2 (18), 2008

УКД 620.93 **_Гидравлика_**

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ И НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЙ НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЭМУЛЬСИОННЫХ СМЕСЕЙ ПО ПРЯМЫМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ТРУБОПРОВОДАМ И РЕКОМЕНДАЦИЯ СООТВЕТСТВУЮЩИХ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕОБХОДИМЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

В.Г.Аванесян

Здесь, решая соответствующие дифференциальные уравнения установившегося и неустановившегося движений вязкопластичных эмульсионных смесей, получаем формулы, которые рекомендуем для определения всех основных гидравлических параметров указанных потоков.

Исследования установившегося и неустановившегося движений бингамовских пластиков и псевдопластичных жидкостей проводились на неньютоновских нефтяных эмульсиях, которые, как отметили ранее, по одним свойствам относятся к пластикам, по другим близки к псевдопластичным неньютоновским жидкостям $[1]$. Их аналогичность с бингамовскими пластиками объясняется наличием в них предела текучести $[2,3]$.

В отличие от стойких эмульсий, у бингамовских пластиков кажущаяся структурная вязкость не зависит от скорости сдвига. Псевдопластичная неньютоновская жидкость и стойкие нефтяные эмульсии сходны тем, что у обеих с увеличением скорости деформации сдвига уменьшается структурная вязкость, чего у бингамовских пластиков не наблюдается $[3]$.

В связи с тем, что на практике широко распространены установившиеся и неустановившиеся движения указанных неньютоновских эмульсий, отличающихся некоторыми своими специфическими особенностями от других вязкопластичных жидкостей (глинистые, цементные и другие аномальные растворы), возникла необходимость проведения в этой области не только экспериментальных, но и теоретических исследований.

Авторы работ $[4 \text{ и др.}]$ результаты своих экспериментально-теоретических исследований, проведенных на глинистых и цементных растворах, распространяли лишь на исследуемые жидкости, и поэтому, как отмечается в $[4,5]$, рекомендуемые ими формулы применимы только для последних.

Сначала рассмотрим стационарное движение неньютоновских эмульсий. Для этого в трубе радиусом R возьмем участок длиной L между сечениями I и II.

Переменный радиус r в данном сечении берется от оси трубы $0 \le r \le R$. Скорость движения частиц жидкости V зависит от величины r. С его увеличением скорость уменьшается, достигая наименьшего значения на внутренней стенке трубы (при r=R V=0). Поскольку по мере удаления от оси трубы, скорость частиц V уменьшается $\left(\frac{dy}{dr}=0\right)$, то уравнение Шведова-Бингама примет вид

$$\tau = -\eta \frac{dV}{dr} + \tau_0 , \qquad (1)$$

По выражению (1) движение возможно только при соблюдении условия $\tau > \tau_0$, т.е. в процессе движения касательные напряжения τ должны быть всегда больше предельного напряжения деформации сдвига. Поскольку при этом $\frac{dV}{dr}$ является величиной отрицательной, то первый член правой части уравнения рекомендуется взять со знаком минус, при котором величина $\left(-\eta \frac{dy}{dr}\right)$ всегда будет положительной.

На внутренней поверхности стенки трубы (при $r = R$) касательные напряжения τ до максимального значения, а по мере приближения к оси трубы они уменьшаются и на цилиндр поверхности радиуса $r = r_0$, τ становится равным предельному напряжению сдвига τ_0.

Для этого случая уравнение (1) принимает следующий вид:

$$-\eta \frac{dV}{dr} = 0, \qquad \text{т.е.} \ \frac{dV}{dr} = 0$$

$V = const$

Из изложенного следует, что цилиндрическая область с радиусом r_0 (ядро потока) движет твердое тело. Радиус ядра определим, исходя из условия равновесия сил давления ($\pi r_0^2 \Delta P$), действу на торцовые площадки ядра потока, и силы трения, действующей на поверхность ядра потока, р $2\pi r_0 l T_0$ т.е.

$$\pi r_0^2 \Delta P = 2\pi r_0 l T_0,$$

откуда

$$r_0 = \frac{2l\tau_0}{\Delta P},$$

При $\tau \leq \tau_0$ эмульсия в трубе не движется и $\frac{dV}{dr} = 0$. Если $r_0 = R$, то при $\tau_0 = \tau$ насту предельное равновесие и значение перепада давления ΔR_0 определяется по формуле

$$\Delta P_0 = \frac{2l\tau_0}{R},$$

Движение эмульсии возможно, когда действующий на торцовые площадки ядра перепад давле ΔP больше начального перепада ΔP_0, обусловленного предельным напряжением деформации сдвига τ_0

Уравнение равновесия сил давления и сил трения для произвольной части потока имеет следую вид:

$$2\pi r_0 l \tau = \pi r_0^2 \Delta P, \tag{6}$$

откуда

$$\tau = \frac{r\Delta P}{2l}, \tag{7}$$

Используя (6), уравнение (1) можно записать так

$$-\eta \frac{dV}{dr} + \tau_0 = \frac{r\Delta P}{2l}, \tag{8}$$

Из (8) находим

$$\Delta V = \frac{\Delta P}{2l\eta} \cdot r \cdot dr + \frac{\tau_0}{\eta} \cdot dr, \tag{9}$$

Интегрируя (9), получим выражение для скорости [1]

$$V = \frac{-\Delta P}{4l\eta} \cdot r^2 + \frac{\tau_0}{\eta} \cdot r + c, \tag{10}$$

Постоянную С находим из условия, что при $r = R, V = 0$

$$C = \frac{\Delta P}{4l\eta} \cdot r^2 - \frac{\tau_0}{\eta} \cdot R, \tag{11}$$

Подставляя (11) в (10), получим

$$V = \frac{\Delta P}{4l\eta} \cdot (R^2 - r^2) - \frac{\tau_0}{\eta} \cdot (R - r), \tag{12}$$

Это уравнение справедливо для кольцевого пространства вне ядра потока, т.е. при $r_0 \leq r \leq R$. Скорость движения ядра потока находим из (12), подставляя в него $r = r_0$ и $V = V_0$

$$V_0 = \frac{\Delta P}{4l\eta} \cdot (R^2 - r_0^2) - \frac{\tau_0}{\eta} \cdot (R - r_0), \tag{13}$$

Полный расход неньютоновских эмульсий по трубе состоит из расхода ядра потока Q_0 и расхода Q_r градиентного слоя кольца от r до R.

Расход ядра потока $$Q_0 = \pi r_0^2 V_0 \ , \tag{14}$$

Расход градиентного слоя в кольцевом пространстве вокруг ядра определим по выражению

$$Q_r = 2\pi \int_{r_0}^{R} V r dr \ , \tag{15}$$

Расход всего потока

$$Q = Q_0 + Q_r = \pi r_0^2 V_0 + 2\pi \int_{r_0}^{R} V r dr \ , \tag{16}$$

Подставляя в (16), (12), и (13) и интегрируя, получим

$$\begin{aligned} Q = {} & \frac{\pi \Delta P R}{8 l \eta} - \frac{\pi \Delta P}{4 l \eta} R^2 r^2 + \frac{\pi \Delta P r^2}{8 l \eta} - \frac{\pi \tau_0}{3\eta} R^3 + \frac{\pi \tau_0}{\eta} R r^2 - \frac{2\pi \tau_0}{3\eta} r_0^3 + \\ & + \frac{\pi \Delta P}{4 l \eta} R^2 r_0^2 - \frac{\pi \Delta P}{4 l \eta} r_0^4 - \frac{\pi \tau_0}{\eta} R r_0^2 + \frac{\pi \tau_0}{\eta} r_0^3 \end{aligned} \tag{17}$$

Подставляя в (17) вместе r_0 его значение $\dfrac{2l\tau_0}{\Delta P}$ и вместо $\dfrac{2l\tau_0}{R}$ перепад давления ΔP_0 (при котором данная эмульсия в трубе с радиусом R начинает двигаться), получим

$$Q = \frac{\pi R^4}{8 l \eta}\left(1 - \frac{4}{3}\cdot\frac{\Delta P_0}{\Delta P} + \frac{1}{3}\cdot\frac{\Delta P_0^4}{\Delta P^4}\right), \tag{18}$$

Отношение указанных перепадов давления приводит к следующему

$$\frac{\Delta P_0}{\Delta P} = \frac{\dfrac{2l\tau_0}{R}}{\dfrac{2l\tau_0}{r_0}} = \frac{r_0}{R}, \tag{19}$$

После подстановки (19) в (18) формула для определения расхода при движении неньютоновских эмульсий примет вид [1]:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 l \eta}\left(1 - \frac{4}{3}\cdot\frac{r_0}{R} + \frac{1}{3}\cdot\frac{r_0^4}{R^4}\right), \tag{20}$$

Анологичная формула для других жидкостей впервые была выведена Букингамом. Такого вида выражение для определения расхода Q можно получить также из общего уравнения движения вязкопластичной жидкости, полученного Г. Генки и А.Л. Ильюшиным. При движении масел, торфожидкостных масс и глинистых растворов структурный режим движения потока, описываемый формулой (20), наблюдался и М.П.Воларовичем и Р.И.Шищенко [4].

Средняя скорость потока

$$V_{cp} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{R^2 \Delta P}{8 l \eta}\left(1 - \frac{4 r_0}{3R} + \frac{r_0^4}{3R^4}\right)\frac{\delta y}{\delta x}, \tag{21}$$

Заменяя в (20) $\dfrac{r_0}{R}$ на $\dfrac{\Delta P_0}{\Delta P}$ и отбрасывая последний член как малую величину, получим

$$Q = \frac{\pi R^4}{8 l \eta}\left(\Delta P - \frac{4}{3}\cdot\Delta P_0\right), \tag{22}$$

$$\Delta P = \frac{8 l \eta Q}{\pi R^4} + \frac{8}{3}\cdot\frac{l\tau_0}{R}, \tag{23}$$

Выразив в (23) R через $\frac{d}{2}$, а Q через среднюю скорость, т.е. $Q = V_{ср}\frac{\pi d^2}{4}$, получим для неньютоновских жидкостей потери давления

$$\Delta P = \frac{32\eta V_{ср}}{d^2}\left(1 + \frac{1}{6}\cdot\frac{\tau_0 d}{\eta V_{ср}}\right). \tag{24}$$

В (24) первый член характеризует потери напора при ламинарном режиме движения ньютоновских жидкостей, а второй – увеличение гидравлических потерь за счет пластических свойств неньютоновских смесей. При предельном напряжении сдвига $\tau_0 = 0$ выражение (24) принимает вид формулы Пуазейля для определения потери энергии истинных жидкостей $[1]$; который имеет следующий вид:

$$\Delta P = \frac{32 l \eta V_{ср}}{d^2}. \tag{25}$$

Для определения коэффициента гидравлического сопротивления при движении неньютоновских эмульсий используем формулу Дарси-Вейсбаха

$$\Delta P = \lambda \frac{l}{d}\cdot\frac{V^2}{2g}\gamma, \tag{26}$$

Приравнивая (24) и (26) получим

$$\lambda = \frac{64\cdot g\left(1 + \frac{\tau_0 d}{6\eta V_{ср}}\right)\eta}{V_{ср}\gamma d}. \tag{27}$$

Обозначим

$$\frac{d\gamma V_{ср}}{\eta g}\cdot\frac{1}{\left(1 + \frac{\tau_0 d}{6\eta V_{ср}}\right)} = \mathrm{Re}^*, \tag{28}$$

и назовем его обобщенным числом Рейнольдса. Тогда для определения коэффициента гидравлического сопротивления при структурном режиме движения неньютоновских эмульсий из (27) получим теоретическую формулу $[1]$, аналогичную рекомендуемой нами эмпирической формуле.

Как отмечено ранее, впервые обобщенный параметр Рейнольдса был получен авторами работ $[4]$ для очень малых значений отношения $\frac{r_0}{R}$, когда силы пластичности очень малы по сравнению с силами вязкости.

Следует отметить, что в области изучения движения глинистых растворов при бурении скважин, много сделано Б.И. Мительманом и Б.С. Филатовым. Они дали конкретные и очень ценные рекомендации, на основе которых многие ученые продолжают исследования на других жидкостях.

Теперь рассмотрим одну задачу неустановившегося движения неньютоновских эмульсионных смесей.

Нестационарное движение таких жидкостей в нефтяной и химической промышленностях имеет большое распространение. Впервые для решения данной задачи Н.В. Тябиным в работе применялся способ Слезкина-Тарга, но он получил иное решение ввиду другой записи условия на границе ядра. Рассмотрим задачу о приведении в движение покоящейся в круглой цилиндрической трубе вязкопластичной эмульсии под действием внезапно приложенного заданного перепада давления. В цилиндрических координатах уравнение движения будет иметь следующий вид :

$$\rho\frac{\partial V}{\partial t} = \eta\left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V}{\partial r}\right) - \frac{\tau_0}{r} + \frac{\Delta P}{l}, \tag{29}$$

где r_0 - радиус ядра потока (т.е. радиус упругой области движения);

R – радиус трубопровода;

τ_0 - предельное напряжение деформации сдвига;

η - структурная вязкость жидкости.

Граничными условиями будут:

$$\begin{cases} V(R;t)=0, \\ \left[\dfrac{\partial V(r;t)}{\partial r}\right]_{r=r_1}=0, \\ \pi r_1^2 l\rho\left[\dfrac{\partial V(r,t)}{\partial r}\right]_{r=r_1}+2\pi r_1 l\tau_0=\pi r_1^2\Delta P \end{cases} \tag{30}$$

Из условия (30) находим

$$\left[\frac{\partial V(r;t)}{\partial r}\right]_{r=r_1}=\frac{\Delta P}{\rho l}-\frac{2\tau_0}{\rho r_1}, \tag{31}$$

Считаем, что жидкость в начальный момент времени неподвижна, т.е. $V(r;0)=0$.

Выражения $\dfrac{\partial V(r;t)}{\partial r}$ и $\left[\dfrac{\partial V(r;t)}{\partial r}\right]_{r=r_1}$ выразим через среднее значение $\dfrac{\partial V(r;t)}{\partial r}$ по r вязкопластичной области движения эмульсий, т.е.

$$\varphi(t)=\frac{1}{R-r_1}\int_{r_1}^{R}\frac{\partial V(r,t)}{\partial r}dr \ . \tag{32}$$

Предполагая, что в первом приближении вместо величины можно взять ее значение при $r=r_1$, и подставляя в (32), получим

$$\varphi(t)=\frac{1}{R-r_1}\int_{r_1}^{R}\left(\frac{\Delta R}{\rho l}-\frac{2\tau_0}{\rho r_1}\right)dr=\frac{1}{R-r_1}(R-r_1)\frac{\Delta P}{\rho l}-\frac{1}{R-r_1}(R-r_1)\frac{2\tau_0}{\rho r_1}=\frac{\Delta P}{\rho l}-\frac{2\tau_0}{\rho r_1}, \tag{33}$$

Теперь найдем скорость движения V. Учитывая граничные условия (30), приближенное дефференциальное уравнение (29) запишем в следующем виде

$$\begin{gathered} \rho\left(\frac{\Delta R}{\rho l}-\frac{2\tau_0}{\rho r_1}\right)=\eta\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot\frac{\partial V}{\partial r}\right)-\frac{\tau_0}{r}+\frac{\Delta P}{l} \\ \eta\frac{l}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot\frac{\partial V}{\partial r}\right)=-\frac{2\tau_0}{r_1}+\frac{\tau_0}{r}; \\ \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot\frac{\partial V}{\partial r}\right)=-\frac{2\tau_0}{\eta r_1}+\frac{\tau_0}{\eta r}; \end{gathered} \tag{34}$$

Умножая выражение на rdr и интегрируя, получим

$$r\cdot\frac{\partial V}{\partial r}=-\frac{\tau_0 r^2}{\eta r_1}+\frac{\tau_0}{\eta}r+c_1, \tag{35}$$

Из второго граничного условия (30) следует, что постоянная $C=0$.
Подставляя $C_1=0$ в (35), будем иметь

$$\frac{\partial V}{\partial r}=-\frac{\tau_0 r}{\eta r_1}+\frac{\tau_0}{\eta}, \tag{36}$$

Интегрируя (36), получим

$$V=-\frac{\tau_0 r^2}{\eta r_1}+\frac{\tau_0 r}{\eta}+C_2, \tag{37}$$

откуда

$$Q=\frac{\pi\tau_0}{4\eta r_1}(R^4-r_1^4)-\frac{2\pi\tau_0}{3\eta}(R^3-r_1^3), \tag{38}$$

Таким образом, полный расход при неустановившемся движении неньютоновских эмульсий рекомендуется находить по формуле (38). Перепад ΔP_1 давления при нестационарном движении необходимо определять из следующего соображения. Этот перепад $(\pi R^2 \Delta P_1)$ должен преодолевать силы инерции, возникшие в ядре потока (т.е. $\int_0^{r_1} 2\pi r l \rho \frac{\partial V(r_1;t)}{\partial t}\partial r$ и в области вокруг ядра потока от r_1 до $R \int_0^{R} 2\pi r l \rho \frac{\partial V(r_1;t)}{\partial t}\partial r$), а также силу $(\Delta P_2 \pi R^2)$ от перепада давления ΔP_2 при стационарном движении. При этом уравнение равновесия имеет следующий вид:

$$P_{\Delta P_1} = P_{\Delta P_2} + P_{ин(0-r_1)} + P_{ин(r_1-R)}, \tag{39}$$

$$P_{\Delta P_1} - P_{\Delta P_2} = P_{ин(0-r_1)} + P_{ин(r_1-R)} = m_0 a_0 + m_1 a_1 \ , \tag{40}$$

Таким образом рекомендуется выражение для определения перепала давления при неустановившемся движении

$$\Delta P_1 = \frac{\rho l}{\pi R^2} \cdot \frac{\partial Q_2}{\partial t} + \Delta P_2 , \tag{41}$$

Перепад ΔP_2 при установившемся движении неньютоновских эмульсий по горизонтальным трубопроводам постоянного сечения определяется общепринятым способом

$$\Delta P_2 = \lambda \frac{l}{Д} \cdot \frac{V^2 \rho}{2} , \tag{42}$$

Коэффициент λ гидравлического сопротивления в (60) для структурного и турбулентного режимов движения неньютовских эмульсий рекомендуется определять по формулам.

1. Структурного режима

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}^*} , \tag{43}$$

2. При турбулентном режиме

$$\lambda_{тр} = в \left(\frac{\eta_T}{\eta_B}\right)^{0,04} \cdot \left(\frac{\Delta}{\alpha}\right)^{0,3} , \tag{44}$$

где В=0,07 безразмерная величина, η_B - вязкость воды, при 20°С=0,1Па·$С$

$$\eta_T = \frac{V \cdot d \cdot \rho}{-\mathrm{Re}}, \text{Па}\cdot С$$

Re^* - обобщенное число рейнольдса.

Ամփոփում

Տվյալ հոդվածում առաջարկվում են նոր հաշվարկային բանաձևեր ոչ նյուտոնական հեղուկների ստացիոնար և ոչ ստացիոնար շարժումների էներգիայի կորուստների որոշման համար:

Литература

1. Аванесян В.Г., Установившееся движение бингамовских пластиков и псевдопластичных жидкостей в трубопроводе, Изв. АН Арм. ССР, сер. техн. наук, XXIII, N⁰ 4, 1970, с.36-43 с илл.
2. Аванесян В.Г., Определение физико-механических свойств неньютоновских жидкостей, Журнал "Промышленность Армении" N⁰ 6, 1969, с. 21-24 с илл.
3. Аванесян В.Г., Экспериментальное исследование структурно-механических свойств неньютоновских смесей. М.: ВНИИОЭНГ" N⁰ 12, 1969, с. 32-33 с илл.
4. Шищенко Р.И., Есьман Б.И., Практическая гидравлика в бурении, М.: Недра, 1977, 230с.
5. Мительман Б.И., Справочник по гидравлическим расчетам в бурении, М.: Гостоптехиздат, 1963, 254с.

АрГУ, кафедра инженерии