

ՀՏԴ 573(076.1), 512

Կենսաբանություն, մաթեմատիկա

Նարինե ՄԱՐԳՍՅԱՆ

ԱրՊՀ, մաթեմատիկայի ամբիոն, ֆ.մ. գ.թ

E-mail: narine_sargsyan_2012@mail.ru

Մայա ԾԱՏԸՅԱՆ

ԱրՊՀ, Կենսաբանության և քիմիայի ամբիոն, գ.գ.թ., դոցենտ

E-mail: maya.c@mail.ru

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐՈՒՄ

Աշխատանքը նվիրված է կենսաբանության որոշ բնագավառների ստանդարտ խնդիրներին, որոնք կարելի է լուծել ինչպես կենսաբանության, այնպես էլ մաթեմատիկական մեթոդներով: Տալով մեթոդական կարևորություն և՛ մաթեմատիկական, և՛ կենսաբանական կողմին, վեր է հանվում մաթեմատիկայի և կենսաբանության կապը, զուգահեռներ անց կացվում կենսաբանական և մաթեմատիկական լուծումների միջև:

Բանալի բառեր՝ Էկոլոգիա, սնման շղթա, էկոլոգիական հավասարակշռություն, ռեակցիա, ֆիզիոլոգիական ցուցանիշներ, մաթեմատիկական մոդելավորում, երկրաչափական պրոգրեսիա, բարդ տոկոսների բանաձև, անհավասարություն:

Н.САРКИСЯН, М. ЦАТУРЯН**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В
БИОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ**

Работа посвящена стандартным задачам в некоторых областях биологии, которые могут быть решены как биологическими, так и математическими методами. Придавая методологическое значение математической и биологической стороне, раскрывается связь между математикой и биологией, проводятся параллели между биологическими математическими решениями.

Ключевые слова; экология, цеп питания, экологическое равновесие, реакция, физиологическое равновесие, математическое моделирование, геометрическая прогрессия, формула сложных процентов, неравенство.

N. SARKISYAN, M. TSATURYAN**APPLICATION OF MATHEMATICAL METHODS IN
BIOLOGICAL PROBLEMS**

The work is devoted to standard problems in some areas of biology, which can be solved by both biological and mathematical methods. Attaching methodological significance to the mathematical and biological side, the connection between mathematics and biology is revealed, parallels between biological mathematical solutions are drawn.

Key words: ecology, food chain, ecological balance, reaction, physiological balance, mathematical modeling, geometric progression, compound percent formula, inequality.

Ներածություն: Ժամանակակից գիտության մեջ մաթեմատիկայի դերը անընդհատ աճում է: Սկսած 20-րդ դարի 40-ական թթ բժշկության և կենսաբանության մեջ մաթեմատիկական մեթոդները կիրառվում են կիբերնետիկայի և ինֆորմատիկայի միջոցով, որոնք առավել զարգացած են կենսաքիմիայի, կենսաֆիզիկայի, ֆիզիոլոգիայի, բժշկական գործիքավորումների, կենսատեխնոլոգիական համակարգերի ստեղծման բնագավառներում: Մաթեմատիկայի շնորհիվ ընդլայնվել են կյանքի իմացության հիմունքները, առաջացել ախտորոշման և բուժման ավելի էֆեկտիվ մեթոդներ: Ժամանակակից կենսաբանության հետազոտման նոր մեթոդ է հանդիսասանում որևէ պրոցեսի կամ երևույթի մոդելավորումը: Ընդ որում կարող են վերաբրտադրվել այնպիսի ծայրահեղ դրույթներ, որոնք հնարավոր չեն լինի ստեղծել կենդանի օբյեկտի վրա:

Արդի ժամանակաշրջանում կենսաբանությունը հանդիսանում է համալիր գիտություն, որտեղ առաջատար տեղ է գրավում ֆիզիկաքիմիական ուղղությունը:

Կենսաբանության նորագույն տվյալները էական ներդրում են հանդիսանում աշխարհի գիտական ոլորտում: Արդի շրջանում կենսաբանությունը իրենից ներկայացնում է կյանքի, կենդանի օրգանիզմներում ընթացող երևույթների ուսումնասիրություն:

Կենդանի համակարգերը անօրգանական համակարգերից տարբերվում են իրենց բարդ օրգանական միացությունների, հատկապես սպիտակուցների կազմությամբ:

Մաթեմատիկական իր յուրահատուկ միջոցներով օգնում է շատ կենսաբանական խնդիրների լուծման հարցում:

Աշխատանքը նվիրված է կենսաբանության որոշ բնագավառների ստանդարտ խնդիրների լուծմանը: Մաթեմատիկական բանաձևերի կիրառումը հեշտացնում է դիտարկված խնդիրների լուծումը:

Աշխատանքի առաջին բաժնում դիտարկված են էկոլոգիական համակարգերում սնման շղթաների վերաբերյալ խնդիրներ, որոնք նախ լուծվում են կենսաբանական մեթոդներով, այնուհետև՝ մաթեմատիկորեն: Երկրորդ բաժնում դիտարկված են խնդիրներ, որոնք լուծվում են օգտագործելով ածանցյալի կենսաբանական իմաստը [6-9] :

1.Սնման շղթաները էկոլոգիական համակարգերում: Էկոլոգիական համակարգերում օրգանիզմները կապված են միմյանց հետ բարդ և բազմազան սնման շղթաներով: Սնման շղթայի առաջին օղակը պրոդուցենտներն են, որոնք արեգակնային (լուսային) էներգիան փոխակերպում են քիմիական կապերի էներգիայի օրգանական նյութերի տեսքով: Մյուս բոլոր կենդանի օրգանիզմները (կոնսումենտներ, ռեդուցենտներ) ապրում են ի հաշիվ պրոդուցենտների կողմից արտադրված օրգանական նյութերի, սնվելով նրանցով: Պարզվում է, որ սննդային շղթաները երկար չեն կարող լինել, քանի որ օրգանական նյութը մի օրգանիզմից մյուսին անցնելով կորցնում է իր մեջ պարփակված էներգիայի 80-95%, և միայն 5-20% է կուտակվում հաջորդ օղակում օրգանական նյութի (կենսազանգվածի) տեսքով: Այդ պատճառով սնման շղթաները հիմնականում կազմված են 3-5 օղակներից:

Էկոլոգիական հավասարակշռության վերաբերյալ մի շարք խնդիրների լուծման հիմքում ընկած է մաթեմատիկական մոդելը: Դիտարկենք խնդիրներ, որոնք կարելի է լուծել երկրաչափական պրոգրեսիայի կիրառմամբ:

Խնդիր 1[3]: Անտառեզրին ապրում են 4 կզաքիս, որոնք սնվում են սկյուռներով: Սկյուռները սնվում են ընկույզներով: Մեկ կզաքիսը ուտում է 10

սկյուռ: Միբիրյան սոճու պտղաբերության լավացման համար անհրաժեշտ են հողում ապրող բակտերիաներ: Անտառի տվյալ հատվածի համար էկոլոլոգիական բուրգ կառուցելու նպատակով, որքա՞ն սկյուռ, ընկույզ և բակտերիա են անհրաժեշտ:

Լուծում: Խնդիրը հարմար է լուծել երկրաչափական պրոգրեսիայի օգնությամբ: Կազմենք երկրաչափական պրոգրեսիա.

$$b_1 = 4, q = 10, b_2, b_3, b_4 = ?$$

Օգտվելով երկրաչափական պրոգրեսիայի սահմանումից՝ $b_{n+1} = b_n \cdot q$, կունենանք:

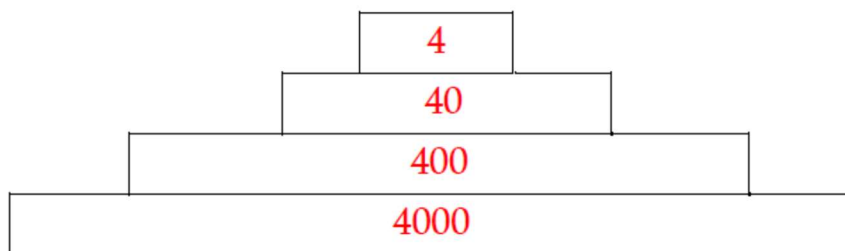
$$b_2 = b_1 q = 4 \cdot 10 = 40,$$

$$b_3 = b_2 q = 40 \cdot 10 = 400,$$

$$b_4 = b_3 q = 400 \cdot 10 = 4000$$

Այսպիսով անտառի այդ հատվածի էկոլոգիական հավասարակշռության համար անհրաժեշտ են 4 կգաքիս, 40 սկյուռ, 400 ընկույզ, 4000 բակտերիա:

Մտման շղթայի հիմքը հանդիսացող բուսական նյութի քանակը միշտ մի քանի անգամ ավելի է, քան խոտակեր կենդանիների ընդհանուր զանգվածը, իսկ սննդային շղթայի հաջորդ օղակներից յուրաքանչյուրի կենսազանգվածը նույնպես պակասում է: Այս շատ կարևոր օրինաչափությունը կոչվում է էկոլոգիական բուրգի կանոն [4]: Մեր խնդրում էկոլոգիական բուրգն ունի հետևյալ տեսքը:



Պատ.՝ 4 կգաքիս, 40 սկյուռ, 400 ընկույզ, 4000 բակտերիա

Խնդիր 2[2]: Քանի՞ խոլերայի բակտերիա կառաջանա ամեն 10 ժամում, եթե մեկ բակտերիան յուրաքանչյուր ժամում կիսվում է:

Լուծում: Ունենք մեկ բակտերիա, մեկ ժամ հետո՝ երկու, երկու ժամ հետո՝ 4 և այլն (կրկնապատկվում է կիսման եղանակով):

$$1, 2, 4, \dots$$

Թվերի այս հաջորդականությունը կազմում է երկրաչափական պրոգրեսիա, որի առաջին անդամը՝ $b_1 = 1$, իսկ հայտարարը՝ $q = 2$: Օգտվելով պրոգրեսիայի n անդամների գումարի բանաձևից (n -ը կատարում է ժամանակի դերը)

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

10 ժամ հետո կունենանք

$$S_{10} = \frac{1 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 1023$$

Պատ.՝ 1023 բակտերիա

Հաւորդ խնդիրը հարմար է լուծել բարդ տոկոսների բանաձևի կիրառմամբ:

Խնդիր 3[1]: Պոպուլյացիայի առանձնյակների թվաքանակը կազմում է 15000: Յուրաքանչյուր տարի թվաքանակը պակասում է 20 % - ով:

1) Ինչպիսի՞ն կլինի պոպուլյացիայի թվաքանակը 4 տարի անց:

2) Քանի՞ տարուց պոպուլյացիայի թվաքանակը փոքր կլինի 1000-ից:

Լուծում: 1) Նախ տանք խնդրի լուծման կենսաբանական եղանակը, որը քայլ առ քայլ հաշվում է պոպուլյացիայի թվաքանակը յուրաքանչյուր տարում: Կազմենք հարաբերություն

$$\begin{aligned} 15000 &- 100 \%, \\ x &- 20 \% \end{aligned}$$

$$\text{Այստեղից՝ } x = 15000 \cdot \frac{20}{100} = 3000$$

Մեկ տարի անց կունենանք $15000 - 3000 = 12000$ առանձնյակ: Կազմենք նոր հարաբերություն

$$\begin{aligned} 12000 &- 100 \%, \\ x &- 20 \% \end{aligned}$$

$$\text{Այստեղից՝ } x = 12000 \cdot \frac{20}{100} = 2400$$

Երկու տարի անց կունենանք $12000 - 2400 = 9600$ առանձնյակ: Կազմենք նոր հարաբերություն

$$\begin{aligned} 9600 &- 100 \%, \\ x &- 20 \% \end{aligned}$$

$$\text{Այստեղից՝ } x = 9600 \cdot \frac{20}{100} = 1920$$

Երեք տարի անց կունենանք $9600 - 1920 = 7680$ առանձնյակ: Կազմենք նոր հարաբերություն

$$\begin{aligned} 7680 &- 100 \%, \\ x &- 20 \% \end{aligned}$$

$$\text{Չորս տարի անց կունենանք } 7680 - 1536 = 6144$$

Մաթեմատիկական եղանակը թույլ է տալիս խնդրի լուծման առավել կարճ ճանապարհ: Կիրառենք բարդ տոկոսների բանաձևը.

$$A_n = A_0 \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$$

ընդունելով $A_0 = 15000, p = 20, n = 4$

$$A_4 = 15000 \left(1 - \frac{20}{100}\right)^4 = 6144$$

Պատ.՝ 6144

2) Խնդրի երկրորդ պահանջը լուծվում է նույն ձևով: Որպես սկզբնական թվաքանակ ընդունելով չորս տարի անց ստացվածը, կունենանք

$$6144 - 100 \%,$$

$$x - 20 \%$$

$$\text{Այստեղից՝ } x = 6144 \cdot \frac{20}{100} = 1228.8 \approx 1229$$

Հինգ տարի անց կունենանք $6144 - 1229 = 4915$ առանձնյակ:

Շարունակելով այս գործողությունները, կհաշվենք առանձնյակների թվաքանակը 6, 7, ..., 13 տարի անց: Դրանք համապատասխանաբար հավասար են 3932/VI/, 3146 /VII/, 2517 /VIII/, 2014 /IX/, 1611 /X/, 1289/XI/, 1031 /XII/. 825 /XIII/:

Այստեղ, փակագծերի մեջ հռոմեական թվերով նշված են տարիների քանակը:

Կիրառելով բարդ տոկոսների բանաձևը՝ հեշտությամբ կարելի որոշել, թե քանի տարի անց պոպուլյացիայի քանակը փոքր կլինի 1000-ից: Իրոք

$$A_0 \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n < 1000$$

$$15000 \left(1 - \frac{20}{100}\right)^n < 1000$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^n < \frac{1}{15}$$

Լոգարիթմենք անհավասարության երկու կողմը, կունենանք

$$n > \log_4 \frac{1}{5} = -\frac{\ln 15}{\ln \frac{4}{5}} \approx 12,14$$

Անհավասարմանը բավարարող ամենափոքր ամբողջ լուծումը կլինի $n = 13$: Ստուգում.

$$A_{13} = A_0 \left(1 - \frac{p}{100}\right)^{13} = 15000 \left(1 - \frac{20}{100}\right)^{13} = 824,6 < 1000$$

Պատ.՝ 13 տարի

2. Ածանցյալի կիրառումը կենսաբանական խնդիրներում:

Ժամանակակից դպրոցական դասագրքերը պարունակում են որոշակի քանակության կիրառական խնդիրներ, որոնք վերաբերում են մաթեմատիկական մեթոդների կիրառմանը մարդու գործունեության տարբեր ոլորտներին: Ածանցյալը և նրա կիրառությունները թեման ուսումնասիրելիս հնարավոր է դարձել բացահայտել ածանցյալի բացի ֆիզիկական և

երկրաչափական իմաստներից նաև քիմիական, կենսաբանական, տնտեսագիտական և այլն իմաստները [7-9]:

Օրինակների վրա դիտարկենք ածանցյալի կենսաբանական իմաստը: Մասնավորապես, եթե $y = P(t)$ պոպուլյացիայի բազմացման օրենքն է, ապա այդ դեպքում

$$y' = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

պոպուլյացիայի արտադրողակությունն է ժամանակի տվյալ պահին [7-9]:

Խնդիր 4[9]: Բակտերիայի պոպուլյացիայի չափը ժամանակի t պահին (արտահայտված ժամերով) տրվում է $P(t) = 3000 + 100t^2$ բանաձևով: Գտնել պոպուլյացիայի արագության աճը ժամանակի $t = 5$ պահին:

Լուծում: Հաշվենք $P(x)$ ֆունկցիայի ածանցյալը.

$$P'(t) = 200t$$

Այժմ հաշվենք պոպուլյացիայի արագությունը ժամանակի $t = 5$ պահին:

$$P'(5) = 200 \cdot 5 = 1000:$$

Պատ.՝ 1000

Դիտարկենք մեկ օրինակ ևս:

Օրինակ 5:[5] Օրգանիզմի ռեակցիան ընդունած դեղի նկատմամբ կարող է արտահայտվել արյան ճնշման բարձրացմամբ, մարմնի ջերմաստիճանի անկմամբ, զարկերակի կամ ֆիզիոլոգիական այլ ցուցանիշների փոփոխմամբ: Ռեակցիայի աստիճանը կախված է դեղից, նրա դոզայից: Ենթադրենք x -ը նշանակված դեղի դոզան է, y -ը ռեակցիայի աստիճանի ֆունկցիան՝

$$y = f(x) = x^2(a - x)$$

որտեղ a -ն որևէ դրական հաստատուն է: x -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում ռեակցիան կլինի մեծագույնը:

Լուծում: Ֆունկցիայի որոշման տիրույթն է՝ $0 < x < a$. Հետևաբար՝

$$f'(x) = 2ax - 3x^2$$

Այդ դեպքում՝

$$f'(x) = 2ax - 3x^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}a$$

Նկատենք, որ $f''\left(\frac{2}{3a}\right) = -2a < 0$. Հետևաբար $x = \frac{2}{3a}$ կետում $f(x)$

ֆունկցիան կունենա մեծագույն արժեք:

Եզրակացություն: Աշխատանքն ունի գիտամանկավարժական բացահայտում կենսաբանության բնագավառում՝ մաթեմատիկայի կիրառությամբ: Դիտարկված են կենսաբանության՝ մասնավորապես էկոլոգիայի բաժնի, խնդիրներ, որոնց լուծոված են ինչպես կենսաբանության, այնպես էլ մաթեմատիկական մեթոդներով: Դիտարկված խնդիրների լուծումները ցույց են տալիս, որ որոշ դասի խնդիրներ հարմար է լուծել մաթեմատիկական մեթոդներով: Առաջադրվող խնդիրների լուծումները կիրառեն կենսաբանություն և մաթեմատիկա առարկաների նկատմամբ սովորողի իմացական հետաքրքրությունները, կխորացնեն սովորողի առարկայական գիտելիքները, կզարգացնեն ստացած տեսական գիտելիքները պրակտիկայում կիրառելու հմտություն:

Գրականություն

1. Անտոնյան Ա. Պ. և ուրիշներ., Կենսաբանության թեստային առաջադրանքների շտեմարան, մաս 1-ին, Եր., 2015:
2. Անտոնյան Ա. Պ. և ուրիշներ., Կենսաբանության թեստային առաջադրանքների շտեմարան, մաս 2-րդ: Եր., 2015:
3. Սևոյան Գ.Գ. Կենսաբանության խնդիրներ: Եր., 2009:
4. Գևորգյան Է.Ս. և ուրիշներ Կենսաբանություն 9: Ընդհանուր օրինաչափություններ: Եր., 2014:
5. Ս.Վ. Ամիրյան և ուրիշներ, Կենսաբանություն 8. Մարդ, Եր., 2014:
6. biology –online. ru /metodichka.
7. Фомин С.В. Математика в биологии - Москва: Знание, 1969.
8. Ризниченко Г.Ю. Математические модели в биофизике и экологии, Моаква–Ижевск, 2003.
9. Ровенская О.Г., Белых Х.В. Прикладные задачи математического анализа. Краматорск. ДГМА, 2011.–152 с.

Հոդվածը տպագրության է երաշխավորել խմբագրական խորհրդի անդամ, կ.գ.դ. Հ.Գ.Գալստյանը: