

ՀՏԴ 512

Մաթեմատիկա

Ռուդիկ ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ

ԱրՊՀ մաթեմատիկայի ամբիոնի պրոֆ.-ի պաշտ.-ը, մ.գ.թ.

Ռոբերտ ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Շուշիի տեխնոլոգիական համալսարանի մաթեմատիկայի ամբիոնի դասախոս

E-mail: rharutyunyan@shushitech.am

Լիանա ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ

ԱրՊՀ մաթեմատիկայի ամբիոնի դոցենտ, ֆ.մ.գ.թ.

E-mail: liana_abrahamyan@mail.ru

ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ ԱՆՄԱՏՉԵԼԻ ՏԱՐԴԵՐՈՎ

Հոդվածում տրվում են անմատչելի տարրերով կառուցման խնդիրների լուծման մի քանի օրինակներ, որոնք կարող են նմանատիպ խնդիրների լուծման համար որպես մեթոդական հիմք հանդիսանալ:

Բանալի բառեր՝ կառուցման խնդիր, ուղիղ գիծ, անմատչելի տարրեր, կառուցում, կարկին, քանոն:

Р. Аракелян, Р. Арутюнян, Л. Абрамян

ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ С НЕДОСТУПНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

В статье приведены несколько задач с недоступными элементами. Эти задачи послужат методическим указанием для решения подобных задач.

Ключевые слова: Задача на построение, недоступные элементы, построение, циркуль, линейка.

R. Arakelyan, R. Harutyunyan, L. Abrahamyan

CONSTRUCTIONS WITH INACCESSIBLE ELEMENTS

The article deals with a few tasks for constructions with inaccessible elements. These examples can be used as methodological guidelines for similar issues.

Key words: construction task, inaccessible elements, construction, divider, ruler.



Հենրիխ Լամբերտ
(1728 - 1777)

Պարզագույն կառուցման խնդիրներ *անմատչելի տարրերով* դիտարկել է մաթեմատիկոս Լամբերտը, իր «Ազատ պերսպեկտիվ» գրքում, դեռևս 1774 թ.:

Քանոնի և կարկինի օգնությամբ կառուցման խնդիրը լուծելիս ենթադրվում է, որ հարթության երկու կետերը կարելի է միացնել ուղիղով, ինչպես նաև կառուցել երկու ուղիղների հատման կետը և այլն: Իրականում այդ ենթադրությունները կարող են չիրականացվել, քանի որ կառուցումները կատարվում են հարթության սահմանափակ տիրույթի վրա, և տրված պատկերների որոշ տարրեր կարող են դուրս մնալ գծագրից:

Անմատչելի տարրերը, իհարկե, փոխում են երկրաչափական կառուցումների ընթացքը, և սովորաբար լուծումը բարդանում է:

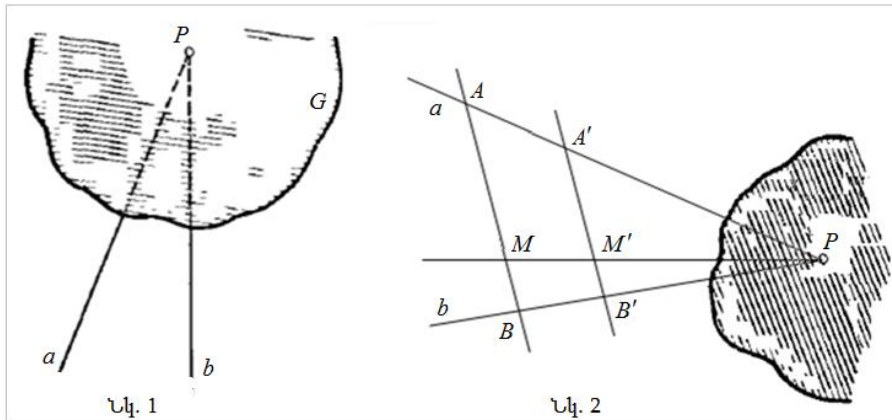
Մակայն այն չի կարող կարկինով և քանոնով լուծվող խնդիրը դարձնել չլուծվող: Այսպիսով, բնականորեն հետաքրքրություն է առաջանում անմատչելի տարրերով կառուցման խնդիրների նկատմամբ:

Հարթության կետը կոչվում է *անմատչելի*, եթե նրա նկատմամբ հնարավոր չէ կիրառել կոնստրուկտիվ երկրաչափության աքսիոմատիկան, մասնավոր դեպքում՝ քանոնի և կարկինի աքսիոմները: Պատկերը կոչվում է *անմատչելի*, եթե նրա բոլոր կետերը *անմատչելի* են:

Անմատչելի կետը համարում է տրված, եթե կառուցված են երկու ուղիղներ, որոնք հատվում են այդ անմատչելի կետում:

Նկար 1-ում P անմատչելի կետը ներկայացված է a և b ուղիղներով. այն նշանակենք $P(a, b)$ -ով:

Դիտարկենք մի քանի տարրական երկրաչափական կառուցման խնդիրներ անմատչելի կետերով:



Խնդիր 1. $P(a, b)$ -ն տրված անմատչելի կետն է: Կառուցել MP ուղիղը, որտեղ M -ը տրված կետն է (նկ. 2):

Լուծում. M կետով տանենք կամայական ուղիղ, որը հատում է տրված a և b ուղիղները համապատասխանաբար A և B կետերում: $M \notin$ կետով տանենք AB -ին զուգահեռ ուղիղ, և թող այն հատում է a և b ուղիղները համապատասխանաբար A' և B' կետերում: Թող $M \in$ կետը $AA'B'B$ հատվածը բաժանում է այն հարաբերությամբ, ինչ հարաբերությամբ M կետը բաժանում է AB -ն: Այս դեպքում MM' -ը որոնելի ուղիղն է:

Խնդիր 2. AB հատվածը, որի մի ծայրակետը (օրինակ B -ն) անմատչելի կետ է, բաժանել տրված $m:n$ հարաբերությամբ (m -ը և n -ը տրված երկարության հատվածներ են):

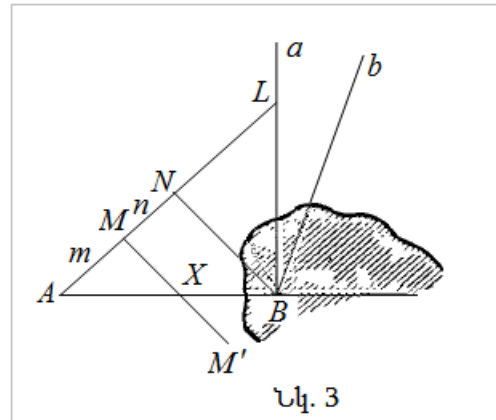
Լուծում. Կառուցենք AL -ը (նկ. 3) և նրա վրա $AM = m$, $MN = n$ հատվածները:

Կառուցենք BN ուղիղը (տե՛ս խնդիր 1) և տանենք $MM' \parallel BN$:

Այդ դեպքում MM' ուղիղը կհատի AB -ն որոնելի X կետում: Ապացույցը հետևում է Թալեսի թեորեմից:

Խնդիր 3. Տրված են A , B և C կետերը, որոնք պատկանում են միևնույն ուղղին, ընդ որում՝ C -ն անմատչելի կետ է: Գտնել m և n հատվածներն այնպես, որ $AC:BC = m:n$:

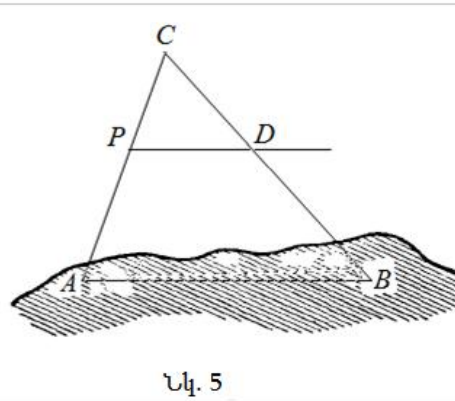
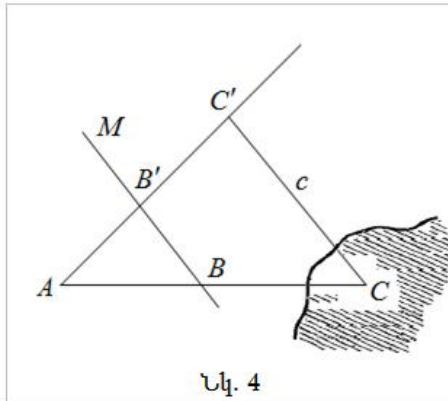
Հուծում. Թող $C\Phi$ -ը կամայական կետ
 է C ուղղի վրա, որն անցնում է C
 անմատչելի կետով (նկ. 4): Կառուցենք
 $BM \parallel C\Phi$: Թող BM ուղիղը հատում է
 $AC\Phi$ -ը $B\Phi$ կետում: Այդ դեպքում
 հասկանելի է, որ $AC : BC = AC\Phi : B\Phi$.



Խնդիր 4. A և B կետերը տրված երկու անմատչելի կետեր են: Տրված P կետով տանել ուղիղ գուգահեռ AB ուղղին (նկ. 5):

Հոծում. Կառուցենք PA ուղիղը (տե՛ս խնդիր 1): Թող C -ն PA ուղղի կամայական կետ է: Հաշվենք $AC:PC$ հարաբերությունը (տե՛ս խնդիր 3): BC հատվածը D կետով բաժանենք այդ նույն հարաբերությամբ, (տե՛ս խնդիր 2):

Այդ դեպքում PD ուղիղը որոնելի ուղիղն է, որովհետև $\triangle PCD \sim \triangle ACB$,

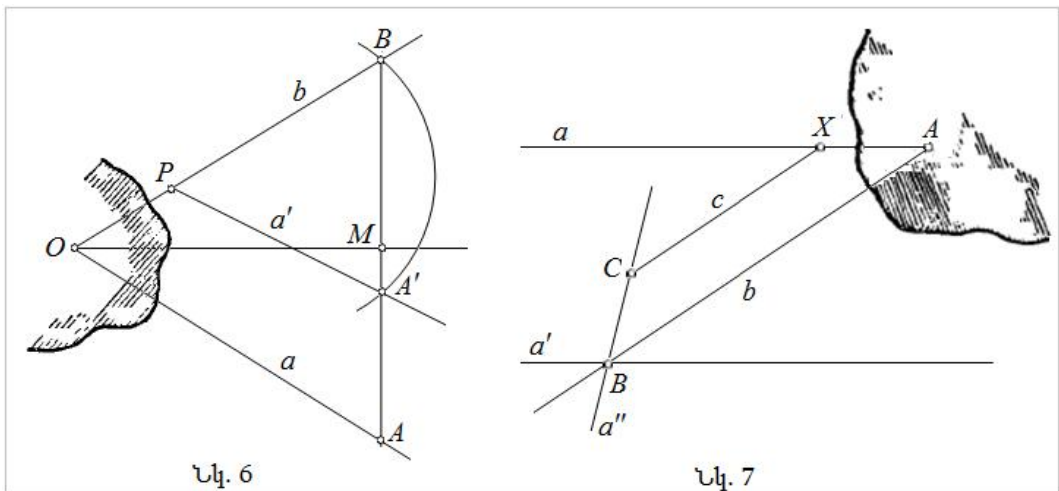


քանի որ նրանք ունեն C ընդհանուր անկյունը և կողմերի ($AC : PC = BC : DC$) համեմատականությունը: Այդ նույն խնդրին է հանգում ուղղին ուղղահայացի կառուցումը, որն անցնում է երկու անմատչելի կետերով:

Խնդիր 5. Կառուցել (a, b) անկյան կիսառդր, որի գագաթը անմատչելի կետ է:

Հոստում. Թող P -ն b ուղղի կամայական կետ է (սկ. 6): Կառուցենք $a\Phi$ ուղիղը, որն անցնում է P կետով և զուգահեռ է a -ին: Կառուցենք P կենտրոնով w

Խնդիր 6. Տրված a ուղի վրա տրված անմատչելի A կետից անջատել հատված՝ հավասար տրված d հատվածին:



Ընտրենք b ուղղի վրա կամայական B կետ և նրանով տանենք $a \Phi | a$ (նկ. 7):

Կառուցենք $a\mathbb{C}$ ուղիղը համաչափ $a\mathbb{C}$ -ին b -ի նկատմամբ և նրա վրա անջատենք $BC = d$: Եթե c ուղիղը, տարված C կետով զուգահեռ է b ուղղին, ապա X կետը, որը ստացվում է c -ի և a -ի հատումից, որոնելի կետն է, այսինքն, $AX = d$: Եվ իրոք, $ABCX$ սեղանը հավասարասրուն է, որովհետև հիմքի անկյունները հավասար են:

1. Аргунов Б. И. и Балк М. Б., Геометрические построения на плоскости. Издательство министерства просвещения РСФСР. Москва, 1957.

2. https://rep.bntu.by/bitstream/handle/data/42720/Zadachi_s_nedostupnymi_tochkami.pdf;jsessionid=4791080B60D2DAE7D41E9CC66F11CDA2?sequence=1
3. https://scask.ru/k_book_gpl.php?id=61

Հոդվածը տպագրության է երաշխավորել խմբագրական
խորհրդի անդամ, ֆ.մ.գ.թ. Գ.Հ.Սահակյանը: