ԱՃԵՑՎԱԾ ԳՈՒՄԱՐԻ ՊԱՐԱԴՈՔՍԸ

ՀՏԴ 336
DOI: 10.56246/18294480-2023.14-12

ՆԱԼՉԱՋՅԱՆ ՎԱՀՐԱՄ
ՀՊՏՀ տնտեսամաթեմատիկական մեթոդների,
ԳՊՀ կառավարման և ֆինանսների ամբիոնների դասախոս,
տնտեսագիտության թեկնածու, դոցենտ
էլփոստ՝ vahram.nalchajyan@asue.am

Հոդվածում ներկայացված է երկու տարբեր ներդրումային հնարավորությունների արդյունավետությունների համեմատական վերլուծությունը՝ վճարումների տարվա ընթացքում տարբեր քանակով, բայց տարեկան հավասար ծավալներով պրենումերանդո վճարումների հաջորդականություններով: Առաջին ներդրումային հնարավորությունն առերևույթ պետք է, որ ավելի բարձր արդյունավետություն ունենար, քան թե երկրորդ ներդրումային հնարավորությունը: Չնայած դրան՝ ֆինանսական մաթեմատիկայում օգտագործվող մեթոդների և մոդելների կիրառմամբ մեզ հաջողվել է ապացուցել, որ ներդրման բավականաչափ երկարատև ժամկետների դեպքում պարադոքսալ կերպով ներդրումային երկրորդ տարբերակի արդյունավետությունն ավելի բարձր է, ընդ որում ներդրման ժամկետի շարունակական երկարացման դեպքում երկու ներդրումային հնարավորությունների արդյունավետությունների նշված տարբերությունն ավելի է աճում հօգուտ երկրորդ տարբերակի, որը սկզբում պակաս նախընտրելի էր թվում: Եզրակացնում ենք նաև, որ կուտակման արժույթի արժեզրկումը չի փոխի լավագույն տարբերակի ընտրությունը, այլ կերպ ասած՝ մեր լուծումը կախված չէ արժույթից: Բացի դրանից, ի վերջո, վերը նշված պայմաններում, սկսած որոշակի ժամկետից, պոստնումերանդո վճարումների հաջորդականությունը դառնում է ավելի արդյունավետ, քան պրենումերանդո վճարումների հաջորդականությունը: Հաշվարկել ենք, որ աճեցված գումարի պարադոքսն առավել ցայտուն և շուտ է սկսվում բարձր տոկոսադրույքների դեպքում, իսկ ցածր տոկոսադրույքների դեպքում այն բավական ուշ է սկսվում:

Բանալի բառեր՝ պարադոքս, կուտակում, կապիտալացում, տոկոսադրույք, ռենտայի աճեցման բազմապատկիչ, ներդրում:

Ներածություն

Ինչպես հայտնի է, ՀՀ քաղաքացիների մեծամասնությունն անհրաժեշտ չափով չի տիրապետում ֆինանսական, մաթեմատիկական գիտելիքի և ներդրումային հմտությունների: Չնայած պետական մի շարք կառույցների գործադրած ջանքերին՝ իրավիճակն այս ասպարեզում դեռևս շատ հեռու է բավարար լինելուց: Ֆինանսամաթեմատիկական գիտելիքի և ներդրումային հմտությունների ցանկալի, բայց և իրատեսական մակարդակին հասնելու համար դեռ շատ մեծ ջանքեր պետք է գործադրվեն նշված գիտելիքը հաղորդողների, և յուրաքանչյուրի կողմից:

Հոդվածում դիտարկված է երկու ներդրումային տարբերակների արդյունավետությունների համեմատական վերլուծության մի օրինակ՝ տարեկան տարբեր քանակով, բայց տարեկան հավասար ծավալներով առաջընթացիկ (պրենումերանդո) վճարումների հաջորդականություններով, և չնայած դրանցից առաջինի առերևույթ ավելի բարձր արդյունավետությանը՝ ապացուցվում է, որ ներդրման բավականաչափ երկարատև ժամկետների դեպքում **պարադոքսալ** կերպով երկրորդ տարբերակի արդյունավետությունն ավելի բարձր է, իսկ ներդրման ժամկետի էլ ավելի մեծացման դեպքում արդյունավետությունների տարբերությունն ավելի է աճում հօգուտ երկրորդ տարբերակի:

Գրականության ակնարկ

Ռոբերտ Կիյոսակին չափազանցված կերպով ընդգծում է ժամանակի կարևորությունը. «Միակ տարբերությունը հարուստի և աղքատի միջև այն է, թե ինչպես են նրանք օգտագործում իրենց ժամանակը»[12]: Շատ մեծահարուստներ ձգտել են ապահովել իրենց ժառանգներին: Օրինակ՝ միլիարդատեր Ռոբերտ Միլլերի (ծնվ. 1933թ.) դուստրերը՝ Մարի-Շանտալ Միլլերը 1995թ. հորից ստացավ 200 մլն դոլարի օժիտ՝ ամուսնանալով Հունաստանի վտարանդի արքայազն Պավլոսի հետ, ինչպես և նրա երկու քույրերը՝ Ալեքսանդրան (որն ամուսնացել էր գերմանացի արքայազնի հետ) և Պիան (որն ամուսնացել էր Գեթթի ժառանգի հետ)[13]: «Անագի արքան»՝ Սիմոն Պատինյոն (1861-1947թթ.), կտակել է ամենամեծ օժիտն իր աղջիկներից մեկին՝ Ելենա Պատինյոյին (1905-1942թթ.), 1929թ. գրված կտակում՝ 8 մլն ֆունտ ստերլինգ, ընդ որում կտակի ընդհանուր ծավալը մոտ 125 մլն ֆունտ ստեր-

[12] https://citaty.su/citaty-roberta-kijosaki.

[13] https://p-i-f.livejournal.com/21085019.html.

լինգ էր[14]: Դեռևս հին մտածողները նշել են սեփական կենսամակարդակը բարձրացնելու ձգտման կարևորությունը: Օրինակ՝ Պյութագորասը խորհուրդ է տալիս. «Բարձի վրա մի նստիր» (փոխաբերություն է, այսինքն՝ արածով չբավարարվես)[15]: Նշում են նաև արդյունավետ գործելու որոշակի տրամաբանություն. «Եթե ուզում եք ունենալ այն, ինչ երբեք չեք ունեցել, սկսեք անել այն, ինչ երբեք չեք արել» (Ռիչարդ Բախ)[16]: Միայն փոքրաթիվ և իրականությունը հաշվի չառնող հեղինակներն են պնդում, որ խնայողություն անել պետք չէ. «Ապագայի իրական մտահոգությունն ամեն ինչ ներկային տալն է» (Ալբեր Քամյու)[17]: Իհարկե, մենք չենք կարող համաձայնել վերջին պնդման հետ:

Չափազանց խնայողական վարքագիծը ևս չի խրախուսվում հեղինակների մեծամասնության կողմից. «Ես չեմ ուզում լինել գերեզմանոցի ամենահարուստ մարդը» (Սթիվ Ջոբս)[18]: Կարևորվում է դժվար իրավիճակից ելք գտնելու և խելամիտ կառավարման անհրաժեշտությունը. «Ինչպես մյուս սահմանափակումները, խնայողությունը նորարարության շարժիչ ուժն է: Եթե դուք սահմանափակված եք կոշտ տուփի պատերով, դուք պետք է ստեղծեք ձեր ելքը» (Ջեֆ Բեզոս), «Իմ ամենակարևոր պարտականություններից մեկն իմ ակտիվները խելամտորեն կառավարելն է: Այնպես, որ դրանք նոր արժեքներ գեներացնեն» (Էլիս Ուոլթոն)[19], «Եղե՛ք խնայող և պատրաստվե՛ք վաղվա օրվան» (/Եզոպոս)[20]: Ֆրանսուա Ռաբլեն գտնում է, որ «Մի տեսակ հոգևոր սնոբիզմն է, որը ստիպում է մարդկանց մտածել, որ իրենք կարող են երջանիկ լինել առանց փողի»[21]: Ա. Էյնշտեյնը շեշտում է, որ պետք է զինվել համբերությամբ. «Նա, ով ցանկանում է անհապաղ ճաշակել

---

[14] https://oadam.livejournal.com/434804.html.

[15] http://www.triinochka.ru/post218757264/.

[16] https://socratify.net/quotes/richard-devis-bakh/36081.

[17] https://ru.citaty.net/tsitaty/621328-alber-kamiu-nastoiashchaia-zabota-o-budushchem-sostoit-v-tom-chto-by-o/.

[18] https://vse-shutochki.ru/citata/32645.

[19] https://yablyk.com/842687-motiviruyushhie-citaty-ot-nyneshnix-milliarderov/.

[20] https://www.finversia.ru/finhandbook/aphorisms?page=3.

[21] https://nl.pinterest.com/pin/716564990699513563/?amp_client_id=CLIENT_ID%28_%29&mweb_unauth_id=%7B%7Bdefault.session%7D%7D&amp_url=https%3A%2F%2Fnl.pinterest.com%2Famp%2Fpin%2F716564990699513563%2F&open_share=t.

իր աշխատանքի պտուղը, պետք է կոշկակար դառնա»[22]: Ժլատ վարքագիծը չի օժանդակում բարձր կենսամակարդակի հասնելուն. «Ժլատները այնքան շատ են մտածում հարստության մասին, կարծես դա իրենց սեփականն է, բայց այնքան քիչ են դրանից օգտվում, կարծես դա ուրիշինն է» (Բիոն Բորիսֆենցի)[23], «Ոչ թե ժլատն է հարստության տերը, այլ հարստությունը՝ ժլատի» (Բիոն Բորիսֆենցի)[24], «Խնայող մարդը բոլորից հարուստ է, գծուծը՝ բոլորից չքավոր» (Սեբաստիան-Ռոշ Նիկոլա դե Շամֆոր)[25]:

Բենջամին Ֆրանկլինը գտնում է. «եթե ցանկանում եք հարստանալ, մտածեք խնայողությունների մասին որպես եկամտի» [15], իսկ Ռոբերտ Կիյոսակիի կարծիքով՝ «Կարևորն այն չէ, թե որքան գումար եք դուք վաստակում, այլ այն, թե որքան գումար է ձեզ մնում, ինչպես է այն աշխատում ձեզ համար, և քանի սերունդ կարող եք ապահովել դրանով»[26]:

Վերլուծություն

Անհատները էականորեն իրարից տարբերվում են և եկամուտների մակարդակով, և ծախսերի մեծությամբ, և հատկապես ծախսերի բնույթով ու խնայողությունների նկատմամբ վերաբերմունքով: Հայտնի է, որ առանձնացվում են ծախսողների 5 կատեգորիաներ.

1) **զոմբի**՝ ավելի շատ ծախսում են, քան վաստակում, ուստի հեշտությանբ հայտնվում են պարտքերի տակ,

2) **կամիկաձե**՝ միշտ պարտքերի մեջ խրված են, «չեն կարող» ապրել առանց պարտքերի, պարտքով փող վերցնելը նրանց համար սովորություն է,

3) **մանիակ**՝ մեծ դժվարությամբ և արդար աշխատանքով են վաստակում՝ իրենց ունակություններով ու շնորքով, բայց հեշտությամբ և արագ ծախսում են,

4) **կրիա**՝ շատ դանդաղ փող են կուտակում, որը երկար է տևում, բայց, ի վերջո, նրանց հաջողվում է փող կուտակել,

---

[22] https://ru.citaty.net/tsitaty/475393-albert-einshtein-tot-kto-khochet-videt-rezultaty-svoego-truda-neme/.

[23] https://ru.citaty.net/tsitaty/644030-bion-borisfenit-skuptsy-tak-mnogo-zabotiatsia-o-bogatstve-slovno-ono/.

[24] https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B8%D0%BE%D0%BD_%D0%91%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%84%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%82.

[25] https://socratify.net/quotes/sebasten-rosh-nikolia-de-shamfor/160625.

[26] https://ru.ihodl.com/lifestyle/2016-09-06/19-mudryh-citat-o-dengah/.

5) **իմաստուն**՝ միշտ փող ունեն, քանի որ կարողանում են կառավարել իրենց, մասնավորապես՝ իրենց ցանկությունները, հետևաբար կարող են կառավարել նաև իրենց փողերը:

Հետագա վերլուծությունը վերաբերելու է 4 և 5 կատեգորիաների ծախսողներին, որոնք աղքատության շեմը հաղթահարելու և այլևս այնտեղ չհայտնվելու շատ մեծ հնարավորություն ունեն: Ցանկացած ֆինանսավարկային գործարք, բացի որակական պայմաններից, ենթադրում է դրա կատարման մի շարք քանակական ցուցանիշներ [27].

- գումարի չափ,
- ժամանակային պարամետրեր,
- տոկոսադրույքներ,
- այլ լրացուցիչ մեծություններ:

Մեկ ֆինանսավարկային գործարքի շրջանակում դրա ցուցանիշները կազմում են միասնական և ամբողջական համակարգ՝ ենթարկվող որոշակի կուռ և նպատակասլաց տրամաբանության, որտեղ կողմերի շահերը պետք է հաշվեկշռված լինեն: Ժամանակակից պրակտիկան առաջադրում է նոր խնդիրներ, օրինակ, ակտիվների պորտֆելի օպտիմալացում[28]:

Ե՛վ ավանդատուի (ներդրողի), և՛ բանկի տեսակետից պայմանագրի պայմանների մշակումը և դրանց բազմակողմանի վերլուծությունը խիստ անհրաժեշտ է: Ֆինանսական նախագծման և երկարաժամկետ ներդրումային նախագծերի համեմատման ու դրա հիման վրա օպտիմալ որոշման կայացման համար պահանջվում է ֆինանսական մաթեմատիկայի մեթոդների և մոդելների արդյունավետ կիրառում: Ֆինանսական հաշվարկները հանդիսանում են անհրաժեշտ բաղադրիչ անձնական ապահովագրությունում, օրինակ, կենսաթոշակային հիմնադրամների նախագծման և դրանց վիճակի վերլուծության համար (տարիֆների հաշվարկ, թոշակառուների նկատմանբ կենսաթոշակային ֆոնդերի՝ իրենց պարտավորությունների կատարման ունակության գնահատում և այլն), երկարաժամկետ բժշկական ապահովագրության համար[29]: Ֆինանսական գործարքների քանակական վերլուծության մեթոդների կիրառման շրջանակները հետևողականորեն

[27] Четыркин Е. М., Финансовая математика, Изд."Дело", М-2001, 397 с. էջ 11:

[28] Четыркин Е. М., Финансовая математика, Изд."Дело", М-2001, 397 с. էջ 12:

[29] Четыркин Е. М., Финансовая математика, Изд."Дело", М-2001, 397 с. էջ 13:

ընդլայնվում են[30]: Ժամանակի գործոնը հատկապես երկարաժամկետ գործարքներում խաղում է ոչ պակաս, իսկ երբեմն նույնիսկ ավելի մեծ դեր, քան փողի քանակը կամ տոկոսադրույքը[31]:

Հայտնի է, որ եթե տոկոսները չեն վճարվում դրանց հաշվարկից անմիջապես հետո, այլ ավելացվում են պարտքի գումարին, ապա միջին ժամկետ և հատկապես երկարաժամկետ ֆինանսավարկային գործարքներում կիրառում են բարդ տոկոսները, այսինքն՝ տոկոսները կապիտալացվում են: Եթե տոկոսները կապիտալացվում են տարին մեկ անգամ, ապա ավելացված գումարը ժամկետի վերջում կարելի է հաշվարկել հետևյալ բանաձևով.

$$S = P * (1 + i)^n$$

որտեղ S-ը ավելացված գումարն է ժամկետի վերջում, P-ն պարտքի սկզբնական գումարն է, i-ն տարեկան տոկոսադրույքն է, n-ը աճեցման ժամկետն է՝ տարիներով արտահայտված, բայց, իհարկե, n-ը կարող է լինել նաև ոչ ամբողջաթիվ: Համեմատական վերլուծության հաշվարկներում նպատակահարմար է դիտարկել այսպես կոչված **աճեցման բազմապատկիչը**՝ ժամկետի վերջում ավելացված S գումարի և պարտքի սկզբնական P գումարի հարաբերությունը.

$$\frac{S}{P}=(1 + i)^n$$

Ակնհայտ է, որ աճեցման բազմապատկիչը կախված է ընդամենը երկու պարամետրից՝ i տարեկան տոկոսադրույքից և n աճեցման ժամկետից՝ տարիներով արտահայտված, ընդ որում շատ երկար ժամկետը հանգեցնում է վիթխարի արդյունքների նույնիսկ ցածր տոկոսադրույքի դեպքում, իսկ աճեցման շատ երկար ժամկետի դեպքում տոկոսադրույքի նույնիսկ փոքր փոփոխությունը զգալիորեն ազդում է բազմապատկչի մեծության վրա:

Դիտարկենք նաև այն դեպքը, եթե տոկոսները վճարվում և կապիտալացվում են տարին մի քանի՝ m անգամ: Ժամկետի վերջում ավելացված գումարն այս դեպքում կարելի է հաշվարկել հետևյալ բանաձևով.

$$S = P * (1 + \frac{i}{m})^{nm}$$

Այստեղ ևս համեմատական վերլուծության հաշվարկներում նպատակահարմար է դիտարկել աճեցման բազմապատկիչը.

$$\frac{S}{P} = (1 + \frac{i}{m})^{nm}$$

---

[30] Четыркин Е. М., Финансовая математика, Изд."Дело", М-2001, 397 с. էջ 13:

[31] Четыркин Е. М., Финансовая математика, Изд."Дело", М-2001, 397 с. էջ 15:

Եթե պարբերական, հաջորդական և մեծությամբ իրար հավասար ներդրումներ (վճարումներ) են կատարվում պայմանագրի ամբողջ ժամկետում յուրաքանչյուր տարվա վերջում P մեծությամբ (**տարեկան պոստնումերանդո մշտական ռենտա**), ապա կուտակված S գումարը ժամկետի վերջում կարելի է հաշվարկել հետևյալ բանաձևով.

$$S = P * \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Աճեցման բազմապատկչին համանման $\frac{S}{P}$ հարաբերությունն այս դեպքում կոչվում է **ռենտայի աճեցման գործակից**, որը հավասար է $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$:

Եթե պարբերական, հաջորդական և մեծությամբ իրար հավասար ներդրումներ /վճարումներ/ են կատարվում պայմանագրի ամբողջ ժամկետում յուրաքանչյուր տարվա սկզբում P մեծությամբ (**տարեկան պրենումերանդո մշտական ռենտա**), ապա կուտակված S գումարը ժամկետի վերջում կարելի է հաշվարկել հետևյալ բանաձևով.

$$S = P * (1 + i) * \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$\frac{S}{P}$ **ռենտայի աճեցման գործակիցը** կլինի. $(1 + i) * \frac{(1+i)^n - 1}{i}$:

Եթե պարբերական, հաջորդական և մեծությամբ իրար հավասար ներդրումներ /վճարումներ/ են կատարվում պայմանագրի ամբողջ ժամկետում տարեկան m անգամ յուրաքանչյուր ժամանակաշրջանի վերջում՝ $\frac{P}{m}$ մեծությամբ (**պոստնումերանդո մշտական ռենտա՝ տարեկան m անգամ**), ապա կուտակված S գումարը ժամկետի վերջում կարելի է հաշվարկել հետևյալ բանաձևով.

$$S = \frac{P}{m} * \frac{(1+i/m)^{nm} - 1}{i/m}$$

իսկ ռենտայի աճեցման գործակիցը կկազմի $\frac{1}{m} * \frac{(1+i/m)^{nm} - 1}{i/m}$:

Եթե պարբերական, հաջորդական և մեծությամբ իրար հավասար ներդրումներ (վճարումներ) են կատարվում պայմանագրի ամբողջ ժամկետում տարեկան m անգամ յուրաքանչյուր ժամանակաշրջանի սկզբում $\frac{P}{m}$ մեծությամբ (**պրենումերանդո մշտական ռենտա՝ տարեկան m անգամ**), ապա կուտակված S գումարը ժամկետի վերջում կլինի.

$$S = \frac{P}{m} * (1 + i/m) * \frac{(1+i/m)^{nm} - 1}{i/m}$$

իսկ ռենտայի աճեցման գործակիցը կկազմի $\frac{1}{m} * (1 + i/m) * \frac{(1+i/m)^{nm} - 1}{i/m}$:

Համեմատենք տարեկան պրենումերանդո մշտական ռենտայի մեծությունը պրենումերանդո մշտական ռենտայի մեծության հետ՝ վճարված տարեկան m անգամ: Տրամաբանական է թվում, որ տարեկան պրենումերանդո մշտական ռենտայի մեծությունը միշտ կգերազանցի, օրինակ, պրենումերանդո մշտական ռենտայի մեծությանը՝ վճարված տարեկան 12 անգամ, պայմանով, որ յուրաքանչյուր տարվա մուծումների լրիվ ծավալը նույնը մնա: Որպես այս մտահանգման հիմնավորում՝ կարելի է բերել այն փաստարկը, որ առաջին տարեկան պրենումերանդո մուծումը սկսում է «աշխատել» իր ամբողջ ծավալով հենց ամենասկզբից, իսկ տարեկան 12 անգամ վճարվող պրենումերանդո մշտական ռենտայի առաջին տարվա 12 մուծումները սկսում են «աշխատել» շատ ավելի ուշացումներով: Մեր պայմանական օրինակում տարեկան ներդրման ծավալը 1.200.000 ՀՀ դրամ է, տարեկան տոկոսադրույքը՝ 12% տարեկան: Իհարկե, դրա հետևանքով 1 տարի անց առաջին տարբերակով զգալիորեն ավելի մեծ գումար կկուտակվի (տե՛ս աղ. 1), իսկ երկրորդ տարվա վերջում նշված տարբերությունը նույնպես էական է:

Աղյուսակ 1.

N	Պրենումերանդո տարեկան մշտական ռենտայի արժեքը	Պրենումերանդո մշտական ռենտայի արժեքը տարեկան 12 անգամ
1	1344000.00	1280932.80
2	2849280.00	2724319.95
3	4535193.60	4350764.71
4	6423416.83	6183483.38
5	8538226.85	8248636.65
6	10906814.07	10575703.05
7	13559631.76	13197899.71
8	16530787.57	16152656.55
9	19858482.08	19482150.50
10	23585499.93	23233907.63
11	27759759.93	27461481.47
12	32434931.12	32225217.49
13	37671122.85	37593114.47
14	43535657.59	43641795.15
15	50103936.50	50457599.94
16	57460408.88	58137819.38
17	65699657.95	66792082.87
18	74927616.90	76543923.60
...	.....	.....
40	1030970300.00	1176469000.00

Թվում է, թե այս օրինաչափությունը պետք է որ պահպանվի նաև մնացած բոլոր տարիների ընթացքում, բայց փոքր-ինչ անսպասելիորեն նշված տարբերությունը հաջորդ տարիների ընթացքում աստիճանաբար նվազում է, իսկ 14-րդ տարվա վերջում այն դառնում է բացասական, այսինքն՝ երկրորդ ներդրումային տարբերակն ավելի նախընտրելի է դառնում, ընդ որում նշված տարբերությունը հետագա տարիների ընթացքում շարունակում է ահագնանալ հօգուտ երկրորդ տարբերակի: Նկատենք նաև, որ սկսած 16-րդ տարվա վերջից՝ առաջին ներդրումային տարբերակն ավելի պակաս նախընտրելի է նույնիսկ պոստնումերանդո մշտական ռենտայի մեծությունից՝ վճարված տարեկան 12 անգամ: **Այսպիսով, ավելի ուշ սկսվող և ավելի «թույլ» վճարումների հաջորդականությունը պարադոքսալ կերպով ապահովում է ավելի մեծ ծավալով կուտակում միևնույն ժամկետի վերջում,** ընդ որում կուտակման արժույթի թուլացումը չի փոխի լավագույն տարբերակի ընտրությունը, այլ կերպ ասած՝ մեր լուծումը կախված չէ արժույթից: Հաշվարկել ենք, որ **աճեցված գումարի պարադոքսը** առավել ցայտուն և շուտ է սկսվում բարձր տոկոսադրույքների դեպքում, իսկ ցածր տոկոսադրույքների դեպքում այն բավական ուշ է սկսվում, օրինակ, $i = 6\%$ դեպքում այն արտահայտվում է սկսած 33-րդ տարուց: Կարծում ենք, որ սովորական՝ բավականին ցածր տոկոսադրույքների դեպքում հենց այս ժամկետների մեծ լինելն է, որ մինչև այժմ աննկատ է թողել այս պարադոքսը:

Ենթադրենք, որ կուտակման ամբողջ ժամկետը կենսաթոշակային տարիքի և բուհն ավարտելու տարիքի տարբերությունն է՝ մոտ 40 տարի (63-23=40): Մեր խնդրի պայմաններով հաշվարկելով տարեկան 12 անգամ վճարված պրենումերանդո մշտական ռենտայի մեծության և տարեկան վճարումներով պրենումերանդո մշտական ռենտայի մեծության հարաբերությունը, կստանանք 1,141127 կամ 14%-ից ավելի տարբերություն (տե՛ս աղ. 1), որը բացարձակ չափով կազմում է մոտ 145,5 մլն ՀՀ դրամ: Այսպիսով, պետք է ձգտել ոչ միայն բարձր տոկոսադրույքներով երկարաժամկետ ներդրումային պայմանների, այլև հնարավորինս կարճ վճարումային ժամանակաշրջաններով երկարաժամկետ պայմանագրերի կնքման: Ինչ վերաբերում է ստացված պարադոքսի բացատրությանը, ապա դրա պատճառը առանձին՝ ծավալով մանր, բայց մեծաքանակ կապիտալացումների հանրագումարային էֆեկտն է, որը կարճ և միջին ժամկետների դեպքում «պարտվում» է պրենումերանդո մեծ ծավալով ներդրման էֆեկտին, բայց սկսած որոշակի պահից արդեն սկսում է գերակշռել՝ շարունակաբար ահագնացնելով իր

«առավելությունը»: Նշված որոշակի պահը կարելի է հաշվարկել հետևյալ հավասարման միջոցով.

$$(1+i)*\frac{(1+i)^n-1}{i}=\frac{1}{m}*(1+i/m)*\frac{(1+i/m)^{nm}-1}{i/m}$$

Այս հավասարումը կարելի է էականորեն պարզեցնել, բայց դրա անալիտիկ լուծումը միակ անհայտի՝ n–ի նկատմամբ բարդ է, ուստի n–ի արժեքը ցանկացած ողջամիտ ճշգրտությամբ նպատակահարմար է հաշվարկել մոտարկումների միջոցով, ընդ որում այս խնդրում շատ բարձր ճշգրտության պահանջ առաջադրելն անհարկի է:

Թեմայի հետագա զարգացումը, մեր կարծիքով, պետք է կապված լինի կրկնակի անընդհատ ռենտայի կիրառման հետ՝ օգտվելով հետևյալ բանաձևից.[32]

$$S=P*\frac{e^{in}-1}{e^{i}-1}$$

Եզրակացություններ

Ներդրումային երկու ծրագրերի արդյունավետությունների համեմատական վերլուծությունը՝ վճարումների տարեկան տարբեր քանակով, բայց տարեկան հավասար ծավալներով պրենումերանդո վճարումների հաջորդականություններով, ցույց է տալիս, որ երկրորդը ավելի նախընտրելի է՝ չնայած առաջին ծրագրի առերևույթ թվացող ավելի բարձր արդյունավետությանը:

Ֆինանսական մաթեմատիկայի մեթոդների և մոդելների կիրառմամբ ապացուցվեց, որ ներդրման բավականաչափ երկարատև ժամկետների դեպքում **պարադոքսալ** կերպով երկրորդ տարբերակի արդյունավետությունն ավելի բարձր է,

Ներդրման ժամկետի էլ ավելի մեծացման դեպքում արդյունավետությունների նշված տարբերությունն ավելի է աճում՝ հօգուտ երկրորդ տարբերակի:

Կուտակման արժույթի թուլացումը չի փոխի լավագույն տարբերակի ընտրությունը, այլ կերպ ասած՝ մեր լուծումը կախված չէ արժույթից:

Եզրակացնում ենք նաև, որ **աճեցված գումարի պարադոքսը** առավել ցայտուն և շուտ է սկսվում բարձր տոկոսադրույքների դեպքում, իսկ ցածր տոկոսադրույքների դեպքում այն բավական ուշ է սկսվում:

---

[32] Фалин Г. И., Фалин А. И., Актуарная математика в задачах. М-Физматлит-2003, 191 с. էջ 13:

Պետք է ձգտել ոչ միայն բարձր տոկոսադրույքներով երկարաժամկետ ներդրումային պայմանների, այլև հնարավորինս կարճ վճարումային ժամանակաշրջաններով երկարաժամկետ ներդրումային պայմանագրերի կնքման:

Օգտագործված գրականության ցանկ

1. https://citaty.su/citaty-roberta-kijosaki
2. https://p-i-f.livejournal.com/21085019.html
3. https://oadam.livejournal.com/434804.html
4. http://www.triinochka.ru/post218757264/
5. https://socratify.net/quotes/richard-devis-bakh/36081
6. https://ru.citaty.net/tsitaty/621328-alber-kamiu-nastoiashchaia-zabota-o-budushchem-sostoit-v-tom-chto-by-o/
7. https://vse-shutochki.ru/citata/32645
8. https://yablyk.com/842687-motiviruyushhie-citaty-ot-nyneshnix-milliarderov/
9. https://www.finversia.ru/finhandbook/aphorisms?page=3
10. https://nl.pinterest.com/pin/716564990699513563/?amp_client_id=CLIENT_ID%28_%29&mweb_unauth_id=%7B%7Bdefault.session%7D%7D&amp_url=htt-ps-%3A%2F%2Fnl.pinterest.com%2Famp%2Fpin%2F71-6564990699513563%2F&-open_share=t
11. https://ru.citaty.net/tsitaty/475393-albert-einshtein-tot-kto-khochet-videt-rezultaty-svoego-truda-neme/
12. https://ru.citaty.net/tsitaty/644030-bion-borisfenit-skuptsy-tak-mnogo-zabotiatsia-o-bogatstve-slovno-ono/
13. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B8%D0%BE%D0%BD_%D0%91-%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%84%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%82
14. https://socratify.net/quotes/sebasten-rosh-nikolia-de-shamfor/160625
15. https://ru.ihodl.com/lifestyle/2016-09-06/19-mudryh-citat-o-dengah/
16. Четыркин Е.М. Финансовая математика, Изд.”Дело”, М-2001, 397 с.
17. Фалин Г. И., Фалин А. И. Актуарная математика в задачах, М. Физматлит, 2003, 191 с.

THE PARADOX OF ACCRETED AMOUNT

NALCHAJYAN VAHRAM
PhD in Economics, Associate Professor
Chairs of "Mathematical Methods", ASUE and "Management", GSU
e-mail: vahram.nalchajyan@asue.am

The article presents a comparative analysis of the efficiency of two different investment opportunities, with different amounts of payments during the year, but sequences of prenumerando payments with equal annual volumes. The first investment opportunity appeared to have a higher performance than the second investment opportunity. Despite this, using the methods and models used in financial mathematics, we have managed to prove that with sufficiently long investment terms, paradoxically, the efficiency of the second investment option is higher, and with the continuous extension of the investment term, the specified difference in the efficiency of the two investment options increases even more in favor of the second investment option, the one that initially seemed less preferable. We also conclude that devaluation of the accumulation currency will not change the choice of the best option; in other words, our solution does not depend on the currency. In addition, eventually, under the above conditions, starting from a certain period, the sequence of postnumerando payments becomes more efficient than the sequence of prenumerando payments. We have calculated that the paradox of the accreted amount starts more clearly and early in the case of high interest rates, and in the case of low interest rates it starts quite late.

Key words: Paradox, accumulation, capitalization, interest rate, rent accumulation coefficient, investment.

ПАРАДОКС НАРАЩЕННОЙ СУММЫ

НАЛЧАДЖЯН ВАГРАМ
Кандидат экономических наук, доцент
Преподаватель кафедр «Экономико-математические методы» АГЭУ и «Управление» ГГУ
электронная почта: vahram.nalchajyan@asue.am

В статье представлен сравнительный анализ эффективности двух разных инвестиционных возможностей, с разным количеством выплат в течение года, но последовательностями пренумерандо-платежей с одинаковыми годовыми объемами. Первая инвестиционная возможность казалась более эффективной, чем вторая инвестиционная возможность. Несмотря на это, с помощью методов и моделей, применяемых в финансовой математике, удалось доказать, что при достаточно длительных сроках инвестирования, как это ни парадоксально, эффективность второго варианта инвестирования выше, а при дальнейшем продлении срока инвестирования указанная разница в эффективности двух вариантов инвестирования возрастает еще больше в пользу второго варианта инвестирования, который изначально казался менее предпочтительным. Мы также делаем вывод, что инфляция валюты накопления не изменит выбора наилучшего варианта, другими словами, наше решение не зависит от валюты. Кроме того, в конечном итоге при указанных выше условиях, начиная с определенного периода, последовательность постнумерандо-платежей становится более эффективной, чем последовательность пренумерандо-платежей. Мы подсчитали, что парадокс увеличения суммы начинается более отчетливо и рано при высоких процентных ставках, а при низких процентных ставках — довольно поздно.

Ключевые слова: парадокс, накопление, капитализация, процентная ставка, коэффициент наращения ренты, вложение

Հոդվածը ներկայացվել է խմբագրական խորհուրդ 21.12.2022թ.:
Հոդվածը գրախոսվել է 28.12.2022թ.:
Ընդունվել է տպագրության 29.03.2023թ.: