

Известия НАН Армении, Физика, т.58, №4, с.547–554 (2023)

УДК 539.1

DOI:10.54503/0002-3035-2023-58.4-547

## АБСОРБЦИОННЫЙ АТОМНЫЙ ИНТЕРФЕРОМЕТР

А.Ж. МУРАДЯН

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

e-mail: muradyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 16 октября 2023 г.)

Теоретически представлен новый тип атомного интерферометра, в котором регистрация осуществляется методом абсорбционной спектроскопии зондирующего излучения. Для расщепления входного атомного пучка используется взаимодействие со встречными резонансными волнами. Помимо этого, атом приобретает также равные населенности на внутренних энергетических уровнях. Взаимодействие с последующей бегущей волной приводит к интерференции между соседними импульсными состояниями атома, и распределение становится периодически меняющимся, с сильной асимметрией относительно входного значения импульса. На этапе измерения результат интерференции волн материи воспроизводится спектральным распределением зондирующей электромагнитной волны.

### 1. Введение

Атомный интерферометр [1–3] представляет собой передовую технологию в квантовой метрологии и квантовом зондировании [4–7]. Падающий волновой пакет разделяется на два пути, которые затем зеркально отражаются и рекомбинируются. При рекомбинации накопленная разность фаз между путями на выходных портах отображается как интерференционная картина для населеностей атомных уровней. Это наиболее прямой способ регистрации результата интерференции с учетом принципа квантового измерения, но не единственный.

В настоящей статье предлагается новый тип атомного интерферометра, в котором на этапе регистрации используется метод абсорбционной спектроскопии. Это своего рода многоимпульсный интерферометр, где основная стадия интерференции волн материи осуществляется оптическими переходами между основным и возбужденным состояниями атома. Генерация импульсных состояний происходит путем дифракции атома на резонансных встречных волнах, которые одновременно одинаково заселяют его основное и возбужденное внутренние состояния. В этом случае известное приближение Рамана–Ната обобщается и распространяется на более длительные времена взаимодействия. За стадией дифракции следует свободное распространение атома. Последующее взаимодействие с резонансной бегущей волной реализует интерференцию атомных волн материи. При этом населенности внутренних энергетических уровней атома остаются практически равными, но в них формируются сильные и периодически осциллирующие асимметрии импульсных распределений. В завершение, метод спектроскопии поглощения проектирует спектр импульсного распределения атома на частотный спектр поглощения зондирующего электромагнитного излучения.

## 2. Генерация и интерференция импульсных состояний атома

### 2.1. Атом в резонансном поле встречных волн в расширенном приближении Рамана–Ната

Рассмотрим двухуровневый атом с массой  $M$  и частотой оптического перехода  $\omega_0$ , взаимодействующий со встречными волнами той же резонансной частоты  $\omega = \omega_0$  и одинаковой напряженности  $E$  электрического поля. Динамические уравнения этой системы хорошо известны и могут быть записаны в виде:

$$\left( i \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar}{2M} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) g(z, t) = -2\zeta \cos kz e(z, t), \quad (1a)$$

$$\left( i \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar}{2M} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) e(z, t) = -2\zeta \cos kz g(z, t), \quad (1b)$$

где  $g(z, t)$  и  $e(z, t)$  – волновые функции в полном атомном состоянии

$$\psi(z, t) = g(z, t)\phi_g e^{-iE_g t} + e(z, t)\phi_e e^{-iE_e t},$$

соответствующие основному и возбужденному внутренним состояниям, соответственно,  $\zeta = dE / \hbar$  – частота Раби бегущей волны,  $d$  – матричный элемент dipольного перехода,  $k = \omega / c$ .

Предполагается, что атом перед взаимодействием либо покоялся, либо, если он имел распределение по импульсу, то оно было дискретным с шагом  $\hbar k$ :

$$g(z, 0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{inkz}, \quad e(z, 0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_n e^{inkz}. \quad (2)$$

Тогда общие решения уравнений (1a, b) можно искать в виде

$$g(z, t) = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} i^m g_m(n, t) e^{i(m+n)kz - i(m+n)^2 \omega_r t}, \quad e(z, t) = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} i^m e_m(n, t) e^{i(m+n)kz - i(m+n)^2 \omega_r t}, \quad (3)$$

где  $m$  – число импульсов отдачи  $\hbar k$ , приобретаемых атомом за счет поглощения (испускания) фотона в поле встречных волн и  $\omega_r = \hbar k^2 / 2M$  – частота отдачи.

Уравнение Шредингера для коэффициентов-функций  $g_m(n, t)$  и  $e_m(n, t)$  дает следующие рекуррентные дифференциальные уравнения:

$$\frac{dg_m(n, t)}{dt} = \zeta e_{m-1}(n, t) e^{i(2m+2n-1)\omega_r t} - \zeta e_{m+1}(n, t) e^{i(2m+2n+1)\omega_r t}, \quad (4a)$$

$$\frac{de_m(n, t)}{dt} = \zeta g_{m-1}(n, t) e^{i(2m+2n-1)\omega_r t} - \zeta g_{m+1}(n, t) e^{i(2m+2n+1)\omega_r t}. \quad (4b)$$

Видно, что замена  $t \rightarrow t + 2\pi / \omega_r$  не меняет уравнения и поэтому решения периодические с периодом  $T = 2\pi / \omega_r$ .

Система (4a,b) не имеет точных аналитических решений. Известное приближение Рамана–Ната соответствует замене экспоненциальных членов на единицу, т.е. когда  $(2m+2n\pm 1)\omega_r t \ll 1$ . Иногда это называют приближением короткого времени взаимодействия. Заменим его более слабым требованием  $\omega_r t \ll 1$ . Тогда, считая атом до взаимодействия находящимся в основном состоянии, можно

получить решения уравнения (6а,б) в виде

$$g_m(n, t) = f_n \frac{1 + (-1)^m}{2} e^{i 2(m+n)\omega_r t} J_m \left( \frac{\zeta}{\omega_r(m+n)} \sin(2\omega_r(m+n)t) \right), \quad (5a)$$

$$e_m(n, t) = f_n \frac{1 - (-1)^m}{2} e^{i 2(m+n)\omega_r t} J_m \left( \frac{\zeta}{\omega_r(m+n)} \sin(2\omega_r(m+n)t) \right), \quad (5b)$$

где  $J_m(x)$  – функция Бесселя. Решения (5а,б) сохранили указанную периодичность периода  $T = 2\pi/\omega_r$ , и если в качестве показателя корректности формул (5а,б) принять условие нормировки  $\sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (|g_m(n, t)|^2 + |e_m(n, t)|^2) = 1$ , то они демонстрируют погрешность менее одного процента в пределах неравенства  $\zeta t \leq 27$ .

Теперь целесообразно переписать выражения (3) в виде

$$g(z, t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} g_l(t) e^{i lkz - i l^2 \omega_r t}, \quad e(z, t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} e_l(t) e^{i lkz - i l^2 \omega_r t}, \quad (6)$$

$$g_l(t) = e^{i 2 l \omega_r t} \sum_{s=-\infty}^{\infty} i^{\frac{l-s}{2}} f_{\frac{l+s}{2}} \frac{1 + (-1)^{\frac{l-s}{2}}}{2} J_{\frac{l-s}{2}} \left( \frac{\zeta}{\omega_r l} \sin(2\omega_r l t) \right), \quad (7a)$$

$$e_l(t) = e^{i 2 l \omega_r t} \sum_{s=-\infty}^{\infty} i^{\frac{l-s}{2}} f_{\frac{l+s}{2}} \frac{1 - (-1)^{\frac{l-s}{2}}}{2} J_{\frac{l-s}{2}} \left( \frac{\zeta}{\omega_r l} \sin(2\omega_r l t) \right) \quad (7b)$$

– амплитуды вероятности  $l$ -фотонного импульса отдачи для основного и возбужденного внутренних уровней соответственно. Их характерный вид показан на рис.1 (при  $\zeta = 1.8 \times 10^9$  Гц и  $t = 10$  нс). В частности, количество состояний импульса и характер его распределения более чем достаточны для определения оптимальных условий для последующего обнаружения интерференции волн

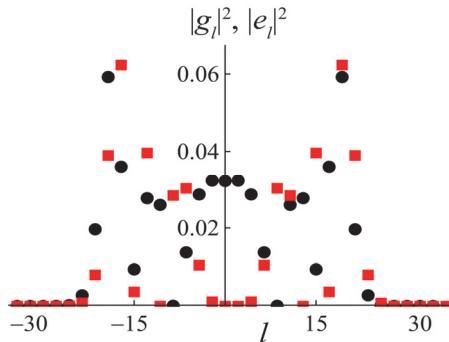


Рис.1. Характерный вид распределения вероятностей импульсов для основного (круги) и возбужденных (квадраты) внутренних состояний атома, генерируемых полем встречных резонансных волн.

атомной материи.

## 2.2. Эволюция импульсного распределения атома в поле бегущей волны

После генерации спектра импульса с (почти) равными заселенностями основного и возбужденных внутренних энергетических уровней интерферометр

предполагает дальнейшее взаимодействие с одной из бегущих оптических волн. Правда, этому может предшествовать некоторое время свободное распространение атома, т.е.

$$g(z,t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} g_l(t_1) e^{ilkz - il^2 \omega_r t}, \quad e(z,t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} e_l(t_1) e^{ilkz - il^2 \omega_r t}, \quad (8)$$

где  $t_1$  – момент завершения встречных волн.

По истечении времени свободного распространения  $t_1$  атом начинает взаимодействие с резонансной бегущей волной, при котором происходит наложение основного и возбужденного состояний атома, различающихся импульсом отдачи  $\hbar k$ , и тем самым реализуется их интерференция. В результате выражения (10) преобразуются в следующие:

$$g(z,t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} g_l(t) e^{ilkz}, \quad e(z,t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} e_l(t) e^{ilkz}, \quad (9)$$

где

$$g_l(t) = c_{l,1} e^{-i\lambda_{l,1}\omega_r(t-t_2)} + c_{l,2} e^{-i\lambda_{l,2}\omega_r(t-t_2)}, \quad e_l(t) = d_{l,1} e^{-i\mu_{l,1}\omega_r(t-t_2)} + d_{l,2} e^{-i\mu_{l,2}\omega_r(t-t_2)}, \quad (10)$$

$$c_{l,1} = -\frac{\xi^* e_{l+1}(t_2) + (\lambda_{l,2} - l^2) g_l(t_2)}{\lambda_{l,1} - \lambda_{l,2}}, \quad c_{l,2} = \frac{\xi^* e_{l+1}(t_2) + (\lambda_{l,1} - l^2) g_l(t_2)}{\lambda_{l,1} - \lambda_{l,2}}, \quad (11)$$

$$d_{l,1} = -\frac{\xi g_{l-1}(t_2) + (\mu_{l,2} - l^2) e_l(t_2)}{\mu_{l,1} - \mu_{l,2}}, \quad d_{l,2} = \frac{\xi g_{l-1}(t_2) + (\mu_{l,1} - l^2) e_l(t_2)}{\mu_{l,1} - \mu_{l,2}},$$

$$\lambda_{l,1(2)} = \frac{1}{2} + l + l^2 \mp \sqrt{\frac{1}{4} + l + l^2 + |\xi|^2}, \quad \mu_{l,1(2)} = \frac{1}{2} - l + l^2 \mp \sqrt{\frac{1}{4} + l + l^2 + |\xi|^2},$$

$$g_l(t_2) = e^{i2l\omega_r t_1 - il^2 \omega_r t_2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} i^{\frac{l-s}{2}} f_{\frac{l+s}{2}} \frac{1 + (-1)^{\frac{l-s}{2}}}{2} J_{\frac{l-s}{2}} \left( \frac{\xi}{l} \sin(2\omega_r l t_1) \right),$$

$$g_l(t_2) = e^{i2l\omega_r t_1 - il^2 \omega_r t_2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} i^{\frac{l-s}{2}} f_{\frac{l+s}{2}} \frac{1 - (-1)^{\frac{l-s}{2}}}{2} J_{\frac{l-s}{2}} \left( \frac{\xi}{l} \sin(2\omega_r l t_1) \right),$$

и  $\xi = \zeta / \omega_r$ .

Формула (9) с обозначениями (10), (11) и далее завершает описание генерации и интерференции волн атомарного вещества в интерферометре. Здесь существуют два типа интерференции. Первый из них, уже упомянутый выше и считающийся основным для интерферометрических целей, суммирует импульсные состояния основного и возбужденного состояний атома и представляется двумя слагаемыми в знаменателях выражений (11). Второй представляет собой хорошо известную суперпозицию импульсных состояний на этапе их генерации в поле встречных волн и задается суммами в пространственно-временной волновой функции (9).

### 3. Зондирование спектрально-поглощающим методом

Для измерения состояния (9), запутанного между поступательной и внутренней степенями свободы, в интерферометре используется спектрально-поглощающий метод. Здесь ограничимся изложением основной идеи применения и

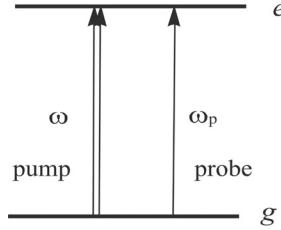


Рис.2. Схема двухуровневого атома в накачивающем и пробном полях. Поле накачки создает дискретные распределения импульса на основном и возбужденном внутренних уровнях энергии и тем самым создает перепутывание между внутренними и внешними степенями свободы атома. Взаимодействие с пробным полем, являясь процессом измерения, преобразует спектр импульсного распределения атома в соответствующий спектр поглощения (усиления) пробы.

рассмотрим простую схему поглощения–усиления пробного поля (рис.2). Использование этого метода предполагает наличие не одного атома (случай одного атома, как и случай бозе-эйнштейновского конденсата, будет рассмотрен позже, в отдельной публикации), а облака лазерно-охлаждаемых атомов. Благодаря эффекту Доплера различные импульсные состояния атома поглощают (усиливают) разные частоты пробного излучения, перенося закономерности распределения импульсов атома на частотный спектр зондирующего излучения, проходящего через атомную среду.

Математика расчета амплитуды пробного поля хорошо известна [8], поэтому перейдем к полученному выражению:

$$E_p(z, t) = E_p(0, t) \left[ -iq \sum_{l=-\infty}^{\infty} \left( \frac{|g_l(t_3)|^2}{\Delta_p - (l+1/2)k_p v_r + i\gamma} + \frac{|e_l(t_3)|^2}{-\Delta_p - (l-1/2)k_p v_r + i\gamma} \right) z \right], \quad (12)$$

где  $q = \pi N |d|^2 \omega_p / \hbar c$ ,  $N$  и  $d$  – плотность атомов и матричный элемент оптического перехода,  $\Delta_p = \omega_p - \omega_0$ ,  $v_r = \hbar k / M$  – однофотонная скорость отдачи,  $t_3$  – момент выключения бегущей волны накачки, а  $g_l(t_3)$  и  $e_l(t_3)$  определяются выражениями (10) при  $t = t_3$ .

Имея общее решение (12), отметим, что существует ряд параметров, таких как частоты Раби и длительности встречных и бегущих волн, а также свободного распространения, которые можно варьировать с целью оптимизации информации, получаемой выходным сигналом. Для этого лучше всего исходить из той закономерности, что бегущая волна накачки раскачивает распределение, а тем самым и средний импульс на каждом уровне энергии, в противоположные стороны [9]. Одна из таких ситуаций проиллюстрирована на рис.3. При подборе параметров время свободного распространения не предполагается:  $\tau_2 = \tau_1 = 2.8 \times 10^{-3}$  и  $\xi = 3.5 \times 10^3$ . Импульсы группируются на противоположных сторонах практически одновременно.

Амплитуды этих колебаний должны быть максимальными. Заметим, что средние импульсы противоположных колебаний легко могут достигать нескольких десятков однофотонных импульсов отдачи, создавая своеобразного кота Шредингера.

Распределения атомных импульсов в момент их максимальной асимметрии

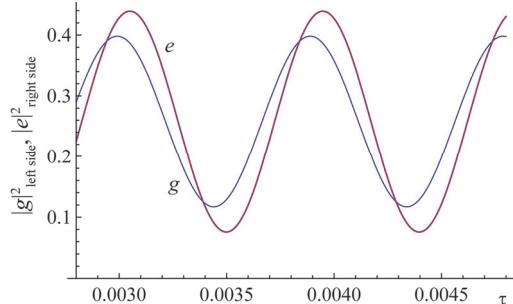


Рис.3. Временное поведение населения импульсных состояний на основном (график  $g$ ) и на возбужденном (график  $e$ ) внутренних уровнях энергии атома. На оси времени  $\tau \equiv \omega_r(t - t_2)$ .

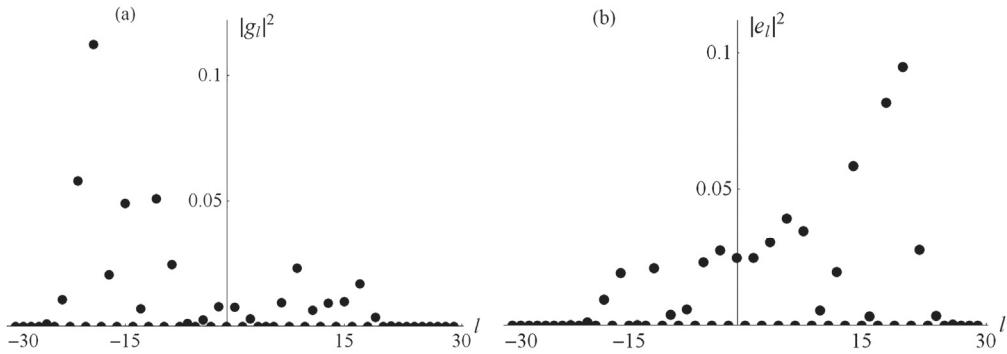


Рис.4. Сильная асимметрия в распределении импульсов атома в (а) основном и (б) возбужденном внутренних состояниях, образованных бегущей волной после воздействия стоячей волны. Длительность бегущей волны соответствует первому максимуму графиков из рис.3. В физических единицах в случае атома натрия она составляет около 30 нс.

показаны на рис.4а,б соответственно для основного и возбужденного внутренних состояний.

Эта выраженная асимметрия, образующаяся в результате интерференции волн атомарного вещества на этапе взаимодействия с бегущей волной, на следующем этапе измерения методом абсорбционной спектроскопии, основанном на эффекте Доплера, трансформируется в аналогичную асимметрию в спектре слабого пробного поля. При этом населенности импульсных состояний основного состояния атома будут выглядеть как линии поглощения, а заселенности возбужденного состояния – как линии усиления. Такой спектр, соответствующий условиям рис.4, показан на рис.5а. Следующий спектр на рис.5б построен для момента первого минимума графиков рис.3, когда асимметрия противоположна случаю на рис.4, т.е. когда импульсные состояния основного внутреннего состояния максимально сконцентрированы в правой части распределения, а состояния возбужденного внутреннего состояния сосредоточены в левой части распределения. Видно, что имеется обширная информация о расположении и интенсивностях линий поглощения и усиления, которая при

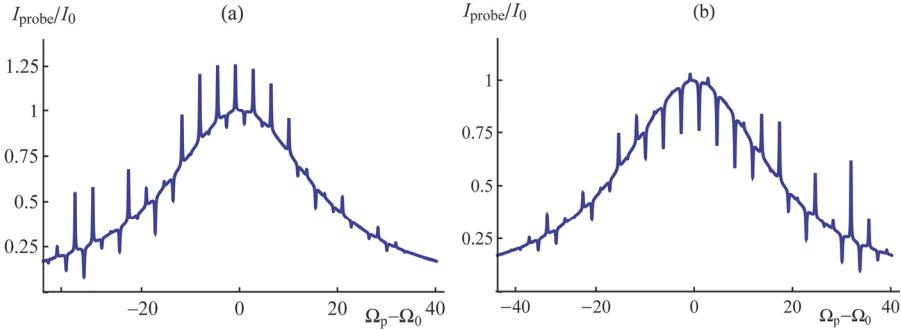


Рис.5. Частотный спектр пробного поля, прошедшего тонкую атомарную среду, подготовленную в запутанном состоянии внутренних и внешних степеней свободы [10–14] резонансным полем встречных волн и последующей бегущей волной. По оси абсцисс частоты представлены в единицах частоты отдачи  $\Omega_r$ , которая для атома натрия, например, составляет около  $10^5$  Гц.

тщательном математическом моделировании даст необходимую информацию об интерференции волн атомной материи.

#### 4. Заключение

Предложен тип многоимпульсного атомного интерферометра, в котором на этапе измерения регистрация атома на основном/возбужденном энергетическом уровне заменяется спектром атомного поглощения.

Атомное многоимпульсное состояние получается путем рассеяния на резонансных встречных волнах, одновременно поднимающих половину исходной населенности с основного энергетического уровня на возбужденный уровень. Интерференция импульсных волн материи – основной объект измерения – возникает вследствие последующего взаимодействия атома с одной из бегущих волн. В последнем случае распределение импульсов, первоначально симметричное, преобразуется в новую форму с колеблющейся сильной асимметрией. Разница между этими распределениями, до и после, являющаяся следствием исключительно интерференции атомарных волн материи, посредством абсорбционной спектроскопии преобразуется в частотный спектр зондирующего электромагнитного излучения.

В изложенном виде интерферометр предполагает одновременное наличие не одного рабочего атома, а облака, например, лазерно-охлажденных атомов. Этот кажущийся недостаток более чем компенсируется тем, что полная информация об интерференции волн материи получается не за счет статистического сбора информации из большого числа измерений, как в действующих ныне интерферометрах, а из одного измерения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки МОНКС РА в рамках Лаборатории исследования и моделирования квантовых явлений ЕГУ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Atom Interferometry. P.R. Berman (Ed.), USA, CA, Academic Press, San Diego, 1997.
2. M. Kasevich, C. Chu. Phys. Rev. Lett., **67**, 181 (1991).
3. A.D. Cronin, J. Schmiedmayer, D.E. Pritchard. Rev. Mod. Phys., **81**, 1051 (2009).

4. **C.L. Degen, F. Reinhard, P. Cappellaro.** Rev. Mod. Phys., **89**, 035002 (2017).
5. **D. Schlippert, J. Hartwig, H. Albers, L. Richardson, C. Schubert, A. Roura, W. Schleich, W. Ertmer, E. Rasel.** Phys. Rev. Lett., **112**, 203002 (2014).
6. **M. Abe, P. Adamson, M. Borcean, D. Bortoletto, K. Bridges, S.P. Carman, S. Chattopadhyay, J. Coleman, N.M. Curfman, K. DeRose, et al.** Quantum Sci. Technol., **6**, 044003 (2021).
7. **B.K. Malia, Y. Wu, J. Martínez-Rincón, M.A. Kasevich.** Nature, **612**, 661 (2022).
8. **W. Demtroder.** Basic Concepts and Instrumentation, Germany, Berlin, Heidelberg, Springer, 1996, § 10.3.
9. **A.Zh. Muradyan, H.L. Haroutyunyan.** Phys. Rev. A, **62**, 013401 (2000).
10. **A. Khalique, F. Saif.** Phys. Letters, **314**, 37 (2003).
11. **M. Roghani, H. Helm, H.-P. Breuer.** Phys. Scr., **T140**, 014034 (2010).
12. **G.A. Abovyan, G.Yu. Kryuchkyan.** J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., **44**, 045502 (2011).
13. **J. Mizrahi, C. Senko, B. Neyenhuis, K.G. Johnson, W.C. Campbell, C.W.S. Conover, C. Monroe.** Phys. Rev. Lett., **110**, 203001 (2013).
14. **C.E. Maximo, R. Bachelard, G.D. de Moraes Neto, M.H.Y. Moussa.** JOSA B, **34**, 2452 (2017).

## ԿԼԱՆՄԱՆ ԱՏՈՄԱՅԻՆ ԻՆՏԵՐՖԵՐՈՄԵՏՐ

Ա.Ժ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Տեսականորեն ներկայացված է ատոմային ինտերֆերոմետրի նոր տեսակ, որում գրանցումն իրականացվում է զոնդող ձառագայթման կլանման սպեկտրոսկոպիայի միջոցով: Սուտքային ատոմային ձառագայթը տրոհելու համար օգտագործվում է փոխազդեցություն հանդիպակաց տարածվող ռեզոնանսային ալիքների հետ: Միաժամանակ, ատոմը ձեռք է բերում նաև հավասար բնակեցվածություններ ներքին էներգիական մակարդակներում: Հետագա վազող ալիքի հետ փոխազդեցությունը հանգեցնում է ատոմի հարևան իմպուլսային վիճակների միջև ինտերֆերենցիայի, և բաշխումը դարձնում է պարբերաբար փոփոխվող՝ մուտքային իմպուլսի արժեքի նկատմամբ ուժեղ անհամաչափությամբ: Չափման փուլում մատերիայի ալիքների ինտերֆերենցիայի արդյունքը վերարտադրվում է զոնդային էլեկտրամագնիսական ալիքի սպեկտրալ բաշխումով:

## ABSORPTIVE ATOM INTERFEROMETER

A.Zh. MURADYAN

A new type of atomic interferometer is theoretically presented, in which registration is carried out by absorption spectroscopy of probing radiation. To split the input atomic beam, interaction with counterpropagating resonant waves is used. In addition, the atom also acquires equal populations at internal energy levels. The interaction with the subsequent traveling wave leads to interference between neighboring momentum states of the atom and the distribution becomes periodically varying with a strong asymmetry relative to the input momentum value. At the measurement stage, the result of the interference of matter waves is reproduced by the spectral distribution of the probing electromagnetic wave.