

ՀՏԴ374.8:51

Մաթեմատիկա

Լիանա ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ

ԱրԴՀ, Մաթեմատիկայի ամբիոն , ֆ.մ.գ.թ

E-mail: liana_abrahamyan@mail.ru

Լաուրա ՀԱՎՈՐՅԱՆ

ԱրԴՀ, Մաթեմատիկայի ամբիոն

E-mail: avetisyan.laura@mail.ru

**ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ-ՔԻՄԻԱ ՄԻՋԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ
ԿԱՊԵՐԸ «ՀԱՄԱՁՈՒՎԱԾՔՆԵՐ, ԼՈՒԾՈՒՑԹՆԵՐ
և ԽԱՌՆՈՒՐԴՆԵՐ» ԹԵՄԱՅԻ
ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ**

«Կոնցենտրացիա, նյութի տոկոսային բաղադրությունը լուծույթներում, խառնուրդներում և համաձուլվածքներում» հասկացությունները հաճախ են հանդիպում մաթեմատիկայի քննություններում, ինչպես նաև մաթեմատիկայի, ֆիզիկայի և քիմիայի օլիմպիադաներում: Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում այդպիսի խնդիրների լուծմանը հասկացվում է բավականին քիչ ժամանակ: Սովորողներից շատերը, առնչվելով լուծույթների, խառնուրդների և համաձուլվածքների վերաբերյալ խնդիրների, անմիջապես հրաժարվում են լուծելուց, համարելով այդպիսի խնդիրները բավականին դժվարին և միշտ չէ, որ հաջողվում է լուծել: Տրված հոդվածում կդիտարկենք դրանցից մի քանիսը:

Այս տիպի խնդիրների մեծ մասը լուծելու համար նպատակահարմար է օգտվել աղյուսակի մեթոդից, որը դիտողական և կարճ է սովորական գրառումներից պարզաբանումներով: Մեծությունների որոշակի տեղադրումը աղյուսակում տեսողական ընկալման շնորհիվ տալիս է լրացուցիչ տեղեկություն, որը հեշտացնում է խնդիրների լուծման գործընթացը և նրա ստուգումը:

Բանալի բառեր` տոկոսներ, համաձուլվածքներ, լուծույթներ, խառնուրդներ, աղյուսակներ, հարաբերություններ:

Л. Абрамян, Л. Акопян

**МЕЖПРЕДМЕТНАЯ СВЯЗЬ МАТЕМАТИКИ С ХИМИЕЙ ПРИ
ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «СПЛАВЫ, СМЕСИ И РАСТВОРЫ»**

Задачи с использованием таких понятий как концентрация, процентное содержание вещества в смеси, растворе и в сплаве часто включают в экзаменационные варианты, в олимпиады по

математике, физике и химии. В школьном курсе математики на решении таких задач отводится недостаточное количество времени. Увидев задачу на смеси, растворы и сплавы, многие учащиеся сразу отказываются ее решать, считая такие задачи достаточно сложными, и справиться с ними не всегда могут успешно. В данной статье рассмотрим несколько из них, которые помогут учащимся успешно решать задачи данного типа.

При решении большинства задач этого вида, удобнее использовать таблицу, которая нагляднее и короче обычной записи с пояснениями. Зрительное восприятие определенного расположения величин в таблице дает дополнительную информацию, облегчающую процесс решения задач и ее проверки.

Ключевые слова: проценты, смеси, сплавы, растворы, таблицы, соотношения.

L.Abrahamyan, L.Hakobyan

INTERDISCIPLINARY CONNECTIONS BETWEEN MATHEMATICS AND CHEMISTRY WHEN STUDYING THE TOPIC «MOLDS, SOLUTIONS AND MIXTURES»

The tasks dealing with such concepts as concentration and the percentage of the substance in mixtures, solutions and fusions are often included in exams and olimpiads in physics, mathematics and chemistry. Not enough time is given for such tasks in the school math course. Many students are immediately refusing to solve tasks concerning mentioned above concepts, considering them too difficult to be successfully solved.

While solving such it is efficient (better) to use tables which are more clear and short than usual explanation notes. The visual perception of certain arrangement of values in tables gives additional information making the process of task solving much easier.

Keywords: percentage, mixture, alloy, solution, table, ratio.

Ներածություն. Վերջերս ԱրՊՀ-ում կազմակերպվել է դպրոցական օլիմպիադա՝ նվիրված Ա.Շահիջանյանի 90-ամյակին: Օլիմպիադայի արդյունքները ցույց են տվել, որ աշակերտները դժվարանում են տոկոսների վերաբերյալ խնդիրներ լուծելիս: Գրականության մեջ տրվում են շատ քիչ եղանակներ՝ տոկոսները հաշվելու համար, իսկ որոշ եղանակներ շատ հարցերի տեղիք են տալիս: Այսպիսով՝ անհրաժեշտություն է առաջացել տոկոսների վերաբերյալ խնդիրների լուծման մեթոդների ուսումնասիրման:

Քիմիայի խնդիրների լուծման ժամանակ հաճախ հանդիպում են բաղադրություն և տոկոսային հարաբերություն հասկացությունները: Սովորաբար այդպիսի խնդիրների պայմանների մեջ տրված են լինում մի քանի նյութերի համաձուլվածքների, լուծույթների և խառնուրդների տոկոսային կամ զանգվածային հարաբերությունները:

Դիտարկենք նշված տիպի կոնկրետ մի քանի խնդիրների լուծումները:

Դիցուք, տրված է A, B, C նյութերի խառնուրդը: Այդ դեպքում խառնուրդի V_0 ծավալը հավասար կլինի $V_0 = V_A + V_B + V_C$:

$$C_A = \frac{V_A}{V_0} = \frac{V_A}{V_A + V_B + V_C} \quad \text{հարաբերությունը կոչվում է } A \text{ նյութի}$$

ծավալային բաղադրություն կամ ծավալային բաժին: Ակնհայտ է, որ խառնուրդը կազմող նյութերի ծավալային բաժինների գումարը հավասար է մեկի՝ $C_A + C_B + C_C = 1$:

A նյութի տոկոսային պարունակությունը կլինի $P_A = C_A \cdot 100\%$: Եթե հայտնի է A նյութի տոկոսային պարունակությունը, ապա նրա ծավալային բաղադրությունը գտնում են հետևյալ բանաձևով՝ $C_A = \frac{P_A}{100}$: Օրինակ, եթե

տոկոսային պարունակությունը կազմում է 70%, ապա համապատասխան նյութի բաժինը հավասար է 0,7¹:

Խնդիր 1. Տրված է պղինձի և ցինկի համաձուլվածքների երկու կտոր՝ համապատասխանաբար $p\%$ և $q\%$ պղինձի տոկոսային պարունակությամբ: Ինչպիսի՞ հարաբերությամբ պետք է վերցնել այդ համաձուլվածքները, որպեսզի կտորները ձուլելուց հետո, ստացվի $r\%$ պղինձ պարունակող համաձուլվածք:

Լուծում. Առաջին համաձուլվածքի պղինձի բաժինը հավասար է $\frac{p}{100}$,

իսկ երկրորդ համաձուլվածքինը՝ $\frac{q}{100}$: Եթե առաջին համաձուլվածքից

վերցնել x կգ, իսկ երկրորդ համաձուլվածքից y կգ, ապա բաղադրիչների օգնությամբ x և y կարելի է տրոհել առանձին բաղադրիչների հետևյալ կերպ՝

$$x = x \cdot \frac{p}{100} (\text{կգ պղինձ}) + x \left(1 - \frac{p}{100} \right) (\text{կգ ցինկ}),$$

$$y = y \cdot \frac{q}{100} (\text{կգ պղինձ}) + y \left(1 - \frac{q}{100} \right) (\text{կգ ցինկ}):$$

Պղինձի քանակը ստացված համաձուլվածքում կլինի՝ $x \cdot \frac{p}{100} + y \cdot \frac{q}{100}$ (կգ պղինձ), իսկ համաձուլվածքի զանգվածը կազմում է $(x + y)$ կգ: Ուստի

¹ Թանկարժեք մետաղների պարունակությունը համաձուլվածքում ներկայացված է հարգերի՝ միավորի հարաբերական մասերի միջոցով: Օրինակ, երբ ասում ենք 573 հարգի ոսկի հասկանում ենք, որ այդ ոսկու $\forall 1000$ գ պարունակում է 573 գ մաքուր ոսկի:

պղինձի նոր ծավալի բաղադրությունը համաձուլվածքի մեջ հավասար է $\frac{x \cdot \frac{p}{100} + y \cdot \frac{q}{100}}{x + y}$:

Ըստ խնդրի պայմանի՝ այդ բաղադրությունը պետք է հավասար լինի $\frac{r}{100}$ ՝

$$\frac{x \cdot \frac{p}{100} + y \cdot \frac{q}{100}}{x + y} = \frac{r}{100} \quad \text{կամ} \quad \frac{px + qy}{x + y} = r : \quad (1)$$

Լուծենք (1) հավասարումը: Նախ նկատենք, որ հավասարումը պարունակում է երկու x և y անհայտ: Հետևաբար, երկու անհայտը միարժեքորեն չեն որոշվում: Ստացվող համաձուլվածքի բաղադրությունը որոշվում է ոչ թե վերցվող կտորների զանգվածներով, այլ այդ զանգվածների հարաբերությամբ: Ուստի խնդրի մեջ պահանջվում է որոշել ոչ թե x և y մեծությունները, այլ նրանց հարաբերությունները:

(1) հավասարումը գրառենք հետևյալ կերպ՝ $x(p - r) = y(r - q)$:

Դիտարկենք բոլոր հնարավոր դեպքերը՝

1. $p = q = r$: Այդ դեպքում բոլոր համաձուլվածքների բաղադրիչները հավասար են, և հավասարումը ցույց է տալիս, որ լուծումների քանակը անվերջ է: Կարելի է վերցնել համաձուլվածքների ցանկացած քանակ:

2. $p = q \neq r$: Այդ դեպքում հավասարումը ունի $x \cdot 0 = y(r - q)$ տեսքը, որտեղ x -ը ցանկացած է, $y = 0$: Այսինքն՝ առաջին համաձուլվածքից կարելի է վերցնել ցանկացած քանակությամբ, իսկ երկրորդ համաձուլվածքից ընդհանրապես չվերցնել:

3. $p \neq r = q$: Այդ դեպքում ստանում ենք $x \cdot (p - r) = y \cdot 0$, որտեղից գտնում ենք y -ը ցանկացած է, $x = 0$:

4. $p \neq r$, $p \neq q$, $q \neq r$: Այդ դեպքում, (1) հավասարումը կարելի է գրել հետևյալ կերպ՝ $\frac{x}{y} = \frac{r - q}{p - r}$, և խնդիրը կունենա լուծում, երբ $\frac{r - q}{p - r} > 0$, որը տեղի ունի, երբ r -ը գտնվում է p -ի և q -ի միջև: Այսպիսով՝ երբ $p \neq q$, ապա կարելի է ստանալ համաձուլվածքի p -ի և q -ի միջև պղինձի տոկոսային պարունակությամբ:

Խնդիր 2. Տրված է ծծմբական թթվի երկու լուծույթ՝ մեկը 40 %, իսկ մյուսը՝ 60%: Լուծույթները խառնել են և ավելացրել 5 կգ մաքուր ջուր: Արդյունքում ստացվել է 20 % ծծմբական թթու պարունակող լուծույթ: Եթե 5 կգ մաքուր ջրի փոխարեն ավելացնեն 80 % ծծմբական թթվի լուծույթ, ապա կստանան 70 % ծծմբական թթվի լուծույթ: Որոշել 40% և 60% ծծմբական թթուների լուծույթների զանգվածները:

Լուծում. Նշանակենք 40 %-ոց լուծույթի զանգվածը x կգ, իսկ 60%-ոց լուծույթի զանգվածը՝ y կգ, այդ դեպքում, ըստ խնդրի պայմանի, $(x + y + 5)$ կգ լուծույթը պարունակում է 20 % ծծմբաթթու: Քանի որ x կգ 40 %-ոց լուծույթը պարունակում է $0,4x$ կգ ծծմբական թթու, իսկ y կգ 60%-ոց լուծույթը՝ $0,6y$ կգ ծծմբական թթու, ապա $(x + y + 5)$ կգ լուծույթը պարունակում է $0,4x + 0,6y$ ծծմբական թթու, որը կազմում է $(x + y + 5)$ կգ լուծույթի 20 %՝ $0,4x + 0,6y = (x + y + 5) \cdot 0,2$:

Եթե 5 կգ ջրի փոխարեն ավելացնենք 5 կգ 80%-ոց ծծմբական թթվի լուծույթ, ապա կստանանք $(x + y + 5)$ կգ լուծույթ, որի մեջ $(0,4x + 0,6y + 0,8 \cdot 5)$ կգ ծծմբական թթու է, որը կազմում է $(x + y + 5)$ կգ լուծույթի 70 %, այսինքն՝ $0,4x + 0,6y + 0,8 \cdot 5 = 0,7(x + y + 5)$: Այս և նմանատիպ խնդիրներ լուծելիս կարելի է օգտվել հետևյալ սխեմատիկ եղանակից՝ աղյուսակ 1-ից և 2-ից.

Աղյուսակ 1

	զանգված	%	«մաքուր» թթու
առաջին լուծույթ	x կգ +	40 %	$0,4x$ կգ +
երկրորդ լուծույթ	y կգ +	60 %	$0,6x$ կգ +
	5=	100%	5=
խառնուրդ	$(x + y + 5)$ կգ	20%	$0,2(x + y + 5)$ կգ

Աղյուսակ 2

	զանգված	%	«մաքուր» թթու
առաջին լուծույթ	x կգ +	40 %	$0,4x$ կգ +
երկրորդ լուծույթ	y կգ +	60 %	$0,6y$ կգ +
	5=	80%	4=
խառնուրդ	$(x + y + 5)$ կգ	70%	$0,7(x + y + 5)$ կգ

Այնուհետև կազմենք հավասարումների համակարգը՝ ելնելով աղյուսակներից

$$\begin{cases} 0,4x + 0,6y = (x + y + 5) \cdot 0,2 \\ 0,4x + 0,6y + 0,8 \cdot 5 = 0,7(x + y + 5): \end{cases}$$

Լուծելով այս համակարգը՝ գտնում ենք, որ 40 % լուծույթի զանգվածը 2 կգ է, իսկ 60 % լուծույթի զանգվածը՝ 1 կգ:

Պատ.՝ 2 կգ, 1 կգ:

Խնդիր 3. (8-րդ դաս., խնդիր 37) 60 % պղինձ պարունակող համաձուլվածքը խառնեցին 20 % պղինձ պարունակող համաձուլվածքին և ստացան 600 կգ 30 % պղինձ պարունակող համաձուլվածք: Քանի՞ կգ էին վերցրել յուրաքանչյուր համաձուլվածքից:

Լուծում. Ըստ խնդրի պայմանի՝ 60 %-ոց համաձուլվածքից վերցրել են x կգ, 20 % համաձուլվածքից՝ y կգ: Այդ դեպքում առաջին համաձուլվածքում պղինձը $0,6x$ կգ է, իսկ երկրորդ համաձուլվածքում՝ $0,2y$ կգ: Օգտվենք ներքևում տեղադրված աղյուսակից

Աղյուսակ 3

	զանգված	%	մաքուր պղինձ
առաջին համաձուլվածք	x կգ +	60 %	$0,6x$ կգ +
երկրորդ համաձուլվածք	$+ y$ կգ =	20 %	$0,2y$ կգ =
խառնուրդ	600 կգ	30%	180 կգ

Այնուհետև կազմենք հավասարումների համակարգը՝ ելնելով աղյուսակի առաջին և վերջին սյունակներում մատնանշված գործողություններից

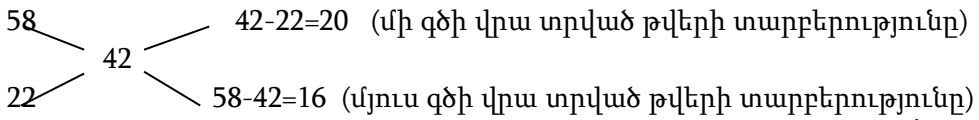
$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 0,6x + 0,2y = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 600 - y \\ 0,6(600 - y) + 0,2y = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 600 - y \\ y = 450 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 \\ y = 450 \end{cases}$$

Պատ.՝ 150 կգ, 450 կգ:

Սակայն գործնական մեկ այլ եղանակ էլ կարող ենք կիրառել: Այդ եղանակը վերաբերում է տվյալ տոկոսային պարունակությամբ խառնուրդ ստանալու համար դրա բաղադրիչների անհրաժեշտ համամասնությունը (բաժինը) որոշելուն :Այն կիրառվում է, երբ գիտենք՝ բաղադրիչներն ինչպիսին են (տոկոսային պարունակության տեսանկյունից) և ինչպիսի արդյունք ենք ակնկալում (տոկոսային պարունակության տեսանկյունից):

Խնդիր 4. Սպիրտի 58 % և 22 % լուծույթներին ի՞նչ համամասնությամբ խառնենք, որ 42% լուծույթ ստանանք¹:

Լուծում. Գրենք հետևյալ կերպ.



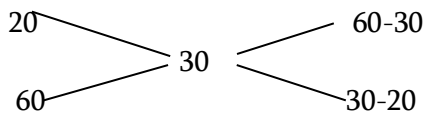
Այսինքն 58 %-անոց 20 մաս պետք է վերցնենք, 22 %-անոցից՝ 16: Այսինքն $20:16=5:4$:

Պատ.՝ 5/4:

Օգտվելով խնդիր 4-ում բերված սխեմայից՝ փորձենք լուծել նախորդ խնդիրը:

Ձախ մասում գրում ենք ստացվող խառնուրդի բաժինը տոկոսներով, այսինքն՝ 30%, այնուհետև մեկը մյուսի տակ՝ խառնվող նյութերի խտությունները (ընդ որում մեծը ստորին մասում, իսկ փոքրը՝ վերին), այսինքն՝ 60 և 20%: Հաշվում ենք հետևյալ տարբերությունները՝

$$60-30=30, 30-20=10:$$



Սրանից հետո կարող ենք եզրակացնել. որպեսզի ստանանք 30 %-ոց պղինձ պարունակող համաձուլվածք, պետք է վերցնել $30:10=3:1$ հարաբերությամբ 20 % և 60 % պղինձ պարունակող համաձուլվածքներ: Քանի որ ստացվել էր 600 կգ, ապա եթե 1 մասն ընդունենք x կգ, կստանանք $4x = 600$, $x = 150$, $3x = 450$: Կամ կազմելով համեմատականություն և լուծելով այն՝ կստանանք հետևյալը.

$$\begin{array}{l}
 \frac{30}{10} = \frac{x}{600-x}, x = 1800 - 3x, 4x = 1800, x = 450 \\
 600 - x = 600 - 450 = 150
 \end{array}$$

Պատ.՝ 150 կգ, 450 կգ:

Խնդիր 5. Գյուղի բնակիչների 40% կապուտաչա են, ընդ որում սևահերների 25% են կապուտաչա, իսկ շիկահերների՝ 50%: Ամենաքիչը քանի՞ բնակիչ կարող է ունենալ այդպիսի գյուղը:

Լուծում. Նշանակենք x -ով սևահերների մարդկանց քանակը, իսկ y -ով՝ շիկահերների: Այդ դեպքում, ըստ խնդրի պայմանի, $0,25x$ -ը կլինի կապուտաչա սևահերների թիվը, իսկ $0,5y$ կապուտաչա շիկահերների

¹ Տես **Բեղիկյան Գ.Պ.** «Խնդիրների լուծման թվաբանական մեթոդներ», խնդրագիրք, 2019

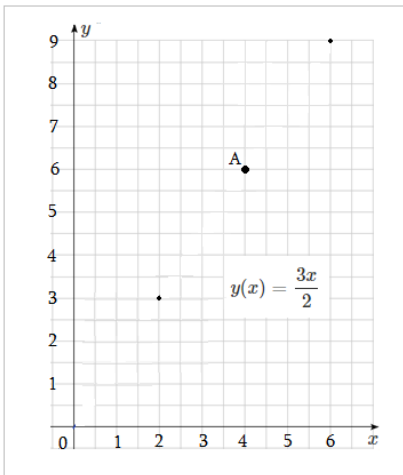
թիվը: Քանի որ գյուղի բնակիչներից ընդամենը 40 % է կազմում կապուտաշյա՝ 0,4, ապա կստանանք հետևյալը.

$$\frac{0,25x + 0,5y}{x + y} = 0,4,$$

$$0,25x + 0,5y = 0,4x + 0,4y,$$

$$y = \frac{3}{2}x:$$

Խնդրի լուծման գրաֆիկական մեկնաբանությունը



Նկ.1

Ստացված $y = \frac{3}{2}x$ ֆունկցիան որոշված

է բնական բազմության վրա, որի գրաֆիկը բերված է նկ.1-ում: Նկ. 1-ից երևում է որ խնդրի պայմանին բավարարող ամենափոքր լուծումը կլինի $A(4;6)$ կետը:

Պատ.՝ 10 բնակիչ:

Այնուհետև, նկատենք որ *խնդիր 4-ը* աղյուսակային եղանակով ստանում է հետևյալ լուծումը:

Ըստ խնդրի պայմանի՝ 58 % լուծույթից վերցրել են x կգ , 22 % լուծույթից՝ y կգ: Այդ դեպքում առաջին լուծույթում սպիրտը $0,58x$ կգ է, իսկ երկրորդ լուծույթում՝ $0,22y$ կգ: Օգտվելով սխեմատիկ եղանակից՝ աղյուսակ 4-ից կազմենք և լուծենք հավասարումը

աղյուսակ 4

	զանգված	%	մաքուր սպիրտ
առաջին լուծույթ	x կգ +	58 %	$0,58x$ կգ +
երկրորդ լուծույթ	$+ y$ կգ =	22 %	$+ 0,22y$ կգ
խառնուրդ	$(x + y)$ կգ	42 %	$0,42(x + y)$

$$0,58x + 0,22y = 0,42(x + y)$$

$$0,58x - 0,42x = 0,42y - 0,22y$$

$$0,16x = 0,20y \Rightarrow x : y = 0,2 : 0,16$$

$$x : y = 5 : 4$$

Պատ.՝ 5/4:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Մաթեմատիկայի շտեմարան , I, II մաս
2. Գ.Պ. Բեդիրյան «Խնդիրների լուծման թվաբանական մեթոդներ», խնդրագիրք, 2019
3. Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: Учебное пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики
4. Говоров В.М. Сборник задач для поступающих в вузы
5. Сикарский К.П. Дополнительные главы по курсу математики.
6. Шабунин М.И. Математика для поступающих в Вузы
7. Шарыгин И.Ф. Решение задач. Факультативный курс по математике.
8. Типовые тестовые задания/ Под ред. А. Л. Семенова, И. В. Яценко – Москва:
9. Алгебра 7класс. В двух частях.
Часть 1: Учебник для общеобразовательных учреждений.
Часть 2: Задачник для общеобразовательных учреждений.
Авторы: Мордкович А.Г., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е., Мнемозина М., 2008год.
10. Задачи на смеси и сплавы. Журнал «Математика в школе». №17. №11 2004г.
11. Прокопенко Н.И. Задачи на смеси и сплавы.- М. :Чистые пруды, 2010
12. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н.. Как научиться решать задачи. Кн. Для уч-ся ст. кл. сред. шк. – 3-е изд. дораб.- М.: Просвещение, 1989.

Список интернет ресурсов:

1. "http://festival.1september.ru/" <http://festival.1september.ru>
2. "http://schoolmathematics.ru/" <http://schoolmathematics.ru>
3. "http://uztest.ru/" <http://uztest.ru> , <http://www.alhimikov.net>
4. "http://www.integral.edusite.ru/" <http://www.integral.edusite.ru>

Հոդվածը տպագրության է նրաշխարհում խմբագրական կոլեգիայի անդամ, ֆ.մ.գ.թ. Գ.Տ. Սահակյանը: