

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ АЭРОЗОЛЯ ПО РАЗМЕРАМ

Г.М.Багунц
кафедра физики

Исследование микроструктуры атмосферного аэрозоля представляет большой интерес для теории климата и проблем распространения излучения в атмосфере. Данные систематических измерений функции распределения частиц по размерам в разных физико-географических условиях используются для разработки микрофизических моделей оптических и радиационных характеристик аэрозоля. Иными словами, для решения научных и прикладных задач современной экологии необходимы статистические модели, позволяющие оценивать концентрации вредных примесей. Большой интерес представляют модели, позволяющие по одному или нескольким параметрам оценивать значения других, интересующих нас параметров загрязнения атмосферы.

Реально наблюдающиеся микроструктуры аэрозоля в виде суммы нескольких логарифмически нормальных распределений показывают отклонения от закона Юнга, что является отражением мультимодальной природы аэрозоля [1]. Многочисленные экспериментальные исследования позволили утверждать о независимом существовании двух фракций: субмикронной и грубодисперсной [2, 3]. По данным измерений, проведенных автором в Москве, Алма-Ате, Кисловодске и Ереване выявлены выраженные максимумы на распределении $v(r)$ для субмикронного аэрозоля в области $r < 0,2$ мкм (в условиях замутненности атмосферы) $r_{\max} = 0,2 - 0,3$ мкм и для грубодисперсного аэрозоля в области размеров $2 \text{ мкм} < r < 5 \text{ мкм}$ с минимумом распределения $r = 0,5 - 0,75$ мкм. Задача исследования вариаций функции распределения частиц по размерам сводится к поиску взаимосвязи между концентрациями частиц разных размеров. Она решается с помощью феноменологического и статистического анализа данных наблюдений. Анализ коэффициентов корреляции между счетными концентрациями частиц субмикронного и грубодисперсного аэрозоля выявил некоррелированность вариаций концентраций (коэффициент корреляции $< 0,5$).

В настоящей статье рассматриваются статистические модели микроструктуры городского аэрозоля. В основу анализа положен метод ортогональных разложений эмпирических функций, опирающийся на корреляционный анализ функции распределения частиц по размерам.

Распределение частиц по размерам следует рассматривать как случайную функцию времени и координат. Поскольку обычно в эксперименте ограничиваются измерениями концентрации частиц аэрозоля в нескольких фиксированных диапазонах размеров частиц, вместо случайных функций объектами анализа становятся многомерные случайные векторные величины. В реальных экспериментах приходится иметь дело с ограниченными ансамблями наблюдательных данных с конечными наборами случайных величин.

Для каждого ансамбля измерений были рассчитаны средние концентрации $\langle \bar{\ell}_n \bar{f}_i \rangle$;

ковариационные матрицы $B_{ik} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f'_{ij} f'_{kj}$ ($i, k=1, 2, \dots, s$, где s , - число диапазонов размеров), n - число измерений, j - номер реализации; нормированные корреляционные матрицы

$R_{ik} = \frac{B_{ik}}{\sqrt{B_{ii} B_{kk}}}$; системы собственных чисел λ_i и векторов π_i , ковариационных матриц [4].

А.М.Овухов [5] показал, что оптимальным для эмпирической функции является разложение по собственным векторам ковариационной матрицы

$$f(r) = \overline{f(r)} + \sum_{i=1}^m C_i \pi_i(r) \quad (m \leq s), \quad (1)$$

где C_i - коэффициенты разложения

Автором были рассчитаны собственные векторы и собственные числа ковариационных матриц.

Анализ этих данных выявил следующее:

1. Первый собственный вектор π_1 для всех ансамблей оказался знакопостоянным (рис.1). Это значит, что вариации микроструктуры аэрозоля, связанные с изменением общего уровня аэрозольного загрязнения атмосферы являются основными.
2. Все рассматриваемые ковариационные матрицы имеют быстроубывающий ряд

собственных чисел $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 \dots$ и в первом приближении все ансамбли можно считать однопараметрическими, т.е. для их описания достаточно первого коэффициента разложения по системе векторов $\pi_1^j - C_1^j$. С точностью, близкой к точности измерений, достаточно двух параметров C_1^j и C_1^j

3. Системы собственных векторов для всех ансамблей сходны. Причиной этого является выраженная бимодальная структура функции распределения $f(r_i)$, часто регистрирующаяся в процессе измерений.

4. Обращает на себя внимание характер перехода через ноль (соответствующая вектору π_2 непрерывная собственная функция $\varphi_2(2)$) второго вектора π_2^j - резким скачком при $r \approx 0,5$ мкм. Именно в этом районе происходит резкое убывание коэффициента корреляции. Физически это может указывать границу раздела между частицами разных по природе фракций.

Практически для всех случаев второй собственный вектор π_2 меняет знак один раз. Не вызывает сомнений, что π_2 характеризует именно вариации, обусловленные изменениями соотношения между концентрациями частиц субмикронного и грубодисперсного аэрозоля.

В первом приближении описания вариаций микроструктуры можно воспользоваться сглаженными векторами π_1 и π_2 (рис.2), которые можно использовать для всех ансамблей наблюдательных данных.

Нулевое значение второго вектора π_2 означает, что вклад второго коэффициента C_2^j в разложении для этой области размеров мал и именно этот канал может быть рекомендован для определения ведущего (первого параметра вариации функции распределения $f(r)$ - C_1 .

Таким образом, любую реализацию функции распределения частиц по размерам $f(r)$ можно "восстановить" с помощью матрицы B_{ik} .

Вид первого собственного вектора π_1 , говорит о том, что основной тенденцией в изменении функции распределения $f(r)$ является увеличение крутизны спектра размеров с ростом интегральной концентрации N . Изменение крутизны происходит, в основном, за счет субмикронной фракции.

На второй собственный вектор π_2 приходятся вариации $f(r)$, не связанные с интегральной концентрацией. Хотя средний модуль первого коэффициента разложения заметно больше, чем второго ($\langle |C_1^j| \rangle > \langle |C_2^j| \rangle$) размах этих вариаций сравним с таковым, приходящимся на C_1 , поскольку $\max |\pi_2^j|$ примерно вдвое больше, чем у π_1^j . Физически это может означать (в большинстве случаев) антикорреляционные изменения концентраций субмикронного и грубодисперсного аэрозоля. Среднее по ансамблю $\langle C_2^j \rangle = 0$, однако удалось обнаружить статистически достоверный суточный ход C_2^j для ансамблей Ереван, весна; Ереван, лето и Ереван, осень.

Часы Сезон	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24
Весна	0,065	-0,011	0,054	-0,064	-0,145	0,250
Лето	0,048	-0,025	-0,004	0,022	-0,101	0,174
Осень	0,061	0,050	0,063	0,032	-0,113	0,105
Зима	0,021	0,017	0,029	-0,041	-0,089	0,052

Таблица 1. Суточный ход второго коэффициента разложения C_2 (Ереван)

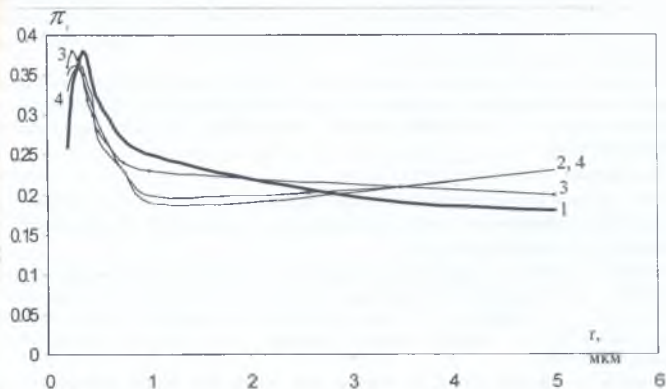


Рис. 1. Примеры собственных векторов π_1 для ансамблей: 1-Ереван, весна; 2-Ереван, лето; 3-Ереван, осень; 4-Ереван, зима

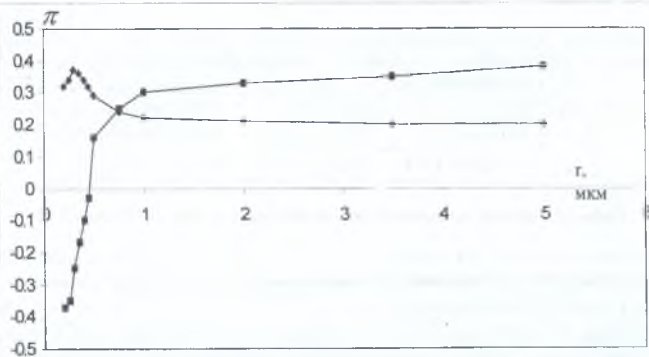


Рис. 2. Сглаженные по всей совокупности ансамблей (Ереван, весна – лето – осень – зима) значения π_1 и π_2

Отметим, что большая скорость изменения $f(r)$ - 2-3 часа в вечернее время говорит о том, что в атмосферу поступают уже "готовые" субмикронные частицы, тогда как гетерогенная конденсация не в состоянии обеспечить подобные скорости. Поэтому одной из причин подобного суточного хода может быть приходящийся на 16-20 часов пик в движении автотранспорта. Другой возможной причиной может быть быстрое уменьшение в эти часы высоты слоя перемешивания и роста концентрации аэрозоля.

Вследствие того, что наиболее существенные вариации микроструктуры описываются первыми двумя собственными векторами, мы рассмотрим здесь только задачу построения однопараметрической и двухпараметрической статистических моделей микроструктуры городского аэрозоля.

$$\text{Пусть сначала } \ln f(r) \cong \overline{\ln f(r)} + C_1 \pi_1(r). \quad (2)$$

Здесь вариации микроструктуры полностью определяются единственным параметром - C_1 . Мы будем использовать вместо "своего" вектора для каждой матрицы B_{ik} "универсальный" или сглаженный π_1 , для всех указанных B_{ik} .

Входным параметром однопараметрической модели может служить непосредственно измеряемый, рассчитываемый или прогнозируемый параметр, достаточно тесно связанный с коэффициентом C_1 . Коэффициент C_1 при практическом использовании модели не может рассматриваться как ее входной параметр, поскольку он не является непосредственно измеряемой величиной.

Точность восстановления $\ln f(r)$ определяется с помощью однопараметрической модели по величине остаточной дисперсии

$$b_1 = 1 - \lambda_1, \text{ где } \lambda_1 = \frac{\Lambda_1}{\sum_{k=1}^n \Lambda_k} - \text{нормированное собственное число ковариационной матрицы и}$$

Λ_k - собственные числа.

(3)

Сезон Остаточная дисперсия	Весна	Лето	Осень	Зима
$1 - \lambda_1$	0,13	0,17	0,09	0,14
$1 - (\lambda_1 + \lambda_2)$	0,04	0,04	0,05	0,07
$1 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)$	0,02	0,03	0,03	0,04

Таблица 2. Значения остаточной дисперсии для разных ансамблей (Ереван)

Двухпараметрическая статистическая модель микроструктуры представляется соотношением

$$\ln f(r) = \overline{\ln f(r)} + C_1 \pi_1(r) + C_2 \pi_2(r) \quad (4)$$

Основные трудности здесь связаны с выбором входных параметров модели. Наиболее естественно выбрать в качестве входных параметров дифференциальные концентрации частиц для двух диапазонов размеров. Для восстановления C_1 целесообразно взять величину $\ln f(r_0^*)$, где r_0^* - радиус частиц, для которых $\pi_2(r_0^*) = 0$

Выше была показана корреляционная связь между C_1 и $\left[\ln f(r_0^*) - \overline{\ln f(r_0^*)} \right]$. Зная $\ln f(r_0^*)$ можно рассчитать при $r_1 \neq r_0^*$ величину

$$d_i = \ln f(r_i) - \ln f(r_1) = \tilde{\pi}_1(r_i) \cdot C_1(\ln f(r_0^*)) \quad (5)$$

Для определения C_2 наиболее подходящей является область размеров r_2^* , где соотношения между $|\pi_1|$ и $|\pi_2|$ обратно соотношению в точке $r_0^* : |\pi_2| \gg |\pi_1|$. Этому условию удовлетворяет точка $r_2^* = 2,75$ мкм

Тогда из соотношения (4) легко получить

$$C_2 = \frac{\ln f(r_2^*) - \ln f(r_1^*) - C_1 \pi_1(r_2^*)}{\pi_2(r_2^*)} \quad (6)$$

Таким образом, при однопараметрическом представлении модель функции распределения выглядит следующим образом

$$\ln f(r) = \ln f(r) + C_1 \pi_1(r) \quad (7)$$

Для двухпараметрического представления необходимо измерять функцию $f(r)$ для двух разнесенных по радиусу каналов; оптимальными (обеспечивающими наилучшую точность восстановления) являются точки $r_0^* = 0,475$ мкм и $r_2^* = 2,75$ мкм

Резюме

На основании проведенного статистического анализа функций распределения частиц по размерам выявлены некоторые закономерности вариаций собственных векторов π ковариационной матрицы.

Построены одно- и двухпараметрические статистические модели микроструктуры аэрозоля.

Ամփոփում

Կատարված, ըստ չափսերի մասիկների բաշխման ֆունկցիաների, վիճակագրական նրդյունության հիման վրա բացահայտվել են կովարիացիոն մատրիցաների π սեփական նկտորների վարիացիաների որոշ օրինաչափություններ:

Կառուցվել են աերոզոլի միկրոկառուցվածքի մեկ և երկու պարամետրանոց ռճակագրական մոդելներ:

Литература

1. Whitby K.T. Modeling of atmospheric aerosol size distribution. – A progress report on EPA Research Group NR 800971: sampling and analysis of atmospheric aerosols, 1975-35p.
2. Ивлев Л.С. Химический состав и структура атмосферных аэрозолей, Москва, 1988.
3. Багунц Г. М., Дианов –Клоков В.И., Фокеева Е.В. Сопоставление вертикальных распределений окиси углерода и аэрозоля над Москвой. Известия АН СССР, Москва, ФАО, т. 23, N11, 1987.
4. Горчаков Г.И., Метревели Д.М. Исследование микроструктуры приземного аэрозоля, Москва, 1988.
5. Овухов А.М. О статистических ортогональных разложениях эмпирических функций. Изв. АН СССР, серия геофизика, N3, 1980 г., с 432-439