UDC 512

Mathematics

*Robert HARUTYUNYAN*
*Professor, head of the department of Natural Sciences, Telecommunication and Information Technologies*
*Shushi Tech.University,*
*E-mail: rharutyunyan@shushitech.am*

*Liana ABRAHAMYAN*
*PhD, associate professor of the department of Physics and Mathematics, Ar SU.*
*E-mail: liana_abrahamyan@mail.ru*

# NON-STANDARD TASKS WITH SOLUTIONS

*Ռ. Հարությունյան , Լ. Աբրահամյան*

*ՈՉ ՍՏԱՆԴԱՐՏ ԽՆԴԻՐՆԵՐ ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐՈՎ*

*Աշխատանքում ներկայացված են մաթեմատիկայից ոչ ստանդարտ խնդիրների լուծումներ, որոնք կարող են օրինակ ծառայել նմանատիպ այլ խնդիրների լուծման համար: «Ոչ ստանդարտ» առաջադրանքի հասկացությունը հարաբերական է: Հենց ուսուցիչը ուսանողներին ծանոթացնում է նման խնդիրների լուծման մեթոդներին, դրանք դադարում են լինել «ոչ ստանդարտ» առաջադրանքներ: Որքան շատ գիտելիքներ ունենա մարդը, այնքան ավելի բազմազան կլինեն նրա մոտեցումները ստեղծագործական, ոչ ստանդարտ խնդիրների լուծման հարցում:*

*Այնուամենայնիվ, համապատասխան գիտելիքները պետք է լինեն բազմակողմանի, քանի որ այն կարողություն ունի կողմնորոշելու մտածողությունը խնդիրների լուծման տարբեր մոտեցումների ուղղությամբ: Ոչ ստանդարտ հավասարումների լուծումը պահանջում է ոչ ստանդարտ մտածողություն, դատողություններ և կախված է դրանց լուծման փորձից, ձևափոխությունների տեխնիկայից և մեթոդների տիրապետելուց: Ոչ ստանդարտ խնդիրների լուծման ոչ ավանդական եղանակի ինքնուրույն որոնումը*

*նպաստում է ստեղծագործական մտածողության զարգացմանը: Հոդվածի նպատակն է զարգացնել ոչ ավանդական մտածողությունը ուսանողների շրջանում՝ ներկայացնելով ձևափոխությունների մեթոդներն ու տեխնիկան:*

***Բանալի բառեր՝*** *հավասարում, ոչ ստանդարտ հավասարումներ, լուծում, արտահայտություն, ստեղծագործական մտածողություն, ձևափոխությունների տեխնիկա:*

***Р .Арутюнян , Л. Абрамян***

## ***НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ***

*В работе приведены решения нестандартных задач по математике, которые могут служить образцом для решения других подобных задач. Понятие «нестандартная» задача относительно. Как только преподаватель знакомит учащихся с методами решения таких задач, они перестают быть «нестандартными» задачами. Чем больше у человека знаний, тем разнообразнее будут его подходы к решению творческих, нестандартных задач. Однако знания должны быть разнонаправленными, так как обладают способностью ориентировать мышление на разные подходы к решению задач. Решение нестандартных уравнений требует нестандартного мышления, суждений и зависит от опыта их решения, овладения методами и приемами преобразования. Самостоятельный поиск нестандартного способа решения нестандартных задач способствует развитию творческого мышления. Цель статьи - развитие нетрадиционного мышления у студентов путем представления методов и приемов преобразований.*

***Ключевые слова:*** *Уравнение, нестандартные уравнения, решение, выражение, творческое мышление, приемы преобразований.*

*The paper presents a solutions of non-standard tasks in mathematics, which as a result can serve as a model for solving other similar tasks.*
*The concept of a “non-standard” task is relative. As soon as the teacher introduces students to the methods for solving such problems, they cease to be "non-standard" tasks. The more knowledge a person has, the more diverse his approaches to solving creative, non-standard problems will be.*
*However, the relevant knowledge must be multidirectional, as it has the ability to orient thinking towards different approaches to*

solving problems. Solving non-standard equations requires non-standard thinking, judgments and depends on the experience of solving them, mastering the methods and techniques of transformation. An independent search for an unconventional way to solve non-standard problems contributes to the development of creative thinking. The purpose of the article is the development of non-traditional thinking among students by presenting the methods and techniques of transformation.

***Key words:*** *equation, non-standard equations, solution, analysis, expression.*

## 1.Introduction

In recent years, much attention has been paid to the solution of so-called non-standard problems in the methodical press. School students often find complete helplessness in the simplest situations, how unusual the proposed method is for the student, how non-standard it is. The concept of a “non-standard” task is relative. As soon as the teacher introduces students to the methods for solving such problems, they cease to be "non-standard" tasks. The more knowledge a person has, the more diverse his approaches to solving creative, non-standard problems will be.

However, the relevant knowledge must be multidirectional, as it has the ability to orient thinking towards different approaches to solving problems. Solving non-standard equations requires non-standard thinking, judgments and depends on the experience of solving them, mastering the methods and techniques of transformation. An independent search for an unconventional way to solve non-standard problems contributes to the development of creative thinking. The purpose of the article is the development of non-traditional thinking among students by presenting the methods and techniques of transformation.

The study and analysis of solutions to non-standard problems was mentioned in the literature [1-5]. In particular, Poya noted that each solved problem becomes a model for solving similar problems in the future.

And in the works of Robert Djijian, we see that to solve each problem we use an already solved prototype problem. By the way, both authors referred to the steps of problem analysis [5].

## 2. Purpose and problem statement

Solutions to mathematical problems do not always consist of a clear statement, in many cases the necessary explanations are missing, which does not serve well in the process of solving subsequent problems. The work presents several non-standard problems of mathematics, the solutions of which can serve as examples, where the methodology of their solutions is detailed, which will be both solutions of the mentioned problems and research and methodology of problem solutions.

The work provides not only the solutions to the problems, but also their analysis and the selection of the necessary methods, which as a result can serve as a model for the solutions of such problems, that is, the ability to solve and analyze the problem will gradually be formed.

Let's present problems, the solutions of which require unique, special approaches and analyses, using the well-known toolkit of mathematical operations.

**Task 1.Solve the equation**

$$x^{x^3}=36 \qquad (1)$$

**Solution.** The equation (1) can be written in the form $x^{x^3}=36=6^2$:

If we square the left and right parts of the resulting equation, we will get:

$$\left(x^{x^3}\right)^3=(6^2)^3 \qquad (2)$$

Considering that $(a^m)^n = (a^n)^m$, from (2), we will get:

$$(x^3)^{x^3} = 6^6$$

from where we will have: $x^3 = 6$, and finally $x = \sqrt[3]{6}$:

Answer: $x = \sqrt[3]{6}$

**Task 2.** It's a given

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 18 \qquad (3)$$

to find $x^7 + \frac{1}{x^7}$-ը:

**Solution.** Using the well-known formula for the sum of the cubes of numbers, we will have `

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right),$$

on the other hand, given that $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$ , we will have

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 18 \qquad (4)$$

denoting $t = x + \frac{1}{x}$, from (4) we obtain $t^3 - 3t = 18$, or $t^3 - 3t - 18 = 0$:

Lets present the last equation as follows:

$$t^3 - 3t^2 + 3t^2 - 9t + 6t - 18 = 0,$$

$$t^2(t - 3) + 3t(t - 3) + 6(t - 3) = (t - 3)(t^2 + 3t + 6) = 0.$$

If we need to find real solutions to the equation (3), it is obvious that the trinomial in the second bracket has no real solution and $t = 3$, will be the only real solution, where $t = x + \frac{1}{x} = 3$ . By squaring the left and right parts of the resulting equation, we obtain:

$$t = 3, \quad \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 = 9 \quad \text{then} \quad x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9, \qquad x^2 + \frac{1}{x^2} = 7:$$

By squaring the left and right parts of the resulting equation, we obtain:

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=7^2=49,$$

then

$$x^4+\frac{1}{x^4}+2=49$$

or

$$x^4+\frac{1}{x^4}=47 \qquad (5)$$

Multiplying the left and right parts of equations (3) and (5) , respectively, we obtain:

$$\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)=47\cdot 18$$

$$x^7+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^7}=846,$$

from last equation we obtain

$$x^7+\frac{1}{x^7}=846-3=843:$$

Answer: $x^7+\frac{1}{x^7}=843$:

**Task 3. Solve an equation**

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x+1}=\left(1+\frac{1}{23}\right)^{23} \qquad (6)$$

**Solution**. Let's note that

$$1+\frac{1}{23}=\frac{24}{23},$$

hence the right-hand side of (6) can be represented as in the following form: $\left(1+\frac{1}{23}\right)^{23}=\left(\frac{24}{23}\right)^{23}=\left(\frac{23}{24}\right)^{-23}=\left(\frac{-23}{-24}\right)^{-23}=\left(\frac{-23-1+1}{-24}\right)^{-23}=\left(1+\frac{1}{-24}\right)^{-23}=\left(1+\frac{1}{-24}\right)^{-24+1}$:

Comparing the left side of the equation (6) and the modified right side, we obtain: $\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x+1}=\left(1+\frac{1}{-24}\right)^{-24+1}$, from which we obtain $x=-24$.

Answer: $x=-24$:

**Task 4.** Calculate $x^{2021}+\frac{1}{x^{2021}}$ if it is known, that $x+\frac{1}{x}=\sqrt{2}$:

**Solution:**

By squaring the left and right parts of equation $x+\frac{1}{x}=\sqrt{2}$ , we obtain:

$$x^2+2+\frac{1}{x^2}=2$$

$$x^4+1=0$$

$$x^4=-1.$$

Then considering that $x^{2021}=x^{2020}\cdot x$ , we obtain:

$$x^{2021}+\frac{1}{x^{2021}}=x^{2020}\cdot x+\frac{1}{x^{2020}\cdot x}=(x^4)^{505}\cdot x+\frac{1}{(x^4)^{505}\cdot x}=-x-\frac{1}{x}=-\sqrt{2}:$$

Answer: $-\sqrt{2}$

**Task 5.** Calculate without a calculator:

$$\sqrt{1111111155555556}$$

**Solution.**

Using the form of representation of the number in the 10 system and the form of the formula of the square of the binomial and making simple pretensions, the root number can be represented as follow

$$1111111155555556 = 11111111\cdot 10^8 + 50\cdot 1111111 + 6 =$$
$$\frac{10^8-1}{9}10^8 + 50\cdot\frac{10^7-1}{9} + 6 = \frac{1}{9}(10^{16}-10^8+5\cdot 10^8-50+54)$$
$$=\frac{1}{9}(10^{16}+4\cdot 10^8+4) = \frac{1}{9}(10^8+2)^2$$

So, we obtain:

$$\sqrt{1111111155555556}=\sqrt{\frac{1}{9}(10^8+2)^2} = \frac{1}{3}(10^8+2):$$

Answer: $\frac{1}{3}\cdot\left(10^8+2\right)$:

## References


1. Poya D., How to solve tasks, Moscow, 1991, p.216.
2. Poya D., Mathematical discovery, Moscow, 2010, M., 2010, 448p.
3. Fridman L.M., Turetsky E.N., How to learn to solve problems, M., 1989.
4. Sprun V.P., Mathematics for high school students, M., 2008, 268 p.
5. Jijian R., Lecture from the logic of scientific research course, Yer., 2013.


Նյութը ներկայացվել է 8.05.2023,
գրախոսման է ուղարկվել 25.05.2023,
տպագրության ընդունվել 22.06.2023։
Հոդվածը տպագրության է երաշխավորել խմբագրական խորհրդի անդամ, ֆ.մ.գ.թ. Գ.Հ.Սահակյանը։