

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ВОЛНОВОДЕ С МНОГОСЛОЙНЫМ КОАКСИАЛЬНЫМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

А.С. ВАРДАНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 2 июня 1999 г.)

Определены поля черенковского излучения в волноводе с многослойным коаксиальным дисперсным диэлектрическим заполнением. Проведен анализ продольной компоненты поля излучения в поперечном сечении волновода. Обсуждается возможность использования черенковского механизма излучения в волноводе в реализации двухпучковой схемы ускорения.

Введение

В предыдущей работе [1] рассматривалось черенковское излучение периодической последовательности заряженных сгустков,двигающихся по оси волновода, заполненного дисперсной средой, в которой, с целью уменьшения боровских потерь прорезан канал по оси волновода, вдоль которого пролетает сгусток. Предполагается использовать механизм черенковского излучения в двухпучковой схеме ускорения, и поэтому необходимо наличие второго канала для ускоряемого пучка. В настоящей работе рассматривается черенковское излучение в волноводе, который заполнен многослойным в поперечном сечении диэлектриком, как показано на рис.1. Поскольку черенковское излучение происходит в среде, необходимо оценить напряженности во второй, свободной от диэлектрика, области вследствие проникания сюда поля из соседних со средой областей. Существен также вопрос определения резонансного значения радиуса волновода для обеспечения условия синфазности излучения от периодической последовательности сгустков с учетом наличия каналов заданных радиусов.

Поле излучения в волноводе. Пусть периодическая последовательность N цилиндрических сгустков с радиусом r_0 и зарядом q движется со скоростью $v = \beta c$ по оси волновода, заполненного многослойным в поперечном сечении дисперсным диэлектриком (см. рис.1).

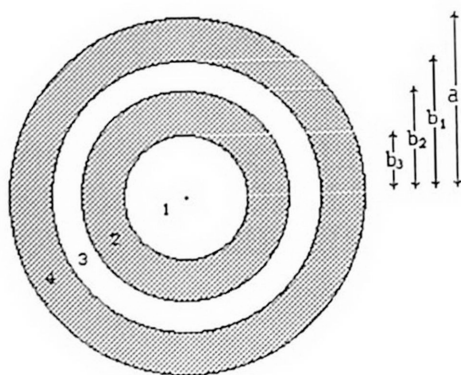
Плотность заряда, согласно [1], имеет вид:

$$\rho(r, z - vt) = \frac{q}{\pi r_0^2} \sigma(r) \frac{\sum_{k=1}^N \int f(\xi) \delta[z - vt - (k-1)d - \xi] d\xi}{\int f(\xi) d\xi}, \quad (1)$$

Рис.1. Поперечное сечение волновода.

где d — расстояние между сгустками, $f(\xi)$ — линейное распределение заряда вдоль длины сгустка; $\sigma(r)=0$, когда $r > r_0$, и $\sigma(r)=1$, когда $r \leq r_0$.

Решение для потенциала φ будем искать в виде



$$\varphi(r, z - vt) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega, r) \frac{2I_1(kr_0)}{kr_0} \phi_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right) e^{i\frac{\omega}{v}(z-vt)} d\omega, \quad (2)$$

где

$$\Phi(\omega, r) = \begin{cases} \frac{q}{\pi v} [K_0(kr) + \alpha I_0(kr)] & 0 \leq r \leq b_3 \\ \frac{q}{\varepsilon \pi v} [\eta K_0(sr) + \gamma I_0(sr)] & b_3 < r \leq b_2 \\ \frac{q}{\pi v} [\delta K_0(kr) + \sigma I_0(kr)] & b_2 < r \leq b_1 \\ \frac{q}{\varepsilon \pi v} [\theta K_0(sr) + \xi I_0(sr)] & b_1 < r \leq a. \end{cases}$$

Здесь $k = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2}$, $s = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2 \varepsilon}$; I_0 , I_1 , K_0 — модифицированные функции Бесселя и Ганкеля; функция $\phi_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right)$ отвечает за излучение N сгустков:

$$\phi_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right) = \phi\left(\frac{\omega}{v}\right) \exp\left[-i(N-1)\frac{\omega d}{2v}\right] \frac{\sin(N\omega d/2v)}{\sin(\omega d/2v)}, \quad (3a)$$

а функция

$$\phi\left(\frac{\omega}{v}\right) = \left(\int f(\xi) d\xi\right)^{-1} \int f(\xi) \exp(-i\omega/\xi) d\xi \quad (3b)$$

отвечает за излучение одного сгустка.

Граничные условия для фурье-компонент полей и, соответственно, потенциалов записываются в виде

$$\begin{aligned} E_{z\omega 1} &= E_{z\omega 2} & (1 - \beta^2) p_{\omega 1} &= (1 - \beta^2 \varepsilon) p_{\omega 2} & (\text{при } r = b_3); \\ H_{\varphi\omega 1} &= H_{\varphi\omega 2} & \frac{\partial \varphi_{\omega 1}}{\partial r} &= \varepsilon \frac{\partial \varphi_{\omega 2}}{\partial r} & (\text{при } r = b_3); \\ E_{z\omega 1} &= E_{z\omega 2} & (1 - \beta^2 \varepsilon) p_{\omega 2} &= (1 - \beta^2) p_{\omega 3} & (\text{при } r = b_2); \\ H_{\varphi\omega 1} &= H_{\varphi\omega 2} & \varepsilon \frac{\partial \varphi_{\omega 2}}{\partial r} &= \frac{\partial \varphi_{\omega 3}}{\partial r} & (\text{при } r = b_2); \end{aligned} \quad (4)$$

$$E_{z\omega 1} = E_{z\omega 2} \quad (1 - \beta^2) p_{\omega 3} = (1 - \beta^2 \varepsilon) p_{\omega 4} \quad (\text{при } r = b_1);$$

$$H_{\varphi\omega 1} = H_{\varphi\omega 2} \quad \frac{\partial \varphi_{\omega 3}}{\partial r} = \varepsilon \frac{\partial \varphi_{\omega 4}}{\partial r} \quad (\text{при } r = b_1);$$

$$E_{z\omega 4} = 0 \quad \varphi_{\omega 4} = 0 \quad (\text{при } r = a).$$

Удовлетворив граничным условиям (4), можно определить выражения для α , η , γ , δ , θ и ξ .

Запишем с помощью (2) выражения для E_z :

$$E_{z1} = -\frac{q(1-\beta^2)}{\pi v^2} \int [K_0(kr) + \alpha I_0(kr)] \frac{2I_1(kr_0)}{(kr_0)} \phi_{\text{посл}} \left(\frac{\omega}{v} \right) e^{i\frac{\omega}{v}(z-vt)} i\omega d\omega, \quad (5a)$$

$$E_{z2} = -\frac{q}{\pi v^2} \int \frac{1-\beta^2 \varepsilon}{\varepsilon} [\eta K_0(kr) + \gamma I_0(kr)] \frac{2I_1(kr_0)}{(kr_0)} \phi_{\text{посл}} \left(\frac{\omega}{v} \right) e^{i\frac{\omega}{v}(z-vt)} i\omega d\omega, \quad (5b)$$

$$E_{z3} = -\frac{q(1-\beta^2)}{\pi v^2} \int [\delta K_0(kr) + \sigma I_0(kr)] \frac{2I_1(kr_0)}{(kr_0)} \phi_{\text{посл}} \left(\frac{\omega}{v} \right) e^{i\frac{\omega}{v}(z-vt)} i\omega d\omega, \quad (5b)$$

$$E_{z4} = -\frac{q}{\pi v^2} \int \frac{1-\beta^2 \varepsilon}{\varepsilon} [\theta K_0(kr) + \xi I_0(kr)] \frac{2I_1(kr_0)}{(kr_0)} \phi_{\text{посл}} \left(\frac{\omega}{v} \right) e^{i\frac{\omega}{v}(z-vt)} i\omega d\omega. \quad (5r)$$

Когда в среде, заполняющей волновод, выполняется условие Черенкова $\beta^2 \varepsilon > 1$, то $s = -ip$, где $p = \frac{\omega}{v} \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1}$, и для коэффициента α получается:

$$\alpha = [pK_1(kb_3)\Psi_5 + \varepsilon kK_0(kb_3)\Psi_4] \cdot D^{-1}, \quad (6a)$$

где

$$\begin{aligned} D &= pI_1(kb_3)\Psi_5 - \varepsilon kI_0(kb_3)\Psi_4, \\ \Psi_5 &= J_0(pb_3)[p\Psi_2 N_0(pb_2) - \varepsilon k\Psi_3 N_1(pb_2)] - N_0(pb_3)[p\Psi_2 J_0(pb_2) - \varepsilon k\Psi_3 J_1(pb_2)], \\ \Psi_4 &= J_1(pb_3)[p\Psi_2 N_0(pb_2) - \varepsilon k\Psi_3 N_1(pb_2)] - N_1(pb_3)[p\Psi_2 J_0(pb_2) - \varepsilon k\Psi_3 J_1(pb_2)], \\ \Psi_3 &= I_0(kb_2)[p\Psi_1 K_1(kb_1) + \varepsilon k\Psi_0 K_0(kb_1)] + K_0(kb_2)[p\Psi_1 I_1(kb_1) - \varepsilon k\Psi_0 I_0(kb_1)], \\ \Psi_2 &= I_1(kb_2)[p\Psi_1 K_1(kb_1) + \varepsilon k\Psi_0 K_0(kb_1)] - K_1(kb_2)[p\Psi_1 I_1(kb_1) - \varepsilon k\Psi_0 I_0(kb_1)], \\ \Psi_1 &= J_0(pb_1)N_0(pa) - J_0(pa)N_0(pb_1), \\ \Psi_0 &= J_1(pb_1)N_0(pa) - J_0(pa)N_1(pb_1), \end{aligned} \quad (6b)$$

Проведя интегрирование в комплексной плоскости ω , как в [1,2], получим:

$$E_{z1} = -\frac{q\sqrt{1-\beta^2}}{v^2 b_3} \sum_{\lambda} \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1} \frac{\omega \Psi_5}{\frac{d}{d\omega} D} \frac{I_0(kr)}{I_0(kb_1)} \frac{2I_1(kr_0)}{kr_0} F_{\text{посл}} \left(\frac{\omega}{v} \right), \quad (7a)$$

$$E_{z2} = -\frac{q\sqrt{1-\beta^2}}{v^2 b_3} \sum_{\lambda} \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1} \frac{\omega \Psi_{5r}}{\frac{d}{d\omega} D} \frac{2I_1(kr_0)}{kr_0} F_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right), \quad (7)$$

$$E_{z3} = -\frac{2q(1-\beta^2)}{\pi v^2 b_2 b_3} \sum_{\lambda} \frac{\varepsilon \omega \Psi_{3r}}{\frac{d}{d\omega} D} \frac{2I_1(kr_0)}{kr_0} F_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right), \quad (7B)$$

$$E_{z4} = -\frac{2q\sqrt{1-\beta^2}}{\pi v^2 b_1 b_2 b_3} \sum_{\lambda} \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1} \frac{\varepsilon \omega \Psi_{1r}}{\frac{d}{d\omega} D} \frac{2I_1(kr_0)}{kr_0} F_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right), \quad (7r)$$

где

$$\Psi_{1r} = N_0(s_2 a) J_0(s_2 r) - J_0(s_2 a) N_0(s_2 r),$$

$$\Psi_{3r} = I_0(kr) [p \Psi_1 K_1(kb_1) + \varepsilon k \Psi_0 K_0(kb_1)] + K_0(kr) [p \Psi_1 I_1(kb_1) - \varepsilon k \Psi_0 I_0(kb_1)],$$

$$\Psi_{5r} = J_0(pr) [p \Psi_2 N_0(pb_2) - \varepsilon k \Psi_3 N_1(pb_2)] - N_0(pr) [p \Psi_2 J_0(pb_2) - \varepsilon k \Psi_3 J_1(pb_2)].$$

Функция $F_{\text{посл}}(\omega/v)$ определена в [1] и для периодической последовательности (с периодом d) N сгустков с гауссовским распределением заряда в каждом из них равна:

$$F_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right) = \exp\left(-\frac{\omega^2}{4v^2} \xi^2\right) \frac{\sin(N\omega d/2v)}{\sin(\omega d/2v)} \cos \frac{\omega}{v} \left[z - vt - (N-1) \frac{d}{2}\right]. \quad (8)$$

Численный анализ полей черенковского излучения. Анализ проводился с помощью формул (7)-(8) для случаев одиночного сгустка ($N=1$) (рис. 2 а,б), а также для периодической последовательности N сгустков (рис.3), когда в волноводе реализуется квазимонохроматическое поле на частоте следования сгустков ($\lambda=10$ см). Расчеты проводились для дисперсной среды, характеризуемой диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\varepsilon_0 - 1}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (9)$$

что в случае $\varepsilon_0 = 2,1$, $\tau = 7,22 \cdot 10^{-13}$ с хорошо аппроксимирует свойства тефлона (см. [1-3]). Как и в случае только центрального канала (см. [2]), здесь внутри обоих каналов наблюдается квазиравномерное распределение поля вдоль радиуса, причем в тех сечениях, где поле минимально на оси волновода, оно приобретает заметные значения в среде (см. рис. 2б).

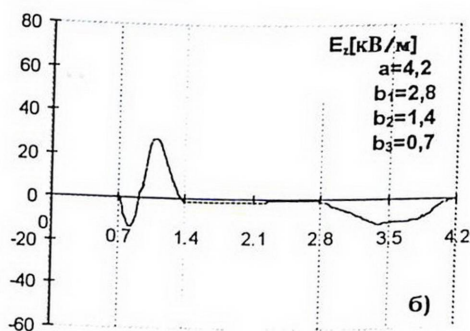
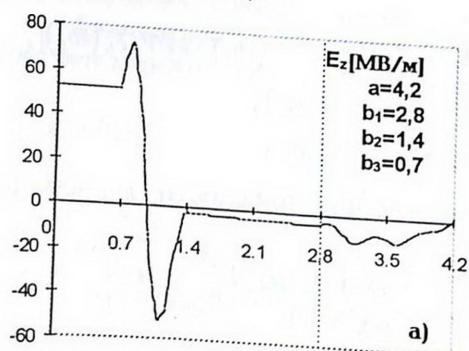


Рис.2. E_z -компонента поля излучения одиночного сгустка в двух разных поперечных сечениях волновода: а) $z - vt = -0,86$ см, б) $z - vt = -0,5$ см.

При излучении периодической последовательности ступков максимальные напряженности получаются при условии синфазного суммирования полей, излученных отдельными ступками:

$$\frac{\omega_{\lambda} d}{2\nu} = \pi k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (10)$$

и поле вдоль оси волновода имеет квазисинусоидальный характер с частотой, равной частоте следования ступков при $k=1$ или кратной ей при $k \neq 1$.

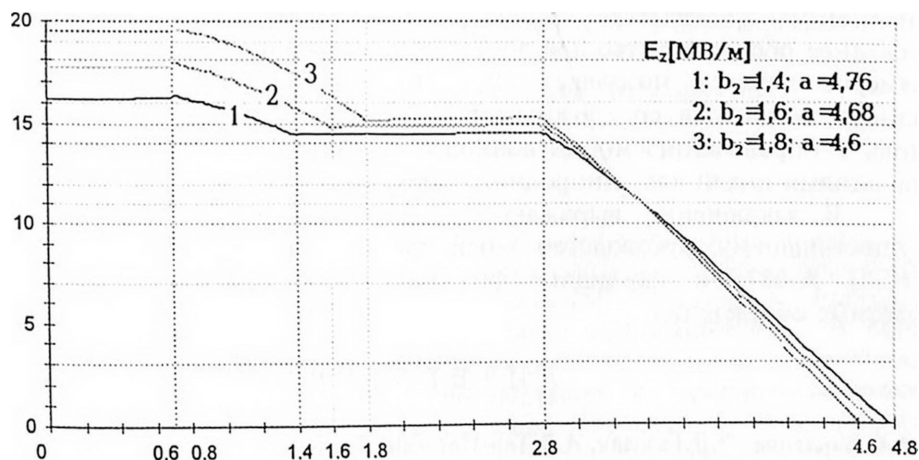


Рис. 3. Распределение E_z вдоль радиуса волновода для трех различных значений толщины диэлектрика, разделяющего каналы, и соответствующих ей размеров радиуса волновода.

На рис.3 приведено распределение напряженности поля E_z , создаваемого последовательностью $N=3000$ ступков вдоль радиуса волновода при различных значениях толщины диэлектрика, разделяющего каналы, и соответствующих размеров радиуса волновода, выбранных для обеспечения условия синфазного излучения (10) при $k=1$. Видно, что и при периодической последовательности ступков поле в каналах практически однородно, а при уменьшении размеров второго канала напряженность в каналах увеличивается. Резонансный же радиус волновода a для различных значений толщины диэлектрика (1,4см, 1,2см, 1см), соответствующих кривым 1, 2 и 3 на рис.3 при постоянном значении размера центрального канала (0,7см), принимает значения 4,76см, 4,68см и 4,6см, соответственно. Для определения резонансного значения радиуса волновода разработан алгоритм, который подбирает значение a так, чтобы первый (при $k=1$) корень уравнения (6) соответствовал длине волны $\lambda = 10$ см.

Заключение. Иллюстрируемые результаты обосновывают перспективность черенковского механизма в двухпучковой схеме ускорения электронов. Действительно, несмотря на то обстоятельство, что черенковское излучение заряда, движущегося параллельно границе раздела, испускается под углом полного внутреннего отражения и не выходит из этой среды, затухая экспоненциально по мере удаления от границы раздела, в волноводных структурах с достаточно узкими каналами, прорезанными вдоль траектории ускоряемого и

ускоряющего сгустков для уменьшения боровских потерь, наблюдается кусочно-однородное (в областях каналов) распределение напряженности с достаточно большим значением этой напряженности. Это представляется очень удобным для осуществления ускорения электронных сгустков. В случае периодической последовательности сгустков в волноводе реализуется одномодовый режим на частоте следования сгустков, если выбрать соответствующее "резонансное" значение радиуса волновода. При этом наличие каналов приводит, в основном, к изменению (увеличению) радиуса волновода по сравнению с однородным заполнением, соответственно с величинами прорезанных каналов. Это последнее обстоятельство для достаточно малых значений поперечных размеров каналов позволяет определить эффективные поперечные размеры волновода со сложным поперечным сечением, не прибегая вновь к определению новых волновых функций и воспользовавшись значениями полей для однородного заполнения.

В заключение выражаю благодарность проф. Э.Д.Газазяну, осуществившему руководство моей работы при поддержке гранта МНТЦ А-087, и кандидату физ.-мат. наук А.Д.Тер-Погосян за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.С.Вардanian, Э.Д.Газазян, А.Д.Тер-Погосян. Физика, 34, 195 (1999).
2. А.С.Вардanian, Э.Д.Газазян, А.Д.Тер-Погосян. Физика, 34, 35 (1999).
3. Дж.К.Саусворт. Принципы и применения волноводной передачи. М., Сов. Радио, 1955.

ՇԵՐԵՆԿՈՎՅԱՆ ԳԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ԴԻԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՎ
ԲԱԶՄԱՇԵՐՏ ՀԱՍՏԱՌԱՆՅՔ ԼՅՎԱԾ ԱԼԻԲԱՏԱՐՈՒՄ

Ա.Ս.ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Հետազոտված է չերենկովյան ճառագայթումը դիսպերսային միջավայրով բազմաշերտ համառոնցք լցված կլոր ալիքատարում: Կատարված է ճառագայթման դաշտի երկայնական բաղադրիչի վերլուծությունը ալիքատարի լայնական կտրվածքում: Զննարկված է չերենկովյան ճառագայթման մեխանիզմի օգտագործման հնարավորությունը արագացման երկփնջային եղանակի իրականացման համար:

CHERENKOV RADIATION IN WAVEGUIDE FILLED WITH
A MULTILAYER COAXIAL DIELECTRIC

A.S.VARDANYAN

Fields of the Cherenkov radiation in a waveguide with a multilayer coaxial dispersive medium are determined. The analysis of the longitudinal components of the radiation field in the cross-section of the waveguide is carried out. An opportunity to use the Cherenkov radiation mechanism in the two-beam acceleration scheme is discussed.