УДК 539.3 Механика

О ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ДВУХСЛОЙНОЙ ПОЛОСЫ

Евгения БАЛАСАНЯН

Բանալի բառեր. *ասիմպտոտիկ մեթոդ, լարում, տեղափոխություն, անիզոտրոպություն, երկշերտ, լրիվ կոնտակտ, սահմանային շերտի տիպի լուծում:*

Ключевые слова: *асимптотический метод, напряжение, перемещение, анизотропия, двухслойная полоса, полный контакт, решение типа пограничного слоя.*

Keywords: *asymptotic method, stress, displacement, anisotropy, a two-layer stripe, full contact, boundary layer type solution.*

Եվ. Բալասանյան

ԵՐԿՇԵՐՏԻ ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ՇԵՐՏԻ ՏԻՊԻ ՄԱՍԻՆ

Աշխատանքում, ասիմպտոտիկ ինտեգրման մեթոդով, անիզոտրոպ երկշերտի համար կառուցված է սահմանային շերտի տիպի լուծում՝ շերտերի միջև լրիվ կոնտակտի դեպքում: Երկշերտի երկայնական կողմերի վրա տրված են առաձգականության տեսության համասեռ խառը եզրային պայմաններ: Սահմանային շերտի տիպի լուծումը էքսպոնենցիալ ձևով մարում է եզրից հեռանալիս, իսկ էքսպոնենտի ցուցիչը որոշվում է բնութագրիչ տրանսցենդենտ հավասարումից:

E. Balasanyan

THE BOUNDARY LAYER OF A TWO-LAYER STRIPE

The article views the boundary layer type solution in case of full contact between the layers for an anisotropic two-layer by means of the asymptotic method. Homogeneous mixed boundary conditions of the theory of elasticity are provided on the longitudinal sides of the two-layer stripe. The boundary layer type solution exponentially declines when moving away from the edge, while the index of the exponent is determined by the characteristic transcendent equation.

В работе асимптотическим методом построено решение типа пограничного слоя для анизотропной двухслойной полосы, при полном контакте между слоями, на продольных сторонах которой заданы однородные смешанные краевые условия теории упругости. Получены формулы для определения всех напряжений и перемещений. Решение типа пограничного слоя экспоненциально затухает при удалении от края, а показатель экспоненты определяется из характеристического трансцендентного уравнения.

Напряженно-деформированное состояние слоистых тонких тел, как и в случае однородных, состоит из внутреннего и типа пограничного слоя состояний. Решение типа пограничного слоя экспоненциально затухает при удалении от края, а показатель экспоненты определяется из характеристического трансцендентного уравнения [1] .

В работе [3] асимптотическим методом построено решение внутренней задачи слоистых балок. Там же приведен обзор работ по методам расчета слоистых конструкций.

В работе [4] рассмотрен вопрос определения напряженно-деформированного состояния в плоской задаче для анизотропной полосы, на продольных сторонах которой заданы значения напряжений. Обсуждена применимость прикладных и асимптотических методов для анизотропных материалов.

В работе [5] построено решение типа пограничного слоя для слоистых анизотропных балок. Исследовано поведение первого корня характеристического уравнения в зависимости от геометрических и физических параметров. С этим корнем, в основном, связана скорость затухания погранслоя.

В работе [6] асимптотическим методом построено решение внутренней задачи для анизотропной двухслойной полосы, при полном и неполном контакте между слоями, на продольных сторонах которой заданы смешанные краевые условия теории упругости.

1. *Постановка задачи и основные соотношения.* Рассматривается вопрос определения напряженно-деформированного состояния типа пограничного слоя в плоской задаче для анизотропной двухслойной полосы: $\Omega = \{(x, y): 0 \le x \le l, -h_2 \le y \le h_1, h_1 + h_2 << l\}$. Величины, относящиеся к верхнему слою, отмечены индексом (1), а к нижнему слою - индексом (2). Толщины слоев равны h_k а коэффициенты упругости $a_{ij}^{(k)} (k = 1,2)$, k - номер слоя. Координатную система

выбранно таким образом, чтобы ось *Ox* располагалась между слоями. На продольных сторонах полосы заданы однородные смешанные условия теории упругости:

$$\sigma_{xyp}^{(1)} = 0,\ \ u_p^{(1)} = 0, \qquad \text{при } y = h_1,$$

$$\sigma_{xyp}^{(2)} = 0,\ \ v_p^{(2)} = 0, \qquad \text{при } y = -h_2. \tag{1.1}$$

Краевые условия на торцах $x = 0, l$ пока произвольные, а между слоями выполняется полный контакт, то есть:

$$u_p^{(1)} = u_p^{(2)},\ v_p^{(1)} = v_p^{(2)},\ \sigma_{yp}^{(1)} = \sigma_{yp}^{(2)},\ \sigma_{xyp}^{(1)} = \sigma_{xyp}^{(2)}, \text{при } y = 0. \tag{1.2}$$

Для построения пограничного слоя вблизи торца $x = 0$ в уравнениях теории упругости [1,4,5] сделаем замену переменных

$$t = x/h,\ \ \zeta = y/h. \tag{1.3}$$

Решение полученных уравнений ищется в виде функций типа пограничного слоя [1,4,5]

$$R_p^{(k)} = \sum_{s=0}^{N} \varepsilon^{\chi_r + s} R_p^{(k,s)}(\zeta) \exp(-\lambda t) \tag{1.4}$$

где R_p-любое из напряжений и перемещений погранслоя. χ_r -показатель интенсивности, $\lambda = const$ характеризует изменяемость напряженно-деформированного состояния. Для пограничного слоя, соответствующего краю $\xi = 0$, $\mathrm{Re}\,\lambda > 0$. Число χ_r выбирается следующим образом [1,4,5]

$\chi_p = \chi$ для напряжений, $\chi_p = \chi + 1$ для перемещений.

Подставив (1.4) в уравнения теории упругости, преобразованные по формуле (1.3), с учетом вышеизложенных значений χ_r, получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}
&-\lambda\sigma_{xp}^{(k,s)}(\zeta) + \frac{d\sigma_{xyp}^{(k,s)}(\zeta)}{d\zeta} = 0\\
&-\lambda\sigma_{xyp}^{(k,s)}(\zeta) + \frac{d\sigma_{yp}^{(k,s)}(\zeta)}{d\zeta} = 0\\
&-\lambda u_p^{(k,s)}(\zeta) = a_{11}^{(k)}\sigma_{xp}^{(k,s)}(\zeta) + a_{12}^{(k)}\sigma_{yp}^{(k,s)}(\zeta) + a_{16}^{(k)}\sigma_{xyp}^{(k,s)}(\zeta)\\
&\frac{du_p^{(k,s)}(\zeta)}{d\zeta} - \lambda v_p^{(k,s)}(\zeta) = a_{16}^{(k)}\sigma_{xp}^{(k,s)}(\zeta) + a_{26}^{(k)}\sigma_{yp}^{(k,s)}(\zeta) + a_{66}^{(k)}\sigma_{xyp}^{(k,s)}(\zeta)\\
&\frac{dv_p^{(k,s)}(\zeta)}{d\zeta} = a_{12}^{(k)}\sigma_{xp}^{(k,s)}(\zeta) + a_{22}^{(k)}\sigma_{yp}^{(k,s)}(\zeta) + a_{26}^{(k)}\sigma_{xyp}^{(k,s)}(\zeta)
\end{aligned} \tag{1.5}$$

Решив систему (1.5) получим

$$\begin{aligned}
&\sigma_{xp}^{(k,s)} = \frac{1}{\lambda^2}\frac{d^2\sigma_{yp}^{(k,s)}}{d\zeta^2},\ \ \sigma_{xyp}^{(k,s)} = \frac{1}{\lambda}\frac{d\sigma_{yp}^{(k,s)}}{d\zeta}\\
&u_p^{(k,s)} = -\left(\frac{a_{11}^{(k)}}{\lambda^3}\frac{d^2\sigma_{yp}^{(k,s)}}{d\zeta^2} + \frac{a_{12}^{(k)}}{\lambda}\sigma_{yp}^{(k,s)} + \frac{a_{16}^{(k)}}{\lambda^2}\frac{d\sigma_{yp}^{(k,s)}}{d\zeta}\right)\\
&v_p^{(k,s)} = -\left(\frac{a_{11}^{(k)}}{\lambda^4}\frac{d^3\sigma_{yp}^{(k,s)}}{d\zeta^3} + \left(a_{12}^{(k)} + a_{66}^{(k)}\right)\frac{1}{\lambda^2}\frac{d\sigma_{yp}^{(k,s)}}{d\zeta} + \frac{a_{26}^{(k)}}{\lambda}\sigma_{yp}^{(k,s)} + \frac{2a_{16}^{(k)}}{\lambda^3}\frac{d^2\sigma_{yp}^{(k,s)}}{d\zeta^2}\right)
\end{aligned} \tag{1.6}$$

где $\sigma_{yp}^{(k,s)}$ определяется из уравнения

$$a_{11}^{(k)}\frac{d^4\sigma_{yp}^{(k,s)}}{d\zeta^4}+2\lambda a_{16}^{(k)}\frac{d^3\sigma_{yp}^{(k,s)}}{d\zeta^3}+\left(a_{66}^{(k)}+2a_{12}^{(k)}\right)\lambda^2\frac{d^2\sigma_{yp}^{(k,s)}}{d\zeta^2}+$$
$$+2\lambda^3 a_{26}^{(k)}\frac{d\sigma_{yp}^{(k,s)}}{d\zeta}+a_{22}\lambda^4\sigma_{yp}^{(k,s)}=0, \tag{1.7}$$

Характеристическое уравнение, соответствующее (1.7), в зависимости от коэффициентов $a_{ij}^{(k)}$, может иметь корни следующих типов [1,2]

а) $\pm i\beta_k$ б) $\pm i\beta_{1k}, \pm i\beta_{2k}$ в) $\pm\alpha_k \pm i\beta_k$

В силу обьемистости соответствующих формул, в дальнейшем ограничимся рассмотрением двухслойной полосы из ортотропных слоев $\left(a_{16}^{(k)}=a_{26}^{(k)}=0\right)$.

2. *Ортотропная двухслойная полоса.* Рассмотрим случай, когда

$\Delta^{(k)}=\left(a_{66}^{(k)}+2a_{12}^{(k)}\right)^2-4a_{11}^{(k)}a_{22}^{(k)}=0$.

Тогда $\beta_k=\sqrt{\dfrac{a_{22}^{(k)}}{a_{11}^{(k)}}}$.

Этим корням соответствует следующее решение уравнения (1.7) [1]

$$\sigma_{yp}^{(k,s)}(\zeta)=\left(A^{(k,s)}+B^{(k,s)}\zeta\right)\cos\lambda\beta_k\zeta+\left(C^{(k,s)}+D^{(k,s)}\zeta\right)\sin\lambda\beta_k\zeta \tag{2.1}$$

В (2.1) $A^{(k,s)}, B^{(k,s)}, C^{(k,s)}, D^{(k,s)}$ произвольные постоянные интегрирования.

По формулам (1.6) вычислим значения всех напряжений и перемещений:

$$\sigma_{xp}^{(k,s)}=-\beta_k^2\cos\lambda\beta_k\zeta\,A^{(k,s)}+\left\{-\beta_k^2\zeta\cos\lambda\beta_k\zeta-\frac{2}{\lambda}\beta_k\sin\lambda\beta_k\zeta\right\}B^{(k,s)}-$$
$$-\beta_k^2\sin\lambda\beta_k\zeta\,C^{(k,s)}+\left\{\frac{2}{\lambda}\beta_k\cos\lambda\beta_k\zeta-\beta_k^2\zeta\sin\lambda\beta_k\zeta\right\}D^{(k,s)}$$

$$\sigma_{xyp}^{(k,s)}=-\beta_k\sin\lambda\beta_k\zeta\,A^{(k,s)}+\left\{\frac{1}{\lambda}\cos\lambda\beta_k\zeta-\beta_k\zeta\sin\lambda\beta_k\zeta\right\}B^{(k,s)}+$$
$$+\beta_k\cos\lambda\beta_k\zeta\,C^{(k,s)}+\left\{\beta_k\zeta\cos\lambda\beta_k\zeta+\frac{1}{\lambda}\sin\lambda\beta_k\zeta\right\}D^{(k,s)} \tag{2.2}$$

$$u_p^{(k,s)}=\frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(k)}\beta_k^2-a_{12}^{(k)}\right)\cos\lambda\beta_k\zeta\,A^{(k,s)}+\left\{\frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(k)}\beta_k^2-a_{12}^{(k)}\right)\zeta\cos\lambda\beta_k\zeta+\frac{2a_{11}^{(k)}}{\lambda}\beta_k\sin\lambda\beta_k\zeta\right\}B^{(k,s)}+$$
$$+\frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(k)}\beta_k^2-a_{12}^{(k)}\right)\sin\lambda\beta_k\zeta\,C^{(k,s)}+\left\{-\frac{2a_{11}^{(k)}}{\lambda}\beta_k\cos\lambda\beta_k\zeta+\frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(k)}\beta_k^2-a_{12}^{(k)}\right)\zeta\sin\lambda\beta_k\zeta\right\}D^{(k,s)}$$

$$v_p^{(k,s)}=\frac{1}{\lambda}\left(-a_{11}^{(k)}\beta_k^3+a_{12}^{(k)}\beta_k+a_{66}^{(k)}\beta_k\right)\sin\lambda\beta_k\zeta\,A^{(k,s)}+$$
$$+\left\{\frac{1}{\lambda^2}\left(3a_{11}^{(k)}\beta_k^2-a_{12}^{(k)}-a_{66}^{(k)}\right)\cos\lambda\beta_k\zeta+\frac{1}{\lambda}\left(-a_{11}^{(k)}\beta_k^3+a_{12}^{(k)}\beta_k+a_{66}^{(k)}\beta_k\right)\zeta\sin\lambda\beta_k\zeta\right\}B^{(k,s)}+$$
$$+\frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(k)}\beta_k^3-a_{12}^{(k)}\beta_k-a_{66}^{(k)}\beta_k\right)\cos\lambda\beta_k\zeta\,C^{(k,s)}+$$
$$+\left\{\frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(k)}\beta_k^3-a_{12}^{(k)}\beta_k-a_{66}^{(k)}\beta_k\right)\zeta\cos\lambda\beta_k\zeta+\frac{1}{\lambda^2}\left(3a_{11}^{(k)}\beta_k^2-a_{12}^{(k)}-a_{66}^{(k)}\right)\sin\lambda\beta_k\zeta\right\}D^{(k,s)}$$

Удовлетворим условиям полного контакта (1.2) неизвестные величины с верхним индексом 2 выразив через величины с индексом 1, получим:

$$
\begin{aligned}
&A^{(1,s)} = A^{(s)},\\
&B^{(1,s)} = k_3 B^{(s)} + k_4 \lambda C^{(s)},\\
&C^{(1,s)} = k_5 C^{(s)} + k_6 \frac{1}{\lambda} B^{(s)},\\
&D^{(1,s)} = k_1 \lambda A^{(s)} + k_2 D^{(s)},
\end{aligned}
\qquad (2.3)
$$

где

$$
\begin{aligned}
&k_1 = \frac{a_{11}^{(2)}\beta_2 - a_{11}^{(1)}\beta_1 - a_{12}^{(1)} + a_{12}^{(2)}}{2a_{11}^{(1)}\beta_1}, \quad k_2 = \frac{a_{11}^{(2)}\beta_2}{a_{11}^{(1)}\beta_1},\\
&k_3 = \frac{3a_{11}^{(1)}\beta_1 - a_{12}^{(1)} - a_{66}^{(1)} - a_{11}^{(2)}\beta_2 + a_{12}^{(2)} + a_{66}^{(2)}}{2a_{11}^{(1)}\beta_1},\\
&k_4 = \frac{a_{11}^{(1)}\beta_1 - a_{12}^{(1)} - a_{66}^{(1)} - a_{11}^{(2)}\beta_2 + a_{12}^{(2)} + a_{66}^{(2)}}{2a_{11}^{(1)}\beta_1}\beta_1,\\
&k_5 = \frac{3a_{11}^{(2)}\beta_2 - a_{11}^{(1)}\beta_1 + a_{12}^{(1)} + a_{66}^{(1)} - a_{12}^{(2)} - a_{66}^{(2)}}{2a_{11}^{(1)}\beta_1}\beta_2,\\
&k_6 = \frac{3a_{11}^{(2)}\beta_2 - 3a_{11}^{(1)}\beta_1 + a_{12}^{(1)} + a_{66}^{(1)} - a_{12}^{(2)} - a_{66}^{(2)}}{2a_{11}^{(1)}\beta_1}.
\end{aligned}
\qquad (2.4)
$$

Удовлетворив однородным условиям (1.1) получим следующую систему однородных алгебраических уравнений относительно неизвестных постоянных $A^{(s)}, B^{(s)}, C^{(s)}, D^{(s)}$

$$
\begin{aligned}
&A^{(s)}\cos z + B^{(s)}\zeta_1 \cos z + C^{(s)}\sin z + D^{(s)}\zeta_1 \sin z = 0\\
&A^{(s)} z\cos z + B^{(s)}\left(\zeta_1 z\cos z + 2\zeta_1 \sin z\right) + C^{(s)} z\sin z + D^{(s)}\left(\zeta_1 z\sin z - 2\zeta_1 \cos z\right) = 0\\
&A^{(s)}\left[k_1 m^2 z^2 \cos mz + (k_1 - \beta_1) m z \sin mz\right] + B^{(s)}\left[(k_6\beta_1 + k_3\beta_2)\zeta_2 \cos z -\right.\\
&\left.- k_3\beta_2\zeta_2 m z\sin mz\right] + C^{(s)}\left[(k_4 + \beta_1 k_5) m z\cos mz - k_4 m^2 z^2 \sin mz\right] +\\
&+ D^{(s)}\left[k_2\beta_2\zeta_2 m z\cos mz + k_2\beta_2\zeta_2 \sin mz\right] = 0\\
&A^{(1,s)}\left[k_1 m^2 z^2 \cos mz + (3k_1 - \beta_1) m z\sin mz\right] + B^{(1,s)}\left[(3k_3 + \beta_1 k_6\beta_2)\zeta_2 \cos mz -\right.\\
&\left.- k_3\beta_2\zeta_2 m z\sin mz\right] + C^{(1,s)}\left[m z\cos mz - k_4 m^2 z^2 \sin mz\right] +\\
&+ D^{(1,s)}\left[k_2\beta_2\zeta_2 m z\cos mz + 3k_2\beta_2\zeta_2 \sin mz\right] = 0,
\end{aligned}
\qquad (2.5)
$$

где

$$
z = \beta_1\zeta_1\lambda, \qquad m = \frac{\beta_2\zeta_2}{\beta_1\zeta_1}, \quad mz = \beta_2\zeta_2\lambda \qquad (2.6)
$$

Однородная система уравнений (2.5) будет иметь нетривиальное решение только в том случае, когда ее определитель равен нулю. Приравнивая определитель системы к нулю получим трансцендентное уравнение

$$
b_1 \sin 2z \sin 2mz + b_2\left(\cos 2z + \cos 2mz\right) + b_3 z\sin 2z + b_4 z\sin 2mz + b_5 z^2 = 0, \qquad (2.7)
$$

откуда определяется z, следовательно и λ. Здесь

$b_1 = \beta_1\beta_2\left(k_4 k_7 + k_3 k_8 + k_5\right)$, $b_2 = 2\beta_1\beta_2\left(k_5 k_7 - k_6 k_8\right)$,

$b_3 = -\beta_2 k_6\left(k_3 + k_4 m\right)$, $b_4 = -\beta_1\left(k_6 + k_3 k_7\right)$, $b_5 = 4k_3 k_6 m$

Трансцендентное уравнение (2.7) имеет бесконечное множество комплексных корней. Нас интересуют только корни удовлетворяющие условию $\mathrm{Re}\, z > 0$. Решение трансцендентного уражнения можно найти чиленными или ассимптотическими методами [1,3].

Отметим, что для однослойной полосы

$\beta_1 = \beta_2 = \beta$, $a_{ij}^{(1)} = a_{ij}^{(2)}$, $\zeta_1 = -\zeta_2 = 1$, $k_3 = 0$, $k_4 = 1$, $k_5 = 1$, $k_6 = 0$, $k_7 = 1$, $k_8 = 0$,

трансцендентное уравнение (2.7) упрощается и имеет вид [7].

$$\cos 2\beta\lambda = 0$$

Так как определитель однородной системы (2.5) равен нулю, то все неизвестные величины можно вырзить через одну неизвестную, например, через $D^{(s)}$.

$$\sigma_{\zeta p}^{(s)} = \frac{1}{\Delta}\left[\left(\Delta_{1} + \Delta_{2}\zeta\right)\cos\lambda\beta\zeta + \left(\Delta_{3} + \Delta_{4}\zeta\right)\sin\lambda\beta\zeta\right]D^{(s)}$$

$$\sigma_{\zeta p}^{(s)} = \frac{1}{\Delta}\Big[-\Delta_{1}\beta\cos\lambda\beta\zeta + \Delta_{2}\left\{-\beta\zeta\cos\lambda\beta\zeta - \frac{2}{\lambda}\beta\sin\lambda\beta\zeta\right\} -$$

$$-\Delta_{3}\beta\sin\lambda\beta\zeta + \left\{\frac{2}{\lambda}\beta\cos\lambda\beta\zeta - \beta\zeta\sin\lambda\beta\zeta\right\}\Big]D^{(s)}$$

$$\sigma_{xp}^{(s)} = \frac{1}{\Delta}\Big[-\Delta_{1}\beta\sin\lambda\beta\zeta + \Delta_{2}\left\{\frac{1}{\lambda}\cos\lambda\beta\zeta - \beta\zeta\sin\lambda\beta\zeta\right\} +$$

$$+\Delta_{3}\beta\cos\lambda\beta\zeta + \left\{\beta\zeta\cos\lambda\beta\zeta + \frac{1}{\lambda}\sin\lambda\beta\zeta\right\}\Big]D^{(s)} \qquad (2.8)$$

$$u_{p}^{(s)} = \frac{1}{\Delta}\Big[\Delta_{1}\frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(1)}\beta + a_{12}^{(1)}\right)\cos\lambda\beta\zeta + \Delta_{2}\left\{\frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(1)}\beta - a_{12}^{(1)}\right)\zeta\cos\lambda\beta\zeta + \frac{2a_{11}^{(1)}}{\lambda}\beta\sin\lambda\beta\zeta\right\} -$$

$$+\Delta_{3}\frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(1)}\beta - a_{12}^{(1)}\right)\sin\lambda\beta\zeta + \left\{-\frac{2a_{11}^{(1)}}{\lambda}\beta\cos\lambda\beta\zeta + \frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(1)}\beta - a_{12}^{(1)}\right)\zeta\sin\lambda\beta\zeta\right\}\Big]D^{(s)}$$

$$v_{p}^{(s)} = \frac{1}{\Delta}\Big[\Delta_{1}\frac{1}{\lambda}\left(-a_{11}^{(1)}\beta + a_{12}^{(1)}\beta + a_{66}^{(1)}\beta\right)\sin\lambda\beta\zeta +$$

$$+\Delta_{2}\left\{\frac{1}{\lambda}\left(2a_{11}^{(1)}\beta - a_{12}^{(1)} - a_{66}^{(1)}\right)\cos\lambda\beta\zeta + \frac{1}{\lambda}\left(-a_{11}^{(1)}\beta + a_{12}^{(1)}\beta + a_{66}^{(1)}\beta\right)\zeta\sin\lambda\beta\zeta\right\} +$$

$$+\Delta_{3}\frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(1)}\beta - a_{12}^{(1)}\beta - a_{66}^{(1)}\beta\right)\cos\lambda\beta\zeta +$$

$$+\left\{\frac{1}{\lambda}\left(a_{11}^{(1)}\beta - a_{12}^{(1)}\beta - a_{66}^{(1)}\beta\right)\zeta\cos\lambda\beta\zeta + \frac{1}{\lambda}\left(2a_{11}^{(1)}\beta - a_{12}^{(1)} - a_{66}^{(1)}\right)\sin\lambda\beta\zeta\right\}\Big]D^{(s)}$$

В окончании отметим, что в случае решений б) и в) характеристического уравнения соотвествующее уравнению (1.7), напряжение $\sigma_{\zeta p}^{(s)}$ определяется по формулам[1,2]:

а) $$\sigma_{2}^{(k,s)}(\zeta) = A^{(k,s)}\cos\lambda\beta_{1k}\zeta + B^{(k,s)}\sin\lambda\beta_{1k}\zeta + C^{(k,s)}\cos\lambda\beta_{2k}\zeta + D^{(k,s)}\sin\lambda\beta_{2k}\zeta \qquad (2.9)$$

б) $$\sigma_{2}^{(k,s)}(\zeta) = A^{(k,s)}ch\alpha_{k}\lambda\zeta\cos\lambda\beta_{k}\zeta + B^{(k,s)}sh\alpha_{k}\lambda\zeta\sin\lambda\beta_{k}\zeta + C^{(k,s)}ch\alpha_{k}\lambda\zeta\sin\lambda\beta_{k}\zeta + D^{(k,s)}sh\alpha_{k}\lambda\zeta\cos\lambda\beta_{k}\zeta \qquad (2.10)$$

Найденное в работе решение типа пограничного слоя вместе с решением внутренней задачи [6], позволяют более точно удовлетворять условиям на торцах. Сопряжение этих типов решений можно осуществить одним из способов, изложенных в [1,8] .

ЛИТЕРАТУРА

1. Агаловян Л.А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М.: Наука, Физматлит. 1997.-415с.
2. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 416 с.
3. Агаловян Л.А., Хачатрян А.М. Асимптотический анализ напряженно-деформированном состояния анизотропной слоистой балки// Изв. АН Арм ССР. Механика. 1986. Т.39. № 2. С.3-14.
4. Агаловян Л. А. О погранслое ортотропных пластинок. Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1973, т. 26, № 2, с. 27-43.

5. Хачатрян А. М. О пограничном слое слоистых балок. Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1987. т. № 2, с. 19-25.
6. Баласанян Е. С. Асимптотическое решение двух смешанных краевых задач анизотропной двухслойной полосы. Уч. записки АрГУ, 1/2015, с. 50-55.
7. Петросян Г. А. Об одной смешанной краевой задаче анизотропной полосы-прямоугольника. Уч. записки АрГУ, 1(14).2007, с. 36-42.
8. Агаловян Л.А., Хачатрян Ш.М.О некоторых плоских задачах для ортотропной полосы. Уч. Записки ЕГУ. 1977, № 7. с.20-26.

Сведения об авторе:
Баласанян Евгения Самвеловна – преподаватель кафедры математики, АрГУ
E-mail majvazyan@mail.ru

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, к.ф.м.н., ГюГ.Саакяном.