

УДК 537. 223

Ֆիզիկա

Ա. Ս. ԱՎԱՆԵՍՅԱՆ, Մ. Վ. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

ՃՈՃԱՆԱԿԻ ՓՈՔՐ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՈՒԺԵՂԱՑՈՒՄԸ
 ԲԱԲԱՆՈՂ ՍԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Դիտարկված է ֆերիտե բեռնիկով մաթեմատիկական ճոճանակում փոքր տատանումների պարամետրական գրգռման հնարավորությունը ի հաշիվ արտաքին մագնիսական դաշտի բաբախումների:

Հայտնի է մաթեմատիկական ճոճանակում որոշակի φ_m լայնությամբ ստացվող տատանումներ դիտելու էներգիական պայմանը՝ կապված հարկադրող $F(t)$ ուժի ներգործության հետ: Պահանջվում է, որ նրա աշխատանքը տատանումների հաստատված T պարբերության ընթացքում լինի դրական և մնա հավասար կորուստների γ գործակցով պայմանավորվող որոշակի մեծության:

$$\int_0^T F v dt = \int_0^{2\pi/\omega} \gamma^2 \dot{\varphi}^2 dt = \pi \omega \gamma^2 \varphi_m^2 :$$

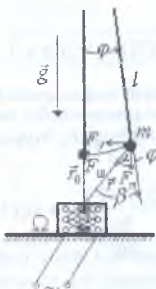
Հաշվարկում ենթադրվում է ուղիղ համեմատականություն դիմադրության ուժի և անկյունային $\dot{\varphi}(t)$ արագության միջև:

Դրա հետ մեկտեղ տատանումների ձևավորման անցումային փուլում հնարավոր են առանձնահատկություններ՝ կապված ոչ անպայման կորուստների առկայության հետ: Տեսականորեն՝ հարկադրող ուժի օգնությամբ ճոճանակի գնդիկին կարելի է հաղորդել անհրաժեշտ տանգենցիալ արագացում և այդ ձևով փոխանցել որոշակի էներգիա նաև զրոյական սկզբնական պայմանների դեպքում: Դադարի սկզբնական վիճակը և ֆլուկտուացիաների ենթադրական բացակայությունը այս առումով տատանումների ծավալման համար սկզբունքային արգելք չեն: Մյուս կողմից առանձնահատուկ պիտի համարվի այն դեպքը, երբ հարկադրող ուժի վերջավոր աշխատանքի պայման է դառնում համակարգում զրոյից տարբեր տատանողական էներգիայի առկայությունը: Ուժի ներգործությամբ փոփոխվում է այդ էներգիան պայմանավորող ներքին պարամետրերից մեկը [1]: Եթե ժամանակի ընթացքում այդպիսի պարբերական փոփոխությունը բերում է տատանումների լայնության աճին, ապա տեղի ունի տատանումների պարամետրական ուժեղացում կամ գրգռում: Վերջին դեպքում ելակետային են համարվում համակարգում մշտապես առկա աղմկային մեխանիկական տատանումները:

Նկ. 1-ի էլեկտրամեխանիկական կապով մաթեմատիկական ճոճանակում նման հնարավորություն է ընձեռնվում շնորհիվ նրանում փոփոխական հոսանքով սնուցվող էլեկտրամագնիսի առկայության, որը տատանվող գնդիկի վրա կարող է ազդել պարբերական բնույթի ոչ մեծ ուժով:

$$F_{\omega} = Ar^{-2}i^2 \sin^2(\Omega t + \Psi_0), \quad (1)$$

որտեղ A -ն փորձնական հաստատուն է:



Նկ. 1. էլեկտրամագնիսական կապով մաթեմատիկական ճոճանակի մոդելը:

Ամտեսելով կորուստները՝ կարելի է շարժման հավասարումը ներկայացնել ճոճանակի տատանումների անկյունային արագացման և վերականգնող մոմենտների միջև կապի տեսքով՝

$$ml^2\ddot{\varphi} + mgl\sin\varphi + Alr^{-2}i^2\sin(\Omega t + \Psi_0)\sin\beta = 0 \quad (2)$$

Քանի որ β անկյան համար տեղի ունի $\sin\beta = \sin(\alpha + \varphi)$, ապա բացելով այն, կարելի է շարժման հավասարման մեջ տարաբաժանել վերականգնող մոմենտները ըստ կոճի մագնիսական ձգողության հորիզոնական և ուղղաձիգ բաղադրիչների: Կստանանք՝

$$ml^2\ddot{\varphi} + mgl\sin\varphi + F_{\omega}\left(\cos\varphi\frac{l}{r}\sin\varphi + \frac{r_0}{r}\sin\varphi\right)l = 0 \quad (3)$$

Շեղման աննսափօքր անկյունների տիրույթում կարելի է ընդունել ինչպես $\sin\varphi \approx \varphi$, այնպես էլ $r \approx r_0$: Այդ դեպքում շարժման հավասարումը կներկայանա գծային տեսքով՝

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\varphi + \frac{Ar_0^{-2}i^2\sin^2(\Omega t + \Psi_0)}{ml}\left(\frac{l}{r_0} + 1\right)\varphi = 0 \quad (4)$$

Ընդհանուր (3) և մասնավոր (4) հավասարումների մեջ թույլատրելի է նշանակում $\frac{g}{l} = \omega_0^2$: Սակայն որպեսզի տատանումների հաճախությունը մնա մոտ սեփականին, անհրաժեշտ է՝

$$Ar_0^{-2}i_m^2 \ll \frac{r_0}{l}mg \quad (5)$$

Այդ դեպքում փոքր է նաև մոդուլյացիայի հ հաղորդությունը: Կարելի է այնուհետև շարժման (4) հավասարման մեջ անցնել կրկնակի անկյան ֆունկցիայի և, օգտագործելով

$$b = \frac{Ar_0^{-2}l_m^2}{mg} \frac{r_0 + 1}{2r_0} \ll 1, \quad h = \frac{b}{1+b}, \quad \omega_1^2 = \omega_0^2(1+b), \quad \psi_1 = 2\psi_0$$

նշանակումները, ստանալ՝

$$\ddot{\varphi} + \omega_1^2[1 - h\cos(2\Omega t + \Psi_1)]\varphi = 0 \quad (6)$$

Դա շարժման պարամետրական հավասարումն է՝ գործածելի շեղման փոքր անկյունների տիրույթում: Հավասարման մեջ հաճախության՝ ω_1 ժամանակից կախված պարբերական փոփոխությունը ներկայացված է ոչ թե ω_0 այլ թիվ ավելի մեծ՝

$$\omega_1 = \omega_0 \left(1 + \frac{Ar_0^{-2}l_m^2}{mg} \frac{r_0 + 1}{2r_0} \right)^{1/2} \approx \omega_0 \left(1 + \frac{Ar_0^{-2}l_m^2}{mg} \frac{r_0 + 1}{4r_0} \right) \quad (7)$$

արժեքի շուրջը: Դրանում զգացնել է տալիս մագնիսական ձգողության ուժի անկախ լինելը հոսանքի ուղղությունից, որ արտահայտված է $F_{\omega} \rightarrow i^2(t)$ կախմամբ: Միջինացվող դաշտում գոյանում է ձգողության հաստատուն բաղադրիչ՝ կապված արդեն հոսանքի լայնության հետ:

Դիտարկենք $\omega_1^2 \cos(2\Omega t + \Psi_1)\varphi$ մեծությունը իբրև թոմսոյան տատանակի վրա ազդող թույլ արտաքին գրգիռ: Հաստատուն բազմապատիկի՝ ml^2 իներցիայի մոմենտի ճշտությամբ, այդ մեծությունը ըստ էության արտաքին թույլ ուժային մոմենտի ներգործության դրսևորում է: Զննարկենք նրա զարգացրած միջին իզոդրությունը ճոճանակի տատանման բազմապատիկ պարբերությունների ժամանակահատվածում [2]: Այդ կապակցությամբ հաշվի առնենք, որ թույլ արտաքին ազդեցության պայմանում ճոճանակի «սեփական» տատանումները կարող են մոտավորապես ներդաշնակ համարվել և ներկայացվել համաձայն

$$\varphi(t) \approx \varphi_m \sin \omega_1 t, \quad \frac{d\varphi}{dt} \approx \omega_1 \varphi_m \cos \omega_1 t \quad (8)$$

հավասարումների, անգամ եթե $\tau \omega_1 \gg 1$ և, ուրեմն, միջինացման $\Delta t = \tau$ ժամանակահատվածը զգալի է:

Դա հնարավորություն է տալիս գրանցելու՝

$$\begin{aligned} \overline{w}(\Omega, \Psi_1) &= \frac{ml^2}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} \omega_1^2 h \cos(2\Omega t + \Psi_1) \varphi(t) \frac{d\varphi}{dt} dt = \\ &= \frac{ml^2}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} \omega_1^3 h \varphi_m^2 \sin \omega_1 t \cos(2\Omega t + \Psi_1) \cos \omega_1 t dt = \end{aligned} \quad (9)$$

$$= -\frac{hml^2 \omega_1^3 \varphi_m^2}{8\tau} \left\{ \frac{\cos[2(\omega_1 + \Omega)t + \Psi_1]}{\omega_1 + \Omega} + \frac{\cos[2(\omega_1 - \Omega)t - \Psi_1]}{\omega_1 - \Omega} \right\} \Big|_{t_0}^{t_0+\tau}$$

Մեծ τ -ների մոտավորությունում $\overline{w}$ -ն՝ հաշվված համաձայն (8)-ի, մոտ է զրոյին բոլոր հաճախությունների համար, բացի $\Omega \approx \omega_1$, ինչով առանձնանում է պարամետրական ռեզոնանսը:

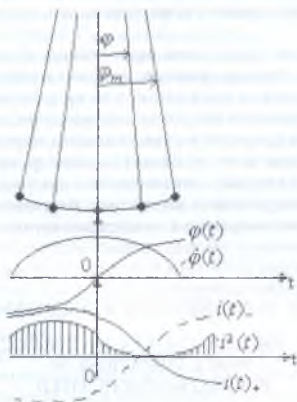
Վերլուծելով (9)-ը ω_1 հաճախության մոտակայքում, կարելի է այնուհետև պարզել փուլերի ψ_0 օպտիմալ տարբերությունը $i(t)_{\Omega \rightarrow \omega_1}$ հոսանքի և $\varphi(t)_{\Omega \rightarrow \omega_1}$ տատանման միջև՝

$$\begin{aligned} \overline{w}(\omega_1, \psi_1) &= \frac{hml^2 \omega_1^3 \varphi_m^2}{8} \lim_{\Omega \rightarrow \omega_1} \frac{\sin(\omega_1 - \Omega)\tau}{(\omega_1 - \Omega)\tau} 2\sin[(\omega_1 - \Omega)(2t_0 + \tau)] - \\ - \psi_1 &= \frac{hml^2 \omega_1^3 \varphi_m^2}{4} \sin(-\psi_1) = -\frac{hml^2 \omega_1^3 \varphi_m^2}{4} \sin 2\psi_0 \end{aligned} \quad (10)$$

Այսպիսով միջին հզորությունը, որ ներդրվում է տատանողական համակարգում շնորհիվ կոռով անցնող հոսանքի, ստացվում է դրական և առավելագույնը, երբ մյուս անփոփոխ պայմանների դեպքում $\sin \psi_1 = -1$ և, ուրեմն, ապահովվում է հոսանքի՝

$$\text{առաջանցում } \psi_0 = \frac{3}{4}\pi \text{ կամ ուշացում } \psi_0 = -\frac{\pi}{4} \quad (11)$$

Այդ իրավիճակը մեկնաբանված է նկ. 2-ում: Այն համապատասխանում է դրական պատկերացումներին և կոդմորոշիչ է փորձնական ստուգումների համար:



Նկ. 2 Պարամետրական տատանման էներգիայի օպտիմալ համալրումը նույն հաճախության հոսանքի կողմից՝ փուլային շեղման երկու տարբերակներով:

Իհարկե, պետք է սպասել, որ պարամետրական ռեզոնանսի $\Omega \approx \omega_1$ տեղամասը միակը չէ դիտարկվող համակարգի վարքում: Անցումը ավելի

բարձր համարի գրգռման գոտիներին, հակառակ վերը մեր օգտագործած մոտավորության, կարող է ծեռք բերվել ի հաշիվ մոդուլյացիայի հետագա խորացման, քանի որ նվազում է համակարգին էներգիայի բաժիններ հաղորդելու հաճախությունը: Բաց են մնում և շարժման (6) հավասարման մեջ չօգտագործված ոչգծայնություններին առնչվող հարցեր՝ կապված ինչպես տատանումների լայնության սահմանափակման, այնպես էլ գրգռման գոտիների սահմանների յուրահատուկ տեղաշարժման հետ: Փոխկապակցված հարցերի այս համախումբը կարիք ունի լրացուցիչ հետազոտության:

Ֆիզիկայի ամբիոն

Ստացված է 10.09.99թ.

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика, М.: Наука, 1973, с. 103.
2. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974, с. 250.

Ա. Շ. ԱՎԱՆԵՍՅԱՆ, Մ. Վ. ՄԻՆԱՏՅԱՆ

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УСИЛЕНИЕ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ МАЯТНИКА В ПУЛЬСИРУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Резюме

Рассмотрено параметрическое возбуждение малых колебаний математического маятника с грузиком из феррита во внешнем пульсирующем магнитном поле.

В приближении малых почти гармонических колебаний в математическом маятнике составлено уравнение движения с учетом силового периодического воздействия на колеблющуюся массу со стороны катушки с током. На примере уравнения типа Матье показано существование параметрического резонанса с удвоенной частотой вложения энергии. Получено оптимальное для усиления малых колебаний значение фазового сдвига между колебаниями тока в катушке и отклонениями в маятнике, ставшее возможным в рамках параметрического воздействия, квадратичного по току. Приведены качественные соображения относительно неучтенной роли нелинейностей.

A. S. AVANESIAN, M. V. MINASIAN

PARAMETRICAL AMPLIFICATION OF MATHEMATICAL PENDULUM SMALL VIBRATIONS IN PULSING MAGNETIC FIELD

Summary

The parametrical regeneration of the small vibrations of the mathematical pendulum with ferrite weight was examined at pulsations of external magnetic field.