

ՀՏԴ 542.7

Ֆիզիկա

А.И. СОГОМОНЯН

доцент, к.ф.м.н.

Карен АРАМЯН

и.о. профессора кафедры математики и физики АрГУ, к.ф.м.н.

Օ ГАЗОВОМ ПАРАМЕТРЕ

Ա.Ի.Սողոմոնյան, Կ.Ս. Արամյան.

ԳԱԶԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԻ ՄԱՍԻՆ

Բնչպես հայտնի է ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացից, գազը համարվում է իդեալական, եթե գազի մասնիկների փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիան անտեսելի փոքր է մասնիկների անկանոն շարժման կինետիկ էներգիայի համեմատ: Այդպիսի պայմաններ կատարվում են գազի փոքր կոնցենտրացիաների և բարձր ջերմաստիճանների դեպքում: Հոդվածում բերվում է պարադոքսալ լույսը մի դեպք, երբ գազի ավելի մեծ կոնցենտրացիաները «նպաստում» են նրան, որ էլեկտրոնային գազը մետաղներում և կիսահաղորդիչներում լինի «ավելի» իդեալական: Հոդվածը կարող է օգտագործվել ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացի խորացված ուսումնասիրության համար:

Բանալի բառեր՝ բյուրեղային ցանց, Գուլոնի էներգիա, էլեկտրոնի կոնցենտրացիան, էլեկտրոնային գազ, գազի պարամետր, կիսահաղորդիչ, մետաղ, պոտենցիալ էներգիա, կինետիկ էներգիա:

Как известно из школьного курса физики, газ считается идеальным, если можно пренебречь потенциальной энергией взаимодействия частиц газа по сравнению с их кинетической энергией. Такие условия выполняются при малых концентрациях газа и высоких температурах. В статье приводится казалось бы парадоксальный случай, связанный со специфическими квантовыми свойствами электронного газа в металлах и полупроводниках, когда большие концентрации газа “способствуют” тому, чтобы электронный газ был бы “более ” идеальным. Может быть использовано при углубленном изучении школьного курса физики.

Ключевые слова: кристаллическая решетка, кулоновская энергия, концентрация электронов, электронный газ, газовый параметр, полупроводник, металл, потенциальная энергия, кинетическая энергия.

A. Sogomonyan, K. Aramyan

ABOUT GAS PARAMETER

As is known from a school physics course, a gas is considered ideal if it is possible to neglect the potential energy of interaction of gas particles compared to their kinetic energy. Such conditions are met at low gas concentrations and high temperatures. The article presents a seemingly paradoxical case associated with the specific quantum properties of the electron gas in metals and semiconductors, when large concentrations of the gas “contribute” to the fact that the electron gas would be “more” ideal. Can be used for in-depth study of the school physics course.

Key words: crystal lattice, Coulomb energy, electron concentration, electron gas, gas parameter, semiconductor, metal, potential energy, kinetic energy.

В квантовой механике одноэлектронная модель означает, что в поле кристаллической решетки рассматривается каждый отдельно взятый электрон. При включении в гамильтониан кулоновской энергии взаимодействия электронов устанавливается физический параметр, позволяющий найти границы, в рамках которых учет кулоновского взаимодействия становится необходимым.

Газ считается идеальным, когда потенциальная энергия взаимодействия электронов оказывается по порядку величины меньше их кинетической энергии:

$$\frac{e^2}{\bar{r}} < \frac{p^2}{2m_0}$$

Здесь $\bar{r}$ – среднее расстояние между электронами. В металлах электронные концентрации достигают величин порядка 10^{22} см^{-3} , и электронный газ сильно вырожден вплоть до температуры плавления.

Электронный газ в металле можно считать идеальным при выполнении соотношения

$$\frac{e^2}{\bar{r}} < \frac{p_F^2}{2m_0} \quad (1)$$

здесь величина p_F – импульс Ферми, определяющая кинетическую электронов. Используя соотношение неопределенностей из квантовой механики

$$\bar{r} < \frac{\hbar^2}{m_0 e^2} \equiv r_B \quad (2)$$

Из (2) следует, что электронный газ в металле идеален в случае, когда среднее расстояние между электронами меньше боровского радиуса

$$r_B = \frac{\hbar^2}{m_0 e^2}$$

Параметр (2) называется газовым параметром. Среднее расстояние между электронами связано с концентрацией электронов следующим соотношением

$$\frac{1}{n} = \frac{V}{N} = \frac{4}{3} \pi \bar{r}^3 \quad (3)$$

которое следует из предположения, что средний объем, приходящийся на один электрон, равен объему сферы с радиусом $\bar{r} \sim n^{-\frac{1}{3}}$. Подставляя $\bar{r}$ из (3) в (2), запишем газовый параметр через концентрацию электронов n

$$n r_B^3 > 1, \quad (4)$$

Неравенство (4) позволяет найти концентрацию, выше которой электронный газ в металле идеален

$$n > \left(\frac{m_0 e^2}{\hbar^2} \right)^3 \sim 10^{25} \text{ см}^{-3}, \quad (5)$$

Обычные электронные плотности в металлах ($\sim 10^{22} \text{ см}^{-3}$) оказываются на три порядка ниже тех концентраций, при которых вырожденный газ становится идеальным. Таким образом, в земных условиях электронный газ в металлах не является идеальным.

Из (5) следует, что вырожденный электронный газ металла становится тем более идеальным, чем выше концентрация электронов, то есть чем более он плотный. Это свойство вырожденного газа следует из того, что потенциальная энергия электрона с увеличением n растет как $n^{\frac{1}{3}}$, а кинетическая энергия при этом растет быстрее — как $n^{\frac{2}{3}}$.

Существенное отличие в полупроводниках от металлов возникает за счет того, что в кинетической энергии вместо m_0 стоит эффективная масса m^* , которая часто оказывается много меньше массы свободного электрона m_0 . Кроме того, кулоновская потенциальная энергия в полупроводнике ослаблена за счет наличия диэлектрической проницаемости полупроводника ε . Газовый параметр для вырожденного полупроводника имеет вид

$$\frac{e^2}{\varepsilon \bar{r}} < \frac{p_F^2}{2m^*}$$

Оценка, аналогичная выполненной для металлов, дает

$$\bar{r} < \frac{\hbar^2}{m_0 e^2} \left(\varepsilon \frac{m_0}{m^*} \right) = r_B \left(\varepsilon \frac{m_0}{m^*} \right) \quad (6)$$

Здесь множитель в скобках передает отличие вырожденного полупроводника от металла. Используя (5), имеем

$$n r_B^3 \left(\varepsilon \frac{m_0}{m^*} \right)^3 > 1 \quad (7)$$

Для $m^* \approx 0,01 m_0$ и $\varepsilon \approx 10$, получим численную оценку для допустимых концентраций

$$n > 10^{17} \text{ см}^{-3} \quad (8)$$

Из (8) следует, что условие идеальности для полупроводников выполняется в широком интервале вполне реальных концентраций.

Осталось рассмотреть случай невырожденного электронного газа в полупроводниках. Для невырожденного газа кинетическая энергия определяется только температурой. Поэтому условие идеальности принимает вид

$$\frac{e^2}{\varepsilon \bar{r}} < T \quad (9)$$

Выше температура измеряется в энергетических единицах. Из (9) следует, что невырожденный электронный газ в полупроводнике идеален при

$$n < \left(\frac{T\varepsilon}{e^2}\right)^3 \quad (10)$$

При комнатной температуре $T \sim 10^{-14}$ эрг, $\varepsilon \sim 10$. Тогда получим численную оценку для концентрации в виде:

$$n < 10^{17} \text{ см}^{-3} \quad (11)$$

Из (9), (10) следует, что в невырожденном полупроводнике существует область достаточно низких концентраций, в которой электронный газ идеален.

Литература

1. **Киттель Ч.**, Элементарная физика твердого тела. М., Наука, 1965 г.
2. **Киттель Ч.**, Квантовая теория твердого тела. М., Наука, 1967 г.
3. **Джонс Г.**, Теория зон Бриллюэна и электронные состояния в кристаллах. М., Мир, 1968 г.

Հոդվածը տպագրության է երաշխավորել ԱրՊՀ ընդհանուր և կիրառական ֆիզիկայի ամբիոնը: