашем случае имеем

$$\varepsilon_\nu d\nu = \frac{1}{4\pi} h\nu_0 \cdot n_2 A_{21} \cdot A a(x) dx, \quad (1.4)$$

где

$$x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu}, \quad (1.5)$$

ν_0 — частота центра линии, $\Delta\nu$ — характерный интервал частот (скажем, доплеровская ширина). Что касается объемного коэффициента поглощения σ , то он равен

$$\sigma_\nu = k_0 n_1 a(x). \quad (1.6)$$

Из (1.4) и (1.6) следует, что

$$S = \frac{h\nu_0}{4\pi} A_{21} \frac{A}{\Delta\nu \cdot k_0} \frac{n_2}{n_1}, \quad (1.7)$$

так что функция источников пропорциональна степени возбуждения $\frac{n_2}{n_1}$. Выражение (1.7) можно преобразовать. Как известно,

$$k_0 \int_0^{\infty} \alpha(x) d\nu = \frac{h\nu_0}{c} B_{12}, \quad (1.8)$$

где B_{12} —эйнштейновский коэффициент поглощения. Подставляя k_0 из (1.8) в (1.7) и пользуясь соотношением между эйнштейновскими коэффициентами, для функции источников окончательно получаем

$$S = \frac{2h\nu_0^3}{c^2} \frac{g_1}{g_2} \frac{n_2}{n_1}, \quad (1.9)$$

где g_i —статистические веса уровней. Выражения (1.7) и (1.9), также как и все получаемые ниже результаты, справедливы лишь при пренебрежении вынужденным излучением.

Переходя в уравнении (1.1) от концентрации возбужденных атомов n_2 к функции источников S и полагая для удобства мощность источника Q равной

$$Q = \frac{4\pi \cdot \Delta\nu}{A (k_0 n_1)^2}, \quad (1.10)$$

будем иметь

$$S_p(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi} \int \frac{M_2(|\tau - \tau'|)}{|\tau - \tau'|^2} S_p(\tau', \lambda) d^3\tau' + \frac{\lambda}{4\pi} \frac{M_2(\tau)}{\tau^2}, \quad (1.11)$$

где $\tau \equiv k_0 n_1 r$ —расстояние, измеренное в длинах свободного пробега кванта частоты $\chi = 0$ (оптическое расстояние в центре линии), $\tau = (\tau_x, \tau_y, \tau_z)$ —оптический радиус-вектор, $S_p(\tau, \lambda)$ —функция источников. Индекс p —сокращение от *point*—подчеркивает, что она относится к точечному источнику. Уравнение (1.11) представляет собой основное интегральное уравнение рассматриваемой задачи. Оно подробно исследуется ниже.

Следует обратить внимание на одно обстоятельство. В классической теории переноса обычно делается одно из следующих двух предположений: 1) частота кванта при рассеянии не меняется или 2) коэффициент поглощения не зависит от частоты. В обоих случаях мы приходим к одним и тем же уравнениям—классическим уравнениям монохроматического рассеяния. В частности, для точечного источника, находящегося в бесконечной однородной среде, имеем такое уравнение, аналогичное (1.11) (уравнение Пайерлса; см., например, [4])

$$S_p^M(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi} \int \frac{\exp(|\tau - \tau'|)}{|\tau - \tau'|^2} S_p^M(\tau', \lambda) d^3\tau' + \frac{\lambda}{4\pi} \frac{e^{-\tau}}{\tau^2} \quad (1.12)$$

Здесь и в дальнейшем индекс M указывает, что соответствующая величина относится к монохроматическому случаю. Решения уравнений (1.11) и (1.12) во многом аналогичны, хотя имеются и серьезные различия. Чтобы подчеркнуть сходство и оттенить разницу с формулами, относящимися к уравнению (1.11), то есть к переносу излучения в спектральной линии, мы будем приводить известные соотношения, относящиеся к уравнению (1.12), то есть к монохроматическому рассеянию.

Уравнение (1.11) можно преобразовать, проинтегрировав обе его части вдоль плоскости $\tau_x = \text{const}$. Обозначая

$$\Phi_{\infty}(\tau, \lambda) = \int \int S_p(\tau, \lambda) d\tau_x d\tau_y, \quad (1.13)$$

из (1.11) можно получить следующее уравнение для функции $\Phi_{\infty}(\tau, \lambda)$ (см., например, [15]):

$$\Phi_{\infty}(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} K(|\tau - \tau'|) \Phi_{\infty}(\tau', \lambda) d\tau' + \frac{\lambda}{2} K(|\tau|), \quad (1.14)$$

где

$$K(\tau) = A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2(x) E_1(\tau \alpha(x)) dx, \quad (1.15)$$

причем $E_1(t)$ — первая интегральная показательная функция:

$$E_1(t) = \int_0^1 e^{-\frac{t}{\tau}} \frac{d\tau}{\tau}. \quad (1.16)$$

Оказывается, что $S_p(\tau, \lambda)$ и $\Phi_{\infty}(\tau, \lambda)$ связаны между собой соотношением

$$S_p(\tau, \lambda) = -\frac{1}{2\pi\tau} \frac{d}{d\tau} \Phi_{\infty}(\tau, \lambda). \quad (1.17)$$

Формулы (1.17) и (1.14) остаются в силе и при монохроматическом рассеянии. В этом случае $K(\tau) = E_1(\tau)$.

Согласно (1.17), определение функции источников сводится к отысканию $\Phi_{\infty}(\tau, \lambda)$ из уравнения (1.14). Однако прежде чем решать это уравнение, исследуем функции, с которыми постоянно приходится иметь дело при изучении переноса резонансного излучения.

2. Ядро интегрального уравнения и связанные с ним функции. Обозначим ($\tau \geq 0$)

$$M_k(\tau) = A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^k(x) e^{-\tau \alpha(x)} dx \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (2.1)$$

и

$$N_{kn}(\tau) = A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^k(x) E_n(\tau \alpha(x)) dx, \quad (k, n = 1, 2, \dots) \quad (2.2)$$

где

$$E_n(t) = \int_0^1 e^{-\frac{t}{\zeta}} \zeta^{n-2} d\zeta.$$

Функцию $M_1(\tau)$ будем называть *функцией ослабления*, $M_2(\tau)$ — *функцией вклада*. Величина $N_{21}(\tau)$ совпадает с введенной выше функцией $K(\tau)$, определяющей ядро интегрального уравнения (1.14). Для краткости будем называть $K(\tau)$ *ядром*. Удобно ввести специальное обозначение и для функции $N_{12}(\tau)$:

$$L(\tau) \equiv N_{12}(\tau) = A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) E_2(\tau \alpha(x)) dx. \quad (2.3)$$

Заметим, что

$$L(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} K(\tau') d\tau' \quad (2.4)$$

и вообще

$$N_{kn}(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} N_{k+1, n-1}(\tau') d\tau'. \quad (2.5)$$

Из (2.1) и (2.2) следует соотношение

$$N_{kn}(\tau) = \tau^{n-1} \int_{\tau}^{\infty} M_k(t) \frac{dt}{t^n}, \quad (k, n = 1, 2, \dots) \quad (2.6)$$

откуда

$$N_{kn}(\tau) = \frac{1}{n-1} [M_k(\tau) - \tau N_{k+1, n-1}(\tau)] \quad \begin{matrix} (k = 1, 2, \dots, \\ n = 2, 3, \dots). \end{matrix} \quad (2.7)$$

Меняя в (2.2) порядок интегрирования, имеем

$$N_{kn}(\tau) = \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{z}} G_{k+n-2}(z) z^{n-2} dz, \quad (2.8)$$

где

$$G_m(z) = 2A \int_0^{\infty} a^{m+1}(x') dx' \quad \text{при } z \leq 1, \quad (2.9)$$

$$G_m(z) = 2A \int_{x(z)}^{\infty} a^{m+1}(x') dx' \quad \text{при } z > 1, \quad (2.10)$$

причем $x(z)$ определяется из условия

$$a[x(z)] = \frac{1}{z}. \quad (2.11)$$

Индекс 1 у $G_1(z)$ писать не будем, так что $G_1(z) \equiv G(z)$. Тогда, в частности,

$$K(\tau) = \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{z}} G(z) \frac{dz}{z}, \quad (2.12)$$

$$L(\tau) = \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{z}} G(z) dz. \quad (2.13)$$

Для функций $M_k(\tau)$ и $N_{kn}(\tau)$ легко получить разложения в ряды. Обозначим

$$a_j = A \int_{-\infty}^{\infty} a^{j+1}(x) dx \quad (j = 0, 1, \dots), \quad (2.14)$$

$$\tilde{a} = A \int_{-\infty}^{\infty} a^2(x) \ln a(x) dx. \quad (2.15)$$

Разлагая экспоненту в подынтегральной функции в (2.1), находим

$$M_k(\tau) = \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j a_{j+k-1} \frac{\tau^j}{j!}. \quad (2.16)$$

Аналогичным образом, если воспользоваться известными разложениями интегральных показательных функций $E_n(t)$ (см., например, [8]), из (2.2) можно получить ряды для $N_{kn}(\tau)$. В частности,

$$K(\tau) \equiv N_{21}(\tau) = -a_1 \ln \tau - a_1 \tilde{\gamma} - \tilde{a} + \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j a_{j+2} \frac{\tau^{j+1}}{(j+1) \cdot (j+1)!}, \quad (2.17)$$

$$L(\tau) \equiv N_{12}(\tau) = 1 + a_1 \tau \ln \tau + (a_1 \tilde{\gamma} - a_1 + \tilde{a}) \tau +$$

$$+ \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^{j+1} a_{j+2} \frac{\tau^{j+2}}{(j+1)(j+2)!}, \quad (2.18)$$

где $\gamma = 0.577216$ — постоянная Эйлера,

Наряду с $M_k(\tau)$ и $N_{kl}(\tau)$, рассмотрим также функции

$$V(u) = \int_0^{\infty} \frac{G(z)}{1 + u^2 z^2} dz \quad (2.19)$$

$$u(z) = z^2 \int_0^{\infty} \frac{G(z)}{z^2 - z'^2} dz'. \quad (2.20)$$

Первая из них с точностью до множителя совпадает с преобразованием Фурье от ядра:

$$V(u) = \int_0^{\infty} K(\tau) \cos \tau u d\tau, \quad (2.21)$$

тогда как вторая связана с его преобразованием Лапласа

$$\bar{K}(s) = \int_0^{\infty} \frac{G(z')}{1 + sz'} dz' \quad (2.22)$$

соотношением

$$u(z) = \frac{1}{2} \bar{K}\left(\frac{1}{z}\right) + \frac{1}{2} \bar{K}\left(-\frac{1}{z}\right). \quad (2.23)$$

Подставляя в (2.19) и (2.20) явное выражение для $G(z)$ и интегрируя по частям, получаем

$$V(u) = \frac{1}{u} A \int_{-\infty}^{\infty} a^2(x) \operatorname{arctg} \frac{u}{a(x)} dx, \quad (2.24)$$

$$u(z) = z \frac{A}{2} \int_{-\infty}^{\infty} a^2(x) \ln \frac{za(x) + 1}{za(x) - 1} dx. \quad (2.25)$$

При вещественных z величина, стоящая в последней формуле под знаком логарифма, должна браться по абсолютной величине, а интеграл (2.20) пониматься в смысле главного значения.

Из (2.24) и (2.25) имеем

$$V(u) = \frac{\pi}{2} a_1 \frac{1}{u} + \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^{j+1} \frac{a_{2j+2}}{2j+1} \frac{1}{u^{2j+2}} (u > 1), \quad (2.26)$$

$$u(z) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_{2j+2}}{2j+1} z^{2j+2} \quad (0 \leq z \leq 1). \quad (2.27)$$

При монохроматическом рассеянии ядро есть $E_1(\tau)$, аналогом функции $L(\tau)$ служит $E_2(\tau)$, а функции $V(u)$ и $u(z)$ равны

$$V_M(u) = \frac{\arctg u}{u}, \quad (2.28)$$

$$u_M(z) = \frac{z}{2} \ln \frac{z+1}{z-1}, \quad (2.29)$$

причем при $-1 < z < 1$ значение $\frac{z+1}{z-1}$ в (2.29) следует брать по абсолютной величине.

В дальнейшем будут рассматриваться коэффициенты поглощения следующих трех видов:

1) доплеровский

$$a_D(x) = e^{-x^2}, \quad (2.30)$$

2) фойгтовский

$$a_V(x) = \frac{U(a, x)}{U(a, 0)}, \quad (2.31)$$

где

$$U(a, x) = \frac{a}{\pi^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(x-y)^2 + a^2} \quad (2.32)$$

(a —отношение ширины линии, обусловленной затуханием вследствие столкновений, к доплеровской ширине),

3) лоренцовский

$$a_L(x) = \frac{1}{1+x^2}. \quad (2.33)$$

В (2.30) и (2.31) частота x измеряется в доплеровских ширинах, тогда как в (2.33) за единицу частоты принята ширина, обусловленная затуханием под влиянием столкновений. Индексами D , V и L будут отмечаться различные величины, относящиеся к доплеровскому, фойгтовскому и лоренцовскому профилям соответственно.

Конкретизировав вид коэффициента поглощения, можно получить более детальные сведения о введенных выше функциях.

1) *Доплеровский профиль.* В этом случае $A_D = \frac{1}{V\pi}$ и

$$G_D(z) = \begin{cases} a_1^D = \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{при } z \leq 1, \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{2 \ln z}} e^{-x^2} dx \right) & \text{при } z > 1. \end{cases} \quad (2.34)$$

При $z \gg 1$ имеем асимптотическое разложение

$$G_D(z) \sim \frac{1}{2\sqrt{\pi} z^2 \sqrt{\ln z}} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \frac{(2j-1)!!}{2^j} \frac{1}{(\ln z)^j}. \quad (2.35)$$

Постоянные a_j^D и $\tilde{a}^D$, входящие в разложения рассматриваемых функций в степенные ряды, равны

$$a_j^D = \frac{1}{\sqrt{j+1}}, \quad \tilde{a}^D = -\frac{1}{4\sqrt{2}}. \quad (2.36)$$

Легко получить асимптотические ряды для $M_k^D(\tau)$ и $N_{kn}^D(\tau)$ при $\tau \gg 1$ [16, 4]:

$$M_k^D(\tau) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi} \tau^k \sqrt{\ln \tau}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(2j-1)!!}{(2j)!!} \Gamma^{(j)}(k) \frac{1}{(\ln \tau)^j}, \quad (2.37)$$

$$N_{kn}^D(\tau) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi} \tau^k \sqrt{\ln \tau}} \sum_{j=0}^{\infty} a_{jkn} \frac{(2j-1)!!}{(2j)!!} \frac{1}{(\ln \tau)^j}, \quad (2.38)$$

где

$$a_{jkn} = \sum_{l=0}^j (-1)^l C_j^l \Gamma^{(j-l)}(k) \frac{i!}{(n+k-1)^{l+1}}, \quad (2.39)$$

$\Gamma^{(j)}(x)$ — j -тая производная гамма-функции, C_j^l — биномиальные коэффициенты. Значения постоянных a_{j12} и a_{j21} , входящих в асимптотики $K_D(\tau)$ и $L_D(\tau)$, табулированы [16, 4]. С точностью до двух главных членов разложения

$$K_D(\tau) \sim \frac{1}{2\sqrt{\pi} \tau^2 \sqrt{\ln \tau}} \left(1 - \frac{0.03861}{\ln \tau} + \dots \right), \quad (2.40)$$

$$L_D(\tau) \sim \frac{1}{2\sqrt{\pi} \tau \sqrt{\ln \tau}} \left(1 - \frac{0.5386}{\ln \tau} + \dots \right). \quad (2.41)$$

Функции $M_1^D(\tau)$, $M_2^D(\tau)$, $K_D(\tau)$ и $L_D(\tau)$ также табулированы [16, 4].

Значительно более тонкие рассуждения требуются для вывода асимптотик $V_D(u)$ и $u_D(z)$ при малых u и больших z . Соответствующая методика, развитая одним из авторов (Д. И. Нагирнером), изло-

жена в Приложении. Результат оказывается следующим:

$$V_D(u) \sim 1 - \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{1}{\sqrt{\ln \frac{1}{u}}} \left[1 + \frac{1}{4} \frac{1}{\ln u} + \right. \\ \left. + \frac{3}{16} \left(\frac{\pi^2}{2} + 1 \right) \left(\frac{1}{\ln^2 u} + \frac{5}{4} \frac{1}{\ln^3 u} \right) + \right. \quad (2.42)$$

$$\left. + \frac{35}{256} \left(\frac{5\pi^4}{8} + \frac{3\pi^2}{2} + 3 \right) \left(\frac{1}{\ln^4 u} + \frac{9}{4} \frac{1}{\ln^5 u} \right) + \dots \right] \quad (u \rightarrow 0),$$

$$u_D(z) \sim 1 + \frac{\pi^{3/2}}{16z(\ln z)^{3/2}} \left[1 - \frac{3}{4} \frac{1}{\ln z} + \right. \\ \left. + \frac{15}{16} \left(\frac{\pi^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{\ln^2 z} - \frac{7}{4} \frac{1}{\ln^3 z} \right) + \dots \right] \quad (z \rightarrow \infty). \quad (2.43)$$

Эти формулы дают хорошие приближения для функций $V_D(u)$ и $u_D(z)$. Например, формула (2.42) дает $1 - V_D(u)$ при $u \leq 10^{-5}$ с 4 значащими цифрами, а при $u \leq 10^{-8}$ — уже с 6 знаками.

2) *Фойгтовский профиль*. Поскольку коэффициент поглощения дается довольно сложной неэлементарной функцией, нельзя получить простых выражений даже для $G_V(z)$, не говоря уже о $M_k^V(\tau)$ и $N_{kl}^V(\tau)$. Единственные величины, которые удастся вычислить точно, это нормировочная постоянная A и константа a_1 :

$$A_V = U(a, 0) = \frac{2}{\pi} e^{a^2} \int_a^\infty e^{-x^2} dx, \quad (2.44)$$

$$a_1^V = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{U(a\sqrt{2}, 0)}{U(a, 0)}. \quad (2.45)$$

В отношении всех остальных величин приходится довольствоваться более ограниченной информацией.

Что касается самой функции $U(a, x)$, то она может считаться известной, так как имеются многочисленные ее таблицы, наиболее полными из которых являются 8-значные таблицы Д. Хаммера [17] ($x = 0.00$ (0.05) 5.00 (0.1) 10.0, 24 значения a от $a = 10^{-4}$ до $a = 0.5$). При больших x для $U(a, x)$ можно получить следующее асимптотическое выражение:

$$U(a, x) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{a^2 - x^2} \cos 2ax +$$

$$+ \frac{a}{\pi x^2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(2j+1)}{x^{2j}} \sum_{i=0}^j (-1)^i \frac{a^{2i}}{(2i+1)(j-i)! 2^{2(j-i)}} \quad (2.46)$$

При $a \geq 10^{-4}$ и $x \geq 5$ формула

$$U(a, x) \sim \frac{a}{\pi x^2} \left[1 + \left(\frac{3}{2} - a^2 \right) \frac{1}{x^2} + \left(\frac{15}{4} - 5a^2 + a^4 \right) \frac{1}{x^4} \right] \quad (2.47)$$

обеспечивает точность в четыре значащие цифры; при $x \geq 10$ она дает уже шесть верных знаков.

Пользуясь (2.47), из (2.10) и (2.11) находим, что

$$G_V(z) \sim \frac{2}{3} \frac{\sqrt{aU(a, 0)}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{z^{1/2}} \quad (z \rightarrow \infty). \quad (2.48)$$

Можно также показать, что при достаточно больших τ

$$M_1^V(\tau) \sim \frac{2}{3} \sqrt{aU(a, 0)} \frac{1}{\tau^{1/2}}, \quad (2.49)$$

$$L_V(\tau) \sim \frac{2}{3} \sqrt{aU(a, 0)} \frac{1}{\tau^{1/2}}. \quad (2.50)$$

Асимптотики $M_2^V(\tau)$ и $K_V(\tau)$ получаются отсюда дифференцированием по τ , так как

$$M_2(\tau) = -\frac{d}{d\tau} M_1(\tau), \quad K(\tau) = -\frac{d}{d\tau} L(\tau). \quad (2.51)$$

Следует сказать несколько слов об области применимости этих асимптотических выражений. Возьмем к примеру $M_1^V(\tau)$. Основной вклад в интеграл (2.1) при $\tau \gg 1$ дают значения подынтегральной функции при таких x , для которых $\tau a(x) \approx 1$. Если τ достаточно велико, то произведение $\tau a_V(x)$ обращается в единицу при столь большом x , что $a_V(x)$ можно принять равным

$$a_V(x) \sim \frac{a}{U(a, 0) \tau} \frac{1}{x^2}. \quad (2.52)$$

Только в этом случае и годится формула (2.49). То же самое можно сказать и о формуле (2.50). Область их применимости зависит, таким образом, от значения a и тем шире, чем больше a . При $0.1 \geq a \geq 10^{-4}$ эти формулы обеспечивают разумную точность лишь при $\tau \gg \frac{100}{a}$ [4].

Что касается функций $V_V(u)$ и $U_V(z)$, то

$$V_V(u) = 1 - \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\pi a U(a, 0)} u^{1/2} + \dots, \quad (u \rightarrow 0) \quad (2.53)$$

$$u_V(z) = 1 - \frac{1}{3} \sqrt{\pi a U(a, 0)} \frac{1}{z^{1/2}} + \dots \quad (z \rightarrow \infty). \quad (2.54)$$

3) *Лоренцовский профиль*. При лоренцовском коэффициенте поглощения удастся получить значительно более подробную информацию, чем в двух предыдущих случаях. Большинство интересующих нас величин выражается через известные функции.

Нормировочная постоянная A_L равна $\frac{1}{\pi}$. Далее,

$$G_L(z) = \begin{cases} a_1^L = \frac{1}{2} & \text{при } z \leq 1, \\ \frac{1}{\pi} \left(\arcsin \frac{1}{\sqrt{z}} - \frac{\sqrt{z-1}}{z} \right) & \text{при } z > 1. \end{cases} \quad (2.55)$$

При $z > 1$ функция $G_L(z)$ разлагается в ряд

$$G_L(z) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{z^{1/2}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(2j-1)!!}{(2j+3)(2j)!!} \frac{1}{z^j}. \quad (2.56)$$

Постоянные a_j^L и $\tilde{a}^L$ равны

$$a_1^L = \frac{(2j-1)!!}{(2j)!!}, \quad \tilde{a}^L = \frac{1}{2} - \ln 2. \quad (2.57)$$

Функции $M_1^L(\tau)$ и $M_2^L(\tau)$ выражаются через бесселевы функции чистого мнимого аргумента:

$$M_1^L(\tau) = e^{-\frac{\tau}{2}} I_0\left(\frac{\tau}{2}\right), \quad (2.58)$$

$$M_2^L(\tau) = \frac{1}{2} e^{-\frac{\tau}{2}} \left[I_0\left(\frac{\tau}{2}\right) - I_2\left(\frac{\tau}{2}\right) \right]. \quad (2.59)$$

Подставив сюда асимптотики бесселевых функций, получим ($\tau \gg 1$)

$$M_1^L(\tau) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi \tau^{1/2}}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{[(2j-1)!!]^2}{2^j (2j)!!} \frac{1}{\tau^j}, \quad (2.60)$$

$$M_2^L(\tau) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi \tau^{1/2}}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{[(2j+1)!!]^2}{(2j+1) 2^{j+1} (2j)!!} \frac{1}{\tau^j} \quad (2.61)$$

Вообще

$$M_k^L(\tau) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi} \tau^{k-\frac{1}{2}}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(2j-1)!! (2j+2k-3)!!}{2^{j+k-1} (2j)!!} \frac{1}{\tau^j}. \quad (2.62)$$

Из (2.62) с помощью (2.6) легко находятся асимптотические разложения функций $N_{kn}^L(\tau)$ при $\tau \gg 1$:

$$N_{kn}^L(\tau) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi} \tau^{k-\frac{1}{2}}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(2j-1)!! (2j+2k-3)!!}{2^{j+k-2} [2(j+k+n)-3] (2j)!!} \frac{1}{\tau^j}. \quad (2.63)$$

В частности,

$$K_L(\tau) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi} \tau^{1/2}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{[(2j+1)!!]^2}{(2j+1)(2j+3)2^j (2j)!!} \frac{1}{\tau^j}, \quad (2.64)$$

$$L_L(\tau) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi} \tau^{1/2}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{[(2j-1)!!]^2}{(2j+3) 2^{j-1} (2j)!!} \frac{1}{\tau^j}. \quad (2.65)$$

Функции $V_L(u)$ и $u_L(z)$ имеют вид

$$V_L(u) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2u}} (\sqrt{1+u^2} + u)^{1/2} + \frac{1}{2u} \operatorname{arctg} \left[\sqrt{2u} (\sqrt{1+u^2} + u)^{1/2} \right], \quad (2.66)$$

$$u_L(z) =$$

$$= \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} \sqrt{z+1} - \frac{1}{2} \sqrt{1-z} + \frac{z}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{1+z}}{1 + \sqrt{1-z}} & \text{при } 0 \leq z \leq 1, \\ 1 - \frac{1}{2} \sqrt{z+1} + \frac{z}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{z+1}}{\sqrt{z}} & \text{при } z > 1 \end{cases} \quad (2.67)$$

и разлагаются в ряды

$$V_L(u) = 1 - \sqrt{2u} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \frac{(2j-1)!!}{(2j+3)(2j)!!} u^j \quad (0 < u < 1), \quad (2.68)$$

$$u_L(z) = 1 - \frac{1}{\sqrt{z}} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \frac{(2j-1)!!}{(2j+3)(2j)!!} \frac{1}{z^j} \quad (z > 1), \quad (2.69)$$

где $[a]$ — наибольшее целое, не превосходящее a .

Формулы (2.66) и (2.67) проще всего получаются так. Из (2.24) и (2.25) имеем

$$\frac{d}{du} [uV(u)] = A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^3(x) \frac{dx}{\alpha^2(x) + u^2}, \quad (2.70)$$

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{1}{z} u(z) \right] = A \int_{-\infty}^{\infty} a^3(x) \frac{dx}{1 - z^2 a^2(x)}. \quad (2.71)$$

При лоренцовском коэффициенте поглощения интегралы, входящие в правые части этих формул, легко вычисляются. Имеем

$$\frac{d}{du} [u V_L(u)] = 1 - \left[\frac{u(u + \sqrt{1 + u^2})}{2(1 + u^2)} \right]^{1/2}, \quad (2.72)$$

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{1}{z} u(z) \right] = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1+z}}, & 1 \leq z < \infty \\ 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1+z}} - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1-z}}, & \end{cases} \quad (2.73)$$

причем второе из выражений (2.73) справедливо при всех комплексных z , за исключением точек вещественной оси $[1, \infty)$. Интегрируя (2.72) и (2.73) соответственно по u и z , приходим к (2.66) и (2.67).

3. Решение интегрального уравнения. Решение интегрального уравнения (1.14) получается в общем так же, как в случае монохроматического рассеяния. Отсылая за всеми подробностями к книгам К. Кейса, Ф. Гофмана и Г. Плачека [18] и Б. Дэвисона [14], наметим лишь общий ход рассуждений, подчеркнув те моменты, которые отличают эти две задачи.

Для получения $\Phi_{\infty}(\tau, \lambda)$ к уравнению (1.14) применяется двустороннее преобразование Лапласа, после чего оно принимает вид

$$\bar{\Phi}_{\infty}(s, \lambda) + \bar{\Phi}_{\infty}(-s, \lambda) = \frac{\lambda}{2} \frac{\bar{K}(s) + \bar{K}(-s)}{1 - \frac{\lambda}{2} \bar{K}(s) - \frac{\lambda}{2} \bar{K}(-s)}, \quad (3.1)$$

где $\bar{f}(s)$ — лапласовский образ функции $f(\tau)$:

$$\bar{f}(s) = \int_0^{\infty} e^{-s\tau} f(\tau) d\tau. \quad (3.2)$$

Учитывая (2.23), вместо (3) имеем

$$\bar{\Phi}_{\infty}(s, \lambda) + \bar{\Phi}_{\infty}(-s, \lambda) = - \frac{u\left(\frac{1}{s}\right)}{1 - u\left(\frac{1}{s}\right)}. \quad (3.3)$$

Из (3.3) следует, что ограниченное при $|\cdot| \rightarrow \infty$ решение уравнения (1.14) можно представить в виде интеграла

$$\Phi_{\infty}(\tau, \lambda) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{+i\infty} \frac{\lambda \mathcal{U}\left(\frac{1}{s}\right)}{1 - \lambda \mathcal{U}\left(\frac{1}{s}\right)} e^{s\tau} ds, \quad (3.4)$$

или

$$\Phi_{\infty}(\tau, \lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda V(u)}{1 - \lambda V(u)} \cos \tau u du, \quad (3.5)$$

где $V(u)$ определяется формулой (2.19). В комбинации с (1.17) это приводит к следующему выражению для $S_p(\tau, \lambda)$:

$$S_p(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{2\pi^2 \tau} \int_0^{\infty} \frac{V(u)}{1 - \lambda V(u)} u \sin \tau u du. \quad (3.6)$$

В дальнейшем эта формула будет использована для исследования функции источников в непосредственной окрестности источника (при $\tau \ll 1$). Заметим, что формулы (3.5) и (3.6) справедливы и при монохроматическом рассеянии. Функция $V(u)$ в этом случае дается формулой (2.28).

Выражение (3.6) неудобно для вычислений, так как подынтегральная функция осциллирует. Представление $S_p(\tau, \lambda)$, более удобное для практических расчетов, может быть получено из (3.4) деформированием пути интегрирования.

Мы ищем решение уравнения (1.14), гладкое и ограниченное при $\tau \rightarrow \infty$. Преобразование Лапласа такого решения $\bar{\Phi}_{\infty}(s, \lambda)$ регулярно в правой полуплоскости. Из (3.1) следует поэтому, что при $\text{Re } s < 0$ особенности $\bar{\Phi}_{\infty}(s, \lambda)$ должны совпадать с особенностями выражения, стоящего в правой части этой формулы. Рассмотрим поэтому функцию

$$T\left(\frac{1}{s}\right) \equiv 1 - \lambda \mathcal{U}\left(\frac{1}{s}\right) = 1 - \frac{\lambda}{2} \bar{K}(s) - \frac{\lambda}{2} \bar{K}(-s). \quad (3.7)$$

Как видно из (2.22), $\bar{K}(s)$ есть интеграл типа Коши. Из общих свойств интегралов типа Коши следует (см., например, [19]), что при некотором достаточно общем предположении относительно функции $G(z)$, которое выполняется во всех рассматриваемых в дальнейшем конкретных случаях (условие Гёльдера), функция $\bar{K}(s)$, определяемая формулой (2.22), регулярна на всей плоскости комплексной переменной s , за исключением точек, лежащих на отрицательной части вещественной оси, где она многозначна. Кроме того, можно показать, что функция

$T\left(\frac{1}{s}\right)$ не обращается в нуль. Поэтому единственной особенностью $\bar{\Phi}_\infty(s, \lambda)$ в левой полуплоскости является линия ветвления $(-\infty, 0]$, и в формуле (3.4) интегрирование вдоль мнимой оси можно заменить интегрированием по контуру l , изображенному на рис. 1. В результате для $\Phi_\infty(\tau, \lambda)$ при $\tau > 0$ получаем

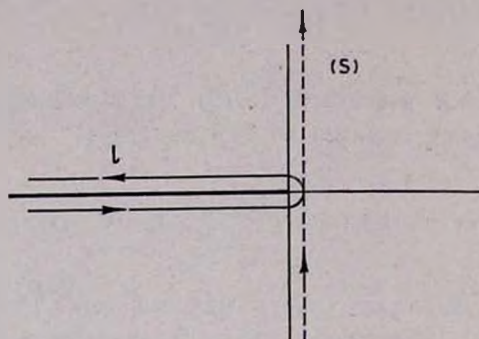


Рис. 1.

$$\Phi_\infty(\tau, \lambda) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \left(\frac{1}{1 - \frac{\lambda}{2} \bar{K}(-x + i0) - \frac{\lambda}{2} \bar{K}(x)} - \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{2} \bar{K}(-x - i0) - \frac{\lambda}{2} \bar{K}(x)} \right) e^{-\tau x} dx. \quad (3.8)$$

Согласно формулам Сохоцкого-Племеля (см., например, [19]),

$$\bar{K}(-x \pm i0) = \bar{K}(-x) \mp \pi i G\left(\frac{1}{x}\right) \frac{1}{x}, \quad (3.9)$$

где

$$\bar{K}(-x) = \int_0^\infty \frac{G(z')}{1 - xz'} dz', \quad (3.10)$$

причем интеграл понимается в смысле главного значения. Подставляя (3.9) в (3.8), полагая $z = \frac{1}{x}$ и учитывая, что $\Phi_\infty(\tau, \lambda)$ — четная функция, находим

$$\Phi_{\infty}(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} R(z, \lambda) e^{-\frac{\lambda \tau}{z}} G(z) \frac{dz}{z}, \quad (3.11)$$

где

$$R(z, \lambda) = \left\{ [1 - i\mathcal{M}(z)]^2 + \left[\lambda \frac{\pi}{2} z G(z) \right]^2 \right\}^{-1}. \quad (3.12)$$

Для интересующей нас функции источников $S_p(\tau, \lambda)$ получаем отсюда с помощью (1.17) такое окончательное выражение:

$$S_p(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau} \int_0^{\infty} R(z, \lambda) e^{-\frac{\lambda \tau}{z}} G(z) \frac{dz}{z^2}. \quad (3.13)$$

При монохроматическом рассеянии функция $T\left(\frac{1}{s}\right)$ равна

$$T_{\text{н}}\left(\frac{1}{s}\right) = 1 - \frac{\lambda}{2s} \ln \frac{1+s}{1-s}. \quad (3.14)$$

Она имеет в левой полуплоскости точку ветвления $s = -1$ и, кроме того, обращается в нуль при $s = -k$, где k — положительный корень так называемого характеристического уравнения

$$\frac{\lambda}{2k} \ln \frac{1+k}{1-k} = 1. \quad (3.15)$$

Поэтому в монохроматическом случае деформированием контура в

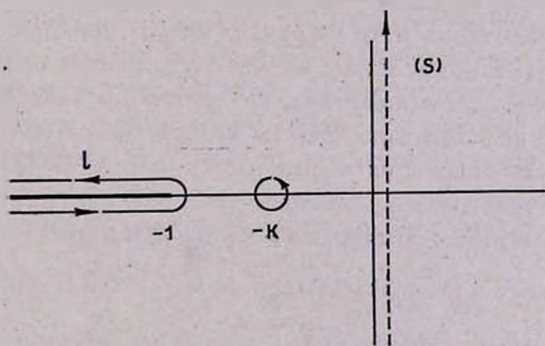


Рис. 2.

(3.4) интегрирование по мнимой оси можно заменить интегрированием по контуру, показанному на рис. 2. Вычет в полюсе $s = -k$ равен

$$\frac{k(1-k^2)}{\lambda - 1 + k^2}.$$

Дифференцируя (3.15) по λ , убеждаемся в том, что эта величина есть не что иное как $\frac{\lambda}{2k} \left| \frac{dk^2}{d\lambda} \right|$. Поэтому полюсной член записывается так:

$$\frac{\lambda}{2k} \left| \frac{dk^2}{d\lambda} \right| e^{-\lambda|\tau|}.$$

Интеграл вдоль разреза вычисляется аналогично тому, как это делалось при выводе формулы (3.13). В результате для $\Phi_{\infty}^M(\tau, \lambda)$ получаем

$$\Phi_{\infty}^M(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{2} \left[\frac{1}{k} \left| \frac{dk^2}{d\lambda} \right| e^{-k|\tau|} + \int_0^1 R_M(\mu, \lambda) e^{-\frac{|\tau|}{\mu}} \frac{d\mu}{\mu} \right], \quad (3.16)$$

где

$$R_M(\mu, \lambda) = \left\{ [1 - i u_M(\mu)]^2 + \left[\lambda \frac{\pi}{2} \mu \right]^2 \right\}^{-1}, \quad (3.17)$$

и $u_M(\mu)$ дается формулой (2.29). Используя соотношение (1.17), найдем окончательно, что при монохроматическом рассеянии

$$S_p^M(\tau, \lambda) = \frac{\lambda}{4\pi\tau} \left[\left| \frac{dk^2}{d\lambda} \right| e^{-k\tau} + \int_0^1 R_M(\mu, \lambda) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\mu}{\mu^2} \right]. \quad (3.18)$$

Формулы (3.13) и (3.18) являются основными. Первая из них описывает поле излучения в том случае, когда при рассеянии происходит полное перераспределение по частоте, вторая — при монохроматическом рассеянии. Детальный анализ первой из этих формул дается в следующей статье. Здесь же нам хотелось бы сделать три замечания. Первое из них относится к выводу формулы (3.13) и состоит в следующем. В случае монохроматического рассеяния при вычислении интеграла вдоль разреза обычно не пользуются формулами Сохоцкого-Племеля. Функция $T_M\left(\frac{1}{s}\right)$ настолько проста, что вполне можно обойтись и без их помощи. Иное дело — задачи о переносе излучения в линиях. Применение этих формул является здесь тем шагом, который легко позволяет довести дело до конца.

Второе замечание касается функции $R(z, \lambda)$. В начале раздела 1 упоминалось о том, что среднее число рассеяний кванта в бесконечной однородной среде равно $(1 - \lambda)^{-1}$. На этом основании можно утверждать, что

$$4\pi \int_0^{\infty} S_p(z, \lambda) z^2 dz = \frac{\lambda}{1 - \lambda}. \quad (3.19)$$

Учитывая (3.13), находим отсюда

$$\int_0^{\infty} R(z, \lambda) G(z) dz = \frac{1}{1 - \lambda}. \quad (3.20)$$

Существуют и другие полезные интегральные соотношения, которым удовлетворяет функция $R(z, \lambda)$. В частности,

$$\int_0^{\infty} \frac{R(z, \lambda) - 1}{z^2} G(z) dz = \lambda \frac{\pi^2}{4} a_1^2, \quad (3.21)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{R(z, \lambda) - 1}{z} G(z) dz = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda V^2(u)}{1 - \lambda V(u)} du. \quad (3.22)$$

(первое из этих соотношений будет выведено во второй части работы). Подчеркиваем, что формулы (3.20)–(3.22) непосредственно применять к монохроматическому рассеянию нельзя, хотя в этом случае и существуют их аналоги [17].

Наконец, последнее замечание. В отличие от решения, описывающего монохроматическое рассеяние, в (3.13) нет экспоненциально убывающего полюсного члена. Этот факт имеет далеко идущие последствия. Как известно, в классической теории переноса широко используется диффузионное приближение. Оно основано на пренебрежении интегральным слагаемым в (3.18) по сравнению с полюсным членом. Из сказанного ясно, что это приближение принципиально неприменимо к задачам о переносе излучения в частотах спектральных линий.

Ленинградский государственный
университет

Приложение

Настоящее приложение посвящено исследованию поведения интегралов типа Коши некоторых частных видов вблизи граничных точек контура интегрирования. Это исследование служит основой для вывода асимптотических разложений (2.42), (2.43) и других аналогичных формул.

1. Рассмотрим интеграл

$$\Omega_{\gamma}(s) = \int_0^s \ln^{\gamma} \frac{1}{y} \frac{dy}{y-s}, \quad (\text{A.1})$$

где $0 \leq s \leq 1$, а γ — произвольное вещественное число, и изучим его поведение в окрестности точки $s=0$.

И. М. Мельник [20] при целых положительных γ указал путь получения точных выражений для той части интеграла (A.1), которая нерегулярна в окрестности точки $s=0$ (изложение результатов И. М. Мельника дается также в монографии Ф. Д. Гахова [19]). Ниже подобные выражения найдены для любых вещественных γ .

Функцию $\ln \frac{1}{y}$ при $0 \leq y \leq s$ будем считать контурным значением аналитической функции $\ln \frac{1}{s}$, причем выберем ту ветвь этой многозначной функции, которая однозначна на плоскости с разрезом вдоль положительной вещественной полуоси. Таким образом,

$$\ln \frac{1}{y+i0} = \ln \frac{1}{y}, \quad \ln \frac{1}{y-i0} = \ln \frac{1}{y} - 2\pi i$$

при $y > 0$. Обозначим $t = \ln \frac{1}{|s|}$, $\psi = \arg s - \pi$. Тогда

$$s = e^{-t+i\pi+l\psi}, \quad (\text{A.2})$$

где ψ меняется от $-\pi$ до π . Пусть $\omega_{\gamma}(s)$ — часть интеграла (A.1), не удовлетворяющая в точке 0 условию Гельдера. Для ее получения воспользуемся методикой, изложенной в книге Ф. Д. Гахова [19]. Потребуем, чтобы выполнялось равенство (формула Сохоцкого-Племеля)

$$\omega_{\gamma}(e^{-t}) - \omega_{\gamma}(e^{-t+2\pi i}) = 2\pi i t^{\gamma}. \quad (\text{A.3})$$

При $\gamma \neq -1$ будем искать $\omega_{\gamma}(s)$ в виде

$$\omega_{\gamma}(s) = \frac{\ln^{\gamma+1} \frac{1}{s}}{\gamma+1} + \pi i \ln^{\gamma} \frac{1}{s} - \sum_{k=1}^{\infty} A_k (2\pi)^{2k} \frac{\Gamma(\gamma+1)}{\Gamma(\gamma+2-2k)} \ln^{\gamma+1-2k} \frac{1}{s}, \quad (\text{A.4})$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция, A_k — постоянные, подлежащие определению. Требование, чтобы выполнялось равенство (A.3), приводит к следующим рекуррентным соотношениям между числами A_k :

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{A_k}{(2n+2-2k)!} = \frac{n}{(2n+2)!} \quad (\text{A.5})$$

и

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{A_k}{(2n+1-2k)!} = \frac{2n-1}{2(2n+1)!}. \quad (\text{A.6})$$

Кроме того, $\omega_\gamma(e^{-t+i\pi})$ должна быть вещественной функцией, так как сам интеграл (A.1) в этом случае вещественен. Это условие влечет соотношение

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{2^{2k} A_k}{(2n+1-2k)!} = \frac{2n}{2n+1}. \quad (\text{A.7})$$

Можно доказать, что все три равенства (A.5)–(A.7), которые являются уравнениями для определения A_k , равносильны. Умножая (A.7) один раз на $\frac{1}{2^{2n}(2n-2m)!}$ и другой раз на $\frac{1}{2^{2n+1}(2n-2m+1)!}$, суммируя получающиеся равенства по n от 1 до m , после ряда несложных преобразований придем к (A.5) и (A.6) соответственно. В силу диагональности линейных систем (A.5)–(A.7) отсюда следует их эквивалентность. Из (A.7) вытекает, что A_k просто связаны с числами Бернулли. Их можно выразить также через значения ζ -функции Римана:

$$A_k = \frac{2\zeta(2k)}{(2\pi)^{2k}}. \quad (\text{A.8})$$

Таким образом, получаем

$$\Omega_\gamma(s) = \frac{\ln^{\gamma+1} \frac{1}{s}}{\gamma+1} + \pi i \ln^\gamma \frac{1}{s} - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma(\gamma+1)}{\Gamma(\gamma+2-2k)} \zeta(2k) \ln^{\gamma+1-2k} \frac{1}{s} + \Omega_\gamma^0(s). \quad (\text{A.9})$$

Можно показать, что функция $\Omega_\gamma^0(s)$ в окрестности точки $s=0$ удовлетворяет условию Гёльдера с показателем, сколь угодно близким к единице. При этом $\Omega_\gamma^0(0) = 0$, так что $\omega_\gamma(s)$ хорошо аппроксимирует $\Omega_\gamma(s)$ при малых $|s|$.

При $\gamma = -1$ формула (A.9) неприменима. Рассуждая в этом случае так же, как и выше, получим

$$\Omega_{-1}(s) = \ln \ln \frac{1}{s} + \pi i \ln^{-1} \frac{1}{s} - 2 \sum_{k=1}^{\infty} (2k-1)! \zeta(2k) \ln^{-2k} \frac{1}{s} + \Omega_{-1}^0(s). \quad (\text{A.10})$$

Наконец, рассмотрим интеграл

$$\Omega(s) = \int_0^e \ln \ln \frac{1}{y} \frac{dy}{y-s}. \quad (\text{A.11})$$

Требование, чтобы соответствующая функция $\omega(s)$ удовлетворяла соотношению типа (A.3), то есть

$$\omega(e^{-t}) - \omega(e^{-t+2\pi i}) = 2\pi i \ln t, \quad (\text{A.12})$$

приводит к равенству

$$\begin{aligned} \Omega(s) = & \ln \frac{1}{s} \left(\ln \ln \frac{1}{s} - 1 \right) + \pi i \ln \ln \frac{1}{s} - \\ & - 2 \sum_{k=1}^{\infty} (2k-2)! \zeta(2k) \ln^{1-2k} \frac{1}{s} + \Omega^0(s). \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

О функциях $\Omega_{-1}^0(s)$ и $\Omega^0(s)$ можно сказать то же самое, что было сказано о $\Omega_{-1}^0(s)$. Заметим, что главный член разложения (A.13) был найден И. М. Мельником [21].

Для наших целей достаточно нескольких первых членов полученных разложений. Подставляя $\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}$, $\zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}$, $\zeta(6) = \frac{\pi^6}{945}$, из (A.9), (A.10) и (A.13) получаем следующие разложения по степеням $t = \ln \frac{1}{|s|}$:

$$\begin{aligned} \omega_{-1}(e^{-t+l\psi+l\pi}) = & \frac{t^{\gamma+1}}{\gamma+1} - i\psi t^{\gamma} + \frac{\gamma}{2} \left(\frac{\pi^2}{3} - \psi^2 \right) t^{\gamma-1} - \\ & - i \frac{\gamma(\gamma-1)}{6} \psi (\pi^2 - \psi^2) t^{\gamma-2} + \\ & + \frac{\gamma(\gamma-1)(\gamma-2)}{12} \left(\frac{7}{30} \pi^4 - \pi^2 \psi^2 + \frac{\psi^4}{2} \right) t^{\gamma-3} + \\ & - i \frac{\gamma(\gamma-1)(\gamma-2)(\gamma-3)}{360} \psi (7\pi^2 - 3\psi^2) (\pi^2 - \psi^2) t^{\gamma-4} + \dots, \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\omega_{-1}(e^{-t+l\psi+l\pi}) = \ln t - i\psi \frac{1}{t} - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi^2}{3} - \psi^2 \right) \frac{1}{t^2} - i \frac{\psi}{3} (\pi^2 - \psi^2) \frac{1}{t^3} - \dots \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} \omega(e^{-t+l\psi+l\pi}) = & t(\ln t - 1) - i\psi \ln t + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi^2}{3} - \psi^2 \right) \frac{1}{t} + \\ & + i \frac{1}{6} \psi (\pi^2 - \psi^2) \frac{1}{t^2} + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

2. Используем полученные результаты для вывода формулы (2.42). Согласно (2.70), имеем

$$\frac{d}{du}[u(1 - V_D(u))] = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{e^{-3x^2} dx}{u^2 + e^{-2x^2}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} u^2 \int_0^{\infty} \frac{e^{-x^2} dx}{u^2 + e^{-2x^2}},$$

или

$$\begin{aligned} \frac{d}{du}[u(1 - V_D(u))] &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} u^2 \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\ln \frac{1}{y}}} \frac{dy}{y^2 + u^2} = \\ &= \frac{u}{\sqrt{\pi}} \operatorname{Im} \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\ln \frac{1}{y}}} \frac{dy}{y - iu}. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Таким образом, производная от $u(1 - V_D(u))$ выражается через мнимую часть интеграла типа Коши рассмотренного выше вида. Полагая в (A.14) $\gamma = -\frac{1}{2}$, $t = \frac{1}{\ln u}$, $\psi = -\frac{\pi}{2}$, находим, что при малых u ($u > 0$)

$$\begin{aligned} \frac{d}{du}[u(1 - V_D(u))] &= \\ &= \frac{u\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\ln \frac{1}{u}}} \left[1 + \frac{3}{32} \pi^2 \ln^{-2} \frac{1}{u} + \frac{175}{2048} \pi^4 \ln^{-4} \frac{1}{u} + \dots \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Будем искать $V_D(u)$ в виде ряда

$$V_D(u) \sim 1 - \frac{u}{\sqrt{\ln \frac{1}{u}}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{b_j}{\left(\ln \frac{1}{u}\right)^j}. \quad (\text{A.19})$$

Подставляя это разложение в (A.18), выполняя дифференцирование и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях $\ln \frac{1}{u}$, получаем возможность определить коэффициенты b_j . Таким путем приходим к (2.42). Аналогичным образом выводится формула (2.43).

TRANSFER OF RESONANCE RADIATION IN INFINITE MEDIUM. I.

D. I. NAGIRNER, V. V. IVANOV

Radiation field of isotropic point source embedded in infinite homogeneous medium is considered. The basic assumptions are: 1) two-level atom; 2) complete redistribution in frequency; 3) isotropic scattering; 4) absence of continuous absorption. The corresponding source function is found explicitly. Basic functions encountered in the theory of transfer of resonance radiation are examined in detail.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. R. N. Thomas, R. G. Athay, Physics of the solar chromosphere, Interscience Publishers, New York, 1961.
2. The formation of spectrum lines, Proceedings of the Second Harvard-Smithsonian Conference on stellar atmospheres, Smithsonian Astrophysical Observatory Special Report, № 174, May, 1965.
3. R. N. Thomas, Some aspects of non-equilibrium thermodynamics in the presence of a radiation field, Univ. of Colorado Press, Boulder, Colorado, 1965.
4. E. H. Avrett, D. G. Hummer, MN, 130, 295, 1965.
5. В. В. Иванов, сб. Теория звездных спектров, Наука, М., 1966.
6. A. G. Hearn, Proc. Phys. Soc., 84, 11, 1954.
7. D. G. Hummer, J. Quantit. Spectrosc. and Radiat. Transfer, 3, 101, 1963.
8. С. Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, М., 1953.
9. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, ГИТТЛ, М., 1956.
10. Б. А. Векленко, ЖЭТФ, 33, 817, 1957; 36, 204, 1959.
11. Д. И. Нагирнер, Вестн. АГУ, № 1, 142, 1964; Астрон. ж. 41, 669, 1964.
12. Л. М. Биберман, ЖЭТФ, 17, 416, 1947; 19, 584, 1949.
13. T. Holstein, Phys. Rev., 72, 1212, 1947; 83, 1159, 1951.
14. Б. Дэвисон, Теория переноса нейтронов, Атомиздат, М., 1960.
15. В. А. Амбарцумян, Бюлл. Ереванской астрон. obs. 6, 3, 1945; Научные труды, т. 1, АН АрмССР, Ереван, 1960.
16. В. В. Иванов, В. Т. Щербаков, Астрофизика, 1, 22, 1965; 1, 31, 1965.
17. D. G. Hummer, Joint Institute for Laboratory Astrophysics, Report N 24, Boulder, Colorado, November 1964.
18. K. M. Case, F. Hoffman, G. Placzek, Introduction to the theory of neutron diffusion, 1, U. S. Government Printing Office, Los Alamos, 1953.
19. Ф. Д. Гахов, Краевые задачи, Физматгиз, М., 1963.
20. И. М. Мельник, Труды Тбилисского математич. ин-та АН ГрузССР, 24, 149, 1957.
21. И. М. Мельник, Уч. зап. Ростовск. ун-та, 43, № 6, 57, 1959.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ НЕЛИНЕЙНОГО ПЕРЕНОСА
ИЗЛУЧЕНИЯ

Н. Б. ЕНГИБАРЯН

Поступила 21 февраля 1966

Рассматривается нелинейная задача переноса излучения в плоско-параллельном слое конечной толщины, если этот слой состоит из атомов двух типов — рассеивающего и поглощающего. Посредством перехода к реальной оптической глубине решение задачи сводится к решению нелинейного интегрального уравнения собственно-Гаммерштейнова типа и определению значения параметра u_0 из уравнения (21).

При решении нелинейных задач переноса излучения в среде конечной толщины, состоящей из плоско-параллельных слоев, часто бывает полезным вместо предельной оптической глубины* точки пользоваться реальной. При этом зависимость между реальной и предельной оптической глубиной, так же как значение полной реальной оптической толщины среды, остается сначала неопределенной. Ее можно найти после решения задачи для неопределенного значения этого параметра и для любой зависимости реальной оптической глубины от предельной. Введенный В. А. Амбарцумяном метод самосогласованных оптических глубин позволяет в некоторых случаях линеаризовать задачу нелинейного переноса, используя в качестве независимой переменной реальную оптическую глубину (см. [1] и [4]). Рассмотрим одну нелинейную задачу, где введение указанной переменной, хотя и не линеаризует ее, но существенно упрощает задачу, сводя ее к нелинейному интегральному уравнению собственно-Гаммерштейнова типа.

* В нелинейных задачах теории переноса реальная оптическая глубина данной точки зависит от поля излучения и может быть определена лишь после решения всей задачи. *Предельной оптической глубиной точки* называется ее реальная оптическая глубина в случае, когда все интенсивности излучений стремятся к нулю. Точно так же можно говорить о полной реальной и предельной оптических толщинах слоя.

Пусть в плоско-параллельном слое равномерно распределены атомы двух типов. Атомы первого типа имеют два стационарных состояния и способны рассеивать кванты определенной частоты. Выбрав соответственно единицу длины, мы можем сделать коэффициент отрицательного поглощения на один возбужденный атом равным $a = \frac{g_1}{g_2}$.

Обозначим далее через $b_1 = \frac{c}{2\pi} \frac{g_1}{g_2}$ коэффициент спонтанного излучения, где g_1, g_2 — статистические веса соответствующих состояний, через $\beta = b + b_1$ — коэффициент перехода $2 \rightarrow 1$ вследствие спонтанного и других типов излучения*). Индикатриса рассеяния предполагается сферической.

Атомы второго типа способны поглощать кванты и преобразовывать их в другие виды энергии, возвращаясь в начальное состояние. Пусть $\alpha(\rho)$ — коэффициент поглощения атомом второго типа, где ρ — плотность излучения в единичном интервале частот.

Обозначим через τ предельную оптическую глубину переменной точки и через τ_0 — полную предельную оптическую толщину слоя (считая только атомы первого типа, если все эти атомы находятся в основном состоянии).

Пусть в среде создается стационарное поле излучения вследствие падения на левую границу среды излучения, распределение которого по направлениям описывается интенсивностью $I_0(\eta)$, где η — косинус угла падения.

Уравнения переноса имеют следующий вид:

$$\eta \frac{\partial I(\tau, \eta)}{\partial \tau} = -I[1 - P(\tau)] - I\alpha(\rho) + IaP + \frac{b}{2}P \quad (1)$$

$$-\eta \frac{\partial F(\tau, \eta)}{\partial \tau} = -F[1 - P(\tau)] - F\alpha(\rho) + FaP + \frac{b}{2}P, \quad (2)$$

где $I(\tau, \eta), F(\tau, \eta)$ — интенсивности излучения соответственно вправо и влево на предельной оптической глубине τ ,

$$\rho(\tau) = \frac{2\pi}{c} \int_0^1 [I(\tau, \eta) + F(\tau, \eta)] d\eta, \quad (3)$$

$P = \frac{n_2}{n_1 + n_2}$ — доля атомов первого типа в возбужденном состоянии.

* Здесь всюду единица длины выбрана таким образом, чтобы коэффициент положительного поглощения на один атом первого типа, находящийся в нормальном состоянии, был равен единице. Этот коэффициент внутри спектральной линии будем условно принимать постоянным.

Введем обозначение

$$q(\tau) = 1 + \alpha(\rho) - (\alpha + 1)P. \quad (4)$$

Уравнения (1) и (2) примут следующий вид:

$$\eta \frac{\partial I}{\partial \tau} = -Iq + \frac{b}{2}P \quad (1')$$

$$-\eta \frac{\partial F}{\partial \tau} = -Fq + \frac{b}{2}P. \quad (2')$$

Условие стационарности для атомов первого типа дает

$$[1 - (\alpha + 1)P]\rho = \frac{2\pi}{c}\beta P, \quad (5)$$

или

$$(q - \alpha)\rho = \frac{2\pi}{c}\beta P.$$

Из (1') и (2'), используя условия

$$I(0, \eta) = I_0(\eta) \quad \text{и} \quad F(\tau_0, \eta) = 0,$$

получим

$$I(\tau, \eta) = I_0(\eta) e^{-\frac{Q(\tau)}{\eta}} + \frac{b}{2} \int_0^\tau P(x) e^{-\frac{Q(\tau)-Q(x)}{\eta}} \frac{dx}{\eta} \quad (6)$$

$$F(\tau, \eta) = \frac{b}{2} \int_\tau^{\tau_0} P(x) e^{-\frac{Q(x)-Q(\tau)}{\eta}} \frac{dx}{\eta}, \quad (7)$$

где

$$Q(\tau) = \int_0^\tau q(x) dx; \quad (8)$$

Складывая (6) и (7), умножая на $\frac{2\pi}{c}$ и интегрируя по η от 0 до 1,

получим

$$\rho(\tau) = \rho_0(\tau) + \frac{\pi b}{c} \int_0^\tau P(x) E_1 |Q(\tau) - Q(x)| dx, \quad (9)$$

или

$$\rho(\tau) = \rho_0(\tau) + \frac{\pi b}{c} \int_0^\tau \frac{P(x)}{q(x)} E_1 |Q(\tau) - Q(x)| dQ(x), \quad (10)$$

где

$$\rho_0(\tau) = \frac{2\pi}{c} \int_0^1 I_0(\eta) e^{-\frac{Q(\tau)}{\eta}} d\eta. \quad (11)$$

Из (4) и (5) можно получить

$$\frac{P}{q} = \frac{c}{2\pi} \frac{\rho}{\alpha(\rho) \left[\frac{c}{2\pi} (\alpha + 1)\rho + \beta \right] + \beta}. \quad (12)$$

Подставим (12) в (10)

$$\rho(\tau) = \rho_0(\tau) + \lambda \int_0^\tau \frac{\rho(x)}{\alpha(\rho) [a_1 \rho + 1] + 1} E_1 |Q(\tau) - Q(x)| dQ(x), \quad (13)$$

где

$$\lambda = \frac{b}{2\beta} \quad \text{и} \quad a_1 = \frac{\alpha + 1}{\beta} \frac{c}{2\pi}.$$

Так как

$$\beta \geq b, \quad \text{то} \quad \lambda \leq \frac{1}{2}.$$

В уравнении (13) производим замену переменного, обозначив

$$Q(\tau) = y \quad Q(x) = z \quad (14)$$

$$\rho(\tau) = U(y); \quad \rho(x) = U(z). \quad (15)$$

Обозначим еще

$$Q(\tau_0) = y_0 \quad (16)$$

(y_0 пока неопределенное число).

Тогда уравнение (13) примет следующий вид:

$$U(y) = U_0(y) + \lambda \int_0^{y_0} \frac{U(z)}{\alpha(U) [a_1 U + 1] + 1} E_1 |y - z| dz, \quad (17)$$

где

$$U_0(y) = \frac{2\pi}{c} \int_0^1 I_0(\eta) e^{-\frac{y}{\eta}} d\eta. \quad (18)$$

Уравнение (17) является интегральным уравнением собственно-Гаммерштейнова типа (ядро $E_1 |y - z|$ симметричное, положительное).

Так как $\left| \frac{\lambda U}{\alpha(U) [a_1 U + 1] + 1} \right| \leq \frac{1}{2} |U|$ в силу того, что $\alpha \geq 0$ и

$\lambda \leq \frac{1}{2}$, уравнение (17) имеет единственное решение. Отметим, что последовательные приближения при решении этого уравнения и соответствующего линейного уравнения (при $\alpha \equiv 0$) представляют примерно одинаковую трудность. Введение новой переменной $y = Q(\tau) = \int_0^\tau q(x) dx$ означает переход от предельной оптической глубины к реальной. Если τ является характеристикой количества атомов первого типа, то y зависит еще от поля излучения и от наличия атомов второго типа. Сходство такой замены переменной с методом самосогласованных оптических глубин проявляется еще в том, что значение полной реальной оптической толщины среды y_0 при решении интегрального уравнения остается неопределенным. Решение $U(y, y_0)$ зависит от этого параметра y_0 . Значение этого параметра можно определить следующим образом:

Из (4) и (5) получается

$$q(\tau) \frac{a_1 \rho + 1}{\alpha(\rho)[a_1 \rho + 1] + 1} = 1. \quad (19)$$

Интегрируя (19) по τ от 0 до τ_0 , получим

$$\int_0^{\tau_0} \frac{a_1 \rho + 1}{\alpha(\rho)[a_1 \rho + 1] + 1} dQ(\tau) = \tau_0, \quad (20)$$

или

$$\int_0^{y_0} \frac{a_1 U(y, y_0) + 1}{\alpha(U)[a_1 U + 1] + 1} dy = \tau_0. \quad (21)$$

Из (23) y_0 определяется как неявная функция от τ_0 .

Из уравнений (6), (7) и (12) интенсивности диффузно-отраженного и проходящего излучений $I(\tau_0, \eta)$ и $F(0, \eta)$ легко выражаются через уже полностью определенную функцию $U(y)$:

$$I(\tau_0, \eta) = I_0(\eta) e^{-\frac{y_0}{\eta} + \lambda} \int_0^{y_0} \frac{U(z)}{\alpha(U)[a_1 U + 1] + 1} e^{-\frac{y_0 - z}{\eta}} \frac{dz}{\eta} \quad (22)$$

и

$$F(0, \eta) = \lambda \int_0^{y_0} \frac{U(z)}{\alpha(U)[a_1 U + 1] + 1} e^{-\frac{z}{\eta}} \frac{dz}{\eta}. \quad (23)$$

Очевидно, что можно аналогичным образом рассматривать данную задачу при несферической индикатрисе рассеяния.

В заключение выражаю благодарность академику В. А. Амбарцумяну за руководство, а также А. Б. Нерсисяну за полезные советы.

Институт математики и механики
АН Арм ССР

ON ONE PROBLEM OF THE RADIATION OF NON-LINEAR TRANSFER

N. B. YENGIBARIAN

The non-linear problem of the radiation transfer in the plane-parallel layers of finite depth, when these layers consist of atoms of two types — scattering and absorbing — is considered.

With the help of transition to real optical depth the solution of problem led to a solution of integral equation of self-Hammershtein's type and determination of the parameter's y_0 from equation (21).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Амбарцумян, ДАН Арм. ССР, 39, 159, 1964.
2. В. В. Соколов, Перенос лучистой энергии, М., 1956.
3. Трикоми, Интегральные уравнения, ИЛ, 1960.
4. Н. Б. Енгибарян, Астрофизика, 1, 297, 1965.

ГРАВИТАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ АНИЗОТРОПНЫХ ОДНОРОДНЫХ РЕШЕНИЙ

А. Г. ДОРОШКЕВИЧ

Поступила 6 декабря 1965

Исправлена 31 января 1966

Коротко рассмотрена гравитационная неустойчивость анизотропных моделей. Показано, что коэффициент усиления начальных неоднородностей в анизотропных моделях значительно больше, чем в моделях Фридмана. Обсуждается возможность образования космических объектов в анизотропных моделях за счет гравитационной неустойчивости.

1. В настоящее время общепринятой является космологическая теория расширяющейся Вселенной, основанная на моделях Фридмана. При этом естественно предполагать, что на ранних стадиях расширения вещество было однородным, а космические объекты возникли в ходе расширения в результате гравитационной неустойчивости. Вопрос о гравитационной неустойчивости моделей Фридмана хорошо изучен (см., например, [1, 2]). Возмущения, заданные на достаточно раннем этапе расширения, могут привести к образованию космических объектов [3]. Для того, чтобы в теории Фридмана к настоящему моменту успели образоваться такие объекты, начальные возмущения приходится задавать на очень раннем этапе, при плотностях много больше ядерной. При этом трудно объяснить возникновение начальных неоднородностей. Очень интересные попытки построения таких теорий, предпринятые в работах [2, 4] не дают вполне удовлетворительных результатов.

В последнее время появился ряд работ [5—7], в которых построено несколько однородных анизотропных космологических моделей типа модели Гекмана-Шюкинга [8]. На современном этапе расширения эти модели могут с большой точностью совпадать с моделями Фрид-

мана. Однако, на ранних этапах расширения анизотропия сильно меняет свойства моделей.

В настоящей работе рассматривается гравитационная неустойчивость анизотропных моделей. Показано, что коэффициент усиления начальных неоднородностей в анизотропных моделях значительно больше, чем в моделях Фридмана. Сделанные оценки показывают, что в этих моделях гравитационная неустойчивость может привести к образованию космических объектов большого масштаба, вплоть до галактик и скоплений галактик.

2. Коротко напомним основные результаты работ [1, 2], касающиеся гравитационной неустойчивости. Будем рассматривать только квазивклдову модель Фридмана.

Квадрат интервала можно записать в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - b^2(t) [dx^2 + dy^2 + dz^2], \quad (1)$$

где c — скорость света.

В зависимости от уравнения состояния вещества, имеют место соотношения

$$\begin{aligned} P = 0; \quad b = b_0 t^{2/3}; \quad \kappa E &= \frac{4}{3} \frac{c^2}{t^2}; \\ P = E/3; \quad b = b_0 t^{1/3}; \quad \kappa E &= \frac{3}{4} \frac{c^2}{t^2}; \\ P = E; \quad b = b_0 t^{1/3}; \quad \kappa E &= \frac{1}{3} \frac{c^2}{t^2}; \end{aligned} \quad (2)$$

где P — давление, E — плотность энергии, $\kappa = 8\pi G$, G — гравитационная постоянная Ньютона.

Разлагая возмущения в интеграл Фурье, например

$$\delta E = \int e^{i(k_1 x + k_2 y + k_3 z)} \delta E_k dk_1 dk_2 dk_3$$

$$k^2 = k_1^2 + k_2^2 + k_3^2,$$

получим

$$P = 0: \quad \frac{\delta E_k}{E} = C_1 E^{1/3} + C_2 E^{-1/3}; \quad (3)$$

$$P = E/3: \quad \frac{\partial E_k}{E} \approx C_1 E^{-1/4} + C_2 E^{-1/2}; \quad (4)$$

при $\frac{ckt}{b} = \frac{ct}{\lambda} \ll 1$, $\lambda = \frac{b}{k}$ — длина волны возмущения

$$P = E: \quad \frac{\partial E_k}{E} \approx C_1 E^{-1/3} + C_2 E^{-1/3} \ln E, \quad (5)$$

также при $\frac{ckt}{b} = \frac{ct}{\lambda} \ll 1$;

3. Аналогичную задачу можно рассматривать в анизотропных моделях. Также ограничимся квазиэвклидовыми моделями, поскольку только они асимптотически при $t \rightarrow \infty$ приближаются к моделям Фридмана. Квадрат интервала можно записать в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - b^2 (dx^2 + dy^2) - a^2 dz^2. \quad (6)$$

Постоянные Хаббла $\beta = \frac{d \ln b}{dt}$ в плоскости (x, y) и $\alpha = \frac{d \ln a}{dt}$ по оси z не совпадают. Возможно как $\alpha > \beta$, так и $\beta > \alpha$. В зависимости от уравнения состояния вещества и от соотношения между постоянными Хаббла α и β получаем различные модели:

$$P = 0: \quad b = b_0 t^{2/3}; \quad \alpha = a_0 \frac{t - t_0}{t^{1/3}}; \quad \kappa E = \frac{4}{3} \frac{c^2}{t(t - t_0)}. \quad (7)$$

Причем, $\alpha < \beta$ при $t_0 < 0$; $\alpha > \beta$ при $t_0 > 0$.

$$P = E/3: \quad b = b_0 \frac{\eta^2}{1 - \eta^2}; \quad \alpha = \frac{a_0}{\eta(1 - \eta^2)}; \quad \kappa E = \frac{3c^2}{f_0^2} \frac{(1 - \eta^2)^4}{\eta^4}; \quad (8)$$

$$t = \frac{f_0}{4} \left[\eta \frac{1 + \eta^2}{(1 - \eta^2)^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \eta}{1 - \eta} \right]; \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad \alpha < \beta.$$

Второе решение (с $\alpha > \beta$) соответствует $1 \leq \eta < \infty$ (при этом $b_0 \rightarrow -b_0$, $a_0 \rightarrow -a_0$).

$$P = E: \quad b = b_0 t^\nu; \quad a = a_0 t^{1-2\nu}; \quad xE = \nu(2 - 3\nu) t^{-2} \quad (9)$$

$$0 \leq \nu \leq 2/3.$$

Если $0 \leq \nu \leq 1/3$, то $\alpha > \beta$, если $1/3 \leq \nu \leq 2/3$, то $\alpha < \beta$. Подробнее эти решения проанализированы в [7]. Возмущения также можно разлагать в интеграл Фурье, например

$$\delta E = \int e^{i(k_1 x + k_2 y + l z)} \delta E_{k,l} dk_1 dk_2 dl$$

$$k^2 = k_1^2 + k_2^2.$$

В анизотропных моделях в первом порядке теории возмущений возникают пять линейно-независимых типов возмущения плотности (два в изотропных моделях). К возмущениям плотности приводят и вращение вокруг оси, лежащей в плоскости (x, y) , и гравитационные волны, распространяющиеся в этой плоскости. Лишь вращение вокруг оси симметрии z и гравитационные волны, распространяющиеся вдоль оси z , не приводят к возмущениям плотности.

Рассмотрим конкретно рост возмущений плотности в различных моделях, ограничиваясь наиболее быстро нарастающими членами. Как общее свойство всех трех моделей отметим, что возмущения при $\alpha < \beta$ нарастают быстрее, чем при $\alpha > \beta$. Видимо, это связано с аксиальной симметрией задачи. Можно ожидать, что при отказе от аксиальной симметрии возмущения плотности будут нарастать быстрее, чем в рассмотренных здесь случаях с $\alpha < \beta$.

4. На ранних этапах расширения применимо уравнение состояния $P = E$. Решение можно искать в виде ряда по степеням $t \sim E^{-1/2}$. Наиболее быстро нарастающие компоненты возмущения плотности можно записать в виде

$$\frac{\delta E_{k,l}}{E} \simeq C_1 E^{\nu-1} + C_2 E^{-2\nu}. \quad (10)$$

Изотропному решению соответствует $\nu = 1/3$, что дает $\frac{\delta E_{k,l}}{E} \sim E^{-1/3}$.

в соответствии с (5). Наибольшей анизотропии соответствуют $\nu = 0$ и $\nu = 2/3$. При этом, однако, $E = 0$, то есть мир пустой. Если, тем не менее, для оценки максимально возможной скорости роста возмущений положить в (10) $\nu \simeq 0$, $\nu \simeq 2/3$, то получим

$$\frac{\partial E_{kl}}{E} \sim E^{-1/3} \quad \text{при} \quad \nu = 2/3, \quad \alpha < \beta \quad (11a)$$

$$\frac{\partial E_{kl}}{E} \sim E^{-1} \quad \text{при} \quad \nu = 0, \quad \alpha > \beta. \quad (11b)$$

Возмущения нарастают заметно быстрее, чем в изотропной модели, причем тем быстрее, чем больше анизотропия.

5. Рассмотрим модель с уравнением состояния $P = E/3$. Поскольку она также применима на ранних стадиях расширения, то решение также можно искать в виде ряда по степеням $1/E^{1/3}$. Возмущения плотности нарастают по закону

$$\frac{\partial E_{kl}}{E} \sim E^{-2/3} \quad \text{при} \quad \alpha < \beta \quad (12a)$$

$$\frac{\partial E_{kl}}{E} \sim E^{-1} \quad \text{при} \quad \alpha > \beta. \quad (12b)$$

Возмущения нарастают значительно быстрее, чем в изотропной модели ($\frac{\partial E_k}{E} \sim E^{-1/3}$).

6. Подобные результаты получаются и для модели Гекмана-Шюкинга ($P = 0$). На ранних стадиях расширения ($t \ll -t_0$, или $t - t_0 \ll t_0$ соответственно) получаем

$$\frac{\partial E_{kl}}{E} \sim E^{-1/3} \quad \text{при} \quad \alpha < \beta \quad t_0 < 0 \quad (13a)$$

$$\frac{\partial E_{kl}}{E} \sim E^{-1} \quad \text{при} \quad \alpha > \beta \quad t_0 > 0. \quad (13b)$$

На поздних стадиях расширения ($t \gg |t_0|$) возмущения нарастают как в модели Фридмана ($\frac{\partial E}{E} \sim E^{-1/3}$). Рассматривая возмущения с большой длиной волны

$$\varepsilon = \frac{k^2 c^2 t_0^2}{b_0^2 t_0^{1/3}} \ll 1, \quad \delta = \frac{l^2 c^2 t_0^2}{a_0^2 t_0^{1/3}} \ll 1,$$

можно показать, что возмущения плотности нарастают по закону

$$\frac{\partial E_{kl}}{E} \sim \frac{t^{2/3}}{t - t_0} \quad \text{при} \quad t_0 < 0 \quad \alpha < \beta \quad (14a)$$

$$\frac{\delta E_{kl}}{E} \sim \frac{t - t_0}{t^{1/2}} \quad \text{при} \quad t_0 > 0 \quad \alpha > \beta \quad (14b)$$

Формулы (14а, б) совпадают с (13а, б) при $t \ll -t_0$, $t - t_0 \ll t_0$ соответственно, и с (3) при $t \gg |t_0|$. Машинные расчеты, проведенные для ε , $\delta = 1, 10, 10^3, 10^5$ подтверждают, что закон (14а, б) имеет место при любых ε и δ .

7. Коэффициент усиления возмущений плотности в модели Гекмана-Шюкинга может быть значительно больше, чем в модели Фридмана. В модели Фридмана при изменении плотности от E_1 до E_2 коэффициент усиления возмущения плотности

$$\Sigma_{\Phi} = (E_1/E^2)^{1/2}. \quad (15a)$$

В модели Гекмана-Шюкинга предположим, что при $E = E_1$ $t \ll -t_0$ (при $t_0 < 0$), или $t - t_0 \ll t_0$ (при $t_0 > 0$), тогда как при $E = E_2$ $t \gg |t_0|$. Коэффициент усиления возмущений соответственно равен

$$\Sigma_- = \frac{E_1^{3/2}}{E_2^{1/2} E_0^{1/2}} \quad \text{при} \quad t_0 < 0 \quad (\alpha < \beta) \quad (15b)$$

$$\Sigma_+ = \frac{E_1}{E_2^{1/2} E_0^{3/2}} \quad \text{при} \quad t_0 > 0 \quad (\alpha > \beta), \quad (15c)$$

где

$$E_0 = \frac{c^2}{6 \pi G t_0^2}.$$

Принимая $E_1/c^2 \simeq 10^{14} \text{ г/см}^3$, $E_2/c^2 \simeq 10^{-29} \text{ г/см}^3$, получим $\Sigma_{\Phi} \simeq 10^{13}$. Для Σ_+ , Σ_- в зависимости от t_0 получаем

Таблица 1

t_0	1 сек	100 сек	10^4 сек	10^{15} сек	10^{16} сек	10^{17} сек
Σ_-	10^{25}	$10^{91/3}$	$10^{107/3}$	10^{65}	$10^{203/3}$	$10^{211/3}$
Σ_+	$10^{59/3}$	$10^{67/3}$	10^{25}	$10^{119/3}$	10^{41}	$10^{127/3}$

8. Рассмотрим возможную модель образования космических объектов. В качестве примера возьмем „холодную“ модель ранних стадий эволюции Вселенной [9]. А. Д. Сахаровым [4] были сделаны оценки квантовых флуктуаций плотности в этой модели, а в работе [10] сделаны некоторые оценки термодинамических флуктуаций плотности. За

счет квантовых флуктуаций в изотропных моделях могли бы образоваться объекты с массой $M \sim 10^5 M_\odot$. За счет термодинамических флуктуаций — лишь объекты с массой $\sim 10^{-25} M_\odot$, причем предельная масса $\sim \Sigma_\phi^*$. В анизотропных моделях коэффициент усиления начальных возмущений значительно больше, чем в изотропных, и поэтому даже термодинамических флуктуаций плотности может оказаться достаточно [10] для образования галактик и скоплений галактик в моделях с $\alpha > \beta$. Можно ожидать, что квантовые флуктуации в анизотропных моделях также значительно превосходят термодинамические и поэтому смогут привести к образованию галактик и скоплений галактик и в моделях с $\alpha > \beta$.

В последнее время появились серьезные аргументы в пользу „горячей“ модели начальных стадий эволюции Вселенной. И в этом случае учет возможной анизотропии расширения может оказаться важным при построении теории образования космических объектов.

9. В работах [6, 7] предложен ряд анизотропных моделей с однородным магнитным полем. Обсудим вкратце возможное влияние магнитного поля на рост возмущений.

На ранних стадиях расширения, при уравнениях состояния $P = E$ и $P = E/3$, магнитное поле сильно меняет зависимость невозмущенной метрики от времени при $\alpha < \beta$ и замедляет рост возмущений. Судя по характеру невозмущенного решения, можно думать, что возмущения плотности нарастают не быстрее, чем $\frac{\delta E}{E} \sim E^{-1}$. Тем не менее,

если магнитное поле достаточно мало, то закон нарастания возмущений (14а, б) и величины Σ_+ и Σ_- изменятся не сильно. Однако магнитное поле будет оказывать стабилизирующее воздействие и замедлит рост коротковолновых возмущений. Для хаотического магнитного поля такая задача рассматривалась в рамках моделей Фридмана [11]. На ранних стадиях, пока магнитное поле еще однородно, оно будет препятствовать сжатию в плоскости (x, y) . На более поздних стадиях, когда магнитное поле достаточно запутается, его стабилизирующее действие скажется и по оси z . Видимо, в этом случае даже при уравнении состояния $P = 0$ существует критическая длина волны, зависящая от соотношения плотности энергии вещества и магнитного поля, типа критической длины волны Джинса.

Пользуюсь случаем поблагодарить Я. Б. Зельдовича за постоянное внимание и интерес к работе.

A GRAVITATIONAL INSTABILITY OF ANISOTROPIC
HOMOGENEOUS SOLUTIONS

A. G. DOROSHKOVICH

Gravitational instability of anisotropic models is considered briefly. It is shown that the amplification factor of initial inhomogeneities is much greater in anisotropic models than in the models of Friedmann. The possibility of formation of cosmic objects due to gravitational instability in the anisotropic models is discussed.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Е. М. Лифшиц, И. М. Халатниксв, УФН, 80, 391, 1963.
2. Я. Б. Зельдович, *Advances in Astronomy and Astrophysics*, 3, 241, 1965.
3. И. Д. Новиков, ЖЭТФ, 46, 686, 1964.
4. А. Д. Сахаров, ЖЭТФ, 49, 345, 1965.
5. А. С. Компаневц, А. С. Чернов, ЖЭТФ, 47, 1939, 1964.
6. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, 48, 986, 1965.
7. А. Г. Дорошкевич, *Астрофизика*, 1, 255, 1965.
8. О. Нектатт, Е. Шлэкинг, XI Conseil Solvay, Bruxelles, 1958.
9. Я. Б. Зельдович, *Вопросы космогонии*, 9, 234, 1964; ЖЭТФ, 43, 1561, 1962.
10. А. Г. Дорошкевич (в печати).
11. А. Д. Чернин, *Астрон. ж.* (в печати),

МОДЕЛЬ РАСШИРЯЮЩЕГОСЯ СВЕРХПЛОТНОГО
НЕБЕСНОГО ТЕЛА

Ю. А. ВАРТАНЯН

Поступила 17 декабря 1965

Рассматривается модель непрерывно расширяющегося небесного тела, которое в начальный момент покоилось. Условие отрицательного дефекта массы, которое необходимо потребовать для такой модели, приводит к ограничению числа частиц в расширяющемся теле.

1. Рассмотрение статических звездных конфигураций вырожденных газовых масс ($T=0$) показывает, что масса, радиус и другие параметры таких тел однозначно определяются значением центральной плотности ρ_c . В ряде работ [1—4] было показано, что при изменении центральной плотности от бесконечно больших значений до плотностей, характерных для белых карликов, массы статических конфигураций $M(\rho_c)$ изменяются незначительно и оказываются порядка массы Солнца. Те конфигурации, массы которых не лежат на кривой $M(\rho_c)$, заведомо являются нестатическими. Спрашивается, какова судьба нестатических объектов. Считается, что такие тела неизбежно должны подвергаться коллапсу [5—8]. В предлагаемой работе делается попытка показать, что не исключена противоположная возможность, а именно беспредельное расширение небесного тела (антиколлапс). Такая модель может представлять определенный интерес в рамках воззрений В. А. Амбарцумяна, согласно которым многие процессы эволюции небесных тел связаны с переходами от более плотных к менее плотным состояниям.

2. Рассмотрение моделей нестатических конфигураций удобно проводить в сопутствующей системе координат, в которой метрика имеет вид [9]

$$ds^2 = e^\sigma dt^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) - e^\omega dR^2, \quad (1)$$

где σ , ω и r — функции от R и t . Будем пользоваться системой единиц [1] $c = k = 1$, $m_p^4 c^5 / (32\pi^2 \hbar^3) = 1/4\pi$. В [10] было показано, что уравнения Эйнштейна для метрики (1) можно привести к следующему весьма удобному виду:

$$\dot{u}(R, t) = -4\pi P r^2 \dot{r}, \quad (2)$$

$$u'(R, t) = 4\pi \rho r^2 r', \quad (3)$$

$$\sigma'(R, t) = -\frac{2P'}{P + \rho}, \quad (4)$$

$$\dot{\omega}(R, t) = -\frac{2\dot{\rho}}{P + \rho} - 4\frac{\dot{r}}{r}. \quad (5)$$

Здесь $\rho(R, t)$ — плотность массы, $P(R, t)$ — давление, а $u(R, t)$, с известной оговоркой, представляет массу, содержащуюся в сфере радиуса R в момент времени t ,

$$r(R, t) = (r/2) [1 + \dot{r}^2 e^{-\sigma} - r'^2 e^{-\omega}]. \quad (6)$$

В (2—6) точка над функциями означает дифференцирование по времени, а штрих — по координате R .

Для интегрирования этой системы необходимо задать начальные условия, в качестве которых можно выбрать $r(R, 0)$; $\dot{r}(R, 0)$; $\rho(R, 0)$ и $\sigma(\infty, 0)$. Система уравнений (2—5) с такими начальными условиями имеет вполне определенное решение.

Особый интерес представляет рассмотрение тех случаев, когда в начальный момент вещество находится в состоянии покоя, то есть когда $\dot{r}(R, 0) = 0$. Для рассмотрения эволюции таких моделей необходимо знать выражение $\ddot{r}(R, 0)$. Из (2—5) легко найти это выражение, которое имеет вид [10]

$$\ddot{r}(R, 0) = -\frac{e^\sigma}{r} \left[4\pi P r^2 + \frac{u}{r} + e^{-\omega} r r' \frac{P'}{P + \rho} \right]. \quad (7)$$

В ряде случаев удастся сделать определенные выводы об эволюции небесного тела, пользуясь выражением (7). Так, рассмотрим нестатические конфигурации, состояние которых весьма близко к соответствующим равновесным конфигурациям. Такие нестатические тела

можно рассматривать, как возмущенные состояния статических. Зададим в качестве начальных условий

$$r = R, \quad \dot{r} = 0, \quad \rho = (1 + \varepsilon) \rho_0,$$

где $\varepsilon \ll 1$, а $\rho_0(R)$ — плотность соответствующей равновесной конфигурации. Легко показать, что в этом случае все величины, входящие в правую часть (7), также выражаются через соответствующие свои значения для равновесных конфигураций и малый параметр ε . Имея также в виду, что для равновесных конфигураций выражение в квадратной скобке равно нулю, для $\ddot{r}(R, 0)$ получим

$$\begin{aligned} \ddot{r}(R, 0) = & -\varepsilon \frac{e^2}{R} \left\{ \frac{u_0}{R} (1 - \gamma) + \frac{\gamma' P_0 (R - 2u_0)}{P_0 + \rho_0} + \right. \\ & \left. + \left(4\pi P_0 R^2 + \frac{u_0}{R} \right) \left[\frac{\rho_0 + \gamma P_0}{\rho_0 + P_0} + \frac{2u_0}{R - 2u_0} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь все величины с индексом нуль относятся к соответствующей равновесной конфигурации, а γ — показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{d \ln P_0}{d \ln \rho_0}.$$

Для конфигураций, состоящих из идеального вырожденного нейтронного газа, при изменении плотности от бесконечно больших значений до нуля γ монотонно меняется в пределах $1 \leq \gamma \leq 5/3$, то есть $\gamma' > 0$. Следовательно, второй член в фигурных скобках (8) положителен, то есть знак $\ddot{r}(R, 0)$ будет обратным знаку ε . Это означает, что при добавлении массы к равновесной конфигурации ($\varepsilon > 0$) последняя начнет сжиматься, в то время как в обратном случае ($\varepsilon < 0$) — расширяться. Это сжатие или расширение будет продолжаться до тех пор, пока звезда не попадет на стабильную ветвь ($dM/d\rho_c > 0$) кривой $M(\rho_c)$. Однако, если в качестве невозмущенной конфигурации рассматривать конфигурацию с максимальной массой (максимум кривой $M(\rho_c)$) и добавить к ней массу (случай рассмотренный в [8]), то звезда, сжимаясь, больше нигде не сможет попасть на кривую $M(\rho_c)$, и следовательно будет иметь место коллапс.

3. Рассмотрим следующую модель. Пусть небесное тело состоит из идеального ультрарелятивистского Ферми-газа, для которого урав-

нение состояния имеет вид

$$P = \frac{1}{3} \rho. \quad (9)$$

Плотность энергии ρ может быть выражена также через концентрацию частиц n

$$\rho = \frac{3}{4} (3\pi^2)^{1/3} \hbar n^{4/3}. \quad (10)$$

Выберем функцию $\rho(R, 0)$ в следующем виде

$$\rho(R, 0) = \frac{a}{R^2}, \quad R < R_0; \quad \rho(R, 0) = 0, \quad R > R_0. \quad (11)$$

Такая модель была рассмотрена Я. Б. Зельдовичем в [7], где было показано, что при $a \rightarrow 1/8 \pi$ масса звезды M (при заданном полном числе барионов N) будет стремиться к нулю, то есть получится максимальный дефект массы. Здесь мы рассматриваем ту же модель в другом аспекте. Отметим, что, как было указано в [7], особенность в центре и скачок на границе несущественны для получающихся результатов (можно сгладить эти особенности, и результат от этого не изменится).

Кроме задания $\rho(R, 0)$, нам необходимо задать также $r(R, 0)$ и $\dot{r}(R, 0)$. Для этих начальных условий мы снова выбираем $r(R, 0) = R$, $\dot{r}(R, 0) = 0$. Для выяснения того, расширяется или сжимается такая конфигурация в начальный момент времени, необходимо знать выражение $\ddot{r}(R, 0)$. Из (3) и (6) находим

$$u(R, 0) = 4\pi a R, \quad e^{-\infty(R, 0)} = 1 - 8\pi a. \quad (12)$$

С учетом (12) для $\ddot{r}(R, 0)$ получаем

$$\ddot{r}(R, 0) = \frac{e^2}{2R} \left(1 - \frac{a}{a_0}\right), \quad (13)$$

где $a_0 = \frac{3}{56\pi}$. Из (13) видно, что если $a > a_0$, то конфигурация начнет сжиматься, если же $a < a_0$ — расширяться. При $a = a_0$ мы приходим к статическому случаю [12].

Таким образом, первоначально покоящееся вещество может не только сжиматься, но и расширяться. Однако, чтобы это расширение имело место на всем протяжении эволюции, то есть чтобы небесное тело перешло бы из сверхплотного состояния в диффузное, необходимо, чтобы масса плотного тела была больше массы диффузного

состояния, то есть такое тело должно обладать отрицательным дефектом массы. В случае статических конфигураций, как было показано в [11] (см. также [1, 12, 13, 4]), релятивистская теория тяготения допускает существование таких метастабильных конфигураций. Конечно, конфигурации с отрицательным дефектом массы не могут образоваться в схеме, в которой эволюционный путь небесного тела идет от разреженного состояния к плотному. Однако, в противоположной концепции (концепция Амбарцумяна), в которой развитие идет от плотного состояния к разреженному, существование таких тел может считаться возможным. В частности они могут быть остатками некоторых дозвездных тел, физические свойства и закономерности которых мало известны. (На одну космологическую возможность образования расширяющихся тел было также указано в [14]).

Требование отрицательного дефекта массы кладет ограничение (в рассматриваемой модели) на число частиц в таком нестатическом теле. Действительно, из (10) и (11) можно найти концентрацию частиц $n(R, 0)$, после чего для полного числа частиц $N(R_0, 0)$ находим $N(R_0, 0) = \text{const } R_0^{3/2}$. Выражая R_0 через $N(R_0, 0)$ и подставляя в соотношение $M = 4\pi a R_0$, получаем [7]

$$M = 1.5 (3\pi^2)^{1/2} (\hbar a)^{1/2} (1 - 8\pi a)^{1/2} N^{3/2}.$$

Условие отрицательного дефекта массы $mN < M$ (где m — масса нуклона), приводит для N к следующему ограничению

$$N \leq \frac{81}{8} \frac{\pi^2}{m^3} (\hbar a)^{3/2} (1 - 8\pi a). \quad (14)$$

Подставляя в (14) $a = a_0$, получим верхний предел для числа барионов и радиуса в непрерывно расширяющейся модели

$$N_{\max} = 0.24 N_{\odot}; \quad (R_0)_{\max} = 1.63 \text{ км}, \quad (15)$$

где $N_{\odot}$ — число нуклонов в Солнце. Импульс у поверхности такой конфигурации оказывается порядка 1 Bev . Это означает, что частицы даже у поверхности являются релятивистскими, чем оправдывается использование уравнения состояния (9) — (10) во всем объеме.

Укажем еще раз, что данные (15) получились из двух требований: 1) отрицательный дефект массы ($mN < M$); 2) расширение в начальный момент времени ($\dot{r}(R, 0) > 0$). Понятно, что из этих двух требований для расширяющейся модели более существенным является первое условие, то есть если тело имеет избыток энергии и в началь-

ный момент сжимается, то оно в дальнейшем будет иметь возможность расширяться. Возникает вопрос, нельзя ли отказавшись от второго условия ($r > 0$), то есть от модели непрерывно расширяющегося тела, увеличить $N_{\max}$. Однако, соотношение (14), которое выведено только из условия отрицательного дефекта массы, для a , при котором получается максимальное N , дает $a = 3/40\pi$. Это значение мало отличается от значения $a_0 = 3/56\pi$, которое удовлетворяет как первому условию, так и второму. Таким образом, отказ от условия непрерывного расширения лишь незначительно изменит значение $N_{\max}$.

Если на основе (14) вычислить среднее расстояние между барионами $\bar{l} = \bar{n}^{-1/3}$, где $\bar{n}$ — средняя концентрация, то эта величина оказывается порядка так называемого „радиуса“ нуклонов, равного $0.4 f$. Как известно, на таких расстояниях между нуклонами действуют весьма мощные силы отталкивания. Посмотрим, как изменит это взаимодействие полное число барионов и радиус звезды. В [15, 16] было показано, что при весьма больших плотностях с учетом взаимодействия уравнение состояния имеет вид $P = p = bn^2$, где b — постоянная. Такое уравнение состояния приводит в (13) к значению $a_0 = 1/16\pi$. Для вычисления N и R_0 необходимо знать значение постоянной b , которая входит в уравнение состояния. В [17] на основе теории ядерной материи для b было получено $b = 8.03 \cdot 10^{-43} \text{ эрг см}^3$. Такого же порядка оказывается значение этой постоянной, если пользоваться результатами [15], где была построена модель взаимодействия через векторные мезоны. Эта модель приводит для b к значению

$$b = 8\pi\hbar^3/m^2 = 3.5 \cdot 10^{-43} \text{ эрг см}^3. \quad (16)$$

Для конкретности мы будем пользоваться для b выражением (16). (Это удобно, так как в (16) b выражено через универсальные постоянные). Из (16) и (11) для $n(R, 0)$ получаем

$$n(R, 0) = \left(\frac{m^2}{8\pi\hbar^3} \right)^{1/2} \frac{a^{1/2}}{R}.$$

Используя выражение $n(R, 0)$, для $N_{\max}$ и $(R_0)_{\max}$ можно получить

$$N_{\max} = \frac{\hbar^{3/2}}{4m^3} = 0.47 N_C,$$

$$(R_0)_{\max} = 2N_{\max}^{1/2} (\hbar^3/m^2)^{1/4} = 2.73 \text{ км}.$$

Таким образом, учет взаимодействия, как и в случае равновесных конфигураций [4], не может существенно изменить значение основных параметров.

4. Нахождение временной зависимости функций, характеризующих нестатические конфигурации, связано с численным интегрированием системы (2—5). Однако, некоторые выводы о начальной стадии расширения можно сделать и без численного интегрирования.

Так из (13) для начальных моментов времени легко найти выражение $\rho(R, t)$

$$\rho(R, t) = \rho(R, 0) (1 - \beta^2 t^2),$$

где в случае реального газа

$$\beta^2 = 2(1 - 8\pi a)(1 - 16\pi a)/R_0^2 \quad (17)$$

Соотношение (17) справедливо до таких моментов времени t , для которых $\beta^2 t^2 \ll 1$. Для конфигураций, у которых значение постоянной a близко к своему предельному значению, то есть когда $1 - 16\pi a = \alpha^2$, $\alpha^2 \rightarrow 0$, величина β^2 также оказывается малой, $\beta^2 = \alpha^2/R_0^2$.

Выражаю благодарность Г. С. Саакяну за интерес к работе и полезные советы. Я также благодарен Э. В. Чубаряну и М. А. Мнацаканяну за обсуждения.

Бюранская астрофизическая
обсерватория

THE MODEL OF AN EXPANDING SUPERDENSE CELESTIAL BODY

Y. L. VARTANIAN

The model of a continuously expanding celestial body that was in a still state at the initial moment, is considered.

The condition of the negative mass-defect that is necessary for this model leads to the limination of the number of particles in an expanding body.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. J. R. Oppenheimer, G. M. Volkoff, Phys. Rev., 55, 374, 1939.
2. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Астрон. ж., 38, 785, 1961.
3. Дж. Уилер, Гравитация, нейтрино и Вселенная, ИЛ, М., 1962.
4. Г. С. Саакян, Ю. А. Вартамян, Астрон. ж., 41, 193, 1964.
5. R. Tolman, Proc. Nat. Acad. Sci., 20, 169, 1934.
6. J. R. Oppenheimer, H. Snyder, Phys. Rev., 56, 455, 1939.

7. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, 42, 1667, 1962.
8. М. А. Подурец, ДАН СССР, 154, 300, 1964.
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Физматгиз, М., 1962.
10. М. А. Подурец, Астрон. ж., 41, 28, 1964.
11. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Астрофизика, 1, 7, 1965.
12. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Астрон. ж., 18, 1016, 1961.
13. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, 42, 1667, 1962.
14. И. Д. Новиков, Астрон. ж., 41, 1075, 1964.
15. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, 41, 1609, 1961.
16. Г. С. Саакян, Известия АН Арм. ССР, сер. физ.-мат., 14, 6, 117, 1961.
17. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартанян, Сообщ. Бюр. общ., 33, 55, 1963;
Nuovo Cimento, 30, 82, 1963.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

МАРТ, 1966

ВЫПУСК 1

ДЕТАЛЬНАЯ ФОТОМЕТРИЯ И КОЛОРИМЕТРИЯ ШЕСТИ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК В ОБЛАСТИ СКОПЛЕНИЯ VIRGO

Б. Е. МАРКАРЯН, Э. Я. ОГАНЕСЯН, С. Н. АРАКЕЛЯН

Поступила 2 февраля 1966

Приводятся результаты детального двухцветного фотометрического исследования спиральных галактик: NGC 4371, 4388, 4402, 4438, 4440 и 4501, расположенных в области скопления Virgo. Исследование велось по методике, описанной в предыдущей работе авторов [1], продолжением которой может рассматриваться настоящая. Сплошные измерения яркости (в синих и желтых лучах) в изображениях галактик позволили составить для них детальные карты распределения яркости и цвета, которые приведены в конце статьи. Каждая пара чисел этих карт дает фотографическую звездную величину с квадратной секунды дуги и показатель цвета в международной системе квадратной площадки со стороной, равной $9''.7$. Прямоугольные координаты центров площадок относительно центров галактик даны сверху и слева карт.

На основании данных карт были выведены интегральные яркости и цвета галактик, приведенные в табл. 1, и распределения яркости и цвета вдоль главных осей галактик, представленные на рис. 1 — 6. Полученные результаты позволили отметить главные особенности строения рассматриваемых галактик. Этим особенностям посвящен пятый пункт статьи. Особый интерес из исследованных галактик представляют NGC 4402 и 4438. Приводятся некоторые доводы и соображения в пользу принадлежности первой из них к числу иррегулярных галактик типа M 82 и относительной молодости второй.

1. *Вводные замечания.* Внутреннее строение галактик известно лишь в общих чертах, и, фактически, не имеется пока сколько-нибудь подробного представления об особенностях внутреннего строения галактик разных морфологических типов, в особенности же спиральных, являющихся наиболее сложными как по структуре, так и по составу населения.

Имеющиеся данные позволяют заподозрить большие различия в особенностях внутреннего строения галактик, даже имеющих сходную морфологию. Различия же в этом отношении у галактик разной

морфологии огромные. Можно указать, например, заметное расхождение, существующее в структуре и природе населения как рукавов, так и дисков спиральных галактик, отнесенных к одному и тому же подтипу по морфологии.

Часто рукава спиралей одинаковых подтипов заметно отличаются друг от друга по ширине и степени разветвления, по богатству звездными ассоциациями и газовыми туманностями и по размерам и светимостям последних.

Данные же о распределении яркости и цвета свидетельствуют о некотором различии в распределении звездного населения дисков в спиральных галактиках, имеющих сходную морфологию. Такого рода различия наблюдаются также у эллиптических и линзовидных галактик, наряду с замеченными в них изменениями изофот, которые имеют место по-разному в разных галактиках, при удалении от центров наружу.

Наибольшие же различия наблюдаются в структуре и природе ядер галактик одних и тех же морфологических типов, причем как у всех подтипов спиралей, так и у эллиптических и линзовидных галактик.

Можно сказать, что ядра по своей структуре образуют последовательность, начиная от аморфного вида до звездообразного, когда их изображения, при увеличении экспозиции (необходимой для получения слабого следа) в два-три раза, меняются по размерам таким же образом, как изображения звезд равной им яркости.

Столь же сильно отличаются друг от друга ядра галактик со сходной морфологией по своим физическим характеристикам — по светимости, цвету, спектру и, надо полагать, по массе и размерам.

Существование же ядер с эмиссией, избыточным ультрафиолетовым излучением, радиоизлучением и ядер с выбросами и взрывами говорит о наличии огромного разнообразия в физическом состоянии ядер и происходящих в них процессов.

Отмеченные выше различия в особенностях внутреннего строения подобных по морфологии галактик частично могут быть обусловлены различием начальных физических условий, в основном же они, по-видимому, отражают факт нахождения их в различных стадиях эволюции.

Поэтому тонкие особенности внутреннего строения галактик так или иначе должны быть связаны с ходом их эволюции. Очевидно, выявление таких закономерностей будет возможно лишь при наличии данных об особенностях внутреннего строения большого числа галактик.

Значительную информацию в этом направлении можно получить путем детальной многоцветной фотометрии галактик. Наряду со светимостями и цветами отдельных образований и подсистем галактики, детальная многоцветная фотометрия может дать ясное представление о звездном составе ее населения и о распределении в ней звезд разных физических типов.

Такого рода исследования, однако, довольно трудоемки, поэтому проводившиеся до сих пор исследования вообще и в Бюраканской обсерватории в частности, ограничиваются двумя цветами, которые, к сожалению, дают сравнительно меньше информации о внутреннем строении галактик.

Ввиду этого авторы планируют в дальнейшем вести исследование в трех цветах. В этой же статье мы приводим результаты детальной двухцветной (в синих и желтых лучах) фотометрии и колориметрии шести спиральных галактик: NGC 4371, 4388, 4402, 4438, 4440 и 4501, расположенных в области скопления Virgo. Эта работа может рассматриваться как продолжение нашего предыдущего исследования десяти ярких галактик в том же скоплении [1].

2. О методике наблюдений и обработки материала. При исследовании указанных выше галактик были применены те же инструменты и методика наблюдений, измерений и обработки материала, которые применялись в предыдущем, уже опубликованном исследовании авторов, посвященном эллиптическим и линзовидным галактикам, расположенным в центральной части скопления Virgo [1]. Поэтому, считая лишним останавливаться здесь на методике исследования, отметим лишь, что и в этом случае яркости как в синих, так и в желтых лучах, определены по измерениям трех пластинок, и что величины их ошибок порядка приведенных в [1].

Выполненные сплошные измерения, покрывающие полностью поверхности изучаемых галактик, позволили составить для последних детальные карты распределения яркости и цвета, которые приведены в конце статьи. Каждая пара чисел этих карт представляет собою среднюю поверхностную фотографическую звездную величину с квадратной секунды дуги и показатель цвета (в международной системе) квадратной площадки со стороной, равной 9.7. Прямоугольные координаты x и y центров площадок относительно центра галактики, выраженные в секундах дуги, приведены на каждой карте сверху и слева. Координатные оси обычно направлены таким образом, чтобы ось абсцисс в каждом случае совпадала с большой осью галактики.

Для грубой ориентировки в верхнем правом углу карт указаны направления севера — N и востока — E, а для точной ориентировки

можно воспользоваться приведенными на картах звездочками, соответствующими расположению сравнительно ярких звезд фона в областях или в окружении галактик.

Следует отметить, что данные карт фактически распространяются до изофоты, соответствующей $24^m.4$ с квадратной секунды дуги в фотографических лучах, так как данные для более отдаленных слабых частей галактик получаются недостаточно надежными.

3. Интегральные яркости и цвета. Путем фотометрического сложения поверхностных яркостей (вплоть до $24^m.4$ с квадратной секунды дуги) отдельных площадок, сплошным образом покрывающих всю поверхность галактик, была определена интегральная величина каждой из них как в фотографических, так и в визуальных лучах, разностью которых и определялся интегральный показатель цвета.

В табл. 1 приведены по лученные для всех изучаемых галактик результаты, наряду с данными других исследователей, соответственно: авторов — *M*, *O*, *A*, Стеббинса-Уитфорда [2] — *C*, *U*, Петтита [3] — *P*, Холмберга [4] — *X*, Вокулера [5] — *B* и Бигаи [6] — *B*.

В этой таблице последовательно даны: морфологические типы согласно Вокулеру [7], интегральные фотографические звездные величины, интегральные показатели цвета и размеры областей галактик, на которые распространялись измерения.

В нашем случае размеры галактик ограничиваются изофотой, соответствующей $24^m.4$ с квадратной секунды дуги.

Поскольку системы Стеббинса-Уитфорда, Петтита, Холмберга и Бигаи либо не отличаются от международной совсем, либо отличаются незначительно, то их данные приведены без изменения. Данные же Вокулера из системы *B*, *V* приведены к международной по формулам

$$CI_{\text{int}} = -0.176 + 1.090 (B - V)$$

$$m_{\text{pg}} = -0.176 + 1.090 B - 0.090 V,$$

согласно [8].

Можно сказать, что приведенные в табл. 1 данные находятся, во всяком случае, в неплохом согласии между собой, если учитывать различия размеров измеренных областей галактик и наблюдаемый в галактиках эффект посинения к краю.

Некоторое недоумение вызывают данные Бигаи и Петтита, относящиеся к галактикам NGC 4388 и 4438. Данные Бигаи по галактикам NGC 4402 и 4440 находятся в исключительно хорошем согласии с нашими данными. Однако, его данные, относящиеся к галактике NGC 4388, расходятся как с нашими данными, так и с данными Холмберга, находящимися в хорошем согласии с нашими. Следует отме-

Таблица 1

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ ЗВЕЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ЦВЕТА

NGC	Тип	m_{pg}						CI						Размеры					
		M, O, A	C, Y	Π	X	B	B	M, O, A	C, Y	Π	X	B	B	M, O, A	C, Y	Π	X	B	B
4371	SB(r)0 ⁺	11.81			11.83			0.88			0.92			4.3×2.1			6.3×3.9		
4388	SB:c sp	11.81			11.73		12.25	0.72			0.67		0.44	5.8×1.8			8.6×2.6		5.0
4402	S: sp	12.60			12.47	13.24	12.55	0.78			0.69	0.72	0.74	4.2×1.3			5.6×2.1	1.8	3.4
4438	SA:(s)0/ap	11.16		11.14	10.92	11.93		0.77		0.87	0.72	0.87		8.6×3.9		5.7	10.5×5.5	1.8	
4440	SB(rs)a	12.78					12.76	0.84					0.81	1.9×1.9					1.8
4501	SA(rs)b, SA(rs)bc	10.28	(14.1)		10.07	10.42		0.74	1.03		0.59	0.70		6.8×3.4	0.2×0.2		9.4×5.5	4.2	

тить, что согласие между данными Холмберга и нашими вполне удовлетворительно не только для этой галактики, но и в других случаях. Необходимо принять во внимание, что наиболее слабые периферийные области галактик, на которые распространялись измерения Холмберга, но которые не охвачены нашими измерениями, имея поверхностную яркость порядка $25 - 26^m$, вносят относительно немного в интегральные излучения галактик.

Отклонение данных Бигаи от наших и Холмберга в случае NGC 4388, по-видимому вызвано случайной ошибкой, вкравшейся в его оценки. Центральная яркая часть этой галактики содержит много темной материи и является очень красной, поэтому низкий показатель цвета, порядка 0^m4 , нельзя признать для нее реальным, не говоря уже об указанном выше расхождении с другими оценками.

Другой случай расхождения данных имеет место для галактики NGC 4438. Принимая во внимание размеры измеренных областей галактики, можно сказать, что у Петтита галактика получилась несколько ярче и краснее, чем у нас и у других исследователей. Если это не результат случайной ошибки, встречающейся иногда в списке Петтита, то можно допустить, что из-за неточной наводки телескопа на центр этой галактики была прихвачена часть соприкасающейся с ней линзовидной галактики NGC 4435.

В остальных случаях согласие между приведенными в табл. 1 данными можно считать вполне удовлетворительным. Заметим здесь, что приведенные в этой таблице данные Стеббинса и Уитфорда для ядра галактики NGC 4501 следует сравнивать с данными центральной площадки, приведенной для нее в конце статьи карты распределения яркости и цвета. Нетрудно убедиться, что и в этом случае согласие хорошее.

4. Распределение яркости и цвета. Детальную картину распределения яркости и цвета в изучаемых галактиках дают составленные для них карты, приведенные в конце статьи. На основании данных этих карт были выведены распределения яркости и цвета вдоль главных осей галактик, которые представлены в виде кривых на рис. 1 — 6. На этих рисунках по горизонтальным осям отложены расстояния от центров галактик вдоль их больших и малых осей, выраженные в секундах дуги, а по вертикальным осям — поверхностные яркости с квадратной секунды дуги в фотографических лучах и показатели цвета в международной системе. При этом сплошными кривыми представлены распределения яркости, а пунктирными — показатели цвета. Кривые для галактик NGC 4371, 4438 и 4501 составлены путем усреднения данных центральных и двух непосредственно смежных с ними разре-

зов. По понятным соображениям такое усреднение по трем разрезам производилось лишь начиная с расстояния в $40''$ от центра. Для более близких расстояний брались только данные центрального разреза. Что касается галактик NGC 4388, 4402 и 4440, кривые построены только по данным площадок центральных разрезов, так как по разным причинам яркости и показатели цвета в соседних площадках центральных и смежных с ними разрезах отличаются друг от друга значительно.

Из приведенных рисунков, так же, как и из самих карт распределения яркости и цвета, видно, что как яркость, так и показатель цвета вообще убывают при удалении от центров галактик наружу, то есть происходит посинение по мере удаления от центра галактики, свидетельствующее об увеличении относительной роли излучения белых звезд.

Но изменение яркости вдоль осей галактик, в особенности же показателя цвета, происходит далеко не монотонно, а с заметными колебаниями. Эти колебания обуславливаются спиральными рукавами и неравномерным распределением темной материи в галактиках.

Об этом говорят, по крайней мере качественно, кривые распределения яркости и цвета вдоль главных осей галактик, представленные на рис. 1—6.

В самом деле, сравнение распределений яркости и цвета на этих рисунках показывает, что наблюдаемый подъем или отсутствие убывания яркости при удалении от центра наружу обычно сопровождается падением значений показателя цвета, и, наоборот, падение яркости сопровождается подъемом значений показателя цвета. При этом, однако, следует отметить, что не всегда наблюдается количественное согласие между изменениями яркости и показателя цвета, что является естественным следствием особенностей строения спиральных галактик и условий их наблюдений.

Дело в том, что спиральные галактики в отличие от эллиптических и линзовидных галактик, не обладают строгой симметрией формы и распределения в них структурных образований. В спиральных, наблюдаемых анфас, почти всегда наблюдается некоторая асимметрия в распределении как светлой, так и темной материи. В тех же случаях, когда они наблюдаются наклонно, почти всегда бросается в глаза разница в яркостях двух половин, разделенных большой осью галактики. Эта асимметрия обуславливается двумя факторами: имеющимся в спиральных слоем темной материи и наклонным положением галактики в отношении наблюдателя.

Поскольку темная материя в спиральных распределяется крайне неравномерно, то ее влияние на распределение яркости и цвета должно носить нерегулярный характер.

Наряду с этим, принимая во внимание существующие значительные флуктуации в распределении яркости, обусловленные спиральными рукавами и их ветвями и узлами, а также отсутствие строгой симметрии в их положении, нельзя всегда ожидать количественного согласия между колебаниями в распределении яркости и цвета, в особенности же в направлениях, перпендикулярных к большой оси наклонно наблюдаемой галактики. Поэтому в менее яркой половине наклонно наблюдаемой спирали могут встречаться области, имеющие большую яркость, также как и области, имеющие меньший показатель цвета, чем расположенные симметрично им области в яркой половине галактики. В таких случаях тонкие особенности строения галактики можно выявить только с помощью многоцветной детальной фотометрии, а при двухцветной фотометрии можно отметить в основном главные особенности строения галактик, что мы и сделаем далее.

5. *Главные особенности строения галактик.* а) NGC 4371. Это галактика раннего морфологического типа, которая имеет интересные структурные особенности. В ее центральной части по яркости выделяется небольшое эллиптическое образование с осями примерно $25''$ и $15''$. Большая ось этого образования направлена почти по α , отклонение ее от круга прямого восхождения не более 10° . На снимках, полученных с малыми экспозициями, в центре указанного эллиптического образования хорошо заметно довольно конденсированное ядро, почти сферической формы, с поперечником порядка $5''$.

Эта галактика имеет сравнительно неяркую, но широкую перемычку, расположенную почти перпендикулярно к большой оси центрального эллиптического образования. Продольная протяженность перемычки порядка $70''$, а поперечная — $40''$.

Галактика имеет и обширную слабую оболочку, вытянутую в направлении, перпендикулярном к перемычке.

Эти структурные образования на приведенной в конце статьи карте распределения яркости и цвета получились несколько размазанными из-за малого масштаба снимка и больших размеров употребленной при измерениях диафрагмы. Их тем не менее можно заметить на кривых распределения яркости и цвета вдоль главных осей галактики, приведенных на рис. 1.

Из этого рисунка видно, что раствор кривой распределения яркости вдоль большой оси галактики больше, чем у кривой распределения яркости вдоль малой оси галактики до расстояния $20''$ от центра галактики. Это обуславливается центральным эллиптическим образованием, вытянутым вдоль большой оси галактики.

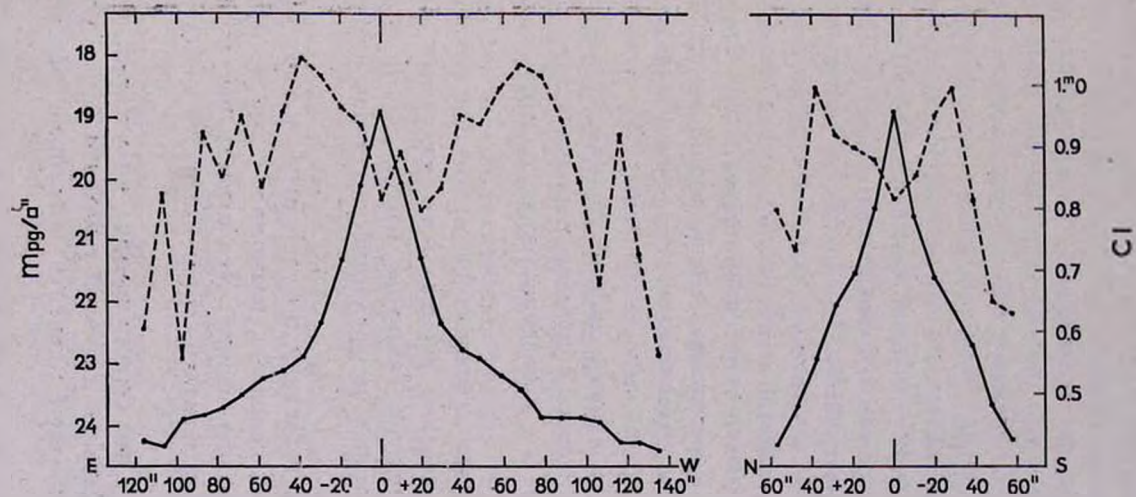


Рис. 1. NGC 4371. Распределения поверхностной яркости (сплошные линии) и показателей цвета (пунктирные линии) вдоль большой и малой осей галактики.

Дальше, до расстояния $40''$ от центра, наоборот, становится большим растров кривой распределения яркости вдоль малой оси, из-за присутствия перемычки, вытянутой вдоль малой оси галактики. Затем довольно быстро снова увеличивается растров кривой распределения яркости вдоль большой оси, обусловленный присутствием сильно вытянутой оболочки вдоль большой оси галактики.

Как из карты, так и из кривых распределения цвета вдоль осей галактики (рис. 1) видно, что ядро галактики менее красно, чем его непосредственное окружение, то есть упомянутое выше центральное эллипсоидальное образование. Последнее в свою очередь менее красно, чем его непосредственное окружение. Посинение в этой галактике начинается от $30 - 40''$ по малой оси и от $40 - 70''$ по большой оси.

Наиболее красными образованиями являются перемычка и часть оболочки, простирающейся с $10''$ до $50''$ от центра в восточной половине и с $40''$ до $90''$ в западной половине галактики. Следует отметить, что в этой галактике заметна небольшая асимметрия: оболочка ее в западной половине тянется примерно на $20''$ дальше, чем в восточной половине, и интересно, что примерно на столько же сдвинута от центра наиболее красная часть оболочки в западной половине. Таким образом, мы приходим к заключению, что в этой галактике при удалении от центра наружу сначала происходит покраснение, продолжающееся до расстояния в среднем порядка $1/3$ ее большой полуоси, после чего начинается посинение, происходящее с некоторыми колебаниями.

Такая же картина изменения цвета, которая, по-видимому, отражает относительное изменение парциального излучения красных гигантов при удалении от центра галактики наружу, была получена нами для других галактик ранних морфологических типов скопления Virgo [1].

6) NGC 4388. Эту галактику Вокулер отнес к типу SB: с sp, то есть считает ее поздней спиралью, возможно с перемычкой, в целом имеющей веретенообразную форму. Это отчасти пекулярная по структуре галактика, которую, пожалуй, трудно отнести к подтипу поздних спиралей.

Имеющаяся у нас серия снимков, полученных с разными экспозициями, и составленная для этой галактики карта распределения яркости и цвета позволяют отметить некоторые особенности ее строения.

На нормально экспонированных пластинках центральная — яркая часть галактики получается в виде пересеченного эллипса, сильно вытянутого в направлении, почти совпадающем с кругом прямого восхождения. Концы этого эллипса вдоль большой оси слабы, поэтому

на малоэкспонированных пластинках получается лишь его центральная часть, оставляющая впечатление спирали с небольшой перемычкой. Но реальность этой спирали нельзя считать достоверной, так как наблюдаемая картина может обуславливаться и присутствием темных туманностей, расположенных у ядра галактики с востока и запада.

Хотя наличие темной материи в центральной части галактики не вызывает сомнения, но распределения яркости и цвета как будто говорят в пользу первой возможности, то есть о реальности указанной выше спирали. На карте распределения яркости и цвета там, где предполагается присутствие темных туманностей, не заметно понижение яркости и повышение показателя цвета. Наоборот, в местах предполагаемых рукавов спирали заметно некоторое повышение яркости и понижение показателя цвета. Поэтому можно считать весьма вероятным присутствие в центральной части галактики спирали с перемычкой, которая, судя по нашим снимкам и распределению яркости в центре, не обладает заметно конденсированным ядром.

Протяженность яркой центральной части галактики по α порядка $60''$, а по δ $25''$. С обеих сторон этой яркой части галактики тянется по α почти аморфное, неоднородное образование, протяженность которого достигает $6'$.

Яркость и цвет в этой галактике меняется нерегулярно. Их распределения отличаются друг от друга значительно даже в соседних разрезах. Поэтому распределения яркости и цвета вдоль осей галактики, приведенные на рис. 2, составлены только по данным центральных разрезов.

На кривой распределения яркости вдоль малой оси хорошо заметен большой градиент яркости, начиная с расстояния $10''$ от центра, обусловленный переходом через границу центральной яркой части галактики. Примерно здесь же происходит резкое падение показателей цвета, свидетельствующее о значительном изменении состава звездного населения при этом переходе.

Кроме этого, из кривых распределения яркости цвета вдоль малой оси, так же как и из данных карты вообще, видно, что северная половина галактики несколько ярче южной, а последняя несколько краснее северной половины. Если это обусловлено наклоном галактики и присутствующим в ней слоем темной материи, то южная половина галактики должна быть расположена к нам ближе.

Асимметрия имеется и в отношении малой оси галактики: из рис. 2 видно, что кривые распределения яркости и цвета вдоль большой оси в западной половине тянутся на $40''$ дальше, чем в восточной

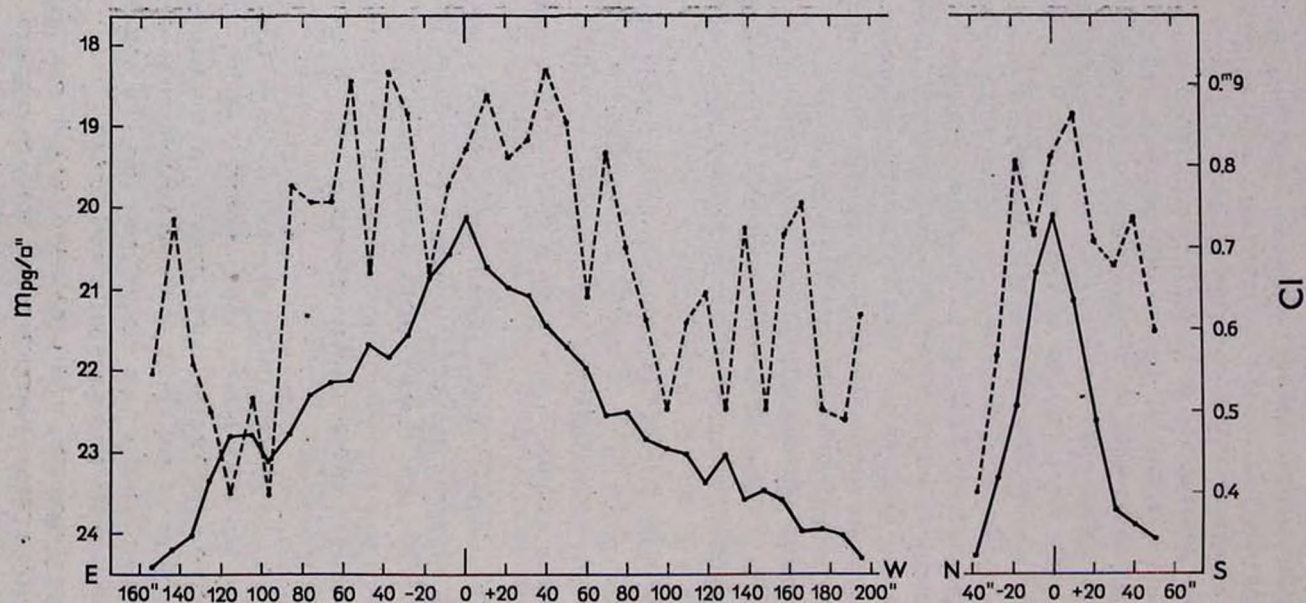


Рис. 2. NGC 4388. Распределения поверхностной яркости (сплошные линии) и показателей цвета (пунктирные линии) вдоль большой и малой осей галактики.

половине. Эту асимметрию, пожалуй, трудно объяснить условиями наблюдений, и она, по-видимому, реальна.

Яркость и показатель цвета вдоль большой оси галактики показывают значительные колебания. При этом показатели цвета вплоть до расстояния $80-90''$ от центра колеблются в пределах 0^m7 и 0^m9 , а дальше — в пределах 0^m4 и 0^m7 . Как будто в этом случае происходит заметное изменение звездного состава населения, начиная с расстояния $80''$ от центра галактики. Судя по показателям цвета, наружные части этой галактики не богаты голубыми и белыми звездами. Принимая во внимание этот факт, а также интегральный цвет и отмеченные выше особенности, трудно отнести эту галактику к подтипу поздних спиралей. Наиболее вероятным для нее, как нам кажется, был бы тип SBb.

в) NGC 4402. Общий вид этой галактики веретенообразный, вытянута она почти по кругу прямого восхождения. По нашим измерениям протяженность ее по α равна 4.2 , а по δ 1.3 .

В центральной части галактики наблюдается довольно сильная темная полоса, имеющая форму дуги, направленной выпуклостью к югу. Наблюдаемое положение темной полосы как будто свидетельствует о значительном отклонении слоя темной материи от экваториальной плоскости галактики.

Эта полоса темной материи сильно затрудняет определение морфологического типа галактики. Ее вообще считают спиральной, но без определенного подтипа.

Вокулер, исходя из ее структуры, считает возможным тип Sa или IO [5].

Принадлежность этой галактики к типу Sa или Sb нам кажется маловероятной по следующей причине. Для галактик указанных типов характерна исключительно высокая яркость в центральных частях. В центральной же части рассматриваемой галактики наблюдается очень низкая яркость. Для того, чтобы это объяснить влиянием темной материи, надо допустить, что ее там чрезвычайно много и распределена она очень специфично. Это нам кажется маловероятным, но если это тем не менее так, то показатели цвета в центральной части галактики должны быть необычно большими. На самом же деле из данных карты распределения яркости и цвета видно, что показатели цвета в центральной части даже несколько меньше, чем обычно наблюдаются в центральных частях нормальных галактик типов Sa и Sb. Большие показатели цвета — порядка единицы, у NGC 4402 наблюдаются непосредственно к северу от упомянутой выше темной полосы, как раз там, где поверхностная яркость сравнительно высока.

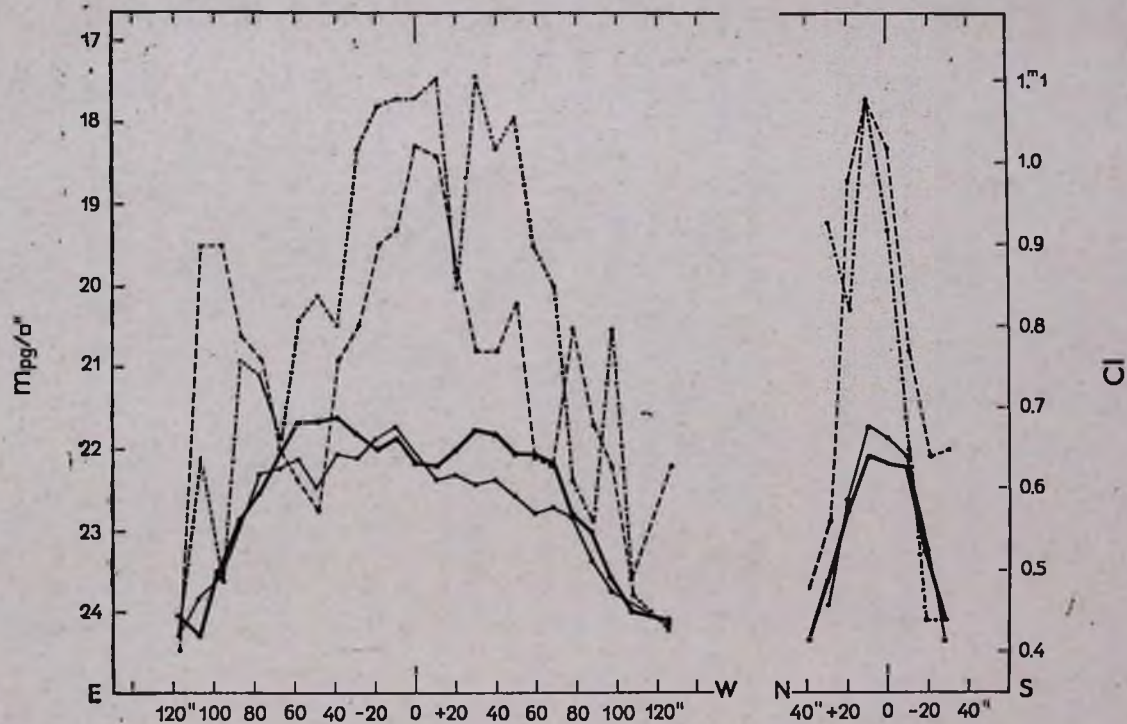


Рис 3. NGC 4402. Распределения поверхностной яркости (сплошные линии) и показателей цвета (пунктирные линии) в двух центральных разрезах вдоль α и δ (справа).

К этому следует добавить, что для центральной части этой галактики, согласно [5], $U - B = 0^m16$ — величина довольно малая для центральных частей галактик типов Sa и Sb даже при отсутствии заметного внутреннего поглощения.

Из приведенной карты видно, что яркость и цвет в этой галактике вообще распределены крайне нерегулярно, настолько, что даже трудно сколько-нибудь надежно определить положение ее осей. Для иллюстрации сказанного на рис. 3 приведены распределения яркости и цвета по данным двух центральных разрезов как вдоль α , так и вдоль δ . Все это говорит против принадлежности NGC 4402 к подтипам ранних спиралей, возможность же позднего подтипа исключается вследствие ее общей структуры и отсутствия звездных ассоциаций, хотя бы на периферии.

Поэтому нам представляется более вероятным принадлежность NGC 4402 к иррегулярным галактикам типа M 82.

г) NGC 4438. Известная пекулярная галактика типа S0 ap, составляющая двойную систему с линзовидной галактикой NGC 4435, расположенной к северо-западу от нее на расстоянии 4.3.

Она сильно вытянута в направлении, отклоняющемся от круга склонения примерно на 23° .

В этой галактике, в особенности в центральной части ($100'' \times 50''$), имеется много темной материи, сильно искажающей ее структуру. Тем не менее в центральной части заметны признаки возможно ранней стадии спиральной структуры и, как будто, перемычки. В пользу этого говорит и характер распределения яркости и цвета в этой галактике, что будет рассмотрено далее.

Из приведенных на рис. 5 кривых видно, что распределения яркости и цвета почти симметричны в отношении осей до расстояния $100''$ от центра вдоль большой оси и $50''$ вдоль малой оси. Далее указанных границ наблюдается большая асимметрия в распределении яркости по обеим осям, которая обуславливается наблюдаемой у этой галактики своеобразной оболочкой, занимающей крайне эксцентричное положение в галактике. Фактически яркая центральная часть галактики располагается на юго-восточном краю этого обширного образования, распространяющегося к северо-западу вплоть до периферии NGC 4435. Происхождение этого необычного образования, из-за которого галактика отнесена к числу пекулярных, по всей вероятности, непосредственно связано с формированием пары NGC 4435 — 38, которую Б. А. Воронцов-Вельяминов включил в свой каталог взаимодействующих галактик [9] как пару галактик, имеющих общую оболочку.

Из данных карты распределения яркости и цвета и из кривых, представленных на рис. 4, видно, что показатели цвета в центральной части рассматриваемой галактики довольно большие — порядка наблюдаемых у исследованных нами линзовидных галактик скопления Virgo [1]. Но следует принять во внимание, что наблюдаемые показатели цвета у NGC 4438 должны быть несколько завышены присутствующими здесь заметными скоплениями темной материи.

При удалении от центра галактики наружу показатели цвета, вместе с яркостью, убывают, то есть происходит посинение с некоторыми, однако, колебаниями, характерными для спиральных галактик.

За пределами яркой центральной части галактики почти во всей области, занимаемой протяженной оболочкой, показатели цвета в большинстве своем находятся в пределах 0^m4 и 0^m6 . Правда, встречаются и большие показатели цвета, но их мало и, судя по всему, они в основном обусловлены влиянием темных облаков, которыми довольно богата оболочка. Наиболее массивные из них хорошо заметны на прямых фотографиях, полученных в синих лучах. Например, весьма интересная цепочка таких облаков тянется от юга к северу у западной границы центральной яркой части галактики.

Малые показатели цвета и наличие темных облаков в оболочке роднят ее по природе населения с периферийными областями поздних спиралей. Это позволяет высказать предположение о возможной молодости оболочки как образования. В пользу этого говорит и сам факт существования оболочки. Ибо столь протяженное петлевидное образование*, расположенное крайне эксцентрично в отношении, судя по яркости, малоомощного центра галактики, не может быть устойчивым, в особенности же по соседству с другой галактикой — NGC 4435.

Вопрос о том, какую роль в этом отношении играет NGC 4435 может служить предметом специального исследования, но нам кажется, что она скорее всего должна ускорить разрушение и диссипацию рассматриваемой оболочки.

Хотя нельзя исключить возможность возникновения этой оболочки путем выброса вещества из ядра давно оформившейся галактики, согласно концепции В. А. Амбарцумяна [10], но нам представляется более вероятным возможность ее образования в период формирования пары галактик.

* Протяженность оболочки порядка $10'$, что в линейной мере, при расстоянии 15 мпс для скопления Virgo, соответствует 45 000 пс.

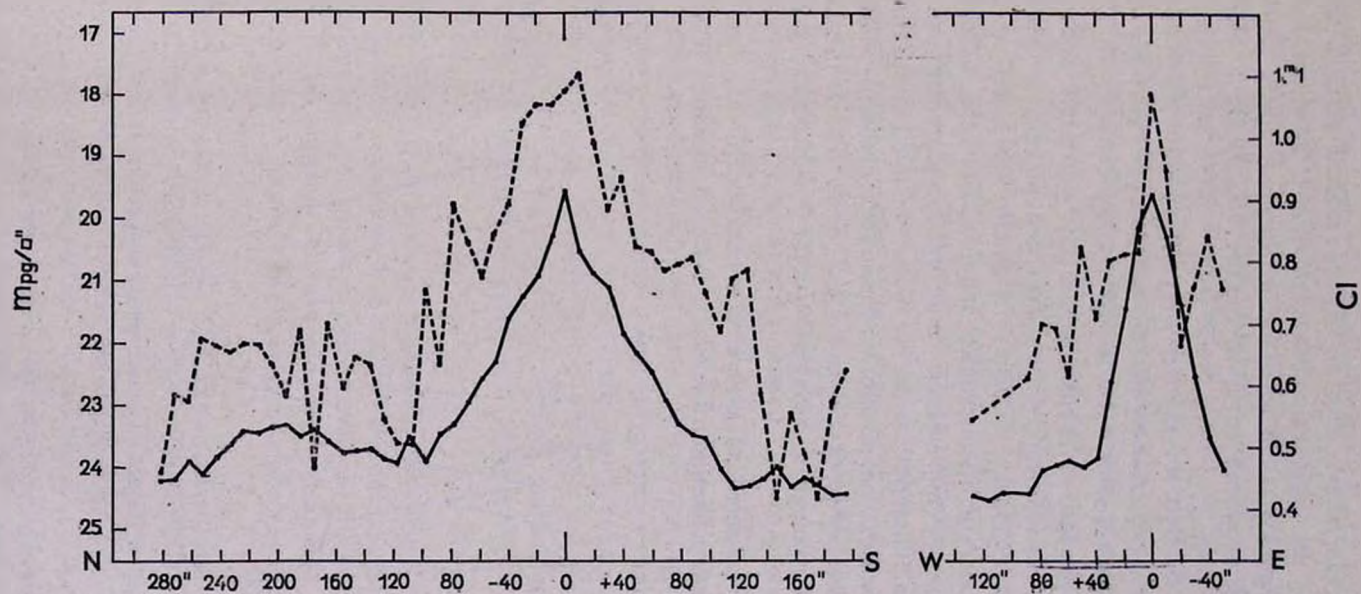


Рис. 4. NGC 4438. Распределения поверхностной яркости (сплошные линии) и показателей цвета (пунктирные линии) вдоль большой и малой осей галактики.

В этом случае наш вывод об относительной молодости оболочки распространится на пару галактик, что будет дополнительным доводом в пользу относительной молодости цепочки ярких галактик скопления Virgo [11], в состав которой входят NGC 4335 и 4438.

д) NGC 4440. Это маленькая и сравнительно неяркая галактика, расположенная в центральной части скопления Virgo, но, по всей вероятности, не являющаяся членом этого скопления.

Общая структура галактики видна без заметных искажений. Она имеет отчетливо выделяющуюся тонкую перемычку, в середине которой наблюдается довольно большое и яркое сферическое ядро. Протяженность перемычки превосходит поперечник ядра лишь в полтора раза. С двух концов перемычки тянутся полукругом еле заметные аморфные рукава. Поверхностная яркость за пределами перемычки и ядра довольно низкая, возможно, что имеется немного темной материи в промежутках между рукавами и перемычкой. Таким образом, можно сказать, что эта галактика обладает всеми признаками, характерными для типа SBa.

Перемычка принята за малую ось галактики, так как в перпендикулярном ей направлении галактика тянется немного больше.

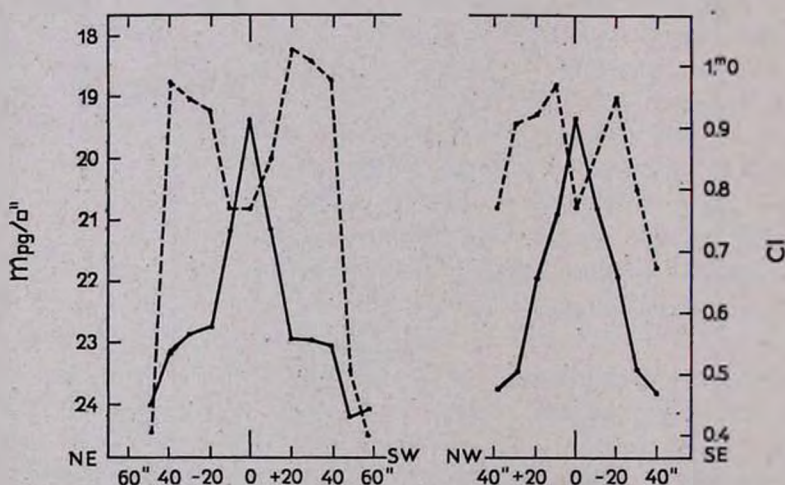


Рис. 5. NGC 4440. Распределения поверхностной яркости (сплошные линии) и показателей цвета (пунктирные линии) вдоль большой и малой осей галактики.

Из карты распределения яркости и цвета видно, что вдоль малой оси на протяжении 50'' яркость почти на одну величину больше, чем в соседних площадках. Этим фактически определяется протяжен-

ность перемишки, хорошо заметной и на кривых распределения яркости вдоль осей, приведенных на рис. 5.

Раствор кривой распределения яркости вдоль малой оси, вплоть до расстояния $25''$ от центра, больше, чем у кривой распределения яркости вдоль большой оси. Помимо этого, у последней хорошо заметен исключительно большой градиент яркости около центра галактики, обусловленный сравнительно резкими границами яркого ядра.

Цвет этой галактики довольно красный, только на периферии у нее встречаются отдельные площадки с низкими показателями цвета. Это говорит о том, что основное излучение ее обуславливается красными гигантами, может быть за исключением ядра, которое, как видно из карты и из кривых, приведенных на рис. 5, заметно менее красно, чем перемишка и остальные части галактики.

Обычно в спиральных галактиках самыми красными образованиями являются ядра. Исключения составляют редкие спирали, имеющие голубое или относительно голубое ядро, обладающее обычно аномальными физическими характеристиками [12].

В рассматриваемом случае, однако, расхождение в показателях цвета ядра и окружающих областей не такое большое и нет других признаков, свидетельствующих о каких-либо других необычных свойствах ядра рассматриваемой галактики. Хотя нельзя отрицать возможность наличия в этом большом ядре небольшого голубого ядрышка, но нам представляется более вероятным присутствие в ядре, наряду с красными гигантами, значительного количества желтых звезд, а может быть небольшого количества и белых, снижающих значения показателя цвета ядра, обусловленного, в основном, излучением красных гигантов.

е) NGC 4501. Это яркая и большая галактика, которая по классификации Хаббла отнесена к типу Sb; но она, во-первых, не обладает такой выдающейся по яркости центральной частью, как галактики M 31 и 81, являющиеся типичными для спиралей подтипа Sb, а, во-вторых, рукава ее заметно разветвлены, что характерно для поздних спиралей.

NGC 4501 по своей общей структуре довольно похожа на хорошо известные галактики NGC 5005 и 7331, которые по классификации Хаббла также отнесены к подтипу Sb. В сущности все эти три галактики — NGC 4501, 5005 и 7331 по структуре занимают промежуточное положение между типичными спиралями подтипов Sb (M 31 и 81) и Sc (M 33 и 101), поэтому их следует отнести к подтипу Sbc.

Так поступил Вокулер в отношении NGC 5005 и 7331 при пересмотре классов ярких галактик [7], но почему-то в отношении

NGC 4501 проявил сомнение и не решил окончательно, к которому из двух типов: SA(rs)b или SA(rs)bc следует отнести эту галактику.

NGC 4501 наблюдается наклонно, по нашим данным отношение ее главных осей равно $1/2$. По этой причине заметно затрудняется обстоятельное изучение природы распределения в ней яркости и цвета.

Распределения яркости и цвета этой галактики вдоль ее главных осей представлены на рис. 6. Они выведены путем усреднения данных центральных и смежных с ними разрезов карты распределения яркости и цвета.

Как видно из рис. 6, при удалении от центра галактики наружу заметно убывает как яркость, так и показатель цвета, но это происходит далеко не монотонно, а с колебаниями, в особенности в случае показателя цвета.

Заслуживает внимания то обстоятельство, что имеется хорошее согласие между колебаниями показателя цвета и отклонениями яркости от плавного и регулярного хода убывания в том смысле, что заметное повышение или неубывание яркости при удалении от центра галактики, влечет за собой падение значения показателя цвета и, наоборот, при падении яркости наблюдается повышение значения показателя цвета. Поэтому вышеупомянутые колебания яркости и цвета с достаточным основанием можно объяснить влиянием спиральных рукавов и неравномерной структурой распределения темной материи в галактике.

Распределение яркости и цвета вдоль большой оси галактики в первом приближении можно считать симметричным в отношении центра галактики. Имеющиеся небольшие расхождения между двумя половинами кривых распределения яркости и цвета свидетельствуют о наличии лишь небольшой реальной асимметрии в распределении светлой и темной материи вдоль главной оси галактики.

Этого, однако, нельзя сказать относительно распределения яркости и цвета вдоль малой оси галактики. Здесь наблюдается явная асимметрия: северо-восточная (NE) половина вплоть до расстояния $60''$ от центра галактики слабее и краснее юго-западной (SW), но дальше этого расстояния, наоборот, ярче NE половина, которая к тому же тянется на $20''$ дальше, чем SW половина. Но эта картина не является характерной для всех разрезов, проведенных перпендикулярно к большой оси галактики. Начиная с расстояния $50''$ от центра галактики, в таких разрезах частью преобладают суммарные яркости NE половин. Поэтому, как видно из данных табл. 2, где приведены интегральные яркости и показатели цвета разрезов, проведенных параллельно большой оси, хотя и не намного, но почти систематически пре-

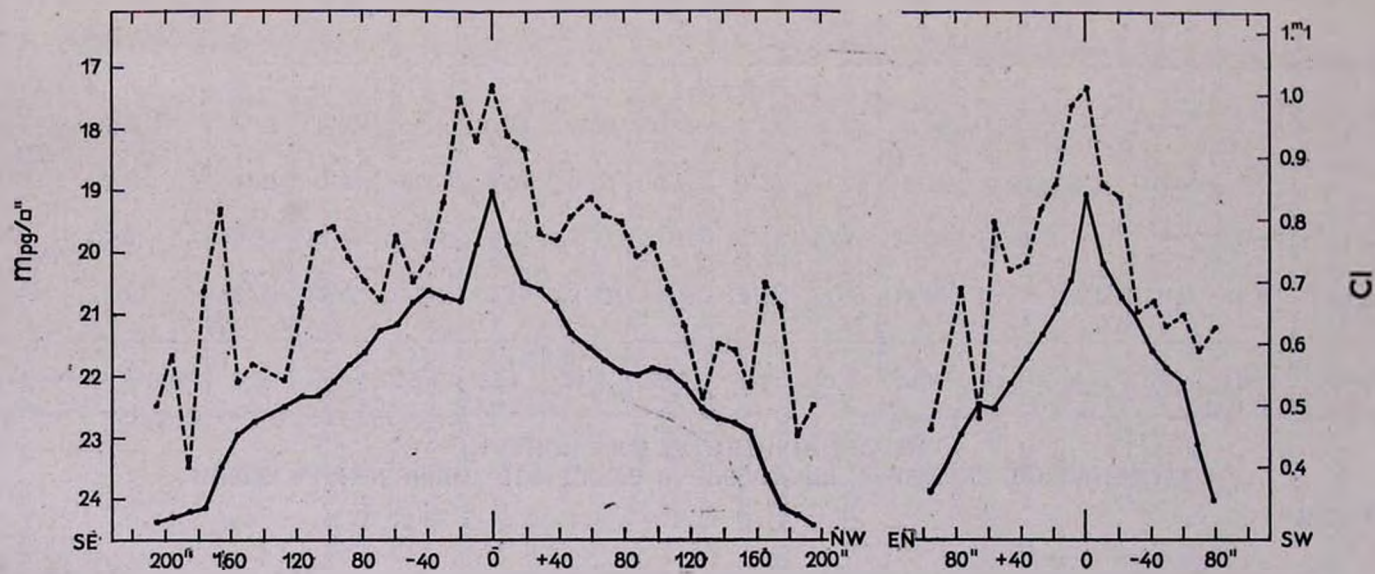


Рис. 6. NGC 4501. Распределения поверхностной яркости (сплошные линии) и показателей цвета (пунктирные линии) вдоль большой и малой осей галактики,

Таблица 2

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ЯРКОСТИ И ЦВЕТА РАЗРЕЗОВ, ПРОВЕДЕННЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНО
ГЛАВНОЙ ОСИ ГАЛАКТИКИ NGC 4501

Расстояние от центра		0°0	9°7	19°4	29°1	38°8	48°5	58°2	67°9	77°6	87°3	97°0	106°7	116°4	Суммарн.
m_{pg}	NE	12.35	12.69	12.88	13.16	13.52	13.71	14.17	14.39	14.81	15.29	16.11	16.77	16.47	10.98
	SW	12.35	12.62	12.88	13.25	13.57	13.76	14.24	15.34	16.73	17.17	—	—	—	11.09
CI	NE	0.87	0.80	0.75	0.73	0.70	0.62	0.70	0.55	0.58	0.58	0.44	0.40		
	SW	0.87	0.81	0.79	0.72	0.70	0.69	0.66	0.75	0.60	0.4	—	—		

обладают яркости разрезов, расположенных в NE половине галактики. В целом SW половина галактики на 0^m11 слабее и немного краснее NE половины.

Как видно, картина распределения яркости и цвета в этой галактике очень осложнена ее значительным наклоном и присутствующими в ней скоплениями темной материи. Тем не менее полученные результаты как будто позволяют заключить, что ее SW половина расположена к нам ближе.

Из кривой распределения показателей цвета вдоль большой оси галактики видно, что в центральной части галактики до расстояния $20''$ от центра показатели цвета больше 0^m9^* . Здесь, судя по всему, излучение, в основном, обуславливают красные гиганты. Далее по обеим сторонам ядра происходит резкое падение показателей цвета, достигающих значения 0^m7 на расстоянии $30-40''$ от центра, что вызвано наложением здесь спиральных рукавов на общий фон галактики, обусловленный, в основном, населением диска и частично населением II типа. После этого показатели цвета снова поднимаются до значения 0^m8 , а затем, убывая с некоторыми колебаниями, доходят до значений $0.4-0^m5$ на периферии галактики. Любопытно, что вплоть до расстояния $100''$ от центра галактики, составляющего половину большой полуоси, показатели цвета остаются довольно большими — не менее 0^m7 . Такое медленное убывание показателя цвета при удалении от центра характерно для галактик сравнительно ранних морфологических типов. Здесь это, по-видимому, вызвано отчасти влиянием темной материи, которой очень богата эта галактика, и отчасти относительной бедностью населения диска белыми звездами, излучение которых становится значительным лишь на самой периферии галактики. При справедливости этого вывода следует полагать, что NGC 4501 приобрела спиральную структуру относительно недавно, в противном случае население ее диска было бы обогащено белыми звездами за счет диссипации спиральных рукавов и их ветвей.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

* Подъем показателя цвета и падения яркости на расстоянии $20''$ от ядра галактики в юго-восточном направлении вызваны присутствующей здесь значительной темной туманностью, хорошо заметной на снимках.

КАРТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ И ЦВЕТА НДС 4371

[illegible]

КАРТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ И ЦВЕТА МОС. 4700

[illegible]

КАРТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ И ЦВЕТА NGC 4402

[illegible]

КАРТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ И ЦВЕТА NGC 4438

КАРТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ И ЦВЕТА NGC 4440

x'' y''	87.3	77.6	67.9	58.2	48.5	38.8	29.1	19.4	-9.7	0	+9.7	19.4	29.1	38.8	48.5	58.2	67.9	77.6	87.3
116.4													*						
106.7																			
97.0																			
87.3	*																		
77.6																			
67.9																			
58.2										24.23 0.60	24.25 0.65	24.33 0.79							
48.5						24.03 0.45				23.91 0.64						24.25 0.50			
38.8							24.03 0.93	23.77 0.80		23.78 0.77	23.78 0.41	23.91 0.4			23.98 0.50		24.18 0.4		
29.1						24.37 0.40	23.75 0.48	23.55 1.09	23.36 0.84	23.34 0.48	23.47 0.91	23.51 0.93	23.55 0.80	24.33 0.96	24.07 0.4				24.13 0.4
19.4						23.43 0.65	23.18 0.94	23.28 0.95	22.54 0.89	21.94 0.92	22.48 1.13	22.78 0.89	23.43 1.07	23.83 0.76		24.39 0.4			24.03 0.4
+9.7						24.25 0.63	23.21 0.97	22.86 0.78	22.87 1.01	22.01 0.83	20.92 0.97	21.74 0.97	22.86 0.82	22.59 0.83					
0						23.98 0.4	23.13 0.98	22.85 0.95	22.71 0.93	21.20 0.77	19.32 0.77	21.15 0.85	22.94 1.03	22.95 1.01	23.05 0.98	24.23 0.50	24.10 0.4		
-9.7			24.18 0.65			23.93 0.4	23.29 0.95	22.75 0.98	22.79 0.93	21.80 0.90	20.82 0.87	21.95 1.00	22.91 0.98	22.76 0.98	23.13 1.08				
19.4						24.07 0.74	23.16 0.92	22.65 0.78	22.87 0.94	21.91 0.95	22.73 0.95	22.98 0.75	22.95 0.75	23.39 0.70	24.31 0.60				
29.1							24.39 0.95	23.77 0.95	23.26 0.83	23.45 0.80	23.48 0.48	23.37 0.94	23.23 0.75	23.78 0.73		24.29 0.4			
38.8								24.01 0.4	24.18 0.51	23.83 0.67	23.57 0.60	24.23 0.95	24.18 0.68						
48.5									24.37 0.71		23.78 0.4	23.78 0.59							
58.2																			
67.9							24.19 0.4												
77.6									24.31 0.53										



A DETAILED PHOTOMETRY AND COLORIMETRY OF SIX SPIRAL GALAXIES IN THE FIELD OF VIRGO CLUSTER

B. E. MARKARIAN, E. Y. HOVHANNISIAN, S. N. ARAKELIAN

The results of a detailed two color photometry investigation of spiral galaxies NGC 4371, 4388, 4402, 4438, 4440 and 4501 in the field of the Virgo cluster are presented. The investigation has been carried out by the method described in the previous paper [1].

This paper is a continuation of the quoted one. All-over measurements (in blue and yellow colors) of the images of the galaxies have permitted to compile detail charts of brightness and color distribution presented at the end of the paper. Every pair of numbers of these charts reveals the photographic magnitude per square of arc and the color index (in the international system) of a square area (9.7×9.7), the rectangular coordinates of which respective the galaxy centre are given at the upper and the left sides of the chart.

On the base of these charts the integral brightnesses and colors of the galaxies (Table 1) and the distributions of the brightnesses and colors along the main axes of the galaxies (Fig. 1—6) have been obtained.

The obtained results have allowed to note (chapter 5) the main structural features of the considered galaxies. Among the investigated galaxies NGC 4402 and NGC 4438 are of particular interest. Some argument permit to suggest that NGC 4402 is perhaps an irregular galaxy of M 82 type and that NGC 4438 is a relatively young object.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Б. Е. Маркарян, Э. Я. Оганесян, С. Н. Аракелян, *Астрофизика*, 1, 33, 1965.
2. J. Stebbins, A. E. Whitford, *Ap. J.*, 115, 284, 1952.
3. E. Pettit, *Ap. J.*, 120, 413, 1954.
4. E. Holmberg, *Medd. Lund obs.*, ser. II, 136, 1958.
5. G. de Vaucouleurs, *Ap. J.*, Suppl. ser., 48, vol. 5, 223, 1961.
6. J. H. Bigay, R. Dumont, *Ann. d' Astrophys.*, 17, 78, 1954.
7. G. de Vaucouleurs, *Ap. J.*, Suppl. ser. 74, vol. VIII, 31, 1963.
8. H. L. Johnson, *Ap. J.*, 116, 640, 1952.
9. Б. А. Воронцов-Вельяминов, *Атлас и каталог взаимодействующих галактик*, М., 1959.
10. V. A. Ambartsumian, *Transactions IAU*, XIB, 145, 1962.
11. B. E. Markarian, *A. J.*, 66, 555, 1961.
12. Б. Е. Маркарян, *Сообщ. Бюр. обс.*, 34, 3, 1963.

КАРТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ И ЦВЕТА NGC 4501

[illegible]

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

МАРТ, 1966

ВЫПУСК 1

ОТНОШЕНИЕ ВИРИАЛЬНОЙ МАССЫ К СВЕТИМОСТИ И НЕСТАЦИОНАРНОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМ ГАЛАКТИК

И. Д. КАРАЧЕНЦЕВ

Поступила 28 декабря 1965

Определены вириальные отношения массы к светимости f для 87 пар, 11 тройных систем, 29 групп и 15 скоплений галактик. Сделан вывод о возрастании в среднем степени нестационарности систем с ростом их светимостей. Вычислено вириальное отношение массы к светимости для Метагалактики. Получено указание на общность явлений нестационарности систем галактик и расширения Метагалактики.

1. *Введение.* В литературе неоднократно обсуждался вопрос о несоответствии между оценками масс галактик, сделанными по внутренним движениям в них и полученными путем применения теоремы вириала к скоплениям, группам и парам галактик [1, 2]. У некоторых систем расхождение чрезвычайно велико и достигает полутора — двух порядков. Поскольку определение вириальной массы сопряжено с предположением о стационарности системы, то отказ от него кажется естественным объяснением существующего расхождения. обстоятельный анализ ситуации в некоторых системах [3 — 5] показывает, что другие объяснения аномально больших значений вириальных масс не обладают достаточной убедительностью. Однако, при вычислении вириальной массы конкретной системы приходится делать статистические предположения о факторах проекции, связывающих наблюдаемые величины с величинами, которые входят в теорему вириала. Поэтому в случае отдельной системы с малым числом членов всегда существует значительная неопределенность в выводе о ее нестационарности. Наглядным примером может служить детальное рассмотрение Лимбером и Мэтьюсом [6] ситуации в Квинтете Стефана.

Из сказанного выясняется необходимость применения теоремы вириала к возможно большему числу систем галактик для отыскания

средних численных характеристик их нестационарности. Имеющиеся оценки отношений вириальной массы к светимости f пестрят разнообразием принимаемых значений факторов проекции, величины постоянной Хаббла и других исходных параметров. Чтобы достичь необходимой однородности материала и иметь возможность сопоставлять вириальные отношения f у пар, групп и скоплений галактик, в настоящей работе искомые значения f для всех систем рассчитаны при единообразных предположениях.

Данные о лучевых скоростях галактик брались в основном из каталогов [7, 8]. Неисправленные лучевые скорости Пэйджа, которые содержатся в морфологическом каталоге Воронцова-Вельяминова [9], приводились к центру Галактики так же, как и в [7]. Оценки фотографических звездных величин Холмберга, Хьюмаса, Цвикки и других были взяты в порядке предпочтения, указанном в [9]. В некоторых случаях при отсутствии данных звездная величина галактик оценивалась по эмпирической зависимости „звездная величина — логарифм углового диаметра“, построенной для карт Паломарского атласа. Учет галактического поглощения осуществлялся по формуле $\Delta m = 0^m.24 \cos \epsilon \sec b$; в низких галактических широтах поглощение учитывалось по карте Шарова [10]. Вычисления светимостей систем галактик велись при значении параметра Хаббла $h = 75 \text{ км сек}^{-1} \text{ мпс}^{-1}$ и абсолютной фотографической величине Солнца $M_{\odot} = +5^m.37$. Проекции угловых расстояний между членами в системах галактик были измерены на картах Паломарского атласа.

2. *Определение вириальных масс.* Если система находится в стационарном состоянии, то кинетическая энергия ее T связана с потенциальной энергией U соотношением

$$2T + U = 0. \quad (1)$$

Для системы гравитирующих частиц это выражение может быть записано в виде

$$\sum_{i=1}^N m_i \Delta v_i^2 = \sum_{\text{по всем парам}} \gamma \frac{m_i m_j}{r_{ij}}, \quad (2)$$

где N — число частиц в системе с массами m_i, m_j , пекулярными скоростями относительно центра тяжести Δv_i и взаимными расстояниями r_{ij} , а γ — постоянная тяготения. В системе с большим числом частиц трудно учитывать индивидуальные различия масс, поэтому обычно полагают, что все частицы имеют одинаковые массы. При этом пред-

положении суммарная масса пары галактик, находящаяся из теоремы вириала, может быть записана как

$$\mathfrak{M} = \gamma^{-1} p \rho_{12} \Delta v_r^2, \quad (3)$$

где ρ_{12} — расстояние между компонентами пары в проекции на картинную плоскость, Δv_r — разность лучевых скоростей, а p — фактор проекции, зависящий от характера движений в паре. Для круговых движений Пэйдж [11] получил $p = \frac{32}{3\pi}$, для радиальных — p равно $\frac{16}{\pi}$, а

при случайном характере движений — $\frac{12}{\pi}$ [12]. Заметим, что использованное предположение о равенстве масс у галактик в паре несколько занижает определяемую вириальную массу пары. Если считать, что массы галактик пропорциональны их светимостям, то при средней разности звездных величин у компонентов приводимых ниже пар $\Delta m = 0^m.87$ вириальная масса получается на 17% больше, чем вычисленная по формуле (3).

Для групп галактик при случайном характере движений в них и условии сферической симметрии фактор проекции был вычислен Лимбером и Мэтьюсом [6]. В предположении равенства масс членов группы суммарную вириальную массу группы можно выразить в виде

$$\mathfrak{M} = \gamma^{-1} 3\pi \frac{N}{N-1} \bar{\rho} < \Delta v_r^2 >, \quad (4)$$

где N — число членов группы, $\bar{\rho}$ — среднее гармоническое расстояние между членами группы в проекции на картинную плоскость, а $< \Delta v_r^2 >$ — среднее значение квадрата дисперсии лучевых скоростей.

В случае скоплений галактик удобно пользоваться выражением потенциальной энергии через подсчеты галактик в параллельных полосах одинаковой ширины; тогда при тех же предположениях случайного характера движений, равенства масс членов и сферической симметрии полная масса скопления равна

$$\mathfrak{M} = \gamma^{-1} \frac{3 \Delta y < \Delta v_r^2 >}{\sum_{i=1} \varphi_i^2(y)}, \quad (5)$$

где Δy — ширина полосы подсчетов, а $\varphi_i(y)$ — доля галактик в i -той полосе.

Определяя по формулам (3) — (5) вириальные массы систем галактик и деля их на соответствующие интегральные светимости этих

систем, можно получить средние отношения вириальной массы к светимости f для галактик, входящих в системы, и сопоставить их с индивидуальными оценками f по внутренним движениям звезд и эмиссионных областей в галактиках.

3. *Оценки f для отдельных галактик.* Большинство определений отношения массы к светимости для отдельных галактик сделаны в последние годы Бэрбиджами и их сотрудниками. Сводка оценок f для 42 галактик приведена в табл. 1. В первом столбце приведены номера галактик по каталогу NGC, во втором — оценки отношения массы к светимости в единицах солнечного, далее указаны типы галактик по классификации Хаббла и соответствующие ссылки на работы, в которых вычислены f .

В некоторых случаях, когда с уверенностью можно было судить, что данная галактика принадлежит к группе или скоплению с известными лучевыми скоростями, оценки f были пересчитаны к расстояниям соответствующих систем.

Таблица 1

ОТДЕЛЬНЫЕ ГАЛАКТИКИ

NGC	$f/f_{\odot}$	Тип	Литер.	NGC	$f/f_{\odot}$	Тип	Литер.
55	~ 6	Irr	[13]	3623	15	Sa-b	[13]
157	1.9	Sc	[13]	3646	~ 3.4	Sc	[13]
221	13.5	E	[14]	4111	8.3	E	[22]
224	16	Sb	[13]	4258	~ 7.8	Sb	[25]
253	≈ 9	Sc	[15]	4406	32	E	[26]
300	9	Sc	[16]	4472	18	E	[26]
598	11	Sc	[13]	4486	18	E	[22]
681	3.6	Sa	[17]	4631	5.6	Irr	[27]
1068	1.9	Sb	[18]	4736	0.5	Sb	[28]
1084	0.8	Sc	[19]	4826	4	Sb	[29]
1792	~ 1	Sc	[20]	5005	6.3	Sb	[13]
2146	3	Sc	[13]	5055	2.8	Sb	[13]
2782	7.6	Sa	[21]	5128	6.1	E	[30]
2903	≈ 4.2	Sb	[13]	5248	3	Sc	[13]
3031	20	Sb	[13]	5457	13	Sc	[13]
3034	7.4	Irr	[13]	6503	0.5	Sc	[13]
3115	19	E	[22]	7331	1.2	Sb	[31]
3379	9	E	[23]	7469	0.3	Sa	[32]
3504	≈ 1	SBb	[13]	7479	0.5	SBb	[33]
3521	$\triangleright 4$	Sb	[24]	LMC	4	Irr	[13]
3556	1.4	Sc	[13]	SMC	7	Irr	[34]

Как видно, определения f сделаны преимущественно для спиральных галактик. Это обусловлено тем, что у эллиптических галактик

вращение почти незаметно, и массу приходится вычислять из теоремы вириала по дисперсии скоростей звезд в центральных областях галактик. Найденные таким методом оценки f включены в табл. 1 с исправлением к принятым в статье значениям h и $M_{\odot}$.

Из таблицы видно, что для эллиптических галактик отношение массы к светимости в среднем больше, чем для спиральных. Для 8 эллиптических галактик $f_E = (15.5 \pm 1.7) f_{\odot}$, а для 34 спиралей — $f_S = (5.4 \pm 0.9) f_{\odot}$. Различия в f у подтипов спиралей мало заметны и не превышают дисперсии значений f . Если принять даваемую Сандэйджем [35] распространенность галактик разных хаббловских подтипов, то для единичного объема Метагалактики можно вычислить среднее значение $\bar{f} = (8.2 \pm 1.2) f_{\odot}$.

Обращает на себя внимание, что у 25 изолированных галактик среднее отношение массы к светимости составляет $6.1 f_{\odot}$, а у 17 галактик, входящих в группы и скопления, — $9.3 f_{\odot}$. Значительная часть этого эффекта обусловлена большей распространенностью эллиптических галактик в скоплениях и группах, чем в фоне между скоплениями. Однако в отдельности и для эллиптических галактик и для спиральных небольшое различие все же существует.

Рассмотрим теперь вириальные оценки f для пар, групп и скоплений галактик.

4. *Пары галактик.* При отборе пар галактик для вычисления вириальных масс возникает проблема, как отличать физические пары от оптических. Накладывание каких-либо ограничений на взаимные расстояния и разности лучевых скоростей компонентов всегда привносит нежелательную селекцию. Поэтому критерии того, что считать физической парой, обычно основываются на интуитивных вероятностных соображениях. В некоторых случаях указанием на физическую связь компонентов служит наличие между ними перемычек или других пекулярных образований. Приводимый в табл. 2 перечень пар галактик не содержит пар с расстояниями между членами более 200 клс, хотя такие пары несомненно существуют (М 31 и наша Галактика). В списке пар галактик Пэйджа [36] есть кратные системы типа трапеции, которые рассматриваются как несколько пар. В табл. 2 включены только изолированные пары. Для них вклад соседних галактик в потенциальную энергию пары составлял не более 30%. Критерий изолированности не выполнялся только в тех случаях, когда по лучевой скорости соседнюю галактику с уверенностью можно было отнести к переднему фону или когда между членами пары заметна перемычка. Для контроля возможного присутствия оптических пар предпринимался следу-

Таблица 2

ПАРЫ ГАЛАКТИК

NGC (α , δ)	$\frac{L}{L_{\odot}} \cdot 10^{-10}$	$f/f_{\odot}$	Тип	NGC (α , δ)	$\frac{L}{L_{\odot}} \cdot 10^{-10}$	$f/f_{\odot}$	Тип
1	2	3	4	1	2	3	4
274	2.2	3.8	E	3226	1.4	34	S
275			S	3227			E
382			E	3395		5.7	S
383			E	3396			S
(0106) ¹	11.5	36	E	3447	0.05	24	S
(-1536)			E	3447 A			S
545 ²			E	3454		6.0	S
547			E	3455			S
750	6.0	~0	E	(1055) ¹	13	500	E
751			E	(+5702)			E
871			S	3504		1.3	S
877			S	3512			S
1331	2.5	16	E	(1104) ¹	3.0	18	E
1332			E	(+1842)			E
1888			S	(1107)		6.8	S
1889			E	(+2432)			S
2276	7.4	66	S	3607	1.3	108	E
2300			E	3608			E
2562			S	3769		1.9	S
2563			E	Анон			S
2672	4.0	43	E	3786	3.0	70	S
2673			E	3788			S
2693			E	3799		0.9	S
2694			E	3800			S
2719	1.6	6.9	S	3990	1.2	92	E
Анон			S	3998			E
2831			E	4038		~0	S
2832			E	4039			S
2872	2.8	196	E	(1203) ²	6.1	6.4	E
2875			S	(+3121)			S
2985			S	4105		12	E
3027			S	4106			E
3031	0.95	232	S	(1213) ²	2.9	1.0	E
3034			S	(+2852)			S
(0943)			S	4294		175	S
(+0317)			S	4299			S
(0955) ²	2.1	18	E	4382	5.2	~0	E
(+2906)			E	4394			S
3065			E	4485		12	S
3066			S	4490			S
3166	2.9	10.3	S	3481*	2.1	81	E
3169			S	Анон			E

¹ — Пары в удаленных скоплениях галактик [7].

Таблица 2 (продолжение)

1	2	3	4	1	2	3	4
4527	4.3	109	S	5774	1.7	2.4	S
4536			S	5775			S
4567	1.7	5.3	S	5846	3.9	36	E
4568			S	<i>Анон</i>			E
4631	2.9	42	S	5857	5.6	1.5	S
4656			S	5859			S
4647	5.5	9.6	S	5898	4.6	91	E
4649			E	5903			E
4676 ^{a3}	4.4	3.6	E	(1520) ¹	8.0	25	E
4676 ^b			E	(+2754)			E
4754	2.8	523	E	5929	1.3	12	S
4762			S	5930			E
4782	7.8	50	E	5953	1.8	0.5	E
4783			E	5954			S
4809	0.46	1.8	S	5982	7.8	133	E
4810			S	5985			S
4819	5.9	58	S	6068	4.9	2.9	S
4821			E	<i>Анон</i>			S
4926	4.3	443	E	1181 ^{a3}	4.0	60	E
<i>Анон</i>			E	1181 ^b			E
5005	3.8	25	S	(1627) ⁴	2.9	11	E
5033			S	(+3942)			E
5194	4.6	2.8	S	(1718) ²	4.8	9.0	S
5195			E	(+4907)			E
5257	17	6.1	S	6658	7.9	19	E
5258			S	6661			E
5278	7.8	0.35	S	(1955)	3.5	26	E
5279			S	(+4017)			E
(1345)	4.2	133	S	6962	7.4	43	S
(+3407)			S	6964			E
5363	3.1	110	E	7236 ^s	4.1	~0	E
5364			S	7237			E
5426	5.0	3.8	S	7318 ^a	5.1	151	S
5527			S	7318 ^b			S
5473	3.1	0.4	E	7320	5.0	7.4	S
5485			E	7331			S
5480	3.4	59	S	7576	4.8	217	E
5481			E	7585			S
5506	1.1	227	S	7714	2.6	1.1	S
5507			E	7715			S
5544	1.6	~0	E	(2339)	5.0	114	S
5545			E	(-0354)			S
5574	1.7	3.0	E	7752	11.6	0.2	S
5576			E	7753			S
(1448) ¹	7.6	37	E				
(+2623)			E				

², ³, ⁵ — Лучевые скорости взяты, соответственно, из [38], [39] и [41].

⁴ — Галактики № 14 и № 17 в скоплении Минковского [40].

ющий подсчет. Если бы пары в табл. 2 были оптическими, то их компоненты с большими лучевыми скоростями отличались бы в среднем по звездной величине на $+0^m.18$ от компонентов с меньшими скоростями. Однако вычисленная разность величин составляет $-0^m.11$ с погрешностью $\pm 0^m.15$ из-за дисперсии Δm у компонентов. Этот результат показывает, что примесь оптических пар в действительности невелика.

Результаты определения суммарных светимостей и отношений массы к светимости для 87 пар галактик представлены в табл. 2. В первом столбце указаны номера галактик пар по каталогу NGC; в скобках даны координаты центров пар. Во втором столбце приведены суммарные светимости пар, а в третьем — вириальные отношения массы к светимости. Последний столбец дает типы галактик.

Отношения f вычислялись при факторе проекции, соответствующем случайному характеру движений в парах. Можно было определять среднюю величину f методом Пэйджа [36] по распределению ρ_{12} и Δv , у пар галактик. Но удобнее вычислять индивидуальные значения, чтобы потом группировать пары по представляющим интерес признакам.

Среднее отношение массы к светимости для совокупности пар равно $(62 \pm 8) f_{\odot}$, средняя светимость пары — $(4.2 \pm 0.4) \cdot 10^{10} L_{\odot}$. Пары галактик с E и S0 компонентами имеют $f_E = 72 f_{\odot}$, пары со спиральным населением (S и Irr) — $f_S = 43 f_{\odot}$, а смешанные — $f_{E+S} = 77 f_{\odot}$. Обращает на себя внимание отсутствие большого различия между значениями f_E и f_S , которое получилось у Пэйджа и Ван ден Берга [37]. Причина этого расхождения неясна. Возможно, что здесь играет роль эффект случайной выборки, так как для 18 приводимых в [37] пар f_E , f_{E+S} и f_S близки к значениям Ван ден Берга. Интересно отметить, что отношение вириальной массы к светимости пары в среднем зависит от ее местонахождения; 22 пары, входящие в скопления галактик, имеют $f = 97 f_{\odot}$, 17 пар в группах — $52 f_{\odot}$, а 48 пар между скоплениями и группами — $49 f_{\odot}$. Поскольку во всех трех случаях влияние соседних галактик по критерию изолированности невелико, то причина различия должна быть иная.

Распределение пар галактик по величинам отношений f и характер корреляции ρ_{12} с Δv , теоретически позволяют судить о преимущественных движениях в парах. К сожалению, дисперсия наблюдаемых величин настолько велика, что эти тонкие эффекты совершенно затупеваются.

5. *Тройные системы галактик.* Данные об одиннадцати тройных системах + галактик приведены в табл. 3. Среднее отношение вириаль-

ной массы к светимости у триплетов равно $(85 \pm 28)f_{\odot}$; средняя суммарная светимость — $(4.9 \pm 0.9) \cdot 10^{10} L_{\odot}$. Критерий изолированности был выбран таким же, как и для пар. В нескольких тройных системах две галактики значительно ярче третьей, и их можно рассматривать как пару галактик. В этом проявляется неизбежная неточность класси-

Таблица 3

ТРОЙНЫЕ СИСТЕМЫ ГАЛАКТИК

NGC (α , δ)	$\frac{L}{L_{\odot}} \cdot 10^{-10}$	$f/f_{\odot}$	Тип
3379—84—89	2.4	156	E
(1108+2902) ¹	7.4	20	E
3605—07—08	1.3	190	E
3623—27—28	3.9	22	S
3681—84—86	2.0	352	S
(1144—0334) ¹	5.4	82	S
3991—94—95	3.9	26	S
4270—73—81	4.1	88	E
4478—86—Апол	6.6	18	E
(1648+4535) ¹	5.7	1.0	E
7769—70—71	11.4	1.6	S

Обозначения те же, что и в табл. 2.

кации систем галактик. Заметим, что у пяти триплетов, расположенных в группах и скоплениях, среднее f немного больше, чем у шести остальных ($91 f_{\odot}$ и $81 f_{\odot}$).

6. *Группы галактик.* Отношение массы к светимости определялось только для тех групп, у членов которых известно не менее трех лучевых скоростей. Критерий изолированности был несколько усилен: требовалось, чтобы соседние с группой галактики вносили вклад в потенциальную энергию группы меньше 20% . С целью выяснения возможного влияния галактик фона была определена средняя разность звездных величин для галактик с наибольшей и наименьшей лучевой скоростью. По 29 приведенным в табл. 4 группам средняя разность равна $+0^m.07$, тогда как ожидаемое значение при проектировании галактик фона составляет $+0^m.61 \pm 0^m.20$. Отсюда можно заключить, что влияние эффекта фона незначительно.

¹ — Вычислено по данным [38].

ГРУППЫ ГАЛАКТИК

NGC	$\frac{L}{L_{\odot}} \cdot 10^{-10}$	$f/f_{\odot}$	Тип
68—69—71—72, <i>Анон</i>	10.2	190	E
125—127—128, <i>Анон</i>	11.3	410	E
375—79—80—82—83—84—85—86—88	16.2	188	E
584—596—636	8.6	50	E
736—50—51	14.0	412	E+S
1068—73—87	21.0	708	S
1441—49—51—53	6.5	116	E
2444 <i>a-c-d-e-f-g</i> ¹	2.1	32	E+S
2655—2715—2748	8.5	202	S
2805—14—20, 2458*	3.3	84	S
09 ^h 36 ^m —04 ^s 37' (<i>VV</i> —116) ¹	6.9	22	E+S
2976—3031—34—77	1.1	290	S
3151—58—59—61—63	24.8	236	E
3177—85—90—93	2.4	26	S
3338—46—51—68—77—79—84—89—3412	7.1	466	E+S
3395—96—3413—24—30, 2604*	4.2	12	S
3610—13—19—42	8.5	440	E
4245—74—78—83—4314	2.4	200	E+S
4260—61—70—73—81	8.6	290	E+S
4374—87—4406—35—38—58—61—73—77—79 ²	14	1500	E
4464—67—72—92 ²	9.3	162	E
4621—38—47—49—60 ²	9.8	187	E
5426—27—68—93	9.5	332	S
5473 ³	31	1534	E+S
5806—13—31—38—46 _a —46 _b —50	13.2	996	E
6166 <i>A-B-C</i> ¹	13	168	E
6927—28—30, <i>Анон</i>	6.2	144	E+S
6962—63—64, <i>Анон</i>	11.1	80	E+S
7317—18 _a —18 _b —19	9.3	132	E+S

Обозначения те же, что и в табл. 2. В последнем столбце указан преобладающий тип населения группы.

¹, ⁴ — Вычислено по данным, соответственно, [42] и [40].

² — Оценки f , сделанные в [5], вычислены с неверным значением фактора проекции и с ρ — средним, а не гармоническим средним. В данной таблице приведены исправленные значения.

³ — Чрезвычайно рассеянная группа, рассмотренная нами в [43].

Суммарная светимость группы определялась не только по галактикам с известными лучевыми скоростями, но и по тем, которые можно было причислить к данной группе на основании их яркости и положения.

Из данных табл. 4 следует, что среднее отношение вириальной массы к светимости у групп равно $(331 \pm 96) f_{\odot}$, а средняя суммарная светимость — $(10.5 \pm 1.2) \cdot 10^{10} L_{\odot}$. Группы с преобладающим эллиптическим населением ($E:S > 2$) имеют в среднем $f_E = 388 f_{\odot}$, группы со смешанным населением — $330 f_{\odot}$, а группы, где преобладают спирали ($S:E > 2$), — только $236 f_{\odot}$. Как и в случае пар, для групп галактик обнаруживается зависимость отношения массы к светимости от положения относительно системы более высокого порядка. У групп, находящихся в скоплениях, $\bar{f} = 443 f_{\odot}$, у прочих — $302 f_{\odot}$.

7. Скопления галактик. В литературе известны оценки отношения вириальной массы к светимости всего для 6 скоплений галактик. Нами вычислены f еще для 9 скоплений. Результаты представлены в табл. 5. В первом столбце даны названия скоплений или координаты

Таблица 5

СКОПЛЕНИЯ ГАЛАКТИК

α, δ	$L/L_{\odot}$	$f/f_{\odot}$	Тип	n	Литер.
01 ^h 20 ^m +33°00'	$4.2 \cdot 10^{11}$	258	E+S	3	[38]
0123—0138	$3.9 \cdot 10^{11}$	300	E	41	
0316+4120	$1.0 \cdot 10^{12}$	461	E	7	
0818+2114	$2.4 \cdot 10^{11}$	1156	E+S	5	
Ursa Majoris	$7.1 \cdot 10^{11}$	623	S	56	
1145+5559	$7.0 \cdot 10^{11}$	246	E+S	4	[37]
Canes Venatici	$1.5 \cdot 10^{11}$	300	S	17	
Virgo	$1.2 \cdot 10^{12}$	668	E+S	90	[5]
Virgo Southen	$3.2 \cdot 10^{11}$	344	S	12	[4]
1257+2814	$4.9 \cdot 10^{12}$	1020	E	50	
1520+2754	$5.3 \cdot 10^{12}$	1580	E	8	[44]
1603+1755	$1.8 \cdot 10^{12}$	556	S	15	
1627+3938	$2.0 \cdot 10^{12}$	755	E	22	[44]
2308+0720	$8.5 \cdot 10^{11}$	598	E	3	
2318+0755	$2.0 \cdot 10^{11}$	182	E+S	5	[44]
Сверхскопление					
Hercules	$1.5 \cdot 10^{13}$	1270	E+S	6	

их центров. Во втором и третьем — интегральные светимости и вириальные отношения массы к светимости. В четвертом столбце указан преобладающий тип населения. Индекс n означает число членов в скоплении с известными лучевыми скоростями. В последнем столбце содержится ссылка на литературу, в которой определялось f .

Интегральные светимости у далеких скоплений определялись по прокалиброванной зависимости между звездными величинами и угловыми диаметрами галактик на картах Паломарского атласа. Сравнение полученных таким способом интегральных светимостей Coma и Virgo с данными других авторов говорит о достаточно хорошем согласии оценок. Интервал звездных величин, в котором определены светимости членов скоплений, составлял в среднем $4^m \pm 1^m$ от ярчайшего члена скопления. Пример скопления Virgo [5] показывает, что изменение интервала подсчетов на 1^m увеличивает вириальную массу и интегральную светимость таким образом, что их отношение остается практически постоянным.

Ввиду сильной зависимости f от светимости скопления имело смысл при вычислении средних значений f разбить скопления на две группы. К первой относились скопления с $L < 10^{12} L_{\odot}$. У девяти таких скоплений $\bar{f} = (446 \pm 102) f_{\odot}$ и $\bar{L} = (4.3 \pm 0.8) \cdot 10^{11} L_{\odot}$. Для шести богатых скоплений $\bar{f} = (841 \pm 168) f_{\odot}$ и $\bar{L} = (2.7 \pm 0.8) \cdot 10^{12} L_{\odot}$. При классификации системы галактик как небольшого скопления или как богатой группы были привлечены соображения удобства расчета потенциальной энергии; в тех случаях, когда проще сделать подсчеты галактик в параллельных полосах, нежели измерять взаимные расстояния между галактиками, система (например Pegasus) классифицировалась как бедное скопление.

Подобно парам и группам галактик скопления показывают зависимость среднего отношения массы к светимости от типа населения. В скоплениях с преобладающим эллиптическим населением $f_E = 786 f_{\odot}$, со смешанным населением — $f_{E+S} = 502 f_{\odot}$, а со спиральным — $f_S = 456 f_{\odot}$.

* Пары, группы и скопления галактик обнаруживают любопытное постоянство среднего отношения f_E/f_S . Для пар $f_E/f_S = 1.68$, для групп — 1.65 и для скоплений — 1.72. Заметим, что значения f_E/f_S у пар по Пэйджу и Ван ден Бергу сильно отличаются от приведенных. Примечательно и другое совпадение. Среднее отношение f для индивидуальных галактик, входящих в группы и скопления, к f остальных равно 1.52, для пар это отношение — 1.53, а для групп, входящих и не входящих в скопления, — 1.48.

В табл. 5 включено одно сверхскопление галактик. Вириальная масса его вычислялась по дисперсии лучевых скоростей скоплений относительно средней для всей сверхсистемы. Было бы желательно измерить лучевые скорости и определить отношение f для других сверхскоплений.

8. *Отношение вириальной массы к светимости для Метагалактики.* Применение теоремы вириала к заведомо нестационарной системе носит формальный характер. В случае пар, групп и скоплений галактик мы заранее не знаем стационарны или нет эти системы. Сама операция применения теоремы вириала позволяет выяснить справедливость исходной предпосылки. Из очевидного равенства

$$2T/|U| = f_v/f_n, \quad (6)$$

где f_n — нормальное отношение массы к светимости у галактик системы (определенное по внутренним движениям в них), а f_v — вириальное отношение, на основании вычисленной правой части можно судить о степени нестационарности системы или величине кинетического избытка в ней. Помня такую возможность, определим вириальное отношение массы к светимости для Метагалактики.

Мысленно вырежем в макрооднородном эвклидовом пространстве сферу радиуса r_0 . Потенциальная энергия ее равна

$$U = -\frac{3}{5} \gamma \frac{\mathfrak{M}^2}{r_0}, \quad (7)$$

где $\mathfrak{M}$ — суммарная масса галактик, расположенных внутри сферы. При линейной зависимости между скоростью и расстоянием галактик $v = hr$ удвоенная кинетическая энергия галактик в том же объеме равна

$$2T = \mathfrak{M} \frac{\int_0^{r_0} v^2(r) r^2 dr}{\int_0^{r_0} r^2 dr} = \frac{3}{5} \mathfrak{M} h^2 r_0^2. \quad (8)$$

Подставляя (7), (8) в теорему вириала, для суммарной вириальной массы галактик получаем выражение

$$\mathfrak{M} = \gamma^{-1} h^2 r_0^3. \quad (9)$$

Обозначим светимость единицы объема Метагалактики через $n\bar{L}$, тогда отношение вириальной массы к светимости для Метагалактики записывается в виде

$$f_{\text{vir}} = 3h^2/4 \pi \gamma n\bar{L}. \quad (10)$$

Как и следовало ожидать, $f_{\text{мг}}$ не зависит от размеров вырезаемой сферы и является определенной динамической характеристикой Метагалактики. Воспользовавшись космологическим понятием критической плотности $\rho_k = 3h^2/8\pi\gamma$, (10) можно выразить как

$$f_{\text{мг}} = \frac{2\rho_k}{\rho} f_n, \quad (11)$$

где ρ — наблюдаемая плотность вещества в Метагалактике. Влиянием дисперсии лучевых скоростей относительно хаббловского закона и неоднородностью распределения галактик при достаточно больших объемах можно пренебречь (тем более, что эти эффекты входят в теорему вириала с разными знаками).

Для вычисления $f_{\text{мг}}$ требуется знать среднюю светимость единичного объема Метагалактики $\overline{nL}$. Однако из наблюдений эта величина непосредственно не определяется. Наблюдения позволяют вычислить следующие величины. Статистическая зависимость между звездными величинами и лучевыми скоростями галактик фона $m_{\text{ф}} = 5 \lg v - 4^{\text{м}}24$ [7] дает среднюю абсолютную величину галактик $\overline{M} = -19^{\text{м}}87$. Соответствующая ей светимость средней галактики $\tilde{L}$ равна $1.24 \cdot 10^{10} L_{\odot}$. Если принять, что у всех галактик $M = \overline{M}$, то подсчеты галактик до разных звездных величин или угловых диаметров позволяют определить число таких галактик в единице объема n_0 . Из подсчетов [45] получается $n_0 = 1.95 \cdot 10^{-2}$ галактик/мпс³. Отношение искомой величины $\overline{nL}$ к произведению находимых из наблюдений $n_0 \tilde{L}$ не сильно отличается от единицы. По определению n_0 и $\tilde{L}$, оно равно

$$F = \frac{\overline{nL}}{n_0 \tilde{L}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} 10^{-0.4M} \varphi(M) dM}{10^{0.2} \int_{-\infty}^{\infty} M \varphi(M) dM \cdot \int_{-\infty}^{\infty} 10^{-0.6M} \varphi(M) dM}, \quad (12)$$

где $\varphi(M)$ — функция светимости галактик.

Из-за неточностей подсчетов и возможной погрешности $\Delta m = \pm 0^{\text{м}}3$ ошибка в оценке произведения $n_0 \tilde{L}$ не превышает $\pm 25\%$. Большая неопределенность кроется в значении F . Чтобы определить F , нужно задаться какой-то функцией светимости галактик. Расчет, основывающийся на дисперсии точек относительно зависимости $m_{\text{ф}}(v)$ [7], дает $F = 0.604$. При $\varphi(M) = \text{const} \cdot 10^{s(M - M_{\text{max}})}$ в (12) получаются

расходящиеся интегралы. Если ограничиться интервалом в пять звездных величин от $M_{\max}$ то для $s=0.2$ (функция светимости Цвикки) $F=0.534$, для $s=0.78$ (начальный участок функции светимости Сома [46]) $F=1.17$, для $s=0.6$ (когда $\varphi(M)$ выглядит как подсчеты галактик в однородном фоне $N(m)$) $F=0.915$. Будем считать, что F заключено в пределах между единицей и 0.6, тогда значение $f_{\text{мг}}$ будет находиться в интервале $(1290 \div 2140) f_{\odot}$. По-видимому это реальная точность, с которой известны отношения $f_{\text{мг}}$ и $2T/|U|$ для Метагалактики.

9. *Обсуждение результатов. Выводы.* Рис. 1 воспроизводит средние значения светимостей и отношений вириальной массы к светимости (с соответствующими дисперсиями) для различных систем галактик. Двумя горизонтальными прямыми отмечена вероятная полоса значений f Метагалактики. Принято, что области диаметром более 100 мпс ($L \geq 1.1 \cdot 10^{14} L_{\odot}$) уже в достаточной степени однородны. Анализ рис. 1 позволяет сделать следующие заключения. Если бы все системы галактик были стационарны, то они располагались бы вдоль горизонтальной прямой, проходящей через среднее значение f отдельных галактик. В действительности существует монотонное увеличение отношения f с ростом светимости (или населенности) системы. Следовательно у всех систем галактик $2T/|U| > 1$, и степень нестационарности в среднем увеличивается со светимостью системы. Плавная кривая, которую можно провести через все усредненные значения f , непрерывно переходит в значение f для Метагалактики. В этом мы видим подтверждение мысли В. А. Амбарцумяна [47], что имеется некоторая связь между явлением нестационарности систем галактик и расширением Метагалактики. Обратившись к данным табл. 2—5, можно заметить, что ни одно индивидуальное значение f у пар, триплетов, групп и скоплений галактик не превышает среднего значения f Метагалактики; последнее является как бы потолком оценок f у систем галактик.

Представляет интерес выяснить, какой процент систем галактик удовлетворяет условию стационарности. Будем считать, что стационарные системы имеют $0 < f \leq 10 f_{\odot}$. Среди пар галактик в этом интервале значений f находится 38 систем. Статистический расчет показывает, что около 10 из них попали в интервал из-за соответствующей ориентации относительно луча зрения. Таким образом, стационарные пары составляют не более 32% от общего числа. У тройных систем галактик процент стационарных всего 18%, среди групп — < 3%, а среди скоплений галактик, по-видимому, вообще нет стационарных образований.

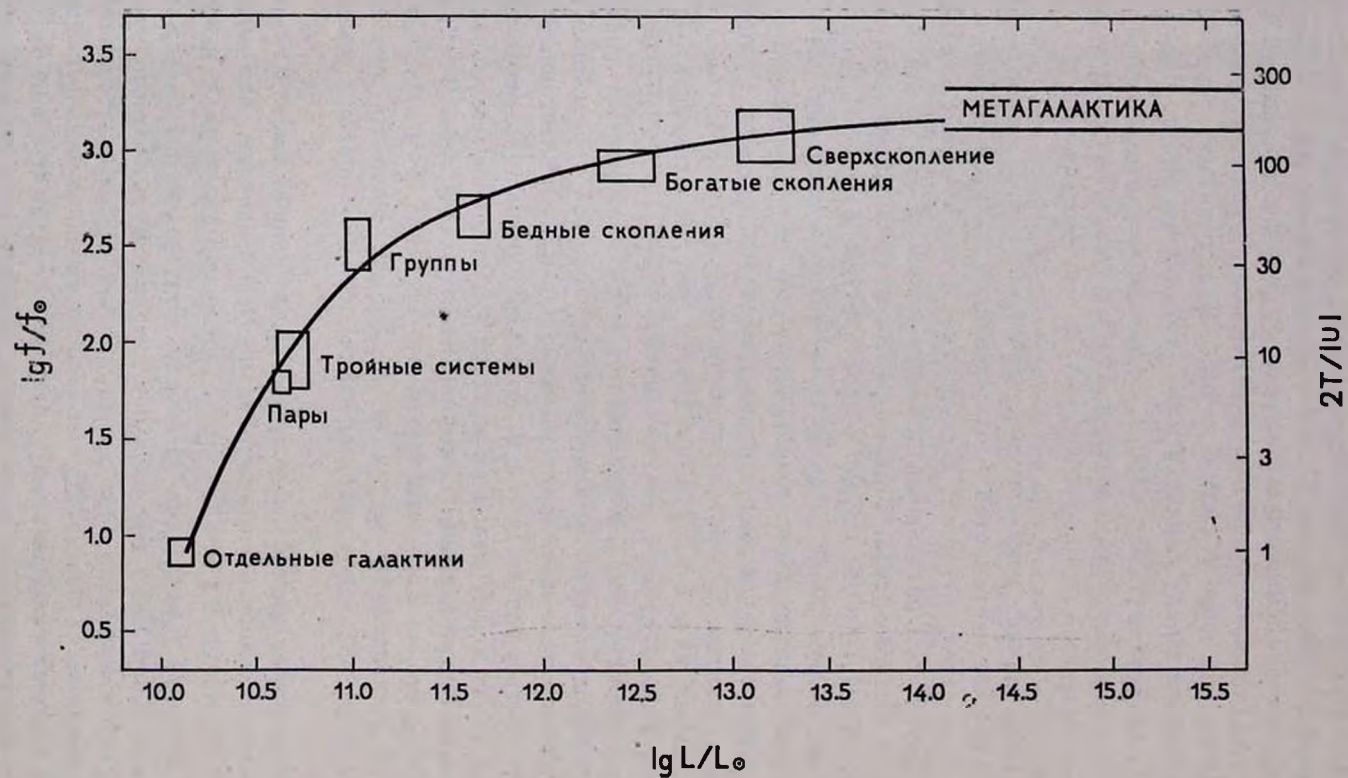


Рис. 1.

В заключение остановимся на возможности объяснения больших значений f с точки зрения присутствия в системах галактик скрытой материи. Нетрудно убедиться, что однородный метагалактический фон невидимого вещества, часто допускаемый из космологических соображений, при любой плотности не может обеспечить стационарность и пар и скоплений галактик. Требуется предполагать, что плотность скрытого вещества возрастает при переходе от скоплений к группам и парам галактик (грубо говоря, пропорционально плотности видимого вещества в степени $3/4$). Но для пар галактик эта плотность должна быть столь велика, что масса темного вещества в объеме средней галактики превышала бы собственную массу звездного вещества в ней. Более того, значительная дисперсия отношений f у систем галактик приводила бы к очень запутанной картине распределения скрытого вещества.

В этой связи уместно сослаться на пример известной группы галактик, в которую входят М 81 и М 82. Расхождение между вириальным и нормальным отношением массы к светимости носит здесь конкретный характер. Вириальное отношение f у группы равно $290 f_{\odot}$. Основная доля светимости группы приходится на М 81 и М 82. Рассматривая их как пару, получаем $f = 232 f_{\odot}$. Но для М 81 и М 82 индивидуальные оценки f составляют всего $20 f_{\odot}$ и $7.4 f_{\odot}$. Чтобы обеспечить стационарность системы, невидимому веществу пришлось бы приписать плотность порядка $10^{-23} \text{ г см}^{-3}$. Тогда невидимое вещество намного увеличивало бы индивидуальные значения f у М 81 и М 82, что в действительности не наблюдается. С другой стороны, недавно обнаруженные взрывные процессы в ядре М 82 хорошо гармонируют с общими представлениями о нестационарности систем галактик.

Автор глубоко признателен акад. В. А. Амбарцумяну за обсуждение результатов работы.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE VIRIAL MASS-LUMINOSITY RATIO AND THE INSTABILITY OF THE DIFFERENT SYSTEMS OF GALAXIES

I. D. KARACHENTSEV

The virial mass-luminosity ratio f for 87 pairs, 11 triplets, 29 groups and 15 clusters of galaxies are determined.

A conclusion is made to average the increase of a degree of the systems of instability with their luminosity increase.

The virial mass-luminosity ratio for Metagalaxy is calculated. An indication is obtained about the community of instability phenomena of the systems of galaxies and the expansion of Metagalaxy.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Амбарцумян, Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат., 11, 9, 1958.
2. Proceedings of the conference on instability of systems of galaxies, A. J., 66, 10, 1961.
3. G. de Vaucouleurs, Ap. J., 131, 585, 1960.
4. И. Д. Караченцев, Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат., 17, 103, 1964.
5. И. Д. Караченцев, Астрофизика, 1, 303, 1965.
6. D. N. Limber, W. G. Mathews, Ap. J., 132, 286, 1960.
7. M. L. Humason, N. U. Mayall, A. R. Sandage, A. J., 61, 97, 1956.
8. N. U. Mayall, A. de Vaucouleurs, A. J., 67, 363, 1962.
9. Б. А. Воронцов-Вельяминов, А. А. Красножурская, Морфологический каталог галактик, I, МГУ, 1962. Б. А. Воронцов-Вельяминов, В. П. Архипова, II, МГУ, 1964. Б. А. Воронцов-Вельяминов, В. П. Архипова, III, МГУ, 1963.
10. А. С. Шаров, Астрон. ж., 40, 900, 1963.
11. Th. Page, Ap. J., 116, 63, 1952.
12. В. А. Амбарцумян, Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат., 9, 23, 1956.
13. Transactions I.A.U., XIV, 507, 1961, Academic press, London and New York.
14. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, R. A. Fish, Ap. J., 133, 393, 1961; 133, 1092, 1961.
15. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, K. H. Prendergast, Ap. J., 126, 339, 1962.
16. G. de Vaucouleurs, J. Page, Ap. J., 136, 107, 1962.
17. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, K. H. Prendergast, Ap. J., 142, 154, 1965.
18. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, K. H. Prendergast, Ap. J., 130, 26, 1959.
19. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, K. H. Prendergast, Ap. J., 137, 376, 1963.
20. V. C. Rubin, E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, Ap. J., 140, 80, 1964.
21. Problems of extra-galactic research, I. A. U. symp. № 15, The MacMillan company, New York, 1962, 103.
22. A. Poveda, Ap. J., 134, 910, 1961.
23. R. H. Miller, K. H. Prendergast, Ap. J., 136, 713, 1962.
24. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, D. J. Crampton, V. C. Rubin, K. H. Prendergast, Ap. J., 139, 1058, 1964.
25. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, K. H. Prendergast, Ap. J., 138, 375, 1963.
26. R. A. Fish, Ap. J., 139, 284, 1964.
27. G. de Vaucouleurs, A. de Vaucouleurs, Ap. J., 137, 363, 1963.
28. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, Ap. J., 133, 726, 1961.
29. V. C. Rubin, E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, K. H. Prendergast, Ap. J., 141, 835, 1965.
30. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, Ap. J., 129, 271, 1959.
31. V. C. Rubin, E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, D. J. Crampton, Ap. J., 141, 759, 1965.
32. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, K. H. Prendergast, Ap. J., 137, 1022, 1963.
33. E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, K. H. Prendergast, Ap. J., 132, 654, 1960.

34. *G. de Vaucouleurs*, Problems of extragalactic research, I. A. U. symposium № 15, The MacMillan company, New York, 1962, 15.
35. *A. R. Sandage*, Ap. J., 133, 355, 1961.
36. *Th. Page*, Ap. J., 132, 910, 1960.
37. *S. van den Bergh*, A. J., 66, 566, 1961.
38. *F. Zwicky, M. L. Humason*, Ap. J., 132, 627, 1960; 133, 794, 1961; 139, 269, 1964.
39. *E. M. Burbidge, G. R. Burbidge*, Ap. J., 133, 726, 1961; 130, 629, 1959.
40. *R. Minkowski*, A. J., 66, 558, 1961.
41. *J. L. Greenstein*, Ap. J., 135, 679, 1962.
42. *E. M. Burbidge, G. R. Burbidge*, Ap. J., 130, 12, 1959; 134, 248, 1961.
43. *И. Д. Караченцев*, ДАН АрмССР (в печати).
44. *И. Д. Караченцев*, Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат., 17, 109, 1964.
45. *И. Д. Караченцев*, ДАН СССР, 158, 815, 1964.
46. *G. O. Abell*, Problems of extragalactic research, I. A. U. symp. № 15, The MacMillan company, New York, 1962, 213.
47. *В. А. Амбарцумян*, Вопросы космогонии, 8, М., 1962, 3.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

МАРТ, 1966

ВЫПУСК 1

ПЕРЕМЕННАЯ ЗВЕЗДА AG Dra

А. А. БОЯРЧУК

Поступила 26 января 1966

Найдено, что спектр поглощения AG Dra соответствует K3III. Показано, что распределение энергии в непрерывном спектре можно представить как наложение спектров обычной звезды K3III и водородного газа при $T_e = 17000^\circ$ (рис. 1). Найдено, что бальмеровский декремент заметно отличается от декремента, рассчитанного для газовых туманностей (рис. 2). Отношение интенсивностей синглетных линий к триплетным в два раза больше, чем в случае газовых туманностей. По интенсивностям линий [OIII] найдено, что $n_e > 10^7 \text{ см}^{-3}$. Определена масса, $2 \cdot 10^{-1} M_\odot$, и размер, $2.5 \cdot 10^1 R_\odot$, газового облака, где возникают эмиссионные линии. Приведены соображения, что AG Dra, как и другие звезды типа Z And, являются двойными ядрами своеобразных планетарных туманностей.

Переменная звезда AG Dra (BD + 67°922) принадлежит к немногочисленной группе звезд, сочетающих в своих спектрах характеристики холодных звезд и горячего газа и меняющих свой блеск довольно неправильным образом. Изучению ее особенностей был посвящен ряд работ. Было найдено [1], что она обладает большей лучевой скоростью (-140 км/сек), причем линии излучения показывают смещение примерно -11 км/сек по отношению к линиям поглощения [2]. Найдено, что интенсивность эмиссионных линий и линий поглощения меняется со временем [3]. В обширном исследовании непрерывного спектра AG Dra Мирзоян [4] нашел, что распределение энергии в области до 3700 Å соответствует распределению в спектре звезды типа G, а в области более коротких длин волн имеет место большой избыток излучения. Этот результат был подтвержден последующими наблюдениями [5, 6]. Однако до сих пор не было выполнено спектрофотометрическое исследование щелевых спектрограмм AG Dra и это

затрудняет интерпретацию этой сложной и интересной звезды. Ниже предпринимается попытка заполнить этот пробел.

Наблюдения. Летом 1965 г. во время регулярных фотоелектрических наблюдений AG Dra [7] на 2.6 м телескопе им. Г. А. Шайна Крымской астрофизической обсерватории был получен ряд спектрограмм этой звезды. Данные о спектрограммах приведены в табл. 1.

Спектрограф СП-79 является бесщелевым [6], а СП-72 — щелевой [8]. В последнем столбце табл. 1 приведена область спектра, пригодная для фотометрирования. Моменты наблюдения AG Dra выбирались таким образом, чтобы звезда находилась близ меридиана. Наибольшее значение $\sec z$ было 1.28. Одновременно с наблюдениями AG Dra проводились наблюдения стандартных звезд HD 141653 (A2V), HD 188793 (A0V) и HD 169718 (A2V). Наибольшее различие в величинах $\sec z$ для AG Dra и стандартных звезд составляло 0.12. Спектрограммы стандартных звезд были использованы впоследствии для определения инструментального искажения распределения энергии в спектре AG Dra.

Таблица 1

Дата	Спектрограф	Дисперсия $\frac{\text{Å}}{\text{мм}}$	Время экспоз.	Область спектра
1.VII.1965	СП-79	180	1 ^h	5000—3200 Å
1.VII.1965	"	180	40 ^m	5000—3300
1.VII.1965	"	180	20 ^m	5000—3300
10.VII.1965	СП-72	80	5 ^h 20 ^m	5000—3300
11.VII.1965	"	80	2 ^h	4900—3500
7.VIII.1965	"	80	5 ^h	5000—3300
8.VIII.1965	"	80	2 ^h	5000—3400

Все полученные спектрограммы были измерены на микрофотометре, регистрирующем непосредственно в интенсивностях, с увеличением 40 раз.

Спектр поглощения. На щелевых спектрограммах хорошо видны многочисленные линии поглощения между H_γ и H_δ . Вид линий сильно отличается от вида линий на спектрограммах обычных звезд К. Ни одна из линий, даже $\lambda 3933 \text{ CaII}$ и $\lambda 4227 \text{ CaI}$, не имеют остаточные интенсивности меньшие, чем 0.40, в то время как в спектрах нормальных звезд поздних спектральных классов остаточные интенсивности многих линий близки к нулю. Причиной этого является непрерывная

эмиссия, заливающая линии поглощения в фотографической области спектра. Это обстоятельство сильно затрудняет классификацию спектра AG Dra. Так в [1] был найден спектральный класс dG7, а в [3] — K0II. Между тем для определения многих характеристик необходимо знать точный спектральный класс и светимость звезды. Поскольку глазомерные оценки спектрального класса дают большие ошибки, мы выполнили классификацию на основании интенсивностей линий поглощения, измеренным по регистрограммам. При классификации были использованы критерии, опубликованные в [9]. Хотя один из основных критериев, водородные линии, нельзя использовать из-за наличия сильной эмиссии, путем тщательного рассмотрения слабых линий поглощения металлов был довольно уверенно определен спектральный класс K3III. Нам не удалось уверенно определить, к какому типу населения относится AG Dra. Большая величина лучевой скорости, — 140 км/сек [2], довольно высокое расположение над плоскостью Галактики, $b = 41^\circ$, и общая слабость линий поглощения, которую трудно полностью объяснить заливанием непрерывной эмиссией, позволяет предположить, что звезда AG Dra принадлежит к сферической составляющей звездного населения Галактики. Однако этот вывод требует дальнейшего подтверждения.

Непрерывный спектр. Одной из основных задач при определении распределения энергии в непрерывном спектре звезд является учет влияния прозрачности атмосферы Земли и инструментальных искажений. Как отмечалось выше, для этой цели был получен ряд спектрограмм стандартных звезд. Предполагалось, что распределение энергии в непрерывном спектре этих звезд не сильно отличается от среднего распределения энергии для данного спектрального класса. Возможная ошибка, возникающая из-за подобного предположения, не превышает 10%. Среднее распределение энергии в непрерывных спектрах звезд A0V и A2V было получено путем усреднения данных, опубликованных в [10, 11]. Из сравнения наблюдаемых и средних кривых распределения энергии была найдена кривая реакции используемой аппаратуры.

Другой причиной, искажающей распределение энергии в непрерывном спектре, является межзвездное поглощение. Согласно [12], в направлении AG Dra поглощающая материя сосредоточена на расстоянии до 40 пс от Солнца. Максимальная величина поглощения составляет всего $A_v = 0^m.2$. Это является следствием того, что AG Dra расположена на большей галактической широте. Величина поправки за межзвездное поглощение приведена в последнем столбце табл. 3. Найденное распределение энергии в непрерывном спектре AG Dra представлено на рис. 1 отдельно для различных дат наблюдений. Из этого

рисунка видно, что наиболее характерной особенностью распределения энергии в непрерывном спектре AG Dra является наличие эмиссионного бальмеровского скачка. Подъем интенсивности непрерывного спектра перед скачком при $\frac{1}{\lambda(\mu)} \approx 2.6$, найденный по спектрограммам, полученным на бесщелевом спектрографе СП-79, носит чисто инструментальный характер. Из-за сравнительно небольшой разрешающей силы бесщелевых спектрографов водородные линии начиная с H_9 вследствие переналожения полностью исчезают, образуя непрерывный

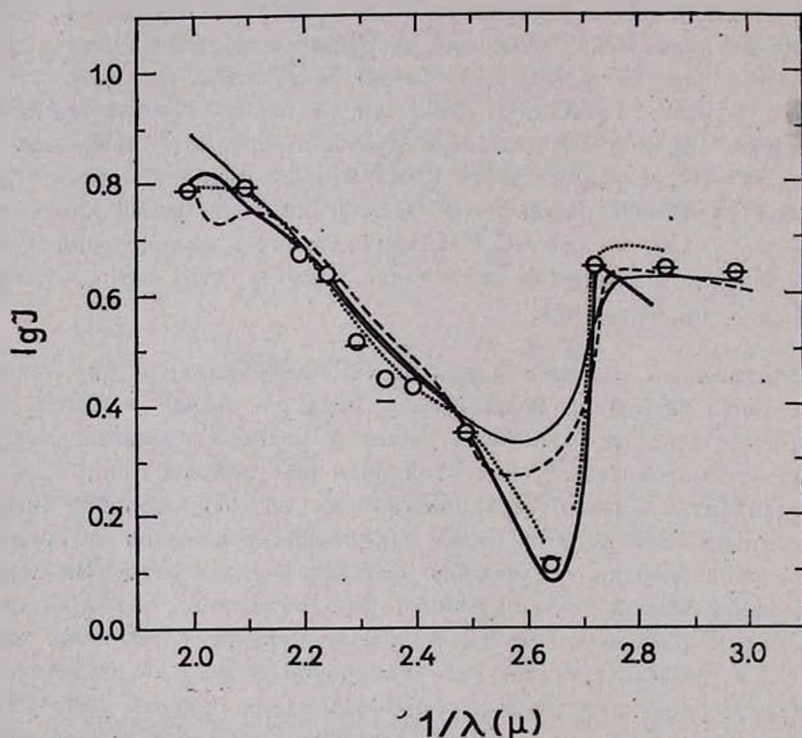


Рис. 1. Непрерывный спектр AG Dra. Для построения кривых были использованы наблюдения, выполненные на бесщелевом спектрографе СП-79 в 1962 г. (сплошная линия) 1 VII 1965 г. (пунктирная линия) и на щелевом спектрографе СП-72 9—10 VII 1965 г. (жирная линия) и 7—8 VIII 1965 г. (точки). Значки кружок и черточка представляют теоретическое распределение энергии в спектрах систем звезды K3III + газ ($T_e = 17\,000^\circ\text{K}$) и звезды K4III + газ ($T_e = 20\,000^\circ\text{K}$).

спектр. На щелевых спектрограммах, где разрешающая сила существенно больше, удастся проследить неискаженный непрерывный спектр перед бальмеровским скачком до H_{16} . Общий характер непрерывного

спектра хорошо согласуется с опубликованным ранее [4 — 6]. Это означает, что с 1955 г. AG Dra не претерпела принципиальных изменений. В [6] было показано, что непрерывный спектр AG Dra можно представить как наложение спектра холодной звезды (K0) и горячего водородного газа ($T_e = 20\,000^\circ$). Имея сейчас более надежные данные о спектре AG Dra, мы смогли уточнить параметры системы. На рис. 1 кружками представлено теоретическое распределение энергии в спектре звезды K3III и водородного газа при $T_e = 17\,000^\circ\text{K}$, а значком — распределение энергии в спектре звезды K4III и газа при $T_e = 20\,000^\circ$.

Распределение энергии в непрерывном спектре для звезд K было взято из [10], а для водородного газа из [13]. Как видно из рис. 1, согласие между наблюдаемыми и теоретическими кривыми хорошее. Использование других значений спектральных классов, K 2III и K 5III, и T_e , $10\,000^\circ$ и $30\,000^\circ$, дает заметно худшие результаты. С учетом того, что было сказано при обсуждении спектра поглощения, мы примем, что непрерывный спектр AG Dra создается звездой K 3III и газовой туманностью с $T_e = 17\,000^\circ$, расположенной недалеко от звезды. В табл. 2 даны для разных длин волн доли излучения, приходящие от звезды K 3III и газа при $T_e = 17\,000^\circ\text{K}$.

Таблица 2

$1/\lambda$ (μ)	2.80	2.55	2.40	2.30	2.20	2.00
$I_{\text{гвз}} / I_{\text{гвз}} + I_{\text{K3}}$	1	0.38	0.25	0.23	0.14	0.11
$I_{\text{гвз}} / I_{\text{K3}}$	∞	0.60	0.33	0.30	0.16	0.12

Используя линии поглощения, мы можем независимо проверить правильность нашего представления непрерывного спектра. Как известно, все сильные линии в спектрах звезд типа K имеют остаточную интенсивность практически равную нулю. В таком случае наблюдаемая остаточная интенсивность будет равна величине $I_{\text{гвз}} / I_{\text{гвз}} + I_{\text{K3}}$. Однако вследствие небольшой разрешающей силы спектрографа остаточные интенсивности узких линий будут сильно завышены, и мы сможем здесь использовать лишь сравнительно широкую линию Ca II λ 3933 ($1/\lambda(\mu) = 2.55$). Наблюдаемая остаточная интенсивность этой линии равна 0.44, что согласуется с данными табл. 2.

Линии излучения. В спектре AG Dra наблюдаются многочисленные эмиссионные линии, принадлежащие, в основном, водороду и ионизованному и нейтральному гелию. Интенсивности всех линий были

измерены и освобождены от инструментальных искажений. В табл. 3 даны логарифмы относительных интенсивностей линий, причем интенсивность линии H_β принята равной 100. Данные для 1962 г. и 1963 г. взяты из [6] и [8] соответственно. Так как на спектрограммах, полученных в августе 1965 г., линии H_β , $HeII$ 4686, и H_γ оказались передежжанными, то относительные интенсивности других линий были приведены к системе относительных интенсивностей линий, определенных по июльским спектрограммам.

В последних двух строках табл. 3 даны величины эквивалентных ширин линий H_γ и H_δ . Вследствие большего различия в интенсивностях, центра линии и прилегающего непрерывного спектра ошибки в величине эквивалентной ширины линий H_γ и H_δ могут достигать 20%. Из табл. 3 видно, что за время наблюдений как относительные интенсивности, так и эквивалентные ширины линий не претерпели больших изменений. Относительные интенсивности, данные в табл. 3, согласуются с опубликованными в [4], в то время как эквивалентные ширины сейчас почти в два раза больше, чем в 1955 г. [4]. Если сравнить величины эквивалентных ширин линий H_γ и H_δ и величины бальмеровских скачков, определенные в 1965 г., с изменениями излучения звезды в ультрафиолетовой области [7], то можно заметить, что при увеличении ультрафиолетового излучения в общем возрастают и первые две величины.

Обсуждение физических условий. В дальнейшем будем исходить из предположения, что система AG Dra состоит из трех компонент: красного гиганта К III, газового облака и горячей звезды, являющейся источником возбуждения эмиссионных линий.

Выше при рассмотрении непрерывного спектра AG Dra было найдено, что электронная температура газового облака составляет $17\,000^\circ\text{K}$. На щелевых спектрограммах, полученных летом 1965 г., удалось уверенно измерить интенсивность запрещенной линии дважды ионизованного кислорода $\lambda\,4363$. Две другие линии этого же элемента, $\lambda\,4959$ и $\lambda\,5007$, обнаружить не удалось. Их интенсивность не превышает величины флуктуаций непрерывного спектра, возникающих вследствие зернистости эмульсии, и мы можем установить лишь верхнюю границу интенсивности. С учетом кривой реакции аппаратуры было найдено, что $I_{4363}/I_{4859} + I_{5007} \geq 0.4$. Используя эту величину, находим из рис. 12 работы [6], что при $T_e = 17\,000^\circ\text{K}$ электронная плотность в газовом облаке будет превышать 10^7 см^{-3} . Эта величина хорошо согласуется с величиной $n_e > 3 \cdot 10^6\text{ см}^{-3}$, найденной в [7] по скорости изменения излучения звезды в ультрафиолетовой области спектра.

Таблица 3

λ	Элемент	VI—VII 1962	IX 1963	I VII 1965	9—10 VII 1965	7—8 VIII 1965	$\Delta \lg I$ межзв.
		180 Å/мм	80 Å/мм	180 Å/мм	80 Å/мм	80 Å/мм	
5015	HeI				0.64	0.53	0.00
4922	HeI		0.45		0.52	0.35	
4861	H ₂	2.00	2.00	2.00	2.00	>1.78	
4713	HeI				0.09	-0.06	
4686	HeII	1.65	1.84	1.60	1.75	>1.45	
4541	HeII		0.40	0.35	0.34	0.38	0.01
4471	HeI		0.40	0.63	0.37	0.38	
4388	HeI		0.35		0.31	0.28	
4363	[OIII]				-0.17	-0.16	
4340	H ₇	1.66	1.61	1.65	1.64	>1.40	
4199	HeII				-0.02	-0.03	
4144	HeI				-0.37	-0.14	0.02
4120	HeI					-0.53	
4101	H ₆	1.30	1.37	1.22	1.26	1.38	
4026	HeI		0.35		0.30	0.36	
4009	HeI				-0.30	-0.27	
3970	H ₄ '		0.95		1.06	1.03	
3965	HeI				0.05	0.21	
3926	HeII					-0.27	
3889	HeI + H ₂		0.96		1.11	1.12	
3835	H ₉		0.77		0.82	0.87	
3820	HeI				0.04	-0.05	0.03
3798	H ₁₀				0.76	0.75	
3770	H ₁₁				0.74	0.63	
3760	OIII				0.02	0.04	
3750	H ₁₁				0.57	0.57	
3734	H ₁₃				0.59	0.61	
3722	H ₁₄				0.57	0.54	
3712	H ₁₅				0.56	0.57	
3704	H ₁₆				0.55	0.49	
3697	H ₁₇				0.55	0.41	
3691	H ₁₈				0.59	0.36	
3686	H ₁₉				0.40	0.34	
3682	H ₂₁				0.35	0.35	
$W(H_7) \text{ Å}$		19	20	23	19	16	
$W(H_6) \text{ Å}$		12	16	13	12	11	

Подобное высокое значение электронной плотности характерно для симбиотических звезд [14].

Рассмотрим относительные интенсивности линий водорода и гелия. На рис. 2 представлена зависимость логарифма интенсивностей водородных линий от номера линии. Мы видим, что имеются заметные различия между теорией и наблюдениями. Так, наблюдаемые интенсивности линий H_7-H_9 меньше, а интенсивности линий $H_{10}-H_{15}$ больше

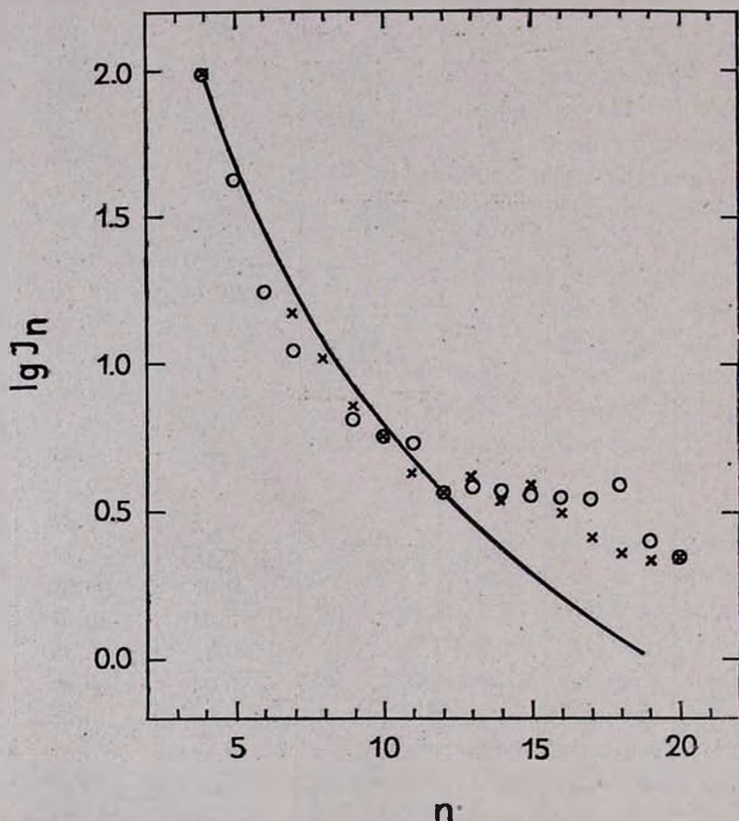


Рис. 2. Бальмеровский декремент в спектре AG Dra. Знаки кружок и крестик относятся к 9—10 VII 1965 и 7—8 VIII 1965 соответственно. Сплошная линия представляет теоретический бальмеровский декремент для случая B и $T_e = 20\,000^\circ$ [15].

теоретических значений. Линии $H_{16}-H_{20}$ частично переналагаются друг с другом, и трудно установить, насколько верны их наблюдаемые интенсивности. Используя данные табл. 2 и 3, находим, что эквивалентная ширина линий H_7 и H_8 по отношению к газовому континууму во время наблюдений была $88\text{ \AA}$ и $46\text{ \AA}$ соответственно. Теоре-

тические расчеты для случая B и $T_e = 17\,000^\circ$ дают $W(H_\gamma) = 860 \text{ \AA}$ и $W(H_\delta) = 500 \text{ \AA}$. Таким образом, наблюдаемые эквивалентные ширины на порядок меньше теоретических.

Указанные различия свидетельствуют о том, что условия в районе возникновения эмиссионных линий водорода заметно отличаются от условий в газовых туманностях. Вероятно, такое различие вызвано совместным влиянием самопоглощения в частотах линий бальмеровской серии и переходов под действием электронных ударов. Подобные особенности бальмеровского декремента были обнаружены ранее в спектре симбиотической звезды Z And [14] и в спектрах некоторых планетарных туманностей [16]. Наблюдаемые относительные интенсивности ионизованного гелия хорошо согласуются с теоретическими [17]. Наблюдаемые относительные интенсивности линий нейтрального гелия заметно отличаются от теоретических [17]. Особенно велики различия в относительных интенсивностях синглетных и триплетных линий. Так, согласно чисто радиационной теории рекомбинационного свечения нейтрального гелия [17], отношение $I_{4009}/I_{4026} = 0.1$, в то время как отношение наблюдаемых интенсивностей равно 0.2. Подобные расхождения в относительных интенсивностях триплетных и синглетных линий получаются и при рассмотрении других линий He I. Таким образом можно считать, что синглетные линии в целом усилены вдвое по отношению к триплетным линиям относительно результатов, даваемых чисто радиационной теорией рекомбинационного свечения нейтрального гелия. Такая же особенность относительных интенсивностей линий нейтрального гелия наблюдалась в спектре Z And [14]. Возможно, эти отклонения объясняются влиянием переходов под действием электронных ударов.

Попытаемся оценить размеры и массу газового облака. Из [10] следует, что звезда K III, имеющая $m_v = 0^m00$, излучает $8.8 \cdot 10^{-10} \text{ эрг см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$ у $\lambda = 4000 \text{ \AA}$. Средняя абсолютная визуальная величина звезды K III равна -0^m2 . Следовательно, монохроматическая светимость этой звезды при $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ будет $L_{K III} 1.27 \cdot 10^{31} \text{ эрг сек}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$. Из табл. 2 можно найти $L_{H\beta}/L_{K III} = 0.43$ при $\lambda = 4000 \text{ \AA}$. Таким образом находим, что монохроматическая светимость газового облака равна

$$L_{H\beta} = 5.5 \cdot 10^{30} \text{ эрг сек}^{-1} \text{ \AA}^{-1}. \quad (1)$$

С другой стороны имеем

$$L_{\text{газ}} = n_e n^+ V \sum_{n=3}^{\infty} C_n(T, \nu) \cdot h\nu, \quad (2)$$

где V — объем облака, $C_n(T, \nu)$ — коэффициент рекомбинации на уровень n при частоте ν . Из [13] можно найти, что при $T_e = 17\,000\text{ К}$ и $\lambda = 4000\text{ Å}$

$$\sum_{n=3}^{\infty} C_n(T, \nu) h\nu = 2.4 \cdot 10^{-30} \text{ эрг сек}^{-1} \text{ см}^{-3} \text{ Å}^{-1}. \quad (3)$$

Полагая $n_e = n^+$ из (1) — (3), получаем

$$n_e^2 V = 2.3 \cdot 10^{60}. \quad (4)$$

Примем $n_e = 10^7 \text{ см}^{-3}$. Тогда масса газового облака равна

$$M_{\text{газ}} = \frac{2.3 \cdot 10^6 m_H}{n_e} = 4.10^{20} \text{ г} = 2 \cdot 10^{-4} M_{\odot}, \quad (5)$$

а характерный его размер

$$R = \sqrt[3]{\frac{2.3 \cdot 10^{60} 4\pi}{3n_e^2}} = 2 \cdot 10^{15} \text{ см} = 2.5 \cdot 10^4 R_{\odot}. \quad (6)$$

Попытаемся, хотя бы очень грубо, определить характеристики источника возбуждающей радиации (г. и). Судя по характеру эмиссионных линий, его температура должна составлять несколько десятков тысяч градусов, предположим, $50\,000^\circ\text{К}$. Вследствие разной зависимости интенсивности излучения от λ для звезды К 3III и водородного газа спектральная область $3700 - 4000\text{ Å}$ является наиболее вероятным местом, где может быть обнаружено излучение горячего компонента. Если бы оно составляло больше 10% от общего излучения, то мы бы его обнаружили при интерпретации непрерывного спектра AG Dra. Принимая $I_{\text{г. и}}/I_{\text{К 3III}} \leq 1/6$ при $\lambda = 4000\text{ Å}$, находим $m_{\nu}^{\text{г. и}} - m_{\nu}^{\text{К 3III}} > 5^{\text{м}2}$, то есть $M_{\nu}^{\text{г. и}} \geq +5^{\text{м}}$ и $M_{\text{ph}}^{\text{г. и}} \geq +4^{\text{м}5}$. Из соотношения

$$\lg R/R_{\odot} = \frac{5900}{T} - 0.2 M_{\nu} - 0.02 \quad (7)$$

следует, что $R_{\text{г. и}} \approx 0.1 R_{\odot}$ при $T_{\text{г. и}} = 50\,000^\circ\text{К}$.

Используя найденный выше размер газового облака, находим, что коэффициент дилуции будет $W \sim 10^{-11}$.

Следует отметить, что приведенные выше значения массы и размеров газового облака точны только по порядку величины, главным образом вследствие того, что мы пренебрегли изменением электронной плотности в среде и в расчетах использовали нижний предел значений n_e .

Место AG Dra среди других нестационарных звезд. Среди многообразия небесных объектов пока еще не обнаружено объекта полностью похожего на AG Dra. С этой точки зрения она является уникальной звездой.

Среди звезд больше всех похожи на AG Dra звезды типа Z And. Во-первых, AG Dra и звезды типа Z And имеют сходный характер изменения блеска. Это дало основание отнести их к группе новоподобных переменных в „Общем каталоге переменных звезд“ [18]. Спектры AG Dra и звезд типа Z And имеют линии поглощения, характеризующие холодную звезду, и высоко-возбужденные линии излучения. Относительные интенсивности линий водорода и нейтрального гелия довольно сходны в обоих случаях и отклоняются сходным образом от расчетов чисто радиационной теории.

В случае AG Dra и Z And мы имеем дело с газовыми образованиями, имеющими довольно высокую электронную плотность, $n_e \sim 10^7 \text{ см}^{-3}$, и электронную температуру $T_e \sim 20\,000^\circ\text{K}$. Однако имеются и некоторые различия. Звезды типа Z And имеют спектр поглощения, соответствующий спектральному классу M 4III, а AG Dra — K 3III. Далее, в спектрах звезд типа Z And наблюдаются как правило эмиссионные линии более высокого возбуждения, чем в спектре AG Dra. Кроме того в спектре AG Dra не удалось обнаружить линий однажды ионизованных металлов, которые широко представлены в спектрах звезд типа Z And.

AG Dra отличается лишь в деталях от звезд типа Z And и сходна с ними в главном. Вероятно, AG Dra представляет собой предельный случай звезд типа Z And.

Интересно сравнить систему AG Dra с планетарными туманностями. Как было показано выше, газовое облако имеет размеры и массу по крайней мере на два порядка меньше, чем типичные планетарные туманности [19]. Электронная плотность намного больше среднего значения для планетарных туманностей. Однако среди планетарных туманностей встречаются отдельные случаи, когда электронная плотность довольно велика. Так туманность IC 4997 имеет $n_e = 0.8 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$ [20].

Значение электронной температуры газового облака является типичным для планетарных туманностей.

Можно предположить следующие объяснения для звезд типа Z And вообще и AG Dra в частности. Эти звезды представляют собой двойную систему. Одна из компонент в ходе эволюции проходит сейчас стадию, аналогичную стадии планетарных туманностей для одиночных звезд, а другая, вследствие несколько меньшего первоначального значения массы, еще находится в состоянии красного гиганта. Расстояние между компонентами достаточно велико, чтобы присутствие другой компоненты не влияло существенно на эволюцию звезды. В этом случае источником возбуждающего излучения для наблюдаемых эмиссионных линий будет являться невидимая компонента, которая по своим характеристикам должна напоминать ядра планетарных туманностей. Выше было найдено, что горячий компонент имеет $M_{pg} \geq +4^m.5$, то есть типичное значение для ядер планетарных туманностей [21].

В заключение выражаю свою глубокую благодарность Р. Е. Гершбергу и Т. С. Белякиной за советы и полезные дискуссии при выполнении этой работы и Г. Н. Шараповой за помощь при обработке спектрограмм.

Крымская астрофизическая
обсерватория

THE VARIABLE STAR AG Dra

A. A. BOYARTSCHUK

It is found that the absorption spectrum of AG Dra corresponds to type K 3III. It is shown that the energy distribution in the continuous spectrum is possible to represent as a composite spectrum of an ordinary star K 3III and of an ionized hydrogen at $T_e = 17\,000^\circ\text{K}$ (fig. 1). The observed Balmer decrement differs noticeably from that computed for a gaseous nebula (fig. 2). The singlets of HeI are relatively twice stronger with respect to the triplets than in the gaseous nebula. The electron density $n_e \geq 10^7 \text{ cm}^{-3}$ is determined from [OIII]—lines. The mass, $2 \cdot 10^{-4} M_\odot$, and dimensions, $2.5 \cdot 10^4 R_\odot$, are determined also. The same evidence in support of the view that AG Dra and other stars of Z And-type are double nucleus of peculiar planetary nebula are given.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. E. Wilson, Publ. A. S. P., 55, 282, 1943.
2. R. E. Wilson, Publ. A. S. P., 57, 309, 1945.
3. N. G. Roman, Ap. J. 117, 467, 1953.
4. Л. В. Мироян, Сообщ. Бюр. обс. 19, 43, 1956.

5. М. А. Аракелян, Н. Л. Иванова, Сообщ. Бюро. общ., 24, 19, 1958.
6. Т. С. Белякина, А. А. Боярчук, Р. Е. Гершберг, Изв. КрАО, 30, 25, 1963.
7. Т. С. Белякина, Астрофизика, 2, 115, 1966.
8. А. А. Боярчук, Р. Е. Гершберг, Изв. КрАО (в печати).
9. W. W. Morgan, Ph. C. Keenan, E. Kellman, An Atlas of Stellar Spectra, Chicago, 1943.
10. R. V. Willstrop, Mem. Royal Astr. Soc., 69, 83, 1965.
11. А. Д. Код, сб. „Звездные атмосферы“, ИЛ, М., 1963, стр. 67.
12. А. С. Шаров, Астрон. ж., 40, 900, 1963.
13. А. А. Боярчук, Р. Е. Гершберг, В. И. Проник, Изв. КрАО, 29, 291, 1963.
14. А. А. Боярчук, Переменные звезды, 15, 48, 1964.
15. M. J. Seaton, MN, 119, 90, 1959.
16. J. B. Kaler, A. J. 69, 545, 1964.
17. M. J. Seaton, MN, 120, 326, 1960.
18. Б. В. Кукаркин, П. П. Паренато, Ю. И. Ефремов, П. Н. Холопов, „Общий каталог переменных звезд“, М., 1958.
19. Л. П. Метик, Р. Е. Гершберг, Изв. КрАО, 31, 112, 1964.
20. Г. А. Гурзадян, Астрофизика, 1, 225, 1965.
21. J. L. Greenstein, R. Minkowski, Ap. J., 140, 1601, 1964.

ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ AG Dra 1965 г.

Т. С. БЕЛЯКИНА

Поступила 26 января 1966

Трехцветные фотоэлектрические наблюдения AG Dra показали, что в синей и желтой областях спектра излучение звезды в среднем оставалось постоянным. Ультрафиолетовое излучение значительно возросло по сравнению с 1962 — 63 г.г. В период наблюдений заметно падение интенсивности ультрафиолетового излучения на 0^m3 , сопровождавшееся кратковременными быстрыми колебаниями с амплитудой, равной 0^m1 . Оценено, что за время наблюдений 1965 г. баальмеровский скачок уменьшился на 25%. Получена оценка нижней границы электронной плотности газовой составляющей $n_e > 3 \cdot 10^4$.

Трехцветные фотоэлектрические наблюдения AG Dra в Крымской астрофизической обсерватории были начаты осенью 1962 г. и продолжены в 1963 г. Результаты этих наблюдений, опубликованные ранее [1], позволили сделать вывод, что в указанный период: а) звезда оставалась в пределах точности наблюдений постоянной, б) излучение ультрафиолетового участка спектра очень слабо.

В 1965 г. наблюдения AG Dra были возобновлены, но в несколько отличной цветовой системе, так как по техническим причинам в октябре 1964. г. одно из дополнительных зеркал камеры 640 было заменено. В результате этого заметно повысилась общая чувствительность к синей и ультрафиолетовой областям спектра.

Звезда сравнения и контрольная звезда те же, что и в 1962 — 63 г.г.

Результаты наблюдений представлены в табл. 1.

В первой колонке приведена юлианская дата, во второй, четвертой и шестой — блеск переменной в звездных величинах по отношению к звезде сравнения при желтом, синем и ультрафиолетовом фильтрах соответственно, в третьей, пятой и седьмой колонках — число наблюдений, вошедших в среднее.

Таблица 1

<i>JD</i>	$\Delta m_{\text{ж}}$	<i>n</i>	$\Delta m_{\text{с}}$	<i>n</i>	$\Delta m_{\text{ф}}$	<i>n</i>
2438914	$-0^{\text{m}}12$	2	$+0^{\text{m}}51$	2	$+0^{\text{m}}39$	2
935	-0.12	2	$+0.52$	2	$+0.47$	2
936	-0.12	2	$+0.58$	2	$+0.54$	12
940	-0.11	4	$+0.54$	4	$+0.56$	4
942	-0.11	4	$+0.58$	4	$+0.58$	4
943	-0.11	6	$+0.55$	6	$+0.55$	6
944	-0.12	3	$+0.54$	3	$+0.54$	1
950	-0.13	2	$+0.52$	2	$+0.51$	2
963	-0.12	2	$+0.55$	2	$+0.66$	2
965	-0.15	3	$+0.50$	3	$+0.57$	3
967	-0.14	4	$+0.54$	4	$+0.61$	4
972	-0.15	5	$+0.53$	5	$+0.49$	5
973	-0.16	3	$+0.50$	3	$+0.59$	3
975	-0.15	3	$+0.52$	3	$+0.55$	3
977	-0.15	3	$+0.52$	3	$+0.66$	3
2438997	-0.15	4	$+0.540$	4	$+0.58$	4
2439006	-0.14	3	$+0.52$	3	$+0.63$	3
2439008	-0.15	3	$+0.52$	3	$+0.66$	3

Данные табл. 1 представлены черными кружками на рис. 1. Крестиками нанесены наблюдения контрольной звезды. Средняя квадратичная ошибка результатов определена по контрольной звезде и оказалась равной для желтого фильтра $\pm 0^{\text{m}}01$, для синего $\pm 0^{\text{m}}02$, для ультрафиолетового $\pm 0^{\text{m}}04$.

Рассматривая графики и учитывая точность наблюдений поведение AG Dra можно описать так:

1. Излучение звезды в желтой области с начала наблюдений до JD 2438934 — постоянно, затем в течение месяца, то есть до JD 2438965, блеск возрос на $0^{\text{m}}04$. и таким ставался до конца наблюдений.

2. Излучение в синей области испытывало небольшие колебания в пределах $0^{\text{m}}07$, в среднем оставаясь постоянным.

3. Интенсивность излучения в ультрафиолетовой области значительно возросла по сравнению с 1962 — 63 г.г. Если в 1962 — 63 г.г. $\Delta m_{\text{ф}} = +1^{\text{m}}1$, то в 1965 г. в среднем $\Delta m_{\text{ф}} = +0^{\text{m}}5$. Заметно так-

же падение блеска со временем примерно на 0^m3 , сопровождающееся быстрыми колебаниями с амплитудой 0^m10

Но не является ли увеличение интенсивности ультрафиолетового излучения в 1965 г. следствием изменения цветовой системы? Такая возможность в данном случае не исключена, так как наличие в спектре AG Dra эмиссионного балмеровского скачка и эмиссионных бал-

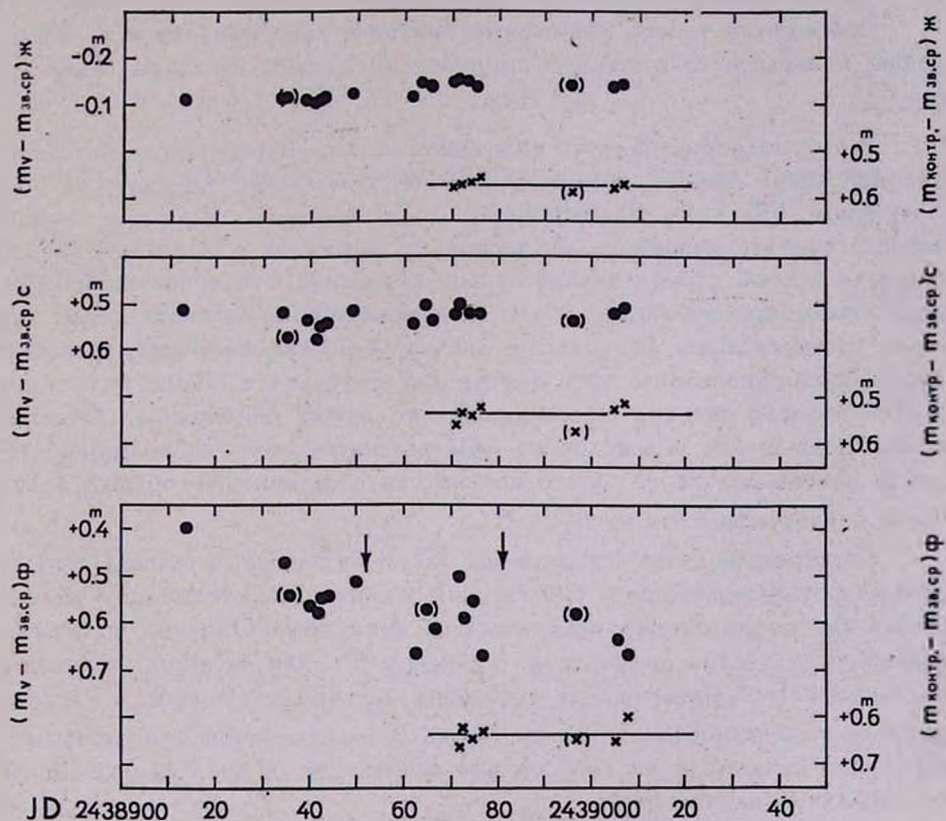


Рис. 1. ● — наблюдения AG Dra в фильтрах по отношению к звезде сравнения. × — наблюдения контрольной звезды в фильтрах по отношению к звезде сравнения. (●), (×) — неуверенные наблюдения. Стрелками отмечены моменты получения спектроскопических наблюдений [2].

меровских линий при изменении формы полосы пропускания может привести к подобному результату.

Чтобы оценить возможные погрешности, внесенные изменением цветовой системы в данном случае, мы сопоставили наблюдения Z And,

по спектру очень похожей на AG Dra, полученные в старой и новой цветовых системах. Это сопоставление дает возможность утверждать, что изменение системы может исказить результаты не больше, чем на 0^m2 . Для AG Dra получено, что Δm_f для 1962 — 1963 г.г. и 1965 г. отличается в среднем на 0^m6 . Следовательно, имеет место действительное возрастание ультрафиолетового излучения в 1965 г. по сравнению с предыдущим периодом наблюдений.

Рассмотрим теперь возможные причины ультрафиолетового излучения, попадающего в полосу пропускания нашего фильтра (3300 — 4000 Å).

В эту полосу попадает излучение за бальмеровским скачком, и бальмеровские линии с номерами больше, чем 7. Как показано А. А. Боярчуком ([2], табл. 2), основную долю в общее излучение здесь вносит газовая компонента. А поскольку в желтой области мы не наблюдали в этот период значительных колебаний, то с большой вероятностью можно утверждать, что за изменения Δm_f ответственна газовая составляющая. Изменение скачка и изменение бальмеровских линий пропорциональны друг другу, а в результате общее излучение в этой области спектра пропорционально этому изменению. Отсюда можно подсчитать, что величина наблюдаемого скачка за время наблюдений изменилась на 25%, что соответствует изменению общего излучения в ультрафиолете на 0^m3 .

Спектрокопические наблюдения [2], полученные в период проведенных фотоэлектрических наблюдений, подтверждают тенденцию уменьшения ультрафиолетового излучения со временем. Однако, количественных результатов получить не удалось, так как спектры получены в те моменты времени, когда по нашим данным излучение в ультрафиолете отличалось не больше, чем на 0^m1 , что соответствует изменению интенсивности на 10%. А это лежит уже в пределах точности спектральных наблюдений.

Попытаемся хотя бы грубо интерпретировать полученные результаты.

По-видимому, еще до начала наших наблюдений 1965 г. в результате каких-то процессов произошло увеличение массы светящегося газа. В результате мы наблюдали увеличение интенсивности ультрафиолетового излучения по сравнению с 1962 — 63 г.г. Общее падение излучения со временем можно связать с высвечиванием газового выброса. Но кроме этого, интенсивность излучения, возбуждающего свечение газовой компоненты, испытывала небольшие быстрые колебания, которые мы наблюдали как быстрые колебания блеска звезды

в ультрафиолете с амплитудой $0^m 1$. А. А. Боярчук [2] показал, что непрерывный спектр AG Dra можно представить как суммарное излучение звезды K III + рекомбинационное свечение водорода с $T=17000^\circ$. Таким образом, если считать, что свечение газовой компоненты в данном случае обусловлено рекомбинациями, то малые колебания, наблюдаемые нами, дают возможность оценить нижнюю границу электронной плотности газовой компоненты. Подобная задача решена В. В. Соболевым [3]. Для данного случая

$$\frac{dn_e}{dt} = -n_e^2 \sum_{i=2}^{\infty} C_i(T_e), \quad (1)$$

где $C_i(T_e)$ — коэффициент рекомбинации с i -го уровня. Известно, что

$$I = an_e^2 V, \quad (2)$$

где a — постоянный коэффициент, V — объем светящегося газа. Принимая во внимание, что

$$I = 10^{-0.4m} \quad (3)$$

и комбинируя (1), (2) и (3), получим

$$n_e = \frac{dm}{dt} \frac{1}{2 \sum_{i=2}^{\infty} C_i(T_e)}.$$

Отсюда получаем $n_e > 3 \cdot 10^8$; это находится в хорошем согласии с результатами, полученными А. А. Боярчуком [2].

В заключение приношу глубокую благодарность А. А. Боярчуку, Р. Е. Гершбергу и К. К. Чуваеву за советы и полезное обсуждение результатов.

Крымская астрофизическая
обсерватория

ELECTROPHOTOMETRIC OBSERVATIONS OF AG Dra 1965.

T. S. BELYAKINA.

Three colour electrophotometric observations of AG Dra showed, that the star did not change its mean magnitude in the blue and yellow light. Its ultra-violet radiation has increased significantly in comparison

with 1962—63. There was a decrease of ultra-violet radiation by about $0^m.3$ during the period of observations, which was accompanied with short periodic variations with an amplitude of $0^m.1$. It was estimated that decreasing of balmer discontinuity during the period of observations was equal to 25%. It was found that the lower limit of the electron density of gaseous component $n_e > 3 \cdot 10^5$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Т. С. Белякина, Изв. КрАО, 33, 226, 1964.
2. А. А. Болрчук, Астрофизика, 2, 101, 1966.
3. В. В. Соболев, Астрон. ж., 27, 81, 1950.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

МАРТ, 1966

ВЫПУСК 1

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

К ВОПРОСУ ОБ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД

Интерпретация наблюдаемых симбиотических характеристик некоторых звезд как суммарного излучения источников различных температур (система холодной и горячей звезд, холодная звезда с горячими пятнами и т. д.) связана с серьезными трудностями [1]. Она, как известно, неприменима [2, 3] в случае нестационарных звезд с непрерывной эмиссией (избыточным коротковолновым излучением) в спектрах [4]. В связи с этим в последнее время в работах [5—7] эта гипотеза была несколько видоизменена. Наблюдаемое излучение звезд с непрерывной эмиссией в спектрах в этих работах [5—7] рассматривается как суммарное излучение системы, состоящей из обычной звезды позднего типа и горячего газового образования малой оптической толщи. В частности, Р. Е. Гершберг [6, 7] с помощью этой модели интерпретирует вспышки эруптивных звезд.

На касаясь по существу вопроса о возможности возникновения горячей газовой оболочки вокруг холодной звезды, неизбежно связанной с допущением о наличии явлений неизвестной природы, протекающих у звезд с непрерывной эмиссией [4], рассмотрим возможность такого объяснения с точки зрения наблюдательных данных.

Для этой цели определим параметры непрерывной эмиссии, наблюдаемой во время вспышек. Мы воспользуемся формулами, идентичными с выведенными Р. Е. Гершбергом [6] и связывающими цвета и приращение яркости в фотографических лучах составной системы звезда плюс дополнительный источник с параметрами составляющих*:

* Отметим, что формула (3) в работе Р. Е. Гершберга [7] (третья формула системы (1) в ней) содержит ошибку: единица в знаменателе под логарифмом — лишняя..

$$(U-B)_+ = (U-B)_* - 2.5 \lg \{ (1 + x_B) 10^{-0.4[(U-B)_\Sigma - (U-B)_*]} - x_B \}; \quad (1)$$

$$(B-V)_+ = (B-V)_* + 2.5 \lg \{ (1 + x_B) 10^{0.4[(B-V)_\Sigma - (B-V)_*]} - x_B \}; \quad (2)$$

$$x_B = [10^{-0.4(B_V - B_*)} - 1]^{-1}, \quad (3)$$

где индексы Σ , * и + относятся к составной системе (звезда + источник избыточного излучения) и ее компонентам, соответственно, а

$$x_B = \left(\frac{I_*}{I_+} \right)_B \quad (4)$$

отношение интенсивностей излучения звезды и дополнительного источника в полосе B .

Формулы (1)–(3) позволяют с помощью параметров составной системы и звезды определить эти величины для источника дополнительного излучения.

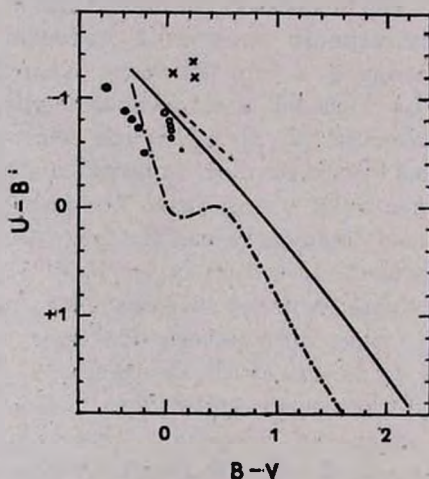


Рис. 1.

В табл. 1 собраны имеющиеся в настоящее время данные, относящиеся к вспыхивающим звездам H II 1306 (в Плеядах), AD Leo и SS Cyg, которые использованы для вычисления параметров, характеризующих источник избыточного излучения во время вспышек этих звезд. В предпоследних трех столбцах приводятся вычисленные параметры.

Отношение x_B определялось по формуле (3) и затем использовалось в формулах (1) и (2).

Во всех случаях для простоты предполагалось, что в минимуме блеска звезды наблюдаемое излучение полностью характеризуется только собственным излучением звезды, хотя в случае SS Cyg, например, и в минимуме блеска в спектре звезды иногда наблюдается коротковолновое избыточное излучение [12].

Таблица 1

Звезда	$(U-B)_*$	$(B-V)_*$	U_*-U_Σ	B_*-B_Σ	V_*-V_Σ	x_B	$(U-B)_+$	$(B-V)_+$	Источник
HII 1306	1.18	1.35	3.77	1.62	0.76	0.29	-1.21	0.04	[8]
AD Leo	1.06	1.54	1.5	0.3	0.1	3.13	-1.37	0.25	[9]
SS Cyg	-0.20	0.80	1.43	0.79	0.55	0.94	-1.22	0.27	[10]

На двухцветной диаграмме $(U-B, B-V)$, заимствованной из работы Р. Е. Гершберга [7] (рис. 1), крестиками отмечены положения предполагаемых источников избыточного излучения по данным табл. 1.

На рис. 1 кружки представляют теоретические положения газового образования для различных электронных температур (от 5000 до 30000°K) и двух диапазонов электронных плотностей: $n_e > 10^6 \text{ см}^{-3}$ (черные кружки) и $n_e \ll 10^6 \text{ см}^{-3}$ (светлые кружки). Сплошная линия соответствует излучению абсолютно черного тела, штрихо-пунктирная линия — главной последовательности, а штриховая линия — источникам синхротронного излучения со спектральным индексом излучения от 0 до 2.

Из рис. 1 следует, что предполагаемые источники непрерывной эмиссии на двухцветной диаграмме $(U-B, B-V)$ расположены в области, недостижимой горячим газовым образованиям. Сделанное выше допущение об отсутствии избыточного излучения в спектре звезды в минимуме ее блеска может лишь усилить это противоречие.

Нам кажется, что это обстоятельство исключает возможность представления излучения нестационарных звезд во время вспышек излучением составной системы звезда + горячий газ и, следовательно, интерпретации непрерывной эмиссии, появляющейся в этот период, как излучения горячего газового образования.

On the question of interpretation of flare stars. The location of the flare sources on the $(U-B, B-V)$ diagram for HII 1306, AD Leo and SS Cyg seems to show that their interpretation as hot gas formations surrounding these stars is out of the question.

25 ноября 1965

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

Л. В. МИРЗОЯН

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *M. Johnson*, Transactions IAU, 8, 839, 1954.
2. *K. N. Böhm*, Zs. f. Astrophys., 43, 245, 1957.
3. *Л. В. Мирвоян*, ДАН СССР, 119, 667, 1958.
4. *В. А. Амбарцумян*, Сообщ. Бюр. общ., 12, 1954.
5. *Т. С. Белякина, А. А. Боярчук, Р. Е. Гершберг*, Изв. КрАО, 20, 25, 1963.
6. *Р. Е. Гершберг*, Изв. КрАО, 32, 133, 1964.
7. *Р. Е. Гершберг*, Изв. КрАО, 33, 206, 1965.
8. *H. L. Johnson, R. Mitchell*, Ap. J., 128, 31, 1958.
9. *G. O. Abell*, Publ. A.S.P., 71, 517, 1959.
10. *M. C. Zuckermann*, Ann. d'Astrophys., 24, 231, 1958.
11. *F. Hinderer*, Astr. Nachr., 277, 193, 1949.
12. *Л. В. Мирвоян, Н. Л. Каллолян*, Астрофизика, 1, 385, 1965.

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ГАЛАКТИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

Известно, что в процессе расширения туманности ее магнитное поле ослабляется. В результате этого уменьшается плотность нетеплового радиоизлучения туманности. В [1] показано, что когда расширение туманности происходит сферически, интенсивность ее радиоизлучения в метровом и дециметровом диапазонах волн меняется в зависимости от ее радиуса r согласно формуле

$$F, \propto \alpha_0 r^{-\beta},$$

где F — спектральная плотность потока, α_0 — постоянная величина, зависящая от напряжения магнитного поля и от начального радиуса туманности, $\beta = 2\alpha + 1$; α — спектральный индекс радиоизлучения. На раннем этапе расширения туманности, пока расширяющийся газ еще не подвергся торможению межзвездной средой, радиус туманности пропорционален ее возрасту.

Относительное изменение потока радиоизлучения туманности после увеличения ее радиуса на Δr равно

$$\frac{\Delta F_r}{F_r} = -\beta \frac{\Delta r}{r},$$

то есть при сферическом расширении туманности относительное ослабление ее радиоизлучения должно протекать равномерно.

Возникает вопрос, как изменится поток радиоизлучения туманности в том случае, если ее расширение происходит в одном преимущественном направлении.

В настоящей статье выдвигается одно качественное соображение по этому вопросу. Оно заключается в следующем.

Допустим, что скорость расширения туманности в направлении MN больше, чем в перпендикулярном к нему направлении PQ' (рис. 1).

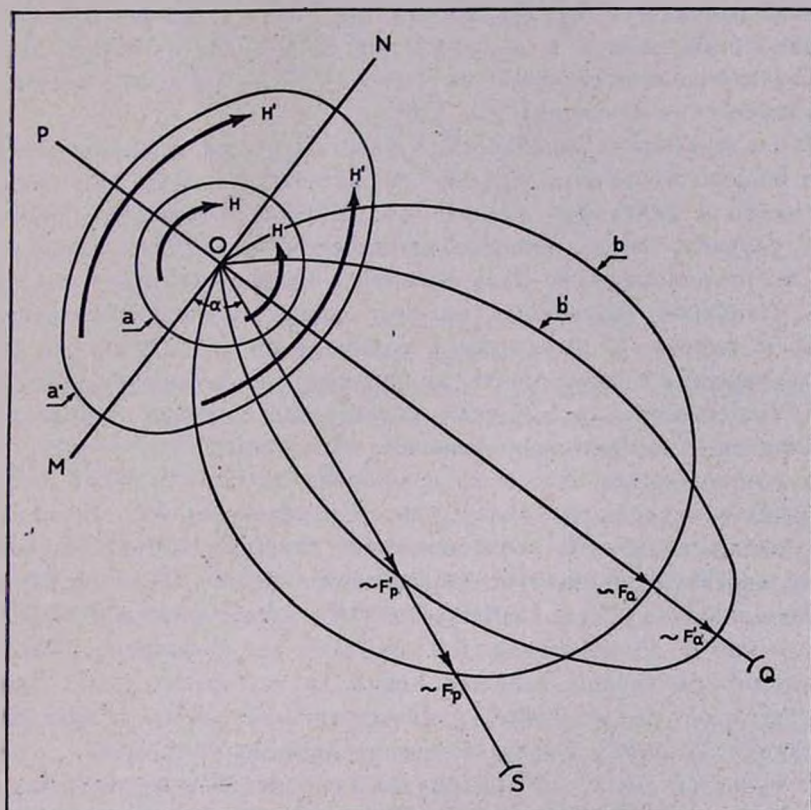


Рис. 1. Схематическая картина изменения наблюдаемого потока радиоизлучения неравномерно расширяющейся туманности. a ; a' — границы туманности для различных периодов расширения, H и H' — силовые линии магнитного поля туманности, b ; b' — соответственно, — кривые потока ее синхротронного радиоизлучения.

Допустим также, что магнитное поле туманности частично упорядоченное и его преобладающее направление совпадает с направлением расширения туманности. Такое предположение мы вправе сделать, так как согласно [2] растекание газа туманности в большинстве случаев происходит вдоль ее магнитных силовых линий. При таких предположениях наиболее интенсивное тормозное радиоизлучение релятивистских электронов туманности будет происходить в плоскости, перпендикулярной к MN . Поскольку, согласно нашему предположению, магнитные силовые линии не строго параллельны друг другу (и, кроме

того, разумеется, сами электроны излучают в некотором конусе, угол раствора которого зависит от энергии электронов), то в действительности радиоизлучение в данном направлении должно иметь место в пределах некоторого телесного угла Ω . Пусть теперь антенна радиотелескопа направлена на туманность так, что луч зрения SO составляет некоторый угол α с направлением MN. Тогда плотность потока радиоизлучения, попадающего на антенну, будет меньше, чем та, которая излучается в направлении PQ.

Когда плотность кинетической энергии среды туманности значительно больше плотности энергии ее магнитного поля, что вероятно имеет место в начальный период расширения туманности, особенно в тех случаях, когда процесс расширения начинается катастрофически, то на перемещение газа магнитное поле существенно не будет влиять. Наоборот, магнитные силовые линии туманности сами будут уноситься вместе с движущимся газом, в процессе чего они будут деформироваться в зависимости от характера перемещения газа.

В результате этого, когда расширение туманности происходит эллиптически, в направлении большой оси магнитные силовые линии как бы выпрямляются. Это в свою очередь должно влиять в сторону увеличения плотности радиоизлучения в направлении PQ. В направлении же наблюдения — SO, по отношению которого наклон магнитных силовых линий увеличивается, должна наблюдаться обратная картина.

Таким образом, для наблюдателя S поток радиоизлучения туманности может уменьшаться как за счет ее расширения, так и за счет перераспределения силовых линий ее магнитного поля. Это может привести к нелинейному уменьшению логарифма потока радиоизлучения туманности в зависимости от логарифма времени.

Если бы наблюдатель смотрел на туманность в направлении PQ, то для него могла бы наблюдаться обратная картина, то есть замедление уменьшения плотности потока радиоизлучения. Может даже случиться, что в некоторый период расширения туманности поток ее радиоизлучения увеличивается, вместо ослабления. Это произойдет, когда эффект перераспределения магнитных силовых линий сильнее сказывается на изменении потока радиоизлучения, чем эффект расширения.

Возможные кривые временного изменения потока радиоизлучения расширяющейся туманности схематически приведены на рис. 2.

Описанным выше механизмом может быть объяснено, в частности, отмеченное в [3] явление неравномерного по времени относительного уменьшения потока радиоисточника Кассиопея-A, хотя, разумеется, реальность наблюдаемого отклонения от линейного еще нуждается в подтверждении.

Нам кажется, что нет веских аргументов против предположения, что механизм, подобный описанному, в больших масштабах может действовать также в тех далеких радиогалактиках, которые находятся еще



Рис. 2. Схематические кривые изменения логарифма потока радиоизлучения расширяющейся туманности в зависимости от логарифма времени.

1 — сферическое расширение, 2 — неравномерное расширение, а — для наблюдателя „S“, b и c для наблюдателя „Q“.

в стадии начального бурного развития, когда в выброшенном из ядра начальной (тесной) галактики веществе [4] еще не прекратился процесс генерации электронов высокой энергии и формирования магнитных полей.

On one possibility of the variation of the intensity of galactic radio sources. A possibility of the variation of the observed flux density of the expanding galactic nebula is discussed. It is shown that if the nebula is expanding non-spherically then the orientation of its magnetic field and hence the intensity of the synchrotron radiation of the nebula in a given direction may vary.

5 декабря 1965

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

В. А. САНАМЯН

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. И. С. Шкловский, Астрон. ж., 37, 256, 1960.
2. Г. А. Шайн, Астрон. ж., 32, 381, 1955.
3. В. А. Санамян, А. М. Асланян, Астрофизика, 1, 247, 1965.
4. В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. 2, АН АрмССР, Ереван, 1960, 289.

О ЗАВАЛЕ СПЕКТРА РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ИСТОЧНИКА КАССИОПЕЯ-А

Согласно [1, 2], спектр радиоизлучения Кассиопеи-А около частоты $\nu_m \approx 30$ мГц претерпевает излом.

На частотах $\nu > \nu_m$ спектр радиоизлучения этого источника имеет вид $S_\nu \sim \nu^{-\alpha}$, где S_ν — спектральная плотность потока, а спектральный индекс $\alpha \approx 0.8$. На частотах же $\nu < \nu_m$, $S_\nu \sim \nu^\beta$, где $\beta > 0$.

Таким образом, около частоты ν_m спектральный индекс радиоизлучения Кассиопеи-А меняет знак, и плотность потока на этой частоте максимальна. Для объяснения завала спектра Кассиопеи-А выдвигаются следующие два наиболее вероятных механизма [2—4]:

1. Поглощение в проектирующихся на источник областях ионизованного водорода.

2. Влияние среды с показателем преломления $n(\nu) < 1$, находящейся в самом источнике. (Такой средой может быть ионизованный газ). Эти механизмы обсуждались в работах [2—5], поэтому на них подробно останавливаться не будем.

Кассиопея-А расположена вблизи галактической плоскости ($b = -2^\circ$), что говорит в пользу механизма поглощения в областях НII, расположенных по направлению источника. В этом случае частота ν_m и мера эмиссии МЕ поглощающих областей НII связаны следующим соотношением [2]:

$$ME = 1.15 \alpha \nu_m^2 \quad (1)$$

(ν_m выражена в мегагерцах, α — спектральный индекс радиоизлучения источника).

В случае Кассиопеи-А из (1) получаем $ME \approx 800$.

Когда релятивистские электроны излучают в среде с показателем преломления $n(\nu) < 1$, то на сравнительно низких частотах интенсивность излучения ансамбля релятивистских электронов резко падает [4, 5]. Это приводит к изменению знака спектрального индекса спектра излучения этого ансамбля.

Если причиной завала спектра источника является данный механизм, то для частоты ν_m имеем [4, 5]

$$\nu_m = f(\gamma) \frac{ecN_e}{H_\perp}, \quad (2)$$

где $f(\gamma)$ — функция, зависящая от показателя энергетического спектра релятивистских электронов γ , e — заряд электрона, c — скорость света в вакууме, N_e — концентрация электронов ионизованного газа, $H_\perp$ — составляющая напряженности магнитного поля, перпендикулярная скорости излучающих электронов.

Для Кассиопеи-А $\gamma = 2\alpha + 1 = 2.6$ и $f(\gamma) \approx 3$, так что

$$v_m \approx 3 \epsilon c \frac{N_e}{H_\perp} = 40 \frac{N_e}{H_\perp}. \quad (3)$$

N_e , $H_\perp$ и v_m выражены в см^{-3} , гауссах и герцах соответственно.

Из (3) для меры эмиссии ионизованного газа, в предположении, что $H_\perp = 10^{-4} - 10^{-5}$ эс, имеем

$$ME = \frac{v_m^2 H_\perp^2 l}{1.6 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 \quad (4)$$

(l — размер источника в парсеках. Для Кассиопеи-А $l \approx 4$ пс). Незнание точного значения $H_\perp$ в Кассиопее-А делает очень неуверенной оценку ME по формуле (4).

Сравнение значений ME, полученных с помощью (1) и (4) показывает, что даже если по направлению Кассиопеи-А будет обнаружена туманность с мерой эмиссии $10^3 - 10^2$, то мы не сможем прийти к однозначному заключению о механизме, обуславливающем завал в спектре источника. В работах [2, 4] приведено несколько доводов, указывающих на то, что этот завал обусловлен, по-видимому, поглощением в областях III. В тех же работах отмечается, что это заключение нельзя считать окончательным.

Мы хотим указать на одно обстоятельство, которое, по нашему мнению, позволит выяснить причину завала спектра Кассиопеи-А.

Кассиопея-А принадлежит к классу радиоисточников, отождествляемых с расширяющимися остатками вспышек Сверхновых. Сверхновая II типа, ответственная за радиоизлучение Кассиопеи-А, вспыхнула примерно 300 лет назад [6]. По причине своей молодости этот источник расширяется сравнительно быстро. Согласно [6], скорость расширения достигает 7500 км/сек . Из-за расширения источника напряженность магнитного поля и энергия релятивистских частиц в нем непрерывно убывают, что приводит к систематическому ослаблению потока радиоизлучения [7]. Ряд специально поставленных наблюдений позволил обнаружить уменьшение потока радиоизлучения Кассиопеи-А [8—10].

Покажем, что если завал обусловлен влиянием ионизованной среды с $n(\nu) < 1$, локализованной в источнике, то расширение остатка Сверхновой должно привести к систематическому уменьшению частоты завала v_m , (пока остаток существенно не затормозился межзвездной средой).

Вследствие расширения должна меняться электронная концентрация ионизованного газа N_e . Из условия сохранения количества электронов в источнике имеем

$$N_{e0}r_0^3 = N_{eT}r_T^3, \quad (5)$$

где N_{e0} , N_{eT} , r_0 и r_T — электронная плотность и радиус источника для какого-то начального момента T_0 и момента T соответственно.

Условие сохранения магнитного потока дает

$$H_0r_0^2 = H_T r_T^2. \quad (6)$$

Индексы 0 и T , как и прежде, относятся к какому-то начальному моменту T_0 и моменту T после вспышки Сверхновой. Составляющая магнитного поля $H_{\perp}$ также меняется по закону (6). Последнее связано с тем, что из условия сохранения адиабатического инварианта $\frac{(P \sin \theta)^2}{H} = \text{const}$ ($P = E/c$ — импульс релятивистской частицы, E — ее энергия) следует, что угол θ между вектором скорости релятивистского электрона и направлением магнитного поля, при $H \sim r^{-2}$ и $E \sim r^{-1}$, остается неизменным [5, 7]. Таким образом,

$$H_{\perp 0}r_0^2 = H_{\perp T}r_T^2. \quad (7)$$

Из (5) и (7) имеем $N_{eT} = N_{e0} \left(\frac{r_0}{r_T}\right)^3$ и $H_{\perp T} = H_{\perp 0} \left(\frac{r_0}{r_T}\right)^2$. Подставив эти значения в (3), получаем

$$\nu_m \approx 40 \frac{N_{e0}}{H_{\perp 0}} \cdot \frac{r_0}{r_T} = \nu_{m0} \frac{r_0}{r_T}. \quad (8)$$

В силу молодости Кассиопеи-А можно принять, что расширение происходит пропорционально времени T , так как на начальных стадиях расширения торможение межзвездной средой сказывается мало. И тогда для ν_m окончательно получим

$$\nu_m = \nu_{m0} \frac{T_0}{T}. \quad (9)$$

Уменьшение ν_m для Кассиопеи-А, определенное с помощью (9), составляет примерно 0.1 мГц в год. Если такое изменение на самом деле существует, то его можно будет обнаружить специальными наблюдениями в декаметровом диапазоне.

Если завал обусловлен поглощением длинноволнового радиоизлучения в проектирующихся на источник зонах ионизованного водорода, то никакого изменения частоты ν_m не должно наблюдаться.

On the break of the frequency spectrum of the radio source Cassiopeia-A. It was shown if the break of frequency spectrum of the ra-

dio source Cassiopeia-A be conditioned by a medium with refractive index less than unit, which is situated within the radio source, then the frequency of the break must decrease during time.

10 декабря 1965

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

В. Г. МАЛУМЯН

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Л. Л. Базелян, С. Я. Брауде и др., Изв. вузов, Радиофизика, 6, 897, 1963.
2. Л. Л. Базелян, С. Я. Брауде и др., Астрон. ж., 42, 618, 1965.
3. Е. В. Чивевский, С. Я. Брауде, Изв. вузов, Радиофизика, 5, 211, 1962.
4. В. А. Разин, Изв. вузов, Радиофизика, 3, 584, 1960.
5. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, Межзвездная среда, Физматгиз, М., 1963.
6. Р. Минковский, Радиоастрономия, Парижский симпозиум, ИЛ, М., 1961.
7. И. С. Шкловский, Астрон. ж., 37, 256, 1960.
8. В. А. Санамян, А. М. Асланян, Сообщ. Бюр. обс., 30, 35, 1962.
9. В. А. Санамян, А. М. Асланян, Астрофизика, 1, 247, 1965.
10. C. H. Mayer, T. P. McCullough, R. M. Sloanaker, F. T. Haddock, Ap. J., 141, 867, 1965.

ЭФФЕКТ ДОППЛЕРА И ПРЕДЕЛЬНО РАЗРЕШАЕМАЯ ЛИНИЯ СЕРИИ БАЛЬМЕРА

Хорошо известно, что в случае расширения бальмеровских линий эффектом Штарка их полуширины с номером растут. Это приводит к взаимному наложению линий, в результате чего число наблюдаемых линий в серии уменьшается. Качественно [такая же картина получается и в случае расширения линий эффектом Доплера, несмотря на то, что полуширины их в этом случае уменьшаются с номером.

Легко заметить, что ширины линий, расположенных у границы серии, должны быть практически одинаковыми, так как их длины волн незначительно различаются между собой. Расстояние же между линиями уменьшается пропорционально кубу их номера

$$\frac{d\lambda}{\lambda} \simeq - \frac{8}{m^3} dm. \quad (1)$$

(Соотношение (1) получается в результате дифференцирования известной формулы Бальмера). Это приводит к тому, что у границы серии соседние линии налагаются друг на друга, образуя непрерыв-

ный спектр. Можно считать, что две линии не разрешаются, если они перекрываются не ниже, чем на половине своей интенсивности. Это условие выражается следующим соотношением:

$$2\Delta\lambda_{1/2} > \delta\lambda, \quad (2)$$

где $2\Delta\lambda_{1/2}$ — полная полуширина линии, $\delta\lambda$ — расстояние между соседними линиями.

Подставляя (1) в (2) и учитывая, что $2\Delta\lambda_{1/2} = 1.66 \Delta\lambda_D$, получаем соотношение для вычисления номера m' , с которого начинается непрерывный спектр,

$$m' = 1.7 \left(\frac{\lambda}{\Delta\lambda_D} \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Для практических вычислений более удобной кажется следующая формула:

$$\lg(m_D + 1) = 1.5 - 0.33 \lg \Delta\lambda_{D\alpha}. \quad (4)$$

Здесь m_D — номер предельно разрешаемой линии, а $\Delta\lambda_{D\alpha}$ — доплеровская полуширина линии H_α .

В том случае, когда известно, что линии расширены в основном турбулентными движениями, можно пользоваться соотношением

$$\lg(m_D + 1) = 3.7 - 0.33 \lg \xi_t, \quad (5)$$

где ξ_t — турбулентная скорость, выраженная в см/сек.

Замывание линий в результате действия эффекта Доплера до настоящего времени не учитывалось даже в работах, посвященных определению номера предельно разрешаемой линии [1—6]. Так, согласно [5], при $n_e = 10^{11} \text{ см}^{-3}$ и $T = 10\,000^\circ$ номер предельно разрешаемой линии оказывается равным 560. Пользуясь же формулой (4), получаем, что при этой температуре ($\Delta\lambda_{D\alpha} = 0.28 \text{ \AA}$) $m_D = 47$.

Полученное соотношение между m_D и $\Delta\lambda_D$ хорошо согласуется с наблюдениями. Так, в работе [7] в результате исследования спектров звезд класса О получены в среднем следующие параметры: микротурбулентная скорость $\sim 50 \text{ км/сек}$, макротурбулентная скорость $\sim 100 \text{ км/сек}$, температура $\sim 35\,000^\circ$. Используя эти данные, получаем, что доплеровская полуширина линии H_α в этом случае должна быть равна $2.5 \text{ \AA}$, а m_D , следовательно, 22. Согласно наблюдениям [7], номер предельно разрешаемой линии в спектре этих звезд в среднем равен 19. Учитывая не очень высокую разрешающую способность инструмента, на котором производились наблюдения, такое согласие нужно считать хорошим. Заметим, что электронная концентрация,

определенная в этой работе по предельно разрешаемой линии, может быть ошибочной, так как замыкание линий вызвано не эффектом Штарка, а эффектом Допплера. Это замечание относится и к другим работам [8, 9], в которых электронная концентрация определяется аналогичным образом.

The Doppler-effect and the limitly admitted line of Balmer series. It is shown, that in the case of action of the Doppler effect the quantity of observed lines in the Balmer series depends on Doppler's half-width. A connection between the number of a limitly admitted line of the series and Doppler's half-width line H_α is found.

29 декабря 1965

Астрономическая обсерватория
Киевского университета

Л. Н. КУРОЧКА

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. M. Sugita, Proc. Phys. Math. Soc. Japan, 16, 254, 1934.
2. A. Pannekoek, MN, 98, 694, 1938.
3. D. R. Inglis, E. Teller, Ap. J., 90, 439, 1939.
4. A. Unsold, Z. f. Astrophys., 24, 355, 1948.
5. G. Ecker, W. Weizel, Ann. Phys., 17, 126, 1956.
6. Г. С. Иванов-Холодный, Г. М. Никольский, Астрон. ж., 18, 455, 1951.
7. Р. Н. Кумайгородская, Изв. КрАО, 32, 242, 1965.
8. Н. С. Кожаров, Изв. КрАО, 32, 273, 1965.
9. И. М. Копылов, Изв. КрАО, 26, 232, 1951.

CONTENTS

TRANSFER OF RESONANCE RADIATION IN INFINITE MEDIUM. I. <i>D. I. Nagirner, V. V. Ivanov</i>	5
ON ONE PROBLEM OF THE RADIATION NON-LINEAR TRANSFER <i>N. B. Yengibarian</i>	31
A GRAVITATIONAL INSTABILITY OF ANISOTROPIC HOMOGENEOUS SOLUTIONS <i>A. G. Doroshkevich</i>	37
THE MODEL OF AN EXPANDING SUPERDENSE CELESTIAL BODY <i>Y. L. Vartanian</i>	45
A DETAILED PHOTOMETRY AND COLORIMETRY OF SIX SPIRAL GALA- XIES IN THE FIELD OF VIRGO CLUSTER <i>B. E. Markartan, E. Y. Hovhannistan, S. N. Arakellian</i>	53
THE VIRIAL MASS-LUMINOSITY RATIO AND THE INSTABILITY OF THE DIFFERENT SYSTEMS OF GALAXIES <i>I. D. Karatchentsev</i>	81
THE VARIABLE STAR AG Dra <i>A. A. Boyarchuk</i>	101
THE PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS OF AG Dra 1965 <i>T. S. Belyakina</i>	115
 NOTES	
ON THE QUESTION OF INTERPRETATION OF FLARE STARS <i>L. V. Mirzoyan</i>	121
ON ONE POSSIBILITY OF THE VARIATION OF THE INTENSITY OF GALACTIC RADIO SOURCES <i>V. A. Sanamian</i>	124
ON THE BREAK OF THE FREQUENCY SPECTRUM OF THE RADIO SOURCE CASSIOPEIA-A <i>V. H. Malumian</i>	128
THE DOPPLER-EFFECT AND THE LIMITLY ADMITTED LINE OF BALMER SERIES <i>L. N. Kurochka</i>	131