Известия НАН Армении, Физика, т.58, №2, с.255–261 (2023)
УДК 548.732
DOI:10.54503/0002-3035-2023-58.2-255

ВЕКТОРНЫЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКИЕ ДИФРАКЦИОННЫЕ ПОЛЯ И ПОЛЯ ЗАРЯДОВ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

М.К. БАЛЯН*

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

*e-mail: mbalyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 15 февраля 2023 г.)

В предыдущих работах с помощью найденной векторной функции Грина электромагнитное поле в произвольным образом выбранном объеме представлено в векторной форме, включающей поверхностные и объемные интегралы. Поверхностные интегралы описывают дифракцию поля, создаваемого внешними по отношению к объему зарядами, а объемные интегралы описывают поля, создаваемые зарядами, движущимися внутри объема. В этой работе, в ранее найденных векторных формулах поля, перейдя к Фурье-образам, получены выражения для монохроматического электромагнитного поля. Получены также интегро-дифференциальные уравнения для монохроматического электромагнитного поля в немагнитной среде, в присутствии зарядов, совершающих заданное движение. С учетом того, что вместе учитываются как дифракционные поля, так и поля зарядов, совершающих заданное движение, а также поля индуцированных в среде зарядов, эти уравнения получены впервые.

1. Введение

В электродинамике электромагнитное поле зарядов определяют либо с помощью векторного и скалярного потенциалов [1,2], либо с помощью вектора Герца [3, 4]. В работе [5] в зависящем от времени случае были найдены электромагнитные поля в произвольном объеме, когда и внутри объема, и вне его находятся движущиеся заряды. Поля внутри объема выражаются через поверхностные и объемные интегралы. Использовалась векторная функция Грина, найденная в той же работе. Для векторной функции Грина были найдены два выражения. В работе [5] была использована одна из этих форм, а в работе [6] – вторая. Первая форма привела к выражению полей зарядов внутри объема через векторный и скалярный потенциалы, а использование второй формы привело к выражению для полей через вектор Герца.

В настоящей работе сначала кратко приведем формулы, полученные в работах [5,6], затем перейдем к рассмотрению гармонического случая (монохроматический случай). Здесь кратко остановимся также на случае среды, где под действием поля возникают индуцированные заряды.

2. Электромагнитное поле внутри выбранного объема

Изложение начнем с волновых уравнений, которым удовлетворяют электрическое и магнитное поля [5, 6]

$$\mathrm{rotrot}\mathbf{E}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=-\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial\mathbf{j}}{\partial t},\quad \mathrm{rotrot}\mathbf{B}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2}=\frac{4\pi}{c}\mathrm{rot}\mathbf{j},$$
$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\mathrm{div}\mathbf{j}=0. \tag{1}$$

Последнее уравнение соответствует закону сохранения заряда для плотности заряда ρ и плотности тока $\mathbf{j}$. Соответствующая векторная функция Грина удовлетворяет уравнению

$$\mathrm{rotrot}\mathbf{G}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{G}}{\partial t^2}=\mathbf{f}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_p)\delta(t-t_p), \tag{2}$$

где $(\mathbf{r},t)$ – текущая координата и время, $(\mathbf{r}_p,t_p)$ – координата точки наблюдения p и время наблюдения, $\mathbf{f}$ – произвольный постоянный вектор и $\delta(\cdot)$ – дельта-функция Дирака. В работе [5] найдены два равных друг другу выражения для запаздывающей векторной функции Грина:

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}_p-\mathbf{r},t_p-t)=\frac{\mathbf{f}}{4\pi R}\delta(t_p-t-R/c)-\frac{c^2}{4\pi}\mathrm{graddiv}\left(\frac{\mathbf{f}}{R}(t_p-t-R/c)\theta(t_p-t-R/c)\right), \tag{3a}$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}_p-\mathbf{r},t_p-t)=-\mathrm{rotrot}\left(\frac{c^2\mathbf{f}}{4\pi R}(t_p-t-R/c)\theta(t_p-t-R/c)\right)$$
$$+c^2\mathbf{f}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_p)(t_p-t)\theta(t_p-t), \tag{3b}$$

где $R=\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_p\right|$.

2.1. Нахождение полей с использованием первой формы векторной функции Грина

Используя первую форму (3a) в некотором выбранном объеме V с поверхностью S для электромагнитного поля, были найдены выражения [5]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_p,t_p)=\frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t_p}\oint_S\frac{[(\mathbf{n}\times\mathbf{B})]}{R}dS+\mathrm{rot}_p\oint_S\frac{[(\mathbf{E}\times\mathbf{n})]}{R}dS+\mathrm{grad}_p\oint_S\frac{[\mathbf{En}]}{R}dS\right]$$
$$-\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t_p}\int_V\frac{[\mathbf{j}]}{R}dV-\mathrm{grad}_p\int_V\frac{[\rho]}{R}dV,$$
$$\mathbf{B}(\mathbf{r}_p,t_p)=-\frac{1}{4\pi}\left[\mathrm{rot}_p\oint_S\frac{[(\mathbf{n}\times\mathbf{B})]}{R}dS-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t_p}\oint_S\frac{[(\mathbf{E}\times\mathbf{n})]}{R}dS-\mathrm{grad}_p\oint_S\frac{[\mathbf{Bn}]}{R}dS\right]$$
$$+\frac{1}{c}\mathrm{rot}_p\int_V\frac{[\mathbf{j}]}{R}dV, \tag{4}$$

где символ $[\cdot]$ означает, что функция берется в запаздывающий момент t_p-R/c, индекс p у знаков дифференцирования означает дифференцирование по координатам точки наблюдения.

Так как объемные интегралы в (4) исчезают при отсутствии зарядов внутри объема, то они являются решениями неоднородных уравнений (1). Следовательно, поверхностные интегралы являются решениями однородных уравнений, соответствующих неоднородным уравнениям (1), и описывают дифракционные поля, обусловленные полями движущихся вне объема зарядами. Выражения (4) в виде объемных интегралов содержат векторный и скалярный потенциалы $\mathbf{A} = c^{-1}\int_V [\mathbf{j}]/R\,dV$, $\varphi = \int_V [\rho]/R\,dV$, причем поля зарядов, движущихся внутри объема, выражаются как $-c^{-1}\partial\mathbf{A}/\partial t_p - \mathrm{grad}_p\varphi$ и $\mathrm{rot}_p\mathbf{A}$.

2.2. Нахождение полей с использованием второй формы векторной функции Грина

Если использовать вторую форму (3b) векторной функции Грина, то, как показано в работе [6], вместо (4) получим выражения через обобщенный вектор Герца, а не через потенциалы:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_p,t_p) = -\frac{c}{4\pi}\left[\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\oint\limits_S \frac{(\mathbf{n}\times\mathbf{B})\theta(t_p - t - R/c)}{R}dSdt + \frac{1}{c}\mathrm{rot}_p\oint\limits_S\frac{[(\mathbf{n}\times\mathbf{E})]}{R}dS\right]$$

$$+\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\mathbf{Z} - 4\pi\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\theta(t_p - t)\mathbf{j}(\mathbf{r}_p,t)dt, \tag{5}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}_p,t_p) = -\frac{c}{4\pi}\left[-\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\oint\limits_S \frac{(\mathbf{n}\times\mathbf{E})\theta(t_p - t - R/c)}{R}dSdt + \frac{1}{c}\mathrm{rot}_p\oint\limits_S\frac{[(\mathbf{n}\times\mathbf{B})]}{R}dS\right]$$

$$+\frac{1}{c}\mathrm{rot}_p\frac{\partial\mathbf{Z}}{\partial t_p}.$$

Здесь обобщенный вектор Герца имеет вид

$$\mathbf{Z}(\mathbf{r}_p,t_p) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_V \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r},t)\theta(t_p - t - R/c)}{R}dVdt\,. \tag{6}$$

При выводе выражений (5) предполагалось, что $\mathbf{j}(\mathbf{r},-\infty) = 0$, т.е. в бесконечно прошлом заряды были неподвижны и потом пришли в движение [7]. Особо отметим, что если в уравнениях (4) и (5) для полей возможно интегрирование по всему пространству, то поверхностные интегралы исчезают и остаются только объемные интегралы, которые в каждой точке пространства определяют поле зарядов и токов.

3. Монохроматические поля

Монохроматические поля можно найти либо прямо из выражений (4) и (5), либо же переходя от уравнений (1) и (2) к уравнениям для монохроматических полей и монохроматической векторной функции Грина, и сделать вывод, используя векторную функцию Грина монохроматического случая.

В данной работе мы получим монохроматические поля, исходя из уравнений (4) и (5) для нестационарного случая. Представим поля и векторную функцию Грина в виде интеграла Фурье по частотам

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\mathbf{E}_0(\mathbf{r},\omega)e^{-i\omega t}d\omega\,, \tag{7}$$

и выполним то же самое для магнитного поля и векторной функции Грина с Фурье-образами, соответственно, $\mathbf{B}_0$ и $\mathbf{u}$, а также Фурье-образами плотности заряда и плотности тока ρ_0 и $\mathbf{j}_0$, соответственно.

Подставим разложения (7) сначала в (4). Для Фурье образов получим следующие формулы:

$$\begin{gathered}
\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_p,\omega)=-\frac{i\omega}{c}\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{B}_0)G_s dS-\mathrm{rot}_p\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{E}_0)G_s dS+\mathrm{grad}_p\oint_S(\mathbf{n}\mathbf{E}_0)G_s d\mathrm{S}+\frac{4\pi i\omega}{c^2}\int_V\mathbf{j}_0 G_s dV \\
-4\pi\mathrm{grad}_p\int_V\rho_0 G_s dV=-\frac{i\omega}{c}\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{B}_0)G_s dS-\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{E}_0)\times\mathrm{grad}G_s dS-\oint_S(\mathbf{n}\mathbf{E}_0)\mathrm{grad}G_s d\mathrm{S} \\
+\frac{4\pi i\omega}{c^2}\int_V\mathbf{j}_0 G_s dV+4\pi\int_V\rho_0\mathrm{grad}G_s dV, \\
\mathbf{B}_0(\mathbf{r}_p,\omega)=\frac{i\omega}{c}\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{E}_0)G_s dS-\mathrm{rot}_p\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{B}_0)G_s dS+\mathrm{grad}_p\oint_S\mathbf{n}\mathbf{B}_0 G_s dS \\
+\frac{4\pi}{c}\mathrm{rot}_p\int_V\mathbf{j}_0 G_s dV=\frac{i\omega}{c}\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{E}_0)G_s dS-\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{B}_0)\times\mathrm{grad}G_s dS-\oint_S(\mathbf{n}\mathbf{B}_0)\mathrm{grad}G_s dS \\
+\frac{4\pi}{c}\int_V\mathbf{j}_0\times\mathrm{grad}G_s dV,
\end{gathered}\tag{8}$$

где $G_s=e^{i\omega R/c}/(4\pi R)$ – скалярная функция Грина для монохроматического случая и удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\Delta G_s+\frac{\omega^2}{c^2}G_s=-\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_p).\tag{9}$$

Формулы (8) получены дифференцированием как по координатам точки наблюдения, так и по текущим координатам. Приведенные формулы этим отличаются от обычно приводимых формул, в которых используется только дифференцирование по текущим координатам [4]. Поверхностные интегралы появляются за счет внешних полей по отношению к объему зарядов, а объемные интегралы описывают поля зарядов, находящихся внутри объема.

Теперь обратимся к выражениям для монохроматических полей, используя формулы нестационарного случая (5). Подставляя разложения (7) в (5), для монохроматических полей получим

$$\begin{gathered}
\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_p,\omega)=-\frac{ic}{\omega}\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{B}_0)G_s dS-\mathrm{rot}_p\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{E}_0)G_s dS \\
+\frac{4\pi i}{\omega}\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\int_V\mathbf{j}_0 G_s dV-\frac{4\pi i\mathbf{j}_0(\mathbf{r}_p,\omega)}{\omega}, \\
\mathbf{B}_0(\mathbf{r}_p,\omega)=\frac{ic}{\omega}\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{E}_0)G_s dS-\mathrm{rot}_p\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{B}_0)G_s dS \\
+\frac{4\pi}{c}\mathrm{rot}_p\int_V\mathbf{j}_0 G_s dV.
\end{gathered}\tag{10}$$

Дифракционные члены, т.е. члены с поверхностными интегралами для случая дифрагирующего отверстия и без зарядов, движущихся внутри объема, получены в работах [8,9], а в общем случае объема с произвольной поверхностью и с движущимися зарядами внутри объема получены здесь впервые. Последний член в выражении электрического поля в (10) появляется по той причине, что мы рассматриваем поле также в точках, где находятся заряды. Этот член определяет правильную зависимость поля от плотности заряда. Действительно, из (10) имеем

$$\mathrm{div}_p \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_p,\omega) = -\frac{4\pi i \,\mathrm{div}_p \mathbf{j}_0(\mathbf{r}_p,\omega)}{\omega} = 4\pi\rho_0(\mathbf{r}_p,\omega)\,. \tag{11}$$

Здесь мы воспользовались законом сохранения заряда из (1).

Если в выражениях (8) и (10) возможен переход к интегралу по всему пространству, то поверхностные интегралы равны нулю, а остальные интегралы по объему дают поле зарядов и токов в каждой точке пространства.

4. Монохроматические поля в веществе

Кратко рассмотрим случай, когда объем, в котором определяется поле, заполнен веществом. Будем считать, что в рассматриваемом объеме существуют заряды, которые совершают заданное движение, а также под влиянием поля индуцируются заряды, плотность которых, как и плотность тока, зависит от приложенного поля. В соответствии с этим представим плотность тока и заряда в виде

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2\,. \tag{12}$$

Здесь индексом 1 обозначены заданные токи и плотности зарядов, а индексом 2 – индуцированные. Индуцированные токи и плотности заряда в немагнитной среде выражаются через поляризацию, согласно формулам [3,7]

$$\mathbf{j}_2 = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}, \quad \rho_2 = -\mathrm{div}\mathbf{P}\,. \tag{13}$$

Соответственно, эти величины будут иметь свои Фурье-образы согласно (7), причем

$$\mathbf{j}_{20} = -i\omega\mathbf{P}_0, \quad \rho_{20} = -\mathrm{div}\mathbf{P}_0\,. \tag{14}$$

В случае линейного отклика среды и без пространственной дисперсии имеем:

$$\mathbf{P}_0(\mathbf{r},\omega) = \chi(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}_0(\mathbf{r},\omega)\,, \tag{15}$$

где χ – поляризуемость среды. Подставляя (15) в (10), находим

$$\begin{aligned}
\varepsilon(\mathbf{r}_p,\omega)\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_p,\omega) &= -\frac{ic}{\omega}\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{B}_0)G_s dS - \mathrm{rot}_p\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{E}_0)G_s dS \\
&+\frac{4\pi i}{\omega}\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\int_V \mathbf{j}_{01}G_s dV - \frac{4\pi i\mathbf{j}_{01}(\mathbf{r}_p,\omega)}{\omega} + 4\pi\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\int_V \chi(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}_0 G_s dV, \\
\mathbf{B}_0(\mathbf{r}_p,\omega) &= \frac{ic}{\omega}\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{E}_0)G_s dS - \mathrm{rot}_p\oint_S(\mathbf{n}\times\mathbf{B}_0)G_s dS \\
&+\frac{4\pi}{c}\mathrm{rot}_p\int_V \mathbf{j}_{01}G_s dV - \frac{4\pi i\omega}{c}\mathrm{rot}_p\int_V \chi(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}_0 G_s dV.
\end{aligned} \tag{16}$$

Здесь $\varepsilon = 1+4\pi\chi$ – диэлектрическая проницаемость среды.

Интегро-дифференциальные уравнения (16) для монохроматического электромагнитного поля внутри объема немагнитной среды, где учтены дифракционные поля и поля как зарядов с заданным движением, так и индуцированных в среде зарядов, здесь получены впервые.

Если в (16) позволено перейти к интегрированию по всему пространству, то интегралы по поверхности исчезают. Поле внутри среды (точка наблюдения p находится внутри среды) определится как

$$\varepsilon(\mathbf{r}_p,\omega)\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_p,\omega)=\mathbf{E}_{0\mathrm{out}}(\mathbf{r}_p,\omega)+\frac{4\pi i}{\omega}\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\int_V \mathbf{j}_{01}G_s dV-\frac{4\pi i\mathbf{j}_{01}(\mathbf{r}_p,\omega)}{\omega}$$

$$+4\pi\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\int_V \chi(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}_0 G_s dV, \tag{17}$$

$$\mathbf{B}_0(\mathbf{r}_p,\omega)=\mathbf{B}_{0\mathrm{out}}(\mathbf{r}_p,\omega)+\frac{4\pi}{c}\mathrm{rot}_p\int_V \mathbf{j}_{01}G_s dV-\frac{4\pi i\omega}{c}\mathrm{rot}_p\int_V \chi(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}_0 G_s dV,$$

а вне среды (точка наблюдения p находится вне среды) как

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_p,\omega)=\mathbf{E}_{0\mathrm{out}}(\mathbf{r}_p,\omega)+\frac{4\pi i}{\omega}\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\int_V \mathbf{j}_{01}G_s dV+4\pi\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\int_V \chi(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}_0 G_s dV,$$

$$\mathbf{B}_0(\mathbf{r}_p,\omega)=\mathbf{B}_{0\mathrm{out}}(\mathbf{r}_p,\omega)+\frac{4\pi}{c}\mathrm{rot}_p\int_V \mathbf{j}_{01}G_s dV-\frac{4\pi i\omega}{c}\mathrm{rot}_p\int_V \chi(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}_0 G_s dV, \tag{18}$$

где $\mathbf{E}_{0\mathrm{out}}(\mathbf{r}_p,\omega)$ и $\mathbf{B}_{0\mathrm{out}}(\mathbf{r}_p,\omega)$ – поля зарядов вне объема, и определены как

$$\mathbf{E}_{0\mathrm{out}}(\mathbf{r}_p,\omega)=\frac{4\pi i}{\omega}\mathrm{rot}_p\mathrm{rot}_p\int_{V_1} \mathbf{j}_{0\mathrm{out}}G_s dV_1,$$

$$\mathbf{B}_{0\mathrm{out}}(\mathbf{r}_p,\omega)=\frac{4\pi}{c}\mathrm{rot}_p\int_{V_1} \mathbf{j}_{0\mathrm{out}}G_s dV_1. \tag{19}$$

Интегрирование производится по объему V_1, где находятся внешние заряды. Мы предполагали, что точки наблюдения вне среды не находятся внутри объема внешних зарядов.

Уравнения (17) – интегро-дифференциальные уравнения, тогда как уравнения (18) определяют поле вне среды, после его нахождения внутри среды. Уравнения для электрического поля можно решить независимо от магнитного поля, которое можно найти после нахождения электрического поля.

Уравнения (17) и (18) в случае, когда внутри среды нет зарядов, совершающих заданное движение, а только индуцированные заряды, т.е. когда $\mathbf{j}_{01}=0$, обсуждаются и решены для однородных немагнитных сред, т.е. когда $\varepsilon=\mathrm{const}$, в монографии [3].

Уравнения (16)–(18), где учитывается также вклад зарядов, совершающих заданное движение, получены впервые.

5. Заключение

В настоящей работе, являющейся продолжением работ [5, 6], продолжается исследование векторной теории дифракции и полей заряженных частиц. Исследуются монохроматические поля, т.е. поля, гармонически зависящие от времени. В этой работе, исходя из полученных ранее выражений, сделан переход к гармонически зависящему от времени случаю. Если эти выражения через потенциалы совпадают с ранее известными выражениями, то для случая с вектором Герца получены впервые. Кроме того, рассмотрен случай немагнитной среды, когда в среде индуцируются заряды. В случае линейного отклика среды получены интегро-дифференциальные уравнения для электромагнитного поля. В этих уравнениях учитываются как дифракционные поля, так и поля зарядов, совершающих заданное движение, и поля индуцированных зарядов. Эти уравнения получены впервые.

ЛИТЕРАТУРА

1. **J.D. Jackson.** Classical Electrodynamics. New York: Wiley, 1998.
2. **L.D. Landau, E.M. Lifshits**. Course of Theoretical Physics v. 2. The Classical Theory of Fields, London: Athenaum Press, 1996.
3. **M. Born, E. Wolf.** Principles of Optics, Oxford: Pergamon Press, 1980.
4. **U.J.A. Stratton.** Electromagnetic Theory, New York: McGraw-Hill, 1941.
5. **M.K. Balyan.** J. Contemp. Phys., **57**, 331 (2022).
6. **M.K. Balyan.** J. Contemp. Phys., **58** (2023) (в печати).
7. **B.G. Levich.** Theoretical Physics, An advanced text, v. 1, Theory of the Electromagnetic Field, Theory of Relativity, Amsterdam, London: North-Holland Publishing Company, 1970.
8. **W. Franz.** Z. Naturforschg, **3a**, 500 (1948).
9. **A. Sommerfeld.** Optics, New York: Academic Press, 1954.

VECTOR MONOCHROMATIC DIFFRACTION FIELDS AND FIELDS OF CHARGES IN ELECTRODYNAMICS

M.K. BALYAN

In previous works, using the found vector Green's function, the electromagnetic field in an arbitrarily chosen volume is represented in vector form using surface and volume integrals, with surface integrals describing the diffraction of the field created by charges external to the volume, and volume integrals describing the fields created by charges moving inside the volume. In this work, in these found vector formulas of the field, passing to Fourier images, expressions for a monochromatic electromagnetic field are obtained. Integrodifferential equations are also obtained for a monochromatic electromagnetic field in a non-magnetic medium, in the presence of charges with given motion. Since both diffraction fields and the fields of charges with given motion, as well as the fields of charges induced in the medium, are considered, these equations are obtained for the first time.