

ՈՒՌՈՒՑԻԿ ԿԱՄ ԳՈԳԱՎՈՐ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՆԿԱՏՄԱՍԲ ԻՆՏԵԳՐԱԼԻ ԿԻՐԱՌՄԱՍԲ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՊԱՑՈՒՑՈՒՄ

Ա. Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

ՀՀ ԳԱԱ տնտեսագիտության ֆակուլտետի «Ֆինանսաներ» բաժնի մագիստրոս
Է. Մ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

ՀՀ ԳԱԱ տնտեսագիտության ֆակուլտետի «Ֆինանսաներ» բաժնի մագիստրոս
Ն. Զ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

Երևանի Ս. Լիսիցյանի անվան թիվ 34 հիմնական դպրոցի մաթեմատիկայի ուսուցիչ
Ի. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ

Գյումրիի «Բալատոն» վարժարանի մաթեմատիկայի ուսուցիչ

Շատ խնդիրների լուծման ժամանակ օգտակար է իմանալ հետևյալ պնդումները: Դիցուք $f(x)$ ֆունկցիան կրկնակի ածանցելի է $[a, b]$ հատվածում:

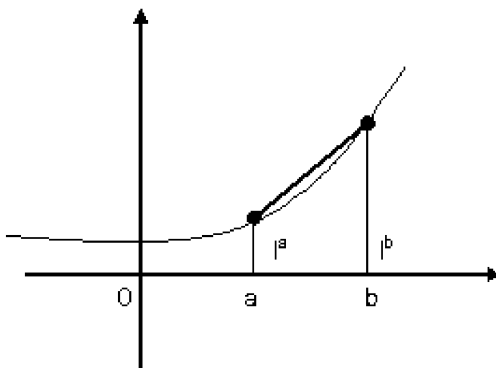
Եթե $f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը ուռուցիկությամբ ուղղված է դեպի ներքև, ապա նրա գրաֆիկը գտնվում է գրաֆիկի յուրաքանչյուր կետում տարված շոշափողից վերև և ցանկացած լարից ներքև, իսկ եթե $f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը ուռուցիկությամբ ուղղված է դեպի վերև, ապա նրա գրաֆիկը գտնվում է գրաֆիկի յուրաքանչյուր կետում տարված շոշափողից ներքև և ցանկացած լարից վերև:

Թեորեմ 1: Դիցուք $f(x)$ ֆունկցիան (a, b) ինտերվալում ունի երկրորդ կարգի ածանցյալ (տես գծագիր 1):

1. Եթե f'' ցանկացած x , ապա $f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը (a, b) -ում ուղղված է դեպի ներքև (ֆունկցիան ուռուցիկ է) (տես գծագիր 2):

2. Եթե f'' ցանկացած x (a, b) , ապա $f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը (a, b) -ում ուղղված է դեպի վերև (ֆունկցիան գոգավոր է) (տես գծագիր 3):

$y = \ln x$ ֆունկցիան գոգավոր է իր գոյության տիրույթում, քանի որ $y'' = -$ ֆունկցիան դրական է ամբողջ թվային ուղղի վրա և նրա երկրորդ կարգի ածանցյալը՝ $(y')' =$ նույնպես դրական է: Դրա համար -ը ուռուցիկ ֆունկցիա է: $y = \sin x$ ֆունկցիայի համար 2-րդ կարգի ածանցյալը $y'' = -\sin x < 0$, երբ $x \in (0, \pi)$ միջակայքում գոգավոր է, իսկ միջակայքում ուռուցիկ:



Գծագիր 1. $f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը՝ ուռուցիկությամբ ուղղված ներքև:

Օրինակ 1:

Ապացուցել, որ

$$(b-a) \frac{e^2 + e^b}{2} \geq \int_a^b e^x dx =$$

Նման արդյունք կստացվի նաև ընդհանուր դեպքում: Եթե f ֆունկցիան (a,b) -ում անընդհատ է, դրական և ուռուցիկ՝

$$(b-a) \frac{f(b)+f(a)}{2} > \int_a^b f(x) dx \quad (1)$$

Իսկ եթե անընդհատ դրական f ֆունկցիան գոգավոր է, ապա

$$(b-a) \frac{f(b)+f(a)}{2} < \int_a^b f(x) dx \quad (2)$$

Օրինակ 2:

Ապացուցել, որ $0 - \pi$ համար տեղի ունի $\frac{1+\cos x}{2}$ անհավասարումը:

Լուծում:

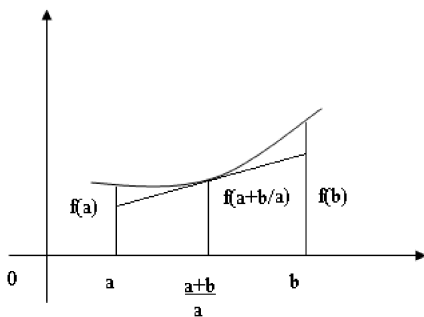
$\cos x$ ֆունկցիան, $x \in [0, \pi]$ անընդհատ է, դրական, գոգավոր: Այդ պատճառով նրա համար տեղի ունի (2) անհավասարությունը, որտեղ $a = 0$, $b = \pi$,

$$\pi \frac{\cos 0 + \cos \pi}{2} < \int_0^\pi \cos x dx:$$

Եթե f ֆունկցիայի գրաֆիկը ուռուցիկ է $[a,b]$ միջակայքում, ապա այն բարձր է ցանկացած շոշափողից: Մասնավորապես՝ այն շոշափողից, որը տարված է կորի արագիսը ունեցող կետից:

Եթե ուռուցիկ ֆունկցիայի համար շոշափողը հատում է արագիսների առանցքը $[a,b]$ հատվածից դուրս, ապա այն կորագիծ սեղանից հատում է ուղղանկյուն սեղան, որի միջին գիծն է $f(\cdot)$ -ը, իսկ բարձրությունը՝ $(b-a)$ -ն: Այդ պատճառով

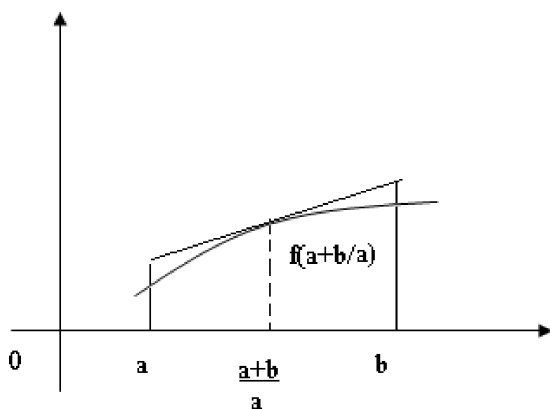
$$f(\cdot)(b-a) > \int_a^b f(x) dx \quad (3)$$



Գծազիր 2. $f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը, երբ f :

Եթե ֆունկցիան գոգավոր է, ապա կունենանք՝

$$f(\cdot)(b-a) > \int_a^b f(x) dx : \quad (4)$$



Գծագիր 3: $f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը, երբ f :

(3) և (4) անհավասարությունները մնում են ճիշտ մաս այն դեպքերում, երբ շոշափողը արսցիսների առանցքը հատում է a կամ b կետերում:

Օրինակ 3: $n=0$

Ապացուցել, որ եթե 0 ապա տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը՝

$$\ln \frac{a}{b} :$$

Լուծում:

ո իրենցից ներկայացնում է կորագիծ սեղանի մակերես, սահմանափակված $x=a$, $x=b$, $y=0$, $y=$ գծերով: $\int_a^b \frac{dx}{x} y =$ կորի շոշափողը (e) կետում կտրում է կորագիծ սեղանից ուղղանկյուն սեղան, որի բարձրությունն է $b-a$ -ն: Այդ սեղանի մակերեսը հավասար է՝ $\frac{2}{a+b}$ ($\because$ Այժմ ապացուցենք հետևյալ անհավասարությունը՝ $2 \frac{b-a}{a+b}$:

Անհավասարությունը գրենք հետևյալ տեսքով.

$$\ln \frac{b}{a}$$

Վերջին անհավասարության աջ և ձախ մասերը իրենցից ներկայացնում են ֆունկցիա կախված -ից:

Նշանակելով $x=$, կստանանք

$$\ln x$$

(6)

Ապացուցել, որ (6)-ը տեղի ունի, երբ $x \geq 1$: Գտնենք (6) անհավասարության երկու մասերի ածանցյալները: Համապատասխանաբար կունենանք

$$(\ln x)' = (2)' = , \text{ երբ } x > 0 \frac{1}{x} : \text{ Իրոք, } \frac{1}{x} = \frac{(x+)}{x(x+)} :$$

Հաշվի առնելով ինտեգրալի մոնոտոնության հատկությունը և հետևյալ թեորեմը՝

Թեորեմ 2: Ենթադրենք f և g ֆունկցիաները անընդհատ են $[a,b]$ հատվածում և բոլոր $x[a,b]$ համար $f(x) \geq g(x)$: Այդ դեպքում ցանկացած $x[a,b]$ $\int_a^x (t)dt \geq \int_a^x :$

Հետևաբար և ֆունկցիաների համար, երբ x կստանանք՝ $\int_1^x \frac{dt}{t} \geq :$ Քանի որ $\int_1^x \frac{dt}{t} = \ln x, = \frac{4}{t+1} / \frac{4}{t} = -\frac{4}{x+1} + 2$, ապա $\ln x, x.$ այստեղից $x=, b \geq$ դեպքում հետևում է $\frac{a}{b} \ln :$

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. **Фихтенгольц Г. М.** «Курс дифференциального и интегрального исчисления», 1 том, стр. [140-180], 1962г.
2. **Фихтенгольц Г. М.** «Курс дифференциального и интегрального исчисления», 2 том, стр. [17-19], 1970г.
3. **Вавилов В. В., Мельников И. И., Олехник С. Н., Пасиченко П. И.** «Задачи по математике», стр. [179-181], 1990г.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО УРАВНЕНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ИНТЕГРАЛА ПО ОТНОШЕНИЮ К ВЫПУКЛЫМ И ВГНУТЫМ ФУНКЦИЯМ

**А. А. КАРАПЕТЯН
Е. М. ГЕВОРГЯН
Н. З. СААКЯН
И. МАНУКЯН**

Работа посвящена доказательству уравнений с применением определенного интеграла, в частности по отношению выпуклых и вогнутых функций. В работе большое значение придается применению интервальных счислений и дается новый прием доказательства уравнений.

ARGUMENTATION OF INEQUALITIES BY USE OF INTEGRAL WITH RESPECT TO GROOVED OR CONVEX FUNCTIONS

**A. A. KARAPETYAN
E. M. GEVORGYAN
N. Z. SAHAKYAN
I. MANUKYAN**

The work is dedicated to argumentation of inequalities by use of definite integral, especially with respect to grooved or convex functions. It is very important the use of account of integral and it is given a new method for proving inequalities.