

ՄԱՆԿԱԿԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆ և ՄԵԹՈԴԻԿԱ

ՍՈՑԻԱԿԱՆ ՔԱՌԱԿՈՒՄԻՆ ՈՐՊԵՍ ԿՐՏՍԵՐ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆՆԵՐԻ ՀԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ՀՄՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՁԵՎԱԿՈՐՄԱՆ ՄԻՋՈՑ*

ՀՏԴ 373

Ավանեսյան Լիդա

Մ. գ. թ., դասախոս
Մաթեմատիկայի և տարրական ուսուցման մեթոդիկայի ամբիոն
Սկզբնական կրթության ֆակուլտետ,
Հայկական պետական մանկավարժական համալսարան
Երևան, Հայաստան
Avanesyanlida43@aspu.am, avanesyanlida@gmail.com

Հովհաննիսյան Անահիտ

Տարրական դասարանների ուսուցչուհի
Երևանի խաչատուր Աբովյանի անվան հ. 2 հիմնական դպրոց
Երևան, Հայաստան
anahit_1987@mail.ru, anahit1987hovhannisyan@gmail.com

Հանրակրթական դպրոցներում «Մաթեմատիկա» դասընթացի ուսուցման կարևորագույն խնդիրներից մեկը աշակերտների մոտ հաշվողական հմտությունների ձևավորումն է, որոնց հիմք է հանդիսանում բանավոր և գրավոր հաշվումների հնարների գիտակցված և հաստատուն յուրացումը: Սովորողների գիտակից և ամուր հաշվողական հմտությունների զարգացման համար շատ ուսուցիչներ օգտագործում են տարբեր մեթոդական հնարքներ և ձևեր: Հոդվածում առաջարկում ենք առանձնահատուկ ուշադրություն դարձնել մոզական քառակուսիներին, որոնց լրացումը նպաստում է ոչ միայն հաշվողական հմտությունների և մաթեմատիկայի նկատմամբ հետաքրքրության ձևավորմանը, այլև՝ մաթեմատիկայի տեսության և գործնականի կապի ապահովմանը: Աշխատանքում մեկնաբանվել է, թե ինչպես է որոշվում քառակուսու մոզական հաստատունը և քառակուսու մեջտեղում գտնվող թիվը, ինչպես կարելի է արդեն լրացված քառակուսու միջոցով ստանալ բազմաթիվ այլ մոզական քառակուսիներ: Ներկայացրել ենք նաև առաջադրանքների օրինակներ, որոնք կարող են տարրական դասարանների ուսուցիչները կիրառել մաթեմատիկայի դասարանական և արտադասարանային աշխատանքներում: Դասարանական աշխատանքներում մոզական քառակուսիների լրացումը հնարավոր է կապել օրվա անցած նյութի հետ: Օրինակ՝ գումարի անհայտ բաղադրիչը գտնելը, գումարի և տարբերության հատկությունները (գումարելիները մի քանի միավոր

* Հոդվածը ներկայացվել է 17.08.2022

Տպագրության է երաշխավորել մ.գ.դ., պրոֆեսոր Զ.Գյուլամիրյանը: 25.08.2022:

Հոդվածը ընդունվել է տպագրության 5.09.2022:

րով (m, n, k) մեծացնելիս գումարը ևս նույնքան միավորով ($m+n+k$) մեծանում է): Քառակուսիների մոգության բացահայտումն իմացումի հրճվանք է պատճառում աշակերտներին և մղում նոր բացահայտումների, ինչն էլ իր հերթին նպաստում է աշակերտների որոնողական կարողությունների ծավալումանը:

Այսպիսով՝ մոգական քառակուսիներ լուծելը նպաստում է հաշվողական հմտությունների զարգացմանն ու ամրապնդմանը, տրամաբանական մտածողության, սեփական գործունեությունը վերահսկելու և պլանավորելու կարողությունների, հետաքրքրասիրության և մաթեմատիկայի նկատմամբ ճանաչողական հետաքրքրության զարգացմանը, ինչն էլ փաստում է, որ դրանց առկայությունը ցանկալի (եթե ոչ պարտադիր) է տարրական դասարանների մաթեմատիկայի դասագրքերում:

Բանալի բառեր՝ մոգական (կախարդական) քառակուսի, հաշվողական հմտությունների ծավալում, կրտսեր դպրոցական, «Մաթեմատիկա» դասընթաց, թվաբանական գործողություններ, անհայտ բաղադրիչ գտնել:

Ներածություն

Հանրակրթական դպրոցներում «Մաթեմատիկա» դասընթացի ուսուցման կարևորագույն խնդիրներից մեկը աշակերտների մոտ հաշվողական հմտությունների ծավալումն է, որոնց հիմք է հանդիսանում բանավոր և գրավոր հաշվումների հնարների գիտակցված և հաստատուն յուրացումը: Սովորողների գիտակից և ամուր հաշվողական հմտությունների զարգացման համար շատ ուսուցիչներ օգտագործում են տարբեր մեթոդական հնարքներ և ձևեր: Մենք առաջարկում ենք այդ տեսանկյունով դիտարկել մոգական քառակուսիների լրացումը:

Հին ժամանակներից, երբ մարդիկ սովորել էին հաշվել, նկատել են, որ թվերն ունեն տարբեր առեղծվածային հատկություններ, որոնք նրանք չեն կարողացել բացատրել: Նման հատկությունների դրսևորումներից են այսպես կոչված կախարդական (մոգական) քառակուսիները: Այս հատուկ քառակուսիները միշտ ուշադրություն են գրավել ոչ այնքան իրենց մաթեմատիկական հատկություններով, որքան դրանցում թաքնված առեղծվածային հատկություններով:

Մենք որոշեցինք պարզել, թե ինչպիսի քառակուսիներ են դրանք, և ինչու են դրանք ուսումնասիրում և՛ դպրոցականները, և՛ գիտնականները:

Նպատակ.

Ելնելով վերոգրյալից՝ աշխատանքի նպատակն է ուսումնասիրել մոգական քառակուսիները և տալ տեսական հիմնավորում տարրական դասարանների մաթեմատիկայի դասընթացում մոգական քառակուսիների ընդգրկման համար:

Այս նպատակին հասնելու համար մենք առաջադրել ենք հետևյալ խնդիրները.

- սահմանել «մոգական քառակուսի» հասկացությունը,
- ուսումնասիրել մոգական քառակուսիների զարգացման պատմությունը,
- դիտարկել տարբեր տեսակի մոգական քառակուսիներ,
- ուսումնասիրել մոգական քառակուսիների օգտագործման օրինակներ մարդկային գործունեության տարբեր ոլորտներում,

- վերլուծել տարրական դպրոցի մաթեմատիկայի դասագրքերը և մեթոդական նյութերը,
- հավաքագրել և մշակել մոզական քառակուսիների վերաբերյալ առաջադրանքներ՝ նախատեսված տարրական դպրոցի համար,
- որոշել տարրական դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում մոզական քառակուսիների օգտագործման նպատակը,
- կարևորել այս թեմայի հետագա ուսումնասիրության հեռանկարները:

Գրական ակնարկ

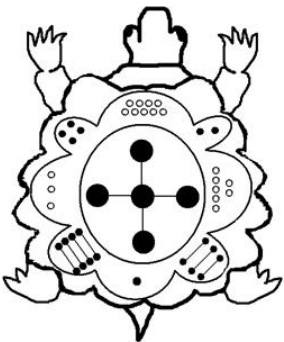
Կախարդական կամ մոզական քառակուսին ուժ չափերով քառակուսի աղյուսակ է, որը լրացվում է թվերով այնպես, որ յուրաքանչյուր տողի, յուրաքանչյուր սյունակի և երկու անկյունագծերից յուրաքանչյուրի թվերի գումարը լինի նույնը: Այդ գումարը կոչվում է մոզական հաստատուն՝ *M*: Օրինակ՝ 3×3 կախարդական քառակուսու ամենափոքր կախարդական հաստատունը 15 է, 4×4 քառակուսինը՝ 34, 5×5 քառակուսինը՝ 65:

Եթե քառակուսու թվերի գումարները հավասար են միայն տողերում և սյունակներում, ապա այն կոչվում է **կիսակախարդական կամ կիսամոզական**:

«Ես թվաբանության մեջ ավելի գեղեցիկ բան չգիտեմ, քան այս թվերը, որոնք կոչվում են ոմանք՝ մոլորակային, իսկ մյուսները՝ մոգություն», - գրել է նրանց մասին հայտնի ֆրանսիացի մաթեմատիկոս, թվերի տեսության ստեղծողներից մեկը՝ Պիեռ դե Ֆերման: [1]

Մոզական քառակուսիներն առաջացել են հին ժամանակներում Չինաստանում: Հավանաբար «ամենահին» մոզական քառակուսին, որը հասել է մեզ, Լոշու սեղանն է (մոտ 2200 թ. մ.թ.ա.): Այն ունի 3×3 չափ և լցված է 1-ից 9-ը բնական թվերով: Այս քառակուսիում յուրաքանչյուր տողի, սյունակի և անկյունագծի թվերի գումարը 15 է:

Ըստ լեգենդներից մեկի՝ Լո Շուի նախատիպը միացված սև և սպիտակ կետերի նախշեր, որը զարդարում էր հսկայական կրիայի պատյանը, որին չինական քաղաքակրթության առասպելական նախահայր Ֆուկին ժամանակին հանդիպել է Լո Շուի գետի ափին: Երկնային կայսրության բնակիչները Լոշու սեղանը սուրբ էին համարում, նրանց մտքով անգամ չէր անցնում նմանատիպ ավելի մեծ քառակուսիներ կազմել, ուստի վերջիններս սկսեցին հայտնվել միայն երեք հազարամյակ անց [2]:



4	9	2
3	5	7
8	1	6

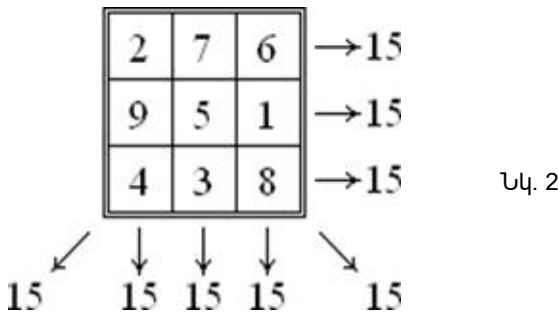
Նկ. 1 Կրիայի պատյանի նախշերը [3]

Չինաստանից կախարդական քառակուսիները տարածվել են նախ՝ Հնդկաստան, ապա՝ Ճապոնիա և այլ երկրներ: Արևելքում դրանք համարվում էին գաղտնի իմաստով լի կախարդական խորհրդանիշներ և օգտագործվում էին կախարդանքներում՝ հմայիլներում:

«Մոգական» քառակուսիներ անվանումն առաջացել է արաբներից, ովքեր իրենց հատկությունների մեջ ինչ-որ առեղծվածային բան էին տեսնում և, հետևաբար, քառակուսիները վերցնում էին որպես թալիսմաններ, որոնք պաշտպանում էին դրանք կրողներին բազմաթիվ դժբախտություններից: [2]

Բովանդակություն

Տարրական դասարաններում մոգական քառակուսիներից ամենամատչելին հետևյալն է (տես նկ. 2), որի հաստատունը 15 է: Այս տարիքի երեխաների համար «հաստատուն» բառի փոխարեն օգտագործում ենք «բանալի թիվ» հասկացությունը:



Նկ. 2

Գոյություն ունեն մոգական քառակուսիների մի քանի տեսակներ, սակայն մենք կդիտարկենք միայն 3×3 չափի քառակուսիները: Նման քառակուսիների ամենափոքր հաստատունը 15 է: Ահա թե ինչպես է այն պարզվում:

Եղանակ 1: Այն հարմար է կրտսեր դպրոցականների համար:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 4 \cdot 10 + 5 = 45$$



$M = 45 : 3 = 15$: Սա մոգական քառակուսու հաստատունն է:

$15 : 3 = 5$: Սա մոգական քառակուսու մեջտեղում գրվող թիվն է:

Եղանակ 2: Այս եղանակը նախատեսված է ուսուցիչների համար:

Մոգական քառակուսին կարելի է հաշվել բանաձևի միջոցով.

$\frac{n(n^2+1)}{2}$, որտեղ n -ը տողերի քանակն է:

$$\text{Եթե } n = 3, \text{ ապա } M = \frac{n(n^2+1)}{2} = \frac{3(3^2+1)}{2} = \frac{3 \cdot 10}{2} = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15:$$

ՄԵՍՐՈՊ ՄԱՇՏՈՑ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԼՐԱՏՈՒ 2022

Կառուցենք մոգական քառակուսին.

Նկ. 3 Մեջտեղում գրում ենք 5:

Նկ. 4 Անկյուններում տեղադրում ենք զույգ թվերն այնպես, որ դրանց գումարը հավասար լինի 10:

Նկ. 5 Հաջորդիվ ազատ վանդակներում տեղադրում ենք կենտ թվերն այնպես, որ քառակուսին դառնա մոգական:

Վարվելով այս սխեմայով՝ կարելի է կառուցել 3x3 չափի մոգական քառակուսու բազմաթիվ օրինակներ: Այն իրենից ներկայացնում է կոմբինատորային խնդիր:

Մինչ վերոգրյալի հետ աշակերտներին ծանոթացնելը ցանկալի է, որ աշակերտները մոգական քառակուսու լուծումն իրականացնեն մի քանի փուլով.

Նկ. 6 Երբ բաց են թողնված յուրաքանչյուր տողում մեկ թվեր:

Նկ. 7 Երբ բաց է թողնված ավելի շատ թիվ:

Նկ. 8 Երբ լրացված է միայն մեկ անկյունագիծը:

Նկ. 9 Երբ քառակուսին դատարկ է, և աշակերտներին առաջարկվում է լրացնել այն, երբ բանալի թիվը 15 է:

Երբ աշակերտները կյուրացնեն այս տիպի մոզական քառակուսիները լուծել (առաջին դասարանի առաջին կիսամյակ), կարելի է երկրորդ դասարանի առաջին կիսամյակում արդեն առաջարկել լուծել 3×3 չափի այնպիսի մոզական քառակուսիներ, որոնց բանալի թիվը 15 չէ:

Մեկնաբանենք, թե ինչպես է սա հնարարավոր: Մեզ արդեն հայտնի քառակուսու թվերը եթե մեծացնենք (փոքրացնենք) նույնքան միավորով կամ մեծացնենք նույնքան անգամ, ապա էլի կստանանք մոզական քառակուսի: Օրինակ՝ կառուցենք մոզական քառակուսի, որի կենտրոնում գրված է 13: Սա նշանակում է, որ քառակուսու բոլոր թվերին պետք է ավելացնել 8 ՝ $13 - 5 = 8$:

16	9	14
11	13	15
12	17	10

Նկ. 10 Այս դպեքում $M = 39$:

Այստեղ կարելի է քննարկել, որ բոլոր գումարելիները նույն միավորով մեծացնելու դեպքում գումարը մեծանում է այդ միավորի եռապատիկի չափով: Օրինակ՝ $15 + 3 \cdot 8 = 39$ (տե՛ս նկ. 10): Երրորդ դասարանում աշակերտները ծանոթանում են գումարման հատկություններին, որոնցից մեկն էլ այս առաջադրանքի հիմքում է՝ գումարի փոփոխությունը կապված գումարելիների միաժամանակյա փոփոխության հետ:

Այս աշխատանքը նպաստում է հաշվողական հմտությունների ձևավորմանը, մասնավորապես՝ 20-ի սահմանում, ապա 21-100-ի սահմանում գումարում և հանում կատարելու, անհայտ բաղադրիչը գտնելու, ինչպես նաև՝ մաթեմատիկայի նկատմամբ հետաքրքրությունների ձևավորմանը:

Երբ երկրորդ դասարանի երկրորդ կիսամյակում աշակերտները կծանոթանան բազմապատկում գործողությանը, այդժամ կարելի է առաջարկել այնպիսի մոգական քառակուսի, որի թվերից յուրաքանչյուրը մեծացվել է նույնքան անգամ: Օրինակ՝ քառակուսու կենտրոնում գրում ենք 15:

$15 : 5 = 3$, հետևում է, որ մյուս թվերը ևս 3 անգամ պետք է մեծացնել: Բանալի թիվը ստացվելու է $45 : 3 = 15$: Երբ աշակերտներին սա ներկայացվի, ապա կարելի է հանգեցնել թիվը գումարով բազմապատկելու կանոնին. $3a + 3b + 3c = 3 \cdot (a + b + c) = 3M$:

Երրորդ դասարանի սկզբում, երբ աշակերտները հեշտությամբ լուծում են մոգական քառակուսիները, կարելի է առաջարկել «բացահայտել մոգական քառակուսու գաղտնիքը», որը ներկայացրել ենք սկզբում՝ երկու եղանակով: Արդեն լուծված մոգական քառակուսիների «մոգության» բացահայտումն իմացումի հրճվանք է պատճառում աշակերտներին և մղում նոր բացահայտումների և փորձեր կատարելու:

Այժմ նրանց կարելի է հանձնարարել նմանատիպ առաջադրանք.

Լրացնել մոգական քառակուսին, եթե բանալի թիվը 42 է: (Բանալի թիվը պետք լինի երեքի պատիկ):

Նկ. 11

Արդեն գիտենք, որ քառակուսու կենտրոնի թիվը կարելի է գտնել հետևյալ կերպ.

$42 : 3 = 14$: Մնացած թվերը պետք է մեծացնել 9-ով՝ $14 - 5 = 9$: Կստացվի հետևյալը.

17	10	15
12	14	16
13	18	11

Նկ. 12

Կարելի է առաջարկել ուսումնասիրել քառակուսու թվերը և գտնել օրինաչափությունը:

Երբ այս նրբությունները յուրացվեն, ապա կարելի է հանձնարարել նմանատիպ առաջադրանքներ.

1. Գտնել բանալի թիվը.

ա)			բ)			գ)		
10	9	14	10	3	8	15	16	11
15	11	7	5	7	9	10	14	18
8	13	12	6	11	4	17	12	13

Որոշել, թե ինչ փոփոխություն է կատարվել մոգական հաստատունի հետ:

2. Լրացնել մոգական քառակուսին, եթե.

ա) 24, բ) 30, գ) 35, դ) 36:

Մոգական քառակուսու շատ տեսակներ կան կապված վանդակների քանակի հետ, սակայն տարրական դպրոցում քննարկվում են 3×3 չափի մոգական քառակուսիները, որոնց բազմազան կիրառությունները բավական են ապահովելու համար հետաքրքրությունը մաթեմատիկայի նկատմամբ, հաշվողական հմտությունների ձևավորումը և զարգացումը, ինչպես նաև՝ ակնառու կերպով տեսականի և գործնականի կապը: Այս չափի մոգական քառակուսիները լրացնելու հմտությունների ձևավորումն ու զարգացումը կարող է բարերար հող ստեղծել մաթեմատիկական օլիմպիադաներում ընդգրկված 4×4 և 5×5 չափի քառակուսիների լրացման համար:

Եզրակացություն

Այսպիսով՝ մոգական քառակուսիները հաճախ ընդգրկված են ոչ ստանդարտ առաջադրանքների հավաքածուներում: Նրանք հանդիպում են նաև մաթեմատիկական օլիմպիադաներում, կարելի է օգտագործել արտադասարանական միջոցառումների ժամանակ:

Մոգական քառակուսիներ լուծելը նպաստում է հաշվողական հմտությունների զարգացմանն ու ամրապնդմանը, տրամաբանական մտածողության, սեփական գործունեությունը վերահսկելու և պլանավորելու կարողությունների, հետաքրքրասիրության և մաթեմատիկայի նկատմամբ ճանաչողական հետաքրքրության զարգացմանը, ինչն էլ փաստում է, որ դրանց առկայությունը ցանկալի (եթե ոչ պարտադիր) է տարրական դասարանների մաթեմատիկայի դասագրքերում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ/ REFERENCES

1. http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Fermat/RouseBall/RB_Fermat.html
2. https://vuzlit.com/836505/postroenie_nechyotnogo_magicheskogo_kvadrata
3. <https://rudocs.exdat.com/docs/index-12713.html>

РЕЗЮМЕ

Магический квадрат как способ формирования вычислительных навыков младших школьников

Լիда Аванесян

Армянский государственный педагогический университет

Факультет начального образования,

Кафедра математики и методики начального обучения

К.п.н., преподаватель

Ереван, Республика Армения

Անանտ Օվանյան

Ереванская основная школа № 2 имени Хачатура Абовяна

Учитель начальных классов

Ереван, Республика Армения

Одной из важнейших задач обучения «математике» в общеобразовательных школах является формирование у учащихся вычислительных навыков, основой которых является осознанное и твердое овладение приемами устных и письменных вычислений.

В статье предлагаем обратить особое внимание на магические квадраты, заполнение которых способствует не только формированию навыков вычислений и интереса к математике. Мы также представили примеры заданий, которые учителя начальных классов могут применять в классной и внеклассной работе по математике.

В работе было истолковано, как определяется магическая константа квадрата и число в середине квадрата, как можно получить множество других магических квадратов с помощью уже заполненного квадрата. В классных работах заполнение магических квадратов можно связать с новой темой. Например, нахождение неизвестного компонента суммы, свойства суммы и разности (при увеличении сумм на несколько единиц (m , n , k) сумма увеличивается еще на столько же единиц ($m+n+k$)). Открытие магии квадратов вызывает восторг у учеников и побуждает к новым открытиям, что, в свою очередь, способствует формированию поисковых способностей учеников.

Таким образом, решение магических квадратов способствует развитию и укреплению вычислительных навыков, развитию логического мышления, умений контролировать и планировать свою деятельность, любознательности и познавательного интереса к математике, что и свидетельствует о том, что их наличие желательно (если не обязательно) в учебниках по математике начальных классов.

Ключевые слова: Магический квадрат, формирование вычислительных навыков, младший школьник, курс "Математика", арифметические операции, поиск неизвестного компонента

SUMMARY

Magic Square as a Way of Forming Computing Skills of Younger Schoolchildren

Lida Avanesyan

Armenian State Pedagogical University

Faculty of Primary Education,

Department of Mathematics and Methods of Primary Education

Ph.D. in Pedagogy

Yerevan, Armenia

Anahit Oganesyan

Khachatur Abovyan Yerevan Primary School No. 2

Primary school teacher

Yerevan, Armenia

One of the most important tasks of teaching "mathematics" in secondary schools is the formation of students' computing skills, the basis of which is a conscious and firm mastery of oral and written computing techniques.

In the article we propose to pay special attention to magic squares, the filling of which contributes not only to the formation of computing skills and interest in mathematics. We also presented examples of tasks that primary school teachers can use in classroom and extracurricular work in mathematics.

In the work, it was interpreted how the magic constant of the square and the number in the middle of the square are determined, how many other magic squares can be obtained using an already filled square. In class papers, the filling of magic squares can be associated with a new theme. For example, finding an unknown component of the sum, the properties of the sum and the difference (when the sums increase by several units (m , n , k), the sum increases by the same number of units ($m+n+k$)).

The discovery of the magic of squares causes delight in the knowledge of students and pushes them to new discoveries, which, in turn, contributes to the formation of students' search abilities.

Thus, the solution of magic squares contributes to the development and strengthening of computational skills, the development of logical thinking, the ability to control and plan their activities, curiosity and cognitive interest in mathematics, which indicates that their presence is desirable (if not mandatory) in primary school math textbooks.

Keywords: Magic square, formation of computational skills, junior schoolchild, course "Mathematics", arithmetic operations, search for an unknown component