

Ս.Հ. ՄԻՄՈՆՅԱՆ, Ա.Վ. ՆՈՒՐՁԱՆՅԱՆ, Ա.Վ. ՄԵԼԻՔՅԱՆ, Մ.Գ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ
ՄԻԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՎԱԾ ՊԱԼԻՆԴՐՈՄԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ
ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՑԱԼ

Դիտարկվել են միապարամետրական ընդհանրացված պալինդրոմային խնդիրների լուծման համար մշակված եղանակների և դրանց հիման վրա Python լեզվով գրված քումփյութերային ծրագրի կիրառման հարցերը: Ներկայացվել են մեկ մոդելային օրինակի լուծման արդյունքները, և ցույց է տրվել մշակված միջոցների հաշվողական արդյունավետությունը:

Առանցքային բառեր. միապարամետրական ընդհանրացված պալինդրոմային խնդիրներ, դիֆերենցիալ ձևափոխություններ, հաջորդական և զուգահեռ հաշվողական ընթացակարգեր, քումփյութերային ծրագիր, մոդելային օրինակ:

Ներածություն: [1] աշխատանքում դիտարկվել է

$$A(t)_{n \times n} \cdot X(t)_{n \times 1} = \lambda(t)_{1 \times 1} \cdot B(t)_{n \times n} \cdot X(t)_{n \times 1}$$

միապարամետրական ընդհանրացված պալինդրոմային խնդիրը, որտեղ $B(t)$ -ն որոշ չվերասերված մատրից է; $\lambda_i(t), i = \overline{1, n}$ -երը՝ խնդրի սեփական արժեքներ-ֆունկցիաները; $X_i(t), i = \overline{1, n}$ -երը՝ դրանց համապատասխան սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաները: Խնդրի լուծման համար առաջարկվել են հաջորդական և զուգահեռ հաշվողական ընթացակարգեր: Հաշվարկների բոլոր փուլերում որպես հիմնական մաթեմատիկական ապարատ են ծառայել դիֆերենցիալ ձևափոխությունները [2]:

[3] աշխատանքում դիտարկվել է կարևոր դեպք, երբ $B(t) = A^T(t)$, ինչպես նաև մոդելային օրինակ, որի լուծումը ստացվել է անալիտիկ և թվա-անալիտիկ եղանակներով: Ցույց է տրվել այդ եղանակներով ստացված լուծումների ընդունելի համընկնումը $t_{\gamma} = 1$ թեյլորյան մոտարկման կենտրոնի շրջակայքում:

[4] աշխատանքում թվային խնդիրների համանմանությամբ դիտարկվել է $B(t) = A^*(t)$ պայմանի դեպքում միապարամետրական ընդհանրացված պալինդրոմային խնդիրը: Վերջինս լուծվում է երեք փուլով. առաջին փուլում խնդիրը կերպարվում է նրան համարժեք սովորական ընդհանրացված տարրապատկերային խնդրի՝ որոշակի մոտարկող մատրիցով, երկրորդում որոշվում են այդ մո-

տարկող մատրիցի սեփական արժեքներ-ֆունկցիաները, երրորդում՝ համապատասխան սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաները: Հաշվարկների բոլոր փուլերում որպես հիմնական մաթեմատիկական ապարատ հանդես են եկել դիֆերենցիալ ձևափոխությունները, որոնք թույլ են տվել համեմատաբար հեշտությամբ իրականացնել նախնական անընդհատ խնդրի լուծումը տեղեկատվական տեխնոլոգիաների ժամանակակից միջոցներով:

Վերոհիշյալ [1] աշխատանքում ստացված տեսական արդյունքների հետ մեկտեղ չեն դիտարկվել առաջարկված հաշվողական ընթացակարգերի օգտագործման կիրառական տեսանկյունները, որոնք առաջանում են կոնկրետ խնդիրների լուծման ժամանակ: Ուստի [5] աշխատանքում դիտարկվել է մոդելային օրինակ ($B(t) \neq A(t)$), որի լուծումներն ստացվել են անալիտիկ և թվա-անալիտիկ եղանակներով: Ցույց է տրվել այդ լուծումների ընդունելի համընկնումը $t_\gamma = 0$ մակլորենյան մոտարկման կենտրոնի շրջակայքում:

[6] աշխատանքում դիտարկվել են ուսումնասիրվող հիմնախնդրի լուծման կիրառական տեսանկյունները: Սույն աշխատանքը ևս վերաբերում է այդ տիրույթին, որում տեղ են գտել լուծման հաշվողական սխեման, դրա հիման վրա մշակված քոմպյուտերային ծրագրի որոշ մանրամասներ և դրա օգտագործմամբ ստացված մեկ մոդելային օրինակի լուծման արդյունքները:

Հաշվողական սխեման: Ներկայացված է նկ. 1-ում, որտեղ ընդգրկված են վերոհիշյալ երեք մասնավոր դեպքերը:

Ակնհայտ է, որ՝

$$1) \text{ եթե } B(t) \neq A(t), \text{ ապա } D_1(t)_{\text{ան}} = B^{-1}(t) \cdot A(t) \text{ կամ } A(t) = B(t) \cdot D_1(t)_{\text{ան}},$$

$$2) \text{ եթե } B(t) = A^T(t), \text{ ապա } D_2(t)_{\text{ան}} = [A^T(t)]^{-1} \cdot A(t) \text{ կամ } A(t) = A^T(t) \cdot D_2(t)_{\text{ան}},$$

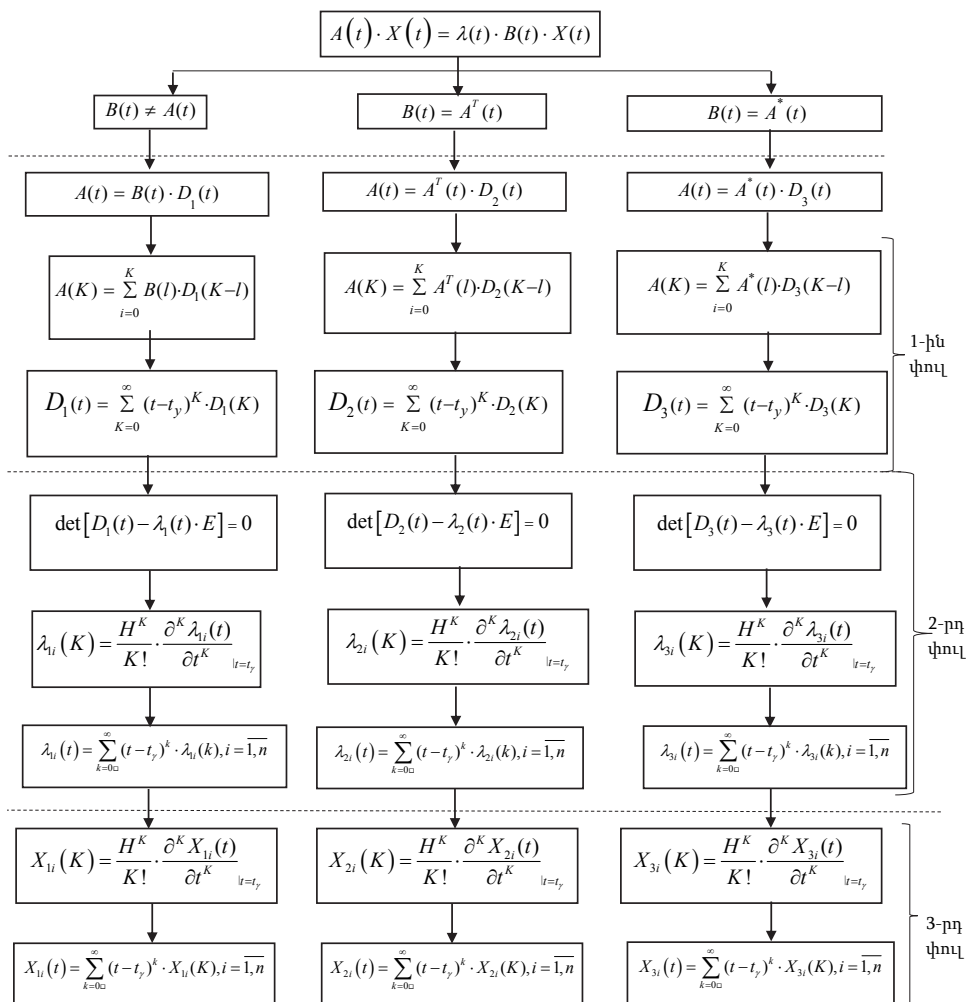
$$3) \text{ եթե } B(t) = A^*(t), \text{ ապա } D_3(t)_{\text{ան}} = [A^*(t)]^{-1} \cdot A(t) \text{ կամ } A(t) = A^*(t) \cdot D_3(t)_{\text{ան}},$$

որտեղ $D_1(t)_{\text{ան}}$ -ն, $D_2(t)_{\text{ան}}$ և $D_3(t)_{\text{ան}}$ -ն տրանսֆորմացնող անալիտիկ մատրիցներն են համապատասխան դեպքերի համար: Նկատենք, որ բոլոր երեք հիմնախնդիրների թվա-անալիտիկ լուծումները գտնվում են հաշվարկների երեք փուլերով. առաջին փուլում գտնվում են տրանսֆորմացնող մատրիցների մատրիցային դիսկրետները, իսկ այնուհետև վերականգնվում են $D_1(t)_{\text{թվ-ան}}$ -ն, $D_2(t)_{\text{թվ-ան}}$ -ն և $D_3(t)_{\text{թվ-ան}}$ -ն, երկրորդ փուլում՝ այդ մատրիցների սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների վեկտորական դիսկրետները, իսկ այնուհետև վերականգնվում են $\lambda_1(t)_{\text{թվ-ան}}$ -ն, $\lambda_2(t)_{\text{թվ-ան}}$ -ն և $\lambda_3(t)_{\text{թվ-ան}}$ -ն, երրորդ փուլում՝ վերջիններին համապատասխան սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների վեկտորական դիսկրետները, իսկ այնուհետև վերականգնվում են $X_1(t)_{\text{թվ-ան}}$ -ն, $X_2(t)_{\text{թվ-ան}}$ -ն և $X_3(t)_{\text{թվ-ան}}$ -ն: Վերականգնումների համար բոլոր դեպքերում օգտագործվել են թելլորյան ներկայացումներով հակադարձ դիֆերենցիալ ձևափոխությունները:

Քոմպիյութերային ծրագիրը գրվել է «Python» լեզվով [7]: Օգտագործվել են հետևյալ գրադարանները.

- SymPy-ը, որը փոփոխականներով հաշվարկներ կատարելու համար նախատեսված գրադարան է: Դա քոմպիյութերային համակարգ է, որը կարող է գործել ինչպես ինքնուրույն հավելված, այնպես էլ գրադարան՝ այլ հավելվածների համար:

- NumPy-ը գիտական հաշվարկներ կատարելու հիմնական փաթեթն է: Դա գրադարան է, որն ապահովում է բազմաչափ զանգվածների օբյեկտների և տարբեր ածանցյալ օբյեկտների (օրինակ՝ վեկտորներ և մատրիցներ) հետ մաթեմատիկական, տրամաբանական, տեսակավորման և այլ գործողությունների արագ կատարումը:



Նկ.1. Երեք մասնավոր դեպքերն ընդգրկող հաշվողական սխեման

Այս գրադարաններն օգտագործվում են հետևյալ երեք հիմնական նպատակներով.

1. Սահմանվելու համար մուտքային տվյալները, որի համար օգտագործվում են հետևյալ մեթոդները՝

ա) `sympy.Symbol()` – սահմանում է t և H փոփոխականները,

բ) `sympy.Function()` – սահմանում է $\lambda(t)$ և $X(t)$ ֆունկցիաները:

2. Տեսանելի լինեն ֆունկցիաները. SymPy-ը JupyterNotebook միջավայրում տեսանելի է դարձնում ֆունկցիաները, ինչը թույլ է տալիս օգտագործողին մանրամասնորեն տեսնել միջանկյալ արդյունքները:

3. Իրականացվեն անալիտիկ և թվա-անալիտիկ հաշվարկներ, և ստեղծվի համեմատման հարթակ: SymPy-ը և NumPy-ն ունեն մի շարք հնարավորություններ մատրիցների հետ աշխատելու համար, ինչպիսիք են՝

ա) `Matrix.transpose()` – վերադարձնում է տրված մատրիցի տրանսպոնացումից ստացվող մատրիցը,

բ) `Matrix.inv()` – վերադարձնում է տրված մատրիցի հակադարձ մատրիցը,

գ) `Equation.subs()` – հավասարման մեջ փոփոխականին տրվում է համապատասխան արժեք,

դ) `Equation.diff()` – հաշվարկվում է հավասարման ածանցյալն ըստ տրված փոփոխականի,

ե) `Sympy.solve()` – լուծվում է հավասարումը:

Թվա-անալիտիկ մեթոդով հաշվարկների համար իրականացվում են հետևյալ գործողությունները.

1. Հաշվարկվում է $D(t)$ տրանսֆորմացնող մատրիցը՝ անալիտիկ և թվա-անալիտիկ եղանակներով:

2. Հաշվարկվում են սեփական արժեքներ-ֆունկցիաները՝ անալիտիկ և թվա-անալիտիկ եղանակներով:

3. Հաշվարկվում են սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաները՝ անալիտիկ և թվա-անալիտիկ եղանակներով:

Ծրագիրը կարող է օգտագործվել A և B մատրիցներով, տարբեր t_γ մոտարկման կենտրոններով և K պարամետրի տարբեր արժեքներով հաշվարկներ կատարելու համար:

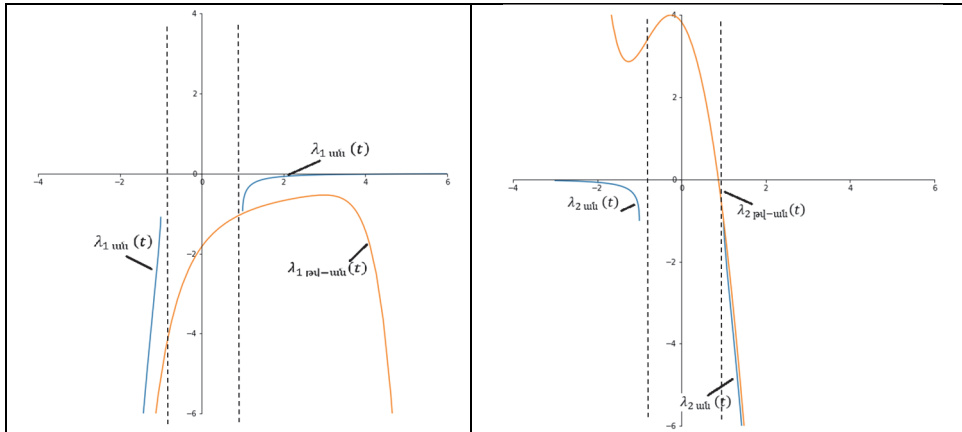
Ստորև ներկայացված են հաշվարկների արդյունքները՝

$$B(t) = A^T(t) = \begin{bmatrix} 1 & t \\ -t & 1 - t^2 \end{bmatrix}$$

մատրիցով պալինդրոմային խնդրի համար: Հաշվարկները կատարվել են $t_\gamma = 1$ մոտարկման կենտրոնի և K ամբողջաթիվ արգումենտի 10, 30, 50 և 100 արժեքների

դեպքում: Նկ. 2-17-ում ներկայացված են $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ և $X_1(t)$, $X_2(t)$ առնչությունների անալիտիկ և թվա-անալիտիկ կախվածությունները: Ակնհայտ են խնդրի լուծման ընդունելի արդյունքները $t_\gamma = 1$ մոտարկման կենտրոնի շրջակայքում:

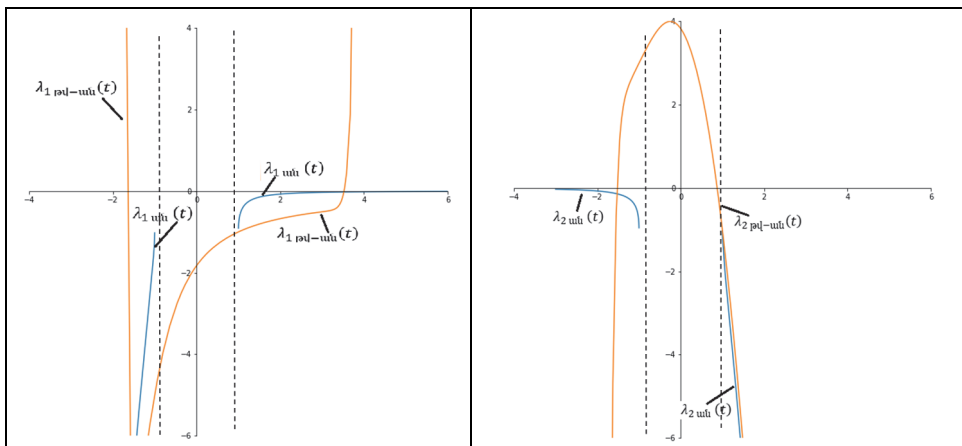
$$t_\gamma = 0, K = 10$$



Նկ. 2. $\lambda_1(t)$ և $\lambda_1(t)$ սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

Նկ. 3. $\lambda_2(t)$ և $\lambda_2(t)$ սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

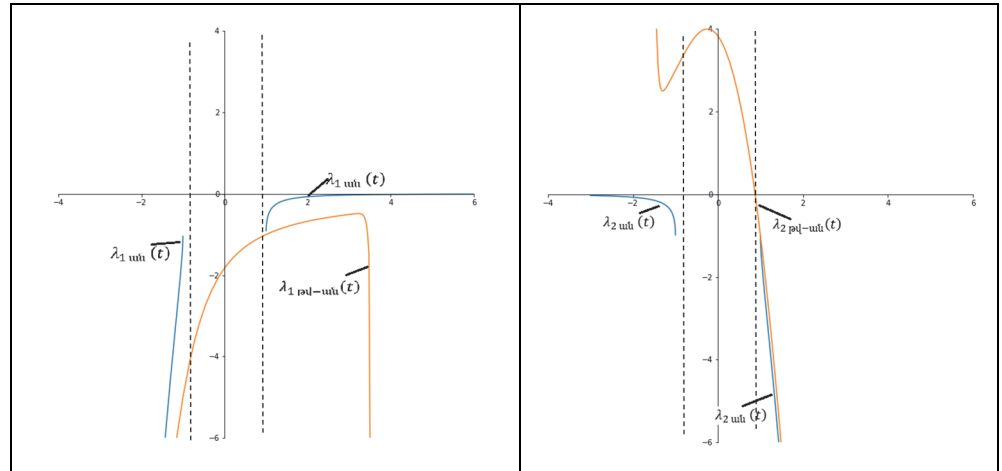
$$t_\gamma = 0, K = 30$$



Նկ. 4. $\lambda_1(t)$ և $\lambda_1(t)$ սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

Նկ. 5. $\lambda_2(t)$ և $\lambda_2(t)$ սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

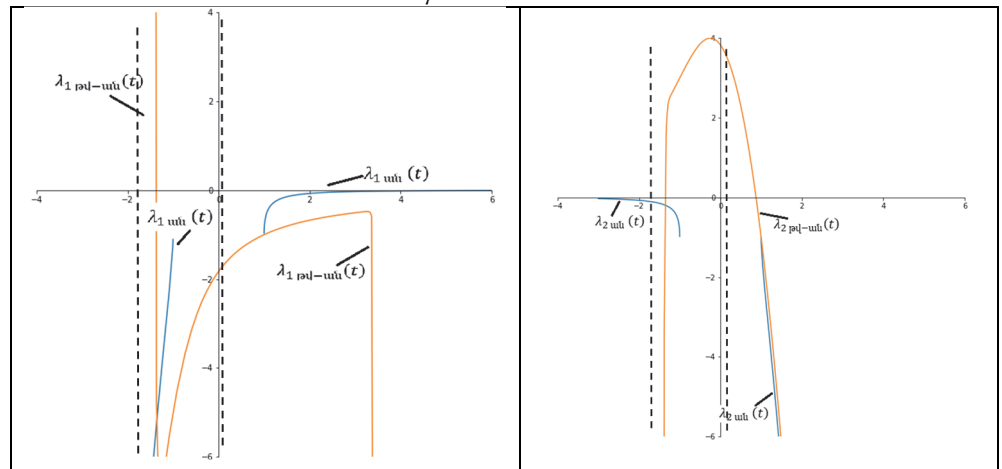
$$t_\gamma = 0, K = 50$$



Նկ. 6. λ_1 $w(t)$ և $\lambda_{1 \text{ real}} = \text{Re}(\lambda_1)$ սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

Նկ. 7. λ_2 $w(t)$ և $\lambda_{2 \text{ real}} = \text{Re}(\lambda_2)$ սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

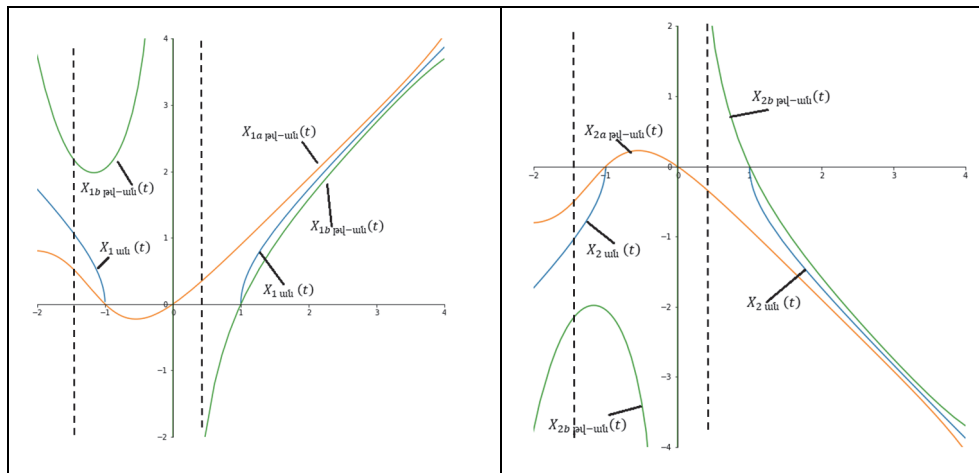
$$t_\gamma = 0, K = 100$$



Նկ. 8. λ_1 $w(t)$ և $\lambda_{1 \text{ real}} = \text{Re}(\lambda_1)$ սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

Նկ. 9. λ_2 $w(t)$ և $\lambda_{2 \text{ real}} = \text{Re}(\lambda_2)$ սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

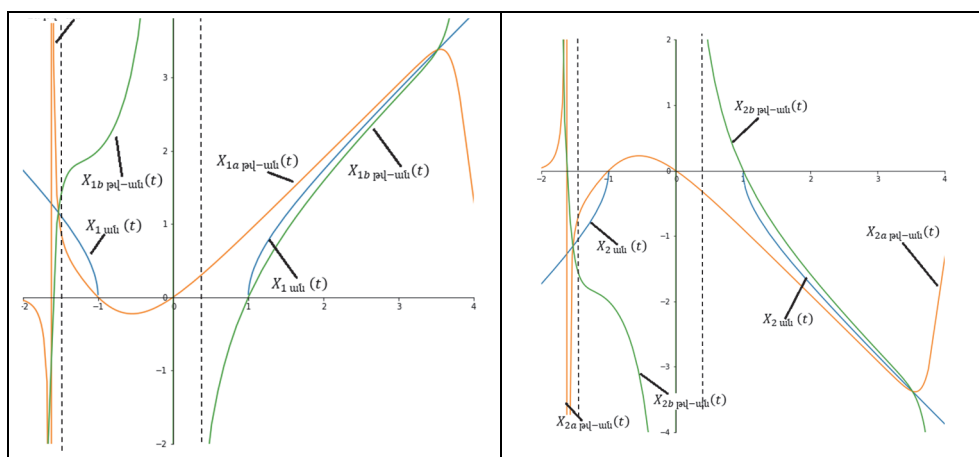
$$t_\gamma = 1, K = 10$$



Նկ. 10. X_1 ան(t), X_{1a} թվ-ան(t) և X_{1b} թվ-ան(t) սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

Նկ. 11. X_2 ան(t), X_{2a} թվ-ան(t) և X_{2b} թվ-ան(t) սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

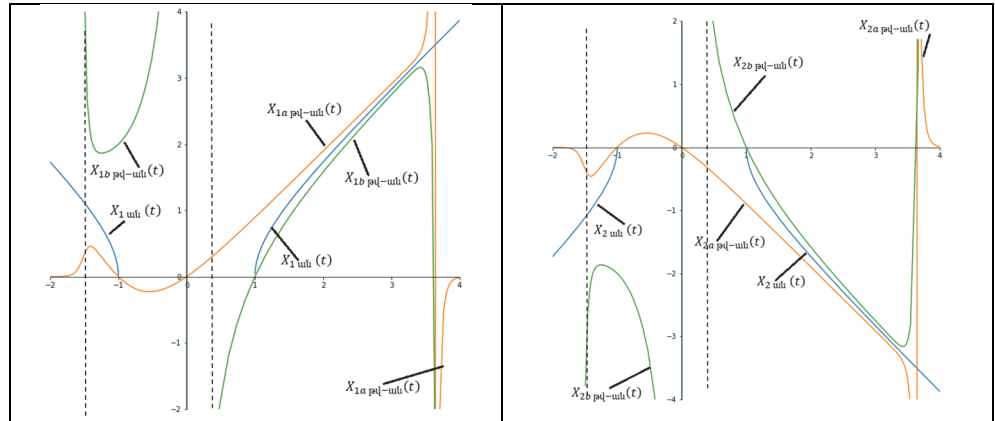
$$t_\gamma = 1, K = 30$$



Նկ. 12. X_1 ան(t), X_{1a} թվ-ան(t) և X_{1b} թվ-ան(t) սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

Նկ. 13. X_2 ան(t), X_{2a} թվ-ան(t) և X_{2b} թվ-ան(t) սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

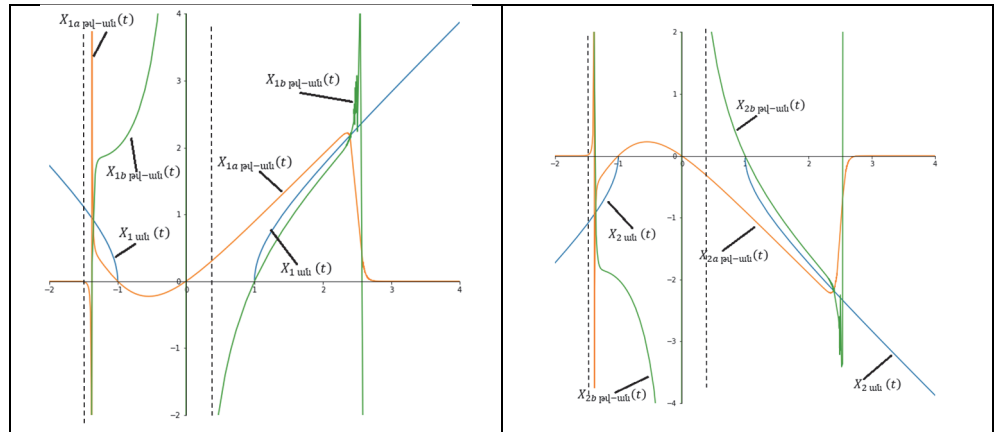
$$t_\gamma = 1, K = 50$$



Նկ. 14. $X_{1\text{ ան}}(t)$, $X_{1a\text{ քվ-ան}}(t)$ և $X_{1b\text{ քվ-ան}}(t)$ սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

Նկ. 15. $X_{2\text{ ան}}(t)$, $X_{2a\text{ քվ-ան}}(t)$ և $X_{2b\text{ քվ-ան}}(t)$ սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

$$t_\gamma = 1, K = 100$$



Նկ. 16. $X_{1\text{ ան}}(t)$, $X_{1a\text{ քվ-ան}}(t)$ և $X_{1b\text{ քվ-ան}}(t)$ սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

Նկ. 17. $X_{2\text{ ան}}(t)$, $X_{2a\text{ քվ-ան}}(t)$ և $X_{2b\text{ քվ-ան}}(t)$ սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները

Շգրակացություն: Սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների և սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների միապարամետրական ընդհանրացված պալինդրոմային խնդիրների լուծման համար նախկինում մշակված մեթոդների հիման վրա կազմվել է մեքենայական ծրագիր Python լեզվով, որի կիրառմամբ լուծվել է մեկ մոդելային օրինակ: Վերջինիս համակողմանի հետազոտությամբ հիմնավորվել է մշակված միջոցների հաշվողական արդյունավետությունը:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Симонян С.О., Адамян Г.В., Адамян М.А.** Последовательные и параллельные численно-аналитические методы решения однопараметрической обобщенной проблемы собственных значений-функций и собственных векторов-функций // Вестник ИАА.- 2015.- Т. 12, №3.- С. 533-538.
2. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций и уравнений.– Киев: Наукова думка, 1984.- 420 с.
3. **Симонян С.О.** К решению однопараметрической обобщенной матричной палиндромной задачи типа $A(t) \cdot X(t) = \lambda(t) \cdot A^T(t) \cdot X(t)$ // Вестник НПУА: Информационные технологии, электроника, радиотехника. – 2021.- №1.- С. 16-25.
4. **Симонян С.О.** К решению однопараметрической обобщенной матричной палиндромной задачи типа $A(t) \cdot X(t) = \lambda(t) \cdot A^*(t) \cdot X(t)$ // Известия НАН РА и НПУА. Сер. Техн. наук.- 2021.- Т. LXXIV, №3.- С. 342-350.
5. **Симонян С.О., Нурджанян А.В.** К прикладным аспектам решения однопараметрической обобщенной проблемы собственных значений-функций и собственных векторов-функций // Вестник НПУА: Информационные технологии, электроника, радиотехника.- 2022.- №1.- С. 9-20.
6. **Симонян С.О., Меликян А.В., Хачатрян М.Г., Нурджанян А.В.** К решению однопараметрической обобщенной проблемы собственных значений-функций и собственных векторов-функций // Вестник НПУА: Информационные технологии, электроника, радиотехника.- 2022.- №2.- С. 9-22.
7. **Kong Q., Siau T., Bayen A.** Python Programming and Numerical Methods: A Guide for Engineers and Scientists. – 1st Edition.- Academic Press, 2021.- 445 p.

Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարան: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 15.11.2022:

С.О. СИМОНЯН, А.В. НУРДЖАНИЯН, А.В. МЕЛИКЯН, М.Г. ХАЧАТРЯН **К РЕШЕНИЮ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ОБОБЩЕННЫХ** **ПАЛИНДРОМНЫХ ЗАДАЧ**

Рассмотрены вопросы применения компьютерной программы, созданной на языке “Python” на основе разработанных методов для решения однопараметрических обобщенных палиндромных задач. Представлены результаты решения одного модельного примера и показана вычислительная эффективность разработанных средств.

Ключевые слова: однопараметрические обобщенные палиндромные задачи, дифференциальные преобразования, последовательные и параллельные вычислительные процедуры, компьютерная программа, модельный пример.

**S.H. SIMONYAN, A.V. NURJANYAN, A.V. MELIKYAN,
M.G. KHACHATRYAN**

**SOLUTION OF ONE-PARAMETER GENERALIZED PALINDROMIC
PROBLEMS**

The issues on applying a computer program created on the language "Python" on the basis of the developed methods for solving one-parameter generalized palindromic problems are considered. The results of solving one model example are presented, and the computational efficiency of the developed tools is shown.

Keywords: one-parameter generalized palindromic problems, differential transformations, sequential and parallel computing procedures, computer program, model example.