

УДК 539.3

Механика

*Евгения БАЛАСАНИЯ**преподаватель кафедры математики АрГУ**E-mail: majvazyan@mail.ru**Нарине САРКИСЯН**к.ф.м.н., преподаватель кафедры математики АрГУ**E-mail: narine_sargsyan_2012@mail.ru*

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДВУХСЛОЙНОЙ ПОЛОСЫ (СЛОИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮТ ПО ЗАКОНУ СУХОГО ТРЕНИЯ)

Обсуждается вопрос определения напряженно-деформированного состояния в двумерной задаче для анизотропной двухслойной полосы, когда упругие слои взаимодействуют по закону сухого трения при неполном контакте между слоями. Считается, что на одной из продольных кромок полосы заданы компонента вектора перемещения и касательное напряжение, а на другой – компонента вектора перемещения и нормальное напряжение. Асимптотическим методом построено решение внутренней задачи. Рассмотрены конкретные примеры.

Ключевые слова: асимптотический метод, малый параметр, напряжение, перемещение, анизотропия, двухслойная полоса, неполный контакт.

Եվ.Բալասանյան, Ն.Սարգսյան
ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ԵՐԿՇԵՐՏԻ ՀԱՄԱՐ ԽԱՌԸ ԵԶՐԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐ
ԱՄԲՄՈՏՈՏԻԿ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

(ՇԵՐՏԵՐԸ ՓՈԽԱԶԴՈՒՄ ԵՆ ՉՈՐ ՇՓՄԱՆ ՕՐԵՆՔՈՎ)

Քննարկվում է անիզոտրոպ երկշերտի լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակի որոշման հարցը՝ շերտերի միջև ոչ լրիվ կոնտակտի դեպքում, որի երկայնական կողմերից մեկի վրա տրված են նորմալ լարման և տանգենցիալ տեղափոխության, իսկ մյուս կողմի վրա՝ տանգենցիալ լարման և նորմալ տեղափոխության արժեքները: Ասիմպտոտիկ մեթոդով կառուցված է ներքին խնդրի լուծումը: Դիտարկված են կոնկրետ օրինակներ:

Բանալի բառեր՝ ասիմպտոտիկ մեթոդ, փոքր պարամետր, լարում, տեղափոխություն, անիզոտրոպություն, ոչ լրիվ կոնտակտ:

E.Balasanayan, N.Sargisyan

THE ASYMPTOTIC SOLUTION OF THE MIXED BOUNDARY PROBLEMS FOR TWO-LAYER ANISOTROPIC STRIPE (LAYERS INTERACT BY THE LAW OF DRY FRICTION)

The article considers the problem of determination of stress-strain state in a plane for an asymptotic two- stripe with full or incomplete contact between the layers. Mixed boundary conditions of theory of elasticity are given in the longitudinal sides of the stripe. Solutions of the internal problems are constructed with the application of the asymptotic method. Some concrete examples are considered.

Keywords: *asymptotic method, small parameter, stress, displacement, anisotropy, a two-layer stripe, incomplete contact.*

Введение. В работе [1] асимптотическим методом построена приближенная теория изгиба пластин из изотропных материалов. Классические статические краевые задачи анизотропных полос, пластин и оболочек асимптотическим методом решены в [2]. Асимптотический метод использован для решения второй и смешанных краевых задач в [3]. В [4] тем же методом определено напряженно-деформированное состояние слоистой полосы, слои которой обладают анизотропией общего вида. Смешанные краевые задачи для анизотропной пластинки решены в [6,7]. Асимптотические решения задач для анизотропной двухслойной полосы и пластинки по геометрически нелинейной теории упругости при неполном контакте между слоями получено в работах [8,9].

В настоящей работе на основе линейных уравнений теории упругости асимптотическим методом построено решение, соответствующее внутренней задаче двухслойной полосы, когда на одной из продольных кромок полосы заданы компонента вектора перемещения и касательное напряжение, а на другой – компонента вектора перемещения и нормальное напряжение. Предполагается, что упругие слои взаимодействуют по закону сухого трения Кулона или по закону постоянной силы трения.

1. Постановка задачи и основные соотношения. Рассматривается задача теории упругости для двухслойной анизотропной полосы: $\Omega = \{(x, y) : 0 \leq x \leq l, -h_2 \leq y \leq h_1, h_1 + h_2 \ll l\}$. Величины, относящиеся к верхнему слою, отметим индексом (1), а к нижнему слою - индексом (2). Толщины слоев равны h_k а коэффициенты упругости $a_{ij}^{(k)}$, общая толщина полосы – $2h = h_1 + h_2$, $k(k=1, 2)$ – номер слоя. Выберем координатную систему таким образом, чтобы ось Ox располагалась между слоями.

На продольных сторонах полосы заданы следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(1)} &= \varepsilon^{-1} \sigma_y^+(x), \quad u^{(1)} = \varepsilon^{-1} u^+(x), \quad \text{при } y = h_1 \\ \sigma_{xy}^{(2)} &= \sigma_{xy}^-(x), \quad v^{(2)} = \varepsilon^{-1} v^-(x), \quad \text{при } y = -h_2 \end{aligned} \quad (1.1)$$

где $\varepsilon = h/l$ малый геометрический параметр.

На полосу действуют заданные объемные силы с компонентами $F_x^{(k)}(x, y)$ и $F_y^{(k)}(x, y)$. Краевые условия на торцах $x = 0, l$ пока произвольные.

На линии раздела слоев $y = 0$ должны быть выполнены следующие условия неполного контакта:

$$\sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(2)}, \sigma_{xy}^{(1)} = \sigma_{xy}^{(2)} = f(x), v^{(1)} = v^{(2)}, \quad (1.2)$$

где $f(x)$ – заданная функция.

Ставится задача: найти решение уравнений теории упругости для анизотропной двухслойной полосы, когда на нижней и верхней сторонах полосы заданы условия (1.1), а на линии раздела слоев – условия неполного контакта (1.2).

Для решения поставленной задачи будем исходить из двумерных уравнений теории упругости [5]. Вводя безразмерную координатную систему $\xi = x/l$, $\zeta = y/h$ и безразмерные перемещения $U = u/l$, $V = v/l$, получим систему, которая содержит малый геометрический параметр ε . Решение полученной системы состоит из решений внутренней задачи и пограничного слоя.

Для решения внутренней задачи используется асимптотический метод интегрирования и все напряжения и перемещения представляются в виде суммы [1-4]:

$$Q^{(k)} = \varepsilon^{-q_k} \sum_{s=0}^S \varepsilon^s Q^{(k,s)}, \quad (1.3)$$

где $Q^{(k)}$ – любое из напряжений или безразмерных перемещений, S – число приближений. Значения для q_k подбираются таким образом, чтобы получить непротиворечивую систему относительно $Q^{(k,s)}$. Для данной задачи эта цель достигается при [3]:

$$q_k = 1 \text{ для } \sigma_x^{(k)}, \sigma_y^{(k)}, U^{(k)}, V^{(k)}, \quad q_k = 0 \text{ для } \sigma_{xy}^{(k)}: \quad (1.4)$$

Вклад объемных сил в общее напряженное состояние будет соизмеримым со вкладом поверхностных сил, т.е. соответствующие слагаемые будут входить в уравнения исходного приближения, если

$$F_x^{(k)} = \varepsilon^{-1} \sum_{s=0}^S \varepsilon^s F_x^{(k,s)}(x, y), \quad F_y^{(k)} = \varepsilon^{-2} \sum_{s=0}^S \varepsilon^s F_y^{(k,s)}(x, y): \quad (1.5)$$

Подставляя (1.3), с учетом (1.4) и (1.5) в преобразованные уравнения теории упругости и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях ε , получим систему:

$$\frac{\partial \sigma_x^{(k,s)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{xy}^{(k,s)}}{\partial \zeta} + F_x^{(k,s)} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}^{(k,s-2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_y^{(k,s)}}{\partial \zeta} + F_y^{(k,s)} = 0,$$

$$\frac{\partial U^{(k,s)}}{\partial \xi} = a_{11}^{(k)} \sigma_x^{(k,s)} + a_{12}^{(k)} \sigma_y^{(k,s)} + a_{16}^{(k)} \sigma_{xy}^{(k,s-1)},$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial V^{(k,s)}}{\partial \zeta} &= a_{12}^{(k)} \sigma_x^{(k,s-1)} + a_{22}^{(k)} \sigma_y^{(k,s-1)} + a_{26}^{(k)} \sigma_{xy}^{(k,s-2)} \\ \frac{\partial U^{(k,s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \xi} &= a_{16}^{(k)} \sigma_x^{(k,s-1)} + a_{26}^{(k)} \sigma_y^{(k,s-1)} + a_{66}^{(k)} \sigma_{xy}^{(k,s-2)}\end{aligned}\quad (1.6)$$

Интегрируя полученную систему по ζ , получим

$$V^{(k,s)} = v_0^{(k,s)}(\xi) + v^{*(k,s)}(\xi, \zeta), \quad U^{(k,s)} = u_0^{(k,s)}(\xi) + u^{*(k,s)}(\xi, \zeta), \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned}\sigma_y^{(k,s)} &= \sigma_{y0}^{(k,s)}(\xi) + \sigma_y^{*(k,s)}(\xi, \zeta), \quad \sigma_x^{(k,s)} = \frac{1}{a_{11}^{(k)}} \frac{d u_0^{(k,s)}}{d \xi} - \frac{a_{12}^{(k)}}{a_{11}^{(k)}} \sigma_{y0}^{(k,s)} + \sigma_x^{*(k,s)}, \\ \sigma_{xy}^{(k,s)} &= \sigma_{xy0}^{(k,s)} - \frac{1}{a_{11}^{(k)}} \frac{d^2 u_0^{(k,s)}}{d \xi^2} \zeta + \frac{a_{12}^{(k)}}{a_{11}^{(k)}} \frac{d \sigma_{y0}^{(k,s)}}{d \xi} \zeta + \sigma_{xy}^{*(k,s)}.\end{aligned}$$

где величины со звездочками, входящие в выражения (1.7), известны для каждого приближения s и определяются по формулам:

$$\begin{aligned}\sigma_y^{*(k,s)} &= - \int_0^\zeta \left(\frac{\partial \sigma_{xy}^{(k,s-2)}}{\partial \xi} + F_y^{(k,s)} \right) d\zeta, \quad \sigma_{xy}^{*(k,s)} = - \int_0^\zeta \left(\frac{\partial \sigma_x^{*(k,s)}}{\partial \xi} + F_x^{(k,s)} \right) d\zeta, \\ v^{*(k,s)} &= \int_0^\zeta \left(a_{12}^{(k)} \sigma_x^{(k,s-1)} + a_{22}^{(k)} \sigma_y^{(k,s-1)} + a_{26}^{(k)} \sigma_{xy}^{(k,s-2)} \right) d\zeta, \\ u^{*(k,s)} &= \int_0^\zeta \left(a_{16}^{(k)} \sigma_x^{(k,s-1)} + a_{26}^{(k)} \sigma_y^{(k,s-1)} + a_{66}^{(k)} \sigma_{xy}^{(k,s-2)} - \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \xi} \right) d\zeta, \\ \sigma_x^{*(k,s)} &= \frac{1}{a_{11}^{(k)}} \frac{\partial u^{*(k,s)}}{\partial \xi} - \frac{a_{12}^{(k)}}{a_{11}^{(k)}} \sigma_y^{*(k,s)} - \frac{a_{16}^{(k)}}{a_{11}^{(k)}} \sigma_{xy}^{(k,s-1)}.\end{aligned}\quad (1.8)$$

Предполагается, что $Q^{(k,s-i)} \equiv 0$, если $s < i$.

$\sigma_{xy0}^{(k,s)}(\xi), \sigma_{y0}^{(k,s)}(\xi), u_0^{(k,s)}(\xi), v_0^{(k,s)}(\xi)$ - неизвестные функции интегрирования и будут определены ниже, с помощью условий (1.1) и (1.2).

2. Решение внутренней задачи.

Удовлетворив условиям неполного контакта слоев (1.2) с учетом (1.7), получим:

$$\sigma_{y0}^{(1,s)} = \sigma_{y0}^{(2,s)}, \quad v_0^{(1,s)} = v_0^{(2,s)}, \quad \sigma_{xy0}^{(1,s)} = \sigma_{xy0}^{(2,s)} = f(\xi) \quad (2.1)$$

Удовлетворив граничным условиям (1.1), получим следующие формулы для определения неизвестных функций интегрирования:

$$\begin{aligned}\sigma_{y0}^{(1,s)}(\xi) &= \sigma_{y0}^{(2,s)}(\xi) = \sigma_y^{+(s)}(\xi) - \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1), \quad \sigma_{xy0}^{(1,s)}(\xi) = \sigma_{xy0}^{(2,s)} = f^{(s)}(\xi) \\ v_0^{(1,s)}(\xi) &= v_0^{(2,s)}(\xi) = v^{-(s)}(\xi) - v^{*(2,s)}(\xi, \zeta_2), \quad u_0^{(1,s)}(\xi) = u^{+(s)}(\xi) - u^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1)\end{aligned}\quad (2.2)$$

Здесь

$$f(\xi) = \varepsilon^{-1} \sum_{s=0}^S \varepsilon^s f^{(s)}(\xi), \quad f^{(0)}(\xi) = f(x/l), \quad f^{(s)}(\xi) = 0,$$

при $s > 0$,

$$\sigma_y^{+(0)}(\xi) = \sigma_y^+(x/l), \quad \sigma_{xy}^{-(0)}(\xi) = \sigma_{xy}^-(x/l), \quad \sigma_y^{+(s)} = \sigma_{xy}^{-(s)} = 0, \quad s > 0, \quad (2.3)$$

$$u^{+(0)}(\xi) = u^+\left(\frac{x}{l}\right), \quad v^{-(0)}(\xi) = v^-\left(\frac{x}{l}\right), \quad u^{+(s)} = v^{-(s)} = 0, \quad s > 0,$$

$$\zeta_1 = h_1/h, \quad \zeta_2 = -h_2/h.$$

Для определения перемещения $u_0^{(2,s)}(\xi)$, получим уравнение

$$C_2 \frac{d^2 u_0^{(2,s)}}{d\xi^2} = f^{(s)}(\xi) + p^{(s)}(\xi), \quad (2.4)$$

где $C_2 = \frac{\zeta_2}{a_{11}^{(2)}}$ - жёсткость при растяжении, а $p^{(s)}(\xi)$ - обобщенная нагрузка и равна

$$p^{(s)}(\xi) = -\sigma_{xy}^{-(s)} + \frac{a_{12}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} \zeta_2 \left(\frac{d\sigma_y^{+(s)}}{d\xi} - \frac{d\sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1)}{d\xi} \right) + \sigma_{xy}^{*(2,s)}(\xi, \zeta_2).$$

Если сравнить решения задач при полном и неполном контакте слоев, то заметим, что перемещение $u_0^{(2,s)}(\xi) \neq u_0^{(1,s)}(\xi)$ и для определения перемещения $u_0^{(2,s)}(\xi)$ получено дифференциальное уравнение (2.4). Заметим также, что в правой части уравнения (2.4) содержится функция $f^{(s)}(\xi)$, которая, в зависимости от выбранной модели, может повысить порядок уравнения. Рассмотрим две модели взаимодействия слоев.

а) *Взаимодействие слоев по закону постоянной силы трения.*

Рассмотрим случай, когда упругие слои взаимодействуют по закону постоянной силы трения. Закон постоянной силы трения предполагает, что на контактной поверхности величина касательного напряжения постоянная [10,11].

$$\sigma_{xy}^{(1)} = \sigma_{xy}^{(2)} = \tau_s = \text{const}. \quad (2.5)$$

Параметр τ_s можно интерпретировать как предел текучести материала контактного слоя.

Из (2.3), как следствие, получим

$$f^{(s)}(\xi) = \tau_s^{(s)}, \quad (2.6)$$

где

$$\tau_s^{(0)} = \tau_s, \quad \tau_s^{(s)} = 0 \quad \text{при } s > 0. \quad (2.7)$$

Тогда, как следствие, из (2.4), с учетом (2.6), получим

$$C_2 \frac{d^2 u_0^{(2,s)}}{d\xi^2} = \bar{p}^{(s)}, \quad (2.8)$$

где $\bar{p}^{(s)} = p^{(s)} + \tau_s^{(s)}$.

б) *Взаимодействие слоев по закону сухого трения Кулона*

Рассмотрим другой случай, когда упругие слои взаимодействуют по закону сухого трения Кулона. Тогда

$$\sigma_{xy} = \chi \sigma_y \Big|_{y=0} \Rightarrow \sigma_{xy0}^{(1)} = \sigma_{xy0}^{(2)} = \chi \sigma_{y0}^{(1)},$$

где

$$f(\xi) = \chi \sigma_{y0}^{(1)} = \chi \left(\sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1) \right). \quad (2.9)$$

Из (2.4), с учетом (2.9), снова получим уравнение (2.8), где

$$\bar{p}^{(s)} = \chi \left(\sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1) \right) + p^{(s)} \quad (2.10)$$

Постоянная величина χ есть коэффициент трения. В частности, если $\chi = 0$, то отсутствует сила трения между слоями.

Решение уравнения (2.8) имеет вид

$$\frac{1}{a_{11}^{(2)}} u_0^{(2,s)} = \frac{1}{\zeta_2} \int_0^\xi \int_0^\xi \bar{p}^{(s)} d\xi d\xi + C_1^{(s)} \xi + C_2^{(s)},$$

где $C_1^{(s)}$ и $C_2^{(s)}$ произвольные постоянные.

После интегрирования уравнения (2.8) решение задачи примет вид:

$$U^{(1,s)}(\xi, \zeta) = u^{+(s)}(\xi) + u^{*(1,s)}(\xi, \zeta) - u^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1),$$

$$U^{(2,s)}(\xi, \zeta) = u_0^{(2,s)}(\xi) + u^{*(2,s)}(\xi, \zeta),$$

$$V^{(k,s)}(\xi, \zeta) = v^{-(s)}(\xi) + v^{*(k,s)}(\xi, \zeta) - v^{*(2,s)}(\xi, \zeta_2),$$

$$\sigma_y^{(k,s)}(\xi, \zeta) = \sigma_y^{+(s)}(\xi) + \sigma_y^{*(k,s)}(\xi, \zeta) - \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1),$$

$$\sigma_x^{(1,s)}(\xi, \zeta) = \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \frac{d u^{+(s)}}{d \xi} - \frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} \sigma_y^{+(s)}(\xi) - \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \frac{d u^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1)}{d \xi} + \frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1) + \sigma_x^{*(1,s)}(\xi, \zeta),$$

$$\sigma_x^{(2,s)}(\xi, \zeta) = \frac{1}{a_{11}^{(2)}} \frac{d u_0^{(2,s)}}{d \xi} - \frac{a_{12}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} \sigma_y^{+(s)}(\xi) + \frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1) + \sigma_x^{*(2,s)}(\xi, \zeta),$$

$$\sigma_{xy}^{(1,s)}(\xi, \zeta) = \chi \left(\sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1) \right) + \frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} \zeta \frac{d}{d \xi} \left(\sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1) \right) -$$

$$- \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \zeta \frac{d^2}{d \xi^2} \left(u^{+(s)} - u^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1) \right) + \sigma_{xy}^{*(1,s)}(\xi, \zeta),$$

(2.11)

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}^{(2,s)}(\xi, \zeta) = & \frac{\zeta}{\zeta^2} \sigma_{xy}^{-(s)}(\xi, \zeta) + \chi \left(1 - \frac{\zeta}{\zeta_2} \right) \left(\sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1) \right) + \\ & + \sigma_{xy}^{*(2,s)}(\xi, \zeta) - \frac{\zeta}{\zeta_2} \sigma_{xy}^{*(2,s)}(\xi, \zeta_2). \end{aligned}$$

Решение внутренней задачи (2.11) не достаточно для точного удовлетворения условиям при $x = 0, l$. Для удовлетворения этим условиям необходимо построить также решение типа пограничного слоя и представить общий интеграл задачи в виде суммы решений внутренней задачи и пограничных слоев, соответствующее краям $x = 0, l$. Решение типа пограничного слоя можно построить как в работе [12].

3. Частное решение внутренней задачи.

Пусть на нижней и верхней сторонах двухслойной полосы заданы следующие условия для напряжений и перемещений

$$\sigma_y^+ = -p = \text{const}, \quad \sigma_{xy}^- \equiv 0, \quad u^+ = v^- = 0, \quad F_x^{(k)} \equiv 0, \quad F_y^{(k)} = 0, \quad (3.1)$$

из (2.3) следует

$$\sigma_y^{+(1,0)} = \sigma_y^+ = -p, \quad \sigma_y^{+(1,s)} \equiv 0, \quad s > 0,$$

В рассматриваемой задаче асимптотический процесс обрывается при $s = 2$, а точное решение задачи имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(1)} = & -\frac{l}{h} p, \quad \sigma_x^{(1)} = \frac{l}{h} \frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} p, \quad \sigma_{xy}^{(1)} = -\chi p, \\ u^{(1)} = & -\left(a_{66}^{(1)} + a_{12}^{(1)} \right) \chi p (y - h_1), \\ v^{(1)} = & \frac{l}{h} \left(\frac{1}{B_{22}^{(1)}} y + \frac{1}{B_{22}^{(2)}} h_2 \right) p + \chi a_{12}^{(2)} p x + a_{12}^{(2)} \frac{h_2}{h} C_1^{(0)} \\ \sigma_y^{(2)} = & -\frac{l}{h} p, \quad \sigma_x^{(2)} = \frac{\chi}{h_2} p x + \frac{l}{h} \frac{a_{12}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} p + \frac{1}{a_{11}^{(2)}} C_1, \quad \sigma_{xy}^{(2)} = -\chi \left(1 - \frac{y}{h_2} \right) p, \\ u^{(2)} = & \chi p \left[\left(a_{66}^{(2)} + a_{12}^{(2)} \right) \left(\frac{y^2}{2h_2} - y \right) - \frac{a_{11}^{(2)}}{2h_2} x^2 \right] + C_1 x + C_2, \\ v^{(2)} = & \frac{l}{h} \frac{p}{B_{22}^{(2)}} (y + h_2) + \chi a_{12}^{(2)} \left(1 + \frac{y}{h_2} \right) p x + \frac{l}{h} a_{12}^{(2)} C_1^{(0)} (y + h_2), \\ C_i = & \frac{l}{h} a_{11}^{(2)} \left(C_i^{(0)} + \frac{h}{l} C_i^{(0)} + \left(\frac{h}{l} \right)^2 C_i^{(0)} \right), \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Закключение. В работе асимптотическим методом построено решение внутренней задачи для анизотропной двухслойной полосы, когда упругие слои взаимодействуют по закону сухого трения. Из двумерных уравнений теории упругости выведены дифференциальные уравнения для расчёта двухслойной

анизотропной полосы, на продольных сторонах которой заданы смешанные краевые условия теории упругости.

Լիտերատուրա

1. Гольденвейзер А.Л. Построение приближенной теории изгиба пластинки методом асимптотического интегрирования уравнений теории упругости//ПММ. 1962. Т.26. Вып. 4. С. 668-686.
2. Агаловян Л.А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М.: Наука.1997. 415с.
3. Агаловян Л.А., Геворкян Р.С. Неклассические краевые задачи анизотропных слоистых балок, пластин и оболочек. Ер.: Изд-во “Гитутюн” НАН РА. 2005. 468с.
4. Агаловян Л.А., Хачатрян А.М. Асимптотический анализ напряженно-деформированном состоянии анизотропной слоистой балки// Изв. АН Арм ССР. Механика. 1986. Т.39. № 2. С.3-14.
5. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. М.: Наука. 1967. 268с.
6. Петросян Г.А., Хачатрян А.М. Асимптотическое решение одной смешанной краевой задачи анизотропной пластинки. // Изв. НАН РА Механика. 2009. т. 62. № 4. С. 65-72.
7. Баласанян Е.С., Петросян Г.А. Асимптотическое решение одной смешанной краевой задачи анизотропной двухслойной пластинки//. Труды Межд. школы-конф. молодых ученых «Механика 2013». .Ереван-2013. С. 88-92.
8. Саркисян Н.С. Асимптотическое решение одной плоской задачи для двухслойной балки с проскальзыванием. Тр. VIII межд. конф. «Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред»//. Горис - Степанакерт, 22-26 сентября, 2014. Ереван 2014, С. 384-388.
9. Саркисян Н.С., Хачатрян А.М. О двухмерных уравнениях двухслойной анизотропной пластинки когда слои взаимодействуют по закону сухого трения. Изв. НАН Армении. Механика. 2019. Т.72. № 2, С.68-79.
10. Алексеев А.Е. Нелинейные законы сухого трения в контактных задачах линейной теории упругости. ПМиТФ. 2002.Т.43. №4.с. 161-169.
11. Дюво Г. Лионс Ж.-Л. Неравенства в механике и физике. М: Наука. 1980. 384с.
12. Баласанян Е.С. О пограничном слое двухслойной полосы. Уч. записки АрГУ, 1/2016, С. 88-92.

Հոդվածը տպագրության է նրաշխարհում խմբագրական կոլեկիայի անդամ, ֆ.մ.գ.թ. Գ.Տ.Սահակյանը: