АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

ЕРЕВАН

„АСТРОФИЗИКА“ — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 4 раза в год, цена одного номера 1 рубль, подписная плата за год 4 рубля. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство „Международная книга“, Москва, 200.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

О ВЛИЯНИИ СТОЛКНОВЕНИЙ АТОМОВ С ЭЛЕКТРОНАМИ НА ИНТЕНСИВНОСТИ БАЛЬМЕРОВСКИХ ЛИНИЙ В СПЕКТРАХ ДВИЖУЩИХСЯ ОБОЛОЧЕК ЗВЕЗД

В. Г. ГОРБАЦКИЙ

Поступила 15 марта 1965

Вычисляются относительные интенсивности эмиссионных линий бальмеровской серии в спектре движущейся оболочки, непрозрачной в линиях, при учете возбуждения и ионизации атомов электронным ударом. Рассматривается атом водорода с 10 дискретными уровнями. При высокой электронной концентрации ($10^9 \lesssim n_e \lesssim 10^{13}$ $см^{-3}$) бальмеровский декремент оказывается очень пологим по сравнению с декрементом, вычисляемым для среды прозрачной в линиях. Полученный результат применяется для объяснения наблюдаемых интенсивностей бальмеровских линий в спектрах долгопериодических переменных звезд и бывших новых.

При производившихся ранее вычислениях бальмеровского декремента в спектрах звезд с движущимися оболочками (см. напр. [1], [2]) обычно предполагалось, что возбуждение и ионизация атомов в оболочке вызываются только излучением звезды и собственным излучением оболочки. Возбуждение и ионизация атомов происходят также при столкновениях со свободными электронами, но в тех случаях, когда температура звезды высока, а плотность оболочки достаточно мала, столкновениями можно пренебрегать.

В оболочках нестационарных звезд некоторых типов свечение возбуждается не излучением горячей звезды, а сильной ударной волной. В этих случаях столкновения играют важную роль в возбуждении и ионизации атомов. Столкновения должны быть существенными для возбуждения атомов и в оболочках большой плотности, какими, например, являются вращающиеся дискообразные оболочки „бывших" новых звезд. При вычислении интенсивностей ярких линий в спектрах подобных объектов нужно принимать во внимание как движение оболочки, делающее возможным выход квантов из ее внутренних областей, так и возбуждающие столкновения.

В данной работе определяются населенности уровней атома водорода в среде, движущейся с градиентом скорости, когда возбуждение и ионизация обуславливаются не излучением, а только электронными столкновениями. По полученным населенностям вычисляются относительные интенсивности бальмеровских линий и рассматривается возможность объяснения наблюдаемых особенностей бальмеровского декремента у „бывших" новых звезд и долгопериодических переменных действием электронных столкновений.

1. *Основные уравнения*. Обычно относительные населенности энергетических уровней определяются путем решения уравнений стационарности для данного атома, выражающих постоянство числа атомов в каждом из состояний. Если свечение является нестационарным, то распределение атомов по состояниям меняется со временем и, вообще говоря, для вычисления населенностей должны быть использованы дифференциальные уравнения, определяющие скорость изменения числа атомов в каждом из состояний. Однако, если время t_0 установления равновесного распределения атомов по состояниям в среде значительно меньше времени t_*, требующегося для установления ионизационно-рекомбинационного равновесия, для нахождения населенностей уровней можно пользоваться уравнениями стационарности. Как будет показано ниже, в интересующих нас случаях неравенство $t_0 \ll t_*$ имеет место. Поэтому в дальнейшем будут рассматриваться уравнения стационарности.

Система уравнений стационарности для атома водорода с учетом электронных столкновений при условии прозрачности среды во всех линиях может быть записана в следующем виде

$$
\begin{gathered}
n_i \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} + n_e \sum_{k=1}^{i-1} (n_i a_{ik} - n_k b_{ki}) + n_i B_{ic} \rho_{ic} + n_e n_i b_{ic} = \\
= \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} + n_e \sum_{k=i+1}^{\infty} (n_k a_{ki} - n_i b_{ik}) + C_i n_e n^+ + K_i n_e^2 n^+ ,
\end{gathered} \tag{1}
$$

где $n_k A_{ki}$ — число спонтанных переходов атомов из k-того в i-тое состояние в 1 см³ за 1 сек, $n_e n_k a_{ki}$ — число соответствующих переходов в результате столкновений с электронами, $n_e n_i b_{ik}$ — число возбуждений из i-того состояния в k-тое электронным ударом, $n_e n_i b_{ic}$ и $n_i B_{ic} \rho_{ic}$ — число ионизаций из i-того состояния столкновениями и излучением соответственно, $C_i n_e n^+$ и $K_i n_e^2 n^+$ — число радиативных и тройных рекомбинаций соответственно.

Так как отношение $\frac{A_{kl}}{a_{kl}} > 10^{13}$ для не очень высоких уровней, то при электронной концентрации $n_e < 10^{12}$ см$^{-3}$ членами, соответствующими возбуждению и деактивации при столкновениях, можно пренебречь. Положение является иным для оболочки непрозрачной в частотах линий. Используя теорию движущихся оболочек звезд [1], вместо системы (1) получаем

$$n_l\left(\sum_{k=1}^{l-1} A_{lk}\beta_{kl} + B_{lc}\rho_{lc}\right) + n_e\sum_{k=1}^{l-1}(n_l a_{lk} - n_k b_{kl}) + n_e n_l b_{lc} =$$

$$= \sum_{k=l+1}^{\infty} n_k A_{kl}\beta_{lk} + n_e \sum_{k=l+1}^{\infty}(n_k a_{kl} - n_l b_{lk}) + C_l n_e n^+ + K_l n_e^2 n^+, \tag{2}$$

где β_{lk} — доля квантов с частотой ν_{lk}, выходящих из среды вследствие эффекта Допплера, которая приближенно определяется выражением

$$\beta_{lk} = \frac{1}{2u}\frac{1}{\alpha_{lk}}\left|\overline{\frac{dv}{ds}}\right|. \tag{3}$$

Величина $\left|\overline{\frac{dv}{ds}}\right|$ представляет собой усредненный по направлениям градиент скорости движения в оболочке, u — тепловая скорость атомов и α_{lk} — коэффициент поглощения

$$\alpha_{lk} = \frac{n_l B_{lk}}{c\Delta\nu_{lk}}\left(1 - \frac{g_l}{g_k}\frac{n_k}{n_l}\right)h\nu_{lk}. \tag{4}$$

Здесь предполагается, что профиль коэффициента поглощения прямоугольный и через $\Delta\nu_{lk}$ обозначена ширина линии

$$\Delta\nu_{lk} = 2\frac{u}{c}\nu_{lk}. \tag{4}$$

При $\beta_{lk} \ll 1$ относительная роль членов, связанных с электронными столкновениями, значительнее, чем в уравнениях (1), и их надо принимать во внимание уже при гораздо меньшей величине n_e. Особенно существенным является влияние электронных столкновений при невысокой степени ионизации, когда концентрация нейтральных атомов велика и величины β_{lk} очень малы. Такое положение возникает, в частности, при высвечивании среды.

Чтобы использовать систему (2) для определения относительных населенностей уровней, преобразуем ее, причем не будем учитывать ионизацию излучением. Из (3) и (4) находим

$$A_{kl}\beta_{lk} = \frac{g_l}{g_k}\frac{8\pi\nu_{lk}^3}{c^3}\frac{\left|\frac{dv}{ds}\right|}{n_l - \frac{g_l}{g_k}n_k}. \tag{5}$$

Введем величины γ_l, характеризующие отклонение населенности уровня от больцмановской, соотношением

$$\frac{n_l}{n_1} = \gamma_l \frac{g_l}{g_1} e^{-\frac{h\nu_{lk}}{kT_e}}, \tag{6}$$

где T_e — электронная температура.

Принимая во внимание (5) и (6), а также известное соотношение, связывающее коэффициенты a_{kl} и b_{lk}

$$\frac{b_{lk}}{a_{kl}} = \frac{g_k}{g_l} e^{-\frac{h\nu_{lk}}{kT_e}}, \tag{7}$$

вместо системы (2) получаем

$$\sum_{k=1}^{l-1}\left\{\eta\,\frac{g_1}{g_l}\frac{1}{\gamma_k e^{-\frac{h\nu_{lk}}{kT_e}} - \gamma_l e^{-\frac{h\nu_{1l}}{kT_e}}}\left(\frac{\nu_{lk}}{\nu_{12}}\right)^3 + a_{lk}\left(1-\frac{\gamma_k}{\gamma_l}\right)\right\} +$$

$$+ b_{lc}\left[1 - \frac{1}{\gamma_l}\frac{n_e n^+}{n_1}\chi(T_e)\right] = \sum_{k=l+1}^{\infty}\left\{\eta\,\frac{g_1}{g_l}\frac{1}{\gamma_l e^{-\frac{h\nu_{1l}}{kT_e}} - \gamma_k e^{-\frac{h\nu_{1k}}{kT_e}}}\left(\frac{\nu_{lk}}{\nu_{12}}\right)^3 + \right. \tag{8}$$

$$\left. + a_{kl}\left(1-\frac{\gamma_l}{\gamma_k}\right)\right\}\frac{g_k}{g_l}\frac{\gamma_k}{\gamma_l}e^{-\frac{h\nu_{lk}}{kT_e}} + \frac{g_1}{g_l}\frac{n^+}{n_1}\frac{1}{\gamma_l}e^{\frac{h\nu_{1l}}{kT_e}}C_l(T_e).$$

Здесь

$$\eta = \frac{8\pi\nu_{12}^3}{c^3}\frac{1}{n_1 n_e}\left|\frac{dv}{ds}\right|, \tag{9}$$

а функция $\chi(T_e)$ определяется равенством

$$\chi(T_e) = \left(\frac{n_1}{n_e n^+}\right)_0, \tag{10}$$

где индекс „нуль" обозначает величину отношения $\frac{n_1}{n_e n^+}$ в состоянии термодинамического равновесия при температуре T_e. Для чисто водородной среды должно быть $n^+ = n_e$.

Из системы (8) определяются величины γ_i при заданных значениях T_e, γ_i, n_e и $\frac{n_e}{n_1}$. Можно считать, что $n_1 \gg n_i$ ($i > 2$). Поскольку существования ионизационно-рекомбинационного равновесия в среде не предполагается, то уравнение, из которого можно находить степень ионизации, содержит величину $\frac{dn_1}{dt}$. Наряду с этим уравнением нужно решать и дифференциальное уравнение для величины T_e, так как электронная температура меняется в процессе установления равновесия. Эти обстоятельства сильно усложняют задачу. Поэтому представляется целесообразным при вычислении бальмеровского декремента рассматривать T_e и отношение $\frac{n_e}{n_1}$ в качестве параметров.

2. ***Вычисление населенности уровней.*** Величина T_e входит в уравнения (8) не только непосредственно, но и через посредство коэффициентов a_{kl}, b_{lc}, C_l и χ, являющихся функциями электронной температуры. Поэтому, переходя к решению уравнений, нужно прежде всего оценить значение T_e.

Исследования энергетического баланса свободных электронов в оболочках звезд при учете столкновений с атомами водорода производились Цой Дяй О [3], который нашел, что в стационарном случае, если ионизация обусловлена излучением, столкновения не оказывают существенного влияния на величину T_e. При нестационарном свечении в условиях достаточно большой электронной концентрации ($n_e \gtrsim 10^{10}$ см$^{-3}$) положение иное. Столкновения второго рода и поглощение квантов L_α возбужденными атомами водорода изменяют электронную температуру таким образом, чтобы их влияние уравновесилось столкновениями, возбуждающими атомы. В частности, ранее было получено [4], что электронная температура в слое, подвергшемся действию ударной волны, в течение долгого времени остается близкой к 15000°. При T_e существенно меньшей 15000° эффективность электронных столкновений мала и элементарные процессы должны приводить к увеличению T_e. Если же T_e значительно превосходит 15000°, то расход энергии на возбуждение и ионизацию атомов оказывается слишком большим и не компенсируется процессами, увеличивающими энергию электронов. Исходя из этих соображений и учитывая результаты проводившихся ранее вычислений [5], примем для вычисления коэффициентов системы (8) значение $T_e = 15000°$.

В уравнениях (8) отсутствуют члены, описывающие ионизацию квантами L_α из возбужденных состояний. Можно считать, что этот процесс приближенно учтен выбором достаточно высокого значения T_e. Точное решение нестационарной задачи требует добавления к системе (8) не только уравнения, определяющего изменение T_e, но и уравнения для нахождения концентрации квантов L_α.

При решении системы (8) ограничимся рассмотрением атома водорода с 10 дискретными уровнями. Для вычисления коэффициентов a_{kl} воспользуемся известной формулой (см. напр. [13])

$$a_{kl} = \frac{g_l}{g_k} \frac{24\pi^2 e^4 m f_{lk}}{(2\pi mk T_e)^{3/2}} \left| \frac{kT_e}{h\nu_{lk}} - e^{\frac{h\nu_{lk}}{kT_e}} Ei\left(\frac{h\nu_{lk}}{kT_e}\right)\right|, \tag{11}$$

где f_{lk} — сила осциллятора для перехода $l \to k$ $(l < k)$, а остальные обозначения обычные. Значения a_{kl}, полученные по (11), могут существенно (на десятки процентов) отличаться от точных. Однако, поскольку для большинства требуемых переходов точные квантово-механические расчеты не проводились, приходится применять формулу (11). Значения коэффициентов a_{kl}, вычисленные по этой формуле, приведены в табл. 1.

Величины a_{kl} зависят от T_e слабо — при $10^4 < T_e < 1.5 \cdot 10^4$ град они приблизительно пропорциональны $T_e^{1/2}$ для переходов между далекими уровнями и $\sim T_e^{-1/2}$ для переходов между верхними уровнями.

Величины b_{lc} вычислялись по формуле

$$b_{lc} = \frac{24\pi^2 e^4 m f_{lc}}{(2\pi mkT_e)^{3/2}} \left[\frac{kT_e}{\chi_{lc}} e^{-\frac{\chi_{lc}}{kT_e}} - Ei\left(\frac{\chi_{lc}}{kT_e}\right)\right], \tag{12}$$

где f_{lc} — сила осциллятора для перехода l-того состояния в континуум и χ_{lc} — энергия, соответствующая этому переходу. Для коэффициента рекомбинации $C_l(T_e)$ использована формула

$$C_l(T_e) = \frac{3.262 -}{l^3 T_e^{1/2}} g_l e^{\frac{\chi_{lc}}{kT_e}} Ei\left(\frac{\chi_{lc}}{kT_e}\right). \tag{13}$$

Величины b_{lc} и C_l даны в табл. 2.

Таблица 1

КОЭФФИЦИЕНТЫ n_{ki} ($T_e = 15000$)

$i \backslash k$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$1.29\cdot10^{-8}$	$7.3\cdot10^{-10}$	$1.6\cdot10^{-10}$	$3.9\cdot10^{-11}$	$1.31\cdot10^{-11}$	$5.4\cdot10^{-12}$	$2.6\cdot10^{-12}$	$1.37\cdot10^{-12}$	$8.0\cdot10^{-13}$
2		$5.6\cdot10^{-7}$	$3.7\cdot10^{-8}$	$7.5\cdot10^{-9}$	$2.3\cdot10^{-9}$	$9.4\cdot10^{-10}$	$4.4\cdot10^{-10}$	$1.9\cdot10^{-10}$	$1.07\cdot10^{-10}$
3			$4.4\cdot10^{-6}$	$3.0\cdot10^{-7}$	$6.1\cdot10^{-8}$	$1.9\cdot10^{-8}$	$8.2\cdot10^{-9}$	$2.9\cdot10^{-9}$	$1.9\cdot10^{-9}$
4				$1.6\cdot10^{-5}$	$1.18\cdot10^{-6}$	$2.6\cdot10^{-7}$	$8.0\cdot10^{-8}$	$3.5\cdot10^{-8}$	$2.0\cdot10^{-8}$
5					$3.7\cdot10^{-5}$	$3.2\cdot10^{-6}$	$6.8\cdot10^{-7}$	$2.4\cdot10^{-7}$	$1.04\cdot10^{-7}$
6						$7.0\cdot10^{-5}$	$6.9\cdot10^{-6}$	$1.6\cdot10^{-6}$	$6.0\cdot10^{-7}$
7							$1.17\cdot10^{-4}$	$1.42\cdot10^{-5}$	$3.1\cdot10^{-6}$
8								$1.8\cdot10^{-4}$	$2.5\cdot10^{-5}$
9									$2.7\cdot10^{-4}$

Таблица 2

ЗНАЧЕНИЯ b_{lc} и C_l ($T_e = 15000°$)

l	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$b_{lc}\cdot 10^{6}$	$1.36\cdot 10^{-2}$	0.144	0.43	0.79	1.41	2.3	3.4	4.6	5.9
$C_l\cdot 10^{14}$	6.6	3.7	2.3	1.56	1.11	0.82	0.61	0.49	0.39

Как известно, коэффициенты рекомбинации C_l слабо зависят от T_e. Величины b_{lc} ($l > 3$) в интервале $10^4 \leqslant T_e \leqslant 1.5\cdot 10^4$ град меняются не более чем в два раза.

Заметим, что при вычислении a_{kl} и b_{lc} при $l \geqslant 6$ были приняты экстраполированные значения сил осцилляторов.

Величина $\chi(T_e)$ при $T_e = 15000°$ составляет $8.6\cdot 10^{-18}$. Решение системы (8) производилось при значениях: $T_e = 15000°$, $n^+ + n_1 = 4\cdot 10^{11}$ см$^{-3}$, $\eta = 10^{-12}$; $5\cdot 10^{-10}$; 10^{-8} и соответствующих значениях: $\frac{n_e}{n_1} = 1;\ 2\cdot 10^3;\ 4\cdot 10^4$. Результаты решения системы приводятся в табл. 3.

Таблица 3

ВЕЛИЧИНЫ γ_l

η	$\frac{n_e}{n_1}$	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8	γ_9	γ_{10}
10^{-12}	1	0.045	0.0064	0.0022	0.00132	0.00100	0.00085	0.00079	0.00076	0.00075
$5\cdot 10^{-10}$	$2\cdot 10^3$	0.35	0.069	0.026	0.0153	0.0115	0.0105	0.0101	0.0099	0.0098
10^{-8}	$4\cdot 10^4$	6.0	1.21	0.43	0.25	0.19	0.16	0.154	0.149	0.147

Система была также решена при значении $n_e = 10^{13}$ см$^{-3}$, $\frac{n_e}{n_1} = 1$, $\eta = 10^{-12}$. В пределах точности вычислений результаты совпадают с данными первой строки табл. 3. Полученные значения величин γ_l для высоких уровней показывают, что распределение атомов по состояниям между высокими уровнями приблизительно больцмановское. Это вызвано действием электронных столкновений.

3. *Бальмеровский декремент и сравнение с наблюдениями.* Воспользуемся полученными значениями величин γ_l для вычисления бальмеровского декремента. Отношение энергии, выходящей из среды в бальмеровской линии с частотой ν_{2k} ($k > 4$), к энергии, излучаемой в линии H_β, равно

$$\frac{E_{2k}}{E_{24}} = \frac{n_k A_{k2} \beta_{2k} h\nu_{2k}}{n_4 A_{42} \beta_{24} h\nu_{24}}, \tag{14}$$

при условии, что свойства среды во всех ее точках одинаковы. Принимая во внимание соотношения (5) и (6), из (14) получаем

$$\frac{E_{2k}}{E_{24}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_l}\left(\frac{\nu_{2k}}{\nu_{24}}\right)^4 e^{-\frac{h\nu_{4k}}{kT_e}} \frac{1 - \frac{\gamma_4}{\gamma_2} e^{-\frac{h\nu_{24}}{kT_e}}}{1 - \frac{\gamma_k}{\gamma_2} e^{-\frac{h\nu_{2k}}{kT_e}}}. \tag{15}$$

Для вычисления отношения интенсивностей линии H_α ($k = 3$) и H_β находим аналогично

$$\frac{E_{23}}{E_{24}} = \frac{\gamma_3}{\gamma_4} e^{\frac{h\nu_{34}}{kT_e}} \left(\frac{\nu_{23}}{\nu_{24}}\right)^4 \frac{1 - \frac{\gamma_4}{\gamma_2} e^{-\frac{h\nu_{24}}{kT_e}}}{1 - \frac{\gamma_3}{\gamma_2} e^{-\frac{h\nu_{23}}{kT_e}}}. \tag{16}$$

Относительные интенсивности линий при $\frac{n_e}{n_1} = 1, \quad \eta = 10^{-12}$: приводятся в табл. 4.

Таблица 4

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ЛИНИЙ БАЛЬМЕРОВСКОЙ СЕРИИ ВОДОРОДА

Линия	H_α	H_β	H_γ	H_δ	H_ε	H_ζ	H_η	H_ν
$\frac{E_{2k}}{E_{24}}$	1.55	1.00	0.72	0.61	0.54	0.52	0.51	0.50

Главной особенностью полученного декремента является его малая крутизна по сравнению с крутизной декремента, вычисляемого без учета столкновений. Интенсивность высших членов серии оказывается практически одинаковой и составляет около половины интенсивности линии H_β.

Бальмеровский декремент для двух других случаев ($\eta = 5 \cdot 10^{-10}$; 10^{-8}) очень мало отличается от данного в табл. 4.

То, что зависимость относительных интенсивностей линий от η очень слабая, вполне понятно, так как даже при $\eta = 10^{-8}$ члены, содержащие η, невелики по сравнению с другими членами в уравнениях (8). Однако градиент оказывается почти не зависящим и от отношения $\frac{n^+}{n_1}$, хотя при $n^+ \gg n_1$ рекомбинационные члены уравнений являются преобладающими и величины η_i быстро изменяются с $\frac{n_e}{n_1}$.

Очевидно, что решение уравнений при $\frac{n^+}{n_1} = 1$ и $\eta \lesssim 10^{-8}$, т. е. при $n_e \gtrsim 10^9$ см$^{-3}$ даст тот же самый результат, что и при $\eta = 10^{-12}$. Таким образом, относительные интенсивности линий бальмеровской серии, излучаемых высвечивающейся средой, при $\eta \lesssim 10^{-8}$ должны быть близкими к приведенным в табл. 4 для широкого интервала значений электронной плотности $10^9 \lesssim n_e \lesssim 10^{13}$ см$^{-13}$. Этот вывод должен оставаться в силе и в тех случаях, когда электронная температура в среде отличается на несколько тысяч градусов в ту или иную сторону от принятого значения $T_e = 15000°$, так как зависимость коэффициентов a_{kl} и C_l, а при $l > 3$ и коэффициентов b_{lc}, от T_e сравнительно слабая.

Пологость бальмеровского декремента в движущейся оболочке вызвана быстрым увеличением отношения $\frac{\beta_{2k}}{\beta_{24}}$ с ростом k. Если предположить, что среда прозрачна для излучения в линиях субординатных серий, т. е. считать, что $\beta_{2k} = 1$ $(k = 3, 4 \cdots)$, то относительные интенсивности линий бальмеровской серии получаются сравнительно близкими к вычисленным в работе С. А. Каплана и С. И. Гопасюка [6]. Бальмеровский декремент в этом случае оказывается весьма крутым, хотя и менее крутым, чем полученный в [6]. При $T_e = 15000°$ имеем: $\frac{E_{23}}{E_{24}} = 4.1$; $\frac{E_{25}}{E_{24}} = 0.37$. Это различие объясняется, главным образом, тем, что в уравнениях (8) приняты во внимание переходы под действием столкновений между высокими уровнями, тогда как в работе [6] рассматривалось возбуждение в среде малой плотности и учитывались только возбуждения с основного уровня, а удары второго рода вовсе не учитывались.

Сопоставим найденные относительные интенсивности бальмеровских линий с данными наблюдений некоторых нестационарных звезд. Гринстейн нашел [7], что в спектрах ряда „бывших" новых и повторной новой WZ Стрелы эквивалентные ширины высших членов бальмеровской серии оказываются сравнительно большими. Более точное определение эквивалентных ширин у V603 Aql производилось

Л. А. Боярчуком и Э. Р. Мустелем [8], согласно которым бальмеровский декремент в спектре этой звезды является очень пологим — интенсивность линии H_γ составляет около 0.8 интенсивности H_β.

„Бывшие" новые звезды часто оказываются двойными. Такой, в частности, является и звезда V603 Aql. В тесной двойной системе газовые потоки образуют вращающиеся дискообразные оболочки звезд. Частые скачкообразные изменения блеска — вспышки — у рассматриваемых звезд вызываются ионизацией газа в той или иной части оболочки [9]. Факторы, вызывающие ионизацию иона, неизвестны, но, по-видимому, их действие весьма кратковременно и наблюдаемое свечение в линиях принадлежит высвечивающемуся газу.

В дискообразных оболочках концентрация водородных атомов $n_n \approx 10^{13}$ см$^{-3}$ и $\left|\frac{\overline{dv}}{ds}\right| \approx \frac{dv}{dr} \approx 10^{-2}$. Следовательно, при $n_1 \approx n_e$ имеем значение $\eta \approx 10^{-12}$. Время релаксации t_0 для установления равновесного распределения атомов по состояниям можно определить из выражения, полученного В. В. Соболевым [10]:

$$t_0 = \frac{2u}{c\dfrac{dv}{dr}}. \tag{17}$$

В данном случае получается, что $t_0 \approx 10^{-2}$ сек, т. е. значение малое по сравнению с временем установления ионизационно-рекомбинационного равновесия t_*, определяемым известной формулой

$$t_* = \frac{1}{n_e \sum\limits_{i=2}^{\infty} C_i}. \tag{18}$$

Таким образом, условия образования бальмеровских линий в дискообразной оболочке „бывшей" новой соответствуют тем, при которых вычислялись приведенные в табл. 4 интенсивности бальмеровских линий. Поэтому наблюдаемая пологость бальмеровского декремента может быть, хотя бы отчасти, объяснена влиянием электронных столкновений.

Сильные аномалии бальмеровского декремента наблюдаются также в спектрах долгопериодических переменных звезд. Необычное распределение интенсивностей между линиями H_α — H_δ в эпоху, предшествующую максимуму блеска, вызвано, как было убедительно показано Г. А. Шайном, поглощением излучения молекулами, находящимися во внешних слоях звезды. Отсутствие линии H_α и малую интенсивность линии H_β в послемаксимальный период также можно объяснить поглощением излучения в этих линиях возбужденными атомами водорода в обширной атмосфере звезды [11]. Кроме того, Г. А. Шайном было найдено [12], что высшие члены серии Бальмера $H_8 - H_{16}$ в спектрах долгопериодических переменных имеют неожиданно большую эквивалентную ширину. При „обычном" бальмеровском декременте они были бы очень слабыми, так как даже первые линии серии относительно мало интенсивны. Возможно, что это обстоятельство можно объяснить действием электронных столкновений в высвечивающемся слое газа, который и дает излучение в водородных линиях. В оболочках долгопериодических переменных $n_e + n_1 \approx$ $\approx 4 \cdot 10^{11}$ см$^{-3}$, $\frac{dv}{dr} \approx 10^{-6}$ сек$^{-1}$. Поэтому при $n_1 \approx n_e$ $\eta \approx 10^{-12}$ и декремент серии должен соответствовать вычисленному выше, т. е. быть очень пологим.

Заметим, что одной из причин, вызывающих относительное ослабление первых линий бальмеровской серии H_α и H_β, может быть поглощение излучения в этих линиях отрицательными ионами водорода. В частоте линии H_α коэффициент поглощения H^- на 1 ион составляет $3.7 \cdot 10^{-17}$ см^2, в частоте H_β — около $2.8 \cdot 10^{-17}$ см^2, а для высоких членов серии приблизительно $2.2 \cdot 10^{-17}$ см^2. В том случае, когда оптическая толщина оболочки, обусловленная поглощением ионами H^-, не очень мала по сравнению с единицей, интенсивности линий H_α и H_β будут уменьшены по сравнению с высшими членами серии.

Для оценки оптической толщины атмосферы долгопериодической переменной, обусловленной поглощением ионами H^-, найдем их концентрацию n^- в атмосфере. Если не учитывать распада ионов H^- под действием излучения звезды и вынужденных рекомбинаций, условие стационарности записывается в виде

$$n_1 n_e C^-(T_e) = n^- n_e B^-(T_e), \tag{19}$$

где $C^-(T_e)$ — коэффициент рекомбинации атома водорода с электроном и $B^-(T_e)$ — коэффициент, определяющий влияние электронных столкновений на распад ионов H^-. При $T_e \approx 15000°$ величина $C^-(T_e) \approx 4 \cdot 10^{-15}$.

Точные эффективные сечения для столкновений ионов H^- со свободными электронами неизвестны, но их оценка дает $B^-(15000°) \approx$ $\approx 10^{-7}$. Из (19) получаем $n^- \approx 4 \cdot 10^{-8} n_1$. При $n_1 = 2 \cdot 10^{11}$ см$^{-3}$ величина $n^- \approx 10^4$ см$^{-3}$. Так как диссоциация излучением не учтена, полученное значение n^- является завышенным. При таком значении n^- и толщине слоя 10^{13} см оптическая толщина его, обусловленная поглощением H^-, порядка единицы и влияние дифференциального поглощения будет сказываться на наблюдаемых относительных интенсивностях бальмеровских линий. Если излучающим слоем испускается в линиях энергия E_{24} и E_{2k} соответственно, а поглощающий слой лежит выше излучающего и его толщина в этих линиях составляет τ'_{24} и τ'_{2k}, то наблюдаемое отношение интенсивностей равно

$$\frac{E'_{2k}}{E'_{24}} = \frac{E_{2k}}{E_{24}}\, e^{\tau'_{24} - \tau'_{2k}} .$$

Без точного определения величины n^- и толщины излучающего слоя трудно сказать, в какой мере влияет рассмотренный эффект на наблюдаемые относительные интенсивности линий в спектрах долгопериодических переменных. Сделанный подсчет лишь показывает, что такое влияние возможно. Во вращающихся оболочках „бывших" новых звезд действие поглощения H^- на величину бальмеровского декремента не может быть существенным, так как протяженность оболочек не превосходит по порядку величины 10^{10} см и поэтому $\tau'_{23} < 0.1$.

В заключение подчеркнем неоднократно отмечавшееся нами ранее обстоятельство, касающееся величины бальмеровского декремента в оболочках нестационарных звезд. Эта величина является интегральной характеристикой излучающего слоя и зависит, как показывает и данная работа, от большого числа различных факторов. Поэтому из наблюдений бальмеровского декремента можно получить лишь ограниченную информацию, главным образом, о сходстве или различии условий, существующих в данном объекте, с условиями в газовых туманностях. У оболочек звезд это отличие состоит, в основном, в их непрозрачности для излучения в бальмеровских линиях, а при достаточно большой плотности оболочки — в существенном влиянии электронных столкновений.

Ленинградский государственный
университет

ON THE INFLUENCE OF ELECTRON COLLISIONS ON THE INTENSITIES OF BALMER LINES IN SPECTRA OF THE MOVING ENVELOPES OF STARS

V. G. GORBATZKY

Relative intensities of Balmer emission lines in the spectrum of moving envelope non-transparent in line frequencies are computed the colllisional excitation and ionization being taken into account. The case of ten-level atom of hydrogen is considered. If the electron density is high ($10^9 \lesssim n_e \lesssim 10^{13}$ cm^{-3}) the computed Balmer decrement is found to be very slow as compared with that for transparent envelope. The results are applied to explain the observed Balmer line intensities in spectra of long-period variable stars and old novae.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. В. Соболев*, Движущиеся оболочки звезд, Изд. ЛГУ, Л., 1947.
2. *В. В. Соболев, В. В. Иванов*, Уч. зап. ЛГУ, № 307 (Труды АО, 19) 1962.
3. *Цой Дяй О*, Вестн. ЛГУ, № 7, 1956.
4. *В. Г. Горбацкий*, Астрон. ж., 38, 256, 1961.
5. *В. Г. Горбацкий*, Вестн. ЛГУ, № 13, 1957.
6. *С. А. Каплан, С. И. Гопасюк*, Цирк. АО Львовского ун-та, № 25, 1953.
7. *Дж. Гринстейн*, Сб. „Звездные атмосферы", 673, ИЛ, 1963.
8. *А. А. Боярчук, Э. Р. Мустель*, Астрон. ж., 41, 587, 1964.
9. *В. Г. Горбацкий*, Астрон. ж. 41, 849, 1964.
10. *В. В. Соболев*, Вестн. ЛГУ, № 10, 1948.
11. *В. Г. Горбацкий*, Астрон. ж., 34, 860, 1957.
12. *Г. А. Шайн*, ДАН СССР, 44, 293, 1944.
13. *С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер*, Межзвездная среда, Физматгиз, М., 1963.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

H-ФУНКЦИИ В ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В. В. ИВАНОВ, Д. И. НАГИРНЕР

Поступила 30 мая 1965

Исследуется перенос излучения в резонансной линии, расширение которой обусловлено эффектом Допплера. Рассматривается полубесконечная атмосфера с пренебрежимо малым поглощением в непрерывном спектре. Используется приближение полного перераспределения по частоте. Интенсивность выходящего излучения выражена через соответствующую H-функцию, определяемую формулами (6) и (7). Даны пятизначные таблицы $H(z, \lambda)$ для большого набора значений параметра λ. Особое внимание уделено значениям λ, близким к единице. Исследовано асимптотическое поведение $H(z, \lambda)$ при $z \gg 1$. Показано, что при $z \gg 1$ функция $H(z, \lambda)$ зависит не от самих переменных z и λ, а лишь от некоторой их комбинации. Обсуждается вопрос об областях применимости и точности полученных асимптотических выражений. Найдено, что область применимости довольно широка, а точность — достаточно высока, чтобы обеспечить их практическую пригодность.

В теории многократного рассеяния света в спектральной линии важную роль играет функция $H(z, \lambda)$, введенная В. В. Соболевым [1, 2]. Она является обобщением известной функции В. А. Амбарцумяна [3] $\varphi(\mu, \lambda)$ на случай рассеяния с полным перераспределением по частоте. При многих видах зависимости мощности источников от глубины интенсивность излучения, выходящего из полубесконечной атмосферы, может быть просто выражена через $H(z, \lambda)$. Изложение относящихся к этому вопросов дается в книге В. В. Соболева [4]. Функция $H(z, \lambda)$ входит также в полученное Д. И. Нагирнером [5, 6] интегральное представление резольвенты уравнения, описывающего перенос резонансного излучения в полубесконечной атмосфере.

Свойства H-функций для рассеяния с полным перераспределением по частоте были изучены В. В. Ивановым [7, 8]. Однако подробных таблиц этих функций нет. В. В. Соболев [2, 4] для трех значений λ ($\lambda = 1.00$; 0.999; 0.99) вычислил H-функцию при коэффициенте поглощения, обусловленном совместным действием эффекта Допплера и затухания. В этих вычислениях было принято, что отношение коэффициента поглощения в линии к коэффициенту поглощения в непрерывном спектре равно 10^4. Таблица H-функции для чистого рассеяния ($\lambda = 1$) и допплеровского коэффициента поглощения приведена в статье В. В. Иванова [7]. Там же даны графики $H(z, \lambda)$ для $\lambda = 0.7$; 0.9 и 0.95. Значения $H(z, \lambda)$ для $\lambda = 0.4$ и 0.7 при допплеровском коэффициенте поглощения были найдены А. М. Самсоном [9]. Во всех этих работах H-функция получалась численно из уравнения для $H(z, \lambda)$.

Для практических расчетов интенсивностей и профилей линий этих данных совершенно недостаточно. В связи с этим в Ленинградском университете предпринята работа по табулированию H-функций. В настоящей статье приводятся результаты расчетов для допплеровского коэффициента поглощения. Считается, что поглощение в непрерывном спектре отсутствует. Попутно с описанием вычислений в статье дается сводка основных свойств рассматриваемой H-функции. Чтобы облегчить использование таблиц, в начале статьи приводятся уравнения, описывающие перенос резонансного излучения, а также выражения для интенсивности выходящего из среды излучения через функцию $H(z, \lambda)$.

1. Пусть μ — косинус угла выхода излучения из среды, отсчитанный от внешней нормали, x — безразмерная частота:

$$x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta \nu_D},$$

где ν_0 — частота центра линии, $\Delta\nu_D$ — допплеровская полуширина. Тогда при отсутствии поглощения в непрерывном спектре интенсивность излучения, выходящего из среды в резонансной линии, при полном перераспределении по частоте при рассеянии дается известным выражением

$$I(0, \mu, x) = \int_0^\infty S(\tau)\, e^{-\frac{\alpha(x)}{\mu}\tau}\, \alpha(x) \frac{d\tau}{\mu}, \tag{1}$$

где $S(\tau)$ — так называемая функция источников, $\alpha(x)$ — отношение коэффициента поглощения в частоте x к коэффициенту поглощения в центре линии, τ — оптическая глубина в центре линии. При пренебрежении вынужденным излучением функция источников связана с населенностями уровней n_1 и n_2 соотношением

$$S(\tau) = \frac{2h\nu_0^3}{c^2} \frac{g_1}{g_2} \frac{n_2}{n_1}, \tag{2}$$

где g_i — статистические веса уровней, и определяется интегральным уравнением

$$S(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty K(|\tau - \tau'|) S(\tau') d\tau' + S^*(\tau). \tag{3}$$

Здесь функция $S^*(\tau)$ представляет собой мощность первичных источников излучения (таких, как возбуждения электронным ударом и рекомбинации на верхний уровень). Она считается заданной. Параметр λ — так называемая вероятность выживания кванта при рассеянии, или альбедо для однократного рассеяния, — определяется относительной ролью радиативных переходов с верхнего уровня по сравнению с переходами под действием ударов второго рода и ионизациями со второго уровня (подробности см., например, в [10]). Значения λ заключены между нулем и единицей, однако в астрофизических задачах чаще всего приходится иметь дело со случаем, когда λ очень близко к единице (почти консервативное рассеяние).

При допплеровском коэффициенте поглощения $\alpha(x) = e^{-x^2}$, который только и будет рассматриваться в дальнейшем, ядро интегрального уравнения (3) имеет вид

$$K(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2x^2} E_1(\tau e^{-x^2})\, dx, \tag{4}$$

где $E_1(t)$ — обычная интегральная показательная функция

$$E_1(t) = \int_0^1 e^{-\frac{t}{\zeta}} \frac{d\zeta}{\zeta}. \tag{5}$$

Функция $K(\tau)$ была недавно подробно изучена и табулирована [11, 12]. Заметим, что уравнение (3) с ядром (4) было впервые рассмотрено Л. М. Биберманом [13].

В ряде опубликованных в последнее время работ [12, 14, 15] интегральное уравнение для $S(\tau)$ с ядром (4) было решено численно. Функция $S^*(\tau)$ принималась при этом либо постоянной: $S^*(\tau) = S_0^*$ [12, 14], либо экспоненциально убывающей: $S^*(\tau) = S_0^* e^{-m\tau}$ [12, 15]. В последнем случае для m бралось несколько значений, и уравнение (3) решалось для каждого m заново. Полученные значения $S(\tau)$ использовались затем для расчета интенсивности выходящего излучения по формуле (1).

Легко, однако, показать, что если функция $S^*(\tau)$ дается произведением полинома от τ на экспоненту, то интенсивность выходящего излучения $I(0, \mu, x)$ можно найти, минуя определение функции источников. Достаточно иметь только значения функции $H(z, \lambda)$, удовлетворяющей следующему нелинейному интегральному уравнению:

$$H(z, \lambda) = 1 + \frac{\lambda}{2} zH(z, \lambda) \int\limits_0^\infty \frac{H(z', \lambda)}{z + z'} G(z')\, dz', \tag{6}$$

причем если ядро уравнения (3) имеет вид (4), то

$$G(z) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2}} & \text{при } z \leqslant 1, \\ \sqrt{\dfrac{2}{\pi}} \displaystyle\int\limits_{\sqrt{2 \ln z}}^\infty e^{-t^2}\, dt & \text{при } z > 1. \end{cases} \tag{7}$$

В самом деле, известно (см., например, [4, 7]), что если

$$S^*(\tau) = e^{-m\tau}, \tag{8}$$

то

$$I(0, \mu, x) \equiv I_0(0, \mu, x, m) = \frac{H(\mu e^{x^2})\, H\left(\frac{1}{m}\right)}{1 + m\mu e^{x^2}}. \tag{9}$$

В частности, полагая в последних формулах $m = 0$ и пользуясь тем, что $H(\infty, \lambda) = (1 - \lambda)^{-1/2}$ (см. ниже, формула (25)), находим, что при равномерном распределении источников, когда $S^*(\tau) = 1$, интенсивность выходящего излучения оказывается равной

$$I(0, \mu, x) = \frac{H(\mu e^{x^2})}{\sqrt{1 - \lambda}}. \tag{10}$$

При

$$S^*(\tau) = \tau e^{-m\tau} \tag{11}$$

значения $I(0, \mu, x)$ следующим образом выражаются через $H(z)$:

$$I(0, \mu, x) \equiv I_1(0, \mu, x, m) = \frac{H(\mu e^{x^2})\, H\left(\frac{1}{m}\right)}{1 + m\mu e^{x^2}} \left(\frac{\mu e^{x^2}}{1 + \mu m e^{x^2}} + \right.$$
$$\left. + \frac{\lambda}{2} H\left(\frac{1}{m}\right) \int\limits_0^\infty \frac{z' H(z')}{(1 + mz')^2} G(z')\, dz' \right). \tag{12}$$

Вообще, если

$$S^*(\tau) = \sum_{j=0}^{n} a_j \tau^j e^{-m\tau}, \tag{13}$$

то в силу линейности (3) и (1) имеем

$$I(0, \mu, x) = \sum_{j=0}^{n} a_j I_j(0, \mu, x, m), \tag{14}$$

где

$$I_j(0, \mu, x, m) = \int_0^\infty S_j(\tau, m)\, e^{-\frac{\alpha(x)}{\mu}\tau} \alpha(x) \frac{d\tau}{\mu}, \tag{15}$$

а $S_j(\tau, m)$ есть решение уравнения

$$S_j(\tau, m) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty K(|\tau - \tau'|) S_j(\tau', m)\, d\tau' + \tau^j e^{-m\tau}. \tag{16}$$

Из последнего уравнения следует, что

$$\frac{\partial S_j(\tau, m)}{\partial m} = - S_{j+1}(\tau, m), \tag{17}$$

и поэтому, как видно из (15),

$$\frac{\partial I_j(0, \mu, x, m)}{\partial m} = - I_{j+1}(0, \mu, x, m). \tag{18}$$

Это соотношение дает:

$$I_j(0, \mu, x, m) = (-1)^j \frac{\partial^j I_0(0, \mu, x, m)}{\partial m^j}. \tag{19}$$

Подставляя (19) в (14), получаем окончательно, что при $S^*(\tau)$ вида (13)

$$I(0, \mu, x) = \sum_{j=0}^{n} (-1)^j a_j \frac{\partial^j I_0(0, \mu, x, m)}{\partial m^j}. \tag{20}$$

Для вычисления входящей сюда суммы надо найти первые n производных по m от выражения, стоящего в правой части (9). Для получения $\frac{\partial^j I_0}{\partial m^j}$ нужно иметь, таким образом, производные H-функции вплоть до j-ой включительно. Однако эти производные с помощью уравнения (6) легко выразить через саму H-функцию и интегралы от нее, так что для вычисления (20) в действительности нужно иметь только $H(z)$. Например, оказывается, что

$$\frac{dH(z,\lambda)}{dz}=\frac{\lambda}{2}H^2(z,\lambda)\int_0^\infty\frac{z'H(z',\lambda)}{(z+z')^2}G(z')\,dz'. \qquad (21)$$

Следует отметить, что в упоминавшихся выше работах [12, 15], содержащих результаты численного решения уравнения (3) при $S^*(\tau)$ вида (8), для получения интенсивности выходящего излучения не было нужды решать уравнение (3) для каждого m. Если вычислена интенсивность выходящего излучения при $m=0$, т. е. при равномерном распределении источников, то, как следует из формулы (10), мы тем самым имеем значения $H(z)$. Пользуясь ими, по формуле (9) легко найти и $I_0(0, \mu, x, m)$ при любом m. Более того, можно показать, что и функция источников $S_0(\tau, m)$ просто выражается через $S_0(\tau, 0)$ и H-функцию, а именно

$$S_0(\tau, m)=\sqrt{1-\lambda}\,H\left(\frac{1}{m}\right)\left[S_0(\tau, 0)-m\int_0^\tau e^{-m(\tau-\tau')}S_0(\tau', 0)\,d\tau'\right]. \qquad (22)$$

Приведенные примеры могут служить иллюстрацией той важной роли, которую H-функции играют в теории переноса резонансного излучения.

2. Обсудим теперь кратко методы вычислений, использовавшиеся нами при составлении таблиц H-функции. Прежде всего отметим, что бесконечность промежутка интегрирования в уравнении (6) и сложность поведения $G(z)$ обусловливают нерегулярность $H(z, \lambda)$ на бесконечности и существенно увеличивают объем вычислений по сравнению с расчетом функции Амбарцумяна $\varphi(\mu, \lambda)$.

Для $H(z, \lambda)$ можно получить [7] следующее явное выражение:

$$\ln H(z,\lambda)=-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\ln[1-\lambda V(u)]\,\frac{z\,du}{1+z^2u^2}, \qquad (23)$$

где

$$V(u)\equiv\int_0^\infty G(z)\frac{dz}{1+z^2u^2}=\frac{2}{u\sqrt{\pi}}\int_0^\infty e^{-2x^2}\operatorname{arctg} ue^{x^2}\,dx. \qquad (24)$$

Функция $V(u)$ с точностью до постоянного множителя совпадает с преобразованием Фурье от ядра (4) основного интегрального уравнения (3).

Из формулы (23) следует, что $H(z, \lambda)$ является строго возрастающей функцией z, изменяющейся от $H(0, \lambda) = 1$ до

$$H(\infty, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}}. \tag{25}$$

Обозначим

$$H_0(\lambda) = \int_0^\infty H(z, \lambda)\, G(z)\, dz. \tag{26}$$

Из (6) с учетом (25) следует, что

$$H_0(\lambda) = \frac{2}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1-\lambda}\right). \tag{27}$$

Используя последнее выражение, уравнение (6) можно переписать в виде

$$\frac{1}{H(z, \lambda)} = \sqrt{1-\lambda} + \frac{\lambda}{2}\int_0^\infty \frac{z' H(z', \lambda)}{z+z'}\, G(z')\, dz'. \tag{28}$$

Уравнение для $H(z, \lambda)$ решалось численно, методом итераций. При λ, не очень близких к единице ($\lambda \lesssim 0{,}9$), итерации быстро сходятся, причем более или менее безразлично, какая форма уравнения — (6) или (28) — используется при вычислениях. В случае же λ, близких к единице, уравнение (28) имеет существенные преимущества перед (6). При решении уравнения (28) последовательные приближения ведут себя так, что после каждых двух итераций полезно образовать их полусумму и принять ее за следующее приближение. Этот прием сильно улучшает сходимость. Заметим, что при замене интегралов в уравнениях для $H(z, \lambda)$ суммами была учтена бесконечность производных $H(z, \lambda)$ и $G(z)$ при $z = 0$ и $z = 1 + 0$, соответственно, а также особенности поведения этих функций на бесконечности.

Наряду с описанным способом $H(z, \lambda)$ вычислялась по формуле (23), подобно тому, как это делалось Стиббсом и Уиром [16] в отношении $\varphi(\mu, \lambda)$. Предварительно была подробно изучена подинтегральная функция. Поведение $V(u)$ при малых и больших u существенно различно. При $0 \leqslant v \leqslant 1$ легко получить разложение $V\left(\frac{1}{v}\right)$ в ряд

$$V\left(\frac{1}{v}\right) = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\, v - \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \frac{v^{2j+2}}{\sqrt{2j+3}\,(2j+1)}. \tag{29}$$

При u, близких к нулю, поведение $V(u)$ довольно сложно. Можно показать, что при $u \to 0$ имеет место следующее асимптотическое разложение:

$$V(u) = 1 - \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{u}{\sqrt{\ln \frac{1}{u}}} \left[1 + \frac{1}{4} \frac{1}{\ln u} + \left(\frac{\pi^2}{2} + 1 \right) \frac{3}{16} \left(\frac{1}{\ln^2 u} + \right.\right. \tag{30}$$

$$\left.\left. + \frac{5}{4} \frac{1}{\ln^3 u} \right) + \left(\frac{5\pi^4}{8} + \frac{3}{2} \pi^2 + 3 \right) \frac{35}{256} \left(\frac{1}{\ln^4 u} + \frac{9}{4} \frac{1}{\ln^5 u} \right) + \cdots \right].$$

Оно было найдено из интегрального представления $V(u)$. При этом была использована методика исследования поведения интегралов типа Коши вблизи граничных точек контура интегрирования, изложенная в книге Ф. Д. Гахова [17]. Формула (30) с учетом всех выписанных членов дает $V(u)$ при $u \leqslant 10^{-5}$ с 4 значащими цифрами, а при $u \leqslant 10^{-9}$ — уже с 6 знаками.

При вычислении интеграла (23) особенность производной $H(z, \lambda)$ при $z = 0$ была выделена. Кроме того, чтобы учесть быстрые изменения подынтегральной функции при малых u и больших z, была сделана замена $u = e^{-t}$ и интегрирование велось с равномерным шагом по t. Окончательные формулы, которые использовались при вычислениях, имеют вид:

при $z \leqslant 1$

$$\ln H(z, \lambda) = \frac{\lambda}{4\sqrt{2}} z \ln \frac{1 + z^2}{z^2} - \frac{z}{\pi} \left\{ \int_0^1 \left| \ln \left[1 - \lambda V \left(\frac{1}{v} \right) \right] + \right.\right.$$

$$\left. + \frac{\lambda\pi}{2\sqrt{2}} v \right] \frac{dv}{v^2 + z^2} + 2 \int_0^1 \ln \left| 1 - \lambda V \left(e^{-x^2} \right) \right| \frac{x e^{-x^2} \, dx}{1 + z^2 e^{-2x^2}} + \tag{31}$$

$$\left. + \int_1^{20} \ln \left[1 - \lambda V(e^{-t}) \right] \frac{e^{-t} dt}{1 + z^2 e^{-2t}} \right\};$$

при $z > 1$

$$\ln H(z, \lambda) = -\frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{z} \int_0^1 \ln \left[1 - \lambda V \left(\frac{1}{v} \right) \right] \frac{z^2 dv}{z^2 + v^2} + \right. \tag{32}$$

$$\left. + 2 \int_0^1 \ln \left[1 - \lambda V(e^{-x^2}) \right] \frac{z x dx}{z^2 e^{-x^2} + e^{x^2}} + \int_1^{20 + \ln z} \ln \left[1 - \lambda V(e^{-t}) \right] \frac{z dt}{z^2 e^{-t} + e^t} \right\}.$$

Все вычисления были выполнены на ЭВМ М—20 Вычислительного центра Ленинградского университета. Полученные в результате значения $H(z, \lambda)$ приведены в приложении, в таблицах 1 (для $\lambda < 0.9$), 2 ($0.925 < \lambda < 1-10^6$) и 3 ($\lambda = 1$). В табл. 3, кроме того, даны значения интеграла

$$G_1(z) = \int_0^\infty \frac{z' H(z', 1)}{(z+z')^2} G(z')\, dz', \tag{33}$$

входящего в выражение для производной H-функции при $\lambda = 1$ (см. формулу (21)). Вычисление одного значения $H(z, \lambda)$ по формуле (23) занимало около 1 сек. машинного времени. Функция $V(u)$ была подробно табулирована предварительно, на что ушло около 30 мин.

Контролем точности вычислений служило совпадение значений функции $H(z, \lambda)$, найденных итеративным путем, со значениями $H(z, \lambda)$, рассчитанными по формуле (23). Кроме того, для нескольких λ по вычисленным значениям $H(z, \lambda)$ был рассчитан обобщенный момент $H_0(\lambda)$, определяемый формулой (26). Полученные таким путем величины $H_0(\lambda)$ отличаются от точных значений, даваемых формулой (27), менее чем на одну единицу шестого знака. Все это позволяет считать, что ошибки приводимых в табл. 1—3 значений $H(z, \lambda)$, по-видимому, меньше одной единицы последней значащей цифры.

3. Из табл, 2 видно, что когда λ близко к единице, функция $H(z, \lambda)$ приближается к своему асимптотическому значению $H(\infty, \lambda) = (1-\lambda)^{-1/2}$ лишь при очень больших значениях z, тем больших, чем меньше $1-\lambda$. Поэтому составить таблицы $H(z, \lambda)$, по которым значения этой функции можно было бы для любых z и λ находить непосредственно, практически невозможно. Эту трудность легко преодолеть, если заметить следующее. При небольших значениях z функция $H(z, \lambda)$ при $1-\lambda \ll 1$ близка к $H(z, 1)$, как это ясно видно из таблиц 2 и 3. При больших же z для $H(z, \lambda)$ можно получить сравнительно простое асимптотическое представление, к выводу которого мы теперь и перейдем.

При $z \gg 1$ основной вклад в интеграл (23) дают значения подынтегральной функции при u, близких к нулю. Поэтому, заменив в подынтегральной функции $V(u)$ двумя первыми членами разложения (30), получим приближенно

$$\ln H(z, \lambda) = -\frac{1}{2}\ln(1-\lambda) - \\ -\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \ln\left[1 + \frac{\lambda}{1-\lambda}\frac{u\sqrt{\pi}}{4}\frac{1}{\sqrt{\ln\frac{1}{u}}}\right]\frac{z\,du}{1+z^2u^2}. \tag{34}$$

Сделав замену $zu = t$ и обозначив

$$\frac{\lambda}{1-\lambda} \frac{\sqrt{\pi}}{4z} \frac{1}{\sqrt{\ln z}} = q, \tag{35}$$

найдем, что с той же точностью, что и в (34),

$$\ln H(z, \lambda) = -\frac{1}{2} \ln (1-\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \ln (1+qt) \frac{dt}{1+t^2}. \tag{36}$$

Таким образом, при $z \gg 1$ функция $\sqrt{1-\lambda}\, H(z, \lambda)$ зависит не от двух аргументов z и λ, а лишь от их комбинации (35). Исследуем эту зависимость.

Обозначим

$$\ln h(q) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \ln (1+qt) \frac{dt}{1+t^2}. \tag{37}$$

Исходя непосредственно из этой формулы, легко показать, что

$$h\left(\frac{1}{q}\right) = \sqrt{q}\, h(q), \tag{38}$$

так что достаточно иметь эту функцию для $q \leqslant 1$.

Дифференцируя (37) и вычисляя получающийся справа интеграл, находим

$$\frac{d}{dq} \ln h(q) = -\frac{1}{2} \frac{q}{1+q^2} + \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+q^2} \ln q. \tag{39}$$

Отсюда

$$\ln h(q) = -\frac{1}{4} \ln (1+q^2) + \frac{1}{\pi} \ln q \operatorname{arc\,tg} q - \frac{1}{\pi} \int_0^q \frac{\operatorname{arc\,tg} x}{x} dx. \tag{40}$$

При малых q имеем разложение

$$\ln h(q) = \frac{1}{\pi} q \ln q - \frac{q}{\pi} - \frac{1}{4} q^2 + \cdots. \tag{41}$$

С его помощью из (36) находим, что

$$H(z, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} \left[1 - \frac{\lambda}{1-\lambda} \frac{\sqrt{\ln z}}{4\sqrt{\pi}\, z}\right] \tag{42}$$

при

$$\frac{\lambda \sqrt{\pi}}{4} \frac{1}{z\sqrt{\ln z}} \ll 1-\lambda. \tag{43}$$

При $q \gg 1$ (38) и (41) дают

$$\ln h(q) = -\frac{1}{2}\ln q - \frac{1}{\pi}\frac{1}{q}\ln q - \frac{1}{\pi q} + \cdots, \tag{44}$$

и при $z \gg 1$, удовлетворяющих условию

$$\frac{\lambda\sqrt{\pi}}{4}\frac{1}{z\sqrt{\ln z}} \gg 1 - \lambda, \tag{45}$$

для $H(z, \lambda)$ получаем из (36)

$$H(z, \lambda) = \sqrt{\frac{4z\sqrt{\ln z}}{\sqrt{\pi}}}. \tag{46}$$

Очевидно, что область применимости этой формулы тем шире, чем меньше $1-\lambda$. При $\lambda = 1$ условие (45) не накладывает ограничения на z сверху. Формулы (42) и (46) были получены ранее одним из авторов [7, 8]. Они являются предельными случаями даваемого (36) общего асимптотического выражения

$$H(z, \lambda) = \frac{h(q)}{\sqrt{1-\lambda}}, \tag{47}$$

справедливого для больших z при произвольном соотношении между значениями z и λ.

Значения функции $h(q)$ при $0 \leqslant q \leqslant 1$ приведены в приложении в табл. 4. При $q > 1$ они легко могут быть вычислены по табулированным значениям с помощью соотношения (38). Что касается точности, которую обеспечивает асимптотическое представление (47), то здесь можно сказать следующее. При $z > 10$ эта формула дает значения $H(z, \lambda)$ для всех $\lambda > 0.9$ с максимальной ошибкой около 3%. Когда $z > 1000$, точность выше 1.7%, а при $z = 10\,000$ ошибка меньше 1.1%.

При $\lambda = 1$ для $H(z)$ можно получить и более точное асимптотическое разложение, главный член которого, разумеется, совпадает с (46). Это разложение имеет вид

$$H(z, 1) = \frac{2}{\pi^{1/4}}\sqrt{z\sqrt{\ln z}}\,\exp\left\{\frac{1}{8}\frac{1}{\ln z} - \frac{5}{64}(\pi^2 + 1)\frac{1}{\ln^2 z} + \cdots\right\}. \tag{48}$$

С учетом всех выписанных членов оно дает $H(z, 1)$ при $z > 100$ с ошибкой менее 0.05%. Это разложение было получено с помощью того же метода, который использовался для вывода формулы (30). Выкладки, однако, слишком длинны, чтобы их здесь приводить. Следует отметить, что учет одного только главного члена разложения, т. е. предэкспоненциального множителя, обеспечивает точность, которой обычно вполне достаточно: при $z > 100$ погрешность меньше 1%, а при z от 10 до 100 она не превышает 3%; в последней области учет второго и третьего членов разложения ведет даже к уменьшению точности.

Мы видим, таким образом, что область применимости полученных асимптотических выражений довольно широка. В комбинации с приведенными выше таблицами $H(z, \lambda)$ они позволяют находить значения H-функции при любых z и λ с точностью, вполне достаточной для любых применений теории, так как для практических целей достаточно иметь H-функции с 2—3 знаками. Может поэтому возникнуть вопрос, оправдано ли вообще табулирование $H(z, \lambda)$ со столь высокой точностью, как это было сделано выше. Ответ на этот вопрос, как нам кажется, должен быть положительным. В самом деле, в большинстве случаев при решении уравнения переноса делаются те или иные приближения чисто математического характера, точность которых оценить заранее практически невозможно. Поэтому кажется естественным табулировать с высокой точностью строгие решения нескольких простейших задач, полученные без каких-либо подобных приближений. Тогда в дальнейшем их можно будет использовать в качестве своего рода стандартов при оценке точности того или иного приближенного метода. Одной из таких задач-стандартов и должна, по нашему мнению, служить задача о рассеянии света в полубесконечной среде.

В качестве примера использования таблиц $H(z, \lambda)$ с этой целью мы можем указать на следующее. Недавно доктор Хаммер любезно прислал нам неопубликованные результаты численного решения уравнения (3) при $S^*(\tau) = \text{const}$, а также вычисленные затем по формуле (1) значения $I_0(0, \mu, x)$. Сравнение последних результатов со значениями $H(z, \lambda)$, приведенными в таблицах, показало, что точность составляет одну единицу последнего (третьего) знака, приводимого доктором Хаммером. Тем самым мы получили оценку точности численного метода, который был широко использован Эйвреттом и Хаммером [12] для расчета поля излучения не только в полубесконечных, но и в конечных атмосферах.

В заключение укажем, что при расчете профилей линий по формулам, приведенным в начале статьи, интенсивность излучения удобно вычислять для тех значений частоты x, которым соответствуют имеющиеся в таблицах значения z (например, значения $z = \mu e^{x^2} = 10$ при $\mu = 1$ соответствует $x = 1.52$ и т. д.). Это позволяет избежать интерполирования табличных значений $H(z, \lambda)$, не затрудняя существенным образом построения графиков.

Выше были приведены значения H-функции лишь для допплеровского коэффициента поглощения. В настоящее время ведется работа по табулированию H-функций при коэффициенте поглощения, обусловленном совместным действием эффекта Допплера и затухания, т. е. для фойгтовского контура. Результаты этих расчетов предполагается опубликовать в одной из следующих статьей.

Авторы выражают благодарность Э. Дзёпе и С. Б. Михайлову, принимавшим участие в отдельных этапах машинных вычислений. Мы признательны также докторам Д. Хаммеру и Ю. Эйвретту за предоставление неопубликованных результатов численного решения уравнения переноса, присылку препринтов и стимулирующую переписку.

Ленинградский государственный университет

H-FUNCTIONS IN THE THEORY OE TRANSFER OF RESONANCE RADIATION

V. V. IVANOV, D. I. NAGIRNER

Radiative transfer in Doppler broadened resonance line is investigated. Semi-infinite atmosphere is considered. Continuous absorption is assumed to be negligible. The approximation of the complete redistribution in frequency is used. Emergent intensity is given in terms of corresponding H-function defined by (6) and (7). 5-s. f. tables of $H(z, \lambda)$ for a wide range of λ are given. Special attention is given to values of λ close to unity. Asymptotic ($z \gg 1$) behavior of $H(z, \lambda)$ is studied. It is shown that if $z \gg 1$, the function $H(z, \lambda)$ no longer depends on z and λ separately but only on a combination of z and λ. Ranges of validity and accuracy of the asymptotics are discussed. The range of validity is found to be rather wide while the accuracy is high enough to make their use practical.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. В. Соболев*, Астрон. ж., 26, 129, 1949.
2. *В. В. Соболев*, Астрон. ж., 31, 231, 1954.
3. *В. А. Амбарцумян*, Астрон. ж., 19, 30, 1942; Научные труды, т. I, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1960.
4. *В. В. Соболев*, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, ГТТИ, М., 1956.
5. *Д. И. Нагирнер*, Астрон. ж., 41, 696, 1964.
6. *Д. И. Нагирнер*, Вестн. ЛГУ, № 1, 142, 1964.
7. *В. В. Иванов*, Астрон. ж., 39, 1020, 1962.

8. *В. В. Иванов*, Уч. Зап. ЛГУ, № 307 (Труды Астрон. обс. ЛГУ, 19), 52, 1962.
9. *А. М. Самсон*, Изв. АН СССР, сер. физич., 24, 496, 1960.
10. *R. N. Thomas, R. G. Athay*, Physics of the Solar Chromosphere, Interscience-Publ., New York, 1961.
11. *В. В. Иванов, В. Т. Щербаков*, Астрофизика, 1, 31, 1965.
12. *E. H. Avrett, D. G. Hammer*, MN, 1965, в печати.
13. *Л. М. Биберман*, ЖЭТФ, 17, 416, 1947.
14. *A. G. Hearn*, Proc. Phys. Soc. 81, 648, 1963.
15. *E. N. Avrett*, Proceedings of the Second Harvard—Smithsonian Conference on Stellar Atmospheres, Smithsonian Institution Astrophys. Obs., Special Report, April, 1965.
16. *D. W. H. Stibbs, R. E. Wier*, MN, 119, 512, 1959.
17. *Ф. Д. Гахов*, Краевые задачи, Физматгиз, М., 1963.

Таблица 1

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $H(z, \lambda)$ ПРИ $\lambda \leq 0.9$

z \ λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9
0.00	1.0000	1.0000	1.00000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.05	1.0059	1.0121	1.0187	1.0256	1.0330	1.0409	1.0496	1.0543	1.0594	1.0649	1.0710
0.1	1.0096	1.0167	1.0304	1.0420	1.0545	1.0681	1.0833	1.0917	1.1008	1.1108	1.1221
0.2	1.0147	1.0304	1.0475	1.0661	1.0866	1.1095	1.1357	1.1504	1.1666	1.1848	1.2058
0.3	1.0184	1.0384	1.0602	1.0843	1.1111	1.1416	1.1771	1.1974	1.2200	1.2457	1.2759
0.4	1.0213	1.0445	1.0703	1.0989	1.1311	1.1681	1.2118	1.2370	1.2655	1.2982	1.3373
0.5	1.0237	1.0488	1.0786	1.1110	1.1478	1.1906	1.2416	1.2714	1.3053	1.3447	1.3922
0.6	1.0257	1.0541	1.0857	1.1214	1.1622	1.2101	1.2678	1.3018	1.3408	1.3864	1.4421
0.8	1.0289	1.0610	1.0971	1.1383	1.1860	1.2426	1.3120	1.3536	1.4018	1.4590	1.5303
1.0	1.0313	1.0664	1.1061	1.1516	1.2049	1.2688	1.3483	1.3965	1.4528	1.5207	1.6064
1.5	1.0356	1.0759	1.1220	1.1756	1.2394	1.3174	1.4168	1.4785	1.5520	1.6427	1.7608
2.0	1.0384	1.0821	1.1326	1.1918	1.2630	1.3513	1.4658	1.5379	1.6252	1.7347	1.8805
3.0	1.0419	1.0900	1.1461	1.2127	1.2939	1.3964	1.5323	1.6199	1.7278	1.8666	2.0578
4.0	1.0441	1.0949	1.1545	1.2258	1.3135	1.4254	1.5761	1.6746	1.7976	1.9585	2.1852
5.0	1.0455	1.0982	1.1603	1.2349	1.3272	1.4459	1.6075	1.7143	1.8488	2.0269	2.2825
7.5	1.0477	1.1033	1.1691	1.2489	1.3486	1.4783	1.6579	1.7786	1.9330	2.1417	2.4503
10	1.0490	1.1062	1.1742	1.2571	1.3611	1.4975	1.6882	1.8177	1.9849	2.2140	2.5592
15	1.0504	1.1095	1.1800	1.2662	1.3753	1.5195	1.7235	1.8636	2.0467	2.3015	2.6946
20	1.0512	1.1113	1.1832	1.2714	1.3832	1.5319	1.7436	1.8901	2.0828	2.3533	2.7768
30	1.0520	1.1132	1.1866	1.2769	1.3920	1.5456	1.7662	1.9199	2.1237	2.4130	2.8735
50	1.0528	1.1149	1.1897	1.2819	1.3998	1.5580	1.7866	1.9471	2.1614	2.4687	2.9660
75	1.0532	1.1158	1.1913	1.2846	1.4040	1.5647	1.7980	1.9624	2.1827	2.5006	3.0199
100	1.0534	1.1163	1.1922	1.2860	1.4063	1.5684	1.8040	1.9706	2.1942	2.5179	3.0496
150	1.0536	1.1168	1.1931	1.2875	1.4087	1.5722	1.8105	1.9793	2.2066	2.5366	3.0819
200	1.0537	1.1171	1.1936	1.2883	1.4099	1.5742	1.8139	1.9839	2.2131	2.5466	3.0993
300	1.0538	1.1174	1.1941	1.2891	1.4112	1.5763	1.8175	1.9888	2.2200	2.5572	3.1179
500	1.0539	1.1176	1.1945	1.2898	1.4123	1.5781	1.8205	1.9929	2.2259	2.5662	3.1339
750	1.0540	1.1178	1.1947	1.2902	1.4129	1.5790	1.8221	1.9951	2.2290	2.5710	3.1425
1000	1.0540	1.1178	1.1948	1.2904	1.4132	1.5795	1.8230	1.9962	2.2306	2.5735	3.1470
∞	1.0541	1.1180	1.1952	1.2910	1.4142	1.5811	1.8257	2.0000	2.2361	2.5820	3.1623

Таблица 2

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $H(z, \lambda)$ ПРИ λ, БЛИЗКИХ К ЕДИНИЦЕ

z \ $1-\lambda$	0.075	0.050	0.025	0.01	$7.5\cdot 10^{-3}$	$5\cdot 10^{-3}$	$2.5\cdot 10^{-3}$	10^{-3}	$5\cdot 10^{-4}$	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
0.00	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.05	1.0743	1.0781	1.0824	1.0856	1.0862	1.0869	1.0877	1.0882	1.0884	1.0886	1.0887	1.0887	1.0887	1.0887
0.1	1.1285	1.1356	1.1440	1.1503	1.1516	1.1529	1.1545	1.1556	1.1560	1.1565	1.1566	1.1566	1.1566	1.1566
0.2	1.2180	1.2317	1.2483	1.2611	1.2637	1.2665	1.2697	1.2721	1.2730	1.2739	1.2742	1.2742	1.2743	1.2743
0.3	1.2936	1.3140	1.3389	1.3585	1.3624	1.3668	1.3719	1.3756	1.3771	1.3785	1.3790	1.3790	1.3791	1.3791
0.4	1.3604	1.3873	1.4208	1.4474	1.4529	1.4589	1.4660	1.4711	1.4732	1.4752	1.4758	1.4759	1.4759	1.4759
0.5	1.4207	1.4542	1.4962	1.5301	1.5371	1.5450	1.5541	1.5608	1.5635	1.5662	1.5670	1.5671	1.5671	1.5671
0.6	1.4758	1.5158	1.5665	1.6079	1.6166	1.6263	1.6375	1.6459	1.6493	1.6526	1.6537	1.6538	1.6538	1.6538
0.7	1.5267	1.5731	1.6326	1.6817	1.6920	1.7036	1.7172	1.7272	1.7313	1.7354	1.7367	1.7368	1.7369	1.7369
0.8	1.5741	1.6268	1.6950	1.7520	1.7641	1.7776	1.7936	1.8054	1.8103	1.8151	1.8166	1.8168	1.8168	1.8168
0.9	1.6184	1.6774	1.7544	1.8193	1.8332	1.8488	1.8671	1.8809	1.8865	1.8921	1.8938	1.8941	1.8941	1.8941
1.0	1.6600	1.7251	1.8110	1.8840	1.8997	1.9173	1.9382	1.9539	1.9603	1.9667	1.9687	1.9690	1.9691	1.9691
1.2	1.7362	1.8136	1.9169	2.0064	2.0258	2.0478	2.0739	2.0936	2.1017	2.1099	2.1125	2.1128	2.1129	2.1129
1.4	1.8048	1.8939	2.0146	2.1208	2.1441	2.1705	2.2022	2.2262	2.2361	2.2461	2.2493	2.2497	2.2498	2.2498
1.6	1.8671	1.9676	2.1055	2.2286	2.2558	2.2869	2.3241	2.3527	2.3645	2.3765	2.3803	2.3808	2.3809	2.3809
1.8	1.9240	2.0355	2.1904	2.3305	2.3618	2.3976	2.4408	2.4739	2.4878	2.5018	2.5063	2.5069	2.5070	2.5070
2.0	1.9763	2.0986	2.2701	2.4274	2.4627	2.5034	2.5526	2.5906	2.6066	2.6227	2.6279	2.6286	2.6287	2.6288
2.2	2.0247	2.1573	2.3453	2.5197	2.5592	2.6047	2.6602	2.7032	2.7213	2.7397	2.7456	2.7465	2.7466	2.7466
2.4	2.0697	2.2123	2.4163	2.6079	2.6516	2.7022	2.7640	2.8121	2.8325	2.8532	2.8599	2.8608	2.8610	2.8610
2.6	2.1116	2.2639	2.4838	2.6924	2.7404	2.7960	2.8643	2.9177	2.9404	2.9635	2.9709	2.9720	2.9722	2.9722
2.8	2.1508	2.3125	2.5479	2.7736	2.8258	2.8866	2.9615	3.0203	3.0453	3.0709	3.0792	3.0804	3.0805	3.0805
3.0	2.1876	2.3584	2.6090	2.8517	2.9082	2.9741	3.0557	3.1200	3.1474	3.1756	3.1847	3.1861	3.1862	3.1863
3.2	2.2222	2.4018	2.6673	2.9269	2.9878	3.0589	3.1473	3.2172	3.2471	3.2779	3.2879	3.2893	3.2895	3.2896
3.4	2.2549	2.4430	2.7232	2.9995	3.0647	3.1411	3.2364	3.3120	3.3444	3.3779	3.3888	3.3904	3.3906	3.3906
3.6	2.2858	2.4822	2.7767	3.0697	3.1392	3.2209	3.3231	3.4045	3.4395	3.4758	3.4876	3.4893	3.4896	3.4896
3.8	2.3150	2.5195	2.8280	3.1376	2.2114	3.2985	3.4076	3.4949	3.5326	3.5717	3.5845	3.5863	3.5866	3.5866

z \ $1-\lambda$	0.075	0.050	0.025	0.01	$7.5\cdot10^{-3}$	5.10^{-3}	$2.5\cdot10^{-3}$	10^{-3}	$5\cdot10^{-4}$	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
4.0	2.7428	2.5551	2.8774	3.2034	4.2816	3.3739	3.4902	3.5834	3.6238	3.6658	3.6795	3.6815	3.6818	3.6818
4.2	2.3692	2.5891	2.9248	3.2671	3.3497	3.4474	3.5707	3.6701	3.7132	3.7581	3.7728	3.7749	3.7752	3.7753
4.4	2.3944	2.6216	2.9706	3.3290	3.4159	3.5190	3.6495	3.7550	3.8009	3.8488	3.8645	3.8668	3.8671	3.8671
4.6	2.4184	2.6527	3.0147	3.3892	3.4804	3.5888	3.7266	3.8383	3.8870	3.9379	3.9546	3.9571	3.9574	3.9575
4.8	2.4413	2.6826	3.0573	3.4476	3.5431	3.6570	3.0820	3.9200	3.9715	4.0255	4.0434	4.0460	4.0463	4.0464
5.0	2.4633	2.7113	3.0984	3.5045	3.6043	3.7236	3.8759	4.0002	4.0547	4.1118	4.1307	4.1335	4.1338	4.1339
5.5	2.5142	2.7783	3.1956	3.6403	3.7509	3.8836	4.0543	4.1947	4.2566	4.3218	4.3434	4.3467	4.3471	4.3471
6.0	2.5602	2.8394	3.2854	3.7679	3.8691	4.0353	4.2246	4.3814	4.4508	4.5244	4.5489	4.5526	4.5531	4.5531
6.5	2.6021	2.8954	3.3688	3.8881	4.0198	4.1795	4.3874	4.5609	4.6382	4.7204	4.7479	4.7520	4.7526	4.7526
7.0	2.6404	2.9470	3.4466	4.0018	4.1439	4.3170	4.5437	4.7341	4.8194	4.9104	4.9410	4.9456	4.9462	4.9463
7.5	2.6755	2.9948	3.5193	4.1096	4.2620	4.4483	4.6938	4.9014	4.9948	5.0950	5.1288	5.1338	5.1345	5.1346
8.0	2.7080	3.0391	3.5876	4.2119	4.3745	4.5740	4.8384	5.0633	5.1651	5.2745	5.3116	5.3172	5.3179	5.3180
8.5	2.7380	3.0804	3.6518	4.3094	4.4820	4.6947	4.9779	5.2203	5.3305	5.4495	5.4899	5.4960	5.4968	5.4970
9.0	2.7660	3.1189	3.7124	4.4025	4.5840	4.8106	5.1127	5.3728	5.4915	5.6202	5.6641	5.6707	5.6716	5.6717
9.5	2.7920	3.1551	3.7696	4.4914	4.6836	4.9221	4.2430	5.5209	5.6483	5.7869	5.8344	5.8416	5.8425	5.8427
10	2.8164	3.1890	3.8239	4.5765	4.7783	5.0296	5.3693	5.6651	5.8013	5.9500	6.0011	6.0088	6.0099	6.0100
11	2.8606	3.2512	3.9244	4.7364	4.9570	5.2335	5.6106	5.9426	6.0967	6.2660	6.3246	6.3334	6.3347	6.3348
12	2.8999	3.3067	4.0155	4.8843	5.1230	5.4242	5.8385	6.2068	6.3792	6.5697	6.6361	6.6462	6.6476	6.6478
13	2.9350	3.3568	4.0987	5.0215	5.2779	5.6032	6.0544	6.4593	6.6502	6.8626	6.9370	6.9484	6.9499	6.9501
14	2.9666	3.4021	4.1750	5.1494	5.4230	5.7719	6.2595	6.7012	7.9109	7.1456	7.2283	7.2410	7.2428	7.2430
15	2.9952	3.4434	4.2453	5.2691	5.5592	5.9313	6.4549	6.9334	7.1622	7.4198	7.5110	7.5251	7.5270	7.5273
16	3.0213	3.4812	4.3104	5.3813	5.6876	6.0822	6.6415	7.1569	7.4050	7.6858	7.7858	7.8013	7.8034	7.8037
17	3.0451	3.5161	4.3708	5.4870	5.8089	6.2256	6.8200	7.3723	7.6398	7.9443	8.0534	8.0703	8.0726	8.0730
18	3.0670	3.5482	4.4271	5.5867	5.9238	6.3620	6.9912	7.5803	8.8675	8.1960	8.3143	8.3327	8.3352	8.3356
19	3.0873	3.5780	4.4798	5.6809	6.0328	6.4921	7.1555	7.7814	8.0884	8.4413	8.5690	8.5889	8.5917	8.5921

z \ $1-\lambda$	0.075	0.050	0.025	0.01	$7.5\cdot10^{-3}$	$5\cdot10^{-3}$	$2.5\cdot10^{-3}$	10^{-3}	$5\cdot10^{-4}$	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
20	3.1060	3.6057	4.5291	5.7702	6.1365	6.6164	7.3136	7.9761	8.3030	8.6807	8.8180	8.8394	8.8425	8.8429
22	3.1396	3.6557	4.6191	5.9358	6.3294	6.8492	7.6126	8.3481	8.7151	9.1432	9.3003	9.3249	9.3284	9.3289
24	3.1689	3.6996	4.6992	6.0860	6.5057	7.0636	7.8914	8.6992	9.1066	9.5861	9.7637	9.7917	9.7957	9.7962
26	3.1948	3.7386	4.7712	6.2232	6.6675	7.2619	8.1522	9.0318	9.4797	10.012	10.219	10.242	10.246	10.247
28	3.2177	3.7734	4.8361	6.3492	6.8168	7.4462	8.3973	9.3477	9.8365	10.422	10.642	10.677	10.682	10.683
30	3.2383	3.8047	4.8952	6.4654	6.9552	7.6181	8.6282	9.6487	10.178	10.818	11.060	11.099	11.104	11.105
32	3.2569	3.8331	4.9491	6.5730	7.0840	7.7790	8.8465	9.9362	10.507	11.201	11.466	11.509	11.515	11.515
34	3.2737	3.8589	4.9986	6.6730	7.2041	1.9300	9.0534	10.211	10.823	11.572	11.861	11.908	11.914	11.915
36	3.2890	3.8825	5.0443	6.7663	7.3166	8.0722	9.2498	10.475	11.127	11.933	12.245	12.296	12.303	12.304
38	3.3030	3.9042	5.0865	6.8535	7.4222	8.2064	9.4368	10.729	11.422	12.283	12.620	12.675	12.683	12.684
40	3.3159	3.9242	5.1257	6.9354	7.5217	8.3334	9.6150	10.972	11.706	12.625	12.986	13.045	13.054	13.055
42	3.3278	3.9427	5.1622	7.0123	7.6155	8.4537	9.7853	11.207	11.982	12.957	13.344	13.407	13.416	13.417
44	3.3388	3.9599	5.1962	7.0849	7.7042	8.5680	9.9482	11.434	12.249	13.282	13.694	13.762	13.771	13.773
46	3.3490	3.9759	5.2282	7.1534	7.7882	8.6767	10.104	11.653	12.508	13.599	14.037	14.109	14.119	14.121
48	3.3586	3.9909	5.2581	7.2182	7.8679	8.7803	10.254	11.865	12.759	13.909	14.372	14.449	14.460	14.462
50	3.3674	4.0048	5.2863	7.2797	7.9437	8.8792	10.398	12.069	13.004	14.212	14.702	14.784	14.795	14.797
55	3.3873	4.0362	5.3499	7.4204	8.1180	9.1080	10.734	12.555	13.588	14.942	15.500	15.594	15.607	15.609
60	3.4044	4.0633	5.4055	7.5452	8.2735	9.3138	11.042	13.005	14.136	15.638	16.265	16.371	16.387	16.389
65	3.4193	4.0870	5.4544	7.6568	8.4133	9.5004	11.324	13.426	14.652	16.303	17.001	17.120	17.138	17.140
70	3.4323	4.1079	5.4980	7.7574	8.5399	9.6705	11.584	13.820	15.140	16.940	17.711	17.843	17.863	17.865
75	3.4439	4.1265	5.5369	7.8486	8.6551	9.8263	11.825	14.190	15.603	17.552	18.397	18.543	18.565	18.567
80	3.4542	4.1431	5.5720	7.9317	8.7606	9.9698	12.050	14.539	16.043	18.141	19.062	19.222	19.245	19.249
85	3.4635	4.1581	5.6039	8.0078	8.8576	10.102	12.260	14.869	16.462	18.710	19.707	19.882	19.907	19.911
90	3.4719	4.1716	5.6329	8.0779	8.9471	10.226	12.456	15.182	16.863	19.259	20.334	20.524	20.552	20.555
95	3.4795	4.1840	5.6595	8.1425	9.0300	10.340	12.640	15.479	17.247	19.791	20.945	21.150	21.180	21.184

11—261

$1-\lambda$ / z	0.075	0.050	0.025	0.01	$7.5\cdot10^{-3}$	$5\cdot10^{-3}$	$2.5\cdot10^{-3}$	10^{-3}	$5\cdot10^{-4}$	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-3}
100	3.4865	4.1953	5.6839	8.2025	9.1071	10.447	12.814	15.762	17.615	20.307	21.541	21.760	21.793	21.797
110	3.4988	4.2153	5.7273	8.3102	9.2461	10.641	13.133	16.290	18.307	21.294	22.690	22.941	22.979	22.984
120	3.5092	4.2324	5.7647	8.4043	9.3684	10.813	13.419	16.773	18.949	22.228	23.789	24.073	24.116	24.122
130	3.5183	4.2473	5.7974	8.4874	9.4767	10.967	13.678	17.217	19.548	23.116	24.844	25.163	25.211	25.217
140	3.5262	4.2603	5.8262	8.5615	9.5736	11.105	13.914	17.628	20.107	23.962	25.860	26.213	26.267	26.274
150	3.5331	4.2717	5.8517	8.6278	9.6608	11.230	14.130	18.010	20.632	24.770	26.841	27.230	27.289	27.297
160	3.5393	4.2820	5.8746	8.6877	9.7398	11.344	14.328	18.366	21.127	25.544	27.790	28.215	28.280	28.289
170	3.5448	4.2911	5.8952	8.7421	9.8117	11.448	14.511	18.699	21.594	26.287	28.709	29.172	29.243	29.252
180	3.5498	4.2994	5.9138	8.7917	9.8775	11.544	14.681	19.012	22.036	27.002	29.602	30.102	30.179	30.190
190	3.5543	4.3069	5.9308	8.8372	9.9380	11.632	14.839	19.306	22.456	27.691	30.469	31.009	31.092	31.104
200	3.5584	4.3137	5.9464	8.8791	9.9937	11.714	14.986	19.583	22.855	28.356	31.314	31.894	31.983	31.996
220	3.5656	4.3258	5.9738	8.9536	10.093	11.861	15.253	20.093	23.598	29.620	32.942	33.602	33.705	33.719
240	3.5718	4.3360	5.9972	9.0179	10.180	11.989	15.489	20.553	24.277	30.806	34.494	35.239	35.355	35.371
260	3.5770	4.3448	6.0176	9.0742	10.256	12.102	15.699	20.970	24.901	31.923	35.981	36.812	36.942	36.961
280	3.5816	4.3525	6.0353	9.1238	10.323	12.203	15.888	21.350	25.477	32.980	37.410	38.328	38.474	38.494
300	3.5856	4.3592	6.0510	9.1680	10.382	12.293	16.059	21.699	26.012	33.983	38.785	39.794	39.954	39.977
320	3.5892	4.3652	6.0650	9.2075	10.436	12.374	16.215	22.020	26.509	34.937	40.113	41.214	41.390	41.414
340	3.5923	4.3706	6.0776	9.2432	10.485	12.448	16.357	22.318	26.974	35.846	41.397	42.592	42.783	42.810
360	3.5952	4.3754	6.0889	9.2755	10.529	12.515	16.487	22.594	27.411	36.716	42.641	43.931	44.139	44.169
380	3.5978	4.3798	6.0991	9.3050	10.569	12.576	16.608	22.852	27.820	37.548	43.849	45.236	45.460	45.492
400	3.6001	4.3837	6.1085	9.3320	10.606	12.633	16.719	23.092	28.207	38.346	45.022	46.507	46.749	46.783
420	3.6022	4.3873	6.1170	9.3568	10.640	12.685	16.822	23.318	28.571	39.113	46.163	47.749	48.007	48.044
440	3.6042	4.3906	6.1249	9.3797	10.671	12.734	16.919	23.529	28.917	39.850	47.275	48.962	49.238	49.277
460	3.6060	4.3937	6.1321	9.4009	10.701	12.779	17.009	23.729	29.244	40.561	48.360	50.149	50.443	50.485
480	3.6077	4.3965	6.1388	9.4205	10.728	12.821	17.093	22.917	29.556	41.247	49.418	51.310	51.623	51.668

z \ $1-\lambda$	0.075	0.050	0.025	0.01	$7.5\cdot10^{-3}$	$5\cdot10^{-3}$	$2.5\cdot10^{-3}$	10^{-3}	$5\cdot10^{-4}$	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
500	3.6092	4.3991	6.1450	9.4389	10.753	12.860	17.172	24.095	29.852	41.909	50.452	52.449	52.780	52.828
550	3.6126	4.4049	6.1588	9.4796	10.810	12.948	17.350	24.501	30.534	43.470	52.938	55.202	55.581	55.636
600	3.6154	4.4098	6.1706	9.5145	10.858	13.023	17.505	24.859	31.145	44.913	55.296	57.836	58.264	58.326
650	3.6179	4.4140	6.1806	9.5447	10.900	13.089	17.641	25.178	31.695	46.254	57.549	60.364	60.843	60.912
700	3.6200	4.4176	6.1894	9.5711	10.937	13.147	17.761	25.464	32.195	47.504	59.700	62.798	63.330	63.407
750	3.6219	4.4208	6.1971	9.5944	10.969	13.198	17.869	25.723	32.651	48.675	61.762	65.148	65.733	65.819
800	3.6235	4.4236	6.2040	9.6152	10.998	13.244	17.966	25.958	33.069	49.776	63.744	67.422	68.062	68.156
850	3.6250	4.4262	6.2101	9.6338	11.024	13.285	18.053	26.172	33.455	50.813	65.652	69.626	70.322	70.424
900	3.6263	4.4284	6.2155	9.6505	11.048	13.323	18.133	26.369	33.811	51.792	67.493	71.766	72.521	72.631
950	3.6275	4.4304	6.2205	9.6657	11.069	13.357	18.206	26.550	34.142	52.720	69.272	73.848	74.661	74.781
1000	3.6286	4.4323	6.2250	9.6796	11.088	13.388	18.272	26.718	34.451	53.602	70.994	75.876	76.749	76.877
1100	3.6304	4.4355	6.2329	9.7039	11.123	13.443	18.391	27.019	35.009	55.238	74.283	79.784	80.779	80.927
1200	3.6320	4.4382	6.2395	9.7246	11.152	13.490	18.493	27.281	35.501	56.729	77.387	83.516	84.638	84.806
1300	3.6334	4.4406	6.2452	9.7424	11.177	13.530	18.582	27.511	35.938	58.096	80.328	87.094	88.347	88.534
1400	3.6345	4.4426	6.2502	9.7580	11.199	13.566	18.660	27.716	36.331	59.356	83.124	90.534	91.920	92.129
1500	3.6356	4.4443	6.2546	9.7716	11.218	13.597	18.729	27.899	36.685	60.521	85.790	93.850	95.373	95.604
1600	3.6365	4.4459	6.2584	9.7838	11.236	13.624	18.791	28.064	37.007	61.605	88.339	97.054	93.718	98.970
1700	3.6373	4.4473	6.2618	9.7946	11.251	13.649	18.846	28.213	37.301	62.615	90.782	100.16	101.96	102.24
1800	3.6380	4.4485	6.2649	9.8043	11.265	13.672	18.897	28.350	37.570	63.561	93.127	103.17	105.12	105.42
1900	3.6386	4.4496	6.2677	9.8131	11.277	13.693	18.943	28.475	37.818	64.448	95.383	106.09	108.19	108.51
2000	3.6392	4.4506	6.2702	9.8211	11.289	13.712	18.985	28.589	38.047	65.283	97.557	108.93	111.18	111.53
2200	3.6402	4.4524	6.2746	9.8351	11.309	13.744	19.058	28.793	38.458	66.815	101.68	114.40	116.96	117.36
2400	3.6411	4.4539	6.2783	9.8470	11.326	13.772	19.122	28.968	38.815	68.190	105.54	119.61	122.49	122.94
2600	3.6418	4.4552	6.2814	9.8572	11.340	13.796	19.176	29.122	39.130	69.433	109.16	124.60	127.80	128.30
2800	3.6424	4.4563	6.2842	9.8660	11.353	13.817	19.224	29.257	39.409	70.563	112.59	129.38	132.91	133.47

z \ $1-\lambda$	0.075	0.050	0.025	0.01	$7.5\cdot10^{-3}$	$5\cdot10^{-3}$	$2.5\cdot10^{-3}$	10^{-3}	$5\cdot10^{-4}$	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
3000	3.6430	4.4572	6.2866	9.8738	11.364	13.835	19.266	29.377	39.659	71.597	115.83	133.98	137.85	138.47
3200	3.6435	4.4581	6.2887	9.8807	11.374	13.851	19.304	29.484	39.883	72.547	118.90	138.42	142.63	143.31
3400	3.6439	4.4588	6.2906	9.8868	11.383	13.866	19.337	29.581	40.087	73.424	121.83	142.70	147.27	148.00
3600	3.6443	4.4595	6.2923	9.8923	11.391	13.879	19.368	29.668	40.274	74.236	124.62	146.85	151.78	152.57
3800	3.6446	4.4601	6.2938	9.8973	11.398	13.891	19.395	29.748	40.443	74.992	127.28	150.88	156.16	157.02
4000	3.6450	4.4606	6.2952	9.9018	11.404	13.902	19.420	29.821	40.600	75.697	129.84	154.78	160.44	161.35
4200	3.6452	4.4611	6.2965	9.9059	11.410	13.911	19.443	29.888	40.743	76.356	132.29	158.58	164.60	165.59
4400	3.6455	4.4616	6.2976	9.9096	11.416	13.920	19.464	29.950	40.877	76.975	134.64	162.28	168.68	169.73
4600	3.6457	4.4620	6.2987	9.9131	11.421	13.929	19.484	30.008	41.001	77.557	136.91	165.88	172.66	173.78
4800	3.6460	4.4624	6.2996	9.9163	11.425	13.936	19.501	30.061	41.116	78.105	139.09	169.39	176.56	177.74
5000	3.6462	4.4628	6.3005	9.9192	11.429	13.943	19.518	30.110	41.223	78.623	141.19	172.82	180.37	181.63
5500	3.6466	4.4635	6.3025	9.9257	11.439	13.959	19.555	30.220	41.464	79.801	146.14	181.06	189.60	191.03
6000	3.6470	4.4742	6.3042	9.9312	11.447	13.972	19.586	30.314	41.671	80.838	150.70	188.87	198.42	200.03
6500	3.6473	4.4648	6.3056	9.9359	11.454	13.984	19.613	30.396	41.851	81.759	154.92	196.31	206.88	208.68
7000	3.6476	4.4652	6.3068	9.9400	11.459	13.994	19.637	30.467	42.010	82.584	158.86	203.41	215.02	217.01
7500	3.6478	4.4657	6.3079	9.9436	11.465	14.002	19.658	30.530	42.150	83.328	162.53	210.21	222.87	225.06
8000	3.6480	4.4660	6.3088	9.9467	11.469	14.010	19.676	30.585	42.275	84.003	165.97	216.73	230.46	232.86
8500	3.6482	4.4664	6.3097	9.9495	11.473	14.017	19.692	30.636	42.388	84.618	169.21	223.01	237.82	240.42
9000	3.6484	4.4667	6.3104	9.9520	11.477	14.023	19.707	30.681	42.490	85.181	172.27	229.06	244.96	247.78
9500	3.6485	4.4669	6.3111	9.9543	11.480	14.028	19.720	30.722	42.583	85.700	175.15	234.90	251.90	254.93
10000	3.6487	4.4672	6.3117	9.9563	11.483	14.033	19.732	30.759	42.668	86.179	177.89	240.55	258.66	261.91

Таблица 3

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИЙ $H(z, 1)$ и $G_1(z)$

z	$H(z, 1)$	$G_1(z)$	z	$H(z, 1)$	$G_1(z)$
0.00	1.0000	∞	8.0	5.3180	$2.5617 \cdot 10^{-2}$
0.05	1.0887	2.4733	8.5	5.4970	$2.3406 \cdot 10^{-2}$
0.1	1.1566	1.9065	9.0	5.6718	$2.1488 \cdot 10^{-2}$
0.2	1.2743	1.3546	9.5	5.8427	$1.9814 \cdot 10^{-2}$
0.3	1.3791	1.0553	10	6.0100	$1.8341 \cdot 10^{-2}$
0.4	1.4759	$8.6085 \cdot 10^{-1}$	11	6.3349	$1.5880 \cdot 10^{-2}$
0.5	1.5671	$7.2297 \cdot 10^{-1}$	12	6.6478	$1.3915 \cdot 10^{-2}$
0.6	1.6538	$6.1986 \cdot 10^{-1}$	13	6.9502	$1.2316 \cdot 10^{-2}$
0.7	1.7369	$5.3985 \cdot 10^{-1}$	14	7.2431	$1.0996 \cdot 10^{-2}$
0.8	1.8168	$4.7604 \cdot 10^{-1}$	15	7.5273	$9.8916 \cdot 10^{-3}$
0.9	1.8941	$4.2406 \cdot 10^{-1}$	16	7.8038	$8.9570 \cdot 10^{-3}$
1.0	1.9691	$3.8098 \cdot 10^{-1}$	17	8.0730	$8.1580 \cdot 10^{-3}$
1.2	2.1129	$3.1394 \cdot 10^{-1}$	18	8.3356	$7.4689 \cdot 10^{-3}$
1.4	2.2491	$2.6446 \cdot 10^{-1}$	19	8.5921	$6.8697 \cdot 10^{-3}$
1.6	2.3809	$2.2667 \cdot 10^{-1}$	20	8.8429	$6.3451 \cdot 10^{-3}$
1.8	2.5070	$1.9702 \cdot 10^{-1}$	22	9.3289	$5.4728 \cdot 10^{-3}$
2.0	2.6288	$1.7324 \cdot 10^{-1}$	24	9.7963	$4.7802 \cdot 10^{-3}$
2.2	2.7466	$1.5383 \cdot 10^{-1}$	26	10.247	$4.2200 \cdot 10^{-3}$
2.4	2.8610	$1.3774 \cdot 10^{-1}$	28	10.683	$3.3754 \cdot 10^{-3}$
2.6	2.9722	$1.2423 \cdot 10^{-1}$	30	11.106	$3.7593 \cdot 10^{-3}$
2.8	3.0805	$1.1275 \cdot 10^{-1}$	32	11.516	$3.0515 \cdot 10^{-3}$
3.0	3.1863	$1.0291 \cdot 10^{-1}$	34	11.915	$2.7755 \cdot 10^{-3}$
3.2	3.2896	$9.4397 \cdot 10^{-2}$	36	12.304	$2.5379 \cdot 10^{-3}$
3.4	3.3906	$8.6973 \cdot 10^{-2}$	38	12.684	$2.3319 \cdot 10^{-3}$
3.6	3.4896	$8.0455 \cdot 10^{-2}$	40	13.055	$2.1518 \cdot 10^{-3}$
3.8	3.5866	$7.4696 \cdot 10^{-2}$	42	13.418	$1.9934 \cdot 10^{-3}$
4.0	3.6818	$6.9579 \cdot 10^{-2}$	44	13.773	$1.8531 \cdot 10^{-3}$
4.2	3.7753	$6.5009 \cdot 10^{-2}$	46	14.121	$1.7283 \cdot 10^{-3}$
4.4	3.8671	$6.0908 \cdot 10^{-2}$	48	14.462	$1.6167 \cdot 10^{-3}$
4.6	3.9575	$5.7211 \cdot 10^{-2}$	50	14.797	$1.5164 \cdot 10^{-3}$
4.8	4.0464	$5.3866 \cdot 10^{-2}$	55	15.610	$1.3057 \cdot 10^{-3}$
5.0	4.1339	$5.0828 \cdot 10^{-2}$	60	16.389	$1.1389 \cdot 10^{-3}$
5.5	4.3471	$4.4340 \cdot 10^{-2}$	65	17.140	$1.0044 \cdot 10^{-3}$
6.0	4.5531	$3.9099 \cdot 10^{-2}$	70	17.866	$8.9402 \cdot 10^{-4}$
6.5	4.7526	$3.4794 \cdot 10^{-2}$	75	18.568	$8.0220 \cdot 10^{-4}$
7.0	4.9463	$3.1210 \cdot 10^{-2}$	80	19.249	$7.2487 \cdot 10^{-4}$
7.5	5.1346	$2.8190 \cdot 10^{-2}$	85	19.911	$6.5903 \cdot 10^{-4}$

z	$H(z, 1)$	$G_1(z)$	z	$H(z, 1)$	$G_1(z)$
90	20.556	$6.0244 \cdot 10^{-4}$	1000	76.897	$1.4023 \cdot 10^{-5}$
95	21.185	$5.5340 \cdot 10^{-4}$	1100	80.950	$1.2097 \cdot 10^{-5}$
100	21.798	$5.1058 \cdot 10^{-4}$	1200	84.832	$1.0571 \cdot 10^{-5}$
110	22.985	$4.3962 \cdot 10^{-4}$	1300	88.563	$9.3385 \cdot 10^{-6}$
120	24.123	$3.8350 \cdot 10^{-4}$	1400	92.161	$8.3263 \cdot 10^{-6}$
130	25.218	$3.3824 \cdot 10^{-4}$	1500	95.639	$7.4831 \cdot 10^{-6}$
140	26.275	$3.0112 \cdot 10^{-4}$	1600	99.009	$6.7721 \cdot 10^{-6}$
150	27.298	$2.7024 \cdot 10^{-4}$	1700	102.28	$6.1660 \cdot 10^{-6}$
160	28.290	$2.4424 \cdot 10^{-4}$	1800	105.46	$5.6445 \cdot 10^{-6}$
170	29.254	$2.2210 \cdot 10^{-4}$	1900	108.56	$5.1920 \cdot 10^{-6}$
180	30.192	$2.0308 \cdot 10^{-4}$	2000	111.58	$4.7964 \cdot 10^{-6}$
190	31.105	$1.8659 \cdot 10^{-4}$	2200	117.42	$4.1398 \cdot 10^{-6}$
200	31.997	$1.7219 \cdot 10^{-4}$	2400	123.01	$3.6193 \cdot 10^{-6}$
220	33.721	$1.4832 \cdot 10^{-4}$	2600	128.38	$3.1988 \cdot 10^{-6}$
240	35.374	$1.2945 \cdot 10^{-4}$	2800	133.56	$2.8532 \cdot 10^{-6}$
260	36.963	$1.1422 \cdot 10^{-4}$	3000	138.57	$2.5653 \cdot 10^{-6}$
280	38.497	$1.0172 \cdot 10^{-4}$	3200	143.42	$2.3223 \cdot 10^{-6}$
300	39.980	$9.1330 \cdot 10^{-5}$	3400	148.12	$2.1152 \cdot 10^{-6}$
320	41.418	$8.2573 \cdot 10^{-5}$	3600	152.70	$1.9368 \cdot 10^{-6}$
340	42.814	$7.5117 \cdot 10^{-5}$	3800	157.16	$1.7820 \cdot 10^{-6}$
360	44.173	$6.8707 \cdot 10^{-5}$	4000	161.50	$1.6467 \cdot 10^{-6}$
380	45.497	$6.3149 \cdot 10^{-5}$	4200	165.75	$1.5275 \cdot 10^{-6}$
400	46.788	$5.8294 \cdot 10^{-5}$	4400	169.90	$1.4218 \cdot 10^{-6}$
420	48.050	$5.4024 \cdot 10^{-5}$	4600	173.96	$1.3279 \cdot 10^{-6}$
440	49.283	$5.0246 \cdot 10^{-5}$	4800	177.94	$1.2437 \cdot 10^{-6}$
460	50.491	$4.6883 \cdot 10^{-5}$	5000	181.83	$1.1680 \cdot 10^{-6}$
480	51.674	$4.3876 \cdot 10^{-5}$	5500	191.27	$1.0088 \cdot 10^{-6}$
500	52.835	$4.1174 \cdot 10^{-5}$	6000	200.30	$8.8242 \cdot 10^{-7}$
550	55.644	$3.5496 \cdot 10^{-5}$	6500	208.98	$7.8025 \cdot 10^{-7}$
600	58.335	$3.1002 \cdot 10^{-5}$	7000	217.35	$6.9634 \cdot 10^{-7}$
650	60.923	$2.7374 \cdot 10^{-5}$	7500	225.43	$6.2621 \cdot 10^{-7}$
700	63.419	$2.4395 \cdot 10^{-5}$	8000	233.26	$5.6721 \cdot 10^{-7}$
750	65.832	$2.1916 \cdot 10^{-5}$	8500	240.86	$5.1672 \cdot 10^{-7}$
800	68.170	$1.9825 \cdot 10^{-5}$	9000	248.25	$4.7331 \cdot 10^{-7}$
850	70.440	$1.8045 \cdot 10^{-5}$	9500	255.45	$4.3563 \cdot 10^{-7}$
900	72.648	$1.6513 \cdot 10^{-5}$	10000	262.47	$4.0270 \cdot 10^{-7}$
950	74.799	$1.5184 \cdot 10^{-5}$			

Таблица 4

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $h(q)$

q	$h(q)$	q	$h(q)$	q	$h(q)$
0.00	1.000	0.34	0.781	0.68	0.687
0.01	0.982	0.35	0.778	0.69	0.685
0.02	0.969	0.36	0.774	0.70	0.683
0.03	0.958	0.37	0.771	0.71	0.681
0.04	0.947	0.38	0.767	0.72	0.679
0.05	0.938	0.39	0.764	0.73	0.677
0.06	0.929	0.40	0.761	0.74	0.675
0.07	0.921	0.41	0.758	0.75	0.673
0.08	0.913	0.42	0.755	0.76	0.671
0.09	0.905	0.43	0.751	0.77	0.669
0.10	0.898	0.44	0.748	0.78	0.667
0.11	0.891	0.45	0.745	0.79	0.665
0.12	0.885	0.46	0.742	0.80	0.663
0.13	0.879	0.47	0.740	0.81	0.661
0.14	0.873	0.48	0.737	0.82	0.659
0.15	0.867	0.49	0.734	0.83	0.657
0.16	0.861	0.50	0.731	0.84	0.655
0.17	0.856	0.51	0.728	0.85	0.653
0.18	0.850	0.52	0.726	0.86	0.652
0.19	0.845	0.53	0.723	0.87	0.650
0.20	0.840	0.54	0.720	0.88	0.648
0.21	0.835	0.55	0.718	0.89	0.646
0.22	0.830	0.56	0.715	0.90	0.645
0.23	0.826	0.57	0.713	0.91	0.643
0.24	0.821	0.58	0.710	0.92	0.641
0.25	0.817	0.59	0.708	0.93	0.640
0.26	0.813	0.60	0.705	0.94	0.638
0.27	0.808	0.61	0.703	0.95	0.636
0.28	0.804	0.62	0.701	0.96	0.635
0.29	0.800	0.63	0.698	0.97	0.633
0.30	0.796	0.64	0.696	0.98	0.631
0.31	0.792	0.65	0.694	0.99	0.630
0.32	0.789	0.66	0.692	1.00	0.628
0.33	0.785	0.67	0.689		

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВО ВРЕМЕНИ ВЕРОЯТНОСТИ ДИФФУЗНОГО ОТРАЖЕНИЯ КВАНТА ОТ ОДНОМЕРНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Н. Б. ЕНГИБАРЯН

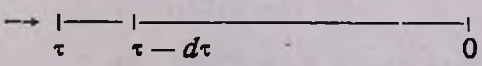
Поступила 9 апреля 1965

Рассматривается задача о нестационарной диффузии излучения от одномерной неоднородной среды конечной оптической толщины. Учитывается время, теряемое квантом в пути, и время пребывания в поглощенном состоянии.

На основе принципа инвариантности получается уравнение (1), решение которого сводится к решению уравнения (9) и обращению преобразования Лапласа. В частном случае однородной среды решение уравнения (9) дается формулой (13).

Нестационарная задача диффузного отражения квантов от рассеивающей среды была рассмотрена другими авторами [1—4] для некоторых частных случаев. В настоящей статье эта задача рассматривается для одномерной среды конечной оптической толщины при довольно общих условиях, когда 1) кванты затрачивают время как на прохождение пути, так и на пребывание в поглощенном состоянии, 2) вероятность выживания может меняться с глубиной и 3) индикатриса рассеяния (относительные вероятности излучения в направлении падения и в противоположном направлении) есть произвольная функция оптической глубины.

Пусть в момент $t=0$ в одномерную среду, оптическая толщина которой τ, входит один квант. Обозначим через $\rho(t, \tau)$ плотность вероятности диффузного отражения кванта в момент t. Будем искать функцию $\rho(t, \tau)$, учитывая конечность как времени, теряемого квантом в пути, так и времени нахождения в поглощенном состоянии.



Делаются следующие предположения:

а) Поглощенный квант спонтанно излучается по экспоненциальному закону $\alpha(x)e^{-\beta t}$, где $\frac{\alpha(x)}{\beta} = \lambda(x) \leqslant 1$; $\lambda(x)$ — вероятность выживания кванта при элементарном акте рассеяния на оптической глубине x (рассчитанной от правого конца среды).

б) Атомы неравномерно распределены в среде $dt = \frac{dx}{v(x)}$. Здесь $v(x)$ — скорость, выраженная в единицах оптической толщины в единицу времени в точке x.

в) Индикатриса рассеяния несимметрична и может зависеть от оптической глубины. Обозначим через $a(x)$ вероятность рассеяния кванта вперед, $b(x) = 1 - a(x)$ — назад.

Уравнение относительно $\rho(t, \tau)$ можно получить с помощью принципа инвариантности, т. е. выразив $\rho(t, \tau)$ через $\rho(t, \tau - d\tau)$;

$$\rho(t, \tau) = \rho(t - 2dt, \tau - d\tau)(1 - 2d\tau) + d\tau\, b(\tau)\alpha(\tau)e^{-\beta t} +$$

$$+ 2a(\tau)\alpha(\tau)d\tau \int_0^t e^{-\beta(t-t_1)}\rho(t_1, \tau)\,dt_1 + \tag{1}$$

$$+ b(\tau)\alpha(\tau)d\tau \int_0^t dt_1 \int_0^{t-t_1} e^{-\beta(t-t_1-t_2)}\rho(t_1, \tau)\rho(t_2, \tau)\,dt_2;$$

или

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau} + \frac{2}{v(\tau)}\frac{\partial\rho}{\partial t} + 2\rho(t, \tau) = b(\tau)\alpha(\tau)e^{-\beta t} +$$

$$+ 2a(\tau)\alpha(\tau)\int_0^t e^{-\beta(t-t_1)}\rho(t_1, \tau)\,dt_1 + b(\tau)\alpha(\tau)\int_0^t dt_1 \int_0^{t-t_1} e^{-\beta(t-t_1-t_2)} \times \tag{1'}$$

$$\times \rho(t_1, \tau)\rho(t_2, \tau)\,dt_2.$$

Легко убедиться, что

$$\rho(t, 0) \equiv 0 \quad \text{и} \quad \rho(0, \tau) \equiv 0. \tag{2}$$

Умножим обе части уравнения (1) на $e^{\beta t}$, обозначим

$$Q(t, \tau) = \rho(t, \tau)e^{\beta t}. \tag{3}$$

Тогда уравнение (1) примет следующий вид:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}+\frac{2}{v(\tau)}\frac{\partial Q}{\partial t}+2\left[1-\frac{\beta}{v(\tau)}\right]Q(t,\tau)=\alpha(\tau)b(\tau)+$$
$$+2a(\tau)\alpha(\tau)\int_0^t Q(t_1,\tau)\,dt_1+b(\tau)\alpha(\tau)\int_0^t Q(t_1,\tau)\,dt_1\int_0^{t-t_1} Q(t_2,\tau)\,dt_2. \tag{4}$$

Обозначив далее

$$R(t,\tau)=\int_0^t Q(t_1,\tau)\,dt_1, \tag{5}$$

получим для этой функции уравнение

$$\frac{\partial^2 R}{\partial\tau\,\partial t}+\frac{2}{v(\tau)}\frac{\partial^2 R}{\partial t^2}+2\left[1-\frac{\beta}{v(\tau)}\right]\frac{\partial R}{\partial t}=b(\tau)\alpha(\tau)+$$
$$+2a(\tau)\alpha(\tau)R(t,\tau)+b(\tau)\alpha(\tau)\int_0^t R'_t(t_1,\tau)R(t-t_1,\tau)\,dt_1. \tag{6}$$

К уравнению (6) применим преобразование Лапласа. Введем:

$$\Omega(s,\tau)=\int_0^\infty e^{-st}R(t,\tau)\,dt, \tag{7}$$

Заметив, что

$$R(0,\tau)=0 \quad \text{из (5)} \quad \text{и} \quad R'_t(0,\tau)=\rho(0,\tau)=0,$$

получим

$$s\frac{\partial\Omega}{\partial\tau}+\frac{2}{v(\tau)}s^2\Omega(s,\tau)+2\left[1-\frac{\beta}{v(\tau)}\right]s\Omega(s,\tau)=$$
$$=\frac{1}{s}b(\tau)+2a(\tau)\alpha(\tau)\Omega(s,\tau)+b(\tau)\alpha(\tau)\Omega^2(s,\tau) \tag{8}$$

или

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\tau}=b(\tau)\alpha(\tau)\left\{\Omega^2+2A(s,\tau)\Omega+\frac{1}{s^2}\right\}, \tag{9}$$

где для краткости обозначено

$$A(s,\tau)=\frac{a(\tau)}{b(\tau)s}-\frac{1}{b(\tau)\alpha(\tau)}\left[1-\frac{\beta}{v(\tau)}\right]-\frac{s}{v(\tau)b(\tau)\alpha(\tau)} \tag{10}$$

с условием $\Omega(s,0)\equiv 0$ (ибо $\rho(t,0)=0$).

Легко убедиться, что

$$L(\rho)=(\beta+s)\,\Omega(\beta+s,\tau). \tag{11}$$

где L — оператор Лапласа.

Уравнение (9), которое является уравнением Риккати, можно приближенно решить последовательными приближениями или разложением в ряд по τ. Подставляя найденную функцию в (11), обратным преобразованием Лапласа находим функцию $\rho(t, \tau)$

$$\rho(t, \tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{s_0 - i\infty}^{s_0 + i\infty} (\beta + s)\, \Omega(\beta + s, \tau)\, e^{st}\, ds. \tag{12}$$

Если α, v, a не зависят от τ, т. е. среда является однородной, то уравнение (9) легко решается

$$\Omega(s, \tau) = \frac{1}{s^2} \frac{1 - \exp\left\{2ab\sqrt{A^2(s) - \frac{1}{s^2}}\,\tau\right\}}{\gamma_2 - \gamma_1 \exp\left\{2ab\sqrt{A^2(s) - \frac{1}{s^2}}\,\tau\right\}}, \tag{13}$$

где

$$\gamma_{1,2} = -A(s) \pm \sqrt{A^2(s) - \frac{1}{s^2}}\,.$$

С помощью функции $\rho(t, \tau)$ диффузно отраженное из среды излучение $F(t)$ легко выражается через падающую интенсивность $I(t)$

$$F(t) = \int_0^t I(t - t_1)\, \rho(t_1, \tau)\, dt. \tag{14}$$

Если нужно выразить $I(t)$ через $F(t)$, то можно использовать не функцию ρ, а Ω. Действительно, из (14)

$$L(F) = L(I)\, L(\rho) = L(I)\, (\beta + s)\, \Omega(\beta + s, \tau),$$

откуда

$$I = L^{-1}\left[\frac{L(F)}{(\beta + s)\, \Omega(\beta + s, \tau)}\right].$$

В заключение хочу выразить благодарность академику В. А. Амбарцумяну за руководство.

Институт математики и механики
АН АрмССР

TIME-DEPENDENCE OF THE PROBABILITY OF DIFFUSE REFLECTION OF A PHOTON FROM ONE-DIMENSIONAL INHOMOGENEOUS MEDIUM

N. B. YENGIBARIAN

A problem of non-stationary diffusion of radiation in one-dimensional finite inhomogeneous medium is considered.

The equation (1) was obtained with the help of the principle of invariance.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. В. Соболев*, Перенос лучистой энергии, М., 1956.
2. *R. Bellman*, Invariant imbedding time-dependent processes, vol. 2, New York, 1964.
3. *И. Н. Минин*, К теории нестационарной диффузии излучения, Вестн. ЛГУ, 19, 1962.
4. *И. Н. Минин*, О нестационарном свечении полубесконечной среды, ДАН СССР, 154, 3, 1964.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

О РАССЕЯНИИ СВЕТА В ОДНОМЕРНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СРЕДЕ

И. Н. МИНИН

Поступила 4 мая 1965

Рассмотрена задача о рассеянии света в однородной полубесконечной среде с изотропным рассеянием. Принято, что оптическая глубина в каждой точке среды изменяется с течением времени по экспоненциальному закону. Сделано применение полученных результатов к теории свечения новых звезд.

Теория нестационарного поля излучения развита достаточно полно только для случая, когда оптические свойства среды не изменяются с течением времени (см. [1—4]). Однако ряд задач теоретической астрофизики приводит к необходимости рассмотрения нестационарных процессов диффузии излучения в среде с переменными оптическими свойствами. Такого рода задачи возникают, например, при изучении нестационарных звезд.

В данной статье рассмотрена задача о свечении одномерной полубесконечной среды с изотропным рассеянием. Для решения задачи применяется вероятностный метод, введенный в теорию переноса лучистой энергии В. В. Соболевым [5]. При этом считается, что оптическая глубина в каждой точке среды изменяется с течением времени по экспоненциальному закону. Рассмотрена возможность применения полученных результатов к теории свечения новых звезд.

1. *Вероятность выхода кванта из среды.* Введем величину $p(\tau, t, t')\,dt$ — вероятность того, что световой квант, поглощенный на оптической глубине τ в момент времени t', выйдет из среды в промежутке времени от t до $t + dt$. Обозначим через t_1 среднее время пребывания кванта в поглощенном состоянии при элементарном акте рассеяния и рассмотрим случай, когда t_1 значительно превосходит среднее время пребывания кванта в пути между двумя последова-

тельными рассеяниями. Вместо переменной t будем в дальнейшем использовать новую переменную $u=\frac{t}{t_1}$. Тогда принятый закон изменения τ со временем запишется в виде

$$\tau(u')=\tau(u)e^{-\alpha(u'-u)}, \tag{1}$$

где α — параметр. Кроме того, будем считать, что вероятность излучения кванта в интервале безразмерного времени от u до $u+du$ после его поглощения равна $e^{-u}du$. Для закона (1) вероятность выхода кванта не зависит явно от момента времени t' поглощения кванта, но конечно, эта вероятность зависит от t' через τ.

Составим уравнения для определения вероятности выхода кванта из среды $p(\tau, u)$. Поскольку величина $p(\tau, u)$ складывается из вероятности выхода кванта без рассеяний на пути и из вероятности выхода кванта после ряда рассеяний, находим с учетом (1) следующее интегральное уравнение

$$p(\tau, u)=\frac{\lambda}{2}e^{-u-\tau e^{-\alpha u}}+\frac{\lambda}{2}\int_0^u e^{-u'}du'\int_0^\infty e^{-|\tau e^{-\alpha u'}-\tau'|}p(\tau', u-u')\,d\tau', \tag{2}$$

где λ — вероятность выживания кванта при элементарном акте рассеяния.

Уравнение (2) полностью определяет функцию $p(\tau, u)$. Отметим, что из уравнения (2) следует

$$p(\tau, 0)=\frac{\lambda}{2}e^{-\tau}. \tag{3}$$

Получим теперь функциональное уравнение для $p(\tau, u)$, рассмотрев сначала выход кванта из среды с оптической глубины $\tau+\Delta\tau_0$. Для этого выход кванта с глубины $\tau+\Delta\tau_0$ представим как выход кванта с глубины τ с последующим прохождением его через дополнительный слой, оптическая толщина которого при $u=0$ равна $\Delta\tau_0$. Вероятность выхода кванта из среды без рассеяния в дополнительном слое равна $p(\tau, u)(1-\Delta\tau)$. Для получения вероятности выхода кванта из среды с рассеянием в дополнительном слое следует величину $p(\tau, u')\Delta\tau'$ умножить на $p(0, u-u')\,du'$ и проинтегрировать это произведение по u' от нуля до u. Сумма полученных вероятностей и представляет искомую величину, т. е.

$$p(\tau+\Delta\tau_0, u)=p(\tau, u)(1-\Delta\tau)+\int_0^u p(\tau, u')\,\Delta\tau' p(0, u-u')\,du', \tag{4}$$

где величины $\Delta\tau$ и $\Delta\tau'$ в соответствии с (1) определяются соотношениями

$$\Delta\tau = \Delta\tau_0 e^{-\alpha u}, \qquad \Delta\tau' = \Delta\tau_0 e^{-\alpha u'}. \tag{5}$$

Из (4) с учетом (5) при $\Delta\tau \to 0$ следует

$$\frac{\partial p(\tau, u)}{\partial\tau} = -e^{-\alpha u} p(\tau, u) + \int_0^u e^{-\alpha u'} p(\tau, u') p(0, u-u')\, du'. \tag{6}$$

Однако уравнение (6) не определяет функцию $p(\tau, u)$ полностью, поскольку при его составлении не учтен механизм рассеяния. Для получения дополнительного соотношения положим $\tau = 0$ и используем уравнение (2). В результате будем иметь

$$p(0, u) = \frac{\lambda}{2} e^{-u} + \frac{\lambda}{2} \int_0^u e^{-u'} \rho(u-u')\, du', \tag{7}$$

где

$$\rho(u) = \int_0^\infty e^{-\tau} p(\tau, u)\, d\tau. \tag{8}$$

Величина $\rho(u)du$ определяет вероятность отражения кванта от среды в промежутке времени от u до $u+du$ после падения на нее. Уравнение (6) и соотношение (7) дают возможность найти как $p(\tau, u)$, так и $\rho(u)$. Отметим, что из (3) и (8) следует

$$\rho(0) = \frac{\lambda}{4}. \tag{9}$$

Для составления уравнения, определяющего $\rho(u)$, умножим обе части уравнения (6) на $e^{-\tau}d\tau$ и проинтегрируем от 0 до ∞. Тогда получим

$$-p(0, u) + \rho(u) = -e^{-\alpha u} \rho(u) + \int_0^u e^{-\alpha u'} \rho(u') p(0, u-u')\, du'. \tag{10}$$

Далее, из соотношения (7) следует

$$p'(0, u) + p(0, u) = \frac{\lambda}{2} \rho(u). \tag{11}$$

Используя (10) и (11), находим

$$\frac{1+e^{-\alpha u}}{2}\left[\rho'(u)+\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)\rho(u)\right]=\frac{\alpha}{2}e^{-\alpha u}\rho(u)+\frac{\lambda}{4}+\int_0^u e^{-\alpha u'}\rho(u')\rho(u-u')\,du'. \tag{12}$$

Заметим, что уравнения (2), (6) и (12) можно получить, исходя из общих уравнений, приведенных ранее С. А. Капланом [6] для произвольного закона изменения τ с течением времени. Однако для полноты и связности изложения мы предпочли здесь воспроизвести вывод указанных уравнений. Разумеется, при $\alpha=0$ уравнения переходят в соответствующие уравнения, полученные В. В. Соболевым [1, 2] при рассмотрении диффузии излучения в среде с неизменяющимися оптическими свойствами. Следует иметь в виду, что величина $p(\tau, u)$ кроме переменных τ и u зависит также от параметра α, хотя в обозначении это для краткости и не отражено.

2. *Определение функции* $\rho(u)$. Для решения уравнения (12), определяющего функцию $\rho(u)$, применим к нему преобразование Лапласа. Обозначив

$$\bar{\rho}(s)=\int_0^\infty e^{-su}\rho(u)\,du, \tag{13}$$

имеем

$$\bar{\rho}(s)\,\bar{\rho}(s+\alpha)-\left[\frac{2}{\lambda}(s+1)-1\right]\left[\bar{\rho}(s)+\bar{\rho}(s+\alpha)\right]+1=0. \tag{14}$$

Из уравнения (14) следует, что если $\bar{\rho}(s)$ является его решением, то и $\frac{1}{\bar{\rho}(s)}$ также удовлетворяет этому уравнению. Однако нас интересует лишь то решение, которое имеет физический смысл, т. е. дает вероятность отражения кванта от среды. Исходя из сказанного и учитывая (9), а также известное свойство преобразования Лапласа (см. [7], стр. 126), можем написать

$$\lim_{s\to\infty} s\bar{\rho}(s)=\frac{\lambda}{4}\cdot \tag{15}$$

Таким образом, для определения функции $\rho(u)$ мы должны решить функциональное уравнение (14) при условии (15) и выполнить обращение преобразования Лапласа. Для упрощения записи уравнения (14) введем функцию $f(x)$ следующим соотношением

$$\bar{p}(s) = f(x), \tag{16}$$

где $x = \frac{2}{\lambda}(s+1) - 1$. Тогда вместо уравнения (14) получим

$$f(x) f(x+\varepsilon) - x[f(x) + f(x+\varepsilon)] + 1 = 0, \tag{17}$$

где $\varepsilon = \frac{2}{\lambda}\alpha$, а (15) примет форму

$$\lim_{x \to \infty} 2xf(x) = 1. \tag{18}$$

Полное решение функционального уравнения (17) представляет большие трудности. Поэтому здесь будут приведены лишь некоторые частные решения.

Для решения уравнения (17) можно применить следующий способ. Будем искать решение в форме

$$f(x) = \frac{x^n + a_{n-1}(x)}{2x^{n+1} + b_n(x)}, \tag{19}$$

где a_{n-1} и $b_n(x)$ — полиномы от x степени $n-1$ и n соответственно с неопределенными коэффициентами (при этом $a_{-1}(x) \equiv 0$). В (19) учтено, что функция $f(x)$ должна удовлетворять условию (18). После подстановки (19) в (17) получим для определения $2n+1$ коэффициентов $2n+2$ уравнения. Избыточность количества уравнений означает, что решение уравнения (17) в форме (19) для заданного n существует только для вполне определенного значения параметра ε, которое и находится из указанной системы уравнений наряду с коэффициентами полиномов $a_{n-1}(x)$ и $b_n(x)$. При этом нужно учесть, что параметр ε может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Из соотношения $\varepsilon = \frac{2}{\lambda}\alpha$ и (1) следует, что при $\varepsilon > 0$ оптическая толщина убывает, а при $\varepsilon < 0$ возрастает в каждой точке среды с течением времени. Здесь мы дадим решения уравнения (17) для $n = 0$ и $n = 1$.

При $n = 0$ находим

$$f(x) = \frac{1}{2x \mp 1} \tag{20}$$

и соответствующие значения $\varepsilon = \pm 1$, а при $n = 1$ имеем

$$f(x) = \frac{4x \mp 1}{8x^2 \mp 4x - 1} \tag{21}$$

для $\varepsilon = \pm \frac{1}{2}$.

Учитывая соотношения (16) и (20), получим

$$\bar{\rho}(s) = \frac{1}{\frac{4}{\lambda}s + \frac{4}{\lambda} - 2 \mp 1}, \tag{22}$$

что дает после обращения

$$\rho(u) = \frac{\lambda}{4} e^{-\left(1 - \frac{\lambda}{2} \mp \frac{\lambda}{4}\right)u}. \tag{23}$$

Функция $\rho(u)$, определяемая (23), соответствует $\alpha = \pm \frac{\lambda}{2}$.

Используя аналогичным образом (16) и (21), имеем

$$\rho(u) = \frac{\lambda}{4} e^{-\left(1 - \lambda\frac{4 \pm 1}{8}\right)u} \operatorname{ch}\left(\frac{\sqrt{3}}{8}\lambda u\right) \tag{24}$$

для $\alpha = \pm \frac{\lambda}{4}$.

Введем полную вероятность A отражения кванта от среды, определяемую соотношением

$$A = \int_0^\infty \rho(u)\, du. \tag{25}$$

Как следует из (13) и (25), для нахождения A можно воспользоваться соотношением $A = \bar{\rho}(0)$. Из полученных выше результатов находим при $\alpha = \pm \frac{\lambda}{2}$

$$A = \frac{\lambda}{4 - 2\lambda \mp \lambda}, \tag{26}$$

а при $\alpha = \pm \frac{\lambda}{4}$

$$A = \frac{2\lambda(8 - 4\lambda \mp \lambda)}{(8 - 4\lambda \mp \lambda)^2 - 3\lambda^2}. \tag{27}$$

Если истинное поглощение света в среде отсутствует ($\lambda = 1$), то из (26) и (27) следует $A = 1$ при $\alpha = \frac{1}{2}$ и $\alpha = \frac{1}{4}$, $A = \frac{1}{3}$ при $\alpha = -\frac{1}{2}$ и, наконец, $A = \frac{5}{11}$ при $\alpha = -\frac{1}{4}$. Несколько неожиданным является то обстоятельство, что при $\lambda = 1$ все же получаются значения $A < 1$, соответствующие $\alpha < 0$. Этот результат можно понять, учитывая быстрый экспоненциальный рост значения τ в каждой точке среды с течением времени при $\alpha = -\frac{1}{2}$ и $\alpha = -\frac{1}{4}$, приводящий к „пленению" части квантов в среде.

3. *Применение к новым звездам.* Согласно современным представлениям, при вспышке новой звезды в начальный момент происходит отрыв от звезды оболочки (см. [8], гл. III). Задача о свечении звезды после отрыва оболочки была решена В. В. Соболевым [1, 2]. При этом не учитывалось выбрасывание вещества, которое происходит из звезды сразу же после отделения от нее оболочки.

Рассмотрение задачи о свечении звезды при выбрасывании вещества было начато автором [9]. Процесс непрерывного выбрасывания вещества был заменен отрывом второй оболочки через некоторый промежуток времени после момента начала вспышки. Здесь мы учтем влияние выбрасывания вещества на скорость выхода лучистой энергии из звезды, сделав допущение об уменьшении с течением времени оптической глубины каждого элемента внешних слоев звезды.

Пусть H — поток излучения с поверхности звезды в стационарном состоянии. Примем, что в момент времени $u = 0$ от звезды отделяется оболочка оптической толщины τ_*, после чего оптическая глубина внешних слоев звезды уменьшается в каждом месте по закону (1) при $\alpha = \frac{1}{2}$. Задача состоит в определении изменения со временем потока излучения с поверхности звезды $I(u)$ при указанных условиях.

Для решения задачи воспользуемся результатами, приведенными выше. Разумеется, эти результаты относятся лишь к случаю одномерной среды, однако они могут быть использованы и для приближенного решения задачи о свечении звезды. Так же, как и ранее [1, 2, 9], можем написать

$$I(u) = H \int_0^\infty (1 + \tau_* + \tau)\, p(\tau, u)\, d\tau, \tag{28}$$

или

$$I(u) = H[(1 + \tau_*)\, A_0(u) + A_1(u)], \tag{29}$$

где

$$\left.\begin{aligned} A_0(u) &= \int_0^\infty p(\tau, u)\,d\tau, \\ A_1(u) &= \int_0^\infty \tau p(\tau, u)\,d\tau. \end{aligned}\right| \tag{30}$$

Воспользовавшись уравнением (6), легко получаем

$$\left.\begin{aligned} -p(0, u) &= -e^{-\alpha u} A_0(u) + \int_0^u e^{-\alpha u'} A_0(u')\,p(0, u-u')\,du', \\ -A_0(u) &= -e^{-\alpha u} A_1(u) + \int_0^u e^{-\alpha u'} A_1(u')\,p(0, u-u')\,du'. \end{aligned}\right| \tag{31}$$

После применения преобразования Лапласа имеем

$$\begin{aligned} \overline{A}_0(s+\alpha) &= \frac{\overline{p}(0, s)}{1-\overline{p}(0, s)}, \\ \overline{A}_1(s+\alpha) &= \frac{\overline{A}_0(s)}{1-\overline{p}(0, s)}. \end{aligned} \tag{32}$$

Далее, из (7) следует (при $\lambda = 1$, что соответствует условиям задачи)

$$\overline{p}(0, s) = \frac{1+\overline{\rho}(s)}{2(1+s)}, \tag{33}$$

а из (22) находим

$$\overline{\rho}(s) = \frac{1}{4s+1}. \tag{34}$$

Используя (32), (33) и (34), а также (29), получим решение задачи в следующем виде

$$I(u) = H\left[\frac{3}{5}e^u + \frac{1}{3}e^{\frac{u}{2}} + \frac{1}{15}e^{-\frac{u}{4}} + \tau_*\left(\frac{1}{3}e^{\frac{u}{2}} + \frac{1}{6}e^{-\frac{u}{4}}\right)\right]. \tag{35}$$

Однако на основе формулы (35) можно сделать лишь качественный вывод о том, что при экспоненциальном уменьшении оптической глубины с течением времени происходит экспоненциальный рост $I(u)$. Дело в том, что при получении этой формулы был принят закон (1) изменения τ с u при произвольно выбранном нами $\alpha = \frac{1}{2}$.

Для изучения реальных новых звезд следует найти $I(u)$ в интервале безразмерного времени $u \approx 10^{14}$ и αu порядка нескольких единиц, чему соответствует значение $\alpha \approx 10^{-14}$. Поэтому для количественных оценок необходимо рассмотрение случая $\alpha \ll 1$. Такое рассмотрение предполагается сделать в дальнейшем.

Ленинградский государственный
университет

ON LIGHT SCATTERING IN A ONE-DIMENSIONAL NON-STEADY STATE MEDIUM

I. N. MININ

The problem of isotropic light scattering in a one-dimensional semi-infinite medium is considered. It is assumed that the optical depth of any point in the medium varies exponentially with time. The results are applied to the theory of Nova phenomenon.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. В. Соболев*, Астрон. ж., 4, 29, 406, 517, 1952.
2. *В. В. Соболев*, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
3. *И. Н. Минин*, ДАН СССР, 154, 1059, 1964.
4. *M. Wing*, An introduction to transport theory, New York, 1962.
5. *В. В. Соболев*, Астрон. ж., 28, 355, 1951.
6. *С. А. Каплан*, Астрон. ж., 39, 702, 1962.
7. *Г. Дёч*, Руководство к практическому применению преобразования Лапласа, Физматгиз, М., 1960.
8. *В. Г. Горбацкий, И. Н. Минин*, Нестационарные звезды, Физматгиз, М., 1963.
9. *И. Н. Минин*, Сб. „Теория звездных спектров" (в печати).

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

ПОГЛОЩЕНИЕ НЕЙТРИНО ПРИ СВЕРХВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Ю. Л. ВАРТАНЯН

Поступила 28 декабря 1964

Рассматривается поглощение нейтрино в небесных телах. Вычислен коэффициент поглощения, выражение которого усреднено по спектру нейтрино. Показано, что при температурах $T \gg 10^9\ ^\circ K$ коэффициент поглощения нейтрино зависит от температуры, как T^5, т. е. происходит интенсивное поглощение нейтрино.

1. На роль нейтрино в процессе эволюции звезд и, в частности, в процессах потерь энергии, было указано в многочисленных работах, ссылки на которые можно найти в [1, 2]. Как известно, нейтрино образуются только в результате слабых взаимодействий (не считая гравитационного взаимодействия) и, следовательно, вероятности их образования весьма малы по сравнению с образованием фотонов. Однако благодаря большой проникающей способности нейтрино, общая уносимая ими энергия может быть сравнима с энергией, уносимой фотонами, а в некоторых случаях и превосходить ее.

Однако, если вещество невырождено и температура порядка или выше миллиарда градусов, то свободный пробег нейтрино сильно уменьшается. При рассмотрении моделей таких небесных тел становится важным знание коэффициента поглощения нейтрино как функции от температуры и плотности. Данная работа посвящена рассмотрению этого вопроса.

2. В настоящее время можно считать установленным [3] существование двух видов нейтрино: электронного нейтрино ν_e и антинейтрино $\bar{\nu}_e$, μ-мезонного нейтрино ν_μ и антинейтрино $\bar{\nu}_\mu$. Ниже рассматривается коэффициент поглощения электронного нейтрино и антинейтрино. О коэффициенте же поглощения μ-мезонного нейтрино будет сказано в пункте 6.

Согласно теории слабого взаимодействия, все реакции поглощения и рассеяния нейтрино, которые идут в первом приближении по константе слабого взаимодействия, можно разбить на следующие три группы:

а) Поглощение нейтрино и антинейтрино барионами. Примером таких процессов может служить процесс обратного β-распада

$$\nu_e + n \rightarrow e + p,$$

где n, p, e соответственно означают нейтрон, протон и электрон.

б) Аннигиляция нейтрино и антинейтрино с превращением в электронно-позитронную пару

$$\nu_e + \bar{\nu}_e \rightarrow e + e^+.$$

в) Рассеяние нейтрино на электроне

$$\nu_e + e \rightarrow \nu_e + e.$$

Полный коэффициент поглощения будет равен сумме коэффициентов поглощения отдельных процессов; вычисление этих коэффициентов проведено ниже.

3. Как следует из универсального лагранжиана слабого взаимодействия [4], нейтрино может поглощаться нейтронами

$$\nu_e + n \rightarrow e + p, \tag{1}$$

а антинейтрино протонами

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n. \tag{2}$$

В отличие от (1) процесс (2) имеет энергетический порог. Эта реакция может идти, если энергия нейтрино превосходит разность энергий покоя нейтрона и протона.

Если поглощение нейтрино и антинейтрино происходит на свободных нейтронах и протонах, которые находятся в состоянии покоя, то для полных сечений процессов (1) и (2) соответственно имеем

$$\sigma_1 = 6.25\,\sigma_0\left(0.4\,\frac{\varepsilon_\nu}{m_e c^2} + 1\right)^2, \tag{3}$$

$$\sigma_2 = 6.25\,\sigma_0\,u^2\Theta(u) \tag{4}$$

где

$$u = 0.4\,\frac{\varepsilon_{\bar{\nu}}}{m_e c^2} - 1, \qquad \sigma_0 = \frac{2G^2}{\pi}\left(\frac{m_e \hbar}{c}\right)^2 = 8.3\cdot 10^{-45}\ \text{см}^2, \tag{5}$$

$G = 1.01\cdot 10^{-5}/m_p^2$ — константа слабого взаимодействия, m_p и m_e — соответственно массы протона и электрона, c — скорость света, $\hbar$ — постоянная Планка, деленная на 2π, $\Theta(u)$ — функция, обладающая следующим свойством

$$\Theta(u) = \begin{cases} 1, & u > 0 \\ 0, & u < 0. \end{cases} \tag{6}$$

Мы будем считать, что приближенно формулы (3) и (4) можно применить и для нуклонов, которые находятся в ядрах.

Для вычисления коэффициента поглощения необходимо полное сечение помножить на концентрацию соответствующих нуклонов-мишеней. Концентрации нейтронов и протонов соответственно равны

$$n_n = \left[1 - \overline{\left(\frac{Z}{A}\right)}\right] \frac{\rho}{m_p},$$

$$n_p = \overline{\left(\frac{Z}{A}\right)} \frac{\rho}{m_p},$$

где ρ — плотность вещества в г/см³, Z и A атомный номер и массовое число. Если приближенно положить $\overline{(Z/A)} = 1/2$, то $n_p = n_n = \rho/2m_p$.

Следовательно, для коэффициента поглощения нейтрино и антинейтрино получим

$$\chi_\nu = \sigma_1 \left[1 - \overline{\left(\frac{Z}{A}\right)}\right] \frac{\rho}{m_p}, \tag{7}$$

$$\chi_{\bar\nu} = \sigma_2 \overline{\left(\frac{Z}{A}\right)} \frac{\rho}{m_p}. \tag{8}$$

Из (7) и (8) следует, что χ_ν и $\chi_{\bar\nu}$ — функции плотности вещества и энергии нейтрино и соответственно антинейтрино. Однако удобно выразить эти величины через основные характеристики среды — плотность и температуру

$$\chi_\nu = \chi_\nu(\rho, T).$$

Для этого усредним выражения (7) и (8) по энергиям нейтрино и антинейтрино

$$\overline{\chi_\nu(\rho, T)} = \frac{\int\limits_0^\infty \chi_\nu(\varepsilon_\nu)\, n_\nu \frac{d^3p_\nu}{(2\pi\hbar)^3}}{\int\limits_0^\infty n_\nu \frac{d^3p_\nu}{(2\pi\hbar)^3}}, \tag{9}$$

где $\chi_\nu(\varepsilon_\nu)$ определяется выражением (7), а n_ν — функция распределения нейтрино. Если распределение энергий нейтрино соответствует термодинамическому равновесию, то

$$n_\nu = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_\nu}{kT}} + 1}.$$

Здесь химический потенциал нейтрино μ приравнен нулю [5].

Аналогично для $\overline{\chi_{\tilde\nu}(\rho, T)}$ имеем

$$\overline{\chi_{\tilde\nu}(\rho, T)} = \frac{\int\limits_0^\infty \chi_{\tilde\nu}(\varepsilon_{\tilde\nu})\, n_{\tilde\nu} \frac{d^3p_{\tilde\nu}}{(2\pi\hbar)^3}}{\int\limits_0^\infty n_{\tilde\nu} \frac{d^3p_{\tilde\nu}}{(2\pi\hbar)^3}}, \tag{10}$$

где $n_{\tilde\nu}$ — функция распределения антинейтрино, которая имеет такой же вид, что и n_ν.

Как уже отмечалось, при таком усреднении предполагается, что нейтринный газ имеет равновесное распределение энергий. Если длина свободного пробега нейтрино меньше размеров небесного тела, что имеет место для моделей с большими массами и очень высокой температурой, то такое предположение может быть оправданным. Кроме того, некоторый отпечаток термодинамического равновесия нейтринный газ будет иметь и по той причине, что он образовался в результате взаимодействия частиц, находящихся в состоянии такого равновесия. Конечно, можно было бы воспользоваться для энергетического спектра нейтрино выражением, которое получается из рассмотрения процессов образования нейтрино, с термодинамическим усреднением по энергиям частиц, из которых они образовались. Однако результат не сильно будет отличаться от вышеприведенного усреднения.

Подставляя в (9) выражение для χ_ν и производя интегрирование, получим

$$\overline{\chi_\nu(\rho, T)} = 6.25\,\sigma_0 \left(\frac{\rho}{m_p}\right)\left[1 - \overline{\left(\frac{Z}{A}\right)}\right](1 + 2.52\,T_e + 2.07\,T_e^2), \tag{11}$$

где

$$T_e = \frac{kT}{m_e c^2} = \frac{T}{T_e^\circ}; \qquad T_e^\circ = \frac{m_e c^2}{k} = 6.10^9\,^\circ\mathrm{K}. \tag{12}$$

Выражение же (10) для $\overline{\chi_{\tilde\nu}(\rho, T)}$ сводится к виду

$$\overline{\chi_{\tilde\nu}(\rho, T)} = 6.25\,\sigma_0 \left(\frac{\rho}{m_p}\right)\overline{\left(\frac{Z}{A}\right)} F(T_e), \tag{13}$$

где

$$F(T_e) = \frac{1}{1.803} \int\limits_{\frac{2.5}{T_e}}^{\infty} (0.4\, T_e x - 1)^2 \frac{x^2 dx}{e^x + 1}. \tag{14}$$

Интеграл в (14) можно определить численно. Однако, если в знаменателе подынтегрального выражения пренебречь единицей, то для $F(T_e)$ получим

$$F(T_e) = (1.11 + 2.66\, T_e + 2.13\, T_e^2)\, e^{-\frac{2.5}{T_e}}. \tag{15}$$

Такое приближение для $T_e < 1$ является весьма точным. Однако численное интегрирование (14) показывает, что приближенная формула (15) достаточно точна и для больших T_e.

Таким образом,

$$\overline{\chi_{\tilde{\nu}}(\rho, T)} = 6.25\, \sigma_0 \left(\frac{\rho}{m_p}\right) \overline{\left(\frac{Z}{A}\right)} (1.11 + 2.66\, T_e + 2.13\, T_e^2)\, e^{-\frac{2.5}{T_e}}. \tag{16}$$

Из (11) и (16) видно, что при $T_e \gg 1$ $\overline{\chi_\nu(\rho, T)} = \overline{\chi_{\tilde{\nu}}(\rho, T)}$. Это происходит по той причине, что при большой температуре (что соответствует большим средним энергиям нейтрино) становится несущественной разность масс нейтрона и протона.

Кроме поглощения на нуклонах, нейтрино и антинейтрино могут поглощаться и на гиперонах, которые становятся стабильными при весьма больших плотностях, когда вещество вырождено [6, 7]. На первый взгляд кажется, что при таких высоких плотностях коэффициент поглощения весьма велик, т. е. будет интенсивное поглощение нейтрино. Однако такое заключение неверно, так как можно показать, что для вырожденного вещества (белые карлики, барионные звезды) с увеличением плотности коэффициент поглощения не только не увеличивается, но и экспоненциально стремится к нулю. Мы не будем приводить соответствующих расчетов, а отметим физическую причину такого поведения коэффициента поглощения. Как известно, в вырожденном газе все энергетические состояния вплоть до некоторого, с энергией, равной энергии Ферми E_F, заняты. Для того, чтобы произошло взаимодействие, необходимо, чтобы энергия нейтрино была больше разности энергий между занятыми и свободными состояниями. Эта разность порядка E_F. Энергия же нейтрино в среднем порядка kT. Но в вырожденном газе $kT \ll E_F$. Следовательно, энергия нейтрино будет недостаточна для того, чтобы перевести конечный электрон (или другую частицу Ферми) из занятого состояния в свободное, т. е. чтобы произошло взаимодействие. Именно поэтому такие тела практически абсолютно прозрачны для нейтрино.

4. Рассмотрим процесс превращения нейтринно-антинейтринной пары в электронно-позитронную

$$\nu_e + \bar{\nu}_e \to e + e^+. \qquad (17)$$

Если энергия нейтрино ε_ν, а антинейтрино $\varepsilon_{\bar{\nu}}$ и угол между их векторами скоростей α, то полное сечение процесса (4.1) будет

$$\sigma = \sigma_0 \frac{1}{12\, a^2 \sin \alpha/2} \left(4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - a^2\right) z^{1/2}\, \Theta(z), \qquad (18)$$

$$z = \sin^2 \frac{\alpha}{2} - a^2,$$

где $a^2 = \frac{m_e^2 c^4}{\varepsilon_\nu \varepsilon_{\bar{\nu}}}$, а $\Theta(z)$ определяется соотношением (6).

Для вычисления коэффициента поглощения необходимо полное сечение, определяемое формулой (18), помножить на число антинейтрино $dn_{\bar{\nu}}$, где

$$dn_\nu = \frac{d^3 p_{\bar{\nu}}}{(2\pi\hbar)^3 \left(e^{\frac{\varepsilon_\nu}{kT}} + 1\right)} \qquad (19)$$

и проинтегрировать по $d^3 p_{\bar{\nu}}$.

В результате для коэффициента поглощения получаем

$$\chi_\nu(\varepsilon_\nu, T) = 4.8 \cdot 10^{-2}\, \sigma_0 n_e T_e^5\, x \Phi(b), \qquad (20)$$

где

$$n_e = \left(\frac{m_e c}{\hbar}\right)^3 = 1.74 \cdot 10^{31}\ см^{-3}; \qquad x = \frac{\varepsilon_\nu}{kT}; \qquad b = \frac{1}{x T_e^2}; \qquad (21)$$

$$\Phi(b) = \frac{1}{5.68} \int_b^\infty \left(1 - \frac{b}{t}\right)^{3/2} \frac{t^3 dt}{e^t + 1}. \qquad (22)$$

Укажем, что при $b \to 0$ $\Phi(b) \to 1$, а при $b \to \infty$ $\Phi(b) \to 0$. Интеграл (22) был определен численно. Результаты расчетов можно апроксимировать формулой

$$\Phi(b) = (1 + 0.738\, b - 5.83 \cdot 10^{-2}\, b^2 - 7.95 \cdot 10^{-3}\, b^3)\, e^{-b}. \qquad (23)$$

Коэффициент поглощения, определяемый формулой (20), является функцией энергии нейтрино и температуры. Усредняя эту величину по спектру нейтрино

$$\overline{\chi_\nu(T)} = \frac{\int\limits_0^\infty \chi(\varepsilon_\nu, T)\, n_\nu \frac{d^3 p_\nu}{(2\pi\hbar)^3}}{\int\limits_0^\infty n_\nu \frac{d^3 p_\nu}{(2\pi\hbar)^3}}, \tag{24}$$

получим

$$\overline{\chi_\nu(T)} = 0.152\, \sigma_0 n_e T_e^5 K(T_e), \tag{25}$$

где

$$K(T_e) = \frac{1}{5.68} \int\limits_0^\infty \frac{x^3 \Phi(x T_e^2)\, dx}{e^x + 1}. \tag{26}$$

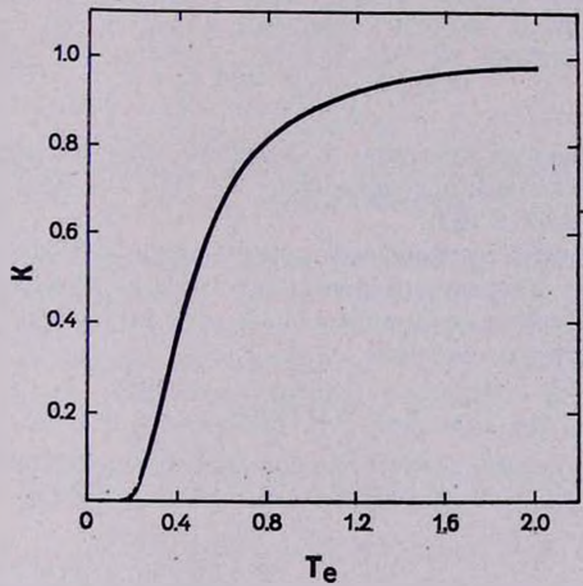


Рис. 1.

Зависимость $K(T_e)$ от температуры изображена на рис. 1, из которого видно, что при $T_e \gg 1$ эту величину практически можно приравнять единице. Таким образом, при $T_e \gg 1$ из (25) имеем

$$\chi_\nu = 2.82 \cdot 10^{-63}\, T^5.$$

5. Рассмотрим теперь процесс рассеяния нейтрино и антинейтрино на электронах

$$\nu_e + e \rightarrow \nu_e + e, \tag{27}$$

$$\bar{\nu}_e + e \rightarrow \bar{\nu}_e + e, \tag{28}$$

Процессы (27) и (28) могут идти как на свободных электронах, так и на связанных. Но при температурах $T_e \sim 1$, мы, очевидно, будем иметь дело со свободным электронным газом.

При высоких температурах ($T_e \gtrsim 1$) кроме атомных электронов в среде будут также „тепловые" электроны и позитроны, причем концентрация последних при $T_e > 1$ будет намного превосходить концентрацию первоначальных [1, 5]. Следовательно, нейтрино будет рассеиваться как на электронах, так и на позитронах,

$$\nu_e + e^+ \rightarrow \nu_e + e^+. \tag{29}$$

Воспользуемся приближением, при котором электроны ультрарелятивистские, т. е. когда можно пренебречь их массой покоя. Такое приближение справедливо при $T_e > 1$. В этом случае для сечения рассеяния имеем

$$\sigma = \beta\sigma_0 \frac{\varepsilon_e \varepsilon_\nu}{(m_e c^2)^2} \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \tag{30}$$

где ε_e и ε_ν — энергия электрона и нейтрино, α — угол между их скоростями до столкновения, коэффициент β равен 1 и 1/3 соответственно для процессов (27) и (29).

Для получения коэффициента поглощения необходимо (30) помножить на dn_e и проинтегрировать по спектру электронов. Однако полученный результат будет функцией энергии нейтрино. Усредняя по энергии нейтрино, получим

$$\bar{\chi}_\nu = 0.91\, \beta\sigma_0 n_e T_e^5. \tag{31}$$

Суммарный же коэффициент поглощения, обусловленный процессами рассеяния нейтрино на электронах и позитронах будет,

$$\bar{\chi}_\nu = 1.21\, \sigma_0 n_e T_e^5 = 2.25 \cdot 10^{-62} T. \tag{32}$$

Таким же будет соответствующий коэффициент поглощения для антинейтрино.

6. Аналогично можно вычислить и выражение для коэффициента поглощения μ-мезонного нейтрино и антинейтрино. При этом оказывается, что при температурах $T > T_\mu^\circ$ (где $T_\mu^\circ = 1.2 \cdot 10^{12}$ °K) коэффициент поглощения равен нулю (или весьма мал). Это происходит по той причине, что сечения соответствующих процессов из-за энергетического порога при малых температурах равны нулю. При $T \gg T_\mu^\circ$ коэффициенты поглощения ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$ будут пропорциональны T^5, т. е. так же, как коэффициенты поглощения ν_e и $\bar{\nu}_e$.

Такой же характер имеет коэффициент поглощения и для реакций с одновременным участием электронных и мюонных нейтрино, как например

$$\nu_e + \bar{\nu}_\mu \rightarrow e + \bar{\mu},$$

$$\nu_e + \bar{e} \rightarrow \nu_\mu + \bar{\mu},$$

а также с участием пионов

$$\bar{\nu}_l + l \rightarrow \pi^- (+ \pi^0 \cdots)$$

$$l = e, \mu.$$

Такая зависимость коэффициента поглощения от температуры при сверхвысоких температурах имеет простое объяснение и следует непосредственно из размерности константы слабого взаимодействия. Действительно, при больших энергиях нейтрино (т. е. высоких температурах) сечение $\sigma \sim \sigma^2\varepsilon^2 \sim G^2T^2$. Тогда для коэффициента поглощения будем иметь

$$\chi \sim \sigma\rho \sim (G^2T^2)\rho,$$

где ρ — плотность вещества. Но при высоких температурах $\rho \sim T^3$; т. е. коэффициент поглощения пропорционален T^5.

7. Таким образом, при весьма высоких температурах коэффициент поглощения нейтрино прямо пропорционален пятой степени температуры, т. е. с увеличением температуры свободный пробег нейтрино весьма быстро уменьшается. Так, при $T_e = 10^2$ свободный пробег электронного нейтрино становится порядка 10^4 см. Следовательно, небесные тела, состоящие из сверхнагретой плазмы, становятся непрозрачными относительно нейтрино.

Выражаю благодарность Г. С. Саакяну и Э. В. Чубаряну за обсуждения.

ЦНИ физико-техническая лаборатория
АН АрмССР

THE ABSORPTION OF NEUTRINO FOR SUPERHIGH TEMPERATURES

Y. L. VARTANIAN

The absorption of neutrino in the stars is examined.

The coefficient of the absorption is calculated; its expression is brought to the mean on the spectra of neutrino.

It is shown that for a temperature $T \geqslant 10^9$K a coefficient of the absorption of neutrino depends on the temperature as T^5 i. e. an intensive absorption of neutrino takes place.

ЛИТЕРАТУРА

1. *H. Y. Chiu*, Annals of Physics, 26, 364, 1964.
2. *М. А. Марков*, Нейтрино, препринт ОИЯИ, Р—1269, 1963.
3. *G. Danby, J. M. Gaillard, K. Goulianos, L. M. Lederman, N. Mistry, M. Schwartz, J. Steinberger*, Phys. Rev. Letters, 9, 460, 1962.
4. *Л. Б. Окунь*, Слабое взаимодействие элементарных частиц, Физматгиз, М., 1963.
5. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Статистическая физика, ГТТЛ, М., 1951.
6. *В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян*, Астрон. ж., 37, 193, 1960.
7. *Я. Б. Зельдович*, ЖЭТФ, 37, 569, 1959.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

ОБ ОДНОМ ЧАСТНОМ СЛУЧАЕ РАВНОВЕСИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КОНФИГУРАЦИИ ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Р. С. ОГАНЕСЯН

Поступила 19 апреля 1965

Рассматривается вопрос равновесия самогравитирующей цилиндрической конфигурации с учетом вращения при наличии магнитного поля в предположении взаимной компенсации центробежных и магнитных сил. Вычисляется напряженность магнитного поля для твердотельного ($\omega = \omega_0 = \text{const}$) и нетвердотельного $\omega = \omega_0/(1 + \alpha^2 r^2)$ вращения.

В общем случае равновесное состояние любой гравитирующей системы при наличии магнитного поля с учетом вращения можно описать с помощью уравнения движения, комбинируя его с уравнениями состояния и гравитационного поля.

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\,\mathrm{grad}\, P - \rho\, \mathrm{grad}\, \varphi + \frac{1}{4\pi} [\mathrm{rot}\, \vec{H} \vec{H}] + \rho \omega^2 \vec{r};$$

$$P = \frac{\Theta}{m} \rho; \qquad \nabla^2 \varphi = 4\pi G \rho. \tag{1}$$

В работах [1, 2] в предположении взаимной компенсации центробежных и гравитационных или центробежных и магнитных сил рассматриваются возможные равновесные состояния самогравитирующей материи и в ряде случаев исследуется вопрос их устойчивости.

Предполагая цилиндрическую симметричность самогравитирующей среды с учетом компенсации центробежных и магнитных сил для равновесного состояния, из (1) получим:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = 0; \qquad \operatorname{grad} P + \rho \operatorname{grad} \varphi = 0;$$
$$\frac{1}{4\pi}\,[\operatorname{rot} \vec{H}\vec{H}] + \rho\omega^2 \vec{r} = 0. \tag{2}$$

Далее, задавая магнитное поле в виде $H = (0, 0, H)$ и принимая, что $\frac{\partial}{\partial\varphi} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$, найдем

$$\rho = \rho_0 \exp\left\{-\frac{m}{\theta}\varphi\right\}, \qquad \nabla^2\varphi = 4\pi G\rho_0 \exp\left\{-\frac{m}{\theta}\varphi\right\},$$
$$\frac{H}{4\pi r}\frac{d}{dr}(rH) = \rho\omega^2 r. \tag{3}$$

Решение для самосогласованного потенциала φ и закон распределения плотности есть [3]

$$\varphi = \frac{2\theta}{m}\ln(1 + \beta^2 r^2); \qquad \rho = \rho_0 (1 + \beta^2 r^2)^{-2}, \tag{4}$$

где $\beta^2 = 4\pi G\rho_0 m/\Theta$, ρ_0 — плотность на оси симметрии. Для магнитного поля находим

$$H^2 = \frac{8\pi}{r^2}\int \rho\omega^2 r^3 dr + \frac{c}{r^2}, \tag{5}$$

c — произвольная постоянная, подлежащая определению из граничных условий магнитного поля.

Таким образом, при наличии магнитного поля типа (5), цилиндрическая конфигурация может находиться в состоянии стационарного вращения, причем плотность распределения гравитирующей материи такая же, как и в отсутствие магнитного поля без вращения. В выражении (5) угловая скорость ω может оказаться функцией радиуса r. Рассмотрим следующие случаи:

1. Твердотельное вращение $\omega = \omega_0 = \mathrm{const}$. Тогда из (5) с учетом (4) получим

$$H^2 = \frac{8\pi\rho_0\omega_0^2}{\beta^2 r^2}\left\{\frac{r^2}{2} - \frac{1}{2\beta^2}\ln(1 + \beta^2 r^2) + \frac{1}{2\beta^2}\ln\beta^2\right\} + \frac{c}{r^2}. \tag{6}$$

Свойство конечности приводит к $c = -4\pi\rho_0\omega^2 \ln\beta^2/\beta^4$. Окончательно получим следующую структуру магнитного поля:

$$H = \left\{1 - \frac{\ln(1 + \beta^2 r^2)}{\beta^2 r^2}\right\}^{1/2} H_\infty,$$

где

$$H_\infty = \left\{ \frac{4\pi\rho_0\omega_0^2}{\beta^2} \right\}^{1/2} = \omega_0 \left(\frac{\Theta}{Gm} \right)^{1/2}. \tag{7}$$

Из (6) видно, что $H(0) = 0$, $H(\infty) = H_\infty$, т. е. H_∞ есть значение напряженности магнитного поля на достаточно большом расстоянии от оси цилиндра.

В качестве иллюстрации вычислим H_∞ для нашей Галактики со следующим значением параметров, входящих в H_∞ [1, 3, 4]:

$$\omega_0 = 0.96 \cdot 10^{-15} \text{ сек}^{-1}; \qquad G = \frac{2}{3} 10^{-7} \text{ г}^{-1} \text{ см}^3\text{сек}^{-2};$$

$$\frac{\Theta}{m} = \frac{1}{3\bar{v}^2} = 10^{12} \frac{\text{см}^2}{\text{сек}^2}.$$

Выполняя вычисления, получим $H_\infty = 3.7 \cdot 10^{-6}$ гаусс, что по порядку совпадает с галактическим магнитным полем. Аналогичным образом можно найти H_∞ для волокон газопылевых туманностей.

2. Нетвердотельное вращение $\omega = \omega_0/(1 + \alpha^2 r^2)$. Подставляя это значение ω в (7) и определяя постоянную c из условия конечности, после несложных вычислений получим

$$H = H_0 \left\{ \frac{1}{(\alpha^2 - \beta^2) r^2} \ln \frac{1 + \alpha^2 r^2}{1 + \beta^2 r^2} - \frac{1}{1 + \alpha^2 r^2} \right\}^{1/2}, \tag{8}$$

где

$$H_0 = \frac{4\pi\rho_0\omega_0^2}{\alpha^2 - \beta^2}.$$

При $\alpha = \beta$ имеем:

$$H = H_0 \beta r (1 + \beta^2 r^2)^{-1}, \tag{9}$$

где

$$H_0 = \omega_0 \left(\frac{\Theta}{2Gm} \right)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} H_\infty.$$

Из (8) и (9) видно, что $H(0) = H(\infty) = 0$, т. е. состояние стационарного нетвердотельного вращения осуществляется пространственно-локализованными магнитными полями.

Ереванский государственный университет

ON ONE PARTICULAR CASE OF THE EQUILIBRIUM OF A ROTATING CYLINDRICAL CONFIGURATION IN THE PRESENCE OF A MAGNETIC FIELD

R. S. HOVHANNESSIAN

The question of the equilibrium of a self-gravitating cylindrical configuration with a calculation of a rotation in the presence of a magnetic field is examined. A mutual compensation of centrifugal and magnetic powers is assumed.

The strength of a magnetic field for the cases $\omega = \omega_0 = \text{const}$ and $\omega = \omega_0/(1 + \alpha^2 r^2)$ is calculated.

ЛИТЕРАТУРА

1. *A. Pacholczyk, J. Stodolkiewicz*, Acta Astronomica, 10, № 1, 1, 1960.
2. *М. К. Жекамухов*, Вестн. МГУ, „Физика и астрономия", № 3, 47, 1964.
3. *А. А. Власов*, Вестн. МГУ, „Математика, физика", № 4, 95, 1957.
4. *С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер*, Межзвездная среда, Физматгиз, М., 1963.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

О ЯДРАХ ГАЛАКТИК С ПЕРЕМЫЧКОЙ

Г. М. ТОВМАСЯН

Поступила 12 февраля 1965

Представлены результаты наблюдений ядер 20 галактик с перемычкой на 21" телескопе системы Шмидта Бюраканской обсерватории, которые дополняют полученное в работе [1] общее представление о ядрах галактик с перемычкой. Приведены кривые распределения ядер всех 70 изученных галактик с перемычкой по пятибалльной системе (рис. 1). В случае звездообразных ядер наблюдаемая зависимость абсолютной величины ядра от абсолютной величины всей галактики в целом (рис. 4), повидимому, является реальной.

В работе [1] представлены результаты наблюдений ядер 50 галактик с перемычкой. Были исследованы ядра 10 галактик типа SB0, 14 — типа SBa, 15 — типа SBb и 11 — типа SBc. В настоящей работе, так же как и ранее, были избраны галактики с известными радиальными скоростями и видимыми величинами ярче 13^m. Таких галактик оказалось 20. Из них 12 — типа SB0, 3 — типа SBa, 2 — типа SBb и 3 — типа SBc.

Наблюдения были проведены на 21—21" телескопе системы Шмидта. Методика наблюдений, оценок ядер галактик по пятибалльной системе, измерений яркости ядер и учета влияния фона такие же, как и в работе [1].

Результаты исследования представлены в табл. 1, где в последовательном порядке приведены: 1) номера галактик по NGC, 2) интегральные звездные величины галактик, 3) оценки галактик по пятибалльной системе, 4) исправленные за влияние фона фотографические звездные величины ядер или значения их нижних границ, 5) абсолютные фотографические величины ядер при постоянной Хаббла 75 км/сек на мпс (галактическое поглощение учтено по $A_{pg} = 0.25 \operatorname{cosec} b$), 6) показатели цвета для звездообразных ядер в международной цветной системе (в обоих случаях звездообразных ядер даны верхние границы, поскольку в оранжевых лучах эти галактики оценены баллом 3).

Исследование еще 20 галактик не изменило общего представления, полученного на основе работы [1]. Примечательно, что все ядра теперь уже 22 галактик типа SB0 имеют оценку 3. Все они имеют

Таблица 1

NGC	m_{pg} (г)	балл	m_{pg} (я)	$M_я$	CI
			SB0		
1023	10^m6	3	$>14^m5$	$>-16^m1$	
3516	12.7	3	>14.6	>−18.6	
3610	11.9*	3	>14.5	>−17.7	
3941	11.3*	3	>14.7	>−16.2	
3945	11.7*	3	>15.3	>−16.3	
4143	12.0*	3	>14.7	>−15.8	
4267	12.6+	3	>15.1	>−16.2	
4546	11.5	3	>14.8	>−15.7	
4643	11.6	3	>14.8	>−16.7	
4754	11.6*	3	>14.5	>−17.1	
5473	12.4	3	>14.9	>−17.6	
5574	13.3	3	—	—	
			SBa		
357	13.4	5	15.6	−17.4	< +0.7
2798	13.0	4	15.1	−17.0	< +0.3
5854	12.6*	3	>15.3	>−16.7	
			SBb		
4902	11.9	3	>14.9	>−18.1	
7479	11.7	2	>17.2	>−16.0	
			SBc		
2336	11.2*	1	>18.2	>−14.9	
2525	12.2	1	>18.2	>−15.0	
2633	13.0	5	14.6	−18.3	+0.5
4116	12.6	2	>17.5	>−13.8	

* Звездные величины по [2], + звездные величины по Шепли—Эймс, остальные — по [3].

сильное центральное сгущение, на фоне которого с нашим инструментом было невозможно выявить наличие звездообразного ядра. Следует заметить, однако, что центральные части галактик с оценкой 3 подчас очень сильно разнятся друг от друга. Иногда концентрация к центру выражена очень сильно, как скажем, в случае D-галактики NGC 3516, в некоторых же случаях имеет место довольно плавное увеличение яркости к центру галактики. Несколько более сильно под черкивается преобладание звездообразных ядер у галактик типа SBa.

Все три галактики типа SBc, исследованные в данной работе — NGC 2336, NGC 2525 и NGC 4116, не имеют ярко выраженного центрального сгущения и оцениваются баллами 1 и 2. Однако в работе [1] одна из галактик типа SBc—NGC 2633 была ошибочно оценена баллом 1, поскольку яркое звездообразное изображение в центре галактики было принято нами за спроектированную звезду. Снимок, полученный Б. Е. Маркаряном на 40″ телескопе системы Шмидта

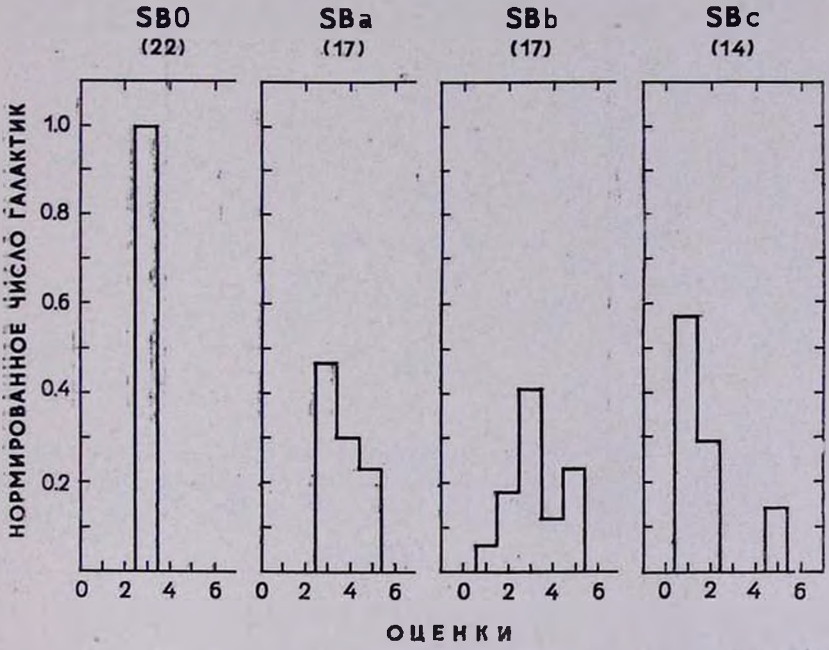


Рис. 1.

Бюраканской обсерватории, позволяет заключить, что компактное образование в центре изображения галактики является ее ядром, а не спроектированной звездой. Новые данные о ядре NGC 2633 включены в табл. 1. Таким образом, из исследованных 14 галактик типа SBc две галактики (NGC 2633 и NGC 3367) обладают звездообразными ядрами, причем в обоих случаях ядра очень ярки — их абсолютные величины порядка $-18^m.0$, тогда как в остальных 12 случаях отсутствует даже центральное сгущение.

На рис. 1 приведены кривые распределения ядер всех 70 изученных галактик с перемычкой по пятибалльной системе. Поскольку количество галактик различных подтипов не одинаково, то для наглядности приведены нормированные кривые.

В работе [1] было показано, что существует зависимость абсолютных величин звездообразных ядер от абсолютной интегральной величины соответствующих галактик. Однако этот вывод казался сомнительным, поскольку имеется и зависимость абсолютной интегральной величины исследованных галактик от расстояния, что вызывается, несомненно, избирательностью списка.

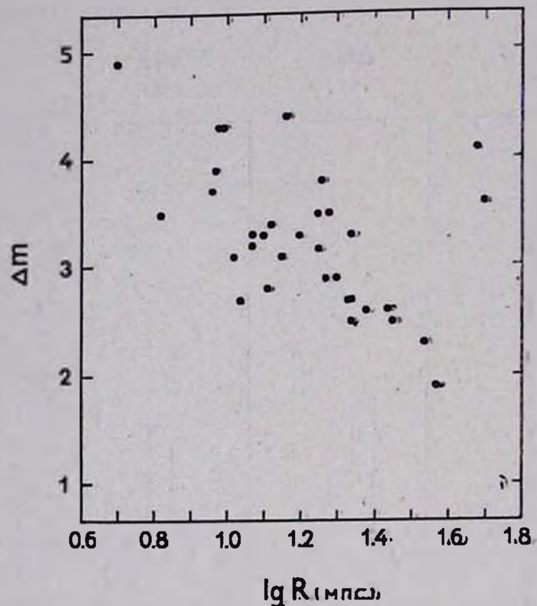


Рис. 2.

На рис. 2 по оси ординат отложены разности $m_я - m_г$ для всех (включая и галактики из [1]) галактик с оценкой 3 (исключены галактики NGC 3384 и 3992, изображения которых даже с минимальной экспозицией передержаны и потому $m_я$ определены для них неуверенно), а по оси абсцисс — логарифмы расстояний соответствующих галактик. В качестве фотографической величины ядер использованы значения нижних границ. Рассмотрение рис. 2 показывает, что имеется некоторая зависимость $m_я - m_г$ от расстояния. Это частично объясняется тем, что при наличии сильного центрального сгущения с увеличением расстояния измеряется интегральная яркость большего в линейном масштабе участка центрального сгущения. Таким образом, в случае галактик с оценкой 3 зависимость яркости от расстояния является ложной и потому можно полагать, что верхняя граница яркости ядер всех этих галактик должна быть равна верхней границе яркости ядер наиболее близко расположенных галактик. Среднее значение верхней границы абсолютной величины ядер 6 галактик с $\lg R$ (мпс) меньшим единицы равно -14^m2. Можно думать, что ядра всех галактик с оценкой 3 не ярче этого значения.

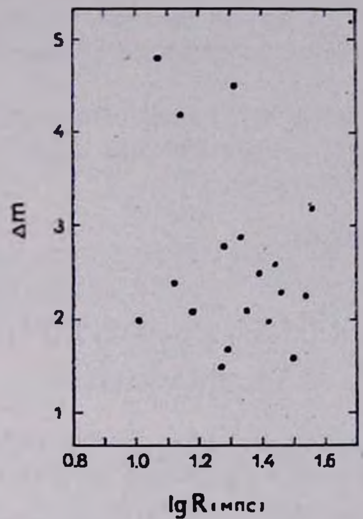


Рис. 3.

На рис. 3 по оси ординат отложены разности $m_я - m_г$ для звездообразных ядер с оценкой 4 и 5, а по оси абсцисс—логарифмы расстояния до соответствующих галактик. Как следует из рисунка, для

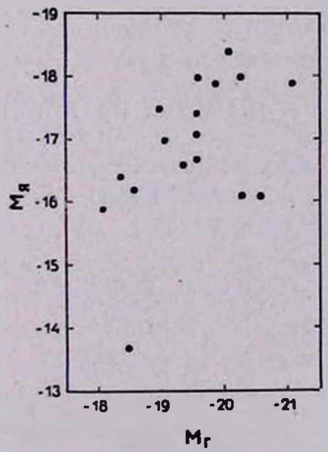


Рис. 4.

этих галактик нет зависимости между $m_я - m_г$ и $\lg R$ (мпс), что в отличие от случая галактик с оценкой 3, указывает на отсутствие воздействия расстояния на определение яркости звездообразных ядер.

Это говорит о том, что поверхностная яркость ядер галактик с оценкой 4 и 5 значительно превышает поверхностную яркость центральных частей соответствующих галактик, т. е. в случае таких ядер мы действительно имеем дело со звездоподобными объектами. Наблюдаемая зависимость абсолютной величины звездообразного ядра от абсолютной величины всей галактики в целом, по-видимому, является реальной (см. рис. 4).

Таким образом, есть тенденция, что в случае галактик с перемычкой более мощные звездообразные ядра присутствуют в абсолютно более ярких галактиках.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ON THE NUCLEI OF BARRED GALAXIES

H. M. THOVMASSIAN

The results of the investigations of the nuclei of 20 barred galaxies made by the 21″ Schmidt telescope of the Byurakan observatory are presented (see Table 1). The addition of these results does not change the general view on the nuclei of barred galaxies obtained in [1].

The distribution of the nuclei of all of the 70 investigated galaxies according to 5-mark system accepted in [1] are given in Fig. 1.

In the case of starlike objects the observed correlation between absolute magnitude of the nuclei and that of the galaxy (see Fig. 4) is real.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. Т. Каллоглян, Г. М. Товмасян,* Сообщ. Бюр. обс., 36, 31, 1964.
2. *M. L. Humason, N. U. Mayall, A. R. Sandage,* A. J., 61, 97, 1956.
3. *E. Pettit,* Ap. J., 120, 413, 1954.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КАРЛИКОВЫХ СИСТЕМ ТИПА СКУЛЬПТОРА В СКОПЛЕНИИ ГАЛАКТИК В ДЕВЕ

И. Д. КАРАЧЕНЦЕВ

Поступила 17 февраля 1965

По картам Паломарского атласа изучено распределение карликовых галактик типа Скульптора в области скопления Девы. На площади в 432 кв. градуса найдено 165 карликовых систем.

Установлена физическая связь карликовых систем с индивидуальными яркими галактиками, причем связь с ярчайшими галактиками оказалась более тесной. С помощью выражения для гипергеометрического распределения вероятностей показана более сильная статистическая взаимосвязь систем типа Скульптора с эллиптическими галактиками, нежели со спиралями. Тенденции образовывать изолированные группы у карликовых систем не обнаружено.

Под объектами типа Скульптора обычно понимают карликовые галактики с низкой поверхностной яркостью и малым градиентом яркости по диску. Они не имеют наблюдаемых ядер, по крайней мере до предельной звездной величины имеющихся снимков.

Как отмечалось ранее [1], анализ подсистемы карликовых галактик в скоплении позволяет решить ряд вопросов, интересных в динамическом и космогоническом отношении:

1. Если карликовые галактики, имеющие малые массы, повторяют в общем распределение ярких галактик, то можно утверждать, что скопление не находится в квазистационарном состоянии.

2. Если системы типа Скульптора физически связаны с отдельными яркими галактиками, то они должны иметь совместное происхождение, так как вероятность захвата для них очень мала.

3. Если бы оказалось, что карликовые галактики не образуют изолированных групп, то это означало бы, что в формировании карликовых галактик решающую роль играют космогонические процессы в галактиках высокой светимости.

В работе [2] Ривс пришел к заключению о довольно точном совпадении общих картин распределения карликовых и ярких галактик в скоплении Девы. Позднее Ривс [3] сделал вывод, что в том же скоплении карликовые системы физически не связаны с отдельными яркими галактиками. В качестве критерия он использовал отношение среднего расстояния между карликовыми галактиками и ближайшими яркими к среднему расстоянию от каждой нормальной галактики к ближайшей нормальной. В каталоге карликовых галактик [4] Ван ден Берг отметил, что карликовые объекты распределены по небу неравномерно и заметно проявляют тенденцию к скучиванию даже при отсутствии по соседству ярких галактик. Однако такой эффект замечается у систем с различимой спиральной и иррегулярной структурой. Типичные же карлики типа Скульптора (их всего в каталоге [4] около десятка) тенденцию к скучиванию как будто не проявляют.

Для выяснения поставленных вопросов на картах Паломарского атласа были проведены независимые поиски карликовых систем в области Девы на площади в 432 кв. градуса. Регистрировались объекты с угловыми диаметрами $d \geqslant 0.4$ мм, что при масштабе карт 1 мм $= 67''.1$ соответствует $0'.45$. Присутствие карликовой галактики считалось установленным только в том случае, если она была заметна как на синей, так и на красной картах. Параллельно с поисками карликов на той же площади отмечались и яркие нормальные галактики с диаметрами более 1 мм. Всего было обнаружено 165 систем типа Скульптора и 492 яркие галактики.

Сравним полученные результаты с данными Ривса. Из 48 карликовых галактик типа IC 3475 в списке Ривса 37 (т. е. 77%) отмечены и нами. Из остальных 5 не удовлетворяют вышеприведенному определению (содержат звездообразные сгущения), а 6, т. е. 13%, нами пропущено. Если учесть различие в просмотренных площадях и в предельных угловых диаметрах измеряемых объектов, то окажется, что число карликов у Ривса примерно в два раза меньше, чем у нас. Это различие объясняется, по-видимому, бо́льшей контрастностью Паломарских карт по сравнению с негативами. Большинство пропущенных Ривсом систем имеют очень малую поверхностную яркость. В качестве примера последних можно привести объекты $\alpha = 12^h 14^m.0$ $\delta = +7°05'$ на 16′ к северо-западу от NGC 4241 и $\alpha = 12^h 34^m.0$ $\delta = +12°09'$ на 19′ к западу от NGC 4579.

Заметим, что галактики „diffuse", „very diffuse" и „extremely diffuse" из каталога Цвикки [5] не имеют никакого отношения к рассматриваемым карликовым объектам.

Распределение ярких галактик и систем типа Скульптора по 108 площадкам $2^\circ \times 2^\circ$ представлено на рис. 1a и 1b. Полутенью заштрихованы площадки с числом галактик примерно в два раза выше среднего. Заштрихованные квадраты отчетливо выделяют центральное тело скопления как у ярких галактик, так и у карликовых. Совпадение обеих картин распределения очень хорошее. Подтверждением того, что карликовые галактики распределены далеко не случайным

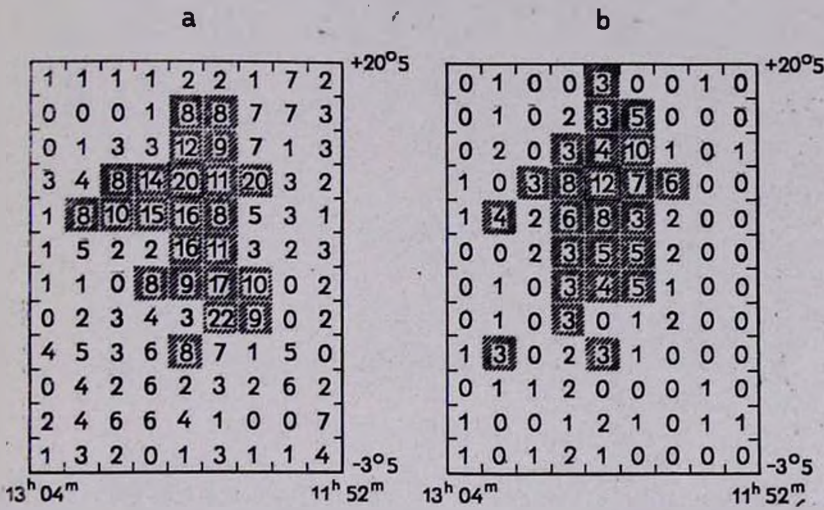


Рис. 1. a. Распределение ярких галактик в скоплении Девы. b. Распределение карликовых галактик в скоплении Девы. Цифры указывают числа галактик в площадках $2^\circ \times 2^\circ$. Области повышенной концентрации выделены полутенью. Центр скопления помечен квадратом.

образом, служат данные табл. 1. В ней приведены теоретические вероятности $P_т(n)$ попадания n галактик в единичную площадку и наблюдаемые частоты $P_н(n)$. Сопоставление двух рядов чисел говорит об отсутствии согласия между наблюдаемым и случайным пуассоновским распределением.

Представляет интерес сравнить функции диаметров нормальных и карликовых галактик. На рис. 2 приведены логарифмы чисел галактик больше данного углового диаметра. Мы видим, что функция диаметров систем типа Скульптора (кривая 2) растет в среднем круче, чем для нормальных галактик (кривая 1). При расстоянии до скопления Девы $r = 15.8$ мпс ($v = 1182$ км/сек, $H = 75$ км/сек·мпс) линейные диаметры карликов прослежены до предела $D = 2.0$ кпс. Наибольшие объекты типа Скульптора имеют линейные диаметры 6—7 кпс.

Для выявления физической связи систем типа Скульптора с яркими галактиками были сделаны подсчеты ярких галактик в концентрических кольцах разного радиуса вокруг 165 карликовых галактик. В предположении случайности расположения последних относительно

Таблица 1

n	$P_т(n)$	$P_н(n)$
0	0.22	0.46
1	0.33	0.22
2	0.25	0.10
3	0.13	0.09
4	0.05	0.03
5	0.015	0.04
6	0.006	0.01
7	$1\cdot10^{-3}$	0.01
8	$3\cdot10^{-4}$	0.02
9	$5\cdot10^{-5}$	0
10	$8\cdot10^{-6}$	0.01
11	$1\cdot10^{-6}$	0
12	$2\cdot10^{-7}$	0.01

n — число галактик, попадающих в единичную площадку $2^\circ \times 2^\circ$.

$P_т(n)$ — пуассоновская вероятность попадания n галактик в единичную площадку.

$P_н(n)$ — наблюдаемая частота попадания.

нормальных галактик вычислены соответствующие биномиальные вероятности (табл. 2). Из таблицы видно, что число ярких галактик, находящихся по соседству с системами типа Скульптора, систематически выше среднего. Вероятности случайности такой ситуации чрезвычайно малы, особенно в кольцах 1—2 см и 2—3 см. Таким образом, карлики действительно группируются около ярких галактик.

Можно подозревать, что на результатах существенно отражается неоднородность распределения не карликовых, а ярких галактик. Для проверки этой возможности подсчеты проводились отдельно в центральной части скопления и на периферии. Результат изменился несущественно. Следовательно, причина заключена не в распределении ярких галактик, а в распределении карликовых по отношению к ярким*.

* На критерии Ривса неоднородность распределения ярких галактик отражается принципиальным образом; она делает критерий взаимных расстояний в значительной степени неопределенным.

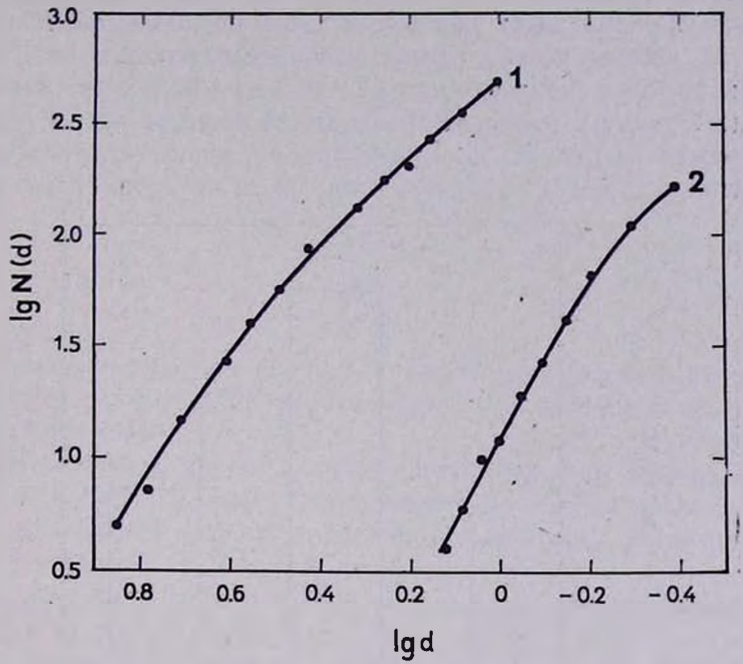


Рис. 2. Функции диаметров для ярких галактик (кривая 1) и для карликовых (кривая 2). По оси абсцисс отложены логарифмы угловых диаметров галактик, выраженные в мм (1 мм = 1'.12); по оси ординат — логарифмы числа галактик с диаметрами больше данного.

Таблица 2

R см	0—0.3	0.3—0.5	0.5—1.0	1.0—2.0	2.0—3.0
$\bar{n}$	1.8	3.2	15	60	100
n	5	7	33	115	222
$W(n)$	$3\cdot10^{-2}$	$3\cdot10^{-2}$	$8\cdot10^{-5}$	$1\cdot10^{-10}$	$3\cdot10^{-26}$

R — радиусы колец в см.
$\bar{n}$ — среднее число ярких галактик в кольцах при однородном распределении.
n — наблюдаемое число галактик в кольцах.
$W(n)$ — соответствующие биномиальные вероятности.

Попытаемся выяснить, как меняется вероятность случайности попадания наблюдаемого числа ярких галактик в кольца вокруг карликов в зависимости от радиуса колец R. При больших R в центральных частях скопления кольца, описанные вокруг карликовых галактик, начинают перекрываться и происходит процесс „насыщения". Вероятности W приходится уже рассчитывать не по биномиальным формулам. Во избежание этого были выполнены подсчеты отдельно на южной периферии скопления по δ от $-3^\circ.5$ до $+8^\circ.5$. Здесь можно было пойти до $R = 5$ см. Результат подсчетов в виде зависимости $\lg W$ от R изображен на рис. 3. Логарифм биномиальной вероятности имеет отчетливый экстремум при $R \simeq 3$ см (1 см на карте равен 51 кпс).

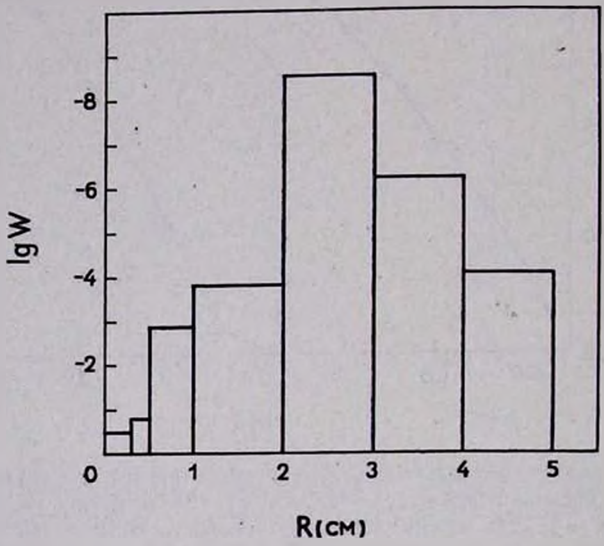


Рис. 3. Зависимость логарифма биномиальной вероятности попадания наблюдаемого числа ярких галактик в кольца различных радиусов вокруг систем типа Скульптора.

С некоторой осторожностью полученный экстремум можно объяснить следующим образом: системы типа Скульптора предпочитают располагаться относительно ближайшей яркой галактики на некотором определенном расстоянии; в линейной мере оно равно примерно 150 кпс. В этом нет ничего удивительного, если вспомнить, что в Местной системе карликовая галактика Скульптора удалена от нашей Галактики на 70 кпс, а система в Печи — на 150 кпс.

Предпочитают ли объекты типа Скульптора группироваться к ярчайшим галактикам чаще, чем к галактикам с умеренной светимостью? По-видимому, да. Сравнение функций диаметров для галактик, расположенных на расстоянии $\leqslant 3$ см от карликовых систем, с функцией диаметров по всей области Девы обнаруживает в первой избыток более ярких галактик. Если совместить концы функций диаметров при $d = 1.0$ мм, то галактик с $d > 2.0$ мм будет по соседству с системами типа Скульптора больше на 55%, галактик с $d > 3.5$ мм — на 74%, а самых ярких с $d > 5.0$ мм — на 140%. Из 492 галактик в области Девы 115 попадают в площадки с $R \leqslant 2$ см вокруг систем типа Скульптора, причем из 42 галактик с $d \geqslant 3.5$ мм попадают в эти площадки 27. Вероятность такого события дается гипергеометрическим распределением:

$$q_{\text{ярк}} = \frac{\binom{42}{27}\binom{492-42}{115-27}}{\binom{492}{115}} \simeq 10^{-7},$$

где скобки суть символы сочетаний. Ничтожная величина вероятности подтверждает вывод о предпочтительной связи карликов с самыми яркими галактиками.

Если поставить до некоторой степени обратную задачу и посмотреть, какие системы типа Скульптора встречаются возле 15 ярчайших галактик скопления, то окажется, что функция диаметров у них почти не изменится. Другими словами, большие и малые системы типа Скульптора в равной пропорции встречаются как возле ярчайших галактик, так и вдалеке от них.

Неожиданной оказалась уверенная статистическая связь карликовых галактик с нормальными эллиптическими. В площадки с $R \leqslant 2$ см попадают 56 эллиптических галактик из 156 по всему полю. Вероятность этого события составляет $q_E = 5 \cdot 10^{-6}$. Поскольку число эллиптических галактик с $d > 1.0$ мм и систем типа Скульптора с $d > 0.4$ мм примерно одинаково, то удобно сравнить отношения N_E/N и $N_{\text{ск}}/N$ на разных расстояниях от центра скопления. Здесь N_E и $N_{\text{ск}}$ соответственно числа эллиптических и карликовых галактик, а N — полное число нормальных галактик (спиралей и эллиптических) на той же площади. Распределение этих отношений вдоль радиуса скопления представлено на рис. 4. Как видно из рисунка, ход обеих зависимостей довольно сходный. Это еще раз подтверждает более тесную связь карликовых систем с эллиптическими, нежели со спиральными галактиками. Но обнаруженную взаимосвязь следует понимать лишь как статистическую. Можно указать на пример спирали NGC 4321, в радиусе 3 см вокруг которой находится 7 карликовых систем — больше, чем возле любой эллиптической галактики.

Отметим, наконец, следующую тенденцию. Системы типа Скульптора предпочитают располагаться возле соседней яркой галактики на продолжении ее большой оси. Так, из 54 карликов с расстояниями $R \leqslant 2$ см от соседних нормальных галактик 24 имеют углы с большой осью в пределах $\pm 30°$. И хотя вероятность того, что это случайно, не очень мала ($W = 4 \cdot 10^{-2}$), по нашему убеждению, переход от распределения в проекции к пространственному распределению должен сделать эту тенденцию более контрастной.

Что касается вопроса о скучивании карликовых систем в изолированные группы, то такой эффект как будто не замечается. Действительно, среди 165 систем типа Скульптора 26 образуют пары с взаимным расстоянием членов менее 1 см. Однако по соседству с

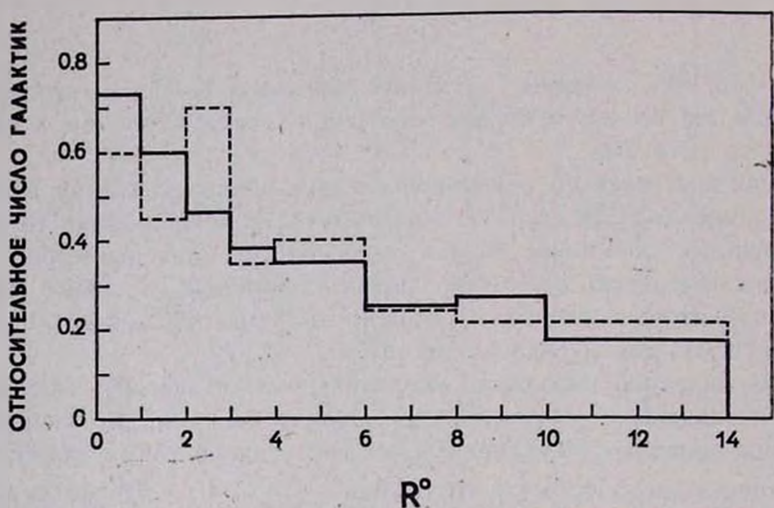


Рис. 4. Относительное распределение эллиптических галактик (сплошная линия) и систем типа Скульптора (пунктир) вдоль радиуса скопления. Радиус выражен в градусах. Последняя зона от 10° до 14° включает только южную периферию скопления.

ними всегда находится яркая галактика. Среди 24 квазиизолированных карликов (вокруг которых в радиусе 3 см нет ни одной яркой галактики) такие тесные пары отсутствуют.

Из всего сказанного можно сделать вывод, что происхождение карликовых систем типа Скульптора тесным образом связано с яркими галактиками. Являются ли они спутниками ярких галактик или же выброшены из центральных частей ярких галактик — ответить на этот вопрос без знания лучевых скоростей затруднительно. Если карликовые системы обязаны своим происхождением деятельности ядра соседней яркой галактики, то наличие или отсутствие ее возле последней могло бы служить некоторой характеристикой активности ядра. Различная степень связи систем типа Скульптора с эллиптическими галактиками и спиралями может приводить к тому, что у скоплений с различным населением могут быть неодинаковые распределения карликовых систем. Похоже, что данные Ходжа [6] о системах типа Скульптора в скоплении Печи, состоящем исключительно из неправильных и спиральных галактик, говорят в пользу этого. Было бы интересно проверить такой эффект на других близких скоплениях галактик.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE DISTRIBUTION OF SCULPTOR-TYPE DWARF SYSTEMS IN VIRGO CLUSTER OF GALAXIES

I. D. KARACHENTSEV

On the Palomar Sky Survey the distribution of the Sculptor-type dwarf systems in Virgo cluster is examined. 165 dwarf systems on the area of 432 square degree are found.

The physical connection of the dwarfs with the individual bright galaxies is established; the connection of the dwarfs with the brightest galaxies is closer. With the help of the hypergeometric distribution of probabilities a stronger statistical connection between the dwarfs and elliptical galaxies rather than the spirals is detected.

The tendency of Sculptor-type systems to form isolated groups is not reveiled.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Амбарцумян*, Вопросы космогонии, т. 8, М., 1962.
2. *G. Reaves*, A. J., 61, 69, 1956.
3. *G. Reaves*, A. J., 69, 556, 1964.
4. *Sidney van den Bergh*, Publications of the David Dunlap observatory, 2, № 5, 147, 1959.
5. *F. Zwicky, E. Herzog, P. Wild*, Catalogue of galaxies and of clusters of galaxies, California Institute of Technology, 1961.
6. *P. Hodge*, Publ. A. S. P., 72, 426, 188, 1960.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

СПЕКТР RW ВОЗНИЧЕГО В ОБЛАСТИ $\lambda\lambda$ 3600—4800

Л. В. МИРЗОЯН, Э. С. КАЗАРЯН

Поступила 20 апреля 1965

Исследовано распределение энергии в непрерывном спектре RW Aur. Оно заметно меняется в зависимости от яркости звезды. При ослаблении яркости чувствуется вклад коротковолновой непрерывной эмиссии. Коротковолновый показатель цвета при этом синеет. Начало непрерывной эмиссии скользит по спектру, перемещаясь в сторону длинных волн при усилении ее относительной интенсивности. Интенсивность непрерывного спектра и эквивалентные ширины эмиссионных линий Н и К ионизованного кальция находятся в обратной связи.

В конце ноября 1962 года в период службы RW Aur, организованной рабочей группой по нестационарным звездам Комиссии по физике звезд и туманностей Астросовета АН СССР на метровом телескопе системы Шмидта Бюраканской астрофизической обсерватории с помощью объективной призмы (дисперсия 275 Å на 1 мм у H_γ) были получены 18 снимков области неба около этой звезды.

В настоящей статье приводятся результаты исследования девяти спектрограмм RW Aur, полученных на пластинках Agfa Spektral Blau Rapid (табл. 1). На остальных снимках спектрограммы RW Aur непригодны для фотометрических измерений.

Спектры обработаны по их микрофотометрическим записям, полученным на саморегистрирующем микрофотометре с увеличением около 50 раз.

На рис. 1 приведены примеры записей.

На всех записях весьма интенсивны эмисионные линии Н и К ионизованного кальция. В ряде случаев достаточно отчетливо видны линии водорода, линии Fe I, Fe II, Ti II, He I и полоса G. Линии поглощения на записях обычно очень слабы и их трудно отличить от случайных флуктуаций.

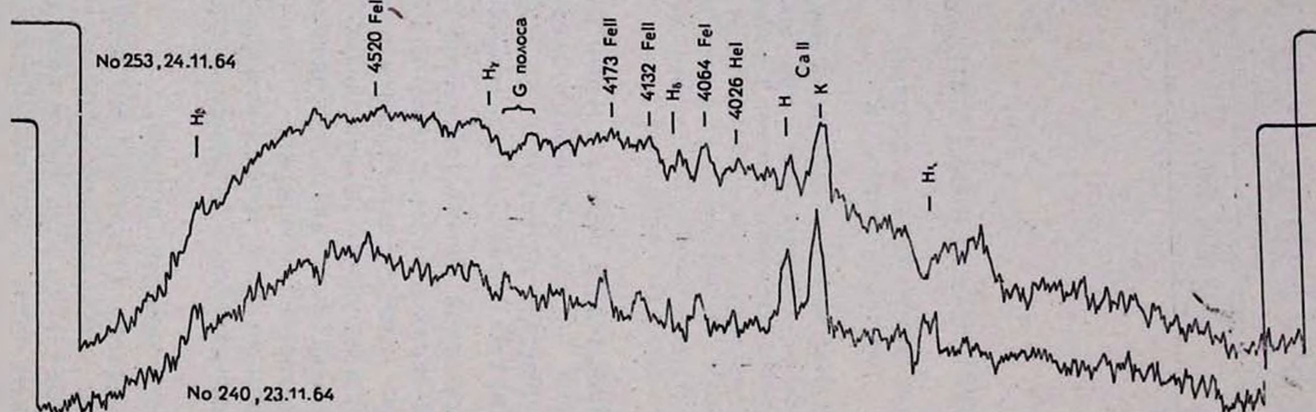


Рис. 1. Примеры записей спектра RW Aur.

Доступная для измерений область спектра RW Aur охватывает интервал $\lambda\lambda$ 3600—4800.

На записях непрерывные спектры были проведены по тем длинам волн, которые по данным, относящимся к Солнцу [1], наименее возмущены линиями поглощения. Интенсивности непрерывного спектра затем были определены в двадцати точках. Стандартизация спектрограмм осуществлялась с помощью отпечатков трубочного фотометра, освещенного диффузным светом.

Таблица 1

СПЕКТРАЛЬНЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ ОБЛАСТИ RW Aur

№ пластинки	Дата (1962)	Время наблюдения (U. T.)
238	23 ноября	$20^h32^m - 20^h47^m$
239	"	21 40 — 22 00
240	"	22 11 — 22 31
253	24 "	20 55 — 21 15
257	"	23 21 — 23 41
259	25 "	00 32 — 00 52
263	26 "	20 40 — 21 00
266	"	22 21 — 22 41
267	"	22 59 — 23 19

Нашей основной задачей было исследование распределения энергии в непрерывном спектре RW Aur и возможных его изменений.

Первоначально было выведено относительное распределение энергии RW Aur по всем спектрограммам, что вполне достаточно для решения второй части задачи: исследования наблюдаемых измененений непрерывного спектра звезды.

Имея в виду, что основное излучение RW Aur исходит из главной звезды класса dG5 [2, 3], мы задались целью определить относительное распределение энергии в непрерывном спектре RW Aur по отношению к звезде класса G. В ближайших окрестностях RW Aur имеется одна такая звезда: HD 32173 (спектр G, $m_{pg} = 10.0$). Однако она значительно ярче RW Aur и ее спектры передержаны на всех снимках табл. 1.

Поэтому было вычислено относительное распределение энергии RW Aur по отношению к этой звезде путем предварительной привязки обеих этих звезд к звезде сравнения a (спектр A0, $m_{pg} = 10.02$) из работы П. И. Холопова [4], расположенной недалеко от RW Aur.

Таблица 2

ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ 100 ($\Delta \lg I_\lambda + 0.6$), ГДЕ $\Delta \lg I_\lambda = \lg I_\lambda$ (RW Aur) — $\lg I_\lambda$ (HD 32173)

№ пластинки \ λ^{-1}	2.09	2.13	2.17	2.22	2.27	2.35	2.38	2.41	2.47	2.50	2.51	2.53	2.55	2.58	2.60	2.63	2.66	2.70	2.73	2.78	V
238	9	8	13	15	11	7	5	2	4	5	7	10	15	21	22	—	—	—	—	—	10.53
239	9	10	12	16	16	11	11	10	11	14	15	18	22	24	26	28	32	33	38	47	10.54
240	13	14	18	17	14	11	8	7	9	12	13	16	18	22	23	28	33	33	40	50	10.55
253	29	36	33	36	38	39	38	37	36	35	35	37	36	38	37	39	40	44	61	64	10.31
257	24	30	30	33	33	32	32	32	29	29	30	33	33	34	34	41	41	39	42	46	10.25
259	25	30	31	34	34	33	34	31	26	25	25	26	27	30	29	31	31	30	30	30	10.22
263	19	18	21	22	21	18	18	17	14	17	18	22	25	28	29	32	33	36	37	34	10.46
266	7	9	18	20	22	17	15	11	10	9	10	12	13	16	16	26	31	32	40	40	10.47
267	11	14	20	22	21	21	18	14	9	8	10	12	14	16	18	21	29	35	40	34	10.48

Близость всех трех звезд позволила освободиться от необходимости учета атмосферной экстинкции.

Результаты вычислений в виде разностей звездных величин (RW Aur минус звезда сравнения)* приведены в табл. 2. В последнем столбце этой таблицы представлены звездные величины V в средний момент наблюдений, полученные путем интерполяции неопубликованных данных П. Ф. Чугайнова. Относительное распределение энергии в непрерывном спектре RW Aur представлено также на рис. 2, где для большей уверенности результаты измерений спектрограмм, полученных в одну ночь, усреднены.

Сводная кривая блеска RW Aur, построенная П. Н. Холоповым [4], свидетельствует о том, что блеск звезды обычно подвержен

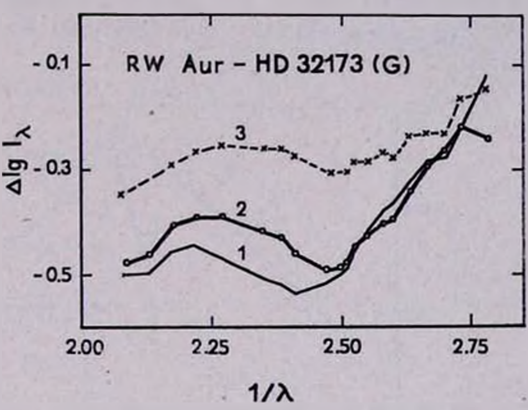


Рис. 2. Относительное распределение энергии в непрерывном спектре RW Aur, усредненное для трех ночей: 23 ноября (1), 24—25 ноября (2) и 26 ноября (3) 1962 года.

быстрым и почти непрерывным изменениям, доходящим до $0^m.6$ за $0^d.03$. Поэтому усреднение данных за ночь фактически означает пренебрежение реальными изменениями в спектре RW Aur в течение ночи. Тем не менее можно полагать, что усредненные данные определенным образом описывают средние закономерности излучения звезды в непрерывном спектре и в линиях.

Как видно из рис. 2, в период наших наблюдений непрерывный спектр RW Aur характеризуется заметным возрастанием его относительной интенсивности к большим волновым числам, особенно значительным в случаях 1 и 3, когда интегральная яркость звезды меньше. Это очевидно указывает на присутствие значительного ко-

* Оценка $m_{pg} = 10.0$, приведенная в HD для звезды HD 32173, по-видимому, неверна, так как на всех наших снимках спектр этой звезды значительно ярче спектра звезды a.

ротковолнового избыточного излучения, так называемой непрерывной эмиссии [5, 6], в спектре RW Aur в этих случаях.

Вместе с тем сравнение трех кривых на этом рисунке показывает, что в длинноволновой части спектра между ними имеются заметные различия, по-видимому, трудно объяснимые изменениями интенсивности избыточного коротковолнового излучения. Действительно, кривая 2, соответствующая наблюдениям 24—25 ноября, характеризуется максимальной интенсивностью и указывает в длинноволновой области спектра на спектрофотометрическую температуру, приблизительно равную температуре звезды сравнения. Две другие кривые (1 и 3), соответствующие наблюдениям 23 и 26 ноября, в этой области спектра указывают на несколько более низкую спектрофотометрическую температуру. Между тем, избыточное коротковолновое излучение в последних двух случаях значительно более интенсивно, чем в первом случае.

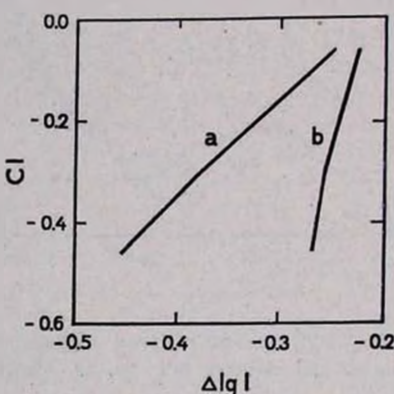


Рис. 3. Зависимость показателя цвета $CI = m(3700) - m(4400)$ от относительной яркости RW Aur для двух длин волн: a — λ 4400 и b — λ 3700. Звездные величины $m(3700)$ и $m(4400)$ — монохроматические.

Это более наглядно видно на рис. 3, где приведено графическое сравнение цвета звезды, определенного как разность монохроматических величин для длин волн λ 3700 и λ 4400*, и интенсивности непрерывного спектра. Рис. 3 показывает, что RW Aur краснеет с возрастанием ее общей яркости.

Возможно, что это частично обусловлено влиянием излучения спутника (спектр dM0e, $m_{vis} = 11.5$ [7]), искажающего, согласно [8],

* Хотя наши измерения охватывают область $\lambda\lambda$ 3600—4800, но измерения, соответствующие крайним точкам этой области, довольно неуверенны. Этим обусловлен выбор монохроматической яркости при λ 3700 с коротковолнового конца, т. е. значительно дальше от эффективной длины волны U в системе U, B, V.

распределение энергии вблизи минимума блеска звезды. Однако в целом этот факт несомненно связан с коротковолновым избыточным излучением.

Действительно, в длинноволновой области спектра RW Aur, где отсутствует это избыточное излучение, наблюдается обратная связь между ее яркостью и цветом (спектрофотометрической температурой).

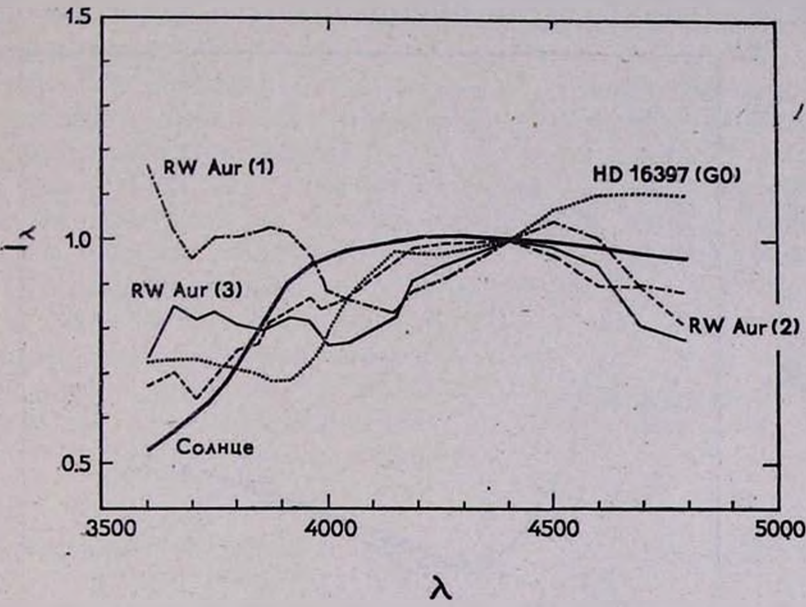


Рис. 4. Распределение энергии в непрерывном спектре RW Aur. Для сравнения представлены также распределения в случае нормальных G-звезд: Солнца [13] и HD 16397 [14]. Интенсивность непрерывного спектра при λ 4400 принята за единицу.

Согласно исследованию Дж. Хербига [8], ослабление монохроматической яркости (λ 5400) этой звезды соответствует понижению ее спектрофотометрической температуры ($\bar{\lambda} = 4250$ Å). Такая корреляция между температурой и цветом отмечена и П. Н. Холоповым [4], причем оказалось, что падение блеска RW Aur на 1^m в фотографических лучах соответствует возрастанию показателя цвета $m_{pg} - m_{vis}$ на $0^m_.6$.

Этот вывод подтверждается также электрофотометрическими наблюдениями П. Ф. Чугайнова и Г. В. Зайцевой [9], согласно которым при максимуме блеска RW Aur ее показатель цвета $B - V = 0^m_.53$, а в минимуме блеска $B - V = 0^m_.92$, т. е. звезда краснеет с ослаблением блеска.

Поэтому обнаруженную обратную корреляцию между яркостью и цветом RW Aur (рис. 3) в коротковолновой области спектра следует приписать влиянию избыточного коротковолнового излучения — непрерывной эмиссии.

В этой области спектра RW Aur заметный вклад в общее излучение звезды вносит непрерывная эмиссия, которая приводит к обратной корреляции между ее блеском и цветом: возрастание общей

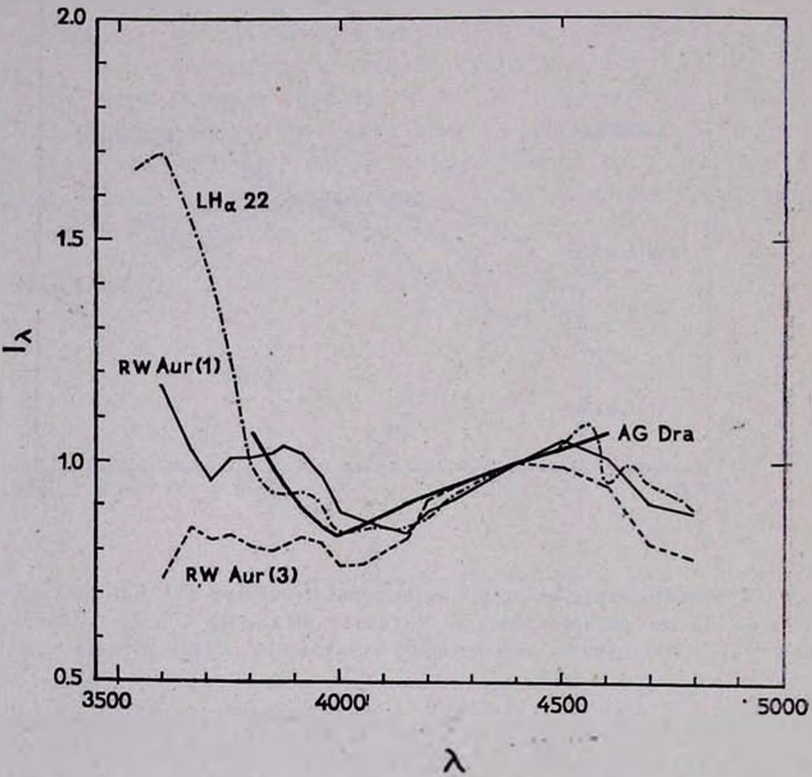


Рис. 5. Сравнение распределения энергии в непрерывном спектре RW Aur с распределением для AG Dra в период умеренной непрерывной эмиссии [12] и яркоультрафиолетовой звезды LHα 22 [14]. Интенсивность при λ 4400 принята за единицу.

яркости соответствует покраснению звезды и наоборот, в минимуме блеска из-за относительно сильной непрерывной эмиссии звезда голубеет.

Наблюдения RW Aur (рис. 2) подтверждают ранее полученный одним из авторов [10—12] вывод о том, что начало непрерывной эмиссии—коротковолнового избыточного излучения—скользит по спектру и при усилении его относительно нормального излучения звезды перемещается в сторону малых волновых чисел (длинных волн).

Сказанное наглядно иллюстрируется рис. 4. На нем представлено абсолютное распределение энергии в спектре RW Aur, усредненное для трех ночей наших наблюдений. Оно определено по данным А. Унзольда [13] при допущении, что распределение энергии в спектре нашей звезды сравнения HD 32173 идентично с распределением энергии в спектре Солнца. На этом рисунке для сравнения приводится также распределение энергии в спектре G0-звезды HD 16397 по данным К. Бёма [14].

Рис. 4 подтверждает также наличие в непрерывном спектре RW Aur значительного коротковолнового избыточного излучения 23 и 26 ноября 1964 года (кривые 1 и 3). На рис. 5 распределение энергии в спектре RW Aur для этих дней сравнивается с соответствующим распределением для яркоультрафиолетовой звезды LH_α 22 [14] и AG Dra в период умеренной непрерывной эмиссии последней [12].

Изменения интенсивности непрерывной эмиссии, как известно, обычно сопровождаются изменениями спектральных линий. Для составления некоторого представления о взаимосвязи между этими изменениями в случае RW Aur были фотометрированы эмиссионные линии H и K ионизованного кальция, наиболее яркие эмиссионные линии в ее спектре. Эквивалентные ширины этих линий* в ангстремах представлены в табл. 3. Для каждой линии в первой строке даются эквивалентные ширины по отдельным измерениям, а во второй строке — средние за ночь.

Таблица 3

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ШИРИНЫ ЛИНИЙ H и K Ca II В СПЕКТРЕ RW Aur

Дата, № пластинки / Линия	23 ноября			24—25 ноября			26 ноября		
	238	239	240	253	257	259	263	266	267
H	8.7	7.8	8.2	2.4	2.3	2.4	3.1	6.7	4.3
		8.2			2.4			4.7	
K	20.4	16.5	11.3	12.6	11.0	10.0	13.7	18.6	16.7
		16.1			11.9			16.3	

На рис. 6 средние эквивалентные ширины — W линий H и K сопоставлены со средней относительной интенсивностью непрерывного спектра RW Aur, интерполированного к частотам этих линий для тех же периодов наблюдений. Рис. 6 свидетельствует о том, что эк-

* Для линии H не учтено небольшое влияние слияния ее с линией H_ε.

вивалентные ширины линий и интенсивность непрерывного спектра RW Aur находятся в обратной связи.

Следует добавить, что инструментальные возможности исключили возможность исследования спектра за границей серии Бальмера, в области, имеющей существенное значение для вскрытия природы коротковолновой непрерывной эмиссии [12].

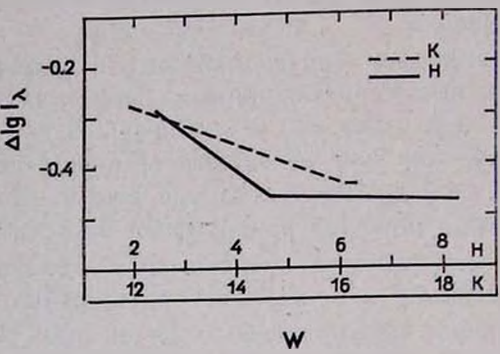


Рис. 6. Корреляция между эквивалентными ширинами эмиссионных линий Н и К ионизованного кальция и относительной интенсивностью непрерывного спектра RW Aur, интерполированного к частотам этих линий.

Когда настоящая работа была завершена, мы получили статью Е. К. Харадзе и Р. А. Бартая [15] о спектрофотометрическом исследовании RW Aur на основе более богатого наблюдательного материала, охватывающего и период наших наблюдений. Сравнение наших результатов с результатами этой работы показывает качественно удовлетворительное согласие между ними как в отношении непрерывного спектра (в смысле соотношения между непрерывной эмиссией и нормальным излучением RW Aur), так и эмиссионных линий. В частности наблюдения, приведенные в [15], также указывают на увеличение показателя цвета $U-B$ при возрастании блеска звезды.

Однако имеются небольшие количественные расхождения. Например, как следует из нашего рис. 2, спектрофотометрический градиент RW Aur в длинноволновой области спектра подвержен заметным изменениям, оставаясь близким к спектрофотометрическому градиенту звезды класса G: HD 32173. Между тем согласно [15] он почти не меняется и приблизительно равен градиенту F6 звезды (см. рис. 3 этой работы).

Авторы выражают благодарность П. Ф. Чугайнову за предоставление результатов своих электрофотометрических наблюдений RW Aur до их опубликования.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE SPECTRUM OF RW AUR IN THE REGION λλ 3600—4800

L. V. MIRZOYAN, E. S. KAZARIAN

The energy distribution in the continuous spectrum of RW Aur has been studied on nine spectrograms taken in November 1962. This distribution changed conspicuously with the variations of brightness. The short wave continuous emission contribution occured in the time of weakening of the brightness. The short wave colour index became bluer to this time. The beginning of continuous emission drifts along the spectrum to the long waves with the increasing of its relative intensity. The intensity of continuous spectrum and equivalent widths of emission lines H and K of ionized calcium were in inverse correlation.

ЛИТЕРАТУРА

1. *M. Minnaert, G. F. Mulders, J. Houtgast*, Photometric Atlas of the Solar Spectrum, Amsterdam, 1940.
2. *A. H. Joy, G. van Biesbroeck*, Publ. A. S. P., **56**, 123, 1944.
3. *A. H. Joy*, Ap. J., **102**, 168, 1945.
4. *П. Н. Холопов*, Переменные звезды, **10**, 390, 1955.
5. *В. А. Амбарцумян*, Сообщ. Бюр. обс., **13**, 1954.
6. *В. А. Амбарцумян*, К симпозиуму по нестационарным звездам (в Дублине), АН СССР, М., 1955.
7. *A. H. Joy, R. E. Wilson*, Ap. J., **109**, 231, 1949.
8. *G. H. Herbig*, Dissertation, University of California, 1948.
9. *П. Ф. Чугайнов, Г. В. Зайцева*, ПЗ, **14**, 148, 1962.
10. *Л. В. Мирзоян*, Сообщ. Бюр. обс., **19**, 43, 1956.
11. *Л. В. Мирзоян, Р. А. Бартая*, Бюлл. Абгстуман. астрофиз. обс., **25**, 121, 1960.
12. *Л. В. Мирзоян*, ДАН СССР, **119**, 666, 1958.
13. *А. Унзольд*, Физика звездных атмосфер, ИЛ, М., 1949, стр. 49.
14. *K. H. Böhm*, Zs. f. Astrophys., **43**, 245, 1957.
15. *Е. К. Харадзе, Р. А. Бартая*, Бюлл. Абастуман. астрофиз. обс., **30**, 3, 1964.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

ОБ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ И ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ПЛАНЕТАРНОЙ ТУМАННОСТИ IC 4997

Г. А. ГУРЗАДЯН

Поступила 11 февраля 1965

С использованием новых данных [3] об относительных интенсивностях запрещенных линий дважды ионизованного неона были определены электронная температура и электронная концентрация для планетарной туманности IC 4997, известной как объект высокой плотности. Они оказались равными: $T = 19500°$ и $n_e = 8.3 \cdot 10^5$ см$^{-3}$.

IC 4997 принадлежит к числу весьма плотных планетарных туманностей, в которых электронные удары второго рода играют заметную роль. В этом случае, например, известное отношение $E_{N_1+N_2}/E_{4363}$ становится зависящим не только от T_e, но и от n_e. Оно имеет следующий вид [1]:

$$\frac{E_{N_1+N_2}}{E_{4363}} = 0.0753 \, \frac{x + 2.67 \cdot 10^3}{x + 23} \, e^{\frac{33000}{T_e}}, \tag{1}$$

где

$$x = 10^{-2} \frac{n_e}{T_e^{1/2}}.$$

Отношение $E_{N_1+N_2}/E_{4363}$ для IC 4997, найденное из наблюдений, равно 13.6 [2]. Поэтому, задав какое-нибудь значение T_e, можно из (1) определить n_e. Например, при $T_e = 10000°$ получается $n_e = 4 \cdot 10^6$ см$^{-3}$, а при $T_e = 20000°$ $n_e = 8 \cdot 10^5$ см$^{-3}$. Из этих данных можно сделать заключение о высокой электронной концентрации в туманности, однако еще ничего нельзя сказать о порядке величины ее электронной температуры.

Для однозначного определения n_e и T_e из (1) необходимо иметь еще одно соотношение между этими величинами. Однако из-за отсутствия данных об интенсивностях некоторых запрещенных линий, которые можно было бы использовать для вывода другого соотношения между n_e и T_e, поставленная задача не была решена. Только недавно появилась статья Аллера и Калера [3], где приведены данные об интенсивностях большого количества слабых эмиссионных линий в спектре туманности IC 4997, в том числе линий 3967 [Ne III], 3868 [Ne III] и 3343 [Ne III]. Эти линии аналогичны запрещенным линиям N_1, N_2 и 4363 дважды ионизованного кислорода и возникают при переходах $^1S_0 - {}^1D_2$ (3343 [Ne III]), $^1D_2 - {}^3P_1$ (3967 [Ne III]) и $^1D_2 - {}^3P_2$ (3868 [Ne III]). Атомные параметры для этих переходов вычислены Ситоном [4] и приведены ниже (при этом уровни ^3P, ^1D и ^1S для Ne^{++} обозначены цифрами соответственно 1, 2 и 3).

$$A_{21} = 2.60\ \text{сек}^{-1};\quad \Omega\ (1.2) = 0.76;\quad \omega_1 = 1;\quad \varepsilon_3 - \varepsilon_1 = 6.94\ \text{эв}$$
$$A_{32} = 2.80\ \text{сек}^{-1};\quad \Omega\ (2.3) = 0.27;\quad \omega_2 = 5;\quad \varepsilon_3 - \varepsilon_2 = 3.75\ \text{эв}$$
$$A_{31} = 2.21\ \text{сек}^{-1};\quad \Omega\ (1.3) = 0.077;\quad \omega_3 = 9;\quad \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 3.19\ \text{эв}$$

Далее, исходя из обычного условия стационарности атомных переходов между указанными уровнями, легко найти, аналогично (1), зависимость отношения $E_{3967+3868}/E_{3343}$ от n_e и T_e с учетом электронных ударов второго рода. Она имеет вид

$$\frac{E_{3967+3868}}{E_{3343}} = 0.32\,\frac{x + 1.68\cdot 10^4}{x + 2.32\cdot 10^2}\,e^{\frac{44200}{T_e}}. \tag{2}$$

Обычно размеры монохроматических изображений туманности в линиях [Ne III] заметно меньше размеров изображения туманности в линиях [O III]. Поэтому определенные с помощью (1) и (2) значения электронных температур будут, строго говоря, несколько отличаться друг от друга и относиться к разным зонам туманности.

Для малых значений электронной концентрации, когда $x \to 0$ (практически при $n_e < 10^4$ см$^{-3}$), формула (2) дает

$$\frac{E_{3969+3868}}{E_{3343}} = 24.0\,e^{\frac{44200}{T_e}}. \tag{3}$$

При больших значениях n_e ($x \to \infty$) будем иметь

$$\frac{E_{3969+3868}}{E_{3343}} = 0.32\,e^{\frac{44200}{T_e}}. \tag{4}$$

Предельные значения отношения $E_{3967+3868}/E_{3343}$, например, при $T_e = 10000°$, равны: 1970 при $n_e \to 0$ и 26 при $n_e \to \infty$.

Относительные интенсивности линий 3343 [Ne III] и 3869 [Ne III], взятые из [3], равны 0.43 и 58.1 соответственно. Что касается линии 3967 [Ne III], то она была блендирована линией H_ϵ; суммарная интенсивность этих двух линий равна 33.0. Однако, используя данные об относительных интенсивностях бальмеровских линий водорода, можно, путем графического построения (рис. 1), разделить обе эти линии

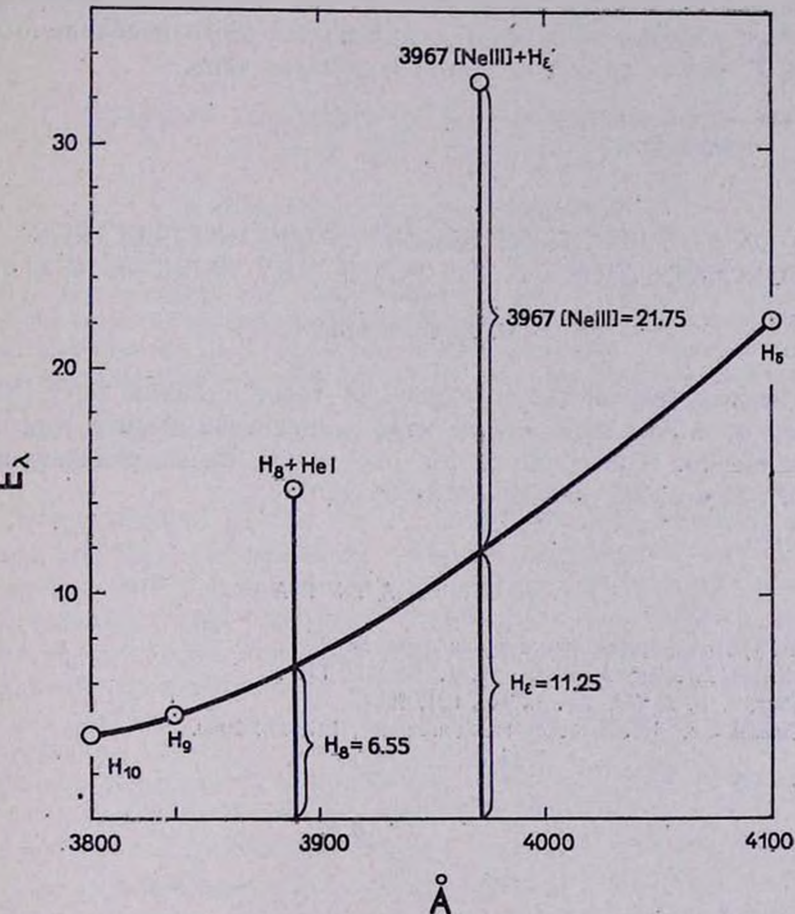


Рис. 1.

и определить их интенсивности. Они оказались равными 21.75 (3967 [Ne III]) и 11.25 (H_ϵ). Учитывая это, найдем: $E_{3967+3868}/E_{3343} = 185$.

Решая уравнения (1) и (2) совместно относительно x и T_e, получим для электронной температуры и электронной концентрации планетарной туманности IC 4997:

$$T_e = 19500°$$
$$n_e = 8.3 \cdot 10^5\ см^{-3}.$$

Таким образом, электронная температура для рассмотренной туманности оказалась почти в два раза больше обычной электронной температуры большинства планетарных туманностей ($T_e \sim 10000°$). В какой мере это является закономерным для плотных планетарных туманностей вообще, пока трудно сказать; для этого необходимо определить T_e и для других объектов подобного типа.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ON THE ELECTRON TEMPERATURE AND ELECTRON CONCENTRATION OF THE PLANETARY NEBULAE IC 4997

G. A. GURZADIAN

The new data for the intensities of some forbidden lines [Ne III], obtained by Aller and Kaler, are used to obtain the electron temperature and the electron concentration for one of the dense planetary nebula IC 4997: $T_e = 19500°$ and $n_e = 8.3 \cdot 10^5$ cm^{-3}.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. А. Гурзадян*, Планетарные туманности, М., 1962.
2. *D. Menzel, L. Aller, M. Hebb*, Ap. J., 93, 230, 1941.
3. *L. Aller, J. B. Kaler*, Ap. J., 140, 621, 1964.
4. *М.Ситон*, Сб. „Космическая газодинамика", 121, М., 1960.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

СЛАБЫЕ ГОЛУБЫЕ ЗВЕЗДЫ В ОБЛАСТИ $\alpha = 17^h18^m$, $\delta = +43°30'$ (1950)

К. А. СААКЯН, Р. Г. МНАЦАКАНЯН

Поступила 28 декабря 1964

28 слабых голубых ($B - V < +0^m.1$) звезд до девятнадцатой величины были найдены в области площадью 2.5 кв. градуса недалеко от шарового скопления М 92. Звездные величины этих звезд были измерены на пластинках, полученных на двухметровом телескопе Таутенбургской обсерватории. Средняя плотность на квадратный градус равна 10. Этот результат хорошо согласуется с подсчетами Аро и Лейтена [4]. Весьма вероятно, что большая часть таких голубых звезд принадлежит населению сферической подсистемы.

Слабые голубые звезды (до 19^m), наблюдаемые в высоких галактических широтах, представляют большой интерес, так как большая часть из них несомненно является объектами, входящими в сферическую составляющую Галактики, и находится на огромных расстояниях от ее плоскости. Так например, если принять, что наблюдаемый объект 19-ой величины имеет абсолютную величину +2, что характерно для голубых звезд шаровых скоплений, то нужно допустить, что расстояние объекта будет около 25000 пс.

Однако в высоких галактических широтах среди слабых звезд могут встречаться также белые карлики. Как это следует из работ одного из авторов настоящей статьи [1], в низких галактических широтах число белых карликов до 19^m с нулевыми или отрицательными показателями цвета — порядка 3—4 на кв. градус. Число белых карликов в высоких галактических широтах не может быть больше этого, а, вероятно, несколько меньше. Дело в том, что для белых карликов ярче 19-ой видимой величины галактическое поглощение не играет существенной роли, а пространственная плотность их на расстоянии даже в несколько сот парсек от плоскости галактики должна быть значительно ниже.

Исследованная область. Для исследования была выбрана область площадью 2.5 кв. градуса около точки $\alpha = 17^h18^m$, $\delta = +43°30'$ (1950) недалеко от шарового скопления M 92. На рис. 1 пунктиром очерчена исследуемая область. Такой выбор позволил использовать в качестве стандартов звезды, измеренные электрофотометрически в системе P, V в работе Арпа, Баума и Сандейджа [2].

Таблица 1

Таутенбургский номер пластинки	Тип эмульсии	Фильтр	Экспозиция	Замечания
995	Astro-spezial	GG 13	60	Изображения фокальные
1023	Astro-spezial	GG 13	40	Изображения немного вне фокуса
1002	Astro-panchrom	GG 11	60	Изображения фокальные
1019	Astro-panchrom	GG 11	60	Изображения немного вне фокуса

Использованные фотопластинки. Измерения фотографических и визуальных величин (B, V) производились на пластинках, полученных на двухметровом телескопе Таутенбургской обсерватории сотрудником Бюраканской обсерватории Э. Е. Хачикяном. Данные об этих пластинках приведены в табл. 1.

Сочетание Astro-panchrom и GG 11 дает интернациональную визуальную величину V, которую мы и приняли равной величине V для стандартных звезд.

Сочетание Astro-spezial и GG 13 дает звездную величину B, которая отличается от P. В работе Эггена [3] приводится линейная зависимость между $(P-V)$ и $(B-V)$ для звезд с $(B-V) < 0^m.9$.

$$(P-V) - 0.435 = 1.0376\,[(B-V) - 0.540]$$

$$P = B + 0.04\,(B-V) - 0.125.$$

Цвета стандартных звезд, взятых из работы [2], не превышают $+0^m.6$. Поэтому мы смогли использовать формулу Эггена и, в пределах точности наших измерений, принять, что P отличается от B на $-0^m.1$. Наконец, отметим, что под голубыми объектами мы понимаем те звезды, для которых показатель цвета $(B-V)$ не больше $+0^m.1$.

Предварительные поиски бело-голубых звезд велись на двух картах Паломарского атласа PA 753 ($+42°$, 17^h00^m) и PA 1135 ($+42°$, 17^h30^m). Исследуемая область была общей на обеих картах. Рассматривались все звезды от 16^m до 19^m. Предел $m=19$ определяется величинами стандартных звезд. В результате для измерений на пластинках были отобраны 366 звезд, у которых был заподозрен голубой цвет.

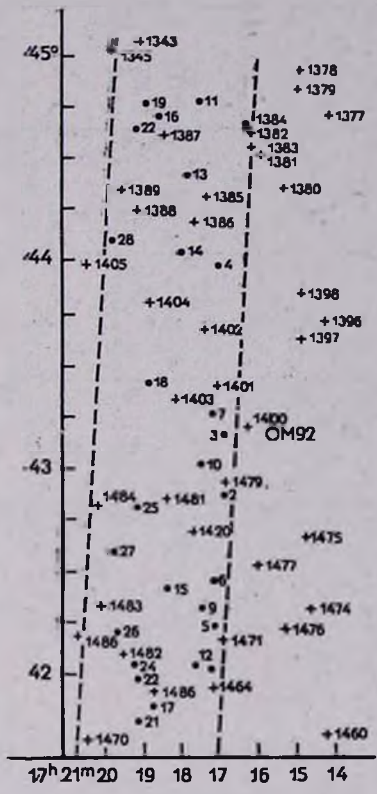
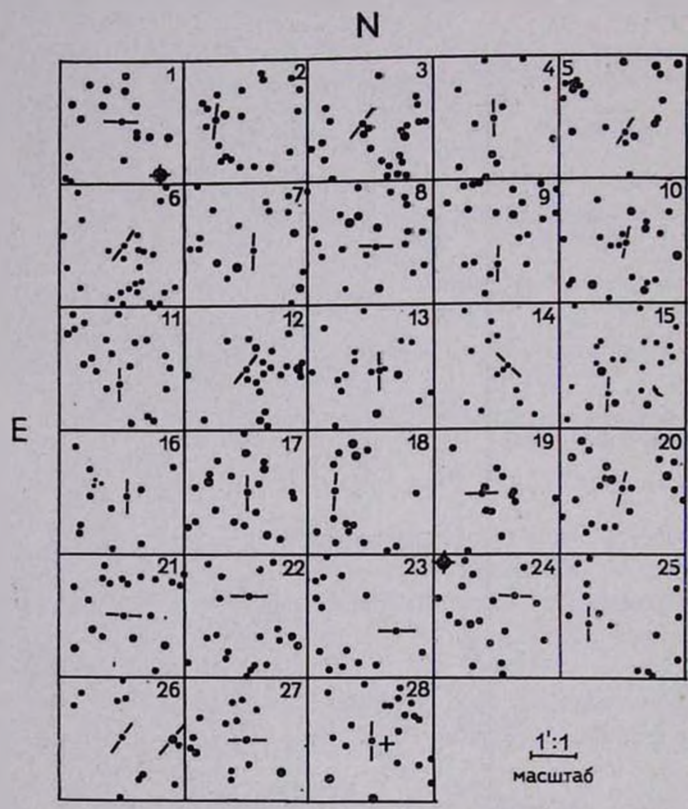


Рис. 1. Пунктиром очерчена исследованная область, + обозначены звезды из каталога, • обозначены голубые звезды.

Предельные звездные величины таутенбургских пластинок доходят до $21^m.0$ в синих лучах и до $19^m.5$ в визуальных лучах. Измерения производились всего на двух парах пластинок с помощью микрофотометра МФ—2. После внесения поправок бело-голубыми оказались 28 звезд. Ниже в табл. 2 приведены звездные величины B, цвета и координаты за 1950 год, определенные с помощью звезд

AGK_2. На рис. 1 и 2 даны приблизительные положения и карты отождествления этих звезд.

Плотность голубых звезд в исследуемом участке оказалась равной 10 звездам на кв. градус. Этот результат весьма определенно подтверждает и укрепляет предварительный вывод, который можно было сделать уже из подсчетов Аро и Лейтена [4] о том, что число



Рис, 2. Карты отождествления голубых звезд.

голубых звезд до 19-ой величины в высоких галактических широтах не меньше 10 на один кв. градус. Учитывая упоминавшийся выше верхний предел численности белых карликов, можно с большой уверенностью утверждать, что, во всяком случае, больше половины наблюдаемых голубых звезд принадлежит сферической составляющей.

Естественно, что небольшая точность фотографических определений цветов слабых звезд должна привести к проникновению в списки голубых звезд некоторого числа желтых объектов. Противоположные случаи должны встречаться меньше. так как голубых звезд мало. Поэтому всегда есть опасность. что число голубых звезд, полученных из наблюдений, будет больше, чем их имеется в действительности.

Таблица 2

№	Координаты 1950 г. α	δ	B	B—V
1	$17^h 16^m.2$	$+44°40'$	16^m5	—0.2
2	16.8	42 52	18.0	0.0
3	16.8	43 09	17.6	0.0
4	16.9	43 58	18.7	+0.1
5	17.0	42 14	18.8	0.0
6	17.1	42 27	18.5	+0.1
7	17.1	43 16	16.6	+0.1
8	17.2	42 02	18.2	+0.1
9	17.4	42 19	18.9	+0.1
10	17.4	43 01	16.0	—0.3
11	17.4	44 47	18.1	+0.1
12	17.6	42 04	17.7	—0.3
13	17.7	44 25	18.6	+0.1
14	17.9	44 02	19.0	—0.1
15	18.3	42 25	16.0	+0.3
16	18.5	44 42	18.4	—0.1
17	18.7	41 50	18.0	—0.4
18	18.7	43 25	17.4	—0.6
19	18.8	44 46	18.2	+0.1
20	18.9	44 25	15.4	—0.1
21	19.1	41 47	17.8	—0.2
22	19.1	41 59	18.1	—0.2
23	19.1	44 38	18.1	—0.3
24	19.2	42 04	18.4	0.0
25	19.4	42 43	18.0	+0.1
26	19.6	42 12	18.6	—0.3
27	19.6	42 36	18.3	—0.1
28	19.7	44 06	18.4	—0.4

В этом характерная трудность статистики голубых и белых объектов. Именно поэтому мы считаем весьма желательным, чтобы списки голубых звезд публиковались. Это позволит повторить определения яркостей и цветов, уточнить их, а также определить показатели цвета в других участках спектра. Только таким способом можно будет постепенно исключить указанный вредный статистический эффект.

Авторы выражают благодарность академику В. А. Амбарцумяну за непрерывное внимание и советы в течение всей работы и Э. Е. Хачикяну за любезное предоставление в наше распоряжение пластинок, полученных на 2-метровом телескопе Таутенбургской обсерватории.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE FAINT BLUE STARS IN THE REGION $\alpha = 17^h18^m$, $\delta = +43°30'$ (1950)

K. A. SAHAKIAN, R. G. MNATSAKANIAN

28 blue faint stars have been found in a region of about 2.5 sq. degree near the globular cluster M 92. *B* and *V* magnitudes of these stars have been measured on the plates which were obtained with the 2m telescope of the Tautenburg observatory (DDR).

The colour indices of these stars do not exceed $+0^{m}.1$. The mean density is about 10 stars brighter than the 19-th magnitude per square degree. This confirms the result obtained by Haro and Luyten [4].

It is probable, that most of these blue stars belong to spherical population.

ЛИТЕРАТУРА

1. *К. А. Саакян*, Сообщ. Бюр. обс. 27, 3, 1959.
2. *H. C. Arp, W. A. Baum, A. R. Sandage*, A. J., 58, 4, 1953.
3. *O. J. Eggen*, A. J., 60, 65, 1955.
4. *G. Haro, Luyten*, Bol. obs. Tonantzintla y Tacubaya, 22, 1962

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

О ФУНКЦИИ ЦВЕТА МОЛОДЫХ РАССЕЯННЫХ СКОПЛЕНИЙ

О. Б. ДЛУЖНЕВСКАЯ

Поступила 23 января 1965

В развитие работы Ашера [3] рассчитаны эволюционные последовательности теоретических функций цвета для рассеянных скоплений, обладающих возрастом от 0 до 10^8 лет, в предположении: (а) эволюции с постоянной массой и (b) эволюции с потерей массы. Полученные зависимости сравнены с наблюденными функциями цвета для семи молодых рассеянных скоплений в интервале $(B-V)_0$ от 0.30 до 0.0 [5—10]. Несмотря на то, что в общем случае кривые семейства (b) лучше, чем кривые (а), представляют функции цвета скоплений и даже дают возраст скоплений, близкий к существующим оценкам другими методами, согласие между теоретическими и наблюдаемыми функциями цвета нельзя считать удовлетворительным для обоих случаев. Причина несогласия, по-видимому, кроется в неправильности предположения о постоянстве функции звездообразования, на котором базируются обе эволюционные гипотезы.

Изучение функции светимости имеет большое значение для проверки гипотез происхождения звезд и звездной эволюции. Функция светимости $\varphi(M)$ определяется, как

$$dN = \varphi(M)\, dM,$$

где dN — число звезд в куб. парсеке с абсолютной величиной от M до $M + dM$. Наблюдаемую функцию светимости определяют совместно два фактора:

1) начальное распределение образующихся звезд по массам, светимостям или спектральным классам и 2) последующие изменения светимости за время эволюции звезды. Предполагая, что темп звездообразования оставался постоянным за время существования Галактики и что звезды возникали с одним и тем же распределением по светимостям или спектрам, можно математически получить начальную функцию светимости, т. е. распределение образующихся звезд по светимостям из наблюдаемой функции светимости, приняв какой-либо определенный процесс эволюции звезд. Салпетер [1] в 1955 году по-

лучил зависимость между начальным распределением звезд по абсолютным величинам и современной функцией светимости в предположении, что звезды могут возникать с любыми массами (относительная вероятность рождения звезды с массой, близкой к $\mathfrak{M}$ в данное время — мало изменяемая функция массы и не зависит от времени) и что эволюция звезд происходит без изменения массы. В этих предположениях получена следующая зависимость для звезд главной последовательности:

$$\log \varphi (M_v) = \log \psi (M_v) + 0.4 (M_b - M_{L,b}) + \log \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_L}$$

$$\text{при} \quad M_v < M_{L,v},$$

и

$$\varphi = \psi \qquad \text{при} \quad M_v > M_{L,v},$$

где $\varphi (M_v)$ — современная функция светимости, $\psi (M_v)$ — первоначальное распределение звезд по абсолютным визуальным звездным величинам, $\mathfrak{M}$ — масса звезды, M_v — визуальная звездная величина, M_b — болометрическая звездная величина.

Индекс L означает, что характеристики $\mathfrak{M}_{vL}$, M_{vL}, M_{bL} относятся к звезде, находящейся в точке загиба главной последовательности, т. е. к звезде, для которой время жизни на главной последовательности

$$\tau = 1.10 \cdot 10^{10} \frac{L_\odot}{L} \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_\odot} \text{ лет.}$$

Аналогичная зависимость была получена Г. М. Идлисом [2] в 1957 г. в предположении, что образующиеся звезды приходят на главную последовательность с достаточно большими светимостями ($M < +1^m5$) и что эволюция звезд происходит с потерей массы через корпускулярное излучение в соответствии с формулой:

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = -kL,$$

где $\mathfrak{M}$ — масса звезды, L — ее светимость, k — постоянная.

В этом случае

$$\psi (M) = k 10^{-0.3 M} \varphi (M) \left| \frac{d \lg \varphi}{dM} - 0.3 \right|.$$

На рис. 1 показано первоначальное распределение звезд по собственным цветам для двух рассмотренных возможностей (a) — по Салпетеру, (b) — по Идлису. Оба эти расчета базируются, как уже упоминалось, на предположениях о том, что звезды возникают в любом месте Галактики с одним и тем же распределением по абсолютным величинам и что темп звездообразования оставался неизменным за все время существования Галактики. Эти предположения не являются очевидными и путем сравнения теоретических зависимостей с данными наблюдений можно проверить их справедливость.

Наилучшими объектами для подобного изучения являются рассеянные скопления, так как с большой вероятностью можно полагать, что звезды каждого скопления образовались в одинаковых ус-

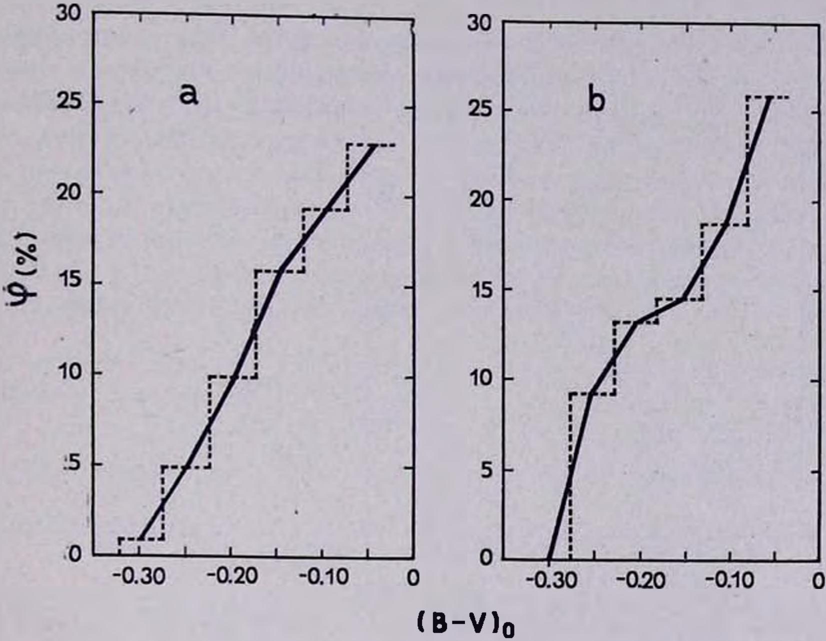


Рис. 1. Начальное распределение звезд по собственным цветам: (a) — по Салпетеру, (b) — по Идлису. Сплошной линией нанесены полигоны, а пунктиром — гистограммы для одних и тех же функций. В дальнейшем для удобства сравнения экспериментальных кривых сразу с несколькими теоретическими кривыми будут приводиться только полигоны.

ловиях, примерно в одно время и, таким образом, в момент образования различаются только массами и светимостями. Для такой группы звезд, принимая начальное распределение одного из указанных видов, можно рассчитать изменение этого распределения со временем, т. е. эволюцию функции светимости.

В 1963 г. Ашер [3] сравнил распределение звезд по спектральным классам в молодых рассеянных скоплениях из неопубликованного каталога Трюмплера с теоретическим распределением, полученным в предположении эволюции с потерей массы. Автор пришел к выводу, что наблюдаемое распределение звезд по спектральным типам в области спектров O—B7 для молодых скоплений удовлетворительно согласуется с теоретическими кривыми для эволюции с потерей массы, в то время как начальная функция светимости Салпетера предсказывает в этом случае слишком малое количество звезд спектральных классов O-B2. Более определенных выводов сделать не удалось, так как исследованные скопления содержали слишком мало звезд ранних спектральных классов. Проверка выводов работы Ашера на большем материале является одной из поставленных нами задач.

В настоящей работе рассчитана эволюция начальной функции светимости, как в предположении эволюции с постоянной массой (функция Салпетера [1], дополненная Сандейджем [4] в области ранних

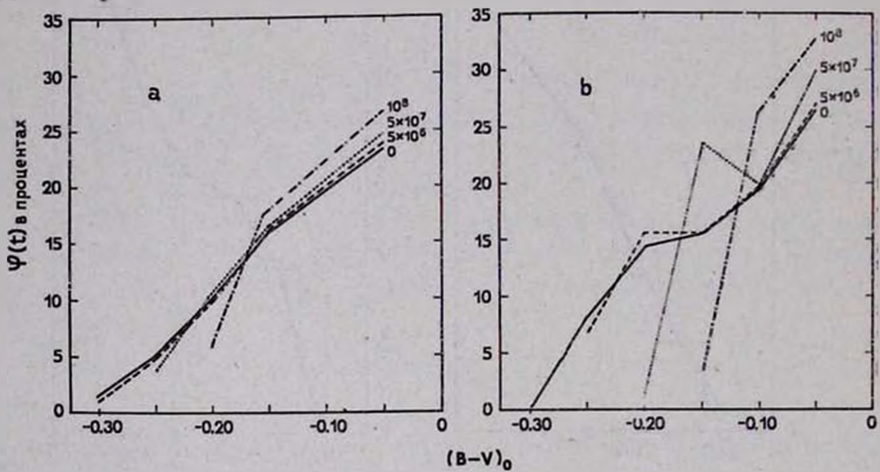


Рис. 2. Функции цвета для $t = 0$; $5 \cdot 10^6$; $5 \cdot 10^7$ и 10^8 лет: (a) — эволюция с постоянной массой, (b) — эволюция с потерей массы.

спектральных классов), так и в предположении потери массы (по Идлису [2]) для t от 0 до 10^8 лет (от 0 до 10^7 лет с интервалом в миллион лет, а от 10^7 до 10^8 — с интервалом в 10 млн. лет, всего 20 этапов). Допустив, что все звезды какого-либо рассеянного скопления образовались одновременно, мы можем сравнить эти последовательные теоретические функции светимости с наблюденной функцией для этого скопления и судить о правильности принятой начальной функции светимости.

Для сравнения с результатами Ашера расчет производился для функции цвета. Использовались только звезды главной последовательности, для которых существует однозначная зависимость между цветом и абсолютной звездной величиной. При построении зависимостей для варианта эволюции с постоянной массой, звезды, для которых $\tau < t$, исключались из рассмотрения (при $t = \tau$ в этом случае звезды уходят с главной последовательности), в то время как при построении зависимостей для варианта эволюции с потерей массы число звезд оставалось практически постоянным (звезды в этом случае эволюционируют в основном вдоль главной последовательности). Все функции нормировались в интервале от $(B-V)_0 = -0.30$ до $(B-V)_0 = 0$. На рис. 2 приведены функции цвета для $t = 0$; $5 \cdot 10^6$; $5 \cdot 10^7$ и 10^8 лет для эволюции с постоянной массой (a), и для эволюции с потерей массы (b).

Для сравнения с теоретическими кривыми были построены аналогичные функции по данным наблюдений для 7 молодых рассеянных скоплений (табл. 1). Обработке подвергались звезды только самых ранних спектральных классов (до A0), так как время жизни горячих звезд на главной последовательности значительно короче, чем звезд более поздних спектральных типов, и, следовательно, эта подгруппа звезд легче позволяет проверять различные предположения о звездообразовании и эволюции. Существенно также, что данные наблюдений для ярких звезд гораздо более надежны, чем для слабых звезд,

Таблица 1

Название	Автор	Ранний Sp	Количество звезд до A0	Членство	Исчерпанность до M_V
NGC 3114	Янкович, Мак Кох [5]	O5	117	По главной последовательности	$3^m.2$
NGC 2264	Уокер [6]	O6	39	Члены определяются очень уверенно по главной последовательности	7.8
NGC 6087	Ландольт [7]	B1	54	Для 18 наиболее ярких звезд есть радиальные скорости [11], остальные выявлены статистическими методами	4.9
IC 4725 (M 25)	Ландольт [7]	B1	127	Для 35 наиболее ярких звезд радиальные скорости [11], остальные выявлены статистическими методами	5.0
IC 2602	Уайтоук [8]	B1	19	Для 18 есть собственные движения [12]	2.0
NGC 1039 (M 34)	Джонсон [9]	B7	22	Для всех звезд есть собственные движения [13]	4.1
Плеяды	Джонсон, Митчелл [10]	B7	24	Для всех звезд есть собственные движения [14]	10.0

а это позволяет получить уверенность в полноте используемого материала. Кроме того, звезды ранних спектральных классов присутствуют в начальной функции цвета в обоих рассматриваемых вариантах. Для обработки брались только звезды, принадлежащие главной последовательности. На рис. 3 и 4 приведены диаграммы Герцшпрунıга—Рассела для Плеяд и NGC 3114. Кружками нанесены звезды, отошедшие от главной последовательности и не включенные в обра-

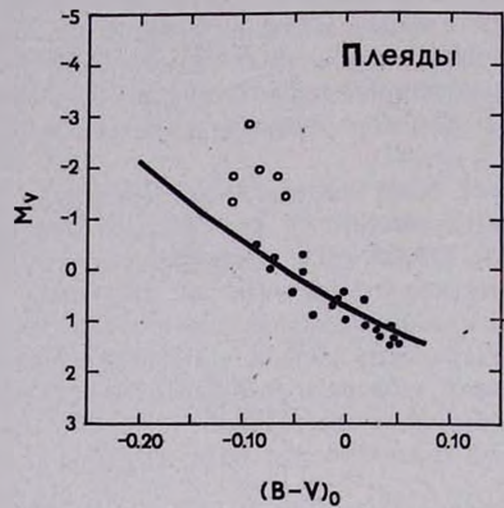


Рис. 3.

ботку. Главная последовательность нанесена по данным И. М. Копылова [21] для звезд ранних спектральных классов. Все звезды скоп-

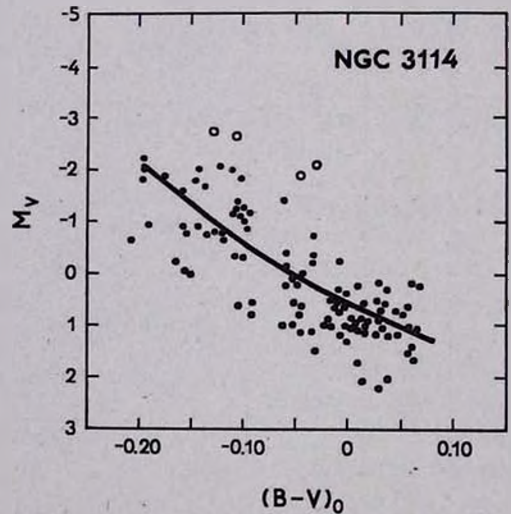


Рис. 4.

ления, имеющие собственные цвета $(B-V)_0 < 0$, были разбиты на группы с интервалом в $(B-V)_0$, равным 0.05, и центрами интервалов —0.30, —0.25, —0.20, —0.15, —0.10, —0.05. Для исключения случайных ошибок значение количества звезд для данного интервала принималось равным среднему арифметическому значению на интервале 0.15. Полученные таким образом зависимости нормировались в в интервале $(B-V)_0$ от —0.30 до 0 и сравнивались с теоретическими функциями цвета.

Из-за малого количества ярких звезд для большинства скоплений оказалось неправомерным применять методы математической статистики, поэтому оценка согласия по критерию Пирсона была получена для двух наиболее богатых яркими звездами рассеянных скоплений IC 4725 (M 25) и NGC 3114. Функции цвета для обоих скоплений хорошо согласуются со всеми кривыми Салпетера (значения χ^2 лежат в области допустимых значений при уровне значимости $q=50\%$) и оценить хотя бы приблизительно возраст этих скоплений такими сравнениями не удается. Из совокупности кривых, построенных в предположении корпускулярного излучения, наилучшим образом согласуется с функцией цвета скопления IC 4725 (M 25) кривая для $t=8\cdot10^6$ лет ($\chi^2<\chi^2_q$ при $q=20\%$); с кривой для $t=$ $=9\cdot10^6$ лет расхождения уже существенны ($\chi=\chi^2_q$ для $q<5\%$). Сравнение кривой для IC 4725 (M 25) с кривыми $t=6\cdot10^6$, $4\cdot10^6$, $2\cdot10^6$ и 0 показывает увеличивающиеся расхождения, однако во всех случаях их можно считать случайными. Для функции цвета скопления NGC 3114 наилучшее согласие получилось с кривой для $t=$ $=6\cdot10^6$ лет ($\chi<\chi^2_q$ при $q=30\%$) (рис. 5). Расхождения становятся существенными для $t=9\cdot10^6$ и $4\cdot10^6$ лет. Полученная оценка возраста не согласуется с возрастом, определенным Янковичем и Кохом [5] методами Джонсона и Сандейджа ($2\cdot10^8$ и $8\cdot10^7$ лет). Сравнение с соответствующими кривыми показывает существенные расхождения (рис. 5). Функции цвета остальных скоплений или хорошо согласуются практически со всеми кривыми Салпетера или, наоборот, не согласуются ни с одной из этих кривых. Оценка возраста скоплений, полученная по наилучшему совпадению с кривыми Идлиса, дает значение, в большинстве случаев хорошо согласующееся с возрастом скопления, определенного другими методами. Этот результат некоторым образом подтверждает выводы Ашера.

На рис. 6 показана функция цвета скопления IC 2602 (сплошная линия). На рис. 6а приведены функции цвета для $t=0$; $5\cdot10^7$; 10^8 лет в предположении эволюции с постоянной массой, на рис. 6b — аналогичные функции для $t=4\cdot10^6$; $6\cdot10^6$; $8\cdot10^6$ для эволюции с потерей массы. Для этого скопления наилучшее согласие получается с кривой для $t=6\cdot10^6$ (эволюция с потерей массы), для всех остальных

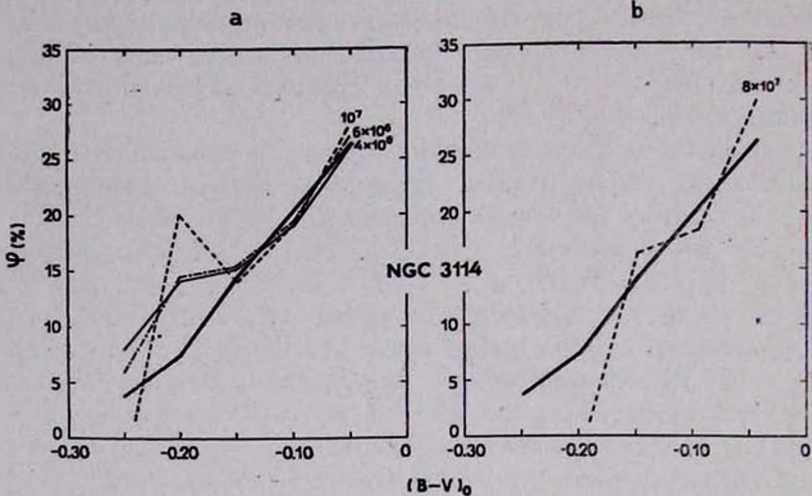


Рис. 5. Функция цвета скопления NGC 3114: наблюдаемая (сплошная линия) и для различных значений t в предположении эволюции с потерей массы.

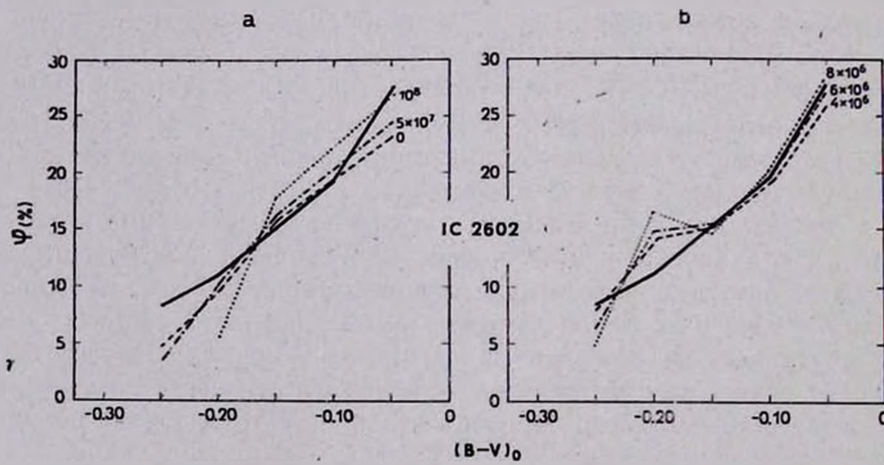


Рис. 6. Функция цвета скопления IC 2602: наблюдаемая (сплошная линия) и кривые a — для эволюции с постоянной массой, b — в предположении эволюции с потерей массы.

кривых (как в предположении постоянной, так и переменной массы) согласие получается неудовлетворительным. Возраст этого скопления, оцененный Уайтоуком [8], равен 10^7 лет (по возрасту самой яркой звезды $1.2 \cdot 10^7$, по точке загиба главной последовательности $8 \cdot 10^6$), Бресом $15 \cdot 10^6$ лет (по возрасту самой яркой звезды), а Маркаряном из динамических соображений $3 \cdot 10^5$ лет. Для всех исследуемых скоплений в табл. 2 приводятся: 1) значения возраста, полученные различными авторами; 2) оценка возраста, полученная путем сравнения

Таблица 2

Название	Возраст скопления по оценкам различных авторов		Возраст скопления по наилучшему согласию с кривыми для эволюции с потерей массы
NGC 3114	$6 \cdot 10^7$ лет $2 \cdot 10^8$	Янкович, М. Кох [5] »	$6 \cdot 10^6$ лет
NGC 2264	$0.5 \cdot 10^6$ $3 \cdot 10^6$	Пенстон [15] Уокер [6]	$0-1 \cdot 10^6$
NGC 6087	$2 \cdot 10^7$	Ландольт [7]	$3 \cdot 10^7$
IC 4725 (М 25)			$8 \cdot 10^6$
IC 2602	$15 \cdot 10^6$ 10^7 $3 \cdot 10^5$	Брес [16] Уайтоук [8] Маркарян [17]	$6 \cdot 10^6$
NGC 1039 (М 34)	$1.1 \cdot 10^8$	Хернер [18]	$8 \cdot 10^7$
Плеяды	10^7 $8 \cdot 10^7$ $1.1 \cdot 10^8$	Масевич [19] Хёрнер [18] Ломан [20]	$9 \cdot 10^7$

с кривыми для эволюции с потерей массы. Следует отметить, что вторичный максимум, который присутствует у всех теоретических кривых, построенных в согласии с работой Идлиса, у большинства наблюдательных кривых при осреднении сглаживается, однако присутствует у некоторых неосредненных кривых (рис. 7). Если произвести осреднение теоретической кривой на том же интервале 0.15, вторичный максимум тоже сглаживается.

Как указывалось выше, для различных скоплений согласие с теоретическими кривыми получилось различным и, по-видимому, тем хуже, чем больше возраст скопления (рис. 8).

Результаты работы позволяют сделать вывод, что предположение о постоянстве функции звездообразования, на котором базируется

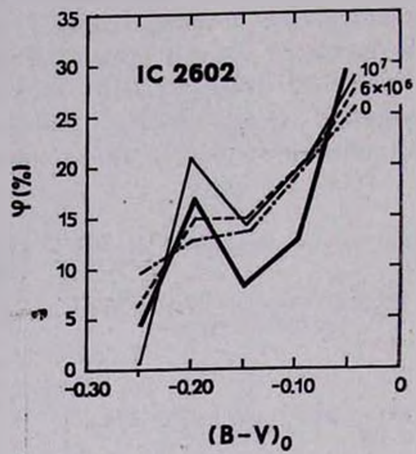


Рис. 7. Неосредненная функция цвета для скопления IC 2602 — (жирная сплошная линия) и кривые для эволюции с потерей массы.

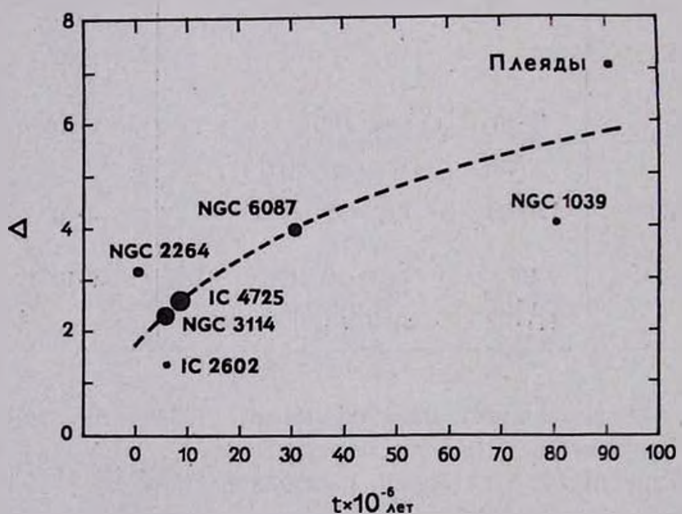


Рис. 8. Намечающееся увеличение разногласия между данными наблюдений и теоретическими кривыми со временем. Величина Δ пропорциональна сумме модулей отклонений, деленных на интервал сравнения.

расчет обеих эволюционных последовательностей функций цвета недостаточно точно и при подобных расчетах необходимо учитывать изменение самой функции звездообразования со временем. Возможно, некоторое указание на характер этого изменения даст исследование индивидуальных особенностей функций светимости скоплений различного возраста.

В заключение приношу благодарность А. Г. Масевич за руководство работой и сотрудникам кафедры звездной астрономии ГАИШ за обсуждение и ценные замечания.

Государственный астрономический
институт им. Штернберга

ON THE COLOUR-FUNCTION OF THE YOUNG GALACTIC CLUSTERS

O. B. DLUJNEVSKAJA

As a development of P. Usehr's paper [3] two evolutionary sequences of theoretical $(B-V)_0$ distribution functions ($0<t<10^8$ years) were calculated for evolution of the stars with constant mass (a) and evolution with mass loss (b). These predicted distribution functions were compared with the observed distribution of main-sequence stars in seven young galactic clusters (for $-0.30<(B-V)_0<0.0$ [5—10]). Although the theoretical curves in case (b) agree in general better than in case (a) with the observed distribution functions and even allow to estimate the age of the clusters in accordance with results obtained by different methods, the coincidence between the predicted and observed distributions cannot be considered sufficient in both cases. This disagreement possibly is caused by the assumption of time-independent birth luminosity function of stars on which both evolutionary hypotheses are based.

ЛИТЕРАТУРА

1. *E. E. Salpeter*, Ap. J., 121, 161, 1955.
2. *Г. М. Идлис*, Астрон. ж., 34, 755, 1957.
3. *P. D. Usher*, Observatory, 83, 184, 1963.
4. *A. R. Sandage*, Ap. J., 125, 422, 1957.
5. *N. E. Jankowitz, C. J. Mc. Cosh.*, MN of South Africa, 22, 1, 1963.
6. *M. L. Walker*, Ap. J., Suppl. Ser. 23, 1956.
7. *A. U. Landolt*, Ap. J., Suppl. Ser. 82, 1964.
8. *J. B. Whiteoak*, MN 123, 3, 1961.
9. *H. L. Johnson*, Ap. J. 119, 185, 1954.
10. *H. L. Johnson, R I. Mitchell*, Ap. J., 128, 31, 1958.
11. *M. W. Feast*, M. N., 117, 193, 1957.
12. *B. Boss*, General Catalogue, 3, 1936.

13. *H. Brüggemann*, Astr. Abh. der Hamburger—Bergedorf Sternwarte, v. 4, n. 7, 1935.
14. *R. J. Trumplep*, LOB, 10, № 333, 1922.
15. *M. V. Penston*, Observatory, 84, 141, 1964.
16. *L. L. E. Braes*, MN of South Africa, 20, 7, 1961.
17. *Б. Е. Маркарян*, Сообщ. Бюр. обс., 11, 1953.
18. *S. Hoerner*, Z. f. Astrophys., 42, 273, 1957.
19. *А. Г. Масевич*, Астрон. ж., 32, 412, 1955.
20. *W. Z. Lohmann*, Z. f. Astrophys., 42, 114, 1957.
21. *И. М. Копылов*, Изв. КрАО, 20, 156, 1958.

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ.

ИЗМЕНЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ КАССИОПЕИ-А

В работе [1] сообщалось о результатах двух серий наблюдений, проведенных в 1953 и 1961 гг. для определения отношения интенсивностей радиоисточников Кассиопея-А и Лебедь-А на длине волны 4.2 м.

Эти результаты показали уменьшение указанного отношения. Уменьшение объясняется ослаблением потока радиоизлучения Кассиопеи-А в связи с расширением излучающей этот поток галактической туманности.

За последние два года нами проводились повторные измерения отношения потоков радиоизлучения этих двух источников на длинах волн 4.2, 3.6 и 1.5 м. Результаты этих измерений подтверждают наши прежние выводы и вместе с тем дополняют и количественно уточняют прежние данные.

Наблюдения на всех трех волнах проводились интерференционным методом, причем на длинах волн 3.6 и 4.2 м они выполнялись простым интерференционным методом, а на длине волны 1.5 м — с фазовым переключением.

Характеристики этих интерферометров приведены в табл. 1.

Методы наблюдений и меры, принятые для получения надежных записей, были описаны в работе [1].

На длине волны 4.2 м учитывалось также изменение базы радиоинтерферометра по формуле, приведенной в [2]. При этом угловые размеры для Кассиопеи-А и Лебедя-А принимались соответственно равными 4 и 1.5 угловым минутам.

Таблица 1

Длина волны в м	База радиоинтерферометра в длинах волн	Ширина центрального лепестка в мин. дуги	Метод наблюдения
1.5	~300	~12	Радиоинтерферометр с фазовым переключением
3.6	~120	~28	Простой интерферометр с компенсационным выходом
4.2	~70 до 1961 г.	~50	» »
	~133 после 1961 г.	~26	

Результаты наблюдений за 1963 и 1964 гг. приведены в табл. 2. В табл. 3 приведены полученные из наших наблюдений, а также из измерений других наблюдателей [3, 4] значения годичного изменения отношения потоков радиоизлучения указанных источников для разных длин волн и для разных отрезков времени.

Таблица 2

Дата	Число наблюдений	Отношение интенсивностей радиоизлучения Кассиопеи-А и Лебедя-А		
		λ=1.5 м	λ=3.6 м	λ=4.2 м
октябрь 1963 г.	7	1.40±0.03	—	1.354±0.025
июль 1964 г.	6	1.32±0.02	1.312±0.025	1.330±0.025

Данные, приведенные в табл. 2 и 3, показывают, что изменение отношения интенсивностей радиоисточников Кассиопеи-А и Лебедя-А на длинах волн 4.2 и 3.6 м за последние три года в среднем составляет соответственно 1.83% и 2.14% в год. На длине волны 1.5 м это изменение за десятилетний период составляет 1.91% в год.

Таблица 3

Длина волны в м	Интервал времени	Среднегодовое изменение потока Кассиопеи—А в %	Место наблюдения
1.5	1954—1964 гг.	1.91	Бюраканская обсерватория
3.6	1953—1961 гг.	1.89	» »
3.6	1961—1964 гг.	2.14	» »
4.2	1953—1961 гг.	1.83	» »
4.2	1961—1964 гг.	2.03	» »
3.68	1948—1956 гг.	0.85	Кембридж
3.68	1956—1960 гг.	1.55	»
0.094	1953—1961—1964 гг.	1.60	Грин Бэнк, США

Эти значения среднегодового уменьшения плотности потока радиоисточника Кассиопея-А для длин волн 4.2 и 3.6 м заметно превышают значение $\sim 1.5\%$, которое было получено из прежних наших двух серий наблюдений. Отметим, что подобная временная неравномерность изменения указанного соотношения имеется также в результатах кембриджских наблюдателей [3]. В них среднее годовое изменение указанного отношения за период с 1948 по 1956 года составляет 0.85%, а за последующий период 1956—1960 г. оно составляет 1.55%.

На XII съезде МАС Маер сообщил, что на длине волны 9.4 см изменение потока Кассиопеи-А по отношению к потоку Лебедя-А составляет $1.6 \pm 0.04\%$ за год.

Возможно, что подобная неравномерность во времени изменения радиопотока Кассиопеи-А обусловлена аппаратурными причинами или различием методов наблюдений. Но возможно и реальное изменение скорости затухания источника. Нужно признать, что достигнутые точности измерения потоков радиоизлучения еще недостаточно высоки для уверенного установления нелинейности изменения потока во времени. Для полноценного исследования этого весьма интересного явления нужно добиться того, чтобы относительные или абсолютные интенсивности излучения космических радиоисточников измерялись с точностью до долей процента.

Существующая радиоастрономическая аппаратура и методы калибровки в настоящее время затрудняют достижение такой высокой точности измерения слабых шумовых мощностей. Получение высокой точности особенно затрудняется при использовании крупных многоантенных радиоинтерферометров. Но эта задача заслуживает того, чтобы ей было уделено нужное внимание.

Заслуживает внимания и тот факт, что мера ослабления потока радиоизлучения от Кассиопеи-А слабо зависит от длины волны, по крайней мере в диапазоне метровых и дециметровых волн.

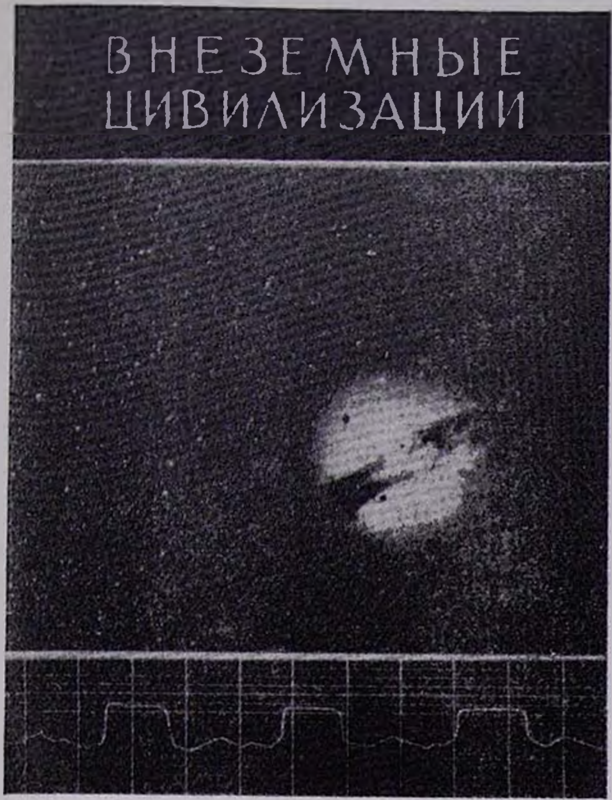
The variation of the flux density of the radio source Cassiopeia-A. The results of new observations of annual decrease of the radio source Cassiopeia-A flux density at wave lenghts 1.5 m, 3.6 m, and 4.2 m are given.

18 января 1965
Бюраканская астрофизическая обсерватория

В. А. САНАМЯН
А. М. АСЛАНЯН

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Санамян, А. М. Асланян*, Сообщ. Бюр. обс., 30, 35, 1962.
2. *В. В. Виткевич*, Астрон. ж., 29, 450, 1962.
3. *J. A. Hogbom, J. R. Shakeshaft*, Nature, 189, 561, 1961.
4. *В. А. Санамян*, ДАН АрмССР, 25, 49, 1957.



Сборник трудов первого Всесоюзного совещания по проблемам внеземных цивилизаций.

Совещание имело место в Бюраканской астрофизической обсерватории Академии наук Армянской ССР в мае 1964 г. Среди авторов докладов — академики *В. А. Амбарцумян, Я. Б. Зельдович, В. А. Котельников,* члены-корреспонденты АН СССР *А. А. Пистелькорс, В. И Сифоров,* профессоры *С. Э. Хайкин, И. С. Шкловский* и другие.

В книге рассматриваются вопросы возможности существования инопланетных цивилизаций с различными уровнями развития, возможных способов установления связи с ними, критерии распознавания искусственных радиосигналов и методы их выделения среди естественных космических радиосигналов, принимаемых радиотелескопами.

Книга представляет большой интерес как для астрономов, радиоастрономов, специалистов по радиосвязи и смежным областям, так и для широкого круга читателей.

Цена 66 коп.

Заказы направлять по адресу: г. Ереван, ул. Абовяна 15, Издательство Академии Наук Армянской ССР.

НОВЫЕ КНИГИ

Готовятся к печати в серии трудов „Результаты исследований по международным геофизическим проектам", публикуемой Советским геофизическим комитетом при Президиуме АН СССР, следующие книги:

Б. Л. Кащеев, В. Н. Цесевич. ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ В МЕТЕОРНОЙ ЗОНЕ. Отв. редакторы В. В. Федынский и Б. Г. Бондарь. Работа является методическим пособием для наблюдений метеоров в связи с Международным годом спокойного Солнца.

ОКЕАНОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, № 13. Сборник содержит доклады по всем разделам океанологии, произнесенные на I Всесоюзной конференции по итогам МГГ. Публикуется также статья по результатам исследований на борту американского судна „Арго" в Тихом океане.

ГЕОМАГНИТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, № 6. Сборник содержит работы по короткопериодическим колебаниям магнитного поля Земли.

ИОНОСФЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, № 13. В книге содержатся доклады, представленные на симпозиуме в Ашхабаде. В них рассмотрены вопросы исследования спокойной и возмущенной ионосферы, проблемы поглощения, неоднородностей и движений в ионосфере.

КОЛЕБАНИЯ ШИРОТ И ДВИЖЕНИЯ ПОЛЮСОВ ЗЕМЛИ, № 13. Отв. редактор Е. П. Федоров. В книге рассматриваются теоретические вопросы и результаты наблюдений колебаний широт на сети советских и зарубежных станций. Ряд статей посвящен методическим вопросам.

А. Х. Хргиан, Г. И. Кузнецов, А. В. Кондратьева. ИССЛЕДОВАНИЕ АТМОСФЕРНОГО ОЗОНА. Отв. редактор Д. И. Насилов.

Б. А. Багаряцкий, Я. Ф. Фельдштейн. ОСОБЕННОСТИ АВРОРАЛЬНЫХ РАДИООТРАЖЕНИЙ И ИХ СВЯЗЬ С ПОСТОЯННЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ И ИОНОСФЕРНЫМИ ТОКАМИ. Отв. редактор А. И. Лебединский.

П. В. Вакулов, Е. В. Горчаков, Ю. И. Логачев, РАДИАЦИОННЫЕ ПОЯСА ЗЕМЛИ. Отв. редактор А. Е. Чудаков.

ПОЛЯРНЫЕ СИЯНИЯ. Сборник статей № 11. Отв. редактор В. И. Красовский. В книге помещены результаты последних работ по изучению эмиссий ночного неба.

Все книги можно получить наложенным платежом, обратившись по адресу: Москва, Центр, Б. Черкасский пер. 2/10, Контора „Академкниги", отдел „Книга — почтой".

CONTENTS