

ՀՏԴ 512.1Մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկա**Ռոբերտ ՄՈՒՍԱԵԼՅԱՆ****Ֆ.ս.գ.թ., մաթեմատիկայի և ինֆորմատիկայի ամբիոնի դոցենտ****Գորիսի պետական համալսարան****E-mail: rubmus49@gmail.com****ՄԻ ՏԻՊԻ ՈՉ ՍՏԱՆԴԱՐՏ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԱՍԻՆ**

Աշխատանքը նվիրված է մի տիպի ոչ ստանդարտ խնդիրների լուծմանը: Այս աշխատանքում բերված են այդպիսի երեք խնդիրներ, որոնք կարելի է անվանել նաև խաղ-խնդիրներ: Խնդիրները վերաբերում են վերջավոր բազմություններից հաջորդաբար վերջավոր թվով էլեմենտներ ընտրելուն: Երկու խաղացողներ նշված վերջավոր բազմությունից հերթով վերցնում են սահմանափակ թվով էլեմենտներ: Կախված բազմության էլեմենտների քանակից, ճիշտ խաղի կազմակերպումից՝ կարող է հաղթել կա՛մ սկսողը, կա՛մ պատասխանողը:

Բանալի բառեր՝ խնդիր, թիվ, աղյուսակ, վերցնել, օրինակ, գումար:

Р.Мусаелян**О РЕШЕНИИ ОДНОГО ТИПА НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ**

Работа посвящена решениям одного типа нестандартных задач. В этой работе приведены три такие задачи, которые можно назвать также "задача-игра". Задачи касаются выбора из конечных множеств конечного числа элементов. Два игрока из таких множеств последовательно берут ограниченные количества элементов. Выигрыш зависит и от количества элементов в рассматриваемом множестве и, конечно, от правильной игры.

Ключевые слова: задача, число, таблица, взять, например, сумма.

R.Mousaelyan**ABOUT THE SOLUTION OF ONE TYPE OF NON-STANDARD TASKS**

This work is dedicated to the solution of one type of non-standard tasks. Such three tasks are presented in this work, which can also be called game-tasks. The tasks concern to the successive selection of the elements with finite number from the finite sets. Two players take elements in limited numbers in turn from the mentioned finite set. Depending on the quantity of the elements of set, good organization of the game, either the beginner will win or the respondent.

Key words: task, number, chart, to take, example, sum.

Անդրադառնանք միևնույն տեսակի մի քանի ոչ ստանդարտ խնդիրների լուծմանը, որոնք վերաբերում են տրված վերջավոր բազմություններից մեկ կամ մի քանի էլեմենտների ընտրությանը:

Խնդիր 1: Արկղում կա 35 գնդիկ: Երկու խաղացողներ հերթականությամբ արկղից վերցնում են 1,2,3,4 կամ 5 հատ գնդիկ մի քայլով: Հաղթում է նա, ով վերցնում է վերջին գնդիկը (կամ գնդիկները): Ճիշտ խաղի դեպքում ո՞վ կհաղթի՝ սկսողը, թե՞ իր հակառակորդը (պատասխանողը):

Լուծում: Ցույց տանք, որ ճիշտ հաշվարկի դեպքում պատասխանողը այս խաղ-խնդրում երբեք հաղթող չի դառնա, կհաղթի սկսողը: Նկատենք, որ վերցվող գնդիկների շարքը՝ 1,2,3,4,5-ը, կամգում է թվաբանական պրոգրեսիա, որի տարբերությունը՝ $d = 1$: Համաձայն նշված պրոգրեսիայի մի հատկության, ըստ որի՝ ծայրերից հավասարահեռ թվերի գումարները հավասար են, պատասխանողը միշտ կարող է ղեկավարել խաղը, այն տանել իր կամեցած ուղով: Իրոք, եթե սկսողը վերցնի a գնդիկ ($a = 1,2,3,4,5$), ապա պատասխանողը կարող է վերցնել $6-a$ գնդիկ, որտեղ 6-ը հավասար է $1+5$, $2+4$ կամ $3+3$: Այսպիսով՝ յուրաքանչյուր քայլի (սկսող պլյուս պատասխանող) դեպքում արկղից կպակասի 6 գնդիկ: Նկարագրածից հետևում է, որ յուրաքանչյուր խաղացող պետք է ձգտի հանդես գալ «պատասխանողի» դերում, որպեսզի խաղին թելադրի իր կամեցած ընթացքը, ղեկավարի խաղը: Ուրեմն՝ յուրաքանչյուր խաղացող պետք է ձգտի խաղը փոխանցել մյուսին՝ թողնելով արկղում 6-ին բազմապատիկ թվով գնդիկներ, որպեսզի վերջում ինքը վերցնի մնացած գնդիկը (կամ գնդիկները): Նշված դատողությունները հուշում են մեզ, որ սկսողը կհաղթի, եթե առաջին քայլով վերցնի 5 գնդիկ՝ թողնելով արկղում 30 գնդիկ: Դրանով իսկ «պատասխանողի», խաղը ղեկավարողի դեպքում հանդես կգա սկսողը և կհաղթի: Լուծումը բնութագրող քայլերի հաջորդականությունը՝ ալգորիթմը, ներկայացնենք աղյուսակային տեսքով.

սկսող	x	$6-a$	$6-b$	$6-c$	$6-d$	$6-e$
պատասխանող	a	b	c	d	e	

Քանի որ բոլոր հանված գնդիկների թվերի գումարը պետք է լինի 35, ուստի կստանանք՝ $x + a + 6 - a + b + 6 - b + \dots + e + 6 - e = x + 30 = 35$

Ուրեմն՝ առաջին քայլով սկսողը պետք է հանի $x = 5$ թվով գնդիկներ և նշված քայլերով խաղը տանի հաղթանակի:

Այժմ ձևակերպենք և լուծենք հետևյալ խաղ-խնդիրը:

Խնդիր 2: Կույտում կա 42 ընկույզ: Երկու խաղացողներ հերթականությամբ վերցնում են 1,2,3,4,5 կամ 6 ընկույզ՝ մի քայլով: Հաղթում է նա, ով վերցնում է վերջին ընկույզը (կամ ընկույզները): Ապացուցել, որ ճիշտ խաղի դեպքում միշտ կհաղթի պատասխանողը:

Լուծում: Ըստ խնդիր 1-ում նկարագրվածի՝ եթե սկսողը վերցնի x ($x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) հատ ընկույզ, ապա պատասխանողը կվերցնի $7 - x$ հատ ընկույզ: Միասին առաջին քայլով կույտից կպակասեցնեն $x + 7 - x = 7$ հատ ընկույզ: 42 թիվը բազմապատիկ է 7-ին: Ուրեմն՝ այդպես շարունակելով յուրաքանչյուր հաջորդ քայլերը, 6 քայլ հետո գործընթացը կվերջանա, ընդ որում վերջին ընկույզը (ընկույզները) կվերցնի պատասխանողը և կհաղթի: Աղյուսակային տեսքով լուծումը կներկայացվի հետևյալ կերպ.

սկսող	x	y	z	t	e	f
պատասխանող	$7 - x$	$7 - y$	$7 - z$	$7 - t$	$7 - e$	$7 - f$

Այժմ դիտարկենք նմանատիպ, ավելի ընդհանուր բնույթի հաջորդ խնդիրը:

Խնդիր 3: Կույտում կան n հատ լուցկիներ: Թույլատրվում է կույտից վերցնել $1, 2, 3, \dots, 10$ հատ լուցկի՝ մի քայլով: Երկու խաղացող հաջորդաբար վերցնում են լուցկիներ: Հաղթում է նա, ով վերցնում է վերջին լուցկին: n -ի ինչպիսի՞ արժեքների դեպքում կհաղթի խաղը սկսողը:

Լուծում: Պարզ է, որ երբ $n = 1, 2, 3, \dots, 10$, ապա սկսողը միշտ կհաղթի:

Երբ $n = 11$ ապա սկսողը x , $1 \leq x \leq 10$ լուցկի հանելու դեպքում պատասխանողը կհանի մնացած $11 - x$ հատ լուցկիները և կհաղթի: Եթե $n = 12, 13, \dots, 21$, ապա պարզ է, որ սկսողը կհաղթի, առաջին քայլով վերցնելով a հատ լուցկի, իսկ պատասխանողի x հատին կվերցնի $11 - x$ հատ լուցկի: Այնպես, որ $a + 11 = 11$: Մասնավորաբար, օրինակ, եթե $n = 21$, ապա $a = 10$:

Երբ $n = 22$, ապա սկսողի x_1 հատ հանած լուցկուն կպատասխանի $11 - x_1$ հատ լուցկի հանելով, իսկ հաջորդ քայլին սկսողի՝ x_2 հատ հանելու դեպքում պատասխանողը կհանի մնացած $11 - x_2$ հատը և կհաղթի: Շարադրվածից պարզ է, որ $n = 11, 22$ դեպքերում ճիշտ խաղղրսնորելով պատասխանողը հաղթում է:

Ցույց տանք, որ երբ $n = 11k$ տեսքի թիվ է, որտեղ $k \in N$ (N -ը բնական թվերի բազմությունն է) և $k \geq 3$, ապա պատասխանողը միշտ կհաղթի: Իրոք՝, եթե սկսողը հանի x_i , $1 \leq x_i \leq 10$ հատ լուցկի, ապա պատասխանողը կհանի $11 - x_i$ հատ լուցկի և որոշ քայլերից հետո կհաղթի: Դժվար չէ հասկանալ, որ այդ քայլերի թիվը այստեղ կլինի k , այսինքն՝ $i = k$: Ներկայացնենք լուծումն արտահայտող ալգորիթմը աղյուսակային տեսքով:

սկսող	x_1	x_2	x_3	...	x_k
պատասխանող	$11 - x_1$	$11 - x_2$	$11 - x_3$	...	$11 - x_k$

Համաձայն խնդրի պայմանի՝

$$x_1 + 11 - x_1 + x_2 + 11 - x_2 + \dots + x_k + 11 - x_k = 11k = n:$$

Այժմ ցույց տանք, որ եթե $n = 11k + n_0$ տեսքի ամբողջ թիվ է, որտեղ $1 \leq n_0 \leq 10$, ապա սկսողը ճիշտ խաղի դեպքում միշտ կհաղթի: Տեսնենք, թե սկսողի ինչ քայլը նրան կտանի հաղթանակի: Դիցուք նա առաջին քայլով վերցնում է a հատ լուցկի, իսկ այնուհետև պատասխանողի յուրաքանչյուր a_i հատ վերցնելուն, պատասխանի $11 - a_i$ հատ լուցկի հանելով: Դժվար չէ հասկանալ, որ $i = k$, քանի որ k քայլից հետո սպառվում են լուցկիները: Ուստի ճիշտ է հետևյալը՝

$$a + 11 - a_1 + a_2 + 11 - a_2 + \dots + a_k + 11 - a_k = 11k + n_0$$

Հետևաբար՝ $a = n_0$: Այսպիսով՝ որպեսզի սկսողը հաղթի, պետք է առաջին քայլով վերցնի միայն n_0 հատ լուցկի՝ թողնելով մնացած լուցկիների թիվը 11-ին բազմապատիկ: Դրանով իսկ քայլը փոխանցում է հակառակորդին՝ դառնալով հետագայում <<պատասխանող>>: Հետագայում պատասխանողի յուրաքանչյուր $a_i, 1 \leq a_i \leq 10$ հատին առաջին քայլը կատարողը կհանի $11 - a_i$ հատ լուցկի: Աղյուսակային տեսքով լուծումը կներկայացվի այսպես.

սկսող	n_0	$11 - a_1$	$11 - a_2$	...	$11 - a_{k-1}$	$11 - a_k$
պատասխանող	a_1	a_2	a_3	...	a_k	

Այսպիսով, եթե n թիվը 11-ի բազմապատիկ չէ, կհաղթի սկսողը:

Պատ.՝ $n \neq 11, 22, 33, \dots$:

Նշեն, որ ներկայացված տիպի խնդիրները մատչելի կլինեն միջին և բարձր դասարանցիներին, հավանաբար ավելի շատ որպես ֆակուլտատիվ պարապմունքների նյութեր: Կարծում եմ, որ թվերը փոքրացնելով (օրինակ $n=5, 7$, իսկ ընտրությունը 1 կամ 2 հատ), այն կարելի է մատչելի դարձնել նաև տարրականների բարձր դասարանցիներին:

Հոդվածը տպագրության է նրաշխավորել խմբագրական կոլեգիայի անդամ, ֆ.մ.գ.թ. Գ.Տ.Սահակյանը: