

ՄԵՊԱՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ԲՆՈՒԹԱԳՐՈՂ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ
ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ՝ ԱՆԱԼԻՏԻԿՈՒԹՅՈՒՆՆ ՈՒ ՊԱՏՃԱՌԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ:
I ՎԵՐՋԱՎՈՐ ՏԱՐԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԵՂԱՆԱԿԸ

Հ. Վ. Ագատիսանյան, Ալ. Գ. Ալեքսանյան, Ա. Ժ. Խաչատրյան

1. Պատճառականության սկզբունքը բնության մեջ գործող ամենից ընդհանուր սկզբունքներից մեկն է: Այն գործում է ամենուրեք՝ միկրոաշխարհից մինչև տիեզերագիտական երևույթներ: Բնականաբար, նման ընդհանրությունն ունեցող պնդման հետ կապված են բազմաթիվ բարդ և խորը խնդիրներ ֆիզիկայի, փիլիսոփայության և տրամաբանության տարբեր ոլորտներում, որոնց ահռելի մեծամասնությունը դեռևս լուծված չէ: Սակայն մենք այս ամենի մասին առավել մանրամասն կխոսենք այս աշխատանքի առաջին մասում (*պատճառականության սկզբունքը*), իսկ այժմ փորձենք կատարել փոքրիկ ակնարկ սույն աշխատանքի և նրա կառուցվածքի վերաբերյալ:

Այս համեմատաբար փոքրածավալ աշխատանքում մեր խնդիրն է անդրադառնալ նշված սկզբունքի ոչ ռելյատիվիստիկ միաչափ մեխանիկական շարժմանը վերաբերվող դրսևորումներին: Մեխանիկական շարժումը դիտարկելով պատճառականության սկզբունքի տեսանկյունից՝ կարելի է առավել խորությամբ հասկանալ նշված երևույթի ֆիզիկական էությունը, ինչը շատ հաճախ չի ըմբռնվում: Մասնավորապես, հանգամանորեն կքննարկենք պատճառականության սկզբունքից անմիջականորեն բխող այն պնդումը, ըստ որի, համակարգի վիճակը որևէ պահի ոչ միայն կախված չէ այդ պահից հետո համակարգի վրա ազդող գրգիռներից, այլև ամբողջովին պայմանավորված է այդ պահից առաջ որևէ պահի համակարգի վիճակով (սկզբնական վիճակ) և այդ երկու պահերի միջև ընկած ողջ ժամանակահատվածում համակարգի վրա ազդած գրգիռներով:

Ինչպես ասվեց վերը, աշխատանքի սկզբում մենք կփորձենք առավել խորությամբ հասկանալ, թե ինչ է իրենից ներկայացնում պատճառականության սկզբունքը և որն է դրա էությունը, սեղմ կերպով կանդրադառնանք նշված սկզբունքի հետ կապված արդեն իսկ լուծված և դեռ իրենց լուծմանը սպասող խնդիրներին տրամաբանության, ֆիզիկայի և փիլիսոփայության ոլորտներում, ինչպես նաև դրան զուգընթաց կկատարենք փոքրիկ պատմագիտական ակնարկ պատճառականության սկզբունքի զարգացման վերաբերյալ:

Քանի որ այս աշխատանքում մենք քննարկելու ենք միաչափ մեխանիկական շարժումը, ապա, բնականաբար, պետք է խոսենք Նյուտոնի երկրորդ օրենքի լուծման մասին: Ինչպես հայտնի է Նյուտոնի երկրորդ օրենքի դա երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարում է գրված $x(t)$ կոորդինատի որպես ժամանակից ֆունկցիայի համար

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(x(t), \frac{dx(t)}{dt}, t), \quad (0.1)$$

($\frac{d^2 X(t)}{dt^2} = f(t)$), որն, ինչպես հայտնի է, ներկայացվում է կրկնակի ինտեգրալի տեսքով:

Սակայն պարզվում է, որ օգտվելով ուժ-արագացում պատճառահետևանքային կապից և պատճառականության սկզբունքից՝ կարելի է այն ներկայացնել մեկ ինտեգրալի տեսքով: Մենք կստանանք այդպիսի լուծում երկու տարբերակով՝ վերջավոր տարբերությունների մեթոդով և երկչափ Գրինի ֆունկցիայի Ֆուրյե-Բադադիչը կոմպլեքս հարթության մեջ

ինտեգրելով: Ահա հենց այս երկու մեթոդներն էլ ընկած են սույն աշխատանքի հաջորդ երկու մասերի հիմքում (վերջավոր տարբերությունների մեթոդը և Գրինի ֆունկցիայի մեթոդը): Կրկնակի և մեկ ինտեգրելով լուծումների միջև կապը մաթեմատիկական տեսանկյունից առավել ակներև դարձնելու համար անմիջականորեն անցում կկատարենք նշված երկու լուծումների միջև: Հետևանք-պատճառ հակադարձ կապը հասկանալու համար կստանանք միևնույն լուծումները սակայն արդեն ժամանակի հակադարձ ընթացքի համար:

2. Վերջավոր տարբերությունների եղանակը

Այս և հաջորդ մասերում մենք կխոսենք, ինչպես արդեն ասվել էր, պատճառականության սկզբունքի ոչ ռելյատիվիստիկ, միաչափ մեխանիկական շարժմանը վերաբերվող դրսևորումների մասին: Ինչպես արդեն նշել էինք *ներածության* մեջ, համակարգի վիճակը որևէ պահի միարժեքորեն որոշվում է այդ պահից առաջ որևէ պահի համակարգի վիճակով և այդ երկու պահերի միջև ընկած ժամանակահատվածում համակարգի վրա ազդած գրգիռներով, այսինքն՝ բոլորովին կախված չէ այդ պահից հետո համակարգի վրա ազդած գրգիռներից: Ահա հենց սա էլ նշանակում է, որ ինչ-որ կերպ պահպանվում են այն ազդեցությունները, որոնք տեղի են ունեցել դիտարկվող պահից առաջ:

Այստեղ մենք կփորձենք, պատճառականության սկզբունքից օգտվելով, ցույց տալ, թե ինչպես է տեղի ունենում վերը նշված «ազդեցությունների պահպանումը» ժամանակի ընթացքում: Դրա համար կատարենք հետևյալ դատողությունները՝ ենթադրենք՝ մարմինը ΔT ժամանակահատվածում շարժվում է X առանցքի երկայնքով: Բաժանենք ΔT ժամանակահատվածը n հավասար մասերի, և շարժումը սկսելուց հետո յուրաքանչյուր

$\Delta t = \frac{\Delta T}{n}$ ժամանակ հետո մարմնի դիրքը X առանցքի վրա նշանակենք

համապատասխանաբար X_i -ով, որտեղ i -ն ցույց է տալիս, թե շարժումը սկսելուց հետո քանի այդպիսի Δt ժամանակ հետո ենք ֆիքսում մարմնի կոորդինատը: Այսպիսով, մարմնի անցած ճանապարհը կբաժանվի n մասերի, որոնցից յուրաքանչյուրը մարմինն անցել է Δt ժամանակահատվածում: Այժմ փորձենք նկարագրել մարմնի շարժումը վերջավոր տարբերությունների մեթոդով: Դրա համար յուրաքանչյուր i -րդ միջակայքում մարմնի

արագությունն ընդունենք հավասար $V_i = \frac{X_{i+1} - X_i}{\Delta t}$,

$$V_0 = \frac{X_1 - X_0}{\Delta t}, V_1 = \frac{X_2 - X_1}{\Delta t}, \dots, V_{n-1} = \frac{X_n - X_{n-1}}{\Delta t} \quad (*):$$

Նման ձևով կարող ենք գրել նաև արագացումների համար՝

$$a_0 = \frac{V_1 - V_0}{\Delta t}, a_1 = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t}, \dots, a_{n-2} = \frac{V_{n-1} - V_{n-2}}{\Delta t} \quad (a_i = \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta t}):$$

Այժմ տեղադրենք վերը գրված բանաձևերի մեջ արագությունների համար ստացված բանաձևերը՝

$$a_0 = \frac{X_2 - 2X_1 + X_0}{\Delta t^2}, a_1 = \frac{X_3 - 2X_2 + X_1}{\Delta t^2}, \dots, a_{n-2} = \frac{X_n - 2X_{n-1} + X_{n-2}}{\Delta t^2} \quad (**)$$

$$(a_i = \frac{X_{i+2} - 2X_{i+1} + X_i}{\Delta t^2}):$$

Ենթադրենք՝ մեզ հայտնի են a_i արագացումները, օրինակ՝ այդպես կլինի, երբ հայտնի է մարմնի վրա ազդող, ժամանակի ընթացքում փոփոխվող $F(t)$ ուժը: Այս դեպքում, ըստ

Նյութոնի 2-րդ օրենքի, կարող ենք գրել՝ $a_i = \frac{F(i)}{m} = f(t_i)$, որտեղ m -ը մարմնի զանգվածն է, իսկ $f(t)$ -ն՝ մարմնի 1 կգ-ին բաժին ընկնող ուժն է, որն ունի արագացման չափողականություն (մ/վ²):

Ընդունենք, որ մեզ հայտնի են X_0 -ն և V_0 -ն, այսինքն՝ ունենք մարմնի շարժման սկզբնական պայմանները: X_0 -ի և V_0 -ի միջոցով փորձենք արտահայտել բոլոր X_i -երը ($i = \overline{1, n}$): Կստանանք՝

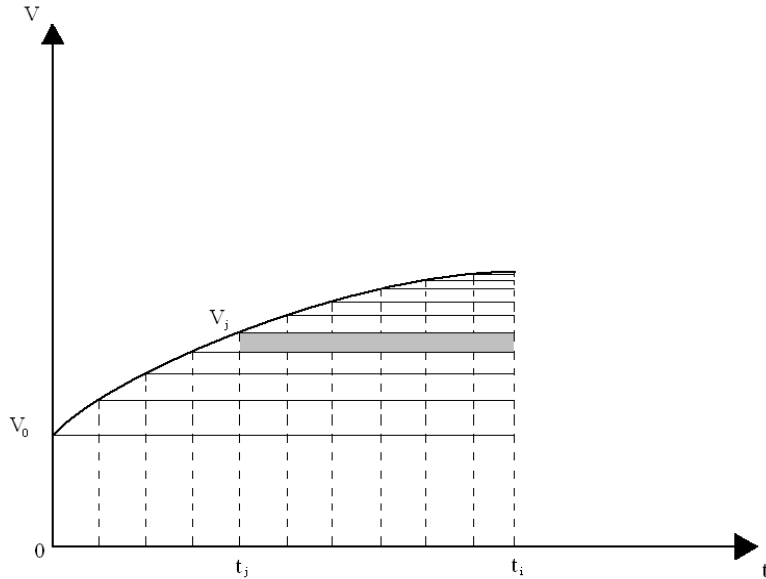
$$\left\{ \begin{array}{l} X_0 \\ X_1 - X_0 = V_0 \Delta t \\ X_2 - 2X_1 + X_0 = f(0) \Delta t^2 \\ X_3 - 2X_2 + X_1 = f(1) \Delta t^2 \\ \dots\dots\dots \\ X_n - 2X_{n-1} + X_{n-2} = f(n-2) \Delta t^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_0 \\ X_1 = V_0 \Delta t + X_0 \\ X_2 = f(0) \Delta t^2 - X_0 + 2X_1 = f(0) \Delta t^2 - X_0 + 2(V_0 \Delta t + X_0) = f(0) \Delta t^2 + 2V_0 \Delta t + X_0 \\ X_3 = f(1) \Delta t^2 - X_1 + 2X_2 = \dots = 2f(0) \Delta t^2 + f(1) \Delta t^2 + 3V_0 \Delta t + X_0 \\ \dots\dots\dots : \\ X_i = \sum_{j=0}^{i-2} (i-1-j) f(j) \Delta t^2 + iV_0 \Delta t + X_0 \\ \dots\dots\dots \\ X_n = \sum_{j=0}^{n-2} (n-1-j) f(j) \Delta t^2 + nV_0 \Delta t + X_0 \end{array} \right.$$

Համակարգից առանձնացնենք i -րդ անդամի համար ստացված բանաձևը՝

$$X_i = \sum_{j=0}^{i-2} (i-1-j) f(j) \Delta t^2 + iV_0 \Delta t + X_0 : \quad (1)$$

Նկատենք, որ (1) բանաձևում $f(j) \Delta t$ արտադրյալը իրենից ներկայացնում է j -րդ միջակայքում մարմնի ստացած լրացուցիչ արագությունը, իսկ $(i-1-j) \Delta t$ -ն՝ դրա ազդեցության տևողությունը մինչև i -րդ պահը: Նույն կերպ կարելի է տեսնել, որ $i \Delta t$ -ն մինչև i -րդ պահը V_0 սկզբնական արագության ազդեցության ժամանակն է: Հետևյալ գրաֆիկը ցուցադրում է այդ «ազդեցությունների պահպանումը»՝



որտեղ կորից ներքև ընկած ողջ մակերեսը մարմնի անցած ճանապարհն է, V_j -ն՝ j -րդ պահին մարմնի արագությունն է, իսկ ստվերագծված մասը՝ j -րդ պահին մարմնի ստացած լրացուցիչ արագության ազդեցությամբ մինչև i -րդ պահը մարմնի անցած ճանապարհն է:

Այժմ դիտարկենք մի քանի օրինակներ, որտեղ օգտվելով վերը նշված հավասարումից և անցնելով սահմանի ըստ n -ի՝ կարելի է գտնել մարմնի շարժման հավասարումը:

Օրինակ 1՝ $f = \text{const}$:

$$X_n = X_0 + nV_0\Delta t + f\Delta t^2 \sum_{j=0}^{n-2} (n-1-j)$$

$$X = \lim_{n \rightarrow \infty} X_n = X_0 + V_0 t + f \frac{t^2}{2}$$

Այսպիսով, ստացանք հավասարաչափ արագացող շարժման ժամանակ մարմնի կոորդինատը հաշվելու հայտնի բանաձևը:

Օրինակ 2՝ $f(t) = f_0 e^{i\omega t}$:

$$X_n = X_0 + nV_0\Delta t + \sum_{j=0}^{n-2} f_0 e^{i\omega j\Delta t} \Delta t^2 (n-1-j) =$$

$$X_0 + V_0 t + f_0 \Delta t^2 \sum_{j=0}^{n-2} \left(1 + \frac{i\omega\Delta t}{1!} j + \frac{(i\omega\Delta t)^2}{2!} j^2 + \dots\right) (n-1-j) =$$

$$= X_0 + V_0 t + f_0 \Delta t^2 \sum_{j=0}^{n-2} \left(n-1 + \frac{i\omega\Delta t}{1!} (n-1)j + \frac{(i\omega\Delta t)^2}{2!} (n-1)j^2 + \dots\right) -$$

$$- f_0 \Delta t^2 \sum_{j=0}^{n-2} \left(j + \frac{i\omega\Delta t}{1!} j^2 + \frac{(i\omega\Delta t)^2}{2!} j^3 + \dots\right) \xrightarrow[\Delta t \rightarrow 0]{n \rightarrow \infty}$$

$$\begin{aligned}
& \xrightarrow[\Delta t \rightarrow 0]{n \rightarrow \infty} X_0 + V_0 t + f_0 \left(\frac{t^2}{1!} + \frac{i\omega t^3}{2!} + \frac{(i\omega)^2 t^4}{3!} + \dots - \frac{t^2}{0!2} - \frac{i\omega t^3}{1!3} - \frac{(i\omega)^2 t^4}{2!4} - \dots \right) = \\
& = X_0 + V_0 t + f_0 \left(\frac{t^2}{2!} + \frac{i\omega t^3}{3!} + \frac{(i\omega)^2 t^4}{4!} + \dots \right) = \\
& = X_0 + V_0 t + f_0 \frac{1}{(i\omega)^2} \left(1 + \frac{i\omega}{1!} t + \frac{(i\omega)^2}{2!} t^2 + \frac{(i\omega)^3}{3!} t^3 + \frac{(i\omega)^4}{4!} t^4 + \dots - 1 - i\omega t \right) = \\
& = X_0 + V_0 t + \frac{f_0}{\omega^2} (1 - e^{i\omega t} + i\omega t)
\end{aligned}$$

Ստացված բանաձևը, ինչպես և ակնկալվում էր, համընկնում է սինուսոիդական ուժի ազդեցության տակ գտնվող մարմնի շարժման օրենքի հետ: Իրոք՝

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 X(t)}{dt^2} &= f_0 e^{i\omega t} \\
\frac{dX(t)}{dt} &= \frac{f_0}{i\omega} e^{i\omega t} + C_1; & V_0 &= \frac{f_0}{i\omega} + C_1; & C_1 &= V_0 - \frac{f_0}{i\omega}; \\
\frac{dX(t)}{dt} &= \frac{f_0}{i\omega} e^{i\omega t} + V_0 - \frac{f_0}{i\omega} \\
X(t) &= -\frac{f_0}{\omega^2} e^{i\omega t} + V_0 t - \frac{f_0}{i\omega} t + C_2 \\
X_0 &= -\frac{f_0}{\omega^2} + C_2; & C_2 &= X_0 + \frac{f_0}{\omega^2}; \\
X(t) &= -\frac{f_0}{\omega^2} e^{i\omega t} + V_0 t - \frac{f_0}{i\omega} t + X_0 + \frac{f_0}{\omega^2} = X_0 + V_0 t + \frac{f_0}{\omega^2} (1 - e^{i\omega t} + i\omega t):
\end{aligned}$$

Այժմ ենթադրենք՝ ունենք մարմնի կոորդինատը և արագությունը որևէ t_1 պահի (սկզբնական պայմաններ): Փորձենք գտնել մարմնի կոորդինատը և արագությունը որևէ $t_2 > t_1$ պահի՝ օգտվելով (1) բանաձևում սահմանի անցնելիս ստացված ինտեգրալային բանաձևից, եթե հայտնի է, որ t_1 -ից t_2 ընկած ժամանակահատվածում մարմնի վրա ազդել է ինչ-որ $f(t)$ ուժ (օրինակ՝ զանգակաձև): Կստանանք՝

$$X(t_2) = X(t_1) + V(t_1)(t_2 - t_1) + \int_{t_1}^{t_2} f(\tau)(t_2 - \tau) d\tau, \quad t_2 \in (t_1, +\infty) \quad (2)$$

Այժմ գտնենք մարմնի դիրքը t_1 պահին, երբ սկզբնական պայմաններ են հանդիսանում t_2 պահին մարմնի դիրքը (X'_0), և արագությունը (V'_0): Ստանանք այդ օրենքը՝ օգտվելով (*) և (**) բանաձևերից: Բնականաբար $X'_0 = X_n$ և $V'_0 = V_{n-1}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} X'_0 \\ X'_0 - X_{n-1} = V'_0 \Delta t \\ X'_0 - 2X_{n-1} + X_{n-2} = f(n-2)\Delta t^2 \\ X_{n-1} - 2X_{n-2} + X_{n-3} = f(n-3)\Delta t^2 \\ \dots\dots\dots \\ X_2 - 2X_1 + X_0 = f(0)\Delta t^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X'_0 \\ X_{n-1} = X'_0 - V'_0 \Delta t \\ X_{n-2} = X'_0 - 2V'_0 \Delta t + f(n-2) \Delta t^2 \\ X_{n-3} = X'_0 - 3V'_0 \Delta t + 2f(n-2) \Delta t^2 + f(n-3) \Delta t^2 \\ \dots\dots\dots \\ X_{n-i} = X'_0 - iV'_0 \Delta t + \sum_{j=2}^i (i+1-j) f(n-j) \Delta t^2 \\ \dots\dots\dots \\ X_0 = X'_0 - nV'_0 \Delta t + \sum_{j=2}^n (n+1-j) f(n-j) \Delta t^2 \end{array} \right.$$

Համակարգից առանձնացնենք i -րդ անդամի համար ստացված բանաձևը՝

$$X_{n-i} = X'_0 - iV'_0 \Delta t + \sum_{j=2}^i (i+1-j) f(n-j) \Delta t^2 \quad (3)$$

Ինչպես (1) բանաձևի դեպքում, այստեղ նույնպես փորձենք (3)-ը ներկայացնել ինտեգրալ տեսքով: Կստանանք՝

$$X(t_1) = X(t_2) - V(t_2)(t_2 - t_1) + \int_{t_1}^{t_2} f(\tau)(\tau - t_1) d\tau, \quad t_1 \in (-\infty, +\infty)$$

(4)

Ահա հենց (4) բանաձևն էլ հանդիսանում է մեր առջև սկզբում դրված խնդրի բացասական ժամանակային ընթացքով լուծումը:

Այժմ ենթադրենք՝ ունենք ժամանակի որևէ t_1 պահին մարմնի կոորդինատը և արագությունը ($X(t_1)$ և $V(t_1)$): Գտնենք ժամանակի $t_2 > t_1$ պահին մարմնի կոորդինատը և արագությունը՝ ($X(t_2)$ և $V(t_2)$) ժամանակի t_1 պահին մարմնի կոորդինատի և հետ կապող տրանսֆեր մատրիցը: Դրա համար նախ գրենք (2) բանաձևը ժամանակի t_2 պահի համար, կունենանք՝

$$X(t_2) = X(t_1) + V(t_1)(t_2 - t_1) + \int_{t_1}^{t_2} f(\tau)(t_2 - \tau) d\tau \quad (5)$$

(5) բանաձևն ածանցելով ըստ ժամանակի t_2 կետում՝ կստանանք բանաձև, որը կորոշի մարմնի արագությունը t_2 կետում՝

$$V(t_2) = V(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} f(\tau) d\tau \quad (6)$$

(5) և (6) բանաձևերից անմիջապես հետևում է տրանսֆեր մատրիցի տեսքը, այն է՝

$$\begin{pmatrix} X(t_2) \\ V(t_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t_2 - t_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X(t_1) \\ V(t_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \int_{t_1}^{t_2} f(\tau)(t_2 - \tau) d\tau \\ \int_{t_1}^{t_2} f(\tau) d\tau \end{pmatrix} \quad (7)$$

որտեղ տրանսֆեր մատրիցը $T = \begin{pmatrix} 1 & t_2 - t_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$:

Այժմ փորձենք գտնել ժամանակի t_1 պահին մարմնի կոորդինատն ու արագությունը՝ որպես սկզբնական տվյալներ ունենալով ժամանակի $t_2 > t_1$ պահին մարմնի ունեցած կոորդինատն ու արագությունը: Դրա համար կատարենք միևնույն քայլերը, ինչ կատարեցինք վերը, սակայն (2) բանաձևի փոխարեն օգտվենք ժամանակային հակադարձ ընթացքով (4) բանաձևից: Կունենանք՝

$$X(t_1) = X(t_2) - V(t_2)(t_2 - t_1) + \int_{t_1}^{t_2} f(\tau)(\tau - t_1) d\tau \quad (8)$$

$$V(t_1) = V(t_2) - \int_{t_1}^{t_2} f(\tau) d\tau \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} X(t_1) \\ V(t_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t_1 - t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X(t_2) \\ V(t_2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \int_{t_1}^{t_2} f(\tau)(\tau - t_1) d\tau \\ - \int_{t_1}^{t_2} f(\tau) d\tau \end{pmatrix} \quad (10)$$

Այս դեպքում տրանսֆեր մատրիցը կունենա $T' = \begin{pmatrix} 1 & t_1 - t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ տեսքը:

Հետաքրքրականն այն է (միևնույն ժամանակ՝ սպասելի), որ (10) բանաձևը և T' -ի տեսքը կարելի էր ստանալ նաև (7) բանաձևից, առանց օգտվելու (4)-ից: Իրոք՝ (7)-ի հետ կատարենք հետևյալ ձևափոխությունները՝

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} X(t_2) \\ V(t_2) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & t_2 - t_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X(t_1) \\ V(t_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \int_{t_1}^{t_2} f(\tau)(t_2 - \tau) d\tau \\ \int_{t_1}^{t_2} f(\tau) d\tau \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & t_1 - t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X(t_2) \\ V(t_2) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & t_1 - t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & t_2 - t_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X(t_1) \\ V(t_1) \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} 1 & t_1 - t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \int_{t_1}^{t_2} f(\tau)(t_2 - \tau) d\tau \\ \int_{t_1}^{t_2} f(\tau) d\tau \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & t_1 - t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X(t_2) \\ V(t_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X(t_1) \\ V(t_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \int_{t_1}^{t_2} f(\tau)(t_2 - \tau) d\tau + (t_1 - t_2) \int_{t_1}^{t_2} f(\tau) d\tau \\ \int_{t_1}^{t_2} f(\tau) d\tau \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X(t_1) \\ V(t_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t_1 - t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X(t_2) \\ V(t_2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \int_{t_1}^{t_2} f(\tau)(\tau - t_1) d\tau \\ - \int_{t_1}^{t_2} f(\tau) d\tau \end{pmatrix},$$

որը համընկնում է մինչ այդ ստացված (10) բանաձևի հետ: Հարկ է նկատել, որ ժամանակային հակադարձ ընթացքով խնդրի T' տրանսֆեր մատրիցը հանդիսանում է ժամանակային ուղիղ ընթացքով խնդրի T տրանսֆեր մատրիցի հակադարձ մատրիցը:

3. Այսպիսով պարզվեց, որ, օգտվելով ուժ-արագացման պատճառահետևանքային կապից և պատճառականության սկզբունքից, կարելի է երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարման լուծումը ներկայացնել մեկ ինտեգրալի տեսքով:

Գրականություն

1. Киржниц Д. А., Сазонов В. Н., Сверхсветовые движения и специальная теория относительности, в кн., эйнштейновский сборник. 1973 М. 1974.

Резюме

В работе методом конечных разностей, на примере одномерного механического движения изучается решение уравнения Ньютона, показано, что если пользоваться причинно-следственной связью сила-ускорение и принципом причинности, то решение уравнения Ньютона (дифференциальное уравнение второго порядка) можно представить в виде одного интеграла.