

УДК 538.61

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХУРОВНЕВОГО АТОМА С ПОЛЕМ НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВНЕ РАМОК РЕЗОНАНСНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Г.Г. ГРИГОРЯН, Е.Т. ПАШАЯН, В.О. ЧАЛТЫКЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 4 марта 1999 г.)

Без резонансного приближения рассмотрена задача о двухуровневом атоме в поле немонахроматического импульса. Используя нестационарную теорию возмущений, получены аналитические выражения для вероятности перехода атома. Оценена степень точности вычислений в зависимости от интенсивности поля и расстройки резонанса. Показано, что в населенности верхнего уровня атома имеются дополнительные осцилляции, которые отсутствуют в резонансном приближении.

1. Введение

Взаимодействие двухуровневого атома с немонахроматическим излучением достаточно подробно исследовано на сегодняшний день в резонансном приближении в двух предельных случаях (см., например, [1-3] и цитируемую там литературу) : для спектрально-ограниченных импульсов при $\Delta T \ll 1$ и для адиабатических импульсов при $\Delta T \gg 1$, где Δ – расстройка резонанса, T – длительность импульса. В случае произвольных расстроек точные аналитические решения известны только для ограниченного числа конкретных форм импульса [4-8].

Все вышеприведенные исследования проводились в резонансном приближении. Однако в настоящее время разработано много систем, генерирующих очень короткие оптические импульсы, длительностью в несколько периодов колебания, которые интенсивно применяются для исследования различных атомных или молекулярных сред [9-11]. При рассмотрении взаимодействия подобных импульсов с атомами резонансное приближение неприменимо и поэтому большой интерес представляет рассмотрение задачи без резонансного приближения. Приближение двухуровневого атома, вообще говоря, также неприменимо для очень коротких импульсов в том случае, если спектр импульса содержит частоты атомных переходов на несколько уровней. В настоящей работе мы предполагаем, что импульс имеет спектральную ширину, позволяющую применить модель двухуровневого атома, но рассматриваем проблему без резонансного приближения. В работе приведены основные уравнения и метод их решения, вычисляется вероятность перехода во втором порядке теории возмущений и проводится

сравнение вероятности перехода, вычисленной в резонансном приближении и без него.

2. Теория возмущений

Поведение двухуровневого атома в поле импульса, длительность которого много меньше всех времен релаксаций, описывается нестационарным уравнением Шредингера:

$$\begin{aligned}\dot{a}_1 &= -i\dot{S}^* a_2, \\ \dot{a}_2 &= -i\dot{S} a_1,\end{aligned}\quad (1)$$

где $a_1(t)$, $a_2(t)$ – коэффициенты разложения искомой волновой функции атома в поле по волновым функциям невозмущенного атома, $\dot{S}$ – производная от функции

$$S = \int_{-\infty}^t V(t') e^{i\omega_{21}t'} dt'. \quad (2)$$

Входящая в (2) величина $V(t)$ определяет взаимодействие поля излучения с напряженностью электрического поля E с двухуровневым атомом, $V(t) = -\frac{Ed}{\hbar}$, где d – дипольный момент перехода двухуровневого атома,

ω_{21} – частота этого перехода.

Будем считать, что атом до взаимодействия находился в основном состоянии, что соответствует начальным условиям

$$a_1(-\infty) = 1, \quad a_2(-\infty) = 0. \quad (3)$$

Используя процедуру нестационарной теории возмущений [12], для уравнений (1) можно построить следующие ряды:

$$\begin{aligned}a_1(t) &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \int_{-\infty}^t \dot{S}^* dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} \dot{S} dt_2 \cdots \int_{-\infty}^{t_{2n-1}} \dot{S} dt_{2n}, \\ a_2(t) &= i \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \int_{-\infty}^t \dot{S} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} \dot{S}^* dt_2 \cdots \int_{-\infty}^{t_{2n-2}} \dot{S} dt_{2n-1}.\end{aligned}\quad (4)$$

Аналогично, для начальных условий $a_1(-\infty) = 0$, $a_2(-\infty) = 1$ (которые означают, что до взаимодействия атом находился в возбужденном состоянии) получим

$$\begin{aligned}a_1(t) &= i \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \int_{-\infty}^t \dot{S}^* dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} \dot{S} dt_2 \cdots \int_{-\infty}^{t_{2n-2}} \dot{S}^* dt_{2n-1}, \\ a_2(t) &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \int_{-\infty}^t \dot{S} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} \dot{S}^* dt_2 \cdots \int_{-\infty}^{t_{2n-1}} \dot{S}^* dt_{2n}.\end{aligned}\quad (5)$$

Для того, чтобы ряды (4) или (5) были решениями системы уравнений (1), необходима равномерная сходимость этих рядов. Используя очевидные неравенства

$$\left| \int_{-\infty}^t f(t') dt' \right| \leq \int_{-\infty}^t |f(t')| dt' < \int_{-\infty}^{\infty} |f(t')| dt' = S_0, \quad (6)$$

легко построить мажорантные ряды

$$b_1 = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_0^{2n}}{2n!} = \text{ch} S_0, \quad (7)$$

$$b_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_0^{2n-1}}{(2n-1)!} = \text{sh} S_0,$$

которые сходятся при всех конечных значениях S_0 и ω .

Формулы (4) и (5) действительно являются решением системы (1), что проверяется непосредственной подстановкой (4) и (5) в уравнения (1). Для того, чтобы выписать решение уравнения Шредингера с необходимой степенью точности, достаточно ограничиться определенным числом членов ряда. Так, например, оставляя в a_2 только первые n членов, мы допускаем ошибку, величина которой может быть оценена следующим образом:

$$|r| = \left| \sum_{n+1}^{\infty} (-1)^n \int_{-\infty}^t \dot{S} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} \dot{S}^* dt_2 \dots \int_{-\infty}^{t_{2k-2}} \dot{S} dt_{2k-1} \right| \leq \sum_{n+1}^{\infty} \left| \frac{S_0^{2k-1}}{(2k-1)!} \right| =$$

$$= \text{sh} S_0 - S_0 - \frac{S_0^3}{3!} - \dots - \frac{S_0^{2n-1}}{(2n-1)!}.$$

Чем больше $|S|$, тем больше членов ряда необходимо учитывать для достижения хорошей точности результатов.

3. Вероятность поглощения

Ограничиваясь первым приближением в разложении (4) (малые интенсивности), для вероятности перехода атома получаем

$$|a_2(\infty)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} V e^{i\omega_{21}t} dt \right|^2 = |V(\omega_{21})|^2, \quad (9)$$

где $V(\omega_{21})$ — спектральная компонента поля на резонансной частоте. Формула (9) соответствует хорошо известному результату [12] для вероятности поглощения.

Учет следующего члена в разложении дает

$$|a_2(\infty)|^2 = \left| S(\infty) - \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} \dot{S}^* S dt_2 \right|^2. \quad (10)$$

Выражение (10) может быть представлено в физически более наглядном виде:

$$|a_2(+\infty)|^2 = \left| V(\omega_{21}) - \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{V(\omega_1)V(\omega_2)V^*(\omega_1 + \omega_2 - \omega_{21})d\omega_1 d\omega_2}{(\omega_{21} - \omega_1 + i\varepsilon)(\omega_{21} - \omega_2 - i\varepsilon)} \right|^2. \quad (11)$$

Малые мнимые части в знаменателе второго члена введены во избежание расходимости в точном резонансе [13].

Второй член в выражении (11) описывает трехфотонный параметрический процесс, в котором поглощаются фотоны ω_1 и ω_2 , излучается частота $(\omega_2 + \omega_1 - \omega_{21})$ и атом переходит с нижнего на верхний уровень. Легко показать, что последующие члены ряда описывают подобные же многофотонные процессы. Следовательно, даже если в спектре импульса нет резонансной компоненты, вероятность перехода может быть отлична от нуля в следующих порядках теории возмущений. Например, во втором приближении необходимым условием для этого является наличие ненулевой спектральной компоненты на трехфотонных частотах, т.е. $V(\omega_{21} - \omega_1 - \omega_2)$, где ω_1 и ω_2 принадлежат спектру падающего импульса.

4. Резонансное приближение

Вплоть до длительностей импульсов $T \sim 10$ фс напряженность E электрического поля излучения можно представить в виде

$$E = \mathcal{E}(t, x)e^{-i\omega_0 t} + \text{к.с.}, \quad (12)$$

где ω_0 можно интерпретировать как несущую частоту импульса. Тогда, переходя к резонансному приближению, величину S необходимо заменить на $\tilde{S} = \int_{-\infty}^t \tilde{V}(t')e^{i\Delta t'} dt'$, где Δ — расстройка резонанса ($\Delta = \omega_{21} - \omega_0$), а

$\tilde{V}$ — частота Раби ($\tilde{V} = -\frac{\mathcal{E}d_{12}}{\hbar}$).

В резонансном приближении и во втором приближении теории возмущений вместо формулы (11) имеем:

$$|a_2(+\infty)|^2 = \left| \tilde{V}(\omega_{21}) - \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{V}^*(\omega_1 + \omega_2 - \Delta)\tilde{V}(\omega_1)\tilde{V}(\omega_2)d\omega_1 d\omega_2}{(\Delta - \omega_1 + i\varepsilon)(\Delta - \omega_2 - i\varepsilon)} \right|^2. \quad (13)$$

Для спектрально-ограниченных импульсов в точном резонансе величина $\tilde{S}$ равна текущей площади импульса. В этом частном случае ряды легко суммируются, приводя к решениям, хорошо известным в литературе [1]:

$$\begin{aligned} a_1(t) &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\tilde{S}^{2n}}{(2n)!} = \cos \int_{-\infty}^t \tilde{V} dt', \\ a_2(t) &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\tilde{S}^{2n-1}}{(2n-1)!} = \sin \int_{-\infty}^t \tilde{V} dt'. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, населенность возбужденного состояния после взаимо-

действия с импульсом определяется только резонансной спектральной компонентой падающего излучения:

$$|a_2(\infty)|^2 = \left| \sin \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{V} dt \right|^2 = \sin^2 \tilde{V}(\omega_{21})$$

(что переходит в (9) при малых интенсивностях).

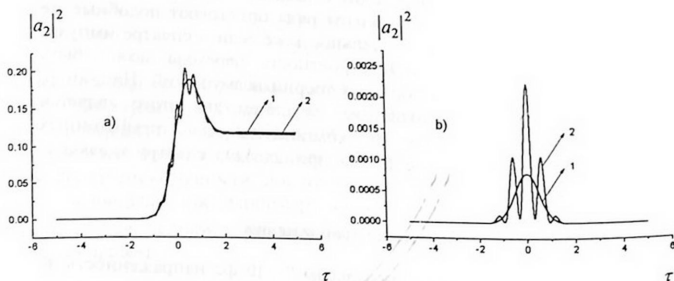


Рис.1. Временная эволюция ($\tau = t/T$, T – длительность импульса) населенности возбужденного уровня $|a_2|^2$ для гауссовского импульса $e^{-\tau^2}$, вычисленной в рамках резонансного приближения (кривая 1) и без него (кривая 2): а) $\omega_0 T = 8$, $\omega_{21} T = 10$, $\Delta T = 2$; б) $\omega_0 T = 5$, $\omega_{21} T = 25$, $\Delta T = 20$; $V_0 T = 0.3$.

На рис.1 приведены вероятности перехода атома в зависимости от времени для гауссовского импульса в резонансном приближении и без него: кривая 1 соответствует резонансному приближению ($\Delta \cdot T = 2$), а кривая 2 – без него ($\omega_{21} T = 10$; $\omega_0 T = 8$). Видно, что населенность верхнего уровня носит осциллирующий характер в течение длительности импульса. Однако стационарные значения населенностей отличаются незначительно.

Таким образом, мы описали довольно простой и удобный метод для вычисления с необходимой точностью вероятности возбуждения двухуровневого атома в лазерном поле. Мы вычислили эту величину без резонансного приближения, которое неприменимо для очень коротких (фс) импульсов, и показали, что вероятность возбуждения осциллирует до установления стационарного режима.

Авторы выражают благодарность М.Л.Тер-Микаеляну за многочисленные обсуждения и полезные замечания.

Работа выполнена в рамках научной темы 96-772, финансируемой из государственных централизованных источников Республики Армения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Аллен, Д.Эберли. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М., Мир,

2. B.W.Shore. The theory of coherent atomic excitation. New York, Wiley, 1990.
3. М.Л.Тер-Микаелян. УФН, 167, 12 (1997).
4. N.Rosen, C.Zener. Phys. Rev., 40, 50 (1932).
5. А.О.Меликян. Доклады АН Арм. ССР, 51, 214 (1970).
6. A.Bambini, P.R.Berman. Phys. Rev. A, 23, 2496 (1981).
7. N.V.Vitanov, S.Stenholm. Phys. Rev. A, 55, 2982 (1997).
8. A.M.Ishkhanyan. J. Phys. A: Math. and Gen. Phys., 30, 1203 (1997).
9. L.W.Casperson. Phys. Rev. A, 57, 609 (1998).
10. С.А.Козлов, С.В.Сазонов. ЖЭТФ, 111, 404 (1997).
11. М.Л.Тер-Микаелян, G.G.Grigoryan. Laser Physics, 5, 1171 (1995).
12. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., Наука, 1980.
13. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в квантовую теорию поля. М., Наука, 1976.

ԵՐԿՍԱԿԱՐԴԱԿ ԱՏՈՄԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՉ ՍՈՆՈԽՐՈՍԱՏԻԿ ԴԱՇՏԻ ՀԵՏ ԱՌԱՆՑ ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ՄՈՏԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ

Գ.Հ. ԳՐԻԳՐՅԱՆ, Ե.Թ. ՓԱՇԱՅԱՆ, Վ.Օ. ՉԱԼՏԻԿՅԱՆ

Դիտարկված է ոչ մոնոքրոմատիկ իմպուլսի դաշտում երկնակարգակ ատոմի խնդիրը առանց ռեզոնանսային մոտավորության: Օգտագործելով խոտորումների ոչ ստացիոնար տեսությունը, ստացված են վերլուծական արտահայտություններ ատոմի անցման հավանականության համար: Ցույց է տրված, թե ինչպես կարելի է պահանջվող ճշգրտությամբ հաշվարկել ատոմի զրգոման հավանականությունը: Ցույց է տրված, որ ատոմի վերին մակարդակի բնակեցումը դրսևորում է օսցիլյացիոն բնույթ, որը բացակայում է ռեզոնանսային մոտավորության դեպքում:

INTERACTION OF TWO-LEVEL ATOM WITH NONMONOCHROMATIC LASER FIELD WITHOUT RESONANT APPROXIMATION

G.G. GRIGORYAN, Y.T. PASHAYAN, V.O. CHALTYKYAN

The problem of a two-level atom interacting with a nonmonochromatic radiation pulse is studied without the resonant approximation. Using the time-dependent perturbation theory, the analytical expressions for transition probability of the atom are obtained. It is shown how, depending on the value of the field strength, the atom's excitation probability can be obtained with the needed accuracy. It is shown that the upper level population of the atom exhibits additional oscillations which are absent in the resonant approximation.