

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ
ՀԱԿԱՍՈՂ ԵՆԹԱԴՐՈՒԹՅԱՆ ՄԵԹՈԴԻ ՈՐՈՇ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ՄԱՍԻՆ

ՀՏԴ 372.851, 372.853

DOI: 10.56246/18294480-2023.15-42

ՆԻԿՈՂՈՍՅԱՆ ԳԱԳԻԿ

ՇՊՀ աշխատակազմի ղեկավար, պրոֆեսորի ժ/պ,
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածու
էլփոստ՝ gagonik@mail.ru

ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ ՎԱՐԴԱՆ

ՇՊՀ մաթեմատիկայի, ֆիզիկայի և ՏՏ ամբիոնի դասախոս,
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածու, դոցենտ
էլփոստ՝ mvardan_1972@mail.ru

ՍԵՐՈԲՅԱՆ ԵՐՎԱՆԴ

ՇՊՀ ռեկտոր,
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածու, դոցենտ
էլփոստ՝ eserobyan56@mail.ru

Աշխատանքը նվիրված է մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում ապացուցման և հերքման տարբեր տիպային և ոչ տիպային խնդիրներ լուծելիս կամ պնդումներ հիմնավորելիս հակասող ենթադրության մեթոդի հնարավոր արդյունավետ կիրառությունների վերհանմանը, որով էլ պայմանավորված է աշխատանքի գիտամանկավարժական նորույթը: Հոդվածի առաջին մասում հակիրճ անդրադարձ է կատարվում հակասող ենթադրության մեթոդի էությանը, կիրարկման գործիքակազմին: Աշխատանքի երկրորդ մասում անդրադարձ է կատարվում այս մեթոդի՝ մաթեմատիկական տարբեր խնդիրներում արդյունավետ, իսկ առանձին դեպքերում նաև անխուսափելի կիրառման հնարավորություններին: Խնդիրների քննարկման ժամանակ նախապես հակիրճ պարզաբանված են ինվարիանտի կիրառման մեթոդի, «ներկում» և «եզրայինի կանոն» հնարքների էությունը, որից հետո մեթոդական ցուցումների տեսքով նկարագրված է այն ճանապարհային քարտեզը, որի շնորհիվ վերոգրյալ մեթոդի, հնարքների և հակասող ենթադրության մեթոդի անմիջական կիրառմամբ հնարավոր է լուծել ապացուցման և հերքման՝ տարբեր բարդության խնդիրներ: Աշխատանքի երրորդ մասում անդրադարձ է կատարվում այս մեթոդի՝ ֆիզիկայում օգտակար, առանձին դեպքերում նաև անխուսափելի կիրառման հնարավորություններին: Բերված են ֆիզիկայի դասընթացում հանդիպող որոշ կարևոր հարցեր և խնդիրներ, որոնց լուծման ընթացքում հակասող ենթադրության մեթոդն

ունի անհրաժեշտ և արդյունավետ կիրառություն:

Բանալի բառեր՝ մեթոդ, հակասություն, մաթեմատիկա, ֆիզիկա, ներկում, եզրային կանոն, ապացուցել, հերքել, պնդում, խնդիր:

Հակասող ենթադրության մեթոդի մասին: Մեթոդ բառը ունի հունական ծագում և թարգմանաբար նշանակում է նպատակին հասնելու միջոց, ճանապարհ, եղանակ և ուղի: Այն տրամաբանական տեղեկատվություն սահմանվում է որպես բնության, հասարակության, մտածողության երևույթների ու օրինաչափությունների ուսումնասիրությանն ուղղված կանոնների ու հնարքների համակարգ [1]:

Առհասարակ ապացուցման մեթոդները, ըստ տանելու եղանակի, դասակարգվում են **ուղիղ** և **անուղղակի (ոչ ուղիղ)** տեսակների: Ապացույցը, որը հիմնված է ինչ-որ անտարակուսելի սկզբի վրա, որից անմիջականորեն արտածվում է թեզիսի ճշմարիտ լինելը, կոչվում է **ուղիղ ապացույց**: Ապացույցը կոչվում է **անուղղակի (ոչ ուղիղ)**, եթե թեզիսի ճշմարիտ լինելը հիմնավորվում է թեզիսին հակադիր պնդման ճշմարտացիության հերքման միջոցով: Անուղղակի ապացուցման ամենատարածված տեսակը **հակասող ենթադրության մեթոդն** է, որը գիտամեթոդական գրականության մեջ անվանվում է նաև ապացուցում՝ անհեթեթության հանգեցմամբ: Այս մեթոդի համաձայն, ենթադրում ենք, որ ապացուցման ենթակա պնդումը սխալ է: Եթե այս ենթադրությունը տրամաբանական դատողությունների միջոցով հանգեցնում է հակասության, եզրակացնում ենք, որ մեր ենթադրությունը սխալ է, այսինքն՝ տրված պնդումը ճշմարիտ է: Ըստ էության, A պնդման ճշմարտացիությունն ապացուցելու փոխարեն ապացուցում ենք, որ նրա ժխտումը սխալ է, որը, երրորդի բացառման օրենքի համաձայն, համարժեք է A-ի ճշմարիտ լինելուն [2]:

Այս մեթոդի վերաբերյալ իր ուշագրավ և դիպուկ կարծիքն է հայտնել նաև անգլիացի հայտնի մաթեմատիկոս Գոդֆրի Հարոլդ Հարդին [3]: Ըստ Հարդիի՝ *հակասող ենթադրության մեթոդը մաթեմատիկայի ամենանրբագեղ զենքերից մեկն է, այն անհամեմատ ավելի գեղեցիկ հնարք է, քան ցանկացած շախմատային գամբի, քանզի հաջողության հասնելու համար շախմատիստը կարող է զոհաբերել զինվոր կամ նույնիսկ ֆիզիկոս, մինչդեռ մաթեմատիկոսը դիմում է ողջ պարտիան պարտվելու ռիսկին:*

Մաթեմատիկայում հակասող ենթադրության մեթոդի որոշ կիրառությունների մասին: Դասավանդման տարիների փորձառությունը վկայում է

այն մասին, որ աշակերտը, որը առաջին անգամ ծանոթանում է հակասող ենթադրության մեթոդի էությանը, տարակուսանք է հայտնում առ այն, թե ի՞նչ տարբերություն, ես ապացուցելու եմ *A* պնդման ճշմարտացիությունը, թե վերջինիս ժխտման սխալ լինելը, միևնույն է, եթե մեկը կարողանամ ապացուցել, ինքնաբերաբար մյուսն էլ կապացուցեմ, և կարծես խիստ թերահավատորեն է մոտենում այս մեթոդի կիրառման արդյունավետությանը: Առաջին հայացքից այդպիսի հարցադրումը կարծես իր մեջ ճշմարտության թվացյալ հատիկ պարունակում է: Մինչդեռ տարբեր տիպային և ոչ տիպային խնդիրների քննարկման շնորհիվ է, որ աշակերտը կարողանում է լիարժեք ընկալել այս մեթոդի էությունը, արդյունավետ կիրառման հնարավորություններն ու սահմանները:

Հարկ է նշել, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում հանդիպում են ապացուցման կամ հերքման վերաբերյալ տարբեր խնդիրներ, որոնց լուծման ժամանակ հակասող ենթադրության մեթոդի կիրառման արդյունքում դժվար է անմիջականորեն «հանգել» հակասության, դեռ ավելին, ի սկզբանե ամենևին պարզ չէ, թե ինչի «շնորհիվ» կարող ենք հանգել հակասության: Ըստ էության պետք է փաստենք, որ որպես կանոն հակասության հանգելու համար հակասող ենթադրության մեթոդին «զուգահեռ» անհրաժեշտ է կիրառել մեկ այլ մեթոդ կամ հնարք ևս: Որպես այդպիսիք կարող են հանդես գալ ինվարիանտը (երբ տվյալ խնդրի պայմաններում որևէ մեծություն կամ մեծության որևէ հատկություն մնում է անփոփոխ) [4], ներկումը (երբ տրված ելակետային տիրույթը որոշակի սկզբունքով ներկում ենք մի քանի գույներով) [4; 5], եզրայինի կանոնը (երբ տվյալ խնդրի պայմաններում քննարկման ենթակա օբյեկտներից դիտարկում ենք ամենաէքստրեմալ հատկությամբ օժտված օբյեկտը) [6] և այլն: Անհրաժեշտ է հստակ ընդգծել, որ հակասող ենթադրության մեթոդի և հավելյալ որևէ հնարքի կամ մեթոդի համատեղ կիրառման արդյունքում է միայն հնարավոր լինում կիրարկել հակասող ենթադրության մեթոդի գործիքակազմը և հասնել առաջադրված խնդրի լուծմանը:

Այժմ ասվածը կիրառենք կոնկրետ խնդիրների լուծման ժամանակ:

Խնդիր 1: Քառակուսու երեք գագաթներում նստած են մորեխներ: Յուրաքանչյուր քայլում մորեխներից մեկը կարող է զբաղեցնել մեկ այլ մորեխի նկատմամբ համաչափ դիրք: Ապացուցել, որ մորեխներից և ոչ մեկը որոշակի վերջավոր քայլերից հետո չի կարող գտնվել քառակուսու չորրորդ գագաթում: [4]

Լուծում: Կատարենք հակասող ենթադրություն. դիցուք որոշակի վերջավոր քայլերից հետո մորեխներից մեկը զբաղեցնում է քառակուսու չորրորդ գագաթը: Դիտարկենք ուղղանկյուն դեկարտյան կոորդինատային համակարգ այնպիսին, որ քառակուսու երեք գագաթները, որոնցում նախապես նստած են մորեխները, ունենան հետևյալ կոորդինատները՝ $0;0$, $0;1$ և $1;0$: Հեշտ է նկատել, որ որևէ մորեխի ցանկացած քայլից հետո վերջինիս զբաղեցրած նոր դիրքի կոորդինատներից յուրաքանչյուրի զույգությունը չի փոխվում (մնում է ինվարիանտ): Ուստի ակնհայտ է, որ որևէ մորեխ որոշակի վերջավոր քայլերից հետո չի կարող գտնվել քառակուսու չորրորդ գագաթում, քանզի վերջինիս երկու կոորդինատներն էլ կենտ են: Կնշանակի, մեր նախնական ենթադրությունը սխալ է, ըստ այդմ խնդրի պնդումն ապացուցված է:

Խնդիր 2: 5×5 չափերի քառակուսային ցանցի յուրաքանչյուր վանդակում նստած է մեկ մորեխ: Կրակոցից հետո յուրաքանչյուր մորեխ տեղափոխվում է հարևան որևէ վանդակ (երկու վանդակներ համարվում են հարևան, եթե ունեն ընդհանուր կողմ): Ապացուցել, որ կրակոցից հետո վանդակներից առնվազն մեկում մորեխ չի լինի: [5]

Լուծում: Կատարենք հակասող ենթադրություն. դիցուք կրակոցից հետո բոլոր վանդակներում կլինեն մորեխներ: Տրված քառակուսային ցանցի վանդակները ներկենք շախմատաձև՝ սև և սպիտակ գույներով (ստորին ձախ վանդակը կներկենք սև գույնով): Արդյունքում կունենանք 13 սև և 12 սպիտակ գույնի վանդակներ: Հեշտ է նկատել, որ երկու կամայական հարևան վանդակներ կլինեն տարբեր գույների, հետևաբար ակնհայտ է, որ կրակոցից հետո 13 սև վանդակներից յուրաքանչյուրում գտնվող մորեխները կլքեն այդ վանդակները՝ տեղափոխվելով հարևան սպիտակ վանդակներ, և թվով 13 այդ նույն սև վանդակներում կարող են հայտնվել միայն թվով 12 սպիտակ վանդակներում գտնվող մորեխները և, ուրեմն, սև վանդակներից առնվազն մեկը կմնա դատարկ: Կնշանակի՝ մեր նախնական ենթադրությունը սխալ է, ըստ այդմ խնդրի պնդումն ապացուցված է:

Խնդիր 3: Ապացուցել, որ $x^3 + 2y^3 + 4z^3 = 8xyz$ հավասարումը բնական թվերի բազմությունում լուծում չունի: [4]

Լուծում: Կատարենք հակասող ենթադրություն. դիցուք տրված հավասարումը բնական թվերի բազմությունում ունի լուծում (վերջավոր կամ անվերջ քանակի): $(x_0; y_0; z_0)$ -ով նշանակենք տրված հավասարման այն բնա-

կան լուծումը, որում x_0 -ն փոքրագույնն է (իսկ եթե այդպիսի լուծումները մեկից ավելի են, ապա կդիտարկենք դրանցից որևէ մեկը): Հեշտ է նկատել, որ x_0 -ն զույգ է, հետևաբար $x_0 = 2x_1$; $x_1 \in N$, որտեղից կունենանք՝

$$4(x_1)^3 + (y_0)^3 + 2(z_0)^3 = 8x_1y_0z_0 \Rightarrow y_0 = 2y_1; y_1 \in N \Rightarrow 2(x_1)^3 + 4(y_1)^3 + (z_0)^3 = 8x_1y_1z_0 \Rightarrow z_0 = 2z_1; z_1 \in N \Rightarrow (x_1)^3 + 2(y_1)^3 + 4(z_1)^3 = 8x_1y_1z_1:$$

Փաստորեն $(x_1; y_1; z_1)$ բնական թվերի եռյակը ևս բավարարում է տրված ելակետային հավասարմանը, ընդ որում $x_1 < x_0$: Կնշանակի՝ հանգեցինք հակասության, քանզի $(x_0; y_0; z_0)$ -ով նշանակել էինք տրված հավասարման այն բնական լուծումը, որում x_0 -ն փոքրագույնն էր, և ուրեմն, մեր նախնական ենթադրությունը սխալ է, ըստ այդմ խնդրի պնդումն ապացուցված է՝ $x^3 + 2y^3 + 4z^3 = 8xyz$ հավասարումը բնական թվերի բազմությունում լուծում չունի:

Ըստ էության կարող ենք փաստել, որ դիտարկված բոլոր խնդիրներում հակասող ենթադրության մեթոդին «զուգահեռ» կիրառվեց մեկ այլ մեթոդ և/կամ հնարք ևս: Մասնավորապես խնդիր 1-ում օգտագործվեց ընթացիկ դիրքի կոորդինատի զույգության անփոփոխ մնալը, խնդիր 2-ում տիրույթի ներկման շնորհիվ հանգեցինք հակասության, իսկ խնդիր 3-ում դիտարկվեց լուծումներից էքստրեմալը՝ երբ x_0 -ն փոքրագույնն էր: Ինչպես տեսնում ենք, հակասող ենթադրության մեթոդն արդյունավետ և օգտակար «գործիք» է մաթեմատիկական տարբեր տիպային և ոչ տիպային խնդիրների լուծման համար:

Ֆիզիկայում հակասող ենթադրության մեթոդի որոշ կիրառությունների մասին: Սովորողների մոտ տարածված է այն կարծիքը, որ հակասող ենթադրության մեթոդը զուտ մաթեմատիկական մեթոդ է և կիրառելի է միայն մաթեմատիկայում: Նույնիսկ այն դեպքերում, երբ ավագ դպրոցի ֆիզիկայի դասընթացի որոշ կարևոր պնդումներ ապացուցվում են այս մեթոդով, բացահայտ կերպով չի խոսվում դրա մասին: Մինչդեռ, լինելով կիրառելի ֆիզիկայի ուսուցման ինչպես դպրոցական, այնպես էլ բուհական դասընթացների տարբեր օղակներում, հակասող ենթադրության մեթոդը առանձնակի կարևորման ու շեշտադրման կարիք ունի: Սովորողները պետք է իմանան, որ այն ապացուցման կամ հերքման կարևոր մեթոդներից է և

արդյունավետ կերպով կիրառելի է ինչպես ընդհանուր կամ կոնկրետ բնույթի ֆիզիկական պնդումների հիմնավորման, այնպես էլ ֆիզիկայի որոշ խնդիրների լուծման համար: Նման հնարավորությունը պայմանավորված է մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի խորքային և առանձնահատուկ միջառարկայական կապերի առկայությամբ:

Սկզբում դիտարկենք հակասող ենթադրության մեթոդի կիրառմամբ ֆիզիկական իրավիճակների հետ կապված կարճ պնդումների վերլուծությունների օրինակներ:

Պնդում 1: Ոչ մեծ մարմինը որոշակի բարձրությունից առանց շփման ցած է սահում թեք ճոռով և պտտվում «մահվան օղակով»: *Օղակի վերին կետում մարմնի կինետիկ էներգիան զրո է* [7]:

Կատարենք հակասող ենթադրություն. ընդունենք, որ «մահվան օղակի» վերին կետում մարմնի կինետիկ էներգիան զրո է: Այդ դեպքում այդ կետում զրո կլինի նաև մարմնի արագությունը: Եթե օղակի վերին կետ հասնելու պահին մարմնի արագությունը լինի զրո, ապա նրա հետագա շարժումը կլինի ազատ անկում՝ առանց սկզբնական արագության և մարմինը պարզապես ուղղաձիգով ներքև կընկնի: Մինչդեռ, համաձայն առաջադրանքի պահանջի, մարմինը օղակի երկայնքով կատարում է պտտական շարժում «մահվան օղակով»: Ստացված հակասությունից պարզ է դառնում, որ մեր սկզբնական ենթադրությունն առ այն, որ օղակի վերին կետում մարմնի կինետիկ էներգիան զրո է, սխալ էր և ըստ այդմ պնդումը հիմնավորված է:

Պնդում 2: Բաժակի մեջ լցված ջրի մակերևույթին սառույցի կտոր է լողում: Հաստատեք պնդումն առ այն, որ սառույցի հալվելուց հետո ջրի մակարդակը բաժակում չի փոխվի, եթե սառույցի մեջ այլ մարմինները բացակայում են կամ խտությամբ փոքր են ջրից: [7]:

Կատարենք հակասող ենթադրություն և ընդունենք, որ սառույցի հալվելուց հետո բաժակում ջրի մակարդակը կփոխվի (կիջնի կամ կբարձրանա): Այդ դեպքում բաժակի հատակի վրա հիդրոստատիկ ճնշումն ու դրանով պայմանավորված՝ ճնշման ուժը կփոխվի: Նկատենք, որ ինչպես սառույցի հալվելուց առաջ, այնպես էլ հետո, երբ բաժակում մնում է միայն ջուր կամ էլ մարմիններ, որոնք փոքր խտության հետևանքով լողում են ջրի մակերևույթին, բաժակի հատակի վրա, բացի ջրի հիդրոստատիկ ճնշման ուժից, ուրիշ ուժեր չեն ազդում: Այսպիսով, մեր ենթադրության համաձայն ջրի մակարդակը փոխվում է, որի արդյունքում փոխվում է բաժակի հատակի վրա ազդող հիդրոստատիկ ճնշման ուժը: Ինչպես գիտենք այդ ճնշման ուժը հավա-

սար է բաժակի պարունակության կշռին, իսկ վերջինս էլ հավասարակշռության վիճակում հավասար է ծանրության ուժին: Փաստորեն ստացվում է, որ սառույցի հալվելուց հետո փոխվում է նրա պարունակության վրա ազդող ծանրության ուժը, այսինքն՝ նաև բաժակում եղած մարմինների գոմարային զանգվածը: Զանգվածի պահպանման օրենքի այս խախտումը վկայում է այն մասին, որ մեր նախնական ենթադրությունը սխալ է, ըստ այդմ՝ առաջադրանքի պնդումն ապացուցված է՝ սառույցի հալվելուց հետո ջրի մակարդակը բաժակում չի փոխվի:

Այժմ դիտարկենք ֆիզիկական խնդիրներ, որոնք կլուծենք հակասող ենթադրության մեթոդի կիրառմամբ:

Խնդիր 1: Անկշիռ լճակի վրա հավասարակշռված են տարբեր զանգվածներով, բայց միևնույն ծավալներն ունեցող երկու մարմիններ: Ապացուցել, որ լճակի հավասարակշռությունը կխախտվի, եթե երկու մարմիններն էլ լիովին ընկղմենք միևնույն խտությամբ հեղուկների մեջ [8]:

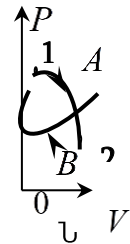
Լուծում: Կատարենք հակասող ենթադրություն և ընդունենք, որ ընկղմումից հետո նույնպես լճակը կպահպանի հավասարակշռությունը: Այդ դեպքում լճակի երկու հավասարակշիռ վիճակների համար մոմենտների կանոնից կունենանք.

$$m_1 g d_1 = m_2 g d_2, (m_1 g - F_1) d_1 = (m_2 g - F_2) d_2,$$

որտեղ m_1 - ն ու m_2 - ը մարմինների զանգվածներն են, d_1 - ն ու d_2 - ը դրանց կախման կետերի հեռավորություններն են լճակի առանցքից, իսկ F_1 - ն ու F_2 - ը մարմինների վրա հեղուկի կողմից ազդող արքիմեդյան ուժերն են: Քանի որ համաձայն խնդրի պայմանի $m_1 \neq m_2$, առաջին հավասարությունից ստանում ենք $d_1 \neq d_2$:

Հաշվի առնելով առաջին հավասարությունը և այն, որ մարմինների ծավալների հավասար լինելու պատճառով միատեսակ հեղուկների կողմից նրանց վրա ազդող արքիմեդյան ուժերը հավասար են ($F_1 = F_2$), երկրորդ հավասարումից ստանում ենք $d_1 = d_2$: Ստացված հակասությունը վկայում է այն մասին, որ մեր նախնական ենթադրությունը սխալ էր և մարմինները հեղուկի մեջ մտցնելուց հետո լճակի հավասարակշռությունը կխախտվի:

Խնդիր 2: Ցույց տալ, որ տվյալ զանգվածով գազի պոլիտրոպների ըն-



տանիքի որևէ երկու կորեր չեն կարող հատվել երկու կետերում [9]:

Լուծում: Նախ պարզաբանենք, որ խոսքը վերաբերում է հաստատուն քանակով նյութի ($P/\delta n_2$ ում/, $V/\delta m_2$ ում/) կոորդինատային հարթությունում պոլիտրոպ պրոցեսներ արտահայտող որևէ երկու կորերի հատմանը:

Կատարենք հակասող ենթադրություն և ընդունենք որ 1 - ը և 2 - ը մոտակա հարևան կետեր են, որտեղ պոլիտրոպները հատվում են (նկ. 1): Եթե 1A2B1 շրջանային պրոցեսի համար կիրառենք Կլաուզիուսի հավասարումը՝

$$\int_{1A2B1} \delta Q/T = 0, \text{ հաշվի առնելով, որ պոլիտրոպ պրոցեսների ընթացքում հա-}$$

մակարգի ջերմունակությունը հաստատուն է: 1A2 պոլիտրոպի համար ջերմունակությունը նշանակենք C_1 - ով, իսկ 2B1 - ի համար C_2 - ով: Այդ դեպքում Կլաուզիուսի հավասարումից կունենանք.

$$\int_{1A2B1} \delta Q/T = C_1 \int_{T_1}^{T_2} dT/T - C_2 \int_{T_1}^{T_2} dT/T = (C_1 - C_2) \ln T_2 / T_1 = 0:$$

Մյուս կողմից՝ փակ շրջանային պրոցեսի արդյունքում համակարգի ներքին էներգիան չի փոխվում, և համաձայն ջերմադինամիկայի առաջին օրենքի՝ նրա կատարած աշխատանքը հավասար է ստացած ջերմաքանակին՝

$$A = \int_{1A2B1} \delta Q = C_1 \int_{T_1}^{T_2} dT - C_2 \int_{T_1}^{T_2} dT = (C_1 - C_2)(T_2 - T_1):$$

Առաջին արտահայտությունը բավարարվում է, եթե $C_1 = C_2$, և/կամ $T_1 = T_2$: Երկրորդ արտահայտությունից պարզ է, որ այդ դեպքում գազի կատարած աշխատանքը նույնպես կլինի զրո: Այժմ, հաշվի առնելով աշխատանքի երկրաչափական մեկնաբանությունը, կարող ենք պնդել, որ 1A2B1 պրոցեսի ընթացքում այն կարող է զրո լինել միայն այն դեպքում, երբ պոլիտրոպների գրաֆիկները 1 և 2 կետերի միջև հատվեն և կամ էլ լիովին համընկնեն, ինչը հակասում է մեր այն ընդունելությանը, որ դրանք կորերի հատման հարևան կետեր են: Այսպիսով, մեր նախնական ենթադրությունը սխալ էր և հաստատուն քանակով ցանկացած նյութի երկու պոլիտրոպ պրոցեսների գրաֆիկները կարող են հատվել միայն մեկ կետում:

Ամփոփում: Ըստ էության կարող ենք փաստել, որ դիտարկված խնդիրներն ու պնդումները սովորողներին հնարավորություն են ընձեռում էլ ավելի լավ յուրացնելու հակասող ենթադրության մեթոդի էությունը, տիրապետելու վերջինիս կիրառման հնարավորություններին, որը, կարծում ենք, կնպաստի

սովորողների ստեղծագործական և տրամաբանական մտածողության զարգացմանը և ուսուցման որակի բարձրացմանը:

Հեղազոտությունն իրականացվել է ՀՀ գիտության կոմիտեի ֆինանսական աջակցությամբ՝ 21T-5C039 ծածկագրով գիտական թեմայի շրջանակներում:

Օգտագործված գրականության ցանկ

1. Кондаков М. И., Логический словарь-справочник, М., “Наука”, 1975, 717с.
2. Այվազյան Է. Ի. Մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկա: Եր., ԵՊՀ հրատ., 2016, 202 էջ:
3. G. H. Hardy. A Mathematician's Apology. — Cambridge: University Press, 1940. - P. 153.
4. Горбачев Н. В., Сборник олимпиадных задач по математике, М., МЦНМО, 2004, 560 с.
5. Екимова М. А., Кунин Г.П., Задачи на разрезание, М., МЦНМО, 2002, 120с.
6. Розенталь А., Правило крайнего. Научно-популярный физико-математический журнал “Квант”, 1976, N8, с. 57-61.
7. Ալավերդյան Ռ. Բ., Մելիքյան Գ. Գ. և ուրիշ., Ֆիզիկա, Թեստային առաջադրանքների շտեմարան, Մաս 3, Եր., «Էդիթ Պրինտ», 2014, 294 էջ:
8. Буздин А. И., Ильин В. А., Кривченков И. В., Кротов С. С., Свешников Н. А., Задачи московских физических олимпиад, М., Наука, 1988, 192 с.
9. Козел С. М., Рашба Э. И., Славатинский С. А., Сборник задач по физике, М., Наука, 1978, 192 с.

ON SOME APPLICATIONS OF THE PROOF BY CONTRADICTION METHOD IN SCHOOL COURSES OF MATHEMATICS AND PHYSICS

NIKOGHOSYAN GAGIK

*PhD in Physical and Mathematical Sciences
Acting Vice-Rector, Head of Personnel of ShSU
e-mail: gagonik@mail.ru*

MANUKYAN YARDAN

*PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Associate Professor of the Department of Mathematics, Physics and Information
Technology, ShSU
e-mail: mvardan_1972@mail.ru*

SEROBYAN YERVAND

*PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Rector of ShSU
e-mail: eserobyan56@mail.ru*

The article is dedicated to identifying possible effective applications of the proof by contradiction method in solving various typical and non-typical problems of proving and/or refuting or substantiating statements in the school courses of Mathematics and Physics, which is the scientific and pedagogical novelty of the work. The first part of the article provides a brief reference to the essence of the proof by contradiction method and the implementation tools. The second part of the article explores the possibilities of effective, and in some cases inevitable application of this method in various mathematical problems.

When discussing the problems, first, the essence of the method of applying the invariant, the techniques of "coloring" and the "extreme rule" are briefly explained. Subsequently, methodological instructions are provided describing a road map, thanks to which it is possible to solve problems of proof and/or refutation of varying complexity. The third part of the work examines the possibilities of useful, and in some cases inevitable application of this method in various physical problems. Some important questions and problems encountered in the course of physics are presented, where the proof by contradiction method has a necessary and effective application.

Key words: *method, contradiction, mathematics, physics, coloring, extreme rule, proof, refutation, statement, problem.*

О НЕКОТОРЫХ ПРИМЕНЕНИЯХ МЕТОДА ОТ ПРОТИВНОГО В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

НИКОГОСЯН ГАГИК

*Кандидат физико-математических наук
ИО проректор-руководитель персонала ШГУ
электронная почта: gagonik@mail.ru*

МАНУКЯН ВАРДАН

*Кандидат физико-математических наук, доцент
Преподаватель кафедры математики, физики и информационных технологий
ШГУ
электронная почта: mvardan_1972@mail.ru*

СЕРОБЯН ЕРВАНД

*Кандидат физико-математических наук, доцент
ректор ШГУ
электронная почта: eserobyan56@mail.ru*

Данная работа посвящена выявлению возможных эффективных применений метода от противного при решении различных типовых и нетиповых задач доказательства и/или опровержения или обоснования утверждений в школьном курсе математики и физики, что и является научно-педагогической новизной работы.

В первой части статьи делается краткая ссылка на суть метода от противного,



инструментарий реализации. Во второй части работы рассматриваются возможности эффективного, а в ряде случаев и неизбежного применения этого метода в решении различных математических задачах. При обсуждении задач сначала кратко разъясняются суть метода применения инварианта, приемы «раскраски» и «правила крайнего», после чего в виде методических указаний описывается дорожная карта, благодаря которой можно решать задачи доказывания и/или опровержения разной сложности. В третьей части работы рассматриваются возможности полезного, а в ряде случаев и неизбежного применения этого метода в различных физических задачах. Представлены некоторые важные вопросы и задачи, встречающиеся в курсе физики, при решении которых метод от противного имеет необходимое и эффективное применение.

Ключевые слова: метод, противоречие, математика, физика, раскраска, правило крайнего, доказательство, опровержение, утверждение, задача.

Հոդվածը ներկայացվել է խմբագրական խորհուրդ 21.04.2023թ.:

Հոդվածը գրախոսվել է 05.05.2023թ.:

Ընդունվել է տպագրության 17.11.2023թ.: