

МЕХАНИКА

УДК 531.5;523.1

DOI: 10.54503/0321-1339-2023.123.3-4-41

Академик Л. А. Агаловян

Обобщенно-ньютонова теория всемирного тяготения и систематизация Черных дыр

(Представлено 11/X 2023)

Ключевые слова: *тяготение, центральное взаимодействие, скорость убегания, горизонт событий, Черные дыры.*

Введение. Триумфом науки в средние века явилось построение теории движения солнечной планетной системы. Противостояние между сторонниками птолемеевской геоцентрической системы и гелиоцентрической системы Аристарха – Коперника, длившееся веками, завершилось победой последних. В III в. до н. э. представитель пифагорейской школы Аристарх Самосский (Aristarchus of Samos, 310 – 230 гг. до н. э.) выдвинул гелиоцентрическую систему движения планет. Согласно этой модели в центре Вселенной находится Солнце, которое неподвижно, и вокруг него вращаются Земля и другие планеты. Эта модель была отвергнута древними астрономами как лишняя, на их взгляд, основания, поскольку требовала движения Земли вокруг Солнца. В дальнейшем наибольшей известностью пользовалась геоцентрическая система Птолемея, жившего в Александрии во II в. н. э. (Claudius Ptolemy, 90 - 168 гг. н. э.). В системе Птолемея все объясняется с помощью окружностей и круговых движений. Считается, что планета движется по эпициклу (окружности), центр которого, в свою очередь, движется по деференту (другой окружности), центр которого совпадает с Землей. В книге Птолемея «Альмагест» (по-арабски ‘*величайший*’) содержалось все, чтобы рассчитать положение Солнца, Луны и планет на каждую ночь. Из наблюдений звездного неба древние заключили, что оно обращается вокруг нашей Земли, которая неподвижна и находится в центре Вселенной. Со временем возросли точность и надежность астрономических наблюдений, в особенности после изобретения Галилеем (Galileo Galilei, 1564 - 1641) телескопа. Его наблюдения показали, что вокруг других планет тоже обращаются небесные тела. Это про-

тиворечило теории Птолемея. Усовершенствование этой теории сводилось к предположению, что по эпициклам движутся дополнительные эпициклы, что весьма усложняло систему, и ей угрожала опасность развалиться под тяжестью собственной сложности.

Спустя восемнадцать веков после Аристарха Коперник (Nicolaus Copernicus, 1473 - 1543) возродил гелиоцентрическую модель и в отличие от Аристарха, который лишь высказал общую идею, разработал детали гелиоцентрической модели и основы вычисления положений планет. Однако Коперник продолжал опираться на метод круговых орбит Птолемея. По его теории все планеты вращаются вокруг Солнца по круговым орбитам и равномерно.

Коренной перелом в победу гелиоцентрической системы внес Иоганн Кеплер (Johann Kepler, 1571 - 1630) в начале XVII в. Основываясь на составленном Тихо Браге (Tycho Brahe, 1546 - 1601) великолепном каталоге данных исключительно точных наблюдений по движению планет, в особенности по Марсу, Кеплер сформулировал три своих знаменитых закона.

Спустя несколько десятилетий Исаак Ньютон (Isaac Newton, 1642 - 1717) математически вывел законы Кеплера и сформулировал знаменитый закон всемирного тяготения. Согласно этому закону сила всемирного тяготения – центральная и каждая масса m притягивается другой массой M во Вселенной с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния между массами, и направлена по линии, соединяющей центры масс. Важнейшим достижением Ньютона является и доказательство того, что орбитой тел, движущихся вокруг Солнца, может являться любая из кривых семейства конических сечений: окружность, эллипс, парабола, гипербола.

В последующие десятилетия и столетия закон всемирного тяготения Ньютона получил множество убедительных и ярких подтверждений [1, 2].

Наряду с огромными успехами со временем были выявлены космические явления, которые невозможно было объяснить по теории гравитации Ньютона. В 1859 г. Леверье обнаружил некоторое расхождение орбиты ближайшей к Солнцу планеты Меркурий в перигее с результатами наблюдений [2, 3]. Не найдя убедительных объяснений этого факта, известный американский астроном Саймон Ньюкомб (Simon Newcomb, 1835 - 1909) высказал мнение, что, возможно, закон обратных квадратов Ньютона не выполняется точно на малых расстояниях. Была сделана попытка объяснить возникшую с Меркурием проблему на основе общей теории относительности (ОТО), но она не дала желаемых результатов.

Возникла еще одна весьма важная проблема, удовлетворительное решение которой практически еще не найдено. Это проблема «Черных дыр».

Английский астроном-любитель Джон Митчелл (John Mitchell, 1724 - 1793), один из основателей сейсмологии, и известный французский математик и механик Лаплас (Pierre Laplace, 1749 - 1827) независимо друг от друга, основываясь на теории тяготения Ньютона, высказывали мнение, что в природе должны существовать тела, для преодоления притяжений

которых требуемая скорость должна превышать скорость света c . Поэтому такое тело, названное впоследствии «Черной дырой», должно быть «темным», т.е. невидимым, ибо даже свет не может покинуть его. Его можно обнаружить косвенным путем – гравитационным воздействием на другие тела.

Митчелл и Лаплас, используя понятие второй космической скорости (скорости убегания), вывели радиус «темного тела» (гравитационный радиус):

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}, \quad (1)$$

где M – масса «темного тела».

По ОТО предельным переходом было получено такое же значение гравитационного радиуса r_g . Сторонники ОТО подвергли критике Митчелла и Лапласа в том плане, что при скоростях, близких к скорости света, формулы классической механики не применимы. Оппоненты же ОТО утверждают, что эта теория не применима для описания макроскопических явлений во Вселенной, поскольку решение ее уравнений содержит сингулярность, недопустимую при описании естественных явлений. Более того, планеты и звезды, как правило, не имеют значительных, сопоставимых со скоростью света скоростей, и для них релятивистские эффекты несущественны [4].

Для внесения обоснованной ясности наличие более общей теории всемирного тяготения становится необходимостью. Новая теория тяготения не должна противоречить теории Ньютона, ибо она давно получила многократное подтверждение, и должна предоставить более широкие возможности для объяснения хотя бы части явлений, трудно объяснимых по теории Ньютона.

1. Обобщение ньютоновой теории всемирного тяготения. В работах автора [5-7] доказана возможность обобщения теории всемирного тяготения Ньютона. Новое центральное взаимодействие тел и частиц более мощное на коротких расстояниях, по сравнению с ньютоновым. Траектория движения опять может являться коническим сечением. Этому взаимодействию, в частности, подчиняются «Черные дыры».

Пусть имеем тела с массами m, M . Поместим начало полярных координат (r, θ) в центре тела с массой M . Центральную силу взаимодействия будем задавать в виде

$$\vec{F} = -GmM \frac{e^{k/r} \vec{r}}{r^2 |\vec{r}|} \quad (2)$$

или

$$F = -GmM \frac{e^{k/r}}{r^2}, \quad (3)$$

где G – гравитационная постоянная в законе всемирного тяготения Ньютона ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$). Показатель k характеризует мощность (интенсивность) центра притяжения. При $k=0$ взаимодействие (2), (3) совпадает с ньютоновым ($F = -GmM/r^2$). Учитывая это, в (2) был введен коэффициент GmM . Если же $k>0$, взаимодействие будет более мощным, чем ньютоново. Очевидно, что k имеет размерность длины, о возможных значениях которой поговорим чуть позже.

Поле, создаваемое силой $\vec{F}$, задаваемой по формуле (2), является потенциальным, с потенциалом

$$U = -\int F dr = -\frac{GmM}{k} e^{\frac{k}{r}} + \text{const}, \quad (4)$$

который существенно сильнее потенциала ньютонова поля ($U = -\frac{GmM}{r}$), в особенности на коротких от центра притяжения расстояниях.

Поскольку сила $\vec{F}$ – центральная, траектория точки – плоская кривая, имеет место закон постоянства секториальной скорости (закон площадей):

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = C, \quad (5)$$

где C – момент начальной скорости относительно центра притяжения.

С учетом (5) скорость точки в полярной системе координат имеет вид

$$v^2 = C^2 \left[\left(\frac{d \frac{1}{r}}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \right)^2 \right]. \quad (6)$$

С другой стороны, согласно теореме о кинетической энергии $d \frac{mv^2}{2} = \vec{F} d\vec{r}$, с учетом (2), (3) имеем

$$v^2 = \frac{2GM}{k} e^{k/r} + h, \quad (7)$$

где постоянная интегрирования h определяется из начальных условий:

$$\text{при } r = r_0 \quad v = v_0. \quad (8)$$

Используя (6), (7), определим траекторию движения [6]

$$r = \frac{1/k_1}{1 + (k_2/k_1) \cos \sqrt{\delta_1} (\theta - \theta_0)}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 1 - \frac{GMk}{C^2}, \quad k_1 = \frac{GM}{C^2 \delta_1}, \quad \delta_1 > 0 \\ k_2^2 &= k_1^2 + (2GM + kh) \frac{1}{kC^2 \delta_1} = \frac{1}{kC^2 \delta_1^2} [GM + (GM + kh) \delta_1] \end{aligned} \quad (10)$$

Согласно (9) траектория является коническим сечением с параметрами

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{k_1} = \frac{C^2}{GM} - k, \\ \varepsilon &= \frac{k_2}{k_1} = \sqrt{1 + \left(\frac{C^2}{MGk} - 1 \right) \left(2 + \frac{hk}{MG} \right)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Траектория есть эллипс при

$$-\frac{MG}{k} \left(1 + \frac{C^2}{C^2 - MGk} \right) < h < -\frac{2GM}{k}, \quad (12)$$

парабола при $h = -(2GM)/k$, гипербола при $h > -(2GM)/k$.

В случае эллипса полуоси определяются по формулам

$$a = \frac{p}{1 - \varepsilon^2}, \quad b = \frac{p}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}. \quad (13)$$

Используя условия (8), из (7) определим значение h :

$$h = v_0^2 - \frac{2GM}{k} e^{k/r_0}. \quad (14)$$

Согласно (14) последнее неравенство (12) можно записать в виде

$$v_0^2 < v_*^2, \quad v_*^2 = \frac{2GM}{r_0} \frac{e^{k/r_0} - 1}{k/r_0}. \quad (15)$$

Из формулы (15) следует, что при начальной скорости $v_0 < v_*$

траектория есть эллипс, при $v_0 = v_*$ – парабола и при $v_0 > v_*$ – гипербола.

$$\lim_{k \rightarrow 0} v_*^2 = \frac{2GM}{r_0} = v_N^2, \quad v_N = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}} \quad - \text{ известная скорость убегания}$$

(вторая космическая скорость) по теории Ньютона. При $k > 0$ $v_* > v_N$, т.е. скорость убегания при взаимодействии (2) больше скорости убегания по теории Ньютона, и это различие может быть сколь угодно большим. Это в свою очередь означает, что для преодоления притяжения поля, соответствующего взаимодействию (2), понадобятся сверхбольшие скорости.

2. Черная дыра и ее гравитационный радиус. Тело с массой M будет Черной дырой («темным», невидимым), если любое тело с массой $m < M$ и начальной скоростью, даже равной скорости света c , не может преодолевать поле притяжения массы M . Выясним, каким будет гравитационный радиус R_g при взаимодействии (2).

Начальными условиями задачи являются:

$$\text{при} \quad r_0 = R_g \quad v_0 = c. \quad (16)$$

Согласно (15), (16) имеем

$$\frac{2GM}{R_g} \frac{e^{\frac{k}{R_g}} - 1}{\frac{k}{R_g}} = c^2. \quad (17)$$

Обозначив $\lim_{k \rightarrow 0} R_g = r_g$, вычислим в (17) предел при $k \rightarrow 0$. В результате получим

$$\frac{2GM}{r_g} = c^2 \quad \text{или} \quad r_g = \frac{2GM}{c^2}, \quad (18)$$

т.е. радиус r_g есть известный гравитационный радиус (1) при центральном взаимодействии Ньютона.

Обозначим $\gamma = k/R_g$. Тогда формулу (17) с учетом (18) можно записать в виде

$$R_g = r_g \frac{e^\gamma - 1}{\gamma} \quad \text{или} \quad \frac{R_g}{r_g} = \frac{e^\gamma - 1}{\gamma}. \quad (19)$$

Формула (19) отражает связь между гравитационными радиусами тела (образования) массы M по обобщенно-ньютоновой теории и теории тяготения Ньютона. Из этой формулы следует, что R_g может быть сколь угодно больше r_g (см. график функции R_g/r_g , рис. 1). Имея значение отношения R_g/r_g , из уравнения (19) определим показатель интенсивности γ

центра притяжения, а также интенсивность $k = \gamma R_g$. Наоборот, задав значение γ , из той же формулы определим R_g/r_g . Из графика функции R_g/r_g и уравнения (19) следует, что может существовать множество Черных дыр. Астрономы и астрофизики давно доказали это. Они предполагают, что в каждой галактике есть по крайней мере одна Черная дыра, ориентировочно находящаяся в ее центре.

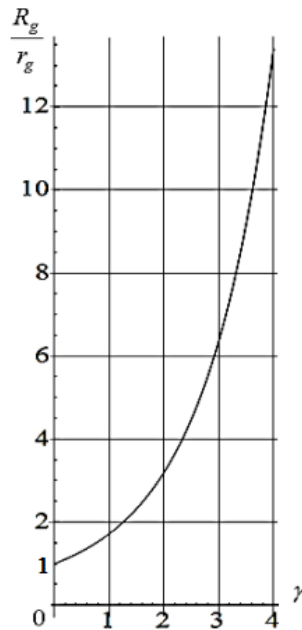


Рис. 1. Зависимость между R_g/r_g и показателем интенсивности γ гравитационного поля Черной дыры.

Имеется достаточно обширный каталог Черных дыр. Укажем некоторые из предполагаемых Черных дыр: NGC 6166 [8]; S 50014 + 81 [9]; Sgr A* [10-13]; NGC 1277 [14]; OJ 287 главная [15].

По теории гравитации Ньютона по формуле (18) определяется гравитационный радиус произвольного тела массой M . Для планеты Земля $M = 5,9736 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, $r_g = 8,87 \text{ мм} \approx 9 \text{ мм}$, для Солнца массу принято обозначать через $\odot$, и $\odot = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$, $r_g = 2,95 \text{ км} \approx 3 \text{ км}$. Т.е. Земля может стать Черной дырой, если ее масса будет втиснута в шар радиуса 9 мм, для Солнца – в шар радиуса 3 км, что представляется нереальным.

Масса любой Черной дыры многократно больше массы Солнца.

3. Горизонт событий и систематизация Черных дыр. Поверхность вокруг Черной дыры, которую еще не могут преодолеть иные тела (час-

тицы), имеющие скорость, даже равную скорости света, называется «горизонтом событий». Этот термин был введен в физику и астрофизику американским физиком Вольфгангом Риндлером (*Wolfgang Rindler*, 1924 - 2019) в 1956 г. По известному астрофизику современности Стивену Хокингу (*Stephen Hawking*, 1942 - 2018), горизонт событий создается светом, который не в силах покинуть Черную дыру и поэтому «парит» на этом горизонте [16].

Поверхность, которая служит горизонтом событий, обычно считают сферической, радиус этой поверхности и есть гравитационный радиус R_g Черной дыры или радиус Шварцшильда (*Karl Schwarzschild*, 1873 - 1916) – по фамилии известного немецкого астронома. Геометрически является очевидным, что гравитационный радиус Шварцшильда R_g больше ньютонового гравитационного радиуса r_g .

Пусть каким-то образом определен (оценен) радиус горизонта событий (радиус Шварцшильда) R_g известной (предполагаемой) Черной дыры. Тогда по известной массе этой Черной дыры сначала вычислим ньютоновый гравитационный радиус r_g ($2GM/c^2$). В результате становится известным и значение R_g/r_g . Тогда из графика функции R_g/r_g (рис. 1) или уравнения (19) сразу однозначно определяются значение показателя интенсивности γ силового поля Черной дыры, а также интенсивность $k = \gamma R_g$. В силу этого становится весьма актуальным вопрос определения не только масс Черных дыр, но и значения радиуса R_g горизонта событий.

Более детально обсудим этот вопрос для Черной дыры Стрелец A^* ($S_{gr}A^*$). Она находится в центре нашей галактики – Млечного пути (*Milky Way*) [10, 12, 13]. Впервые объект был обнаружен Робертом Брауном (*Robert Brown*, 1946 - 2002) и Брюсом Баликом (*Bruce Balick*) в Национальной радиоастрономической обсерватории США в 1974 г. 13 и 15 февраля. Впоследствии исследования велись на основе наблюдений за движением звезды $S2$ вокруг предполагаемой Черной дыры $S_{gr}A^*$. За время наблюдений (1992 - 2021) звезда $S2$ сделала почти два полных оборота вокруг Черной дыры, что позволило с большой точностью определить параметры ее орбиты.

Период обращения $S2$ составляет $(15,8 \pm 0,11)$ года, большая полуось орбиты ≈ 1000 а.е., эксцентриситет $0,88441 \pm 0,00006$, максимальное приближение к $S_{gr}A^*$ $119,54$ а.е. [17].

$S_{gr}A^*$ окружен горячим радиоизлучающим газовым облаком диаметром около 1.8 парсек. Диаметр $S_{gr}A^*$ составляет 44 млн. км, для сравнения

– расстояние между Солнцем и Меркурием 46 млн. км [13].

В 2004 г. было открыто скопление из семи звезд, которое движется вокруг $S_{gr}A^*$ по орбите на расстоянии трех световых лет. Все это является лучшим свидетельством существования сверхмассивной Черной дыры $S_{gr}A^*$.

В большинстве публикаций принимается, что масса $S_{gr}A^*$ равна $(4,297 \pm 0,042)10^6 \odot$. Радиус горизонта событий (радиус Шварцшильда) $S_{gr}A^*$ составляет 45 а.е. (6732 млн. км). Естественно, он больше линейного характерного размера (радиуса R) $S_{gr}A^*$, что составляет 22 млн. км (половина диаметра $S_{gr}A^*$). Таким образом, имеем

$$R_g = 45 a.e. = 45 \cdot 149597871 km \approx 6732 \cdot 10^6 km. \quad r_g = 12,9 \cdot 10^6 km.$$

Для $S_{gr}A^*$ ньютонов гравитационный радиус $r_g = 12,9 \cdot 10^6 km$. Следовательно

$$\frac{R_g}{r_g} = \frac{6732}{12,9} = 521,860465 \approx 522. \quad (20)$$

Используя (20), из уравнения (19) однозначно определим значение показателя интенсивности γ силового поля $S_{gr}A^*$. Имеем $\gamma = 8,38395$. Следовательно,

$$k = \gamma R_g = 8,38395 \cdot 6732 \cdot 10^6 km = 56440,7514 \cdot 10^6 km. \quad (21)$$

Силовое поле, создаваемое Черной дырой $S_{gr}A^*$, согласно (2) и (21) будет иметь вид

$$\vec{F} = -GmM \frac{e^{\frac{8,38395 R_g}{r}}}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}. \quad (22)$$

Учитывая, что R_g для $S_{gr}A^*$ – огромное число ($R_g = 45 a.e.$), из (22) следует, что силовое поле тяготения при коротких расстояниях является сверхсильным, заставляющим вращаться вокруг $S_{gr}A^*$ также звезды.

Изложенная выше процедура остается в силе для всех Черных дыр. Любая Черная дыра создает возле себя силовое поле – экспоненциально более сильное, чем по теории тяготения Ньютона:

$$\vec{F} = -GmM \frac{e^{\frac{\gamma R_g}{r}}}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad (23)$$

где R_g – радиус горизонта событий, γ – показатель интенсивности поля тяготения Черной дыры, которая определяется из уравнения (19).

Все Черные дыры можно систематизировать согласно массе, радиусу R_g горизонта событий (радиусу Шварцшильда) или показателю интенсивности γ создаваемого Черной дырой поля. В обоих вариантах должен быть известен радиус R_g горизонта событий.

Институт механики НАН РА
e-mail: lagal@sci.am

Академик Л. А. Агаловян

Обобщенно-ньютонова теория всемирного тяготения и систематизация Черных дыр

Обобщена ньютонова теория всемирного тяготения. Установлено существенно сильное на коротких расстояниях, по сравнению с ньютоновым, центральное взаимодействие тел и частиц. Траектория тела опять является коническим сечением, однако скорость убегания намного больше скорости убегания по теории Ньютона. Найдена связь с Черными дырами, с горизонтом событий. Разработан способ систематизации всех Черных дыр.

Ակադեմիկոս Լ. Ա. Աղալովյան

Համաշխարհային ձգողականության ընդհանրացված-կյուտոնյան տեսությունը և Սև խոռոչների դասակարգումը

Ընդհանրացված է համաշխարհային ձգողականության կյուտոնյան տեսությունը: Ուսումնասիրված է նոր տիպի կենտրոնական փոխազդեցություն, որի պոտենցիալ դաշտը բազմակի հզոր է կյուտոնյանից: Արտածված են պայմաններ, երբ մարմնի հետազիծը կոնական հատույթ է: Կապ է հաստատված Սև խոռոչների, իրադարձությունների հորիզոնի հետ: Մշակված է Սև խոռոչների դասակարգման եղանակ:

Academician L. A. Aghalovyan

Generalized Newton's Theory of Universal Gravitation and Systematization of Black Holes

The Newton's theory of universal gravitation is generalized. Significantly strong at short distances central interaction of bodies and particles is established in comparison with Newtonian. The trajectory of the body again is a conical section, however, the Escape speed is much more than the speed at Newtonian interaction. A connection is found with Black Holes, with the horizon of events. A method of systematization of all Black Holes is developed.

Литература

1. Kittel C., Knight W. D. et al. Mechanics. (Berkley Physics Course, V. 1. New York. McGraw-Hill. 1963 (*Киттель Ч., Найт.У., Рудерман М.*

- Механика. М. Наука. 1975. 480 с.).
2. *Layzer D.* Constructing the Universe. New York. Scientific American Book. 1984, Inc. (*Лейзер Д.* Создавая картину Вселенной. М. Мир. 1988. 324 с.).
 3. *Roseveare N. T.* Mercury's Perihelion from Le Verrier to Einstein. Oxford. Clarendon Press. 1982. (*Роузвер Н. Т.* Перигелий Меркурия от Лаверье до Эйнштейна. М. Мир. 1985. 246 с.).
 4. *Bergman P. G.* The Riddle of Gravitation. New York. Charles Scribner's Sons. 1968. (*Бергман П.* Загадка гравитации. М. Наука. Физматлит. 1969. 216 с.).
 5. *Aghalovyan L. A.* – Reports of National Academy of Sciences of Armenia. 2006. V. 106. P. 238-244.
 6. *Aghalovyan L. A.* – International Journal of Astronomy and Astrophysics. 2018. V. 8. P. 191- 199.
 7. *Aghalovyan L. A.* – International Journal of Astronomy and Astrophysics. 2020. V. 10. P.224-234.
 8. *Magorrian J., Tremaine S. et al.* – The Astronomical Journal. 1998. V. 115. P. 2285-2305.
 9. *Ghisselini G., Ceca R. et al.* – Notices of the Royal Astronomical Society. 2010. V. 405. P. 387-400.
 10. *Eckart A., Schodel R. et al.* The Black Hole at the Center of Milky Way. London. Imperial College Press. 2005.
 11. *Ghez A., Salim S. et al.* – The Astrophysical Journal. 2005. V. 620(2). P.744-757.
 12. *Ghez A., Salim S. et al.* – The Astrophysical Journal: IOP Publishing. 2008. V. 689. № 2. P. 1044-1062.
 13. *Abuter R. et al.* – Astronomy & Astrophysics. 2021. V. 656. 14 December.
 14. *Graham A.W., Durre M. et al.* – The Astrophysical Journal. 2016. V. 819. P. 43.
 15. *Valtonen M., Ciprini S. et al.* – Monthly Notices of the Royal Astronomical Society Journal. Oxford University Press. 2012. V. 427. № 1. P. 77-83.
 16. *Hawking S.* Black Holes and Baby Universes and Other Essays. Toronto. Bantam Book. 1996. (*Хокинг Стивен.* Черные дыры и молодые вселенные. М. АСТ. 2018. 176 с.).
 17. *Gillessen S., Eisenhauer F. et al.* – The Astrophysical Journal. 2009. V. 692. P. 1075-1109.