

1.	ՖԻԶԻԿԱՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԵՎ ՔԻՄԻԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ PHYSICS, MATHEMATICS AND CHEMISTRY ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ
----	---

**КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ МЕЖДУ
УПРУГИМИ ТОНКИМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ
ОБОЛОЧКАМИ И УПРУГИМ ПРОСТРАНСТВОМ
С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТЬЮ ПРИ
АНТИПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ**

Н. А. КУТУЗЯН

*Кандидат физикоматематических наук, доцент,
проректор Гаварского государственного университета*

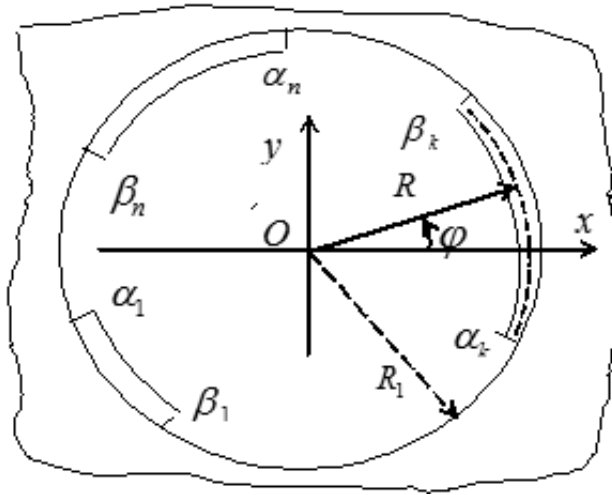
Լ. Ա. ՍԵԿՅԱՆ

*Кандидат физикоматематических наук, доцент,
лектор Гаварского государственного университета*

Многочисленные результаты по исследованию плоских задач контактного взаимодействия между деформируемыми цилиндрическими телами или между цилиндрическими стрингерами приведены в [1-3], и др. работах.

1. Постановка задачи и вывод системы разрешающих интегральных уравнений

В постановке линейной теории упругости рассмотрим задачу о контактном взаимодействии тонких цилиндрических оболочек-стренгеров (фиг.1) и упругого пространства с цилиндрической полостью, находящихся в условиях антиплоской деформации. Предполагается, что оболочки имеют одинаковые модуль упругости G , толщину $2h$ и радиус срединной поверхности R , причем радиусы внешних поверхностей оболочек – $(R+h)$ и полости пространства R_1 равны.



Фиг. 1

На внутренних поверхностях оболочек $r = R - h$, в направлении их оси Oz, приложены касательные нагрузки $f_-(\varphi)$, а внешние поверхности оболочек $r = R + h$ полностью скреплены с поверхностью полости пространства и при этом область контакта между этими телами состоит из n участков, которые в цилиндрической системе координат Oxyz расположены на поверхности

$$r = R_1, \quad \varphi \in L = \bigcup_{k=1}^n [\alpha_k, \beta_k] \subset (-\pi, \pi), \quad (-\infty < z < \infty).$$

Требуется определить законы распределения контактных касательных напряжений $f_+(\varphi)$, возникающих между оболочками-стрингеров и упругим пространством с цилиндрической полостью.

Выведем определяющие уравнения круглой тонкой замкнутой цилиндрической оболочки-стрингера бесконечной длины, подверженной продольному сдвигу в направлении своей оси Oz (перпендикулярно плоскости фиг.1). С этой целью будем исходить из точного двумерного уравнения при антиплоской деформации бесконечного упругого цилиндрического тела, ограниченного двумя соосными цилиндрическими поверхностями.

В цилиндрической системе координат Oxyz компоненты перемещения $U_r = U_\varphi = 0$, а U_z зависит от r и φ и в области поперечного сечения цилиндра удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_z}{\partial \varphi^2} = 0, \quad (R - h < r < R + h, \quad -\pi < \varphi < \pi), \quad (1)$$

при граничных условиях

$$\tau_{rz} \Big|_{r=R \pm h} = G \frac{\partial U_z}{\partial r} \Big|_{r=R \pm h} = f_{\pm}(\varphi), \quad (-\pi < \varphi < \pi). \quad (2)$$

Здесь G – модуль сдвига материала цилиндра, $2h$ – толщина полого цилиндра, R – радиус срединной поверхности цилиндра, $f_+(\varphi)$ и $f_-(\varphi)$ – законы распределения касательных нагрузок, соответственно, на внешних и внутренних поверхностях цилиндра.

Решение краевой задачи (1)-(2) представляем в виде комплексного ряда Фурье

(3)

где $U_k(r)$ неизвестные функции, $U_z(r, \varphi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U_k(r) e^{ik\varphi}$ — рассмотрение безразмерный параметр $\delta = h/R \ll 1$ и на основании (3) решение краевой задачи разложив в ряд по малому параметру δ , ограничиваясь членами порядка d , получим [4]

$$\frac{\partial^2 U_z(R \pm h, \varphi)}{\partial^2} = \frac{R(1+\delta)}{2G\delta} [f_+(\varphi) - \omega f_-(\varphi)], \quad \omega = (1-\delta)/(1+\delta). \quad (4)$$

Теперь рассмотрим упругое пространство с цилиндрической полостью радиуса $R_1 = (R+h)$ под действием касательных нагрузок, приложенных на поверхности полости в направлении их образующих. Тогда на $f_+(\varphi)$ решения $U_{1z}(R_1, \varphi)$ граничных точек этого полого пространства будут выражаться формулой [4]

$$U_{1z}(R_1, \varphi) = -\frac{R_1}{\pi G_1} \int_{-\pi}^{\pi} f_+(\theta) \ln \left| \frac{1}{2 \sin \frac{\theta - \varphi}{2}} \right| d\theta + \text{const}, \quad (-\pi < \varphi \leq \pi) \quad (5)$$

где

Далее, из условий контакта получим относительно $f_+(\varphi)$ систему n сингулярных интегралов $U_z(R+h, \varphi) = U_{1z}(R_1, \varphi), (\varphi \in L)$

$$\frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{\pi} \text{ctg} \frac{\theta - \varphi}{2} f_+(\theta) d\theta = \frac{G_1}{2G} \int_{\pi}^{\pi} \text{sgn}(\theta - \varphi) [f_+(\theta) - \omega f_-(\theta)] d\theta, (\varphi \in L) \quad (6)$$

или после отделения сингулярных и регулярных частей можем записать

$$\frac{1}{\pi} \int_{\alpha_k}^{\beta_k} \text{ctg} \frac{\theta - \varphi}{2} f_+(\theta) d\theta = \frac{G_1}{G} \int_{\alpha_k}^{\varphi} [f_+(\theta) - \omega f_-(\theta)] d\theta - \quad (7)$$

где при суммировании $\sum_{m=1}^n \int_{\alpha_m}^{\beta_m} \text{ctg} \frac{\theta - \varphi}{2} f_+(\theta) d\theta, (\varphi \in [\alpha_k, \beta_k]), k = 1, 2, \dots, n$, в левую часть системы (7) интегралы следует понимать в смысле главного значения по Коши, а в правой части этой системы фигурируют лишь обыкновенные регулярные интегралы. Решение системы интегральных уравнений (7) построим методом математического аппарата ортогональных многочленов Чебышева, основанном на нескольких интегральных соотношениях для ядра Гильберта [1]. С этой целью, введя обозначения

$$\delta_k = \frac{\alpha_k + \beta_k}{2}, \gamma_k = \frac{\beta_k - \alpha_k}{2} > 0, \quad \xi = \varphi - \delta_k, \varepsilon_{mk} = \frac{\delta_m - \delta_k}{2}, \quad (8)$$

$$f_+^{(k)}(\xi) = f_+(\xi + \delta_k), \quad f_-^{(k)}(\xi) = f_-(\xi + \delta_k), \quad (m, k = 1, 2, \dots, n),$$

систему (5) приведем к удобному для решения виду

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\gamma_k}^{\gamma_k} \text{ctg} \frac{\eta - \xi}{2} f_+^{(k)}(\eta) d\eta = \frac{G_1}{G} \int_{-\gamma_k}^{\xi} [f_+^{(k)}(\eta) - \omega f_-^{(k)}(\eta)] d\eta - \quad (9)$$

$$- \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^n \int_{-\gamma_m}^{\gamma_m} \text{ctg} \left(\frac{\eta - \xi}{2} + \varepsilon_{mk} \right) f_+^{(m)}(\eta) d\eta, \quad (-\gamma_k < \xi < \gamma_k, \quad k = 1, 2, \dots, n).$$

2. Решение

Теперь, решение системы (9) представим бесконечным рядом по многочленам Чебышева первого рода $T_m(x)$

$$f_+^{(k)}(\xi) = \frac{\sec \frac{\xi}{2}}{\sqrt{2(\cos \xi - \cos \gamma_k)}} \sum_{m=0}^{\infty} X_m^{(k)} T_m \left(\frac{tg \frac{\xi}{2}}{tg \frac{\gamma_k}{2}} \right), \quad (-\gamma_k < \xi < \gamma_k, k=1,2,\dots,n). \quad (10)$$

Далее

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} ctg \frac{\theta - \varphi}{2} \frac{T_m \left(\frac{tg \frac{\theta}{2}}{tg \frac{\alpha}{2}} \right) \sec \frac{\theta}{2}}{\sqrt{2(\cos \theta - \cos \alpha)}} d\theta = \begin{cases} \sec \frac{\alpha}{2} tg \frac{\varphi}{2}, & m=0, \\ -\alpha < \xi < \alpha \\ \frac{\sec^2 \frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} U_{m-1} \left(\frac{tg \frac{\varphi}{2}}{tg \frac{\alpha}{2}} \right), & m=1,2,\dots \end{cases} \quad (11)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} ctg \frac{\theta - \varphi}{2} T_m \left(\frac{tg \frac{\theta}{2}}{tg \frac{\alpha}{2}} \right) \frac{\sec \frac{\theta}{2} d\theta}{\sqrt{2(\cos \theta - \cos \alpha)}} = \frac{-\operatorname{sgn} \varphi}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\varphi}{2}} \left[\left(\frac{tg \frac{\varphi}{2}}{tg \frac{\alpha}{2}} \right)^2 - 1 \right]^{-1/2} \times$$

$$\left[\frac{tg \frac{\varphi}{2}}{tg \frac{\alpha}{2}} - \operatorname{sgn} \varphi \sqrt{\left(\frac{tg \frac{\varphi}{2}}{tg \frac{\alpha}{2}} \right)^2 - 1} \right]^m, \quad \alpha < |\varphi| < \pi, \quad m=0,1,2,\dots \quad (12)$$

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} T_m \left(\frac{tg \frac{\theta}{2}}{tg \frac{\alpha}{2}} \right) \frac{\sec \frac{\theta}{2} d\theta}{\sqrt{2(\cos \theta - \cos \alpha)}} = \begin{cases} \sec \frac{\alpha}{2} \left[\pi - \arccos \frac{tg \frac{\varphi}{2}}{tg \frac{\alpha}{2}} \right], & m=0, \\ -\frac{\sqrt{2(\cos \varphi - \cos \alpha)}}{m \sin \alpha \cdot \cos \frac{\varphi}{2}} U_{m-1} \left(\frac{tg \frac{\varphi}{2}}{tg \frac{\alpha}{2}} \right), & m=1,2,\dots \end{cases} \quad (13)$$

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} U_{m-1} \left(\frac{tg \frac{\theta}{2}}{tg \frac{\alpha}{2}} \right) U_{k-1} \left(\frac{tg \frac{\theta}{2}}{tg \frac{\alpha}{2}} \right) \sin^3 \frac{\theta}{2} \sqrt{2(\cos \theta - \cos \alpha)} d\theta = \begin{cases} 0, & m \neq k \\ 2\pi \cos \frac{\alpha}{2} tg^2 \frac{\alpha}{2}, & m=k=1,2,\dots \end{cases} \quad (14)$$

Подставив из (10) в (9), умножив полученное уравнение на

$$f_+^{(k)}(\xi)$$

$$\frac{1}{2\pi} ctg \frac{\gamma_k}{2} \sec \frac{\xi}{2} \sqrt{2(\cos \xi - \cos \gamma_k)} U_{l-1} \left(\frac{tg \frac{\xi}{2}}{tg \frac{\gamma_k}{2}} \right)$$

и интегрируя по x в пределах $[-\gamma_k, \gamma_k]$, с учетом (11)-(14) получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно $X_l^{(k)}$

$$X_l^{(k)} = \sum_{p=0}^{\infty} A_{lp} X_p^{(k)} + \sum_{m=0}^{n'} \sum_{p=0}^{\infty} B_{lp} X_p^{(m)} + F_l^{(k)}, \quad (k=1,2,\dots,n, l=1,2,\dots). \quad (15)$$

Здесь

$$A_{l0} = \frac{G_1}{2\pi G} \cos ec \frac{\gamma_k}{2} \int_{\gamma_k}^{\gamma_k} \left[\pi - \arccos \frac{tg \frac{\xi}{2}}{tg \frac{\gamma_k}{2}} \right] \sec \frac{\xi}{2} \sqrt{2(\cos \xi - \cos \gamma_k)} U_{l-1} \left(\frac{tg \frac{\xi}{2}}{tg \frac{\gamma_k}{2}} \right) d\xi, \quad (l=1,2,\dots), \quad (16)$$

$$A_{lp} = \frac{G_1}{2\pi G p \sin^2 \frac{\gamma_k}{2}} \int_{\gamma_k}^{\gamma_k} \sec^2 \frac{\xi}{2} U_{l-1} \left(\frac{tg \frac{\xi}{2}}{tg \frac{\gamma_k}{2}} \right) U_{p-1} \left(\frac{tg \frac{\xi}{2}}{tg \frac{\gamma_k}{2}} \right) (\cos \xi - \cos \gamma_k) d\xi, \quad (17)$$

($k = 1, 2, \dots, n$ $p = 1, 2, \dots$),

$$B_{lp} = \frac{1}{2\pi} \cos \frac{\gamma_k}{2} \cdot \cos ec^2 \frac{\gamma_k}{2} \times$$

$$\times \int_{\gamma_k}^{\gamma_k} \frac{\operatorname{sgn}(\xi - 2\varepsilon_{mk})}{\cos^2 \left(\frac{\xi}{2} - \varepsilon_{mk} \right) \cos \frac{\xi}{2}} \sqrt{2(\cos \xi - \cos \gamma_k)} U_{l-1} \left(\frac{tg \frac{\xi}{2}}{tg \frac{\gamma_k}{2}} \right) U_{p-1} \left(\frac{tg \frac{\xi}{2}}{tg \frac{\gamma_k}{2}} \right) d\xi, \quad (l = 1, 2, \dots, n; p = 0, 1, 2, \dots) \quad (18)$$

$$F_l^{(k)} = -\frac{G_1 \omega}{2\pi G} \int_{-\gamma_k}^{\gamma_k} ctg \frac{\gamma_k}{2} \sec \frac{\xi}{2} \sqrt{2(\cos \xi - \cos \gamma_k)} U_{l-1} \left(\frac{tg \frac{\xi}{2}}{tg \frac{\gamma_k}{2}} \right) \left[\int_{-\gamma_k}^{\xi} f_-^{(k)}(\eta) d\eta \right] d\xi, \quad (19)$$

$$X_0^{(k)} = \frac{\omega}{\pi} \cos \frac{\gamma_k}{2} \int_{-\gamma_k}^{\gamma_k} f_-^{(k)}(\eta) d\eta, \quad (k = 1, 2, \dots, n). \quad (20)$$

На основании [1] можно показать, что ситема (15) квази-вполне регулярна. Как видно из (10) и (2), контактные касательные напряжения τ_{rz} в окрестности граничных точек контактной области имеют обычную квадратичную особенность.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Александров В. М., Мхитарян С. М.** Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. М.: Наука, 1983. 488с.
2. **Мхитарян С. М., Торосян Ф. С.** О контактном взаимодействии круглого диска и бесконечной пластины с круговым отверстием, подкрепленным тонким кольцевым покрытием // Изв. АН Арм. ССР. Механика. 1978. Т. 31. N 5. С. 3–19.
3. **Шагинян С. С.** Некоторые контактные задачи о передаче нагрузки от стрингеров малой толщины к бесконечной пластинке с круговым отверстием. Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. канд. физ.-мат. наук. Ереван, 1977. 18 с.
4. **Шекян Л. А., Оганесян А. Н.** О контактном взаимодействии круговых стрингеров с упругим пространством с цилиндрическим отверстием при антиплоской деформации. Проблемы механики деформируемых тел. Изд. Гипутюн, НАН РА, Ереван, 2003. С. 348-356.

**ԿՈՆՏԱԿՏԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐՆ ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ԲԱՐԱԿ ԳԼԱՆԱՋԵԿ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ԵՎ
ԳԼԱՆԱՋԵԿ ԽՈՌՈՇՈՎ ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՄԻՋԵՎ՝ ՀԱԿԱՅԱՐԹ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ
ԴԵՊՐԵՈՒՄ**

**Ն. Ա. ԿՈՒՏՈՒՋՅԱՆ
Լ. Ա. ՇԵԿՅԱՆ**

Գծային առաձգականության տեսության շրջանակներում դիտարկվել է բարակ գլանաձև առաձգական թաղանթների և գլանաձև խոռոչով առաձգական տարածության կոնտակտային փոխազդեցության խնդիրը՝ հակահարթ դեֆորմացիայի դեպքում: Ենթադրվում է, որ թաղանթներն ունեն մույն առաձգականության մոդուլները, հաստությունը և միջին մակերևույթի շառափիղը:

Օգտագործելով Ֆուրյեի կոմպլեքս շարքերի և Չեբիշևի օրթոգոնալ բազմանդամների մեթոդները՝ խնդիրը հանգեցվել է գծային հանրահաշվական հավասարումների քվադր-մեթոդ-յար համակարգի լուծման: Պարզված է, որ կոնտակտային շոշափող լարումները կոնտակտի տիրույթի եզրային կետերի մոտակայքում ունեն սովորական քառակուսային եզակիություն:

CONTACT STRESSES BETWEEN THIN ELASTIC CYLINDRICAL SHELLS AND ELASTIC SPACE WITH A CYLINDRICAL HOLE IN ANTIPLANE STRAIN

N. A. KUTUZYAN
L. A. SHEKYAN

In the formulation of the linear elasticity theory consider the problem of contact interaction of thin cylindrical shells and elastic space with a cylindrical cavity located in antiplane strain. Assuming it's the shell have the same modulus of elasticity, thickness and radius of the middle surface.

Using the methods of complex Fourier series and Chebyshevs orthogonal polynomials, the problem is reduced to solving an infinite quasi-completely regular system of linear algebraic equations. It was found that the contact shear stresses in the vicinity of the contact boundary points have a common quadratic singularity.

ՍԻՆԹԵԶՆԵՐ ԱՄՈՆԻՈՒՄԻ ԴԻԹԻՈԿԱՐԲԱՄԱՏԻ ՀԻՄՔԻ ՎՐԱ

Ֆ. Վ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

*Քիմիական գիտությունների թեկնածու,
ԳԴՀ Ֆիզիկամաթեմատիկական և քիմիական գիտությունների ամբիոնի վարիչ*

Մեր ուսումնասիրությունների շրջանակներում մեծ տեղ են գրավում դիթիո-կարբամատները և դրանց ածանցյալները, որոնք օժտված են ֆունգիցիդային բարձր ակտիվությամբ: Հայտնի են բազմաթիվ դիթիոկարբամատային ֆունգի-ցիդներ, որոնք լայնորեն կիրառվում են գյուղատնտեսության մեջ (նամաք, մա-ներ, ցինեբ և այլն):

Այդ նպատակով, որպես հիմնական ելանյութ, օգտագործվել է ամոնիումի դի-թիոկարբամատը, որը մատչելի է սինթեզման տեսանկյունից:

Գրականությունից հայտնի է, որ քացախաթթվի մնացորդը ֆիզիոլոգիապես ակտիվ պրեպարատների հիմնական բաղկացուցիչն է:

Հաշվի առնելով վերը նշվածը՝ իրականացվել է ամոնիումի դիթիոկարբամա-տի և քլորքացախաթթվի ածանցյալների փոխազդեցությունը, որի արդյունքում ստացվել են դիթիոկարբամատի S- տեղակալված քացախաթթվի ածանցյալնե-րի բաց շղթայավոր միացություններ:

