Kolosov-Muskhelishvili complex potentials, to determine the elastic displacement of the boundary points of the cylinder arising from operating in its border of normal and tangential contact stresses, and the radial elastic displacements of boundary points of the layers are defined according to the model of Winkler. Accounting for depreciation truyuschihsya surfaces and heat from friction are taken into account according to the models obtained experimentally. Assuming Coulon friction, the problem is reduced to a nonlinear integral equation of Hammerstein type with respect to operating in frictional normal contact stresses. The study of this equation was carried out on the basis of the principle of contracting mappings in the space of continuous functions. An approximate analytical solution of the problem.

ՕՐԹՈՏՐՈՊ ԲԱՂԱԴՐՅԱԼ ՇԵՐՏԻ ԼԱՐՎԱԾԱԴԵՖՈՐՄԱՑԻՈՆ ՎԻՃԱԿԸ

Ն. Ա. ԿՈՒՏՈՒԶՅԱՆ
Ֆիզմաթեմատիկական գիտությունների թեկնածու, դոցենտ,
ԳՊՀ ուսումնագիտական գծով պրոռեկտոր

Աշխատանքում ուսումնասիրված է օրթոտրոպ նյութից պատրաստված բաղադրյալ առաձգական շերտի լարվածադեֆորմացիոն վիճակը, երբ շերտը բաղկացած է ջերմային տարբեր հատկություններ ունեցող երկու շերտերից: Շերտի եզրերից մեկն ամրակցված է, իսկ մյուսը ազատ է լարումներից: Հպման եզրագծով տեղի ունեն տեղափոխությունների և լարումների անընդհատության պայմաններ: Այսպիսով եզրային պայմաններն հետևյալն են`

երբ $y=-h_1$, $\sigma_y^{(1)}=0$ $\sigma_{xy}^{(1)}=0$

$y=0$, $\sigma_y^{(1)}=\sigma_y^{(2)}$ $U^{(1)}=U^{(2)}$

$$\sigma_{xy}^{(1)}=\sigma_{xy}^{(2)},\ V^{(1)}=V^{(2)} \tag{1}$$

$y=-h_1$ $U^{(2)}=0,\ V^{(2)}=0$

Յուրաքանչյուր շերտի համար տեղի ունեն հավասարակշռության հավասարումները.

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y}=0, \qquad \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}=0: \tag{2}$$

Ներմուծելով լարումների ֆունկցիա`

$$\sigma_x=\frac{\partial^2F}{\partial y^2},\ \sigma_y=\frac{\partial^2F}{\partial x^2},\ \sigma_{xy}=-\frac{\partial^2F}{\partial x\partial y} \tag{3}$$

և նկատի ունենալով, որ օրթոտրոպ նյութից կառուցված շերտի համար`

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial x}&=a_{11}\sigma_x+a_{12}\sigma_y+\alpha_1^{(n)}t\\ \frac{\partial V}{\partial y}&=a_{12}\sigma_x+a_{22}\sigma_y+\alpha_2^{(n)}t\\ \frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}&=a_{66}\sigma_{xy}\end{aligned} \tag{4}$$

որտեղ՝ n=1;2 -առաջին և երկրորդ շերտերի համար $\alpha_1^{(n)},\alpha_2^{(n)}$ - ջերմաստիճանային ընդարձակման գործակիցներն են, a_{ij}՝ առաձգականության գործակիցները:

Լարումների F(x,y) ֆունկցիան կորոշվի դեֆորմացիաների անխզելիության հավասարումից՝

$$\alpha_{11}\frac{\partial^4 F^{(n)}}{\partial y^4}+(2a_{12}+a_{66})\frac{\partial^4 F^{(n)}}{\partial x^2\partial y^2}+a_{22}\frac{\partial^4 F^{(n)}}{\partial x^4}=-\alpha_1^{(n)}\frac{\partial^2 t^{(n)}}{\partial y^2}+\alpha_2^{(n)}\frac{\partial^2 t^{(n)}}{\partial x^2}\quad n=1;2: \tag{5}$$

Նկատի ունենանք, որ ջերմաստիճանի ֆունկցիաները՝ $t^{(n)}$ բավարարում են ջերմահաղորդականության ստացիոնար հավասարումներին՝

$$\alpha_{11}\frac{\partial^4 F^{(n)}}{\partial y^4}+(2a_{12}+a_{66})\frac{\partial^4 F^{(n)}}{\partial x^2\partial y^2}+a_{22}\frac{\partial^4 F^{(n)}}{\partial x^4}=\left(\alpha_1^{(n)}k_n-\alpha_2^{(n)}\right)\frac{\partial^2 t^{(n)}}{\partial x^2},\qquad n=1;2: \tag{6}$$

Լարումների F(x,y) ֆունկցիան բավարարում է եզրային պայմաններին: Օգտագործելով Ֆուրյեի ձևափոխությունը՝ տեղափոխությունների պատկերիների համար կունենանք՝

$$\overline{U}=\frac{i}{\sigma}\left(a_{11}\frac{\partial^2\overline{F}}{\partial y^2}-a_{12}\sigma^2\overline{F}+\alpha_1^{(n)}\bar{t}^{(n)}\right)$$

$$\overline{V}=-(a_{12}+a_{66})\frac{\partial\overline{F}}{\partial y}+\frac{1}{\sigma^2}\left(a_{11}\frac{\partial^3\overline{F}}{\partial y^3}+\alpha_1^{(n)}\frac{\partial t^{(n)}}{\partial y}\right): \tag{7}$$

Կիրառելով Ֆուրյեի ձևափոխությունը (6) հավասարումների համար, խնդիրը կհանգի հետևյալ հավասարումների լուծմանը՝

$$a_{11}\frac{\partial^4\overline{F}^{(n)}}{\partial y^4}-(2a_{12}+a_{66})\sigma^2\frac{\partial^2\overline{F}}{\partial y^2}+a_{22}\sigma^4\overline{F}^{(n)}=\sigma^2\left(\alpha_2^{(n)}-\alpha_1^{(n)}k_n\right)\bar{t}^{(n)} \tag{8}$$

հետևյալ եզրային պայմաններով՝

երբ $y=-h_1$, $\overline{F}^{(1)}=0$, $\overline{F}^{(1)}=0$

$$y=0\ \ ½\ ,\ \overline{F}^{(1)}=\overline{F}^{(2)}\quad \frac{\partial\overline{F}^{(1)}}{\partial y}=\frac{\partial\overline{F}^{(2)}}{\partial y} \tag{9}$$

$$a_{11}\left(\frac{\partial^2\overline{F}^{(1)}}{\partial y^2}-\frac{\partial^2\overline{F}^{(2)}}{\partial y^2}\right)=\alpha_1^{(2)}\bar{t}^{(2)}-\alpha_1^{(1)}\bar{t}^{(1)}$$

$$a_{11}\left(\frac{\partial^3\overline{F}^{(1)}}{\partial y^3}-\frac{\partial^3\overline{F}^{(2)}}{\partial y^3}\right)=\alpha_1^{(2)}\frac{\partial\bar{t}^{(2)}}{\partial y}-\alpha_1^{(1)}\frac{\partial\bar{t}^{(1)}}{\partial y}$$

$$y=h_2\ ,\ a_{11}\frac{\partial^2\overline{F}^{(2)}}{\partial y^2}-a_{12}\sigma^2\overline{F}^{(2)}=-\alpha_1^{(2)}\bar{t}^{(2)}$$

$$a_{11}\frac{\partial^3\overline{F}^{(2)}}{\partial y^3}+\alpha_1^{(2)}\frac{\partial\bar{t}^{(2)}}{\partial y}-\sigma^2(a_{12}+a_{66})\cdot\frac{\partial\overline{F}^{(2)}}{\partial y}=0,$$

ունենք, որ

$$\bar{t}^{(1)}=\overline{\theta}_1+2\pi t_{c1}\delta(\sigma) \tag{10}$$

$$\bar{t}^{(2)}=\overline{\theta}_2+2\pi t_{c2}\delta(\sigma)$$

հետևաբար՝ $y=h_2$, $\frac{\partial\bar{t}^{(1)}}{\partial y}=\phi_1(\sigma)$, $\frac{\partial t^{(2)}}{\partial y}=\phi_2(\sigma)$

$$\bar{t}^{(1)}=\frac{\phi_1(\sigma)}{\sigma\sqrt{k_1}}th\sigma\sqrt{k_1}h_1+2\pi t_{c1}\delta(\sigma),\quad \bar{t}^{(2)}=-\frac{\phi_2(\sigma)}{\sigma\sqrt{k_2}}th\sigma\sqrt{k_2}h_2+2\pi t_{c2}\delta(\sigma),$$

$$y=h_2,\ \bar{t}^{(2)}=2\pi t_{c2}\delta(\sigma),\ \frac{\partial\bar{t}^{(2)}}{\partial y}=\frac{\phi_2(\sigma)}{ch\sigma h_2\sqrt{k_2}}:$$

(8) հավասարումների լուծումներն ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$\overline{F}^{(1)}=C_1shm_1y+C_2chm_1y+C_3shm_2y+C_4chm_2y+\frac{a_1}{\sqrt{k_1}}\frac{\phi_1(\sigma)}{\sigma^3ch\sigma\sqrt{k_1}h_1}sh\sigma\sqrt{k_1}(y+h_1)+b_1\frac{\delta(\sigma)}{\sigma^2} \tag{11}$$

$$\overline{F}^{(2)}=d_1shm_1y+d_2chm_1y+d_3shm_2y+d_4chm_2y+\frac{a_2}{\sqrt{k_2}}\frac{\phi_2(\sigma)}{\sigma^3ch\sigma\sqrt{k_2}h_2}sh\sigma\sqrt{k_2}(y-h_2)+b_2\frac{\delta(\sigma)}{\sigma^2},$$

որտեղ m_1, $-m_1$, m_2, $-m_2$-ը $a_{11}m^4-(2a_{12}+a_{66})\sigma^2m^2+a_{22}\sigma^4=0$ հավասարման լուծումներն են, $a_1=\dfrac{\alpha_2^{(1)}-\alpha_1^{(1)}k_1}{a_{11}k_1^2-(2a_{12}+a_{66})k_1+a_{22}}$, $a_2=\dfrac{\alpha_2^{(2)}-\alpha_1^{(2)}k_2}{a_{11}k_2^2-(2a_{12}+a_{66})k_2+a_{22}}$, $b_1=\dfrac{2\pi t_{c1}(\alpha_2^{(1)}-\alpha_1^{(1)}k_1)}{a_{22}}$, $b_2=\dfrac{2\pi t_{c2}(\alpha_2^{(2)}-\alpha_1^{(2)}k_2)}{a_{22}}$:

C_n, d_n - (n=1;2;3;4) որոշվում են՝ նկատի ունենալով եզրային պայմանները, հետևյալ հավասարումներից, երբ երկու շերտերի հաստությունները իրար հավասար են ($h_1=h_2$)՝

$$-C_1shm_1h+C_2chm_1h-C_3shm_2h+C_4chm_2h=-b_1\frac{\delta(\sigma)}{\sigma^2}$$

$$m_1C_1chm_1h-m_1C_2shm_1h+m_2C_3chm_2h-m_2C_4shm_2h=-\frac{a_1\phi_1(\sigma)}{\sigma^2ch\sigma\sqrt{k_1}h}$$

$$C_1+C_4-d_2-d_4=-\frac{a_1}{\sqrt{k_1}}\frac{\phi_1(\sigma)}{\sigma^3}th\sigma\sqrt{k_1}h-b_1\frac{\delta(\sigma)}{\sigma^2}-\frac{a_2}{\sqrt{k_2}}\frac{\phi_2(\sigma)}{\sigma^3}th\sigma\sqrt{k_2}h+b_2\frac{\delta(\sigma)}{\sigma^2}$$

$$C_1m_1+C_3m_2-d_1m_1-d_3m_2=-\frac{a_1}{a_2}\phi_1(\sigma)+\frac{a_2}{\sigma^2}\phi_2(\sigma)$$

$$m_1^2C_2+m_2^2C_4-m_1^2d_2-m_2^2d_4=\left(\frac{\alpha_1^{(2)}}{a_{11}}-\frac{\alpha_1^{(1)}}{a_{11}}\right)\cdot\left(\frac{\phi_1(\sigma)}{\sigma\sqrt{k_1}}th\sigma\sqrt{k_1}h+2\pi t_{c1}\delta(\sigma)\right)-a_1\sqrt{k_1}\frac{\phi_1(\sigma)}{\sigma}th\sigma\sqrt{k_1}h+a_2\sqrt{k_2}\frac{\phi_2(\sigma)}{\sigma}th\sigma\sqrt{k_2}h$$

$$m_1^3C_1+m_2^3C_3-m_1^3d_1-m_2^3d_3=\frac{\alpha_1^{(2)}}{a_{11}}\phi_2(\sigma)-\frac{\alpha_1^{(1)}}{a_{11}}\phi_1(\sigma)-a_1k_1^2\phi_1(\sigma)+a_2k_2^2\phi_2(\sigma)$$

$$(a_{11}m_1^2-a_{12}\sigma^2)(d_1shm_1h+d_2chm_1h)+(a_{11}m_2^2-a_{12}\sigma^2)(d_3shm_2h+d_4chm_2h)=2\pi t_{c2}\delta(\sigma)$$

$$m_1(a_{11}m_1^2-\sigma^2(a_{12}+a_{66}))(d_1chm_1h+d_2shm_1h)+m_2(a_{11}m_2^2-\sigma^2(a_{12}+a_{66}))(d_3chm_2h+d_4shm_2h)=-\alpha_1^{(2)}\frac{\phi_2(\sigma)}{ch\sigma h\sqrt{k_2}}$$

Որտեղից էլ y=0 հպման եզրի վրա լարումները կլինեն՝

$$\overline{\sigma}_y=\phi_1(\sigma)A(\sigma)th\sigma\sqrt{k_1}h+B(\sigma)\delta(\sigma)$$

$$\overline{\sigma}_{xy}=A_1(\sigma)\phi_1(\sigma):$$

Իսկ Ֆուրյեի հակադարձ ձևափոխությունից կունենանք՝

$$\sigma_y = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \bar{\sigma}_y e^{-i\sigma x} d\sigma$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \bar{\sigma}_{xy} e^{-i\sigma x} d\sigma :$$

ЛИТЕРАТУРА

1. ***Александров В. М., Коваленко Е. В.*** Задачи механики сплошных сред со смешанными граничными условиями, М., Наука, 1986, 335с.
2. ***Бейтман Г., Эрдейн А. и др.*** Таблицы интегральных преобразований. Преобразования фурье, Лапласа, Меллина. Том 1, 1969, Наука, 344с.
3. ***Коваленко А. Д.*** Термоупругость, Киев, Высшая школа, 1975, 215с.

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМАЦИОННОЕ СОСТОЯНИЕ ОРТОТРОПНОЙ ДВУХСЛОЙНОЙ ПОЛОСЫ

Н. А. Кутузян

В работе рассмотрено напряженное состояние ортотропной двухслойной полосы. Определены напряжения, когда составляющие полосы имеют разные тепловые свойства. Одна грань полосы жестко заделана, а другая свободна от нагрузок. По линии сечения двух слоев имеет место непрерывность напряжений и перемещения.

TENSE-DEFORMED STATE OF TWO-LAYER ORTHOTROPIC STRIP

N. A. Kutuzyan

This article examines the tense-deformed state of two-layer elastic strip made of orthotropic material. It determines the tensions when the strip is made of two layers with different thermal qualities. One of the edges of the layers is fixed; the other is free of any tension. There are conditions of continuous displacements and tensions along the contact line.