

ՀՏԴ 373 : 512Մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկա**Լիլիթ ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ****ԱրՊՀ, Մաթեմատիկայի ամբիոնի ավագ դասախոս****E-mail: lilit.rafael@yandex.com**

ՑԻԿԼԱՅԻՆ ԱԼԳՈՐԻԹՄՆԵՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ

Աշխատանքում դիտարկվում են խնդիրներ, որոնց լուծման ժամանակ որոշ գործողություններ կրկնվում են: Մաթեմատիկայի դասերին այդպիսի խնդիրների լուծումը նպաստում է աշակերտների ընդհանրացնելու կարողության և տրամաբանական մտածողության զարգացմանը, ապահովում կապը մաթեմատիկայի և ինֆորմատիկայի միջև, ստեղծում ալգորիթմական մտածողության նախադրյալներ:

Բանալի բառեր` ալգորիթմ, ցիկլ, աղյուսակ, բլոկ-սխեմա:

Л. Аракелян

ЦИКЛИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

В работе рассматриваются задачи, при решении которых повторяются некоторые операции. Решение таких задач на уроках математики способствуют развитию умения обобщения и логического мышления учеников, обеспечивают связь между математикой и информатикой, создают предпосылки алгоритмического мышления.

Ключевые слова: алгоритм, цикл, таблица, блок-схема.

L. Arakelyan

CYCLIC ALGORITHMS IN SCHOOL MATHEMATICS COURSES

There are such considered tasks in this article, which are solved due to repeated operations. The solution of these tasks develops a generalization ability and logical thinking of students, assures connection between mathematics and computer science, creates prerequisites for algorithmic thinking.

Keywords: algorithm, cycle, table, block diagram.

Ալգորիթմը քայլերի (գործողությունների) կարգավորված հաջորդականություն է, որը հանգեցնում է սպասվող արդյունքին¹: Ցանկացած ալգորիթմ

¹ Տե՛ս **Ս.Ս. Ավետիսյան, Ս.Վ. Դանիելյան, Ինֆորմատիկա, 9-րդ դասարան, Եր., Տիգրան Մեծ, 2013, էջ 45:**

կարելի է ներկայացնել երեք տիպի ալգորիթմների միջոցով՝ գծային, ճյուղավորված և ցիկլային (շրջափուլային): Ցիկլային ալգորիթմները ալգորիթմական այնպիսի կառուցվածքներ են, որոնք թույլատրում են ռացիոնալ կերպով նկարագրել կրկնվող բնույթի գործընթացները:

Գծային, ճյուղավորված և ցիկլային ալգորիթմները համարվում են ինֆորմատիկայի դասընթացի հասկացություններ: Մակայն այս ալգորիթմները (քայլաշարերը) կիրառվում են մաթեմատիկայում՝ սկսած տարրական դասարաններից: Օրինակ՝ ցիկլային ալգորիթմի գրաֆիկական գրառմանը և բառա-բանաձևային նկարագրությանը աշակերտները ծանոթանում են դեռևս 3-րդ դասարանում՝ «Գործողությունների կատարման քայլաշար» թեմայի ուսուցման ժամանակ:

Դիտարկենք դպրոցական հանրահաշվի դասընթացից մի առաջադրանք, որի լուծումը նախատեսում է որոշ գործողությունների կրկնություն, այսինքն՝ ցիկլ:

Խնդիր 1: Հաշվեք $y = 3x$ ֆունկցիայի արժեքները՝ x -ին տալով -2 -ից 2 արժեքները՝ $0,5$ քայլով: Լուծումը ձևավորեք աղյուսակով¹:

Լուծում: Ներկայացնենք լուծման ալգորիթմը բառային եղանակով.

1. x -ին տալ սկզբնական արժեքը,
2. հաշվել y -ի արժեքը,
3. գրել y -ի արժեքը,
4. x -ը մեծացնել տրված քայլով,
5. Եթե x -ը չի գերազանցել վերջին արժեքը, **կրկնել քայլաշարը**՝ սկսելով 2-րդ գործողությունից, հակառակ դեպքում՝ ավարտել լուծումը:

Ըստ այդ ալգորիթմի՝ խնդիր 1-ի լուծումը ներկայացված է աղյուսակ 1-ում

Աղյուսակ 1

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
y	-6	-4,5	-3	-1,5	0	1,5	3	4,5	6

Ցիկլային բնույթի տեքստային խնդիրները դասվում են հետաքրքրաշարժ խնդիրների շարքին²: Այդ խնդիրների ընդհանրական լուծման ալգորիթմները դիտողական են դարձնում խնդրի լուծման տրամաբանությունը՝ պարզաբանելով գործողությունների հերթականությունը: Խնդիրների լուծման ալգորիթմական գրառումները ապահովում են մաթեմատիկայի և ինֆորմատիկայի միջև միջառարկայական կապը՝ ստեղծելով ալգորիթմական մտածողության նախադրյալներ:

Խնդիր 2: Չրոսաշրջիկը 3 քաղաք այցելեց: Նրանցից առաջինում ծախսեց գումարի $5/6$ մասը, երկրորդում՝ մնացած գումարի $5/6$ մասը, երրորդում՝ մնացածի $5/6$ մասը: Չրոսաշրջության ավարտին նրա մոտ մնացել էր 11 000 դրամ: Սկզբում ինչքա՞ն գումար ուներ Չրոսաշրջիկը:

Լուծում: 1-ին եղանակ (խնդրի լուծում՝ սկսած վերջին պայմանից):

- 1) $1 - 5/6 = 1/6$ (մաս) մնացած մասը,

¹ **Ռ. Ավետիսյան**, Հանրահաշիվ, 7-րդ դասարանի դասագիրք, Եր., Անտարես, 2011. էջ 126:

² Տե՛ս **Գ.Առաքելյան**, **Հ.Նավասարդյան**, **Ա.Մարգարյան**, Մաթեմատիկա, խորացված դասընթաց, 8-րդ դասարան, Երևան, 2016, էջ 36:

- 2) $11\ 000 : 1/6 = 66\ 000$ (դրամ) կար մինչև 3-րդ քաղաքն այցելելը,
 3) $66\ 000 : 1/6 = 396\ 000$ (դրամ) կար մինչև 2-րդ քաղաքն այցելելը,
 4) $396\ 000 : 1/6 = 2\ 376\ 000$ (դրամ) ուներ զբոսաշրջիկը:

Պատ.՝ 2 376 000 դրամ:

Խնդիրն այս եղանակով լուծելիս 3 անգամ կիրառվում է «թիվը գտնելը, երբ հայտնի է նրա մասը» կանոնը (2-ից 4-րդ գործողությունները):

Ընդհանուր դեպքի համար կատարելով հետևյալ նշանակումները՝ քաղաքների թիվը՝ N , ծախսած գումարի մասը՝ m/n , զբոսաշրջության ավարտին մնացած գումարը՝ S (ըստ խնդրի պայմանի՝ $N = 3$, $m/n = 5/6$, $S = 11\ 000$), կատանանք, որ զբոսաշրջիկը սկզբում ուներ

$$S : \left(1 - \frac{m}{n}\right)^N \text{ դրամ:}$$

2-րդ եղանակ:

Քաղաք 1. 1) $1 - 5/6 = 1/6$ (մաս) ամբողջ գումարից մնացած մասը,

Քաղաք 2. 2) $1/6$ գ $5/6 = 5/36$ (մաս) ամբողջ գումարի ծախսած մասը,

3) $1/6 - 5/36 = 1/36$ (մաս) ամբողջ գումարից մնացած մասը,

Քաղաք 3. 4) $1/36$ գ $5/6 = 5/216$ (մաս) ամբողջ գումարի ծախսած մասը,

5) $1/36 - 5/216 = 1/216$ (մաս) ամբողջ գումարից մնացած

մասը,

6) $11\ 000 : 1/216 = 2\ 376\ 000$ (դրամ) ուներ սկզբում:

Պատ.՝ 2 376 000 դրամ:

Նկատենք, որ խնդիր 2-ն այս եղանակով լուծելիս, եթե ամբողջ սկզբնական գումարը նշանակենք x -ով և ոչ թե 1 մասով, ապա լուծման մեջ «դրամ»-ով կփոխարինվեն 1-ից 5-րդ գործողությունների արդյունքների «մաս» բառերը, իսկ 6-րդ գործողությունը կլինի $1/216$ գ $x = 11\ 000$ հավասարման կազմումը և լուծումը: Կստացվի խնդրի լուծման հանրահաշվական մեթոդը:

2-րդ եղանակով խնդրի լուծման գրառման տեսքը հուշում է, որ լուծումը ավելի հարմար կլինի ներկայացնել աղյուսակով (աղյուսակ 2): Այստեղ կատարված են հետևյալ նշանակումները. քաղաքների թիվը՝ N , ծախսած գումարի մասը՝ m/n , զբոսաշրջության ավարտին մնացած գումարը՝ S :

Աղյուսակ 2

քաղաք	ծախս (մաս)	մնացորդ (մաս)
1	m/n	$1 - \text{ծախս}$
2	մնացորդ գ ծախս	մնացորդ – ծախս
...	...	...
N	մնացորդ գ ծախս	մնացորդ – ծախս
$S : \text{մնացորդ (դրամ)}$		

Այստեղ ցիկլը սկսվում է 2-րդ քաղաքում գումարի ծախսած մասի հաշվումից և ավարտվում է, երբ ստանում ենք N -րդ քաղաքում մնացած գումարի մասը:

Խնդիր 3: Չբոսաշրջիկը 4 քաղաք այցելեց և նրանցից յուրաքանչյուրում ծախսեց իր մոտ մնացած գումարի կեսը և էլի 100 եվրո: 4-րդ քաղաքն

այցելելուց հետո նրա մոտ փող չմնաց: Ջրոսաշրջիկը որքա՞ն գումար է ծախսել յուրաքանչյուր քաղաքում:

Լուծում: *1-ին եղանակ:* Խնդիրը լուծենք թվաբանական մեթոդով՝ սկսած վերջին պայմանից՝ ներկայացնելով լուծման ալգորիթմը աղյուսակ 3-ում:

Աղյուսակ 3

քաղաք	ուներ (եվրո)	ծախսեց (եվրո)
IV	$100 : 1/2 = 200$	200
III	$(200+100) : 1/2 = 600$	$600 \text{ գ } 1/2 + 100 = 400$
II	$(600 + 100) : 1/2 = 1400$	$1400 \text{ գ } 1/2 + 100 = 800$
I	$(1400 + 100) : 1/2 = 3000$	$300 \text{ գ } 1/2 + 100 = 1600$

Պատ.՝ I – 1600 եվրո, II – 800 եվրո, III – 400 եվրո, IV – 200 եվրո:

Ներկայացնենք լուծման ալգորիթմն ընդհանուր դեպքի համար աղյուսակ 4-ում: Կատարված են հետևյալ նշանակումները. քաղաքների թիվը՝ N, ծախսած գումարը՝ m/n մաս և էլի k եվրո:

Այստեղ ցիկլը սկսվում է 2-րդ տողի հերթական՝ N-1-րդ քաղաքին անցնելիս և ավարտվում է, երբ հաշվում ենք 1-ին քաղաքում ծախսած գումարը:

Աղյուսակ 4

քաղաք	ուներ (եվրո)	ծախսեց (եվրո)
N	$k : m/n$	ուներ
N – 1	$(\text{ուներ} + k) : m/n$	$\text{ուներ գ } m/n + k$
N – 2	$(\text{ուներ} + k) : m/n$	$\text{ուներ գ } m/n + k$
...	...	...
1	$(\text{ուներ} + k) : m/n$	$\text{ուներ գ } m/n + k$

2-րդ եղանակ: Խնդիր 3-ը լուծենք հանրահաշվական մեթոդով՝ ներկայացնելով լուծման ալգորիթմն աղյուսակ 5-ում:

Աղյուսակ 5

քաղաք	ուներ (եվրո)	ծախսեց (եվրո)	
1	x	$x \text{ գ } 1/2 + 100$	(1)
2	$x - (x \text{ գ } 1/2 + 100) =$ $= x/2 - 100$	$(x/2 - 100) \text{ գ } 1/2 + 100 =$ $= x/4 + 50$	(2)
3	$x/2 - 100 - (x/4 + 50) =$ $= x/4 - 150$	$(x/4 - 150) \text{ գ } 1/2 + 100 =$ $= x/8 + 25$	(3)
4	$x/4 - 150 - (x/8 + 25) =$ $= x/8 - 175$	$x/8 - 175$	(4)
$x/8 - 175 = 100 : 1/2$ $x = 3000$			

(1)-ից՝ $3000 \text{ q } 1/2 + 100 = 1600$	(3)-ից՝ $3000/8 + 25 = 400$
(2)-ից՝ $3000/4 + 50 = 800$	(4)-ից՝ $3000/8 - 175 = 200$

Պատ.՝ I – 1600 եվրո, II – 800 եվրո, III – 400 եվրո, IV – 200 եվրո:

Ներկայացնենք լուծման ալգորիթմն ընդհանուր դեպքի համար աղյուսակ 6-ում: Այստեղ ցիկլը սկսվում է 1-ին քաղաքում ծախսած գումարի հաշվումից և ավարտվում է, երբ ստանում ենք N-րդ քաղաքում ունեցած գումարը:

Աղյուսակ 6

քաղաք	ունեք (եվրո)	ծախսեց (եվրո)	
1	x	ունեք $q \text{ m/n} + k$	(1)
2	ունեք – ծախսեց	ունեք $q \text{ m/n} + k$	(2)
...	...	...	...
N – 1	ունեք – ծախսեց	ունեք $q \text{ m/n} + k$	(n – 1)
N	ունեք – ծախսեց	ունեք	(n)
Լուծել հետևյալ հավասարումը՝ ունեք = $k : m/n$			
Հաշվել (1), (2), ..., (n) արտահայտությունների արժեքները			

Խնդիր 4: Բնական շարքի 1-ից k թվերը գրելու համար օգտագործվել է 37369 թվանշան: Գտնել k-ն:

Լուծում: 1-ին եղանակ: Խնդրի լուծումը ներկայացնենք աղյուսակային գրառմամբ (աղյուսակ 7): Պայմանի ստուգման համար այստեղ հատկացված է առանձին սյունակ: Ցիկլը կրկնվել է 4 անգամ:

Աղյուսակ 7

Օգտ. թվանշ. քան.	Թվի նիշերի քանակը	Թվերի քանակը	Թվանշ. քանակը	Թվանշ. ընդհանուր թիվը	Պայման
0	1 միանիշ թվեր	9	9 q 1=9	0+9=9	9<37369 (այո)
9	2 երկնիշ թվեր	9 q 10=90	90 q 2=180	9+180=189	189<37369 (այո)
189	3 եռանիշ թվեր	9 q 100 = = 900	900 q 3 = = 2700	189+2700 = = 2889	2889<37369 (այո)
2889	4 քառանիշ թվեր	9 q 1000= = 9000	9000 q 4= = 36000	2889+36000= = 38889	38889<37369 (ոչ)

մնացած թվանշանների քանակը՝ $37369 - 2889 = 34480$
քառանիշ թվերի քանակը՝ $34480 : 4 = 8620$
k որոնելի թիվը՝ $1000 - 1 + 8620 = 9619$

Պատ.՝ 9619:

Աղյուսակ 8-ում ներկայացված է խնդիր 4-ի լուծումը, որտեղ տրված թվանշանների քանակը նշանակված է N-ով, իսկ մնացած բոլոր փոփոխականները՝ աղյուսակում տրված համապատասխան տառերով:
Օրինակ՝ «օգտագործված թվանշանների քանակը» նշանակված է a-ով:

Աղյուսակ 8

a	b	c	d	e	
Օգտ. թվանշ. քան.	Թվի նիշերի քանակը	Թվերի քանակը	Թվանշ. քանակը	Թվանշ. ընդհանուր թիվը	Պայման՝ $e < N$
0	1 (միանիշ)	$9 \cdot 10^{b-1}$	c q b	a+d	այո
e	$b+1$ (երկնիշ)	$9 \cdot 10^{b-1}$	c q b	a+d	այո
...	...	...	...	...	...
e	$b+1$	$9 \cdot 10^{b-1}$	c q b	a+d	այո
e	$b+1$ (...անիշ)	$9 \cdot 10^{b-1}$	c q b	a+d	ոչ
մնացած թվանշանների քանակը՝ $m = N - a$ ամենաշատ նիշ ունեցող թվերի քանակը՝ $p = m : b$ k որոնելի թիվը՝ $10^{b-1} - 1 + p$					

Պատ.՝ $10^{b-1} - 1 + p$:

2-րդ եղանակ: Այն տարբերվում է առաջին եղանակից վերջին 3 գործողություններով (աղյուսակ 9): Այստեղ բացակայում է նաև «օգտագործված թվանշանների քանակը» սյունակը:

Աղյուսակ 9

Թվի նիշերի քանակը	Թվերի քանակը	Թվանշ. քանակը	Թվանշ. ընդհանուր թիվը	Պայման
1 (միանիշ)	9	9 q 1=9	0+9=9	$9 < 37369$ (այո)
2 (երկնիշ)	9 q 10=90	90 q 2=180	9+180=189	$189 < 37369$ (այո)
3 (երեքնիշ)	9 q 100 = 900	900 q 3 = 2700	189+2700 = 2889	$2889 < 37369$ (այո)
4 (քառանիշ)	9 q 1000= 9000	9000 q 4= 36000	2889+36000= 38889	$38889 < 37369$ (ոչ)

ալիգուկ թվանշանների քանակը՝ $38889 - 37369 = 1520$
 ալիգուկ քառանիշ թվերի քանակը՝ $1520 : 4 = 380$
 k որոնելի թիվը՝ $10000 - 1 - 380 = 9619$

Պատ.՝ 9619:

Ներկայացնենք լուծման ալգորիթմն ընդհանուր դեպքի համար աղյուսակ 10-ում:

Աղյուսակ 10

<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	
Թվի նիշերի քանակը	Թվերի քանակը	Թվանշ. քանակը	Թվանշ. ընդհանուր թիվը	Պայման՝ $e < N$
1 (միանիշ)	$9 \cdot 10^{b-1}$	$c \cdot q \cdot b$	d	այո
$b+1$ (երկնիշ)	$9 \cdot 10^{b-1}$	$c \cdot q \cdot b$	$e + d$	այո
...	...	...	...	...
$b+1$ (...անիշ)	$9 \cdot 10^{b-1}$	$c \cdot q \cdot b$	$e + d$	այո
$b+1$ (...անիշ)	$9 \cdot 10^{b-1}$	$c \cdot q \cdot b$	$e + d$	ոչ
ալիգուկ թվանշանների քանակը՝ $h = e - N$ ամենաշատ նիշ ունեցող թվերի քանակի ալիգուկը՝ $s = h : b$ k որոնելի թիվը՝ $10^b - 1 - s$				

Պատ.՝ $10^b - 1 - s$:

Սույն աշխատանքում խնդիրների լուծումները տրվել են աղյուսակային մեթոդով՝ հաշվի առնելով, որ այն հնարավորություն է տալիս տեսնելու խնդրի լուծման տրամաբանությունը, կրկնվող գործողությունների խումբը և պայմանը, որի դեպքում կատարվում է ցիկլը, ինչպես նաև այդ մեթոդի պրակտիկ լինելը՝ լուծման ընթացքն անմիջապես աղյուսակում գրառելու հարմարավետության տեսանկյունից: Այս խնդիրների լուծումները հաջորդ քայլում կարելի է ներկայացնել բլոկ-սխեմաներով, ինչը թույլ կտա գիտակցել ցիկլային ալգորիթմի կառուցման առանձնահատկությունները:

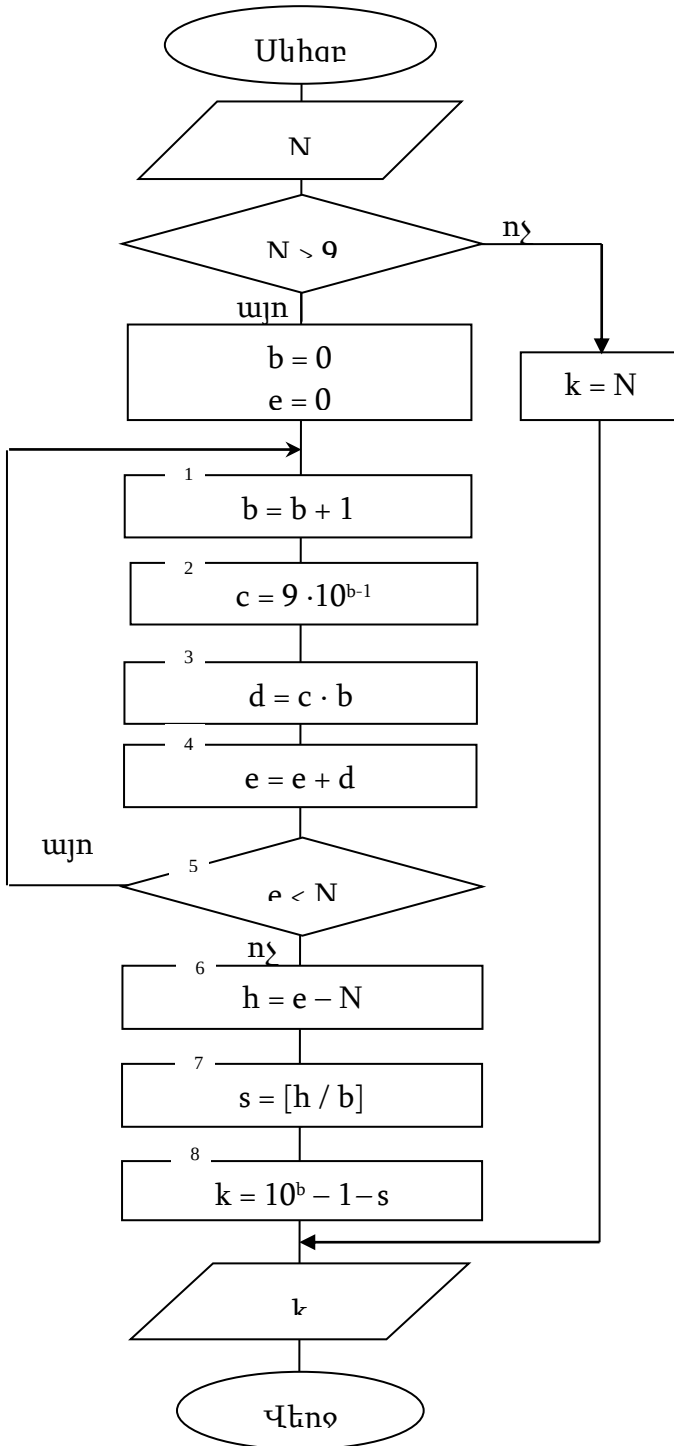
Օրինակ՝ խնդիր 4-ի երկրորդ եղանակով լուծման ալգորիթմը բլոկ-սխեմայով ներկայացված է նկար 1-ում: Ալգորիթմում բլոկները համարակալված են՝ սկսած ցիկլի մարմնից (կրկնվող գործողությունների խմբից): Կախված 5-րդ բլոկի պայմանից՝ 1-ից 4 գործողությունները կարող են կրկնվել մի քանի անգամ: Օրինակ՝ $N = 37369$ դեպքում ցիկլը կրկնվել է 4 անգամ:

Հիշեցնենք, որ գործընթաց (ուղղանկյուն) բլոկում « = » նշանը վերագրման գործողություն է նշանակում: Վերագրման գործողություն իրագործելիս նախ հաշվարկվում է արտահայտության աջ մասի արժեքը, ապա՝ արդյունքը վերագրվում ձախ մասում եղած պարամետրին¹:

Օրինակ՝ բլոկ 4-ում $e = e + d$ գրառումը նշանակում է, որ «e» փոփոխականը դառնում է հավասար իր նախորդ արժեքին՝ գումարած d փոփոխականի արժեքը:

¹ Տե՛ս Ս.Ս. Ավետիսյան, Ս.Վ. Դանիելյան, Բնֆորմատիկա, 9-րդ դասարան, Եր., Տիգրան Մեծ, 2013, էջ 50:

Նկար 1.



Գրականություն

1. Կ.Առաքելյան, Հ.Նավասարդյան, Ա.Սարգսյան, Մաթեմատիկա, խորացված դասընթաց, 8-րդ դասարան, Երևան, 2016, 96 էջ:
2. Հանրահաշիվ, 7-րդ դասարանի դասագիրք /թարգմանիչ և խմբագիր Ռուբեն Ավետիսյան, Եր., Անտարես, 2011, 208 էջ:
3. Ս.Ս. Ավետիսյան, Ս.Վ. Դանիելյան, Ինֆորմատիկա, 9-րդ դասարան, Եր., Տիգրան Մեծ, 2013, 164 էջ:

Հոդվածը տպագրության է նրաշխափորել խմբագրական կոլեգիայի
անդամ, ֆ.մ.գ.թ. Գ.Հ.Սահակյանը: