

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА

А. Г. АРУТЮНЯН, С. Г. АРУТЮНЯН

Эффективное развитие общественного производства в основном зависит от степени технической оснащенности действующих в производстве основных фондов, возможностей расширенного воспроизводства и пропорций, существующих между отдельными отраслями народного хозяйства.

Для определения возможных вариантов развития народного хозяйства необходимо в экономико-математических моделях отражать не текущее состояние, а процесс развития экономики, установив непосредственную взаимосвязь между предыдущими и последующими этапами развития, приблизить экономический анализ к реальным условиям производства.

При оптимальном планировании народного хозяйства следует определить такие значения основных показателей, которые обеспечивают максимальную эффективность общественного производства. Такими показателями являются:

1. Объем валовой продукции отраслей народного хозяйства;
2. Объем конечной продукции по отраслям народного хозяйства;
3. Объем вводимых основных фондов по отраслям, обеспечивающих оптимальный прирост общественного производства;
4. Объем конечной продукции каждой отрасли, идущей на капитальные вложения (для создания вновь вводимых основных фондов);
5. Объем капитальных вложений в народном хозяйстве и его оптимальное распределение по отраслям народного хозяйства.

Обычно при планировании составляются различные (трудовые, материальные, финансовые и т. п.) балансы в отдельности. Однако для эффективного планирования народного хозяйства необходимо составлять эти балансы в их взаимосвязи.

Основные взаимосвязи народного хозяйства выражаются в межотраслевом балансе. Большим его недостатком является то, что в нем учитывается только взаимосвязь между текущими затратами продукции и выпуском конечной продукции без учета необходимых затрат труда и основных фондов.

Баланс затрат и выпуска продукции народного хозяйства представляется следующей системой линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} + y_i = X_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (a)$$

В системе (a) все величины берутся по отношению к году как к единице времени, т. е.

X_i ($i=1, 2, \dots, n$) — годовая валовая продукция i -ой отрасли;

X_{ij} ($i=1, 2, \dots, n$; $j=1, 2, \dots, n$) — годовой межотраслевой поток материальных затрат (стоимость средств производства, производимых в i -ой отрасли и потребляемых в качестве материальных затрат) в j -ой отрасли;

Y_i ($i=1, 2, \dots, n$) — конечная продукция i -ой отрасли, выходящая из сферы производства на потребление и накопление.

Система (a) обеспечивает необходимые пропорции при планировании народного хозяйства независимо от планируемого периода (текущее, годовое, среднесрочное или долгосрочное).

Известно, что величина $\frac{x_{ij}}{X_j} = a_{ij}$ является коэффициентом прямых затрат. В этих обозначениях система (a) будет представлена в следующем виде:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + y_i = X_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Условия (1) обеспечивают пропорциональное развитие отраслей народного хозяйства.

Возможности развития народного хозяйства обусловлены наличием основными фондами и потенциальной возможностью их увеличения. Для учета баланса основных производственных фондов в экономико-математической модели введем следующие обозначения:

Φ_i ($i=1, 2, \dots, n$) — объем наличных основных фондов в i -ой отрасли в начале планируемого периода;

$\Delta\Phi_i$ ($i=1, 2, \dots, n$) — среднегодовой объем выбытия основных фондов в i -ой отрасли;

$\Delta\Phi_i$ ($i=1, 2, \dots, n$) — среднегодовой объем вводимых основных фондов в i -ой отрасли;

F_{ij} ($i=1, 2, \dots, n$; $j=1, 2, \dots, n$) — объем основных фондов в i -ой отрасли, необходимый для обеспечения выпуска единицы продукции в j -ой отрасли.

Величина $\frac{\Phi_i}{X_j} = f_{ij}$ ($i=1, 2, \dots, n$) является коэффициентом прямой фондоемкости продукции в j -ой отрасли.

Баланс основных фондов выражается следующей системой линейных неравенств:

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} X_j \leq \Phi_i - \Delta \Phi'_i + \Delta \Phi_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

В системе (2) сумма элементов j -го столбца представляет объем полных затрат основных фондов F_j , используемых для выпуска продукции j -ой отрасли в объеме X_j ($j = 1, 2, \dots, n$):

$$F_j = \sum_{i=1}^n F_{ij} \bar{\lambda}_j.$$

В экономической литературе в большинстве случаев под фондоемкостью понимается отношение объема наличных основных фондов данной отрасли к годовому объему валовой продукции. Но фактически это отношение представляет из себя коэффициент прямых затрат основных фондов, так как в этом соотношении взята часть основных фондов, которая непосредственно принимает участие в окончательном выпуске данной продукции, а полная фондоемкость продукции j -ой отрасли будет:

$$f'_j = \frac{F_j}{\bar{\lambda}_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

где учтены также косвенные затраты основных фондов на выпуск продукции.

Показатель полной фондоемкости показывает объем основных фондов, необходимых во всех отраслях для выпуска единицы конечной продукции данной отрасли.

При планировании использования капитальных вложений необходимо использовать не коэффициенты полных, а коэффициенты прямых затрат основных фондов.

Суммарный объем создаваемых в интервале планируемого периода основных фондов (прирост основных фондов) в народном хозяйстве зависит от объемов конечной продукции отраслей, т. е.

$$\Delta \Phi = f(Y_1, Y_2, \dots, Y_n).$$

Обозначим через K_{ij} ($i=1, 2, \dots, n$; $j=1, 2, \dots, n$) объем капитальных вложений (доля накопления) i -ой отрасли, необходимый для создания единицы основных фондов в j -ой отрасли, через π_i ($i=1, 2, \dots, n$) объем конечной продукции i -ой отрасли, идущий на потребление. Величина

$$Z_i(Y_i) = Y_i - \Pi_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

будет объемом конечной продукции i -ой отрасли, идущий на капитальные вложения.

Ясно, что $\sum_{i=1}^n Z_i(Y_i)$ будет объемом капитальных вложений народного хозяйства в целом в планируемый период. Возможности создания новых основных фондов должны удовлетворять следующим соотношениям:

$$\sum_{j=1}^n K_{ij} \Delta \Phi_j \leq Z_i + Z'_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Сумма в левой части i -го неравенства системы (3) представляет собой объем капитальных вложений (в виде материальных затрат), идущий во все отрасли народного хозяйства, а разность

$$\Delta K_i = Z_i + Z'_i - \sum_{j=1}^n K_{ij} \Delta \Phi_j \geq 0$$

показывает неиспользованную часть накопления i -ой отрасли. Величина

$$\sum_{i=1}^n K_{ij} \Delta \Phi_j = \Delta \Phi_j \sum_{i=1}^n K_{ij}$$

показывает необходимый объем капитальных вложений в j -ую отрасль народного хозяйства в планируемый период, а каждое слагаемое этой суммы показывает материальную структуру капитальных вложений. Величина

$$K = \sum_{i=1}^n Z_i + Z'_i$$

представляет собой объем капитальных вложений в народное хозяйство, а величина

$$\bar{K} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n K_{ij} \Delta \Phi_j$$

является объемом фактически используемых капитальных вложений. Разность

$$\Delta K = \sum_{i=1}^n \Delta K_i = K - \bar{K}$$

показывает объем неиспользуемой части капитальных вложений в народное хозяйство.

Соотношение (3) дает возможность определить не только источники и объемы капитальных вложений, но и их распределение по отраслям народного хозяйства.

Важнейшим фактором в процессе общественного воспроизводства является рабочая сила (живой труд). Поэтому в балансе межотраслевых связей наряду с балансами производства и распределения выпускаемой продукции, основных фондов и капитальных вложений необходимо включить и органически связанный с ними межотраслевой баланс труда. Последний прежде всего необходим для обоснования возможностей выполнения народнохозяйственного плана по наличным трудовым ресурсам.

Введем следующие обозначения:

t_{ej} ($i=1, 2, \dots, L$; $j=1, 2, \dots, n$) — объем затрат трудовых ресурсов i -го вида, необходимый для выпуска единицы продукции в j -ой отрасли; T_e — наличие трудовых ресурсов i -го вида в планируемый период. Ясно, что величина

$$T_e' = \sum_{j=1}^n t_{ej} X_j$$

выражает потребность в трудовых ресурсах для выполнения народнохозяйственного плана.

Для учета трудовых ресурсов должны выполняться следующие условия:

$$\sum_{j=1}^n T_{ej} X_j = T_e, \quad i = 1, 2, \dots, L. \quad (4)$$

Эти соотношения обеспечивают, с одной стороны, возможность выполнения народнохозяйственного плана имеющимися трудовыми ресурсами, а с другой стороны — занятость трудовых ресурсов в планируемый период.

Для того, чтобы составленный народнохозяйственный план был практически реализуемым и обоснованным, необходимо учесть и наличие (в течение планируемого периода) природных ресурсов.

Обозначим q_{sj} ($s=1, 2, \dots, S$; $j=1, 2, \dots, n$) количество природных ресурсов s -го вида, необходимого для выпуска единицы продукции в j -ой отрасли;

Q_s ($s=1, 2, \dots, S$) — объем природных ресурсов s -го вида, добываемых в течение планируемого периода.

Условия, накладываемые на использование природных ресурсов, выражаются следующим неравенством:

$$\sum_{j=1}^n q_{sj} X_j \leq Q_s, \quad s = 1, 2, \dots, S. \quad (5)$$

В условиях (1) — (5) в качестве неизвестных величин участвуют (в планируемый период):

а) объем валовой продукции по отраслям народного хозяйства (X_j , $j = 1, 2, \dots, n$);

б) объем конечной продукции по отраслям народного хозяйства, идущий на потребление и накопление (Y_i , $i = 1, 2, \dots, n$);

в) доля конечной продукции по отраслям народного хозяйства, идущей на капитальные вложения (Z_i , $i = 1, 2, \dots, n$);

г) объем вводимых основных фондов по отраслям народного хозяйства ($\Delta\Phi_i$, $i = 1, 2, \dots, n$).

Из экономической сущности указанных величин ясно, что они должны удовлетворять условию неотрицательности, т. е.

$$\left. \begin{aligned} X_j &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ Z_i &\geq 0, \quad \Delta\Phi_i \geq 0 \\ Y_i - Z_i - \Pi_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

В зависимости от конкретных целей в планируемом периоде в качестве критерия оптимальности народнохозяйственного плана можно выбрать один из следующих показателей:

а) максимизация национального дохода, т. е.

$$Y' = \sum_{j=1}^n Y_j \rightarrow \max; \quad (7^I)$$

б) максимизация эффективности капитальных вложений:

$$\Theta_k = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_i^0)}{\sum_{i=1}^n (Z_i' + Z_i')} \rightarrow \max, \quad (7^{II})$$

где Y_i^0 — объем конечной продукции i -ой отрасли в начале планируемого периода;

в) максимизация эффективности основных фондов:

$$\Theta_\Phi = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n (\Phi_i + \Delta\Phi_i - \Delta\Phi_i')} \rightarrow \max; \quad (7^{III})$$

г) максимизация производительности общественного труда, т. е.

$$\frac{\sum_{j=1}^n X_j}{\sum_{e=1}^n T_e} \rightarrow \max. \quad (7^{IV})$$

Задачу нахождения оптимального народнохозяйственного плана можно сформулировать следующим образом. Найти величины X_i , Y_i и $\Delta\Phi_i$ ($i=1, 2, \dots, n$), удовлетворяющие условиям (1) — (6) и максимизирующие выбранный критерий, который может быть одним из выражений (7^I) — (7^{IV}).

Результаты решения поставленной задачи позволяют, кроме основных показателей, определить для планируемого периода:

а) распределение вводимых основных фондов по отраслям народного хозяйства;

б) объем и источники капитальных вложений и их оптимальное распределение по отраслям;

t_{ej} ($i=1, 2, \dots, L$; $j=1, 2, \dots, n$) — объем затрат трудовых ресурсов i -го вида, необходимый для выпуска единицы продукции в j -ой отрасли; T_i — наличие трудовых ресурсов i -го вида в планируемый период. Ясно, что величина

$$T'_e = \sum_{j=1}^n t_{ej} X_j$$

выражает потребность в трудовых ресурсах для выполнения народнохозяйственного плана.

Для учета трудовых ресурсов должны выполняться следующие условия:

$$\sum_{j=1}^n T_{ej} X_j = T_e, \quad i = 1, 2, \dots, L. \quad (4)$$

Эти соотношения обеспечивают, с одной стороны, возможность выполнения народнохозяйственного плана имеющимися трудовыми ресурсами, а с другой стороны — занятость трудовых ресурсов в планируемый период.

Для того, чтобы составленный народнохозяйственный план был практически реализуемым и обоснованным, необходимо учесть и наличие (в течение планируемого периода) природных ресурсов.

Обозначим q_{sj} ($s=1, 2, \dots, S$; $j=1, 2, \dots, n$) количество природных ресурсов s -го вида, необходимого для выпуска единицы продукции в j -ой отрасли;

Q_s ($s=1, 2, \dots, S$) — объем природных ресурсов s -го вида, добываемых в течение планируемого периода.

Условия, накладываемые на использование природных ресурсов, выражаются следующим неравенством:

$$\sum_{j=1}^n q_{sj} X_j \leq Q_s, \quad s = 1, 2, \dots, S. \quad (5)$$

В условиях (1) — (5) в качестве неизвестных величин участвуют (в планируемый период):

а) объем валовой продукции по отраслям народного хозяйства (X_j , $j=1, 2, \dots, n$);

б) объем конечной продукции по отраслям народного хозяйства, идущий на потребление и накопление (Y_i , $i=1, 2, \dots, n$);

в) доля конечной продукции по отраслям народного хозяйства, идущей на капитальные вложения (Z_i , $i=1, 2, \dots, n$);

г) объем вводимых основных фондов по отраслям народного хозяйства (ΔF_i , $i=1, 2, \dots, n$).

Из экономической сущности указанных величин ясно, что они должны удовлетворять условию неотрицательности, т. е.

$$\left. \begin{aligned} X_j &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ Z_i &\geq 0, \quad \Delta\Phi_i \geq 0 \\ Y_i - Z_i - \Pi_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

В зависимости от конкретных целей в планируемом периоде в качестве критерия оптимальности народнохозяйственного плана можно выбрать один из следующих показателей:

а) максимизация национального дохода, т. е.

$$Y = \sum_{i=1}^n Y_i \rightarrow \max; \quad (7^I)$$

б) максимизация эффективности капитальных вложений:

$$\Theta_k = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_i^0)}{\sum_{i=1}^n (Z_i + Z_i')} \rightarrow \max, \quad (7^{II})$$

где Y_i^0 — объем конечной продукции i -ой отрасли в начале планируемого периода;

в) максимизация эффективности основных фондов:

$$\Theta_\Phi = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n (\Phi_i + \Delta\Phi_i - \Delta\Phi_i')} \rightarrow \max; \quad (7^{III})$$

г) максимизация производительности общественного труда, т. е.

$$\frac{\sum_{j=1}^n X_j}{\sum_{e=1}^n T_e} \rightarrow \max. \quad (7^{IV})$$

Задачу нахождения оптимального народнохозяйственного плана можно сформулировать следующим образом. Найти величины X_i , Y_i и $\Delta\Phi_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$), удовлетворяющие условиям (1) — (6) и максимизирующие выбранный критерий, который может быть одним из выражений (7^I) — (7^{IV}).

Результаты решения поставленной задачи позволяют, кроме основных показателей, определить для планируемого периода:

а) распределение вводимых основных фондов по отраслям народного хозяйства;

б) объем и источники капитальных вложений и их оптимальное распределение по отраслям;

в) потребность трудовых ресурсов по народному хозяйству в целом и их оптимальную занятость по отраслям народного хозяйства;

г) объем используемых природных ресурсов и их распределение по отраслям;

д) прирост национального дохода, уровень повышения производительности труда и т. п.

Поставленная задача определения оптимального народнохозяйственного плана представляется в виде общей задачи линейного программирования и решается одним из известных методов.

Вышеприведенная экономико-математическая модель определения оптимального народнохозяйственного плана предназначена для определения текущих планов отдельных экономических районов или республик.

При определении среднесрочного и долгосрочного плана народного хозяйства необходимо учитывать, что исходные данные, участвующие в условиях (1) — (6), под влиянием технического прогресса подвергаются изменению (при текущем планировании эти величины предполагаются постоянными).

Отметим, что на современном этапе развития науки и техники, определение изменений основных показателей под воздействием технического прогресса (трудоемкость, фондоемкость, капиталоемкость продукции и т. д.) связано с большими трудностями и практически почти невозможно. Поэтому определение среднесрочных и долгосрочных планов развития народного хозяйства целесообразнее привести к стохастической модели.

В стохастическом программировании рассматриваются задачи линейного программирования, в которых исходные данные (C_j , a_{ij} , β_i), являются случайными величинами. Если известны законы распределения этих случайных величин, то решение стохастической задачи можно привести к решению следующей детерминированной задачи:

максимизировать линейную функцию

$$\sum_{j=1}^N M(C_j) U_j \rightarrow \max \quad (7)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^N M(a_{ij}) U_j \leq M(\beta_i), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (8)$$

$$U_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (9)$$

где через $M(x)$ обозначено математическое ожидание случайной величины $x(C_j, a_{ij}, \beta_i)$.

На практике не всегда удастся определить законы распределения вышеуказанных случайных величин (капиталоемкость, фондоемкость, материалоемкость и т. д.), так как для выявления вероятностных характеристик любой случайной величины необходимо иметь достаточное

количество реализаций этой величины. А реализация случайных величин, участвующих в экономико-математической модели определения оптимального народнохозяйственного плана, с целью определения их вероятностных характеристик, связаны с определенными техническими трудностями и требуют больших материальных затрат. Поэтому приведение стохастической задачи к детерминированной путем экспериментов, сбора и обработки статистических данных неприемлемо.

В проводимой ниже модели законы распределения случайных исходных данных не известны, однако, с определенной вероятностью, можно установить интервалы их реализации:

$$\left. \begin{aligned} \underline{C}_j &\leq C_j \leq \bar{C}_j, \\ \underline{a}_{ij} &\leq a_{ij} \leq \bar{a}_{ij}, \\ \underline{\beta}_i &\leq \beta_i \leq \bar{\beta}_i \end{aligned} \right\} (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, N). \quad (10)$$

Эти границы всегда можно определить с большой точностью, исходя из экономической сущности исходных данных и из накопленного опыта хозяйственной деятельности.

Рассмотрим следующие детерминированные задачи

Задача А. Максимизировать линейную функцию

$$\sum_{j=1}^N C_j U_j \rightarrow \max \quad (11)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^N \bar{a}_{ij} U_j \leq \bar{\beta}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (12)$$

$$U_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (13)$$

Задача В. Максимизировать линейную функцию

$$\sum_{j=1}^N \bar{C}_j U_j \rightarrow \max \quad (14)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^N \bar{a}_{ij} U_j \leq \bar{\beta}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (15)$$

$$U_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (16)$$

Обозначим через $\underline{B}$ значение целевой функции задачи А на оптимальном решении, а через $\bar{B}$ — значение целевой функции задачи В на том же решении. Тогда при любой реализации случайных исходных данных стохастической задачи оптимальное значение целевой функции соответствующей задачи будет лежать в интервале $(\underline{B}, \bar{B})$, т. е. $\underline{B} \leq B \leq \bar{B}$. Таким образом, решая задачи (11)—(13) и (14)—(16), с требуемой точностью можно определить интервал развития народного хозяйства на перспективу (соответственно условиям (10)).

**ԺՈՂՈՎՐԴԱԿԱՆ ՏՆՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՕՊՏԻՄԱԼ ՊԼԱՆԱՎՈՐՄԱՆ
ՏՆՏԵՍԱԳԻՏԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԸ**

Ա. Գ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ս. Գ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ու մ

Տնտեսության զարգացման ժամանակակից էտապում կարևոր ժողովրդագրա-տնտեսական նշանակություն է ստացել տնտեսական շրջանների հեռանկարային զարգացման կանխագուշակման տեսությունը:

Ստոխաստիկ ծրագրավորման մեթոդների օգնությամբ որոշվում է տնտեսական շրջանի էկոնոմիկայի զարգացման այնպիսի միջակայք, որը մաքսիմումի է հասցնում հասարակական արտադրության արդյունավետությունը՝ հաշվի առնելով ժողովրդական տնտեսության զարգացման աստիճանը և հեռանկարում նրա փոփոխման հնարավորությունները:

Խնդրի լուծման արդյունքում ստացվում են այն հիմնական ցուցանիշները, որոնք բնութագրում են ժողովրդական տնտեսության զարգացման մակարդակը հեռանկարում:

Այդ ցուցանիշների որոշման ժամանակ հաշվի է առնվում ժողովրդական տնտեսության զարգացման հաշվեկշռվածության ապահովման պայմանը, տնտեսական շրջանի կապն այլ տնտեսական շրջանների հետ, ընթացիկ ծախսումների և վերջնական արտադրանքի միջև եղած կապը, առկա աշխատանքային, բնական ռեսուրսների ծավալը և նրանց փոփոխման հնարավորությունը և այլն: Առաջարկվող մոդելով այժմ աշխատանքներ է տարվում որոշելու հանրապետության ժողովրդական տնտեսության զարգացումը հեռանկարում: