

ՀՏԴ 510Մաթեմատիկա**Ռուդիկ ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ****ԱրՊՀ մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ամբիոնի պրոֆ.-ի պաշտ.-ը, մ.գ.թ.****ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ****ՎԱՆԴԱԿԱՎՈՐ ԹՂԹԻ ՎՐԱ**

Սույն հոդվածի նպատակն է, լուծել կառուցման խնդիրներ օգտվելով միայն քանոնից, քառակուսի վանդակավոր թղթի հնարավորություններից և հանրահաշվական բանաձևերից:

Կառուցման խնդիրները ուսումնասիրում են և ԲՈՒՀ-ում և դպրոցի 7-10 դասարանների երկրաչափության դասընթացներում: Ակնհայտ է, որ կարկինի կիրառությունից հրաժարվելը բարդացնում է կառուցման խնդիրների լուծումը: Բայց այդ բարդությունը ստեղծում է նախապայման մտածելու, դատելու և ստեղծագործելու խնդրի լուծումը գտնելու համար: Սույն իրավիճակը ոչ թե մտածածին է, այլ երկար տարիների ուսուցման պրակտիկան: Այսինքն, երկրաչափության դասերին աշակերտների և ուսանողների մեծամասնության մոտ առկա չէ կարկին: շետևաբար պետք է մտածել այլ ձևերով իրականացնել կառուցման խնդրի լուծումը:

Պարզվում է, որ նման իրավիճակում նպատակահարմար է օգտագործել քառակուսի տետրի վանդակավոր թուղթը, որը միշտ ունեն աշակերտները, ուսանողները մաթեմատիկայի դասերին և օգտվել հանրաշվական բանաձևերից:

Բանալի բառեր՝ Կառուցման խնդիր, կարկին, քանոն, քառակուսի վանդակավոր թուղթ, կանոնավոր բազմանկյուն, հարահաշվական բանաձև:

Р.Аракелян**ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ КЛЕТЧАТОЙ
БУМАГИ**

Цель данной работы решить задачи на построение с помощью только линейки, возможностей клетчатой бумаги и алгебраических формул.

Задачи на построение изучаются в ВУЗ-ах и в курсе школьной геометрии 7-10 классов:

Очевидно что отказ от циркуля усложняет решение задач на построение. Но это усложнение создает условия для обдумывания, рассуждения и творческого подхода для решения задач.

На уроках геометрии у учеников и студентов в большинстве случаев отсутствует циркуль. Следовательно надо обдумать как иначе решить задачу на построение. Выясняется, что в данном случае целесообразно использовать клетчатую бумагу, которую всегда имеют ученики и студенты на уроках математики.

Ключевые слова:

R. Arakelyan

SOLVING CONSTRUCTION PROBLEMS ON A SQUARED PAPER

The purpose of this article is to solve construction problems using only the ruler, squared grid paper and algebraic formulas.

Construction problems are being studied at the university and in the geometry class of 7-10 grades of the public school.

It is obvious that refusing to use callipers complicates the solution of construction problems. But that complexity creates a precondition for thinking, judging and creating to find the solution of the problem.

This situation is not an imaginary one but a practice of many years of teaching. Namely, most geometry students do not have callipers. Therefore, we have to think of other ways to solve the problem.

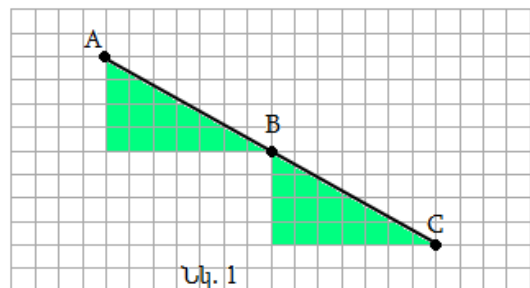
Key words: construction problem, callipers, ruler, square grid paper, regular polygon, algebraic formula.

Երկրաչափական կառուցումները կարող են էական դեր խաղալ դպրոցականների մաթեմատիկական կրթության զարգացման հարցում: Որևէ բնույթի խնդիր չի կարող տալ այնքան մաթեմատիկական նախաձեռնության նյութ, որքան երկրաչափական կառուցման խնդիրները: Այդ խնդիրները սովորաբար թույլ չեն տալիս աշակերտի կողմից ստանդարտ մոտեցում, ձևական ընկալում: Կառուցման խնդիրները հարմար են դպրոցական երկրաչափության տեսության ցանկացած բաժնի երկրաչափական նյութի ամրապնդման համար: Լուծելով կառուցման խնդիրներ՝ սովորողները ձեռք են բերում մի շարք օգտակար գծագրական հմտություններ:

Խնդիր 1. Հատվածի երկարության կրկնապատկումը:

Լուծում. Եթե հավաճն ունի հորիզոնական կամ ուղղաձիգ դիրք թղթի վրա, ապա լուծումը դառնում է պարզ: Ուստի դիտարկենք այն դեպքը, երբ հատվածի ծայրակետերը ընտրված են թղթի հանգույցներում:

Քառակուսի թղթում ընտրենք մի ուղղանկյուն, օրինակ, 7×4 չափերի, և կառուցենք նրա AB անկյունագիծը: Այն շարունակենք



Նկ. 1

նույնքան և կստանանք AC հատվածը (նկ. 1): Նույն ձևով կարելի է իրականացնել հատվածի n -ապատկումը:

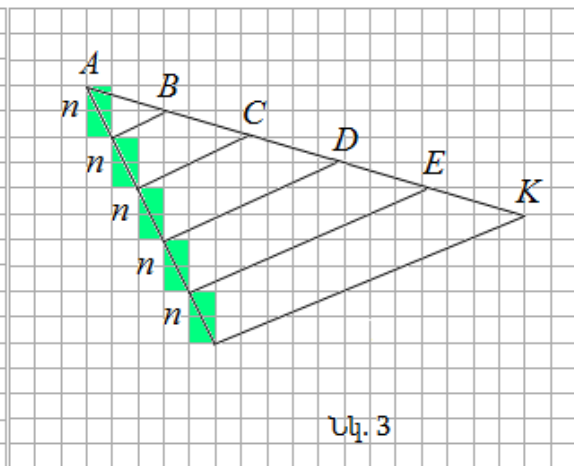
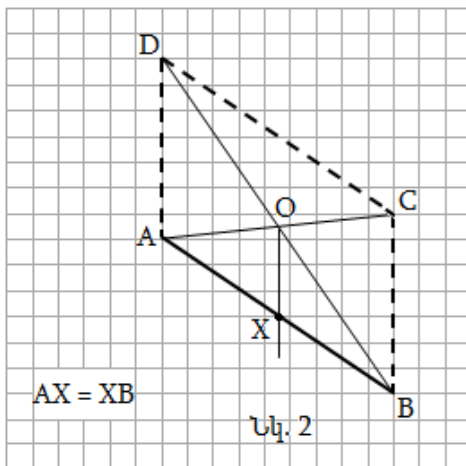
Խնդիր 2. Կառուցել AB հատվածի միջնակետը:

Լուծում. AB հատվածի վրա կառուցենք զուգահեռագիծ իր անկյունագծերով:

O կետից տանենք ուղիղ զուգահեռ AD -ին: Այն կհատի AB -ն X կետում այնպես, որ տեղի ունի $AX = XB$ պայմանը (նկ. 2):

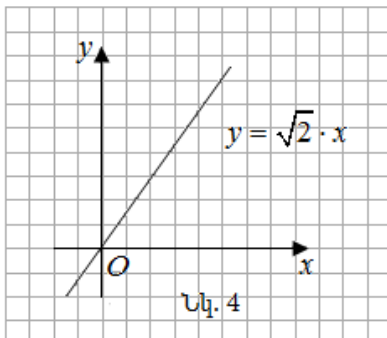
Խնդիր 3. Հատվածի բաժանումը նշված թվով հավասար մասերի:

Լուծում. Տրված AK հատվածը 5 հավասար մասերի բաժանելու համար A կետից տանում ենք ճառագայթ, որն անցնում է $1' 2$ չափսերով ուղղանկյունների



անկյունագծերով: Այդ ճառագայթի վրա անջատում ենք 5 հավասար հատվածներ և այդ կետերից տանում զուգահեռ ուղիղներ, նկ. 3:

Թալեսի թեորեմի համաձայն AK հատվածի վրա կառուցանան 5 հավասար հատվածներ (նկ. 3):



Խնդիր 4. Հնարավո՞ր է, արդյոք քառակուսի վանդակավոր թղթում կառուցել ուղիղ, որը չանցնի վանդակավոր թղթի ոչ մի հանգույցով (նկ. 4 😊)

Լուծում. Կոորդինատական համակարգում դիտարկենք $y = \sqrt{2} \cdot x$ ուղիղը:

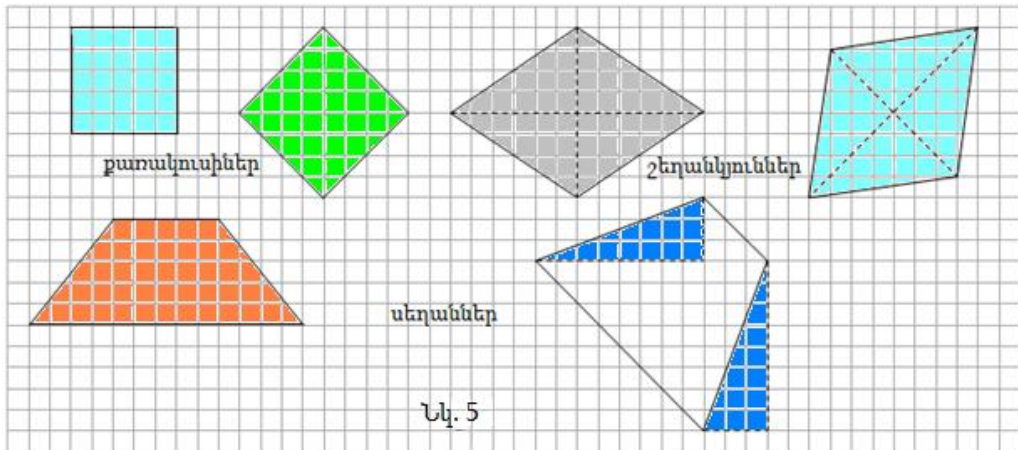
Ապացույցը կատարենք հակասող ընդունելիության մեթոդով: Եթե այն հատում է որևէ հանգույց, իսկ հանգույցի

կոորդինատները ամբողջ թվեր են, ապա ստացվում է, որ մեր ուղղի վրա կան ամբողջ կոորդինատներով կետեր, ստացանք հակասություն: Այսինքն մեր ուղիղը չի անցնում ոչ վանդակավոր թղթի ոչ մի հանգույցով, բացի կոորդինատների սկզբնակետից:

Խնդիր 5. Կառուցել քառակուսի, շեղանկյուն և հավասարասրուն սեղան քառակուսի վանդակավոր թղթի վրա (նկ. 5):

Լուծում. Այդ քառանկյունների կառուցումը առանձին դժվարություն չի ներկայացնում քառակուսի վանդակավոր թղթի վրա, որը տեսանելի է նկ. 5-ում:

Հետագա խնդիրների լուծումը կատարվում է ոչ ճգրիտ, այլ մոտավորապես:



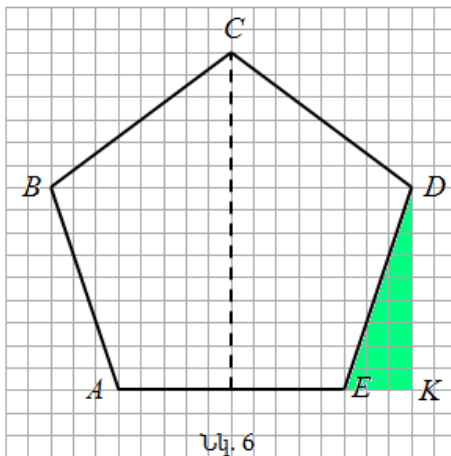
Խնդիր 6. Կառուցել կանոնավոր հնգանկյուն:

Լուծում. Հնգանկյան հորիզոնական կողմը ընտրենք 10 վանդակ՝ $AE = 10$:

Եռանկյունի

DEK -ից

կգրենք



$$ED^2 = 3^2 + 9^2 = 90 \Rightarrow BC = \sqrt{90} = 9,4868... \approx 10:$$

Այժմ հաշվենք DC -ի երկարությունը.

$$DC^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow DC = 10:$$

Հաշվի առնելով գծագրի համաչափությունը հնգանկյան հորիզոնական կողմի միջնուղղահայացի նկատմամբ՝ մյուս երկու կողմերը կառուցում ենք՝ օգտվելով նշված համաչափությունից:

Պատ. Կառուցված հնգանկյունը կանոնավոր է (նկ. 6):

Խնդիր 7. Կառուցել կանոնավոր վեցանկյուն:

Լուծում. Կանոնավոր վեցանկյան արտագծյալ շրջանագծի շառավիղը ընտրենք 6 վանդակ:

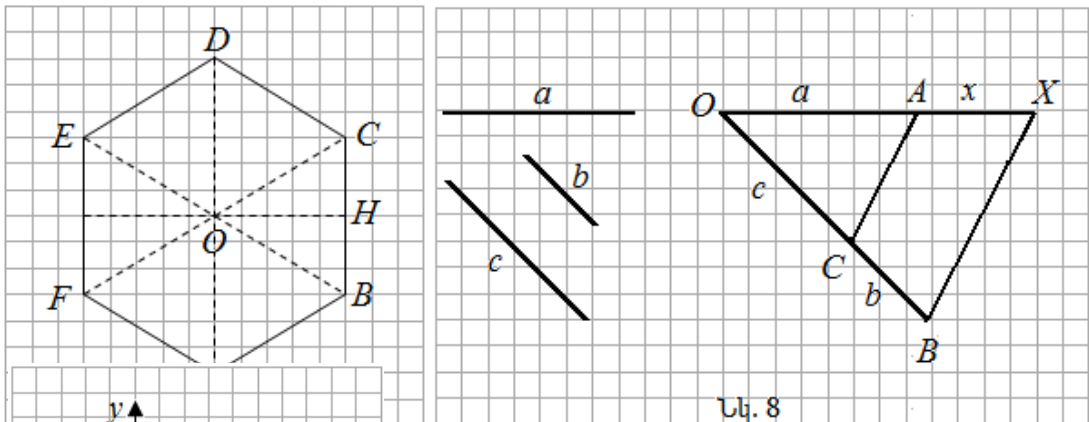
$$\frac{OH}{6} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OH = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} = 5,1961... \approx 5:$$

Այսպիսով՝ $OH = 5$: Որից հետո պարզ են դառնում կառուցման հետագա քայլերը (նկ. 7):

Խնդիր 8. Կառուցել տրված երեք հատվածների 4-րդ համեմատականը:

Լուծում. Տրված են a , b և c հատվածները: Պետք է կառուցենք $x = \frac{a \cdot b}{c}$

երկարության հատված: Հավասարությունը ձևափոխենք՝ $\frac{x}{b} = \frac{a}{c}$ տեսքի: Անհայտ հատվածի երկարությունը որոշվում է Թալեսի թեորեմի գծագրի օգնությամբ: Այս



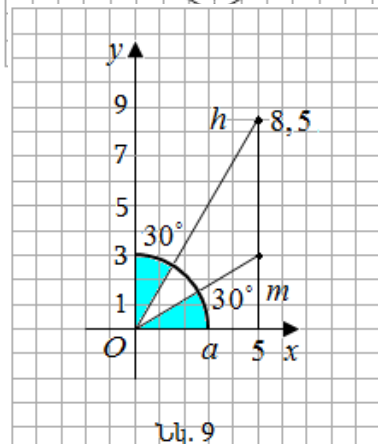
Նկ. 8

գծագրում b և c հատվածները ընտրված են վանդակների անկյունագծերով, որպեսզի խուսափենք կարկինի օգտագործման անհրաժեշտությունից (նկ. 8):

Հետևանք: Նույն դատողություններով յուրաքանչյուր նախորդից անցնելով հաջորդին՝

կարելի է կառուցել $x = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \dots \cdot b_{n-1}}$

երկարությամբ հատված:



Նկ. 9

Խնդիր 9. Ուղիղ անկյունը բաժանել 3 հավասար մասերի:

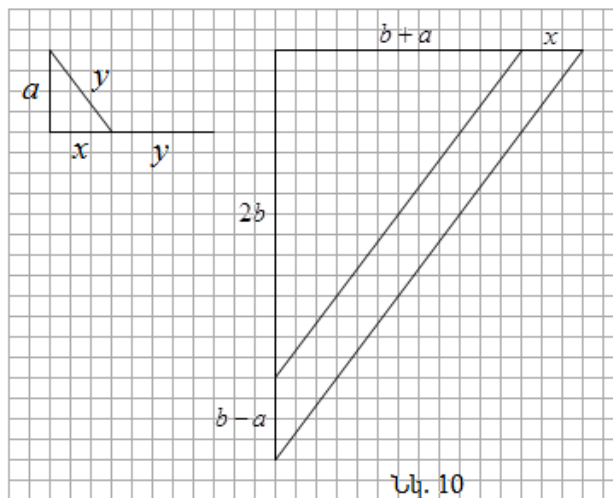
Լուծում. Կառուցենք ուղղանկյուն դեկարտյան կոորդինատական համակարգ վանդակավոր քառակուսի թղթի վրա (նկ. 9):

Դիտարկենք ուղղանկյուն եռանկյունի 30° և 60° անկյունով: Դրանց համար կիրառենք տանգենսների բանաձևը.

$$\frac{h}{a} = \operatorname{tg} 60^\circ \Rightarrow h = 5 \cdot \operatorname{tg} 60^\circ \approx 5 \cdot 1,7320 \approx 8,5;$$

$$\frac{m}{5} = \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow m = 5 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \approx 5 \cdot 0,5773 \approx 3:$$

Այս թվերը ստանալուց հետո դժվար չէ իրականացնել «Ուղիղ անկյան բաժանումը 3 հավասար մասերի» խնդրի մոտավոր լուծումը (նկ. 9):



Նկ. 10

Խնդիր 10. Կառուցել ուղղանկյուն եռանկյուն, եթե տրված են նրա էջը և մյուս էջի և ներքնաձիգի գումարը (նկ. 10):

Լուծում. Նշանակենք տրված էջը a -ով, մյուս էջը x -ով, իսկ ներքնաձիգը y -ով: Մյուս էջի և ներքնաձիգի գումարը նշանակենք $(x + y)$ -ով:

Պյութագորասի թեորեմից կգրենք, նկ. 10:

$$a^2 + x^2 = y^2; \quad y = b - x; \quad a^2 + x^2 = (b - x)^2; \quad a^2 + x^2 = b^2 - 2bx + x^2;$$

$$2bx = b^2 - a^2; \quad x = \frac{b^2 - a^2}{2b} = \frac{(b - a) \times (b + a)}{2b} \quad \text{և} \quad \frac{x}{b - a} = \frac{b + a}{2b};$$

Որպեսզի համոզվենք ստացված x հատվածի երկարության ճիշտ լինելը, տեղադրենք տվյալների թվային արժեքները ըստ նկ. 10-ի:

$$a = 4, \quad x = 3, \quad y = 5, \quad b = x + y = 8, \quad 2b = 16, \quad b - a = 4, \quad b + a = 12:$$

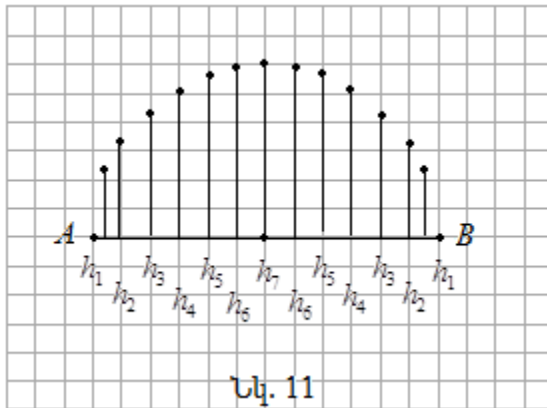
$$x = \frac{(b - a) \times (b + a)}{2b} = \frac{4 \times 12}{16} = 3:$$

Խնդիր 11. Տրված է AB հատվածը: Կառուցել AB տրամագծով կիսաշրջանագծի կետեր:

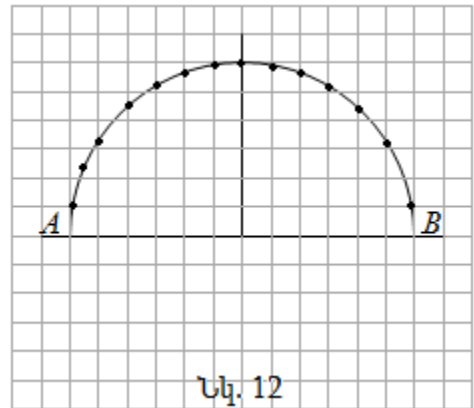
$$h_1 = 0; \quad h_2 = \sqrt{1 \cdot 11} = 3,3166; \quad h_3 = \sqrt{2 \cdot 10} = 4,4721;$$

$$h_4 = \sqrt{3 \cdot 9} = 5,1961; \quad h_5 = \sqrt{4 \cdot 8} = 5,6568;$$

$$h_6 = \sqrt{5 \cdot 7} = 5,9160; \quad h_7 = \sqrt{6 \cdot 6} = 6:$$



Նկ. 11



Նկ. 12

Լուծում: Կիրառենք այն թեորեմը, որի համաձայն $h^2 = a \cdot b$, որտեղ h -ը տրամագծին կազմեցված ուղղահայացն է, իսկ a -ն և b -ն տրամագծի հատվածներն են (տրամագծին տարած ուղղահայացը միջին համեմատական է տրամագծի վրա անջատված հատվածներին): Նկ. 11-ում տեղադրված են ուղղահայացների երկարությունների արժեքները:

Մեր գծագրում $AB=12$ վանդակ: Նկ. 12-ում գծագիրը կատարված է կարկինով, և այն տեղադրված է համեմատելու համար նկ. 11-ի տվյալների հետ:

Գրականություն

1. Аргунов Б.И. и Балк М. Б., Геометрические построения на плоскости. Москва, 1955.
2. Առաքելյան Ռ. Լ. Մաթեմատիկա. ձեռնարկ «տարրական կրթության մանկավարժություն և մեթոդիկա» մասնագիտության համար, IV մաս, «Զանգակ – 97» հրատարակչություն, Երևան 2010 թ.

Հոդվածը տպագրության է երաշխավորել խմբագրական խորհրդի անդամ, ֆ.մ.գ.թ. Գ.Հ.Սահակյանը: