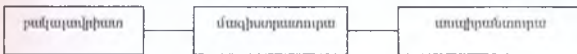


ԿՈՒՐՍԱՅԻՆ ԵՎ ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔՆԵՐԻ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒՄԸ ԱՄԲՈՒՆ
ԳՈՒՐԾՈՒՆԵՈՒԹՅԱՆ ԿԱՐՆԱԼՈՐ ԸՆԴՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒՅԷ

Ա.Կ. Պետրոսյան

Բարձրագույն կրթության նախնական համակարգում



բարձր որակավորման գիտական և գիտամակնկալարժեքի կադրերի պատրաստման հիմնական ողակը ասպիրանտուրան է: Մակայն, սովորողների մոտ գիտահետազոտական աշխատանքի կատարման որոշակի ունակություններ և մեթոդիկա պետք է ձևավորել ու աստիճանաբար զարգացնել տակավին ասպիրանտուրային նախորդող օղակներում բակալավրիատում և մագիստրատուրայում:

Ասպիրանտական ուսուցման և գիտահետազոտական աշխատանքի կազմակերպման խորհրդային մոդելը, որը ժամանակի յավագույն գիտական-մանկավարժների կողմից մշակվել էր տասնամյակների ընթացքում, բավականին արդյունավետ էր և արժանի է ընդօրինակման: Մինչդեռ, բակալավրիատ-մագիստրատուրա համակարգի համար, որը մեզանում ընդամենը 3-4 տարվա պատմություն ունի, գիտահետազոտական աշխատանքների կազմակերպման հստակ մեխանիզմներ (մոդելներ) դեռևս մշակված չեն:

Բակալավրիատում և մագիստրատուրայում ուսանողի գիտական գործունեության հիմնական ձևը կուրսային և ավարտական (մագիստրատական) աշխատանքների կատարումն է: Այն նպատակ ունի ոչ միայն խորացնելու ուսանողների գիտելիքներն ընտրած մասնագիտության բնագավառում, այլև ծանոթացնելու գիտական հետազոտության եղանակներին ու մեթոդներին: Համալսարանն ավարտելով ուսանողը պետք է ունենա ոչ միայն գիտելիքների որոշակի պաշար, ստանդիտ-տրամաբանելու ունակություն, այլև տիրապետի գիտական աշխատանքի մեթոդիկային:

Կուրսային և ավարտական աշխատանքներում առաջին անգամ ուսանողը դրսևորում է ինքնուրույն գիտական աշխատանք գրելու ունակություններ, հմտանում է մասնագիտական գրականության վրա արդյունավետ աշխատելու և իր մտքերն ընդունված գիտական ոճով շարադրելու գործում: Այլ խոսքով ասած, կուրսային և ավարտական աշխատանքների կատարումն ու պաշտպանությունը ապագա մասնագետի առաջին փորձերն են գիտական ապարնելում: Ուստի, այդ աշխատանքների կազմակերպումը թեմաների ընտրությունից և բաշխումից մինչև պաշտպանությունը, պետք է լինի համապատասխան ամբիոնի ուղարդության կենտրոնում, նրա վերահսկողության տակ:

Գիտական հետազոտության, մասնավորապես, կուրսային և ավարտական աշխատանքների հաջողությունը պայմանավորված է ոչ միայն հեղինակի (տվյալ դեպքում՝ ուսանողի) տնական պատրաստվածությամբ և մակարդակով, այլև մեծապես կախված է հետազոտության թեմայի ճիշտ ընտրությունից: Այս տնակետից խիստ կարևորվում է ամբիոնի գործունեությունը՝ կուրսային և ավարտական աշխատանքների բանկ (շտեմարան) ստեղծելու ողությունը: Պետք է ի նկատի ունենալ, որ ուսանողներից շատ քչերը կարող են ինքնուրույնաբար ընտրել գիտական հետազոտության հարմար թեմա:

Հարկ է նշել, որ մինչև վերջին ժամանակները պատշաճ ուղարդություն չենք դարձրել ամբիոնների գործունեության այդ կարևոր բնագավառի վրա (համեմայն դեպք այդպես էր վիճակը մաթեմատիկայի ամբիոնում): Թեմաների ընտրությունն ու բաշխումը թողնված էր հիմնականում գիտական ղեկավարների հայեցողությանը, ուսանողը թեմայի ընտրության լայն հնարավորություն գրեթե չուներ: Շատ դեպքերում ուսանողին տրվում էր միայն թեմայի

անվանումը, նշվում մեկ կամ երկու գրականություն, չկար աշխատանքի կատարման ընդարձակ մանրամասնված պլան, հիմնավորված չէր թեմայի կարևորությունը և աշխատանքի կոնկրետ նպատակը:

Այս ամենի արդյունքում ուսանողը պաշտպանության էր ներկայացնում մի աշխատանք, որը համարյա չէր տարբերվում պարտադիր ուսումնական ծրագրով նախատեսված նյութից, հասնել էլ ներկայացնում էր ոչ գրագետ հայերենով գրված թարգմանություն:

2003-04 ուս. տարվանից սկսած մաթեմատիկայի ամբիոնը լրջորեն ձեռնամուխ է եղել կուրսային և ավարտական աշխատանքների թեմատիկայի մշակման և թեմաների բանկ ստեղծելու գործին: Ներկայումս այդ ուղղությամբ կատարված է բավականին ծավալուն աշխատանք: Հիմնովին վերանայվել և արդիականացվել է կուրսային և ավարտական աշխատանքների թեմատիկան, մշակվել են նոր թեմաներ: Մինչ այդ Երևանի պետական համալսարանի, Խ./Լեռվանի անվան պետական մանկավարժական համալսարանի և Մ.Վ. Լոմոնոսովի անվան Մոսկվայի պետական համալսարանի մաթեմատիկական ամբիոններից նախապես ձեռք ենք բերել համապատասխան նյութեր, որոնք էականորեն վերանայվել, կոնկրետացվել և տեղայնացվել են հաշվի առնելով մեր ուսանողության պատրաստվածության մակարդակը, գոյություն ունեցող գիտական և ուսումնական գրականության բազան, ապագա մասնագետների աշխատանքային գործունեության քննադատները:

Ամբիոնի կողմից մշակված թեմաների մեծ մասը բավականաչափ ընդգրկում է, որպեսզի այն ծառայի մասամբ որպես կուրսային աշխատանք, իսկ ամբողջությամբ՝ ավարտական աշխատանք: Կան նաև թեմաներ, որոնք հետագայում կարող են հիմք հանդիսանալ մագիստրոսական թեզի համար:

Մեր կարծիքով կուրսային և ավարտական աշխատանքների կազմակերպման աչափսի փուլային մոտեցումը (կուրսային → ավարտական → մագիստրոսական) ամփոփել նպատակահարմարն ու արդյունավետն է, քանի որ այն հնարավորություն է տալիս ուսանողին գիտահետազոտական աշխատանքի պարզ՝ ծեփերատային ձևը աստիճանաբար զարգացնելու ավելի լուրջ գիտական ուսումնասիրության: Ընթացիկ աշխատանքների կազմակերպման նման ձևը ուսանողին թույլ է տալիս իր ազնվաթ թեզի վրա աշխատելու անընդմեջ՝ սկսած երկրորդ կուրսից:

Կուրսային և ավարտական աշխատանքների թեմատիկան կազմելիս քննականաբար հաշվի է առնվել այն հասցամանքը, որ ամբիոնի շրջանավարտների հիմնական մասը աշխատելու է ուսուցչի մասնագիտությամբ: Ուստի, թեմաների մի մասը վերաբերում է մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի գիտական հիմքերին և մաթեմատիկայի դասավանդման հիմնահարցերին:

Հաշվի առնելով, որ առավել ընդունակ ուսանողների մի մասը ուսումը շարունակելու է ասպիրանտուրայում ամբիոնը մշակել է նաև այնպիսի թեմաներ, որոնք ընդհանուր մաթեմատիկական զարգացմանը հարմար են արհեստավարժության թացի ընդգրկում են տեսական բնույթի ավելի լուրջ խնդիրներ, որոնց հաղթահարումը թույլ է տալիս ընդունալ մոտեմալու գիտական ոչ մեծ հայտնագործության շննին:

2007-08 ուս. տարում մաթեմատիկայի ամբիոնի կողմից ուսանողներին առաջադրված կուրսային և ավարտական (դիպլոմային) աշխատանքների թեմաների հետ միասին տրվել է նաև հստակ պարզաբանումներ (գրավոր ձևով), որոնք ընդգրկում են.

ա. թեմայի կարևորության (ավտուարության) հիմնավորումը և աշխատանքի նպատակը:

բ. աշխատանքին վերաբերող անհրաժեշտ տեսական դրույթների ցանկը և մաթեմատիկայի այն բաժինների անվանումները, որոնց ինացությունը պարտադիր է աշխատանքը հաջողությամբ կատարելու համար:

գ. աշխատանքի մանրամասնված, ընդարձակ պլանը:

դ. աշխատանքի կատարման փուլերը կուրսային → ավարտական →

(որոշ դեպքերում, նաև՝ մագիստրոսական);

ե. անհրաժեշտ գրականության ցանկը:

Ստորև ներկայացնում ենք կուրսային և ավարտական աշխատանքների թեմաների երկու նմուշ:

Նմուշ 1

(Կուրսային → ավարտական → մագիստրոսական)

Թեմա: Հաջորդականությունների զուգամիտության լոշիի սկզբունքը

I. Թեմայի կարևորությունը և աշխատանքի նպատակը

Մաթեմատիկական անալիզի հիմնական ոչ հանրահաշվական գործողությունը, որի հիմքի վրա կառուցվում են դիֆերենցիալ և ինտեգրալ հաշիվները, սահմանային անցման գործողությունն է: Այդ գործողության պարզագույն ձևը հաջորդականության սահմանն է, որի միջոցով հետագայում սահմանվում են նաև սահմանային անցման այլ ձևեր: Իսկ հաջորդականությունների սահմանների տեսության հիմնական թեորեմները լոշիի զուգամիտության սկզբունքն է: Եվ չնայած լոշիի սկզբունքը անալիզի դասական թեորեմներից է, այն ունի կարևոր ընդհանրացումներ և լայն կիրառություններ: Գոյություն ունեն տեսական բնույթի բազմաթիվ խնդիրներ, որոնք անմիջականորեն առնչվում են լոշիի սկզբունքի հետ: Դրանց լուծումը ահաանցում է ոչ միայն տեսական նյութի խորը իմացություն, այլև ստեղծագործական ունակություններ:

Աշխատանքը մղված է հաջորդականությունների զուգամիտության լոշիի սկզբունքին և նրա գործնական ու տեսական կիրառություններին:

Աշխատանքի նպատակն է.

1. Սահմանել ֆունգամենտալ հաջորդականության հասկացությունը R^k -ում, ապացուցել լոշիի թեորեմը իրական թվերի ֆունգամենտալ հաջորդականությունների զուգամիտության մասին: Լուծել գործնական և տեսական բնույթի մի շարք խնդիրներ:

2. Սահմանել մետրիկական տարածության հասկացությունը: Ընդհանրացնել լոշիի զուգամիտության սկզբունքը մետրիկական տարածությունում: Սահմանել լրիվ մետրիկական տարածության հասկացությունը, բերել լրիվ մետրիկական տարածությունների օրինակներ և ժխտորինակներ: Ապացուցել մետրիկական տարածությունների համալրման վերաբերյալ թեորեմը: Լուծել տեսական բնույթի մի շարք խնդիրներ:

3. Կառուցել իրական թվերի R բազմությունը՝ ռացիոնալ թվերի ֆունգամենտալ հաջորդականությունների միջոցով: Ակնարկային կարգով ներկայացնել իրական թվերի բազմության կառուցման այլ մոտեցումներ՝ Էդմունդսոնի հատույթներ և անվերջ տասնորդական կոտրակներ: Ապացուցել իրական թվերի տարբեր մոդելների հոմոմորֆիզմի վերաբերյալ թեորեմը:

II. Թեմայի կատարման համար անհրաժեշտ տեսական դրույթները

Աշխատանքը կատարելու համար հնդիակը պետք է ունենա անհրաժեշտ տեսական գիտելիքներ մաթեմատիկայի հետևյալ բաժիններից՝ մաթեմատիկական անալիզ (սահմանների տեսություն), ֆունկցիոնալ անալիզ (մետրիկական և լրիվ մետրիկական տարածություններ), իրական անալիզ (Հափի տեսություն, Լեբեգի ինտեգրալ), տեսական թվաբանություն (թվային համակարգեր):

III. Գրականություն

1. Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, том 1, Наука, 1969.
2. В. А. Зорич, Математический анализ, том 1, М., Наука, 1981.
3. Ռուդին Ու., մաթեմատիկայի անալիզի հիմունքներ, Սր., Լույս, 1975:
4. Б. А. Ильин, Э. Г. Позняк, Основы математического анализа, М., Наука, 1979, часть I.
5. А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин, Элементы теории функций и функционального анализа, М., Наука, 1981.
6. Л. А. Люстерник, В. И. Соболев, Краткий курс функционального анализа, М., Высшая школа, 1982.
7. А. А. Кириллов, А. Ю. Гивипияни, Теория и задачи функционального анализа, М., Наука, 1979.
8. Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. Н. Чехлов, М. И. Шабунип, Сборник задач по математическому анализу, т. I, М., Наука, 1984.
9. Գևորգյան Գ. Գ., Գալստյան Լ. Հ. և ուրիշներ, Մաթեմատիկական անալիզի խնդրագիրք, I, II, Երևան, 1998:
10. Н. Т. Демилов, Основания арифметики, Учпедгиз, М., 1963.
11. Б. Б. Немыцкий, М. И. Слудская, А. Н. Черкасов, Курс математического анализа, т. I, М., Наука, 1961.
12. М. Рид, Б. Саймон, Методы современной математической физики, т. I Функциональный анализ, Изд. Мир, М., 1977.

IV. Աշխատանքի մանրամասնված պլանը

§1. Թվային հաջորդականությունների զուգամիտության կոշիի սկզբունքը
Գրականություն [1], [2], [3], [4], [8], [9]

1.1. Ֆունդամենտալ հաջորդականություններ R^1 -ում, հատկություններ:

ա) ֆունդամենտալ հաջորդականության սահմանումը: Օրինակներ և ժխտօրինակներ:

բ) Ֆունդամենտալ հաջորդականության սահմանափակությունը: Բերել սահմանափակ հաջորդականության օրինակ, որը ֆունդամենտալ չէ:

գ) Չուգամենտ հաջորդականության ֆունդամենտալ լինելը: Բերել Q -ում ֆունդամենտալ հաջորդականությունների օրինակներ, որոնք Q -ում զուգամետ չեն:

դ) Ապացուցել, որ եթե x_n և y_n հաջորդականությունները ֆունդամենտալ են, ապա ֆունդամենտալ են նաև cx_n , $x_n \pm y_n$ և $x_n \cdot y_n$ հաջորդականությունները:

ե) Դիցուք x_n հաջորդականությունը ցանկացած m , $n \in N$ թվերի համար բավարարում է

$$|x_m - x_n| > \frac{1}{n} \text{ պայմանին: Ապացուցել, որ } x_n \text{-ը սահմանափակ չէ: [3]}$$

1.2. Կոշիի զուգամիտության սկզբունքը, կիրառություններ:

ա) Ձևակերպել և ապացուցել կոշիի թեորեմը:

բ) Օգտվելով կոշիի զուգամիտության սկզբունքից՝ ապացուցել հետևյալ հաջորդականությունների զուգամիտությունը. [9]

$$1. x_n = \sum_{k=1}^n \frac{\sin k}{2^k}; \quad 2. x_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}; \quad 3. x_n = \sum_{k=1}^n \frac{\cos k!}{k(k+1)}; \quad 4. x_n = \sum_{k=1}^n aq^{k-1}, \quad |q| < 1.$$

գ) Օգտվելով կոշիի զուգամիտության սկզբունքից՝ ապացուցել, որ հետևյալ հաջորդականությունները տարամետ են. [9]

$$1. x_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}; \quad 2. x_n = \frac{n \cos \pi n - 1}{2\pi}; \quad 3. x_n = (-1)^n \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n.$$

դ) Չուգամենտ է արդյոք x_n հաջորդականությունը, եթե ցանկացած p բնական թվի համար $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{n+p} - x_n) = 0$: Բերել համապատասխան օրինակ: [9]

ե) x_n հաջորդականությունն անվանում են սահմանափակ փոփոխության հաջորդականություն, եթե գոյություն ունի այնպիսի C ՝ հաստատուն, որ կամայական n -ի համար

$$\sigma_n = |x_2 - x_1| + |x_3 - x_2| + \dots + |x_n - x_{n-1}| < C:$$

Ապացուցել, որ սահմանափակ փոփոխության հաջորդականությունը զուգամետ է: Բերել x_n հաջորդականության օրինակ, որը զուգամետ է, բայց սահմանափակ փոփոխության չէ: [9]

զ) Ապացուցել, որ մոնոտոն և սահմանափակ հաջորդականությունն ունի սահմանափակ փոփոխության:

§2. Կոշիի զուգամիտության սկզբունքի քնդհանրացումը

Գրականություն [3], [5], [6], [7], [8], [12]

2.1. Մետրիկական տարածության սահմանումը: R^d , R^n , R_1^n , $C[a, b]$, ℓ_2 , $C_2[a, b]$, m տարածությունները: Ֆունդամենտալ հաջորդականության սահմանումը մետրիկական տարածության մեջ: Լրիվ մետրիկական տարածություններ:

2.2. Ապացուցել R^n , R_m^n , R_1^n , $C[a, b]$, ℓ_2 , m մետրիկական տարածությունների լրիվությունը:

2.3. Յույց տալ, որ $C_2[a, b]$ տարածությունը լրիվ չէ:

2.4. Դիցուք $\{p_n\}$ և $\{q_n\}$ թվային հաջորդականությունները ֆունդամենտալ են X մետրիկական տարածությունում: Ապացուցել, որ $\rho(p_n, q_n)$ հաջորդականությունը զուգամետ է: [3]

2.5. Ապացուցել, որ հետևյալ մետրիկական տարածությունները լրիվ չեն. [7]

ա) իրական թվերի բազմությունը $\rho_1(x, y) = |\arctg x - \arctg y|$ մետրիկայով;

բ) իրական թվերի բազմությունը՝ $\rho_2(x, y) = |e^x - e^y|$ մետրիկայով;

գ) հանրահաշվական բազմանդամների բազմությունը՝ $\rho_1(P, Q) = \max_{0 \leq x \leq 1} |P(x) - Q(x)|$

մետրիկայով;

դ) հանրահաշվական բազմանդամների տարածությունը՝ $\rho_2(P, Q) = \int_0^1 |P(x) - Q(x)| dx$

մետրիկայով:

2.6. Ապացուցել մետրիկական տարածությունների համալրման վերաբերյալ թեորեմը: [5], [12]

§3. Իրական թվերի բազմության կառուցումը ժազհոնալ թվերի ֆունդամենտալ հայորդականությունների միջոցով:

Գրականություն՝ [11], [10], [4], [1], [2]

4.1. Առաջինալ թվերի ֆունդամենտալ հայորդականությունների հատկությունները

ա) Ապացուցել, որ ժազհոնալ թվերի ֆունդամենտալ հայորդականությունը սահմանափակ է ժազհոնալ թվով:

բ) Ապացուցել, որ ժազհոնալ թվերի ֆունդամենտալ հայորդականությունների գումարը, տարբերությունը և արտադրյալը ժազհոնալ թվերի ֆունդամենտալ հայորդականություն է:

գ) Ձրոյական հայորդականություններ Q -ում, դրանց հատկությունները:

դ) Առաջինալ թվերի դրական և բացասական ֆունդամենտալ հայորդականություններ: Թվաբանական գործողություններ դրանց հետ:

ե) Առաջինալ թվերի ֆունդամենտալ հայորդականությունների համարժեքությունը:

Համարժեքության դասեր: Ձրոյական, դրական և բացասական դասեր:

4.2. Իրական թվերի բազմության արսիտները:

4.3. Իրական թվի սահմանումը Q բազմության ֆունդամենտալ հայորդականությունների համարժեքության դասերի միջոցով: Արսիտների ստուգումը:

4.4. Իրական թվերի արսիտներին բավարարող այլ բազմություններ (մոդելներ): Իրական թվերի արսիտներին բավարարող բազմությունների հոմոմորֆիզմը:

V Աշխատանքի կատարման փուլերը

Առաջին փուլ: Լուրսային աշխատանք: Ընդգրկում է §1-ի նյութը:

Երկրորդ փուլ: Բակալավրիատի ավարտական աշխատանք: Ընդգրկում է §2-ի նյութը:

Երրորդ փուլ: Մագիստրոսական թեզ: §1-ի, §2-ի հետ միասին ընդգրկում է §3-ի նյութը:

Նմուշ 2

(Լուրսային → ավարտական)

Ուսուցչի մասնագիտությունն ընտրած ուսանողի համար

Թեմա՝ Ֆունկցիայի Լքստրեմումները

1. Թեմայի կարևորությունը և աշխատանքի նպատակը

Արկրաչափության, ֆիզիկայի, տնտեսագիտության և գիտության այլ բնագավառների շատ խնդիրներում հարկ է լինում գտնել մի որոշ մեծության մեծագույն կամ փոքրագույն արժեքը, որ ֆունկցիոնալ կախվածությամբ կապված է մի այլ մեծության հետ: Այդպիսի խնդիրների լայն տարածվածությունը և կիրառական մեծ նշանակությունը հանդիսացել են այն հիմնական պատճառներից մեկը, որոնք խթանել են դիֆերենցիալ հաշվի, ամբողջությամբ նաև, մաթեմատիկական անալիզի զարգացումը: Պատահական չէ, որ այդ խնդիրների ուսումնասիրմանը արտաշնորհ տեղ է հատկացվում ոչ միայն մաթեմատիկայի համալսարանական ծրագրերում, այլ նաև մաթեմատիկայի դպրոցական ծրագրերում: Այդ խնդիրների ուսումնասիրումը կարևորվում է նաև սիլաբարակայնական կապերի և սովորողների մոտ մաթեմատիկայի նկատմամբ հետաքրքրության բարձրացման տեսանկյուններից:

Աշխատանքը նվիրված է ֆունկցիայի Լքստրեմումների հետազոտմանը, մեծագույն և փոքրագույն արժեքների հետ կապված զանազան տեքստային խնդիրների լուծմանը:

Նման թեմայով Լուրսային և ավարտական աշխատանքների կատարումը մաթեմատիկայի ապագա ուսուցչի համար միանգամայն տեղին է և նպատակահարմար:

Աշխատանքի նպատակն է.

1) Մասնանել մեկ փոփոխականից կախված թվային ֆունկցիայի Լքստրեմումները: Ստանալ Լքստրեմումների գոյության անհրաժեշտ և բավարար ադայաններ: Մշակել Լքստրեմումների

հետազոտման հարմար հաշվեկանոն: Լուծել բավականաչափ վարժություններ և խնդիրներ, դրանց թվում նաև՝ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի առավել դժվարին խնդիրները:

2. Սահմանել ֆունկցիայի փոքրագույն և մեծագույն արժեքների հասկացությունները: Ապացուցել Վայերշտրասի թեորեմները փակ միջավայրում անընդհատ ֆունկցիաների փոքրագույն և մեծագույն արժեքների վերաբերյալ: Սահմանել ծայրային էքստրեմումի հասկացությունը: Մշակել հատվածում անընդհատ ֆունկցիայի փոքրագույն և մեծագույն արժեքների որոնման հաշվեկանոնը: Լուծել համապատասխան վարժություններ և խնդիրներ թե՛ բուհ-ական և թե՛ դպրոցական խնդրագրքից:

3. Մշակել ֆունկցիայի փոքրագույն և մեծագույն արժեքների վերաբերյալ տեքստային խնդիրների լուծման սխեման: Լուծել առնվազն 10 խնդիր՝ ընտրված տարբեր բնագավառներից՝ երկրաչափություն, ֆիզիկա, տնտեսագիտություն և այլն: Վերլուծել նման խնդիրների լուծման ժամանակ աշակերտների հաճախակի թույլ տված սխալների պատճառները և փորձել նշել դրանց վերացման ուղիները:

4. Ներկայացնել սեփական նկատառումները՝ ներկայումս գործող դասագրքերում «Ածանցյալի կիրառություններ» թեմայի շարադրման վերաբերյալ: Փորձել կատարել դիտողություններ և առաջարկություններ նշված թեման միջնակարգ դպրոցում դասավանդելու մեթոդիկայի վերաբերյալ:

II. Աշխատանքի կատարման պլանը

§1. Լուկա էքստրեմումներ: Գոյություն անհրաժեշտ պայմաններ և բավարար պայմաններ:

Դրականություն [1], [2], [3], [4]

Խնդիրներ §1-ի վերաբերյալ

1.1. Հետազոտել հետևյալ ֆունկցիաների էքստրեմումները [5], [1]

$$\text{ա) } y = \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}\right) e^{-x}, \quad n \in \mathbb{N}; \quad \text{բ) } y = x^m - (1-x)^n, \quad m, n \in \mathbb{N};$$

$$\text{գ) } y = x^3(1-x)^3 \quad \text{դ) } f(x) = (x-x_0)^n \cdot \varphi(x), \quad n \in \mathbb{M}, \quad x_0 \text{ կետում:}$$

$$\text{ե) } y = \sin^3 x + \cos^3 x \quad \text{զ) } y = x^{\frac{2}{3}} - (x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$$

$$1.2. \text{Դիցուք՝ } f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}, \quad f'(x) = \frac{P_1(x)}{Q^2(x)} \text{ և } x_0 \text{-ն } f(x) \text{ ֆունկցիայի ստացիոնար կետ}$$

է: Ապացուցել, որ $\operatorname{sgn} f''(x_0) = \operatorname{sgn} P_1'(x_0)$: Ենթադրվում է, որ $P_1'(x_0)$ -ն գոյություն ունի և $Q(x)$ -ն անընդհատ է: [5]

1.3. Դիցուք՝

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & \text{երբ } x \neq 0, \\ 0; & \text{երբ } x = 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} xe^{-\frac{1}{x^2}}, & \text{երբ } x \neq 0, \\ 0; & \text{երբ } x = 0 \end{cases}$$

Ապացուցել, որ $f(x)$ ֆունկցիան $x=0$ կետում ունի մինիմում, իսկ $g(x)$ ֆունկցիան $x=0$ կետում էքստրեմում չունի (չնայած $f^{(n)}(0) = g^{(n)}(0) = 0$):

Կառուցել այդ ֆունկցիաների գրաֆիկների էսքիզները: [5]

1.4. Գտնել պարամետրային տեսքով տրված $y = f(x)$ ֆունկցիայի էքստրեմումները:

$$\begin{cases} x = \varphi(t) = t^5 - 5t^3 - 20t + 7, \\ y = \psi(t) = 4t^3 - 3t^2 - 18t + 3, \end{cases} \quad (-2 < t < 2) \quad [6]$$

1.5. Բարձր կարգի ածանցյալների միջոցով հետազոտել ֆունկցիայի էքստրեմումները.

$$\text{ա) } f(x) = e^x + e^{-x} + 2\cos x; \quad [1] \quad \text{բ) } f(x) = \cos x - 1 + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!}, \quad x_0 = 0 \text{ կետում: } [6]$$

1.6. Գտնել $f(t) = \frac{1+t}{3+t^2}$ ֆունկցիայի ստորին և վերին նգրները $x < t < +\infty$ միջակայքում: [5]

1.7. Ապացուցել, որ եթե $f(x)$ ֆունկցիան ոչ բացասական է, ապա $F(x) = cf^2(x)$, ($c > 0$) ֆունկցիան ունի նույն էքստրեմումի կետերը, որ ունի $f(x)$ -ը: [4]

1.8. Ապացուցել, որ եթե $\varphi(x)$ ֆունկցիան մոնոտոն աճող է R -ում, ապա $f'(x)$ և $\varphi(x)$ ֆունկցիաներն ունեն միևնույն էքստրեմումի կետերը: [5]

1.9. Գտնել ֆունկցիայի էքստրեմումները: [7]

ա) $y = |x^2 - 2x|$; բ) $y = 3x^2 - 2x + |x + 1|$; գ) $y = 2x^3 = 3x^2 - 6x - 6|x - 1|$

1.10. Տույց տալ, որ ֆունկցիան էքստրեմումի կետեր չունի: [7]

ա) $y = \frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 10x - \frac{1}{2}\sin 2x$; բ) $y = x^5 + 4x^7 - 9$; գ) $y = \cos x - x$

§2. Փակ միջակայքում անընդհատ ֆունկցիաների մեծագույն և փոքրագույն արժեքները: Մայրային էքստրեմումներ:

Գրականություն [1], [2], [3], [4]

Խնդիրներ և վարժություններ §2-ի վերաբերյալ

2.1. Գտնել ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները նշված միջակայքում: [6]

ա) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$, $[-2; \frac{5}{2}]$ բ) $f(x) = x^3 \ln x$, $[1; 2]$

գ) $f(x) = \sqrt{(1-x^2)(1+2x^2)}$; $[-1; 1]$ դ) $f(x) = \arccos x^2$; $[\frac{-2}{\sqrt{2}}; \frac{\sqrt{2}}{2}]$

ե) $f(x) = \sin x \cdot \sin 2x$, $(-\infty; +\infty)$ զ) $f(x) = a \sin 3x + b \cdot \cos 3x + D$, $(-\infty; +\infty)$

է) $f(x) = \sqrt{12-x^2-4x} - |x+2|$ $D(7)$ -ում ը) $f(x) = 2^{10x-x^2-21} + \frac{1}{2+3|x-5|}$; $(-\infty; +\infty)$

2.2. Տրված են m և n դրական թվերը: Գտնել $x^m + x^n$ արտահայտության փոքրագույն արժեքը, եթե $x + y = a$:

2.3. Տրված են m և n դրական թվերը: Գտնել $x^m - x^n$ ($x > 0, y > 0$) արտահայտության մեծագույն արժեքը, եթե $x + y = a$:

2.4. a և b կիսաառանցքներով էլիպսի տանել այնպիսի շոշափող, որ կտորոնատային առանցքների հետ նրա հատումից առաջացած եռանկյունն ունենա փոքրագույն մակերես:

§3. Տեքստային խնդիրներ ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները գտնելու վերաբերյալ

Գրականություն [4], [6], [7], [8]

Խնդիրներ §3-ի վերաբերյալ

1.1. R շառավղով շրջանագիծը շոշափում է հավասարաթուն եռանկյան սրույնը, իսկ կենտրոնը գտնվում է հիպի վրա: Ինչպիսի՞ փոքրագույն սրույն կարող է ունենալ այդ եռանկյունը: [7]

1.2. ABC եռանկյունը ներգծած է $AKPQ$ գուգահեռագիծ. որն ունի մեծագույն մակերես: Գտնել այդ գուգահեռագծի կողմերը, եթե $AB = c$, $AC = b$: [7]

1.3. A անկյան կողմերի վրա E և F կետերն ընտրված են այնպես, որ AEF եռանկյունն ունի S մակերես: Ինչպիսի՞ փոքրագույն արժեք կարող է ունենալ EF հատվածի երկարությունը, եթե $\angle A = 60^\circ$: [7]

1.4. Եռանկյան երկու կողմերից յուրաքանչյուրն ունի a երկարություն: Գտնել երրորդ կողմի երկարությունը այնպես, որ եռանկյանը ներգծած շրջանագծի շառավղի լինի ամենամեծը: [7]

1.5. Ուղղանկյուն եռանկյանը ներգծած է ուղղանկյուն, որի երկու զագաթները գտնվում են ներքնագծի վրա, մնակյան՝ էջերի վրա: Գտնել ուղղանկյուն մակերեսի մեծագույն արժեքը, եթե ներքնագիծը 8 է, իսկ սուր անկյուններից մեկը՝ 60° : [7]

1.6. R շառավղով գնդային մակերևույթին ներգծված է կանոնավոր քառանկյուն բուրգ: Ինչպիսի՞ն պետք է լինի բուրգի բարձրությունը, որպեսզի բուրգի ծավալը լինի մեծագույնը: [8]

1.7. R շառավղով կիսագնդի ձև ունեցող թասի մեջ գցել են ℓ երկարությամբ համասեռ ձող: Համարելով, որ ձողի և թասի միջև շփման ուժ չկա և թասն ամրացված է, գտնել ձողի հավասարակշռության դիրքը: $\Omega \leq \ell \leq 4R$: [8]

1.8. m_0 սկզբնական զանգված ունեցող անձրևի կաթիլը ծանրության ուժի ազդեցության տակ կատարում է անկում՝ հավասարաչափ գոլորշիանալով արագւն, որ զանգվածի կորուստն ուղիղ համեմատական է ժամանակին (համեմատականության գործակիցը k է): Անկման սկզբից բանի՞ վայրկյան հետո կաթիլի կինետիկ էներգիան կլինի մեծագույնը և որքա՞ն է այն (օղի դիսպրոյությունը հաշվի չառնել): [8]

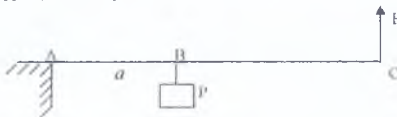
1.9. Սենյակում ի՞նչ բարձրության վրա պետք է կախնլ էլենտրական լամպը, որպեսզի հատակի վրա նրա ուղղածիզ պրոյեկցիայից ℓ հեռավորության վրա գտնվող M կետում յուսավորվածությունը լինի ամենամեծը: [8]

1.10. Ձգված զսպանակի պոտենցիալ էներգիան արտահայտվում է $u = \frac{1}{2} kx^2$ բանաձևով, որտեղ k -ն հաստատուն է, և կոչվում է զսպանակի կոշտություն. իսկ x -ը զսպանակի երկարության աճն է: k_1 և k_2 կոշտություն ունեցող երկու զսպանակներ դասավորված են մի ուղիղ վրա այնպես, ինչպես պատկերված է նկարում, որտեղ $OA = a$: Չսպանակները ձգել և միացրել են B կետում: OB հատվածի ի՞նչ երկարության դեպքում զսպանակների պոտենցիալ էներգիաների գումարը կլինի փոքրագույնը:



Նկար 3.10

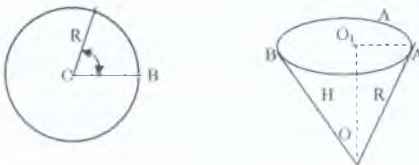
3.11. Երկրորդ կարգի լծակի հենման կետը նրա A ծայրակետն է, իսկ B ներքին կետում ($AB = a$) կախված է P բնու (տես նկարը): Էծակը համասեռ է և նրա երկարության l միավորի կշիռը հավասար է k -ի: Ի՞նչ երկարություն պետք է ունենա լծակը, որպեսզի P բնուը հավասարակշռվի փոքրագույն ուժով:



Նկար 3.11

3.12. α մ լայնություն ունեցող գնդից փորված է նրա հետ ուղիղ անկյուն կազմող քրանցք, որի լայնությունը հավասար է h մ-ի: Ինչպիսի՞ ամենամեծ երկարությամբ նավ կարող է գնտից շրջվել քրանցք: [6]

3.13. Քիմիական լաբորատորիաներում օգտագործվող կոնաձև ֆիկտորը պատրաստում են շրջանի ձև ունեցող թղթի փաթաթումով: Դրա համար AOB շրջանային սեկտորը (տես նկարը) ոլորում են այնպես, որ շրջանի մնացած մասն առաջացնի կոնի կողմնային մակերևույթ (ծագար): Ինչպիսի՞ն պետք է լինի սեկտորի կենտրոնային անկյունը, որպեսզի ծագարի տարրությունը լինի մեծագույնը: [8]



Ընդիր 3.13

3.14. Ձեռներենց իր 1 մլն դրամ կապիտալը կարող է մտցնել խնայողաճարկի՝ տարեկան 50% շահույթով, կամ կարող է ներդնել արտադրության մեջ: Արտադրության մեջ ներդնելու դեպքում նկամուտը կազմում է 100%, դրա մեջ մտնում են նաև արտադրության ծախսերը, որը համեմատական է ներդրված կապիտալի քառակուսուն: Բացի այդ՝ եկամուտից զանձվում է $P\%$ եկամտահարկ: Կապիտալի n -ր մասը պետք է ներդնել արտադրության մեջ, որպեսզի տարեկան շահույթը լինի առավելագույնը:

§4. Դիտողություններ և առաջարկություններ «Ածանցյալի կիրառություններ» թեման միջնակարգ դպրոցում դասավանդելու մեթոդիկայի և գործող դասագրքերի վերաբերյալ: Գրականություն [7], [8], [9]

III. Գրականություն

1. Г.М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, том 1, Наука, 1969
2. В.А. Зорич, Математический анализ, том I, М., Наука, 1981
3. Б.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл.Х. Седлов, Математический анализ, т. 1, М., Изд-во МГУ, 1985
4. Ս.Լ. Պետրոսյան, Մաթեմատիկական անալիզի դասախոսություններ, II մաս, Ստեփանակերտ, ԱրՊՀ հրատ., 2006
5. Н.А. Маров, Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах, функции одной переменной, М., Наука, 1973
6. И.И. Ляшко, А.К. Боярчук и др., Математический анализ в примерах и задачах, т. 1, Киев, Высшая школа, 1974
7. Գ.Գ. Գեորգյան, Ա.Սահակյան, Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր, 10, Եր., Էդիթ Պրինտ, 2001
8. Ս.Լ. Պետրոսյան, ֆիզիկական բովանդակությամբ խնդիրներ ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքների վերաբերյալ, «Բնագետ», Եր., 2003 N3-4
9. Ս.Լ. Պետրոսյան, Պարզագույն մաթեմատիկական հանգումների կազմումը և լուծումը՝ որպես սովորողների հետաքրքրության բարձրացման միջոց, «Ալիքար Գոշ», Եր., 2005, N2

IV. Աշխատանքը հաջողությամբ կատարելու համար հեղինակը պետք է ունենա տեսական խորը գիտելիքներ դասական անալիզից (ֆունկցիայի անընդհատություն, մեկ փոփոխականից կախված ֆունկցիայի դիֆերենցիալ հաշիվ), բավականաչափ ծանոթ լինի հանրակրթական ավագ դպրոցի մաթեմատիկայի ծրագրերին և ներկայումս գործող դասագրքերին, ունենա «Մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկա» առարկայի համալսարանական ծրագրով նախատեսված ծավալով գիտելիքներ, հնարավորություն ունենա ծանոթանալու և վերլուծելու դարձականներին հանձնարարված ստուգողական աշխատանքների արդյունքները:

V. Աշխատանքի կատարման փուլերը.

Առաջին փուլ: Կուրսային աշխատանք: Ընդգրկում է §1-ի և §2-ի նյութը:

Երկրորդ փուլ: Բակալավրիատի ավարտական աշխատանք: Ընդգրկում է §3-ի և §4-ի նյութը:

Резюме

В работе представлен опыт работы кафедры математики АрГУ по созданию банка тематики курсовых, выпускных и магистерских работ. При этом автор обосновывает целесообразность непрерывного (перманентного) продолжения вышеуказанных работ по схеме: курсовая $\rightarrow$ выпускная $\rightarrow$ магистерская. В конце работы приводятся два образца курсовых - выпускных - магистерских работ с подробным изложением всех этапов выполнения этих работ.

Գրականություն

1. Լ.Տ.Գալստյան, Ա.Մ.Հակոբյան և ուրիշներ, Կուրսային և ավարտական աշխատանքների թեմաների ժողովածու, մաթեմատիկական անալիզ, 2004թ, ԵՊՀ հրատարակչություն:
2. Н.Я. Виленкин, В.К. Егоров и др., Сборник работ по математике, М., “Просвещение”, 1985г.
3. М.В.Потолкий, Преподавание высшей математики в педагогическом институте, М., “Просвещение”, 1975г.
4. В.К.Егоров, Г.А.Несененко, Сборник тем курсовых работ по математике (математический анализ, методология и история математики), М., “Просвещение”, 1985г.