

УДК 519.8

Математика

Д. С. ДАДАЯՆ

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОЦЕССА ЧАСТИЧНОЙ ОРТОГОНАЛИЗАЦИИ К ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧЕ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Введение

Одной из задач, которая возникает при использовании метода внутренних точек, является задача определения начальной внутренней точки. В данной работе, используя модифицированный процесс частичной ортогонализации [1], [4] определяется строго внутренняя точка в транспортной задаче, обладающая тем свойством, что она является допустимым нормальным решением этой задачи. В аналитическом виде определяется таблица симплексного типа, относительно этого решения, которая может рассматриваться как начальная таблица для дальнейших вычислений с целью получения оптимального решения.

1. ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ ВНУТРЕННЕЙ ТОЧКИ В ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧЕ.

Транспортная задача формулируется следующим образом:

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (1)$$

$$\text{при условиях } \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, \dots, n \quad (4)$$

В этой задаче число переменных равно mn ($m \times n$), а число линейных уравнений равно $(m+n)$, при этом любые из $(m+n-1)$ уравнений линейно независимы. Предполагаем, что

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (5)$$

Обозначим через $a_0 = (a_{10}, \dots, a_{m0}, a_{m+10}, \dots, a_{m+n0})^T = (a_1, \dots, a_m, b_1, \dots, b_n)^T$ правую часть систем (2), (3), а через $A = \{a_{ij}\}$ - расширенную матрицу систем (2), (3). Пусть вектор $a_i = (a_{i0}, a_{i1}, \dots, a_{imn})$ длины $mn+1$ есть i -я строка расширенной матрицы A , где $i = 1, \dots, m, m+1, \dots, m+n$.

Используя процесс частичной ортогонализации, последовательно для $s = 1, \dots, m, m+1, \dots, m+n-1$ определим

$$b_s = \frac{\tilde{b}_s}{\sqrt{\sum_{j=1}^{mn} \tilde{b}_{sj}^2}}, \quad (\text{при } s=1, \tilde{b}_1 = a_1), \quad (6)$$

где

$$\tilde{b}_s = a_s + \sum_{i=1}^{s-1} a_i b_i, \quad (7)$$

$$a_i = a_{in} = - \sum_{j=1}^{mn} a_{sj} b_{ij}, \quad i = 1, \dots, s-1; \quad (8)$$

$b_s = (b_{s0}, b_{s1}, \dots, b_{smn})$ - вектор длины $mn+1$,
 $s = 1, \dots, m, m+1, \dots, m+n-1$.

Обозначим

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1mn} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2mn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m+n-11} & b_{m+n-12} & \dots & b_{m+n-1mn} \end{bmatrix},$$

$u = (b_{10}, b_{20}, \dots, b_{m+n-10})^T$. Тогда при введенных предположениях справедливо следующее утверждение.

Теорема. Вектор $x = B^T u$ длины mn является нормальным решением системы (2), (3), кроме того, если

$$m \min_i a_i + n \min_j b_j \geq \sum_{i=1}^m a_i, \text{ то}$$

$$x = B^T u = \left\{ \frac{ma_1 + nb_1 - \sum_{i=1}^m a_i}{mn}, \dots, \frac{ma_1 + nb_n - \sum_{i=1}^m a_i}{mn}, \dots, \frac{ma_m + nb_1 - \sum_{i=1}^m a_i}{mn}, \dots, \frac{ma_m + nb_n - \sum_{i=1}^m a_i}{mn} \right\} \quad (9)$$

является также допустимым решением задачи (1)-(4).

Таблица 1

[illegible]

2. ОБ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ОЦЕНКАХ ОТНОСИТЕЛЬНО СТРОГО ВНУТРЕННЕЙ ТОЧКИ

Оценки относительно строго внутренней точки (9) имеют следующий вид:

$$\Delta_{sk} = \frac{-mnc_{sk} + m \sum_{j=1}^n c_{sj} + n \sum_{i=1}^m c_{ik} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}}{mn}, \quad s = 1, \dots, m, \quad k = 1, \dots, n.$$

Кроме того, $\sum_{i=1}^m \Delta_{ik} = 0$, $\sum_{j=1}^n \Delta_{sj} = 0$, $k = 1, \dots, n$, $s = 1, \dots, m$.

Используя процесс частичной ортогонализации, мы также получили в аналитической форме текущую Таблицу 1 симплексного типа относительно строго внутренней точки (9). Эта текущая таблица может быть использована как начальная таблица для дальнейших вычислений, т.е. для получения оптимального решения задачи (1)-(4).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Д. С. Дадаян, А.Д.Туниев, Процесс частичной ортогонализации и его применение к задаче об оптимальном назначении, Ученые Записки Арцахского Государственного Университета, 1 (Степанакерт, Арцахский Государственный Университет, 1998).
- [2] Дж. Данциг, Линейное программирование, обобщения и применения (Москва, Прогресс, 1966).
- [3] И. И. Дикин, В.И. Зоркальцев, Итеративное решение задач математического программирования. Алгоритмы внутренних точек (Новосибирск Наука, 1980).
- [4] А. Д. Туниев, Обобщение методов исключения и полного исключения Доклады Академии Наук АрмССР, LXXI, No.3 (1980) 141-146.
- [5] Л. Г. Хачиян, Полиномиальный алгоритм в линейном программировании Доклады Академии Наук СССР, 244 (1979) 1093-1096.
- [6] Н. З. Шор, С. И. Стеценко, Квадратичные экстремальные задачи и не дифференцируемая оптимизация (Киев, Наукова Думка, 1989).

Դ. Ս. ՂԱՂԱՅԱՆ

ՄԱՍՆԱԿԻ ՕՐԹՈՂՈՆԱԼԻԶԱՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴԸ ԵՎ ՆՐԱ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ
ԳԾԱՅԻՆ ԾՐԱԳՐԱՎՈՐՄԱՆ ՏՐԱՆՍՊՈՐՏԱՅԻՆ ԽՆԴՐԻ ՆԿԱՏՄԱՍԸ

Ա մ փ ո փ ու մ

Օգտագործելով ներքին կետերի մեթոդը առաջ են գալիս մի շարք խնդիրներ, որոնցից մեկը սկզբնական ներքին կետի որոշումն է:

Այս աշխատանքի մեջ, կիրառելով մասնակի օրթոգոնալիզացման մոդիֆիկացված մեթոդը, որոշվում է սկզբնական ներքին կետը տրանսպորտային խնդրի համար: Այս կետը նաև խնդրի նորմալ օպտիմալ լուծումն է:

Վերլուծական եղանակով որոշվում է սիմպլեքս աղյուսակ այդ կետի համար, որը, օպտիմալ լուծում ստանալու նպատակով, կարող է դիտվել որպես հետագա հաշվարկների սկզբնական աղյուսակ:

D. S. DADAIAN

APPLICATION OF THE PROCESS OF PARTIAL ORTHOGONALIZATION TO THE TRANSPORTATION PROBLEM OF LINEAR PROGRAMMING

Summary

In this work, using the process of partial orthogonalization, we determine the feasible interior point in the transportation problem. This point is a normal solution which is determined through the analytic path.

In the analytic frame we determine the "Simplex Tableau" for this point which can be considered as "Initial Tableau" for further calculations in order to find an optimal solution.