

ՈՒՆԱՏԻՎԻՍՏԱԿԱՆ ԼԻՑԲԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԸ ԽԱՉՎՈՂ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍՏԱԿԱՆ ԴԱՇՏԵՐՈՒՄ. ԴԱՍԱԿԱՆ ԵՎ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՏԵՍԱԿԵՏՆԵՐ

Ս. Յ. ԱՄԻՐԽԱՆՅԱՆ

ՀԴԴՀ-ի «Կենսագործունեության անվտանգություն»

ամբիոնի լաբորատորիայի վարիչ

Վ. Վ. ՄՈՒՍԱԽԱՆՅԱՆ

ԳԴՀ ԻՀՏ ամբիոնի դասախոս,

ֆիզմաթեմատիկական գիտությունների թեկնածու, դոցենտ

Ք. Ս. ԵՂԻԱՋԱՐՅԱՆ

ԵՊԲՀ Բժշկական, կենսաբանական ֆիզիկայի և ինֆորմատիկայի

ամբիոնի ասիստենտ

Գրականությունից հայտնի Լորենցի ռելյատիվիստական հավասարման նախկին լուծումները ոչ-ֆիզիկական են, քանի որ վեկտոր-պոտենցիալի շեղումը հաստատունով փոխում է մասնիկի իմպուլսի սկզբնական արժեքը: Նույնը տեղի է ունի քվանտային էլեկտրադինամիկայում՝ Դիրակի հավասարման, Դիրակ-Վոլկովի լուծման մեջ, որը չի համապատասխանում ժամանակի սկզբնական պահին դասական մասնիկի գոյությանը: Դասական և քվանտային դեպքերի համար ստորև ներկայացված են ճիշտ ֆիզիկական լուծումները:

Լավ հայտնի է, որ Համիլտոն-Յակոբի հավասարումների լուծումները չունեն այն ֆիզիկական պարզությունը, ինչը ունեն Լորենցի ռելյատիվիստական հավասարման լուծումները (տես, օրինակ, [1]): Դա պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ ալիքում մասնիկի ֆիզիկական իմպուլսը ուղղակիորեն տեղադրվում է լուծման մեջ՝ նախքան դրա լուծումը, իսկ դա համապատասխանում է ալիքում մասնիկի իմպուլսի ֆիզիկական արժեքին: Իսկ Համիլտոն-Յակոբի հավասարման անվերջ թվով մաթեմատիկական լուծումներից՝ ֆիզիկական լուծումը պետք է ընտրվի [2] լրացուցիչ ֆորմալ պայմանների իրականացման միջոցով: Ինչպես ցույց էր տրվել ավելի վաղ [3, 4], շրջանաձև բևեռացված հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի դեպքում ընդհանրապես հնարավոր չէ վերջնական արտահայտություններից ստանալ ֆիզիկական իմպուլսը:

Բացի այդ, ալիքում մասնիկի առաջացման սկզբնական պահին ֆազի φ_0 սկզբնական արժեքը և ալիքային վեկտորի ամպլիտուդի համապատասխան $A_\mu(\varphi_0)$ արժեքը մշտապես անտեսվել են գրականության մեջ:

Լորենցի հավասարման լուծումները

Հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտը բնութագրվում է հետևյալ բանաձևով $A_\mu = A_\mu(\varphi)$, որտեղ ֆազը $\varphi = k_\mu \cdot x^\mu = \omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r}$ -ը, իսկ $x_\mu \equiv (\vec{r}, t)$ 4D-կետն է, $k \equiv (\vec{k}, \omega)$ -ը ալիքային վեկտորն է: Ամենաընդհանուր դեպքում $k_\mu^2 = k_\mu \cdot k^\mu = \omega^2 - \vec{k}^2 = \omega^2 \cdot (1 - n^2) \neq 0$, որտեղ n -ը միջավայրի բեկման ցուցիչն է:

Ռելյատիվիստական մասնիկն ալիքում առաջանում է ալիքի ֆազի սկզբնական, անորոշ φ_0 արժեքով և ալիքից հեռանում է ֆազի մեկ այլ φ արժեքով: Այս ֆազերի միջև տարբերության շնորհիվ մասնիկի և ալիքի միջև տեղի է ունենում էներգիայի փոխանակում:

Լորենցի ռելյատիվիստական հավասարման՝

$$\frac{dq_\mu}{d\tau} = e \cdot \left(\frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \right) \cdot q_\nu, \quad (1)$$

լուծումը բնական սկզբնական պայմանների կիրառման դեպքում կարող է գրվել հետևյալ կերպ [5]՝

$$q_\mu = p_\mu + A_\mu(\varphi) - \frac{k_\mu}{k^2} \cdot [(qk) - (pk) + [k_\nu(A_\nu(\varphi) - A_\nu(\varphi_0))]], \quad (2)$$

իսկ ալիքի (մասնիկի) ֆազը ենթարկվում է հետևյալ ոչ-գծային հավասարմանը՝

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \sqrt{(pk - k_\mu(A_\mu(\varphi) - A_\mu(\varphi_0)))^2 + 2k^2 \cdot p_\mu(A_\mu(\varphi_0)) - k^2 \cdot (A_\mu(\varphi_0) - A_\mu(\varphi_0))^2} \quad (3)$$

Հաստատումն խաչվող դաշտերի դեպքում, երբ

$$A_\mu(\varphi) = a_\mu \cdot \varphi \quad (4)$$

ֆազի հավասարումը (3) կարող է գրվել հետևյալ կերպ՝

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \sqrt{(p \cdot k)^2 + 2ek^2 \cdot (pa) \cdot (\varphi - \varphi_0) - e^2 \cdot k^2 \cdot a^2 \cdot (\varphi - \varphi_0)^2} \quad (5)$$

Այս հավասարման լուծումը կարելի է գտնել տարրական ինտեգրման միջոցով՝

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{(p \cdot k)^2 + 2ek^2 \cdot (pa) \cdot (\varphi - \varphi_0) - e^2 \cdot k^2 \cdot a^2 \cdot (\varphi - \varphi_0)^2}} = \int_0^\tau d\tau \quad (6)$$

արդյունքում, ալիքում մասնիկի ֆազի համար ստանում ենք հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{(pa)}{e \cdot a^2} \cdot \left(1 - \cos(\sqrt{e^2 \cdot k^2 \cdot a^2} \cdot \tau) \right) + \frac{(pk)}{e \cdot \sqrt{k^2 \cdot a^2}} \cdot \sin(\sqrt{e^2 \cdot k^2 \cdot a^2} \cdot \tau) \quad (7)$$

իսկ լիցքավորված մասնիկի իմպուլսի համար՝ ստորև բերված արտահայտությունը՝

$$q_\mu = p_\mu - \left(a_\mu \cdot \frac{pa}{a^2} + k_\mu \cdot \frac{(pk)}{k^2} \right) \cdot \left(1 - \cos(\sqrt{e^2 \cdot k^2 \cdot a^2} \cdot \tau) \right) + \frac{(a_\mu \cdot (pk) - k_\mu \cdot (pa))}{\sqrt{a^2 \cdot k^2}} \cdot a \sin(\sqrt{e^2 \cdot k^2 \cdot a^2} \cdot \tau) \quad (8)$$

Այժմ դժվար չէ ստանալ լիցքի քառաչափ կոորդինատը՝

$$x_\mu = x_{0\mu} + p_\mu \cdot \tau - \frac{a_\mu}{a^2} \cdot (pa) \cdot \left(\tau - \frac{\sin(\sqrt{e^2 \cdot k^2 \cdot a^2} \cdot \tau)}{e \sqrt{a^2 \cdot k^2}} \right) \quad (9)$$

Այս 4 – իմպուլսի և 4 – կոորդինատների միջոցով կարելի է հաշվել խաչվող էլեկտրամագնիսական դաշտերում լիցքավորված մասնիկի ճառագայթումը, ինչին կանդրադառնանք այլ տեղերում:

Այժմ մենք կդիտարկենք Դիրակի հավասարման լուծումը նույն խաչվող էլեկտրամագնիսական դաշտերում:

Դիրակի հավասարման լուծումը խաչվող էլեկտրամագնիսական դաշտերում

Դիրակի հավասարումը՝

$$\left[\gamma_\mu \cdot \left(i \cdot \frac{d}{dx^\mu} - e \cdot (A_\mu(\varphi) - A_\mu(\varphi_0)) \right) - m \right] \psi = 0 \quad (10)$$

որն այստեղ բերված է այնպիսի տեսքով, որ հնարավոր լինի ավտոմատ կերպով ֆիզիկական լուծումներ ապահովել. կարելի է խաչվող էլեկտրամագնիսական դաշտերի համար գրել հետևյալ ձևով [5] և m մասնիկի լիցքը և զանգվածը համապատասխանաբար՝

$$\left[\gamma_\mu \cdot \left(i \cdot \frac{d}{dx^\mu} - e \cdot a_\mu \cdot (\varphi - \varphi_0) \right) - m \right] \psi = 0 \quad (11)$$

և ունի հետևյալ ճշգրիտ լուծումը՝

$$\begin{aligned} \psi = & \frac{u}{\sqrt{(2 \cdot p_0)^{\frac{1}{2}}}} \cdot \left[1 + \frac{e}{2 \cdot (pk)} \cdot \hat{k} \cdot \hat{a} \cdot (\varphi - \varphi_0) \right] \cdot \\ & \exp \left[-i \cdot (p_\mu + e \cdot \varphi_0) \cdot (x_\mu - x_{0\mu}) - i \cdot \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{2 \cdot e \cdot a \cdot (\varphi - \varphi_0) - e^2 \cdot a^2 (\varphi - \varphi_0)^2}{2 \cdot (pk)} \cdot d\varphi \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Որտեղ p_0 -ը լիցքավորված մասնիկի իմպուլսի սկզբնական 4-վեկտորի զրոյական արժեքն է, $\hat{k} \equiv k_\mu \cdot \gamma^\mu \cdot \gamma_\mu$, γ_μ -ը Դիրակի մատրիցաներն են, իսկ $u/\sqrt{2p_0}$ -ը հաստատուն բիսպինոր է, որը համընկնում է ազատ հարթ ալիքի բիսպինորի ամպլիտուդի հետ և բերվում է $\bar{u} \cdot u = 2m$ տեսքի.

Հավասարում (12)-ը հեշտությամբ ինտեգրվում է, և արդյունքում ստացվում է՝

$$\begin{aligned} \psi = & \frac{u}{\sqrt{(2 \cdot p_0)}} \cdot \left[1 + \frac{e \cdot \hat{k} \cdot \hat{a}}{2 \cdot (pk)} \cdot (\varphi - \varphi_0) \right] \cdot \\ & \exp \left[-i \cdot (p_\mu + e \cdot a_\mu \cdot \varphi_0) \cdot (x^\mu - x_0^\mu) - i \cdot \frac{e \cdot (pa)}{2 \cdot (pk)} (\varphi - \varphi_0)^2 - \frac{e^2 \cdot a^2}{6 \cdot (pk)} (\varphi - \varphi_0)^3 \right] \end{aligned} \quad (13)$$

Այժմ, համեմատելով հավասարում (13)-ը գրականության մեջ լավ հայտնի լուծման հետ ([6], Eq.(101.20)),

$$\psi_p = \left[1 + \frac{e \cdot \hat{k} \cdot \hat{a}}{2 \cdot (pk)} \cdot \varphi \right] \cdot \frac{u}{\sqrt{(2 \cdot p_0)}} \cdot \exp \left[-i \cdot e \cdot \frac{(pa)}{2(pa)} \cdot \varphi^2 - \frac{e^2 \cdot a^2}{6(pk)} \cdot \varphi^3 - i \cdot px \right] \quad (14)$$

տեսնում ենք, որ ալիքի ֆունկցիայի համար մեր լուծումը (13) ամենաընդհանուր և ճշգրիտ լուծումն է: Հատուկ դեպքի համար բերվում է հավասարում (14)-ին, երբ սկզբնական արժեքները ձգտում են զրոյի՝ $x_{0\mu} \rightarrow 0$, $\varphi_0 \rightarrow 0$: Ինչն, ակնհայտորեն, լիցքավորված մասնիկի ճառագայթման համար կհանգեցնի [6] հավասարումից բխող տարբեր արտահայտությունների:

Քննարկում և եզրակացություններ

Թվում է, որ քվանտային էլեկտրադինամիկայում էլեկտրամագնիսական ալի-

քի հետ փոխազդեցությունը, օրինակ Դիրակի հավասարման մեջ, պետք է արվի լիցքավորված մասնիկի 4-վեկտոր իմպուլսների և կոորդինատների սկզբնական և դասական արժեքների միջոցով:

Դասական էլեկտրադինամիկայում այս պնդումը բերում է հետագծում տրված իմպուլսով մասնիկի հայտնաբերմանը, իսկ քվանտային էլեկտրադինամիկայում՝ համապատասխանաբար ալիքի ֆունկցիայի լոկալացմանը: Տրված կետում սկզբնական դասական մասնիկի հայտնաբերման հավանականությունը պետք է հավասար լինի մեկի: Արտաքին էլեկտրամագնիսական դաշտում՝ մասնավորապես խաչվող էլեկտրամագնիսական դաշտում Դիրակի հավասարման լուծումները պետք է բերեն *մեկին հավասար արժեքներին*, երբ այդ դաշտը ձգտում է զրոյի (ամպլիտուդը ձգտում է զրոյի):

Վերը նշված հավասարում (13)-ն էլ տալիս է հենց դասական էլեկտրադինամիկայի դեպքի ճիշտ անցումը: Բավական է այս ներկա 4-կոորդինատանի արտահայտության մեջ տեղադրել սկզբնական արժեքը, $x_\mu(\tau=0)=x_{0\mu}$ և 4-ի իմպուլսը դուրս է գալիս հավասարում (13)-ից և ալիքի ֆունկցիան դառնում է բիսպինոր կոնստանտ:

$$\psi = u / \sqrt{2p_0}$$

Լիցքավորված մասնիկի ճառագայթման վերաբերյալ արդյունքներին կանդրադառնանք մեկ այլ աշխատանքներում:

ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Meyer J. W.** Covariant Classical Motion of Electron in a Laser Beam. - Phys. Rev., 1970, D3, N 3, p.621-622.
2. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теория поля. - М.: Наука, 1973.
3. **Musakhanyan V. V.** Charged Particle Motion in a Medium Along an electromagnetic wave. - Phys.Lett., 1979, V.70A, No.4, p.313-314.
4. **Баваханян Э. А., Мусаханян В. В.** Энергетическое расщепление электронного пучка в поле электромагнитной волны в среде. - Ереван, 1982. - (Препринт/ Ереванский Физический институт.: ЕФИ-549(36)-82). - 17 с.).
5. **Musakhanyan V. V.** An exact solution of Dirac's equation in the field of plane EM wave: Physical implications. Eur. Phys. J., Special Topics, 160, 311–318 (2008).
6. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теоретическая физика: Учеб.пособие. В 10 т. Т. IV/В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. Квантовая электродинамика.— 3-е изд., испр.— М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.—728 с.

RELATIVISTIC CHARGED PARTICLE IN CROSSED ELECTROMAGNETIC FIELDS: CLASSICAL AND QUANTUM ASPECTS

**S. H. Amirkhanyan,
V. V. Musakhanyan,
K. S. Yeghiazaryan**

The previous solutions of relativistic Lorentz equation, well known in Literature, are non-physical, since the shift of vector-potential by a constant changes the initial value of particle's momentum. The same

discrepancy takes place in Quantum Electrodynamics, in Dirac's equation Dirac-Volkov solutions, which does not correspond to the classical particle at initial time instant. The correct solutions are given below for both classical and quantum cases.

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЗАРЯЖЕННАЯ ЧАСТИЦА В СКРЕПЕННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ: КЛАССИЧЕСКИЙ И КВАНТОВЫЙ ПОДХОДЫ

*С. Г. Амирханян,
В. В. Мусаханян,
К. С. Егiazарян*

Предыдущие решения релятивистского уравнения Лоренца, хорошо известные в литературе, являются нефизическими, так как сдвиг вектора-потенциала на постоянное значение изменяет значение начального импульса частицы. Такое же несоответствие имеется и в Квантовой Электродинамике в решении Волкова-Дирака, которое не соответствует классической частице в начальный момент времени. Корректные решения приведены ниже как для классического, так и квантового случаев.

ՄՈՆԻՏՈՐՆԵՐԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՏԵՍԱԿՆԵՐԻ ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ

Շ. Գ. ԲԱՂԴՈՅԱՆ
ԻՖՏ ամբիոնի լաբորանտ

Աշխատանքը նվիրված է մոնիտորների ամենատարածված տիպերի (էլեկտրոնաճառագայթային խողովակով, հեղուկբյուրեղային և պլազմային) կառուցվածքային և ֆունկցիոնալ համեմատական վերլուծության հարցերին: Նախ ասենք, որ նշված տիպի մոնիտորները ունեն կառուցվածքային և գործառության մի շարք առանձնահատկություններ, որոնց իմացությունը և համեմատական վերլուծությունը հնարավորություն կտա ճիշտ կողմնորոշվել այդ սարքերի ընտրության ժամանակ:

1. *Էլեկտրոնաճառագայթային խողովակով մոնիտորներ* - այստեղ օգտագործվում են էլեկտրոնաճառագայթային ապարատներ, որոնք նախատեսված են էլեկտրական ազդանշաններով ներկայացված ինֆորմացիան ձևափոխելու համար: Այստեղ կատարվում է էլեկտրոնների կողմնորոշված փնջի ինտենսիվության ղեկավարում: Այս ապարատների լավագույն օրինակ է հանդիսանում կինետոսկոպը, որը էլեկտրական ազդանշանները վերափոխում է լուսայինի: Ապարատի անվանումը առաջացել է «կինետիկա» բառից, որը կապված է էկրանի վրա շարժական պատկերների ստացման հետ: Ապարատի հիմնական մասերն են՝

- էլեկտրոնաճառագայթային ատրճանակը, որը նախատեսված է էլեկտրոնային ճառագայթը ձևափոխելու համար: Նրա օգնությամբ ստանում են անհրա-