

**ՌԵԼԻԵՖԱՅԻՆ ՀԵՌԱՆԿԱՐԻ ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ԵՐԿՐԱԶԱՓԱԿԱՆ
ԱԼԳՈՐԻԹՄԸ**

ՀՏԴ 514

DOI 10.56246/18294480-2022.12-03

ՍՈՂՈՄՈՆՅԱՆ ԿՈԼՅԱ

*լոգիստիկական գիտությունների դոկտոր, պրոֆեսոր,
ՀԱՊՀ ճարտարագիտական գրաֆիկայի ամբիոնի դասախոս
էլփոստ՝ kolia95@mail.ru*

ԲԱԿՈՒՆՑ ՄԱՐԻՆԵ

*ՀԱՊՀ ճարտարագիտական գրաֆիկայի ամբիոնի ասպիրանտ
էլփոստ՝ marinka-bakunts@mail.ru*

Հարթության վրա տարածական եռաչափ օբյեկտների և նրանց երկրաչափական հատկությունների ճշգրիտ արտապատկերման տեսական հիմունքները մշակվում են գծագրական երկրաչափության տարբեր բաժիններում: Այդ բաժիններից մեկը կոչվում է հեռանկար, որտեղ ուսումնասիրվում են եռաչափ օբյեկտների այնպիսի հարթ պատկերների (մոդելների) կառուցման երկրաչափական օրինաչափությունները, որոնք ստացվում են կենտրոնական պրոյեկցիայի մեթոդով: Այս մեթոդով կառուցված պատկերներն անվանում են հեռանկար: Առարկայի հեռանկարը որոշակի մոտավորությամբ համապատասխանում է այն պատկերին, որը տեսնում է մարդու աչքը, այսինքն՝ հեռանկարը ճիշտ է արտացոլում պատկերվող օբյեկտի չափերի և ձևի փոփոխությունները՝ կախված դիրքի նկատմամբ նրա գրաված դիրքից և հեռավորությունից: Սա բացատրվում է նրանով, որ մարդու տեսողության ապարատը երկրաչափական իմաստով աշխատում է այնպես, ինչպես կենտրոնական պրոյեկցիայի մեթոդը:

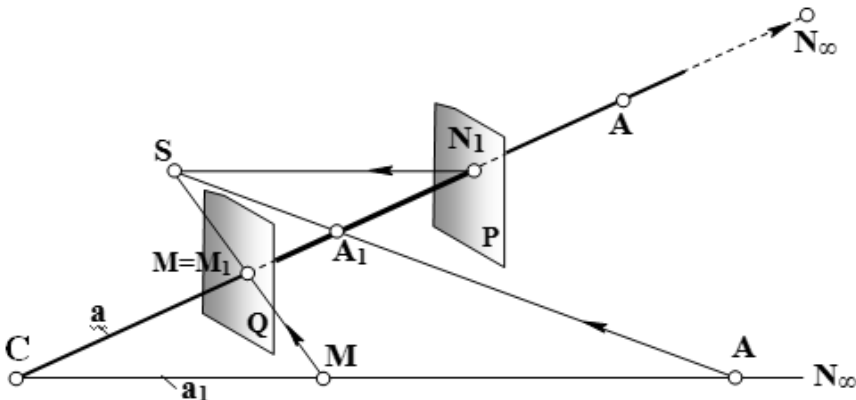
Հեռանկարային պատկերների կառուցման մեթոդների մասին ուսմունքը հիմնվում է օպտիկայի, տեսողական օրգանների անատոմիայի, ֆիզիոլոգիայի, ինչպես նաև երկրաչափության բնագավառներում ստացված գիտական օրինաչափությունների և տեղեկությունների վրա: Օրինակ՝ օպտիկական և տեսողական օրգանների անատոմիան ու ֆիզիոլոգիան մարդու տեսողական ընկալման գործընթացը մեկնաբանում են որպես լույսի ճառագայթի ազդեցություն աչքի ցանցաթաղանթի վրա:

Քանի որ յուրաքանչյուր օբյեկտի երկրաչափական մոդելը կազմվում է հիմնական երկրաչափական տարրերից (կետ, ուղիղ, հարթություն), հետևաբար նրա ռելիեֆային հեռանկարի կառուցման ալգորիթմն ստանալու համար նախ անհրաժեշտ է դիտարկել երկրաչափական տարրերի ռելիեֆային հեռանկարների կառուցման օրինաչափությունները: Ելնելով մեթոդական որոշակի նկարառումներից սկսում ենք ուղիղ գծի ռելիեֆային հեռանկարի դիտարկումից:

Քանալի բառեր՝ ճառագայթ, անիսկական կետեր, ուղիղ գծի ռելիեֆային հեռանկար, դիտարկետ, տարածություն, հարթություն, պրոյեկտիվ ձևափոխություն, ռելիեֆային պատկեր, կերպար, պրոյեկտում, կերպարների հավաքակետ, դիտարանցիոն կետ:

Ուղիղ գծի ռելիեֆային հեռանկարի կառուցման առանձնահատկությունները կախված են նրանից, թե ուղիղն ինչ դիրք է գրավում տրված դիտակետի (C) և կերպարների տարածությունը սահմանափակող P և Q հարթությունների նկատմամբ: Դիտարկենք հետևյալ դեպքերը.

ա) Ուղիղն անցնում է դիտակետով: Դիտարկենք a ուղիղը, որն անցնում է C դիտակետով: Այս ուղղի MN_∞ ճառագայթը դասավորված է օբյեկտային տարածության մեջ, ուստի անհրաժեշտ է դիտարկել ուղղի միայն այդ ճառագայթի ռելիեֆային հեռանկարի կառուցումը: Քանի որ ճառագայթն անցնում է դիտակետով, ապա ելնելով ռելիեֆային հեռանկարի սահմանումից՝ կարելի է եզրակացնել, որ նրա կերպարը (ռելիեֆային հեռանկարը) պետք է դասավորվի հենց այդ ճառագայթի վրա:



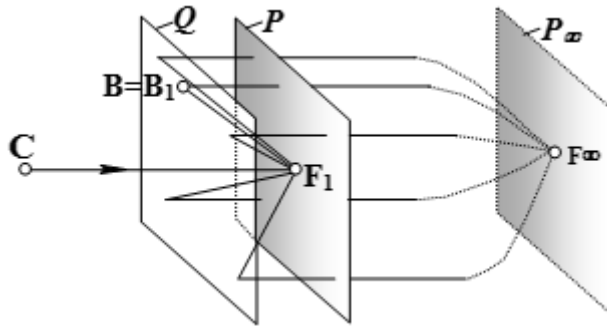
Կերպարային տարածության անշարժ Q հարթության և այդ ճառագայթի հատման M կետն ակնհայտորեն կհամընկնի իր կերպարի հետ՝ $M = M_1$, քանի որ դիտակետին մոտ դասավորված Q հարթությունը կլինի ռելիեֆի առջևի պլանի հարթությունը, ուստի այդ հարթության կետերը համապատասխանում են իրենք իրենց, այսինքն՝ Q -ն կլինի ձևափոխության կրկնակի հարթությունը: Իսկ ճառագայթի անվերջ հեռու (անիսկական) N^∞ կետի կերպարը կլինի այդ ճառագայթի և սահմանային P հարթության հատման N_1 կետը, քանի որ P հարթությունը կլինի ռելիեֆի հետին պլանի հարթությունը, ուստի այդ հարթության կետերը պետք է հանդիսանան օբյեկտային տարածության անսահման հեռու (անիսկական) հարթության կետերի (անիսկական կետերի) կերպարները:

Այսպիսով, ստացվում է, որ դիտակետով անցնող ուղղի անվերջ երկրություն ունեցող MN^∞ ճառագայթի ռելիեֆային հեռանկարն իրենից ներկայացնում է մի սահմանափակ հատված (M_1N_1), որն ամբողջությամբ դասավորվում է P և Q հարթությունների միջև:

Սակայն հարց է առաջանում, իսկ ինչպիսի՞ օրինաչափությամբ են դասավորվում ճառագայթին պատկանող կետերը և նրանց կերպարները, և ինչպես կարելի է կառուցել ճառագայթի որևէ կամայական A կետի ռելիեֆային հեռանկարը: Այս հարցի պատասխանը կարելի է ստանալ, եթե հիշենք, որ օբյեկտի և նրա կերպարի կապն արտահայտվում է պրոյեկտիվ ձևափոխության միջոցով: Իսկ յուրաքանչյուր պրոյեկտիվ ձևափոխություն հնարավոր է իրականացնել այս կամ այն կենտրոնական պրոյեկտումների միջոցով:

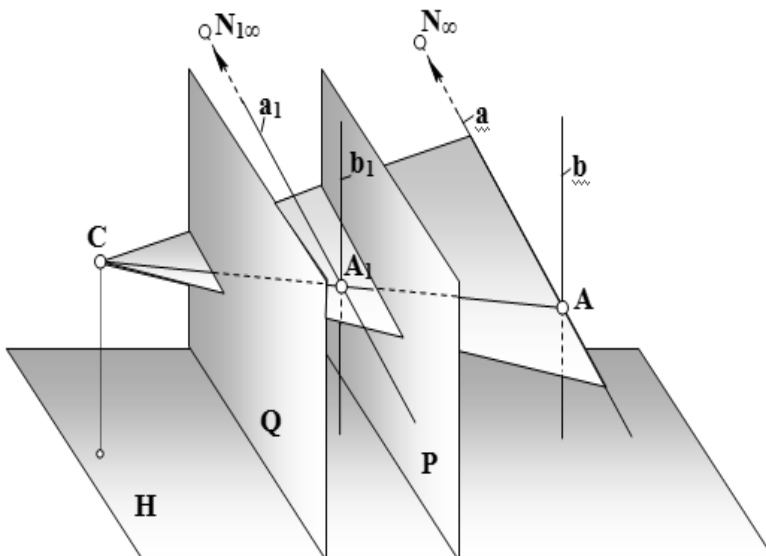
Պատկերացնենք, որ a ուղիղը նրան պատկանող M, A և N^∞ կետերի հետ միասին պատել ենք C կետի շուրջն այնպես, որ այն գրավել է a_1 դիրքը: Եթե ուղղով իրար միացնենք M_1 և M կետերը, ինչպես նաև N_1 և N^∞ կետերը (N_1 կետը N^∞ կետի հետ միացնել, նշանակում է կետով տանել ուղղին զուգահեռ ուղիղ), ապա ստացված ուղիղների հատման S կետը կլինի որոնելի պրոյեկտման կենտրոնը: Այժմ արդեն SA պրոյեկտող ուղղի և a ուղղի հատման A_1 կետը կլինի A կետի որոնելի կերպարը:

Դիտակետով անցնող և կերպարային տարածությունը սահմանափակող հարթություններին ուղղահայաց CF_1 ճառագայթը կոչվում է ռելիեֆային հեռանկարի գլխավոր ճառագայթ, իսկ գլխավոր ճառագայթի և սահմանային հարթության հատման F_1 կետը կոչվում է ռելիեֆային հեռանկարի գլխավոր կետ:



Քանի որ օբյեկտային տարածության բոլոր այն ճառագայթները, որոնք զուգահեռ են գլխավոր ճառագայթին, ունեն մեկ ընդհանուր անիսկական կետ (F_{∞}), ուստի հասկանալի է, որ նրանց բոլորի ռեփլեֆային հեռանկարները կհավաքվեն մի կետում՝ հեռանկարի գլխավոր F_1 կետում:

բ) Ուղիղը զուգահեռ է կերպարային տարածությունը սահմանափակող հարթություններին: Այս դիրքի ուղիղները առանձնահատուկ են նրանով, որ չեն հատվում սահմանային P հարթության հետ: Հետևաբար այդ ուղիղների անիսկական կետերի (N_{∞}) կերպարները ևս անիսկական կետեր են ($N_{1\infty}$): Սա նշանակում է, որ միայն այս դեպքում օբյեկտային տարածության անվերջ ուղիղների ռեփլեֆային հեռանկարները նույնպես անվերջ ուղիղներ են:



Քանի որ $N\infty$ և $N_1\infty$ կետերը անվերջության մեջ համընկնում են P հարթության միևնույն անիսկական կետի կետ, ապա ակնհայտ է, որ ուղիղը և նրա կերպարը տվյալ դեպքում կլինեն միմյանց զուգահեռ: Եթե ուղղով (a) և C դիտակետով տանենք հարթություն, ապա պարզ է, որ այդ հարթության մեջ կդասավորվեն ուղղի բոլոր կետերի ռեփլեֆային հեռանկարները: Ուստի հենց այդ հարթության մեջ կդասավորվի ողջ ուղղի կերպարը: Այդ հարթությանն ընդունված է անվանել պրոյեկտող հարթություն:

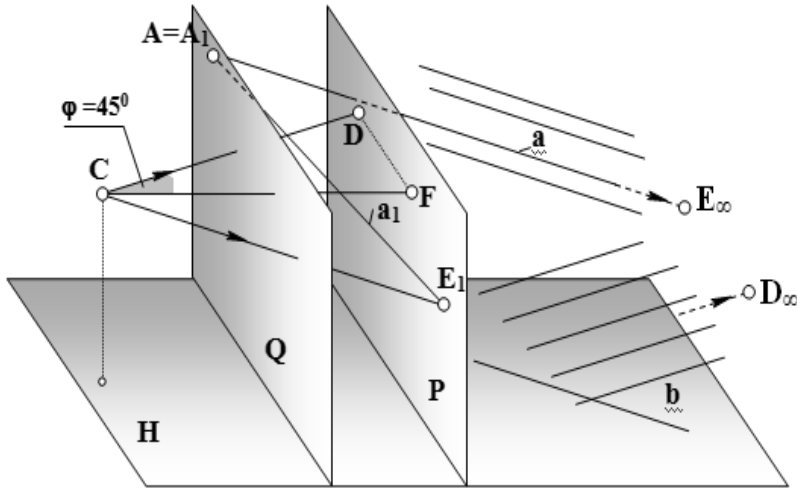
Մասնավոր դեպքում, երբ ուղիղը զուգահեռ լինելով P և Q հարթություններին՝ զուգահեռ է դասավորվում նաև առարկայական H հարթությանը, ապա այս դեպքում նրա հեռանկարը նույնպես հորիզոնական դիրք կունենա: Իսկ այն դեպքում, երբ օբյեկտային տարածության ուղիղն (b) ուղղահայաց է առարկայական H հարթությանը, այսինքն՝ ուղղաձիգ դիրք է գրավում, ապա այդպիսի ուղղի ռեփլեֆային հեռանկարը (b_1) ակնհայտորեն նույնպես ուղղաձիգ դիրք կունենա:

գ). Ուղիղը ընդհանուր դիրք է գրավում: Այսպես կանվանենք այն ուղիղներին, որոնք չեն անցնում դիտակետով և ոչ զուգահեռ են, ոչ էլ ուղղահայաց կերպարային տարածությունը սահմանափակող հարթություններին:

Դիտարկենք ընդհանուր դիրքի a ուղիղը: Այս ուղղի կերպարը ստանալու համար կարելի է օգտագործել այդ ուղղի և Q հարթության հատման $A = A_1$ կետը, որի կերպարը հենց ինքն է: Որպես երկրորդ կետ՝ հարմար է օգտագործել a ուղղի անիսկական $E\infty$ կետը: Այս կետի կերպարը կառուցելու համար բավական է C դիտակետով տանել a ուղղին զուգահեռ ճառագայթը (այսինքն՝ դիտակետը միացնել ուղղի անիսկական $E\infty$ կետի հետ) և որոշել նրա հատման E_1 կետը սահմանային P հարթության հետ: Հասկանալի է, որ a ուղղի ռեփլեֆային հեռանկարը կլինի A_1 և E_1 կետերը միացնող սահմանափակ հատվածը:

Եթե դիտարկենք օբյեկտային տարածության բոլոր այն ուղիղները, որոնք զուգահեռ են a ուղղին, ապա քանի որ նրանք ունեն մեկ ընդհանուր անիսկական կետ ($E\infty$), հետևաբար այդ բոլոր ուղիղների կերպարները կանցնեն E_1 կետով: Այդ պատճառով E_1 կետին անվանում են տվյալ ուղղությանը (a ուղղին զուգահեռ) ուղիղների բազմության կերպարների հավաքակետ:

Այսպիսով, օբյեկտային տարածության կամայական ընդհանուր դիրքի և միմյանց զուգահեռ ուղիղների ռելիեֆային հեռանկարները հավաքվում են սահմանային P հարթությանը պատկանող մեկ կետում:



Կամայական օբյեկտի ռելիեֆային հեռանկարի կառուցման ալգորիթմում կարևոր դեր ունեն այն ընդհանուր դիրքի ուղիղները, որոնք զուգահեռ են առարկայական H հարթությանը և կերպարային տարածությունը սահմանափակող Q և P հարթությունների հետ կազմում են 45° անկյուն (օրինակ՝ գ. կետի նկարում դա b ուղիղն է): Այսպիսի ուղիղների կերպարների D հավաքակետը ստացվում է դիտակետով անցնող և P հարթության հետ 45° անկյուն կազմող ճառագայթի և այդ հարթության հատման կետում: Եթե ունենք նաև ռելիեֆային հեռանկարի գլխավոր F կետը, ապա CFD եռանկյունը ակնհայտորեն իրենից կներկայացնի հավասարաչափ ուղղանկյուն եռանկյուն, որից և կունենանք՝ $CF = FD$:

Այսինքն՝ դիտակետի հեռավորությունը սահմանային հարթությունից հավասար է FD հատվածի երկարությանը: Այս պատճառով D կետն ընդունված է անվանել ռելիեֆային հեռանկարի «դիտանցիոն» կետ: Շատ հաճախ, երբ ռելիեֆային հեռանկարի դիտակետը կառուցումների ժամանակ անհասանելի է, ապա այդպիսի դեպքերում երկրաչափական կառուցումների իրականացման իմաստով դիտանցիոն կետը հաջողությամբ կարող է փոխարինել դիտակետին:

Եզրակացություն

Այսպիսով, ռելիեֆային հեռանկարի կառուցման երկրաչափական ալգորիթմն ստանալու համար անհրաժեշտ է դիտարկել թե ուղիղն ինչ դիրք է գրավում տրված դիտակետի և կերպարների տարածությունը սահմանափակող հարթությունների նկատմամբ:

Օգտագործված գրականության ցանկ

1. **Согомонян К. А.**, Линейно-конструктивные методы формообразования (геометрическое моделирование), Ереван, Айастан, 1990, 214 с.
2. **Глаголев Н. А.**, Проективная геометрия, М., Высшая школа, 1963, 268с.
3. **Берже М.**, Геометрия, Пер. с франц., М., Мир, 1984, Т. 1, 560 с.
4. **Берже М.**, Геометрия, Пер. с франц., М., Мир, 1984, Т. 2, 368 с.
5. **Роджерс Д., Адамс Дж.**, Математические основы машинной графики, М., Мир, 2001, 604с.
6. **Ефимов Н. В.**, Высшая геометрия, ФизМатЛит, 2003, 560с.
7. **Ефимов Н. В.**, Линейная алгебра и многомерная геометрия, ФизМатЛит, 2005, 450с.
8. **Бубнова А. А.**, Проективная геометрия, Ялта, РИОГПА, 2016, 84с.
9. **Гусева Н. И. и др.**, Геометрия, Т2, М., академия, 2013.
10. **Есин В. А.**, Проективная геометрия, Белгород, БелТУ, 1998.

GEOMETRIC ALGORITHM OF RELIEF PERSPECTIVE CONSTRUCTION

SOGHOMONYAN KOLYA

Doctor of Technical Sciences, Professor

Lecturer at the Chair of Engineering Graphics, NPUA

e-mail: kolia95@mail.ru

BAKUNTS MARINE

Postgraduate student at the Chair of Engineering Graphics, NPUA

e-mail: marinka-bakunts@mail.ru

The theoretical foundations of accurate representation of spatial three-dimensional objects on a plane and their geometric properties are developed in different sections of graphic geometry. One of these sections is called perspective,



which examines the geometric patterns in the construction of flat images (models) of three-dimensional objects obtained by the central projection method. Images constructed in this way are called perspectives. The perspective of the object corresponds to a certain approximation to the image that the human eye sees, that is, the perspective accurately reflects the changes in the size of the object depending on its position with respect to the viewer distance. This is because the human visual apparatus works geometrically in the same way as the central projection method.

The teaching of the methods of constructing perspective images is based on information obtained from optics, anatomy of the visual organs, physiology, as well as scientific patterns in the field of geometry. For example, optics and the anatomy and physiology of the visual organs interpret the process of human visual perception as the effect of light rays on the retina.

Since the geometric model of each object consists of the basic geometric elements (point, line, plane), in order to obtain its algorithm for constructing a relief perspective, it is first necessary to consider the patterns of construction of relief perspectives of geometric elements. Based on certain methodological considerations, we start by looking at the relief perspective of a straight line..

Keywords: *Beam, pointless points, straight line relief perspective, point of view, space, plane, projective rotation, relief image, image, project, image collection, distance point.*

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕЛЬЕФНОЙ ПЕРСПЕКТИВЫ

СОГОМОНЯН КОЛЯ

*Доктор технических наук, профессор
Преподаватель кафедры инженерной графики НПУА
электронная почта: kolia95@mail.ru*

БАКУНЦ МАРИНЕ

*Аспирант,
Преподаватель кафедры инженерной графики НПУА
электронная почта: marinka-bakunts@mail.ru*

Теоретические основы точного отображения трехмерных объектов на плоскости и их геометрических свойств разработаны в различных разделах гра-



фической геометрии. Один из таких разделов называется «Перспектива», в котором рассматриваются геометрические закономерности построения плоских изображений (моделей) трехмерных объектов, полученных методом центральной проекции. Изображения, построенные таким образом, называются перспективами. Перспектива предмета в определенной мере соответствует тому изображению, которое видит человеческий глаз, то есть перспектива правильно отражает изменения размеров и формы изображаемого предмета в зависимости от его положения и удаления от зрителя. Это связано с тем, что зрительный аппарат человека работает геометрически так же, как метод центральной проекции.

Обучение методам построения перспективных изображений базируется на оптических закономерностях, анатомии органов зрения, физиологии, а также на научных закономерностях и сведениях, полученных в областях геометрии. Например, оптика, анатомия и физиология органов зрения интерпретируют процесс зрительного восприятия человека как воздействие световых лучей на сетчатку.

Так как геометрическая модель каждого объекта состоит из основных геометрических элементов (точка, линия, плоскость), то для получения своего алгоритма построения рельефной перспективы необходимо предварительно рассмотреть закономерности построения рельефной перспективы геометрических элементов. Исходя из некоторых методологических соображений, начнем с рассмотрения рельефной перспективы прямой линии.

Ключевые слова: луч, бесточечные точки, прямолинейная рельефная перспектива, точка зрения, пространство, плоскость, проективное вращение, рельефное изображение, изображение, проект, коллекция изображений, точка расстояния.

Հոդվածը ներկայացվել է խմբագրական խորհուրդ 06.04.2022թ.:

Հոդվածը գրախոսվել է 10.04.2022թ.: