

Давид АРУТЮНЯН

Московский физико-технический институт (ГУ)

Магистр МФТИ

E-mail: arutyunyan.da@phystech.edu

ДВИЖЕНИЕ САМОЛЕТА В АТМОСФЕРЕ ПРИ ОТКАЗЕ ОБОИХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Դ.Հարությունյան

**ՕՂԱՆԱՎԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ՄԹՆԱԼՈՐՏՈՒՄ ԵՐԿՈՒ
ՇԱՐԺԻՉՆԵՐԻ ԽԱՓԱՆՈՒՄՈՎ**

Հոդվածում ներկայացված են շարժիչի խափանման դեպքում օդանավի դինամիկայի տեսական և թվային ուսումնասիրությունների արդյունքները, այս խնդրի մեջ օդանավը համարվում է նյութական կետ, ուսումնասիրված են նաև ժամանակից հորիզոնական և ուղղահայաց ուղղություններով արագության կախումները ժամանակից: Բնչպես նաև, տվյալ բարձրության վրա շարժիչի խափանման դեպքում անկման ժամանակի գնահատում:

Բանալի բառեր՝ բարձրացման ուժ, ճակատային դիմադրություն, հորիզոնական արագություն, ուղղահայաց արագություն:

В работе представлены результаты теоретических и численных исследований динамики самолета при отказе двигателей. Самолет в данной задаче считается материальной точкой. Исследуются проекции скорости на горизонтальном и вертикальном направлениях от времени, а также оценка времени падения при отказе двигателей на заданной высоте.

Ключевые слова: подъемная сила, лобовое сопротивление, горизонтальная скорость, вертикальная скорость.

D. Haroutunian

**THE MOVEMENT OF THE AIRCRAFT IN THE ATMOSPHERE
WITH THE FAILURE OF BOTH ENGINES**

The paper presents the results of theoretical and numerical studies of the aircraft dynamics in case of engine failure. The aircraft in this problem is considered a material point. The projections of speed in the horizontal and vertical directions from time are studied, as well as an estimate of the fall time in case of engine failure at a given altitude.

Key words: lift force, drag, horizontal speed, vertical speed.

При движении объекта в сплошной среде его характеристики меняются нелинейно. Во время построения математической модели возникают серьезные задачи, которые не удастся решить классическими методами. В работе исследуется движение самолета после отказа обоих двигателей. Будет дана оценка изменения как горизонтальной, так и вертикальной составляющей скорости.

Причиной подъема самолета служит подъемная сила, которая возникает при обтекании встречного потока крыла самолета. Из гидродинамики известно, что подъемная сила крыла вычисляется по формуле

$$F_{\Pi} = C_y v^2, \quad (1)$$

где C_y - коэффициент подъемной силы (размерной), v - скорость самолета. Для C_y имеем

$$C_y = \frac{C'_y \rho S}{2}, \quad (2)$$

где C'_y - безразмерный коэффициент подъемной силы, который зависит только от геометрического профиля крыла (а также, угла атаки α), ρ - плотность среды, S - площадь сечения крыла. В нашей задаче среда и крыло не меняются, поэтому можем считать, что $C_y = const$.

1. Горизонтальное движение.

В горизонтальной проекции уравнение движения самолета имеет вид (после отказа двигателей)

$$m \frac{dv_x}{dt} = -C_x v_x^2, \quad (3)$$

где m - масса самолета, v_x - скорость по горизонтали, $C_x = const$ - лобовое сопротивление. Найдем зависимость скорости от времени

$$\frac{dv}{v_x^2} = -\frac{C_x}{m} dt, \quad (4)$$

Сделаем замену

$$\alpha_x = \frac{C_x}{m},$$

тогда можем сказать, что α_x - удельное лобовое сопротивление, $\alpha_x = const$

$$\int_{v_0}^{v_x(t)} \frac{dv}{v_x^2} = -\int_0^t \alpha_x dt \quad (5)$$

$$\frac{1}{v_0} - \frac{1}{v_x(t)} = -\alpha_x \quad (6)$$

$$v_x(t) = \frac{v_0}{1 + \alpha_x v_0 t} \quad (7)$$

Уравнение (7) показывает зависимость скорости от времени. Очевидно, что скорость начинает уменьшаться с ростом времени. Приведем график зависимости скорости от времени для пассажирского самолета при отказе двигателей на скорости $v_0 \approx 220 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, коэффициент лобового сопротивления $C_x = 0,1144 \frac{\text{кг}}{\text{м}}$, масса $m = 40 \text{ т}$, удельный коэффициент лобового сопротивления

$$\alpha_x = \frac{C_x}{m} = \frac{0,1144 \frac{\text{кг}}{\text{м}}}{40 \cdot 10^3 \text{ кг}} = 2,86 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{м}}$$

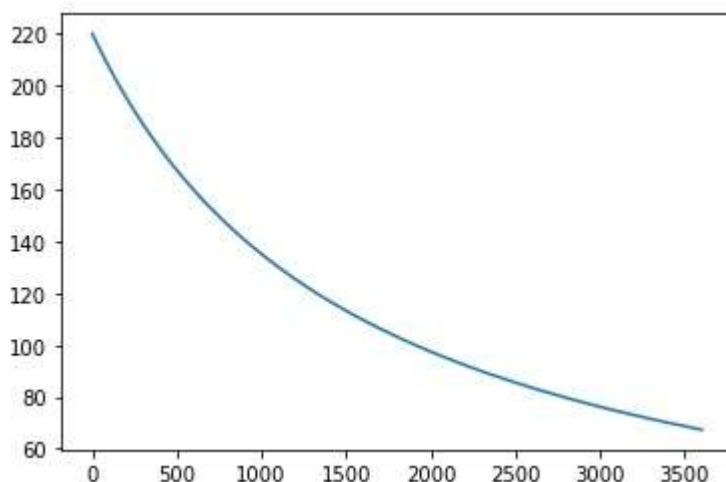


Рис . 1. Зависимость горизонтальной скорости от времени. Убывание скорости происходит за час от $220 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $65 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2. Вертикальное движение

В вертикальном направлении на самолет действуют две силы – сила тяжести и подъемная сила. Запишем уравнение движения в вертикальной проекции с учетом (1)

$$\frac{md}{dt} v_y = mg - C_y v_x^2, \quad (8)$$

где v_y - вертикальная скорость, $mg - C_y v_x^2$ - результирующая сила, действующая на самолет.

$$dv_y = \left(g - \frac{c_y}{m} v_x^2(t) \right) dt, \quad (9)$$

$$\int_0^{v_y(t)} dv_y = \int_0^t \left(g - \frac{c_y}{m} \cdot \left(\frac{v_0}{1 + \alpha_0 v_0 t} \right)^2 \right) dt \quad (10)$$

После интегрирования получим

$$v_y(t) = gt - \frac{c_y}{m} \cdot \frac{v_0}{\alpha_x} \left(1 - \frac{1}{\alpha_x v_0 t + 1} \right) \quad (11)$$

Окончательно получим

$$v_y(t) = gt - \frac{c_y v_0^2 t}{m(\alpha_x v_0 t + 1)} \quad (12)$$

Для удобства введем удельный коэффициент подъемной силы

$$\alpha_y = \frac{c_y}{m} \quad (13)$$

$$v_y(t) = gt - \frac{\alpha_y v_0^2 t}{\alpha_x v_0 t + 1} \quad (14)$$

Приведем график зависимости вертикальной скорости от времени (от 0 до 20 с).

$$\alpha_y = 0,000125 \text{ м}^{-1}, m = 40 \text{ т}, v_0 = 220 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \alpha_x = 2,86 \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-1}$$

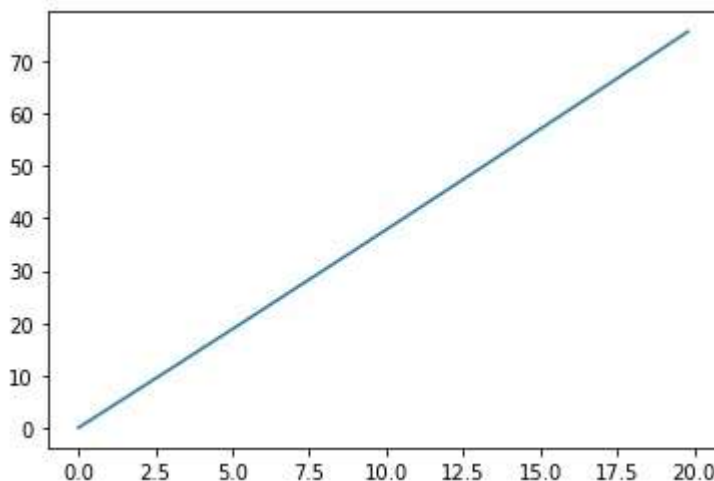


Рис. 2. Зависимость вертикальной скорости(м/с) от времени(с). За время $t = 20$ с самолет приобретает вертикальную скорость $v_y = 75 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

3. Вертикальное перемещение

Вертикальное перемещение найдем по формуле

$$H = \int_0^t v_y(t) dt \quad (15)$$

$$\begin{aligned} H &= \int_0^t \left(gt - \frac{\alpha_y v_0^2 t}{\alpha_x v_0 t + 1} \right) dt = \\ &= \frac{1}{2} gt^2 - \frac{\alpha_y v_0^2}{\alpha_x v_0} t + \frac{\alpha_y v_0^2}{\alpha_x^2 v_0^2} \ln(\alpha_x v_0 t + 1) \end{aligned} \quad (16)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} gt^2 - \frac{\alpha_y}{\alpha_x} v_0 t + \frac{\alpha_y}{\alpha_x^2} \ln(\alpha_x v_0 t + 1) \quad (17)$$

Если в (17) принять, что $H = 7000$ м, то при численном расчете (например, с помощью языка программирования *Python*) получим время падения $t = 60$ с.

Из (14) имеем $v_y(t = 60\text{с}) \approx 238 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ вертикальная скорость в момент удара. Здесь мы не учитывали вертикальную составляющую силы сопротивления. Ее учет приводит к более сложной задаче, решение которого даст меньшее значение скорости v_y .

Вывод: Из (7) можем сказать, что для более медленного уменьшения скорости необходимо иметь маленькое сопротивление α_x . В современном авиастроении данный факт учитывают. Вертикальная скорость растет, однако не так быстро, как при свободном падении. Если двигатели отказывают на высоте $H = 7000$ м, то начиная с этого момента до момента удара с землей пройдет около минуты. Для свободного падения время почти в два раза меньше. В момент удара вертикальная скорость составляет $v_y = 238 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Чтобы избежать этого, необходимо выполнять операции с крылом (изменение угла атаки приведет к изменению подъемной силы), а также с носом самолета (планирование): отклонив нос самолета, можно изменить подъемную силу. Однако эта задача имеет сложную математическую структуру, но исследования в данной работе могут служить опорой для ее решения.

Լիտերատուրա

1. Сивухин Д.В., Общий курс физики. Механика. Т1, 2005
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Гидродинамика. Том 6, 1986

Հոդվածը տպագրության է երաշխավորել խմբագրական խորհրդի անդամ, ֆ.ս.գ.թ. Կ.Ս.Արամյանը: