

УДК.621.315

Փիզիկա

УПРАВЛЕНИЕ ЭНЕРГИЕЙ ОСНОВНОГО ПЕРЕХОДА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ, ПОКРЫТОЙ СЛОЕМ КВАНТОВОЙ ЯМЫ

Армен АЛЕКСАНЫЯН, Карен АРАМЯН,

Գրաիւս ՈՒՈԴՈՍԵԱՆ, Յաբ ԲՈՒՆԻԱՏԻԱՆ

Ключевые слова: Квантовая точка, квантовая яма, гетероструктура, энергия основного перехода.

Բանալի բառեր՝ քվանտային կետ, քվանտային փոս, հետերոկառուցվածք, հիմնական անցման էներգիա:

Key words. Quantum dot, quantum well, heterostructure, basic energy transition.

A.Aleksanyan, K.Aramyan, G.Nikoghosian, V.Buniatyan

Energy Management of the Main Transition in Cylindrical Quantum Dot,
Covered with a Layer of the Quantum Well

It is shown that in the heterostructure quantum dots of cylindrical form, covered by a quantum well, is possible to control the energy of the main transition. The dependence of the energy of the main transition from the radius of cylinder is determined:

Վ.Բունիատյան, Հ.Նիկողոսյան, Կ.Արամյան, Ա.Ալեքսանյան

Քվանտային փոսի շերտով ծածկված գլանաձև քվանտային կետի հիմնական անցման էներգիայի կառավարում

Ցույց է տրված, որ գլանաձև քվանտային կետերով հետերոկառուցվածքներում, որոնք ծածկված են քվանտային փոսով, հնարավոր է կառավարել հիմնական անցման էներգիայով: Որոշված է հիմնական անցման էներգիայի կախումը գլանի շառավղից:

Показано, что в гетероструктурах квантовыми точками цилиндрической формы, покрытыми квантовой ямой, можно управлять энергией основного перехода. Определена зависимость энергии основного перехода от радиуса цилиндра.

Гетероструктуры с КТ вызывают повышенный интерес исследователей благодаря перспективам их применения в оптоэлектронике, в частности, для создания высокоэффективных инжекционных лазеров для волоконно-оптических линий связи [1].

Актуальной задачей является выращивание структур, излучающих в окне максимальной прозрачности оптического волокна на длине волны $\lambda \approx 1,55$ мкм, которой соответствует энергия основного перехода в квантовой точках, $E_0 \approx 0.8$ эВ.

Одним из методов расширения спектрального диапазона излучающих приборов на основе арсенида галлия является применение структур, в которых квантовые точки InAs зарощены слоем квантовой ямы [2,3].

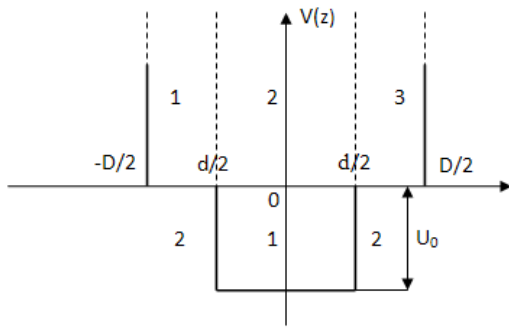
Поэтому, целью данной работы является определение зависимости энергии основного перехода в КТ от толщины и состава покрывного слоя.

С другой стороны экспериментальные наблюдения массивов КТ InAs на подложке GaAs показывают, что InAs представляют собой сильно сплюснутые эллипсоидальные кластеры [4]. Однако, в [5] показано, что квантовые уровни КТ подобной формы можно получить заменой на КТ цилиндрической формы.

2. Уравнение Шредингера, описывающее движение в z направлении при параболическом законе дисперсии имеет вид

$$\left\{ \frac{d^2}{dz^2} + \frac{2m_1^*}{\hbar^2} (E_z - V(z)) \right\} \psi(z) = 0, \quad \text{где } V(z) = \begin{cases} -U_0; |z| \leq \frac{d}{2} \\ 0; |z| > \frac{d}{2} \end{cases} \quad (1)$$

При значении энергии $|E_z| < U_0$ (рис.1) приходим к следующим двум уравнениям



$$\begin{cases} \left(\frac{d^2}{dz^2} + \epsilon^2 \right) \psi_{\pm} = 0, |z| \leq \frac{d}{2}, \\ \left(\frac{d^2}{dz^2} - \epsilon^2 \right) \psi_{\pm} = 0, |z| > \frac{d}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{где } k = \sqrt{\frac{2m_1^*}{\hbar^2} (U_0 + E_z)}, q = \sqrt{-\frac{2m_2^*}{\hbar^2} E_z} \quad (3)$$

Вне квантовой точки, в областях $|z| > \frac{d}{2}$, $\psi_{\pm} = A e^{\pm qz}$

Внутри квантовой точки, для состояний положительной четности $|z| \leq \frac{d}{2}$

$$\psi_{+} = B \cos kz, \quad \psi_{-} = C \sin kz$$

Из условия непрерывности в точке $z = \frac{d}{2}$ для состояний (+) четности имеем

$$B \cos \frac{kd}{2} = A e^{-\frac{qd}{2}}, \quad B \sin \frac{kd}{2} = A \frac{q}{k} e^{-\frac{qd}{2}}$$

Уровни энергии E_{Hz} в квантовой точке для состояний положительной четности определяются из трансцендентного уравнения

$$\text{tg} \frac{kd}{2} = \frac{1}{k}, \quad k = \sqrt{\frac{2m_1^* J_0}{\hbar^2} + \frac{2m_1^*}{\hbar^2} E_z} = \sqrt{\frac{2m_1^* J_0}{\hbar^2} - \frac{n_1^*}{m_2^*} q^2} \quad (4)$$

где m_1^* и m_2^* – эффективные массы электрона в области квантовой точки и в среде квантовой ямы, соответственно.

Из условия нормировки волновой функции $\int |\psi_{\pm}|^2 dz = 1$ внутри квантовой точки, имеем

$$B = \left(\frac{2}{d} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{\sin kd}{kd} \right)^{-1/2}.$$

Найдем разрешенные уровни энергии $E_z > 0$, попадающие в широкую часть квантовой ямы с бесконечно высокими стенками. В областях 1 и 3 имеем следующее уравнение

$$-\frac{\hbar^2}{2m_2^*} \frac{d^2}{dz^2} \psi = E_z \psi,$$

$$\text{в области 2} \quad \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1^*} \frac{d^2}{dz^2} - J_0 \right) \psi = E_z \psi$$

Соответствующие решения имеют вид $\psi_j = A_j \exp(k_j z) + B_j \exp(-ik_j z)$, $j = 1, 2, 3$

$$\text{где } k_1 = k_3 = \sqrt{\frac{2m_2^*}{\hbar^2} E_z}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{2m_1^*}{\hbar^2} (E_z + J_0)}$$

Из условия непрерывности плотности вероятности и плотности потока вероятности на

границах $|z| = \frac{d}{2}$ и $|z| = \frac{D}{2}$

$$\psi_{-}\left(z = -\frac{d}{2}\right) = \psi_{-}\left(z = -\frac{d}{2}\right) \psi_{-}\left(z = \frac{d}{2}\right) = \psi_{-}\left(z = \frac{d}{2}\right)$$

$$\frac{1}{m_2^*} \left(\frac{d\psi}{dz} \right)_{z=-\frac{d}{2}} = \frac{1}{m_1^*} \left(\frac{d\psi}{dz} \right)_{z=-\frac{d}{2}}, \frac{1}{m_1^*} \left(\frac{d\psi}{dz} \right)_{z=\frac{d}{2}} = \frac{1}{m_2^*} \left(\frac{d\psi}{dz} \right)_{z=\frac{d}{2}}$$

$$\psi\left(z = -\frac{D}{2}\right) = \psi\left(z = \frac{D}{2}\right) = 0$$

Получим

$$\begin{aligned} A_1 e^{-ik_1 \frac{d}{2}} + B_1 e^{ik_1 \frac{d}{2}} - A_2 e^{-k_2 \frac{d}{2}} - B_2 e^{ik_2 \frac{d}{2}} &= 0 \\ A_2 e^{ik_2 \frac{d}{2}} + B_2 e^{-k_2 \frac{d}{2}} - A_3 e^{ik_3 \frac{d}{2}} - B_3 e^{-ik_3 \frac{d}{2}} &= 0 \\ A_1 \frac{ik_1}{m_2^*} e^{-ik_1 \frac{d}{2}} - B_1 \frac{ik_1}{m_2^*} e^{ik_1 \frac{d}{2}} - A_2 \frac{ik_2}{m_1^*} e^{-k_2 \frac{d}{2}} + B_2 \frac{ik_2}{m_1^*} e^{ik_2 \frac{d}{2}} &= 0 \\ A_2 \frac{ik_2}{m_1^*} e^{ik_2 \frac{d}{2}} - B_2 \frac{ik_2}{m_1^*} e^{-k_2 \frac{d}{2}} - A_3 \frac{ik_3}{m_2^*} e^{ik_3 \frac{d}{2}} + B_3 \frac{ik_3}{m_2^*} e^{-k_3 \frac{d}{2}} &= 0 \\ A_1 e^{-ik_1 \frac{D}{2}} + B_1 e^{ik_1 \frac{D}{2}} &= 0 \quad A_3 e^{ik_3 \frac{D}{2}} + B_3 e^{-k_3 \frac{D}{2}} = 0 \quad A_3 e^{ik_3 \frac{D}{2}} + B_3 e^{-ik_3 \frac{D}{2}} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $B_1 = -A_1 e^{-k_1 D}$, $B_3 = -A_3 e^{ik_3 D}$

Учитывая симметрию формы квантовой ямы, имеем

$$\begin{aligned} \psi(x=0) &= 0 \quad (\text{для четных состояний}) \\ \psi(x=0) &= 0 \quad (\text{для нечетных состояний}) \end{aligned}$$

Рассмотрим четные состояния

$$\psi = A_2 e^{ik_2 z} + B_2 e^{-k_2 z} \quad (6)$$

$$\psi = k_2 A_2 e^{ik_2 z} - k_2 B_2 e^{-k_2 z} \quad (7)$$

Из условия (7) получим $A_2 = B_2$, откуда из (5) находим следующее соотношение

$$\begin{aligned} A_1 \left(e^{-ik_1 \frac{d}{2}} - e^{-ik_1 D} e^{-ik_1 \frac{d}{2}} \right) - A_2 \cos k_2 \frac{d}{2} &= 0 \\ 2A_2 \cos k_2 \frac{d}{2} + A_3 \left(e^{ik_3 D} e^{-ik_1 \frac{d}{2}} - e^{ik_1 \frac{d}{2}} \right) &= 0 \\ \frac{A_1 k_1}{m_2^*} \left(e^{-ik_1 \frac{d}{2}} + e^{-ik_1 D} e^{ik_1 \frac{d}{2}} \right) + \frac{2k_2 i}{m_1^*} A_2 \sin k_2 \frac{d}{2} &= 0 \\ A_2 \frac{2ik_2}{m_1^*} \sin k_2 \frac{d}{2} - A_3 \frac{k_1}{m_2^*} \left(e^{ik_1 \frac{d}{2}} + e^{ik_1 D} e^{-ik_1 \frac{d}{2}} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, из (3) не трудно получить трансцендентные уравнения для определения разрешенных значений энергии $E_z > 0$.

$$\text{Для четных состояний} \quad \text{ctg} k_2 \frac{d}{2} = \frac{n_2^* k_2}{m_1^* k_1} \text{tg}(k_1 D - \frac{\pi}{2}) \quad (9)$$

$$\text{Для нечетных состояний } \text{tg}(k_2 \frac{d}{2}) = - \frac{n_2^* \kappa_2}{m_1^* \kappa_1} \cdot \text{tg} \left(\frac{\pi}{2} - l \right) \quad (10)$$

Далее найдем разрешенные уровни радиального движения в потенциальной яме вида

$$U(\rho) = \begin{cases} -U_0, \rho < R, \\ 0, \rho \geq R \end{cases}$$

В цилиндрической системе координат гамильтониан имеет вид

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m_{1,2}^*} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] + J(\rho)$$

С учетом цилиндрической симметрии задачи, радиальное движение описывается уравнением Шредингера (после разделения переменных),

$$\frac{-\hbar^2}{2m_{1,2}^*} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) - \frac{n^2}{\rho^2} \right] \chi_{n\rho,m}(\rho) + J(\rho) \chi_{n\rho,m}(\rho) = E_{n\rho,m} \cdot \chi_{n\rho,m}(\rho)$$

Так что собственные функции гамильтониана $\hat{H}$

$$\psi_{n\rho,m,n_z}(\rho, \varphi, z) = e^{in_z z} \cdot \chi_{n\rho,m}(\rho)$$

В области 2 (квантовой точки)

$$-\frac{\hbar^2}{2m_1^*} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \chi}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 \chi}{\partial \varphi^2} - \frac{n^2}{\rho^2} \chi \right] - J_0 \cdot \chi = E_{n\rho,m} \cdot \chi, \rho < R$$

В областях 1 и 3

$$-\frac{\hbar^2}{2m_2^*} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial \chi}{\partial \rho} + \frac{\partial \chi}{\partial \rho} - \frac{n^2}{\rho} \chi \right] = E_{n\rho,m} \cdot \chi, \rho \geq R.$$

Обозначим $r = \sqrt{\frac{2m_2^* \cdot |E_{n\rho,m}|}{\hbar^2}}, \quad \rho = \sqrt{\frac{2m_1^* (U_0 + |E_{n\rho,m}|)}{\hbar^2}}, \quad t = \rho, \quad s = \rho R$

В итоге приходим к соответствующим уравнениям

$$\begin{aligned} \text{при } \rho \geq R \quad & \frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{1}{t} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{n^2}{t^2} \right) \chi = 0, \quad \text{и} \quad \text{при } \rho < R \quad \frac{\partial \chi}{\partial s^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left(-\frac{n^2}{s^2} \right) \chi = 0, \\ & \chi = {}_1I_m(\rho) + {}_2N_m(\rho), \quad \chi = {}_3I_m(\rho) + {}_4N_m(\rho) \end{aligned}$$

где J_m — функции Бесселя и Неймана. Исходя из условия конечности волновой функции, при $\rho = 0$ следует, что $C_2 + C_4 = 0$.

Вне потенциальной ямы квантовой точки для состояний с $n_z = 0$ в качестве решения уравнения (2) служат цилиндрические функции мнимого аргумента (функции Макдональда).

То есть при $\rho \geq R$ $\chi = {}_1K_m(\rho)$.

Напишем условия непрерывности плотности вероятности и плотности потока вероятности в точке $\rho = R$

$$\begin{cases} c_1 K_m(R) = c_3 I_m(R) \\ c_1 \frac{1}{m_2^*} K'_m(R) = c_3 \frac{1}{m_1^*} I'_m(R) \end{cases}$$

Решения последней системы определяют дискретный спектр в квантовой точке.

Рассмотрим решение последней системы при $m=0$. В случае неглубокой ямы

$$\xi = \frac{m_1^* J_0 R^2}{\hbar^2} \ll 1, \eta = \frac{m_2^* |E_{n_\rho, m}| R^2}{\hbar^2} \ll 1,$$

$$I_0 \approx 1, I'_0 \approx -\frac{\xi}{2}, K_0 \approx n \frac{x}{2}, K'_0 \approx -\frac{1}{x}$$

при $x \ll 1$

$$\frac{K_m(R) \cdot m_2^*}{r \cdot K'_m(R)} = \frac{I_m(R) \cdot m_1^*}{p I'_m(R)}$$

или

$$\frac{K_m \left(\sqrt{\frac{2m_2^* |E_{n_\rho, m}| R^2}{\hbar^2}} \right)}{\sqrt{\frac{2m_2^* |E_{n_\rho, m}|}{\hbar^2}} \cdot K'_m \left(\sqrt{\frac{2m_2^* |E_{n_\rho, m}| R^2}{\hbar^2}} \right)} = \frac{I_m \left(\sqrt{\frac{2m_1^* (V_0 + |E_{n_\rho, m}|) R^2}{\hbar^2}} \right)}{\sqrt{\frac{2m_1^* (V_0 + |E_{n_\rho, m}|)}{\hbar^2}} \cdot I'_m \left(\sqrt{\frac{2m_1^* (V_0 + |E_{n_\rho, m}|) R^2}{\hbar^2}} \right)} \cdot \frac{m_1^*}{m_2^*}$$

Учитывая, что $|E_{n_\rho, m}|_{n_\rho=0, m=0} \ll V_0$, получим

$$\frac{\ln \left(\frac{2}{\sqrt{\frac{2m_2^* |E_{00}| R^2}{\hbar^2}}} \right) \sqrt{\frac{2m_2^* |E_{00}| R^2}{\hbar^2}}}{\sqrt{\frac{2m_2^* |E_{00}|}{\hbar^2}}} = - \frac{2}{\sqrt{\frac{2m_1^* (V_0 + |E_{00}|) R^2}{\hbar^2}} \sqrt{\frac{2m_1^* (V_0 + |E_{00}|) R^2}{\hbar^2}}} \cdot \frac{m_1^*}{m_2^*},$$

$$R \ln \frac{2}{\sqrt{\frac{2m_2^* |E_{00}| R^2}{\hbar^2}}} = \frac{2 \frac{m_1^*}{m_2^*}}{\frac{2m_1^* (V_0 + |E_{00}|) R^2}{\hbar^2}} \cdot \ln \frac{2}{\sqrt{\frac{2m_2^* |E_{00}| R^2}{\hbar^2}}} = \frac{m_1^*}{m_2^*},$$

$$\ln \frac{2}{\sqrt{\frac{2m_2^* |E_{00}| R^2}{\hbar^2}}} = \frac{\hbar^2}{U_0 R^2 m_2^*} \sqrt{\frac{m_2^* |E_{00}| R^2}{2\hbar^2}} = \exp \left(- \frac{\hbar^2}{U_0 R^2 m_2^*} \right)$$

$$E_{00} = -\frac{2\hbar^2}{m_2^* R^2} \exp\left(-\frac{2\hbar^2}{U_0 R^2 m_2^*}\right)$$

Соответствующая волновая функция внутри квантовой ямы

$$\chi = \sqrt{\frac{2m_1^*}{\hbar^2}} \exp\left(-\sqrt{\frac{2m_1^*}{\hbar^2}}(U_0 + |E_{00}|)z\right) \quad \text{где} \quad p = \sqrt{\frac{2m_1^*(U_0 + |E_{00}|)}{\hbar^2}}$$

Из условия нормировки

$$c_3^2 \int_0^R I_m^2 \chi^2 \rho \, \rho = \frac{\rho}{2} \left[I_m^2 \chi^2 - I_{m+}^2 \chi^2 - \frac{2m}{p\rho} I_m \chi \cdot I_{m+} \chi \right] \Big|_0^R$$

С учетом рекуррентного соотношения

$$I_{m-} \chi - I_{m+} \chi = \frac{2m}{p\rho} I_m \chi,$$

имеем

$$\begin{aligned} \int_0^R I_m^2 \chi^2 \rho \, \rho &= \frac{\rho}{2} \left[I_m^2 \chi^2 - I_{m+}^2 \chi^2 - \frac{2m}{p\rho} I_m \chi \cdot I_{m+} \chi \right] \Big|_0^R \\ &= \frac{R^2}{2} \left[I_m^2 \chi^2 - I_{m+}^2 \chi^2 - \frac{2m}{pR} I_m \chi \cdot I_{m+} \chi \right] \\ c_3 &= \frac{\sqrt{2}}{R} \left(I_m^2 \chi^2 - I_{m+}^2 \chi^2 - \frac{2m}{pR} I_m \chi \cdot I_{m+} \chi \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

при $m=0$

$$c_3 = \frac{\sqrt{2}}{R} \left(I_0^2 \chi^2 - I_1^2 \chi^2 - \frac{2m}{pR} I_0 \chi \cdot I_1 \chi \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \text{где} \quad p = \sqrt{\frac{2m_1^*(U_0 + |E_{00}|)}{\hbar^2}}$$

3. Таким образом, энергия основного состояния $E_{000} = E_0 + E_{00}$, где E_0 -энергия основного состояния для движения электрона на оси z , которое получается при решении уравнения (4), а E_{00} -энергия основного состояния (11), соответствующего движению, поперечному к оси цилиндра.

Видно, что энергия основного состояния E_{000} заглубляется в зависимости от радиуса цилиндра, что может привести к красному смещению энергии основного перехода E_{000} в квантовых точках. Отметим, что красное смещение энергии основного перехода принимает максимальное значение при $R_0 = (2\hbar/U_0 m_2^*)^{1/2}$.

Литература

1. M.Grundmann, Physika, E 5, 167 (2000).
2. K.Nishi, H.Sano. et.al. Appl. Phys. Lett, 74, 1111 (1999).
3. Б.В.Воловик и др., ФТП 33, 990 (1999).
4. Н.Н.Леденцов и др., ФТП 32, 385 (1998).
5. Г.Г.Зегря и др., ФТП 37, 334 (2003).

Сведения об авторах:

Армен Алексанян - аспирант, кафедра общей и прикладной физики АрГУ

E-mail: alex.armen88@gmail.com

Карен Арамян – к.ф.м.н., профессор, декан физико-математического факультета АрГУ

E-mail: k_aramyan@rambler.ru

Грациа Никогосян - к.ф.м.н., доцент, Гюмрийский государственный педагогический институт

E-mail: hrach1960@mail.ru

Ваге Буниятян - д.т.н. професор, НПУА (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ АРМЕНИИ)

E-mail: vbuniat@seua.am

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д.ф.м.н., А.М. Хачатрянном.