

THE SYNTHESIS OF 2-(3' MERCAPTODIAZRIDINIL-1)-4,6-DIAMORPHOLINE-1,3,5 - TRIAVINES AND SOME CHANGES

F. V. Avetisyan

The interaction between 2-hydrozine-4,6-diamorpholine-1,3,5 triazine and sulphuric carbon has been studied in the presence of basis or amin. In the result, instead of the corresponding ditiocarbozates the derivative of diazridinil substituted 1,3,5-triazinil has come out, which has been transformed into S-substituted derivatives in the presence of the basis and under the influence of alcilying agents.

О КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВАЛА И ТОРМОЗНЫХ КОЛОДОК С УЧЕТОМ ИЗНОСА И ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ ОТ ТРЕНИЯ

Н. А. КУТУЗЯН

*Кандидат физикоматематических наук, доцент,
проректор ГГУ*

Л. А. ШЕКЯН

Кандидат физикоматематических наук, доцент

Рассматривается плоская контактная задача теории упругости о прижатии равномерно вращающегося вокруг своей оси упругого цилиндра (вала) двумя одинаковыми и симметрично распределенными штампами, к которым прикреплен тонкий упругий слой, обладающий большим фрикционным свойством (тормозные колодки). Учитываются износ фрикционных слоев и тепловыделения от трения.

Методом комплексных потенциалов Колосова-Мусхелишвили [1,2], определены упругие перемещения граничных точек цилиндра, возникающие от действующих на его границе нормальных и касательных контактных напряжений. Радиальные упругие перемещения граничных точек слоев определены согласно модели Винклера [3,4]. Износ трущихся поверхностей фрикционных слоев учитывается согласно модели, предложенной в [5], а учет тепловыделения от трения проводится согласно модели [6].

Принимая кулоновское трение, задача сведена к нелинейному интегральному уравнению типа Гаммерштейна [7] относительно действующих в области трения нормальных контактных напряжений. Исследование этого уравнения проводится методом, разработанным в [8], на основании принципа сжимающих отображений в пространстве непрерывных функций, который дает возможность получить эффективное решение тригонометрических контактных задач теории упругости.

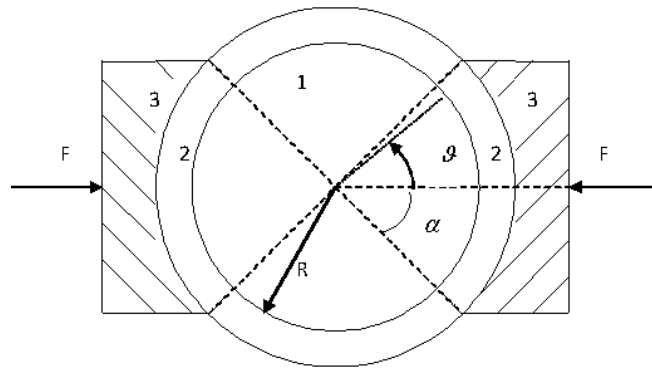
1. Постановка задачи и вывод основных уравнений.

Пусть равномерно вращающейся вокруг своей оси упругий цилиндр 1 с радиусом, модулем сдвига и коэффициентом Пуассона, вдавливается двумя одинаковыми и симметрично расположенными неподвижными штампами 3, имеющими дугообразные основания, которые подкреплены тонкими упругими фрикционными слоями 2 (фиг.1).

Требуется определить законы распределения действующих между цилиндром и слоями нормальных и касательных контактных напряжений, меру взаимного сближения штампов, а также величину вращающего момента пары сил цилиндра.

Пользуясь известным методом комплексных потенциалов Колосова-Мусхелишвили о представлении решения плоской задачи теории упругости [1], определим радиальные упругие перемещения граничных точек цилиндра, возникающих вследствие действия на граничной области нормальных и касательных контактных напряжений. Эти перемещения, согласно [2], выражаются формулой

$$u_E(\vartheta) = \frac{\chi+1}{4\pi\mu} R \int_L p(\varphi) \ln 2 \left| \sin \frac{\vartheta-\varphi}{2} \right| d\varphi + \frac{\chi-1}{8\mu} R \int_L \tau(\varphi) \operatorname{sgn}(\vartheta-\varphi) d\varphi - R \int_L p(\varphi) K^{(1)}(\vartheta-\varphi) d\varphi - \\ - R \int_L \tau(\varphi) K^{(2)}(\vartheta-\varphi) d\varphi + \frac{R}{2\pi\mu} \int_L p(\varphi) \cos(\vartheta-\varphi) d\varphi, \quad \vartheta \in [-\alpha, \beta], \quad (1)$$



Фиг. 1

где

$$K^{(1)}(z) = \frac{\chi+1}{4\pi\mu} K_{11}(z) + \frac{\chi-1}{8\pi\mu} K_{12}(z), \quad K_{11}(z) = 2 \sin^2 \frac{z}{2} \ln \left| 2 \sin \frac{z}{2} \right|, \\ K_{12}(z) = (\pi \operatorname{sgn} z - z) \sin z, \quad K^{(2)}(z) = \frac{\chi+1}{4\pi\mu} K_{21}(z) + \frac{\chi-1}{8\pi\mu} K_{22}(z) - \frac{\chi-1}{8\pi\mu} z, \quad (2) \\ K_{21}(z) = \sin z \ln \left| 2 \sin \frac{z}{2} \right|, \quad K_{22}(z) = -2(\pi \operatorname{sgn} z - z) \sin^2 \frac{z}{2}, \quad L = [-\alpha, \alpha] \cup [\pi - \alpha, \pi + \alpha].$$

Здесь $\chi = (3-4\nu)$ - при длинном цилиндре (плоская деформация) и $\chi = (3-\nu)/(1+\nu)$ - при тонком цилиндре (диск, обобщенно плоское напряженное состояние), $p(\vartheta)$ и $\tau(\vartheta)$ - соответственно нормальные и касательные контактные напряжения, 2α - угол захвата штампа (колодки).

По условиям задачи, функции $u_E(\vartheta)$, $p(\vartheta)$ и $\tau(\vartheta)$ - периодичные функции с периодом π .

Вследствие упругих деформаций слоев, их граничные точки, находящиеся в контактной области, получают некоторые упругие радиальные перемещения $u_{2r}^*(\vartheta)$. Будем считать, что эти перемещения в каждой точке контактной области, согласно обобщенной модели Винклера [3,4], пропорциональны действующему в данной точке нормаль-

ному контактному напряжению

$$u_{2r}^*(\vartheta) = \lambda p(\vartheta), \vartheta \in [-\alpha; \alpha] \cup [\pi - \alpha; \pi + \alpha], \quad (3)$$

где λ - коэффициент, зависящий от физических и геометрических параметров слоев $\lambda = (1 - 2\nu^*)h/2(1 - \nu^*)\mu^*$. (4)

Здесь μ^* и ν^* - соответственно модуль сдвига и коэффициент Пуассона материала слоев, h - толщина слоев.

В зоне трения, вследствие износа трущихся поверхностей, граничные точки фрикционных слоев, кроме упругих радиальных перемещений $u_{2r}^*(\vartheta)$, получают некоторые дополнительные радиальные перемещения $u_w(\vartheta)$. Скорость этих перемещений $\partial u_w / \partial t$, согласно экспериментальным данным [5], в каждой точке контактной области может быть выражено степенной функцией

$$\frac{\partial u_w}{\partial t} = \lambda_2 [p(\vartheta)]^m (\omega R)^n, \quad 1 \leq m < 3, \quad n \approx 1, \quad \vartheta \in [-\alpha; \alpha] \cup [\pi - \alpha; \pi + \alpha], \quad (5)$$

где λ_2 - коэффициент пропорциональности, t - время, ω - угловая скорость цилиндра. Следуя [6] считаем, что температурное приращение $(T - T_0)$, обусловленное нагревом от трения, в момент времени пропорционально средней мощности сил трения

$$T - T_0 = (1 - e^{-\eta}) \frac{\omega R k_1}{\alpha + \beta} \int_{-\alpha}^{\beta} \tau(\varphi) d\varphi, \quad (6)$$

где T_0 - начальная температура узла трения, η и k_1 - коэффициенты пропорциональности. Для определения перемещений u_{1r} и u_{2r} , которые получают вследствие нагрева находящихся в зоне трения граничных точек, соответственно, цилиндра и слоев, воспользуемся известным выражением для радиальных температурных напряжений и перемещений цилиндра [9]

$$\sigma_r = \frac{\alpha_T E}{1 - \nu} \frac{1}{r^2} \int_a^r (T - T_0) r dr + \frac{E}{1 + \nu} \left(\frac{C_1}{1 - 2\nu} - \frac{C_2}{r^2} \right), \quad u = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \alpha_T \frac{1}{r} \int_a^r (T - T_0) r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r}, \quad (7)$$

где α_T - коэффициент температурного расширения, C_1 и C_2 - постоянные, которые определяются из граничных условий, притом нижний предел интегрирования a может быть выбран произвольно. В частности, для сплошного цилиндра 1 (фиг.1), принимая $(u_1)_{r=0} = 0$ $(\sigma_r)_{r=R} = 0$ и считая $a = 0$, $T - T_0 = \text{const}$, из (7) получим

$$u_{1r} = (u_1)_{r=R} = (1 + \nu) R \alpha_{1r} (T - T_0). \quad (8)$$

Из формул (7), считая $a = R$ и принимая $(\sigma_r)_{r=R} = 0$, получим перемещения u_{2r} граничных точек слоев 2 (фиг.1)

$$u_{2r} = (u_2)_{r=R} = \frac{(1 + \nu^*) R h (2R + h)}{R^2 + (1 - 2\nu^*) (R + h)^2} \alpha_{2r} (T - T_0). \quad (9)$$

При решении задачи воспользуемся также условиями равновесия цилиндра и штамп-пов:

$$R \int_{-\alpha}^{\alpha} [p(\varphi) \cos \varphi - \tau(\varphi) \sin \varphi] d\varphi = F, \quad 2R^2 \int_{-\alpha}^{\alpha} \tau(\varphi) d\varphi = M, \quad (10)$$

где F и M - соответственно, внешняя сжимающая сила и вращающий момент, отнесенных на единицу длины цилиндра.

Далее предполагается, что нормальные $p(\vartheta)$ и касательные $\tau(\vartheta)$ контактные напря-

жения связаны между собой кулоновским законом трения

$$\tau(\vartheta) = f \cdot p(\vartheta) \quad , \quad \vartheta \in [-\alpha; \alpha] \cup [\pi - \alpha; \pi + \alpha] \quad , \quad (11)$$

где f - коэффициент трения между цилиндром и фрикционным слоями.

Условие контакта задачи будет

$$(-u_E + u_{2r}^* + u_W - u_{1T} - u_{2T}) / \cos \vartheta = \delta \quad , \quad \vartheta \in [-\alpha; \alpha] \quad , \quad (12)$$

где 2δ - мера взаимного сближения штампов.

Теперь, введя безразмерные величины

$$\delta_0 = \delta / R \quad , \quad p_0(\vartheta) = \lambda p(\vartheta) / R \quad , \quad (-\alpha \leq \vartheta \leq \alpha) \quad (13)$$

и на основании (1), (3), (5), (6), (8), (9) и (11) функции $u_E(\vartheta)$, $u_{2r}^*(\vartheta)$, $u_W(\vartheta)$, u_{1T} и u_{2T} выразив через δ_0 и $p_0(\vartheta)$, из условия (13) получим относительно $p_0(\vartheta)$ следующее нелинейное интегральное уравнение

$$p_0(\vartheta) = A_1[p_0(\vartheta), \delta_0, \vartheta] \quad , \quad (-\alpha \leq \vartheta \leq \alpha) \quad , \quad (14)$$

где

$$A_1[p_0(\vartheta), \delta_0, \vartheta] = [u_E(\vartheta) + u_{1T} + u_{2T} - u_W(\vartheta)] / R + \delta_0 \cos \vartheta \quad (15)$$

Условия равновесия (10), на основании (11) и (13) принимают, соответственно, вид

$$F_0 = \int_{-\alpha}^{\alpha} (\cos \varphi - f \sin \varphi) p_0(\varphi) d\varphi \quad , \quad (16)$$

$$M_0 = 2 \int_{-\alpha}^{\alpha} p_0(\varphi) d\varphi \quad , \quad (17)$$

где F_0 и M_0 - безразмерные величины, характеризующие сжимающую силу и вращающий момент, соответственно

$$F_0 = \lambda \cdot F / R^2 \quad , \quad M_0 = \lambda \cdot M / (R^3 \cdot f) \quad . \quad (18)$$

Таким образом, решение задачи сведено к определению $p_0(\vartheta)$, δ_0 и M_0 из нелинейного интегрального уравнения (15) и из условий (16), (17).

2. Исследование системы уравнений (15)-(17).

Прежде чем получить решение системы нелинейных уравнений (15)-(17) заметим, что неизвестный вращающий момент M_0 входит только в соотношении (17). Следовательно, сначала можно рассматривать (15) и (16) как отдельную систему относительно $p_0(\vartheta)$ и δ_0 , затем, используя ее решение, из (17) определить M_0 .

Нелинейное интегральное уравнение (15) при условии (16) будем решать методом последовательных приближений, а исследование его сходимости будем проводить способом, приведенный в [8], основанный на принципе сжимающих отображений в пространстве непрерывных функций.

Сначала, для удобства, временно считаем, что вместо заданной величины действующих на штампы внешних сжимающих сил, задана величина жесткого перемещения штампов, но при этом величина неизвестная. Тогда (15) и (16) можно рассматривать как относительно $p_0(\vartheta)$ и F_0 систему нелинейных уравнений, в которых безразмерному жесткому перемещению δ_0 присвоено некоторое положительное допустимое число.

Как показывают проведенное ниже исследование, система (15)-(16), представляющая относительно $p_0(\vartheta)$ нелинейное интегральное уравнение (15) с дополнительным условием (16), имеет наиболее удобный вид для определения $p_0(\vartheta)$ и F_0 методом последовательных приближений.

Действительно, систему уравнений (15)-(16) представим в операторном виде $Z=A(Z)$, где Z -вектор с компонентами $\{p_0(\vartheta), F_0\}$, а $A(Z)$ – нелинейный оператор, который определяется выражениями правых частей уравнений (15) и (16).

Пусть, далее, D - некоторое множество, каждый элемент которого $Z \in D$ является совокупностью $\{x(\vartheta); y\}$ произвольных непрерывных на отрезке $-\alpha \leq \vartheta \leq \alpha$ функций $x(\vartheta)$ и числа y , а $Z_i = \{x_i(\vartheta); y_i\}$ - два произвольных элемента из D . Тогда, введя в D метрику вида

$$\rho(Z_1, Z_2) = \max_{-\alpha \leq \vartheta \leq \alpha} |x_1(\vartheta) - x_2(\vartheta)| + |y_1 - y_2|, \quad (19)$$

множество D становится полным метрическим пространством. Пусть, теперь, $S[O, r]$ замкнутый шар в D , с центром $O = \{0; 0\}$ и с некоторым радиусом $r > 0$. Рассмотрим в $S[O, r]$ оператор $W = A(Z)$, задаваемый формулами

$$u(\vartheta) = A_1[x(\vartheta), \delta_0, \vartheta], \quad \xi = \int_{-\alpha}^{\alpha} (\cos \varphi - f_1 \sin \varphi) p_0(\varphi) d\varphi, \quad (W = \{u(\vartheta); \xi\}) \quad (20)$$

Нетрудно убедиться, что при $Z \in S[O, r]$, выполняется неравенство $\rho(Z, O) \leq \gamma$, где

$$\gamma = \max_{-\alpha \leq \vartheta \leq \alpha} |A_1[x(\vartheta), \delta_0, \vartheta]| + |y|. \quad (21)$$

Следовательно, если $\gamma \leq r$, то оператор $A(Z)$ отображает замкнутый шар $S[O, r]$ в себе. Далее, на основании (1), (2), (5), (6), (12) и (13), аналогично [8] увидимся, что для двух произвольных элементов Z_1 и Z_2 из $S[O, r]$, имеет место неравенство

$$\rho[A(Z_1), A(Z_2)] \leq \varepsilon \cdot \rho(Z_1, Z_2), \quad (22)$$

где ε - некоторое положительное число, зависящий от физических и геометрических параметров задачи. Из формулы (22) следует, что если характерные параметры задачи и принятый r такие, что $\gamma \leq r$ и $0 < \varepsilon < 1$, то оператор $W = A(Z)$ в замкнутом шаре $S[O, r]$ имеет неподвижную точку Z^* , т.е. существует такой элемент $Z^* \in S[O, r]$, для которого $Z^* = A(Z^*)$. При этом, элемент Z^* , являющийся решением уравнения $Z=A(Z)$ в замкнутом шаре $S[O, r]$ единственный, к которому стремится по метрике (19) последовательность элементов $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$, полученной исходя из любого начального элемента $Z^* \in S[O, r]$ итерационными формулами

$$Z_n = A(Z_{n-1}), \quad (n=1, 2, 3 \dots). \quad (23)$$

Теперь, принимая $Z_0 = \{0; 0\}$ в качестве нулевого приближения и учитывая (21) и (24), получим решение системы уравнений (15) и (16) в первом приближении

$$p_0^{(1)}(\vartheta) = A_1[0, \delta_0, \vartheta], \quad F_0^{(1)} = 0, \quad (-\alpha \leq \vartheta \leq \alpha). \quad (24)$$

Во втором приближении, согласно (23) и (24), будем иметь

$$p_0^{(2)}(\vartheta) = A_1[p_0^{(1)}(\vartheta), \delta_0, \vartheta], \quad F_0^{(2)} = \int_{-\alpha}^{\alpha} (\cos \varphi - f_1 \sin \varphi) p_0^{(1)}(\varphi) d\varphi, \quad (-\alpha \leq \vartheta \leq \alpha). \quad (25)$$

Наконец, отметим, что полученное таким образом значение F_0 по заданному значению δ_0 устанавливается зависимостью между F_0 и δ_0 , которой можно трактовать как зависимость δ_0 от F_0 .

ЛИТЕРАТУРА

1. **Мусхелишвили Н. И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука. 1966. 707с.
2. **Мхитарян С. М., Торосян Ф. С.** О контактном взаимодействии кругового диска и бесконечной пластины с круговым отверстием, подкрепленным тонким кольцевым покрытием // Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1978. Т.31, N 5, с.3-19.
3. **Александров В. М., Мхитарян С. М.** Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. М.: Наука, 1983. 488с.
4. **Агаловян Л. А.** Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М.: Наука, физматлит. 1997. 414 с..
5. Трение, изнашивание и смазка. Справочник. Кн. 1. М.: Наука, 1978. 400с.
6. **Богатин О. Б., Коров В. А., Тихонов А. Г.** Проблемы моделирования нестационарного термоконтактного взаимодействия в трибосистемах // Трение и износ.1992. Т.13. N 1. С. 172 - 184.
7. **Трикоми Ф.** Интегральные уравнения. М.: ИЛ, 1960. 300 с.
8. **Мхитарян С. М., Шекия Л. А.** Плоская контактная задача для двух шероховатых твердых тел, изготовленных из степенно упрочняющихся материалов // Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1977, Т.30, N 3, с.15-32.
9. **Тимошенко С. П., Гудьер Дж.** Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.

ԼԻՍԵՆՑԻ ԵՎ ԱՐԳԵԼԱԿԱՅԻՆ ԿՈՃՂԱԿՆԵՐԻ ՀՊԱԿԱՅԻՆ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՄԱՇՄԱՆ ԵՎ ՇՓՈՒՄԻՑ ԶԵՐՄԱՆՁԱՏՄԱՆ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

Ն. Ա. Կուտուզյան
Լ. Ա. Շեկյան

Դիտարկված է առաձգականության տեսության հարթ հպակային մի խնդիր՝ իր առանցքի շուրջը հավասարաչափ պտտվող գլանին (լիսեն) երկու միատեսակ և համաչափ դասավորված կոճղերով սեղմման վերաբերյալ, երբ այդ կոճղերին ամրացված են առաձգական բարակ շերտեր (արգելակային կոճղակներ): Հաշվի են առնված մաշումը և շփումից անջատված ջերմությունը: Կոմպլեքս պոտենցիալների մեթոդով որոշված են գլանի մակերևութային կետերի առաձգական շառավղային տեղափոխությունները, որոնք առաջանում են նրա եզրին կիրառված նորմալ և շոշափող հպակային լարումներից, իսկ շերտերի առաձգական շառավղային տեղափոխությունները որոշված են՝ համաձայն Վինկլերի մոդելի: Շփվող մակերևութների մաշման և շփումից ջերմանքատման հաշվառմանը կատարված է փորձնական ճանապարհով՝ ստացված մոդելների համաձայն: Ընդունելով կոլլոնյան շփում՝ խնդիրը հանգեցվում է շփման տեղամասում գործող նորմալ հպակային լարման նկատմամբ համեմատելի տիպի ոչ գծային ինտեգրալ հավասարման: Այդ հավասարման հետազոտությունը կատարված է սեղմող արտապատկերումների սկզբունքի հիման վրա՝ անընդհատ ֆունկցիաների տարածության մեջ: Ստացված է խնդրի մոտավոր վերլուծական լուծումը:

CONTACT INTERACTION BETWEEN SHAFT AND BRAKE PADS, INCLUDING WEAR AND HEAT FROM FRICTION

N. A. Kutuzyan
L. A. Shekyan

A plane contact problem of pressing a uniformly rotating around its axis of an elastic cylinder (shaft) with two identical and symmetrically distributed stamps, which is attached a thin elastic layer, which has a large frictional property (brake pads). Take into account the wear and heat from friction. The method of

**ՕՐԹՈՏՐՈՊ ԲԱՂԱԴՐՅԱԼ ՇԵՐՏԻ
ԼԱՐՎԱԾԱԴԵՖՈՐՄԱՑԻՈՆ ԿԻՃԱԿԸ**