

ՀՏԴ 372.8:531

Ֆիզիկա

Կարեն ԱՐԱՄՅԱՆ

Արցախի պետական համալսարան, ֆ.մ.գ.թ.,

ընդհանուր և կիրառական ֆիզիկայի ամբոնի պրոֆեսոր:

E-mail: k_aramyan@rambler.ru

ՇՓՄԱՆ ՈՒԺԵՐԻ ՀԵՏ ԿԱՊՎԱԾ ՈՐՈՇ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Աշխատանքում դիտարկված են շփման ուժերի որոշակի հայտնի պարզ հատկություններ և շփման ուժերով պայմանավորված մի քանի խնդիրներ: Չնայած, որ խնդիրների լուծման համար գտագործվում են շփման ուժերի պարզ հատկություններ, լուծումները պահանջում են ստեղծագործական մոտեցում և օժտված են բնօրինակությամբ:

Բանալի բառեր: Շփում, շփման ուժեր, խնդիր:

К.Арамян

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ, СВЯЗАННЫЕ С СИЛАМИ ТРЕНИЯ

В работе рассмотрены некоторые известные свойства сил трения и несколько задач, связанных с ними. Несмотря на то, что для решения задач используются известные простые свойства сил трения, решение задач требует творческого мышления и обладает оригинальностью.

Ключевые слова: Трение, силы трения, задача

K.Aramyan

TO FRICTION FORCES RELATED SOME TASKS

In the work some wellknown properties of friction forces and several problems associated with them are considered. Despite the fact that for solving problems wellknown simple properties of friction forces are used, solving problems requires a creative approach and original thinking.

Keywords: friction, friction forces, task.

Շփման ուժը երկու մարմինների հպման դեպքում առաջացող և դրանց հարաբերական շարժումը խոչընդոտող ուժն է: Շփման առաջացման

պատճառներ են հավոդ մակերևույթների անհարթությունները և այդ մակերևույթների մոլեկուլների փոխազդեցությունը: Շփման ուժը կախված է շփվող մակերևույթների նյութից և նրանից, թե ինչքան ուժեղ են այդ մակերևույթները իրար հաված:

Երկու հավոդ մարմինների միջև հարաբերական շարժման առկայության դեպքում նրանց փոխազդեցության արդյունքում առաջացող շփման ուժերը կարելի է դասակարգել հետևյալ կերպ.

- *Ղաղարի շփում* – ուժ, որը առաջանում է երկու հավոդ մարմինների միջև և խոչընդոտում է դրանց հարաբերական շարժումը:
 - *Մահքի շփում* – ուժ, որը առաջանում է հավոդ (փոխազդող) մարմիններից մեկի մյուսի նկատմամբ տեղափոխություն կատարելիս և այդ մարմնի վրա ազդում է սահքի ուղղությամբ հակառակ ուղղությամբ:
 - *Գլորման շփում* – ուժի պահ, որը առաջանում է երկու հավոդ մարմինների միջև, նրանցից մեկը՝ մյուսի նկատմամբ պտտվելու դեպքում և ուղղված է պտտմանը հակառակ:
- Ըստ փոխազդեցությունների՝ ֆիզիկայի շփման ուժերը կարելի է դասակարգել հետևյալ կերպ.
- *չոր*,
 - *մածուցիկ (հեղուկ)*,
 - *սահմանային*, երբ հպման տիրույթում կարող են պարունակվել տարբեր բնույթի շերտեր և հատվածներ,
 - *խառը*, երբ հպման տիրույթը պարունակում է չոր և մածուցիկ շփման գոտիներ,
 - *էլաստոհիդրոդինամիկ (մածուցիկ-առաձգական)*, երբ որոշիչ դեր ունի քսանյութում ներքին շփումը: Այն առաջանում է տեղափոխության հարաբերական արագությունների մեծացման դեպքում:

Հոդվածում դիտարկված են շփման ուժերի հետ կապված պարզ խնդիրներ, որոնց լուծման համար բավական է կիրառել շփման ուժերի հայտնի հատկությունները՝

1. շփման ուժը ուղղված է մարմնի շարժման հակառակ ուղղությամբ,
2. շփման ուժը ուղիղ համեմատական է մարմնի գործադրած ճնշման ուժին:

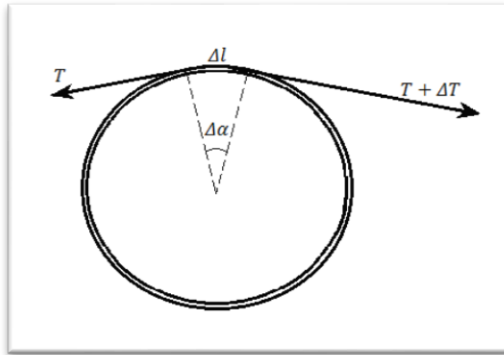
Չնայած պարզությանը՝ դիտարկված խնդիրների լուծման համար անհրաժեշտ է կիրառել որոշ հմտություններ և ֆիզիկական դատողության ունակություն:

1. Չողի վրա փաթաթած պարան (Էլերի խնդիր)

Նավը կարելի է կանգնեցնել՝ նրանից նետած պարանը փաթաթելով ձողի շուրջ՝ դրա ազատ ծայրին փոքր ուժ գործադրելով:

Հաշվարկել, թե պարանի կողմից նավի վրա ազդող ուժը քանի անգամ է գերազանցում պարանի ազատ ծայրին գործադրած ուժին, եթե պարանը փաթաթված է ձողի շուրջ մի քանի անգամ, պարանի և ձողի միջև շփման գործակիցը μ է։^[1]

Ուժի մեջ շահումը ձեռք է բերվում պարանի գալարների՝ ձողի մակերևույթի հետ շփման շնորհիվ:

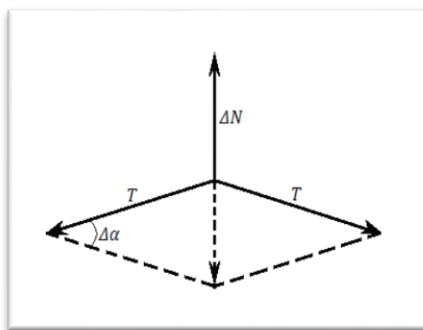


Նկ. 1) Պարանի Δl էլեմենտի վրա ազդում են հարևան հատվածների T և $T + \Delta T$ ուժերը

Դիտարկենք պարանի գալարի Δl փոքր էլեմենտը, որը բնութագրվում է $\Delta\alpha$ անկյունով (նկ. 1): Այդ էլեմենտի վրա պարանի հարևան հատվածների կողմից ազդում են T և $T + \Delta T$ լարվածության առաձգական ուժերը, որոնք ուղղված են ձողի մակերևույթի շոշափողներով և կիրառված են նշված հատվածի ծայրակետերում: Այդ ուժերի ΔT տարբերությունը պայմանավորված է նշված էլեմենտի վրա $\Delta F_{\text{տա}}$ սահքի շփման ուժի ազդեցությամբ: Լարվածության ուժերի համագործ ունի նաև շառավղով դեպի ձողի կենտրոնը ուղղված բաղադրիչ: Այդ բաղադրիչը հավասարակշռվում է Δl էլեմենտին նորմալով ուղղված ձողի ΔN հակազդեցության ուժով: Նկ.2-ի կառուցման ժամանակ հաշվի է առնված, որ գալարի փոքր Δl էլեմենտի համար տեղի ունի $\Delta T/T \ll 1$ առնչությունը:

Այդ դեպքում

$$\Delta N \approx T \Delta\alpha \quad (1)$$



Նկ. 2) ΔN նորմալ ռեակցիայի ուժի հաշվարկի համար

Սահքի շփման ուժի $\Delta F_{\text{շփ}}$ արժեքը հակազդեցության ΔN ուժի մեծության հետ կապված է

$$\Delta F_{\text{շփ}} = \mu \Delta N \quad (2)$$

առնչությամբ:

Տեղադրելով (1)–ից ΔN –ի արժեքը և հաշվի առնելով, որ $F = \Delta T$, ստանում ենք

$$\Delta T = \mu T \Delta \alpha \quad (3)$$

Պարանի T լարվածությունը դիտարկենք որպես α անկյան ֆունկցիա: Այդ դեպքում (3)–ում, անցնելով սահմանի, երբ $\Delta \alpha \rightarrow 0$ և հաշվի առնելով, որ $\Delta T / \Delta \alpha$ հարաբերությունը $\Delta \alpha \rightarrow 0$ դեպքում դառնում է $'(\alpha)$, ստացվում է

$$T'(\alpha) = \mu T(\alpha) \quad (4)$$

դիֆերենցիալ հավասարումը:

Այդ հավասարման լուծումը ունի հետևյալ տեսքը

$$T(\alpha) = C e^{\mu \alpha} \quad (5)$$

Ինչպես երևում է (5)–ից, $\alpha = 0$ դեպքում պարանի լարվածության T_0 ուժը պարանի ազատ եզրին գործադրված ուժն է: Դրա համար

$$T(\alpha) = T_0 e^{\mu \alpha} \quad (6)$$

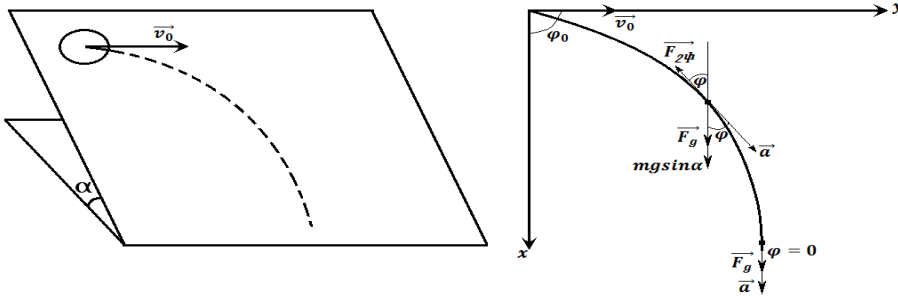
Այս արտահայտությունից հետևում է, որ պարանի մի եզրին գործադրած $T(\alpha_1)$ (երբ $\alpha = \alpha_1$) լարվածության հարաբերությունը մյուս եզրին գործադրած T լարվածությանը, որը հավասար է $e^{\mu \alpha}$, կախված չէ n չ պարանի տրամագծից, n չ էլ պարանի հաստությունից և որոշվում է միայն μ շփման գործակցով և պտույտների $n = \alpha_1 / 2\pi$ քանակով:

$e^{\mu \alpha_1} = e^{2\pi \mu n}$ էքսպոնենցիալ ֆունկցիան աճում է շատ արագ: n –ի ամբողջ արժեքների դեպքում դա $e^{2\pi \mu}$ հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսսիա է: Օրինակ, նույնիսկ μ –ի 0,1–ի հավասար արժեքի դեպքում, մեկ պտույտից հետո ($n=1$) պարանի լարվածությունը կաճի $e^{2\pi \mu} \approx e^{0,63} \approx 1,67$ անգամ, իսկ 3 պտույտից հետո՝ $e^{2\pi \mu 3} \approx 6,55$:

Պետք է նշել, որ ուժի փոփոխության նկարագրված եղանակը անդարձելի է: Այդ պատճառով նշված ձևով կարելի է միայն կանգնեցնել նավը, բայց ոչ ձգել դեպի ափը: Սակայն, եթե շարժման մեջ դնել ձողը շարժիչի միջոցով, ապա կարելի է ձգել նավը դեպի ափ [1]:

2. Սահող մետաղադրամը

Թեք հարթության վրա, որի համար $\text{tg} \alpha = \mu$, գտնվում է մետաղադրամ: Հարթության երկայնքով հորիզոնական ուղղությամբ մետաղադրամին հաղորդում են v_0 արագություն: Գտնել մետաղադրամի կայունացած արագությունը [1]:



Նկ. 3) Մետաղադրամի վրա ազդող ուժերը և շարժման հետագիծը

Շարժման ամբողջ ընթացքում $F_{2\phi}$ և F_g ուժերը մնում են մեծությամբ իրար հավասար՝ $F_{2\phi} = F_g = mgsin\alpha$: Հետևաբար, եթե նրանց $F = F_{2\phi} + F_g$ գումարը մի անգամ պրոյեկտենք F_g -ի ուղղությամբ, իսկ մյուս անգամ՝ արագության ուղղությամբ, կստանանք մեծությամբ հավասար և ուղղությամբ հակադիր այդ ուժերի գումարի պրոյեկցիայի արժեքը:

$$ma_x = F_g - F_{2\phi} \cos\varphi = mgsin\alpha(1 - \cos\varphi) \quad (7)$$

$$ma_\tau = -F_{2\phi} + F_g \cos\varphi = mgsin\alpha(\cos\varphi - 1) \quad (8)$$

Դա նշանակում է, որ շարժման ընթացքում $a_x + a_\tau = 0$, հետևաբար, ինտեգրելով կստանանք

$$v_x + v = const \quad (9)$$

կամ $v \cos\varphi + v = v(1 + \cos\varphi) = const$:

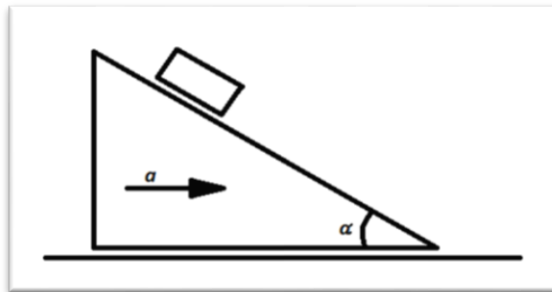
Հաստատունը որոշվում է սկզբնական պայմաններից՝

$$v|_{\varphi=90^\circ} = v_0 \Rightarrow const = v_0 \Rightarrow v = \frac{v_0}{1 + \cos\varphi} : \quad (10)$$

Արագության կայունացման դեպքում $\varphi=0$, և $v = \frac{v_0}{1 + \cos 0} = \frac{v_0}{2} :$

3. Բեռը արագացումով շարժվող թեք հարթության վրա

Հորիզոնի հետ α անկյուն կազմող թեք հարթությունը շարժվում է նկ.1 – ում ցուցադրված հորիզոնական a արագացումով: Ինչպե՞ս է շարժվելու նրա վրա գտնվող չորսուկ, եթե չորսուկի և հարթության շփման գործակիցն է՝ μ :



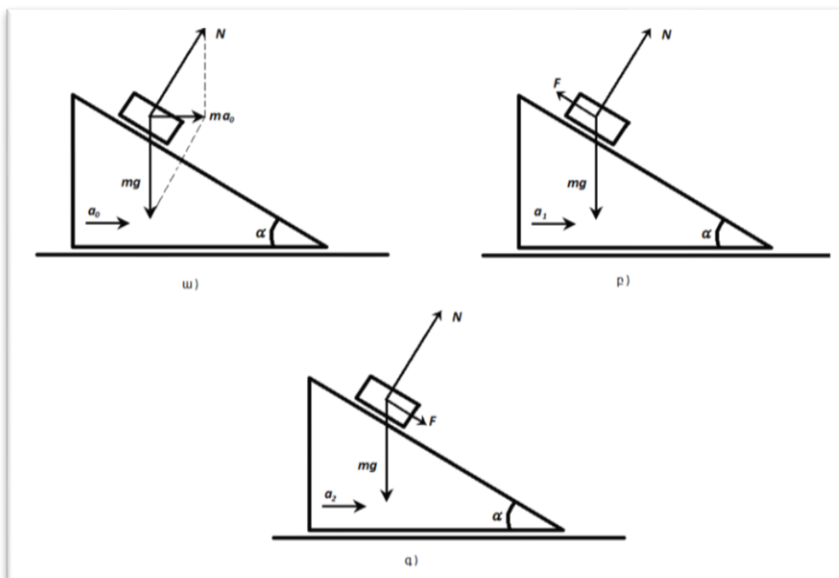
Նկ.4) Թեք հարթությունը շարժվում է տրված a արագացմամբ

Սկզբից դիտարկենք այն պարզագույն դեպքը, երբ հարթությունը դադարի վիճակում է կամ շարժվում է հավասարաչափ ($a = 0$): Այդ դեպքում չորսուի պահվածքը հետազոտվում է պարզ եղանակով: Եթե $\mu \geq tg\alpha$, չորսուն հարթության վրա դադարի վիճակում է, $\mu < tg\alpha$ դեպքում չորսուն արագացումով սահում է ներքև:

Հիմա պարզենք, թե ինչ պայմանի դեպքում չորսուն անշարժ կմնա թեք հարթության վրա դրա արագացումով՝ շարժման դեպքում: Չորսուի արագացումը, այդ դեպքում պիտի համընկնի հարթության արագացման հետ: Դրա համար անհրաժեշտ է, որ չորսուի վրա ազդող բոլոր ուժերի վեկտորական գումարը լինի հավասար նրա զանգվածի և a արագացման արտադրյալին:

Չորսուի վրա ազդում են mg ծանրության ուժը, թեք հարթության N հակադեցության ուժը և դադարի շփման F ուժը: Հիշենք որ դադարի շփման ուժի արժեքը կարող է փոխվել 0 -ից մինչև μN -ին հավասար առավելագույն արժեքի: Այն կարող է թեք հարթության երկայնքով ուղղված լինել ինչպես վերև, այնպես էլ ներքև:

Եթե հարթության a_0 արագացումը այնպիսին է, որ $mg + N = a_0$, ապա շփման ուժը բացակայում է՝ $F = 0$ (նկ.5 ա): Դա, իհարկե, չի նշանակում, որ թեք տախտակը դարձել է ողորկ: Ուղղակի $a = a_0$ դեպքում չորսուի և մակերևույթի հարաբերական արագությունը հավասար է զրոյի՝ շփման ուժերի բացակայությամբ ևս, և այդ պատճառով շփման ուժ չի առաջանում: Նկ.2 ա – ից երևում է, որ $a_0 = g \cdot tg\alpha$:



Նկ. 5) Բեռի վրա ազդող ուժերը, թեք հարթության արագացման տարբեր արժեքների դեպքում

Եթե թեք հարթության a արագացումը փոքր է a_0 -ից, ապա շփման բացակայության դեպքում՝ այսինքն $\mu = 0$, չորսուն կսահի ներքև, $\mu \neq 0$

դեպքում առաջանում է թեք հարթության երկայնքով վերև ուղղված շփման ուժ և չորսուն մնում է անշարժ: Բայց քանի որ դադարի շփման ուժի արժեքը չի կարող գերազանցել μN , ապա հարթության արագացման բավականին փոքր արժեքի դեպքում՝ ինչ-որ a_1 արժեքից փոքր, չորսուն սահելու է ներքև: Արագացման այդ a_1 արժեքը գտնվում է այն պայմանից, որ F շփման ուժը հավասար է իր առավելագույն μN արժեքին և ուղղված է թեք հարթությամբ վերև (նկ.2 բ): Կազմենք չորսուի շարժման հավասարումը՝ $mg + N + F = ma_1$, և պրոյեկտենք այն թեք հարթության երկայնքով և դրա նորմալի վրա՝

$$\begin{aligned} mgsin\alpha - \mu N &= ma_1 \\ N - mgcos\alpha &= ma_1 sin\alpha \end{aligned} \quad (11):$$

Արտաքսելով N -ը՝ ստացվում է $a_1 = g \frac{sin\alpha - \mu cos\alpha}{cos\alpha + \mu sin\alpha}$: Այսպիսով, եթե հարթության $a < a_1$ արագացումը, ապա չորսուն սահում է ներքև:

Նկատենք, որ $\mu > tg\alpha$ դեպքում a_1 արագացումը դառնում է բացասական: Որն է դրա իմաստը: Հիշենք, որ $\mu \geq tg\alpha$ դեպքում չորսուն չի սահելու նույնիսկ $a = 0$ դեպքում: Չորսուն չի սահելու նաև, երբ $a < 0$, երբ հարթության արագացումը ուղղված է ձախ, այնքան ժամանակ քանի դեռ արագացման արժեքը չի գերազանցել $|a_1|$: Իրոք, (1) հավասարումները ճիշտ են նաև այն դեպքում, երբ a_1 արագացումը ուղղված է ձախ, եթե a_1 -ի տակ հասկանանք նրա պրոյեկցիան հորիզոնական ուղղության վրա:

Այսպիսով, ստացվեց չորսուի ներքև սահելու պայմանը կամայական μ -ի և a -ի համար՝

$$a < g \frac{sin\alpha - \mu cos\alpha}{cos\alpha + \mu sin\alpha} :$$

Այժմ ենթադրենք, որ հարթության a արագացումը մեծ է a_0 -ից: $\mu = 0$ դեպքում չորսուն կտեղափոխվեր թեք հարթությամբ վերև: $\mu \neq 0$ դեպքում առաջանում է դադարի շփման ուժը, որը ուղղված է թեք հարթությամբ ներքև և չորսուն հարթության վրա կմնա անշարժ: a -ի աճի հետ, աճում է նաև շփման ուժը, և երբ արագացումը դառնում է այնպիսին, որ F շփման ուժը հասնում է իր μN առավելագույն արժեքին, չորսուն սկսում է սահել վերև: Պարզենք, թե հարթության արագացման ինչ a_2 արժեքի դեպքում է շփման ուժը դառնում հավասար μN (նկ.2 գ): Վերը նշվածի նման կազմելով բեռի շարժման հավասարումը՝ $mg + N + F = ma_2$, և պրոյեկտելով այն նույն ուղղությունների վրա՝ $mgsin\alpha + \mu N = ma_2 cos\alpha$ ստացվում է

$$\begin{aligned} N - mgcos\alpha &= ma_2 sin\alpha \\ a_2 &= g \frac{sin\alpha + \mu cos\alpha}{cos\alpha - \mu sin\alpha} : \end{aligned}$$

Այսպիսով, եթե հարթության արագացումը $a > a_2$, չորսուն սահում է վերև: Նկատենք, որ $\mu = ctg\alpha$ դեպքում a_2 վեր է ածվում անվերջության: Դա

նշանակում է, որ $\mu \geq ctg\alpha$ դեպքում չորսուն չի սահելու վերև հարթության արագացման ոչ մի արժեքի դեպքում [2]:

Ամբողջացնելով ստացված արդյունքները՝ կարելի է թեք հարթության վրա չորսուի անշարժ լինելու պայմանը գրանցել հետևյալ տեսքով՝

$$g \frac{\sin\alpha - \mu \cos\alpha}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha} \leq a \leq \begin{cases} g \frac{\sin\alpha + \mu \cos\alpha}{\cos\alpha - \mu \sin\alpha}, & \mu < ctg\alpha : \\ \infty, & \mu \geq ctg\alpha \end{cases}$$

Գրականության

1. Օ. Յա. Սավչենկո, Ֆիզիկայի խնդիրներ (Ուսումնական ձեռնարկ), Երևան, Տիգրան Մեծ, 2008:
2. Е.И.Бутиков, А.А.Быков, А.С.Кондратьев, Физика в примерах и задачах” М.Наука, 1979.

Հոդվածը տպագրության է նրաշխարհում խմբագրական կոլեգիայի անդամ, ֆ.մ.գ.դ., Ա.Գ. Ալեքսանյանը: