Известия НАН Армении, Физика, т.34, №4, с.195-202 (1999)

УДК 538.3

О ЧЕРЕНКОВСКОМ ИЗЛУЧЕНИИ В ВОЛНОВОДЕ С КАНАЛОМ, ПРОРЕЗАННЫМ ВНУТРИ ЗАПОЛНЯЮЩЕЙ ВОЛНОВОД СРЕДЫ

А.С. ВАРДАНЯН

Ереванский государственный университет

Э.Д. ГАЗАЗЯН, А.Д. ТЕР-ПОГОСЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 15 декабря 1998 г.)

Проведен теоретический и численный анализ черенковского излучения последовательности заряженных цилиндрических сгустков в круглом волноводе, заполненном дисперсной средой с каналом, прорезанным вдоль оси волновода для уменьшения поляризационных потерь. Показано, что при достаточно большом количестве плотных сгустков и выполнении условия синфазности излучения сгустков в волноводе генерируется излучение со значительными напряженностями полей, пригодными для реализации двухпучковой схемы ускорения.

Введение. В работе [1] рассматривалось черенковское излучение периодической последовательности заряженных сгустков, движущихся по оси волновода, заполненного дисперсной средой. Были получены выражения для продольной компоненты поля излучения, проанализирован спектр излучения для конкретного закона дисперсии, определено число излученных мод, а также максимальная частота спектра излучения. В [1] приведены также численные расчеты поля излучения для параметров пучка стенда Линус-20 ЕрФИ. В настоящей работе, используя методику, разработанную в [1], рассматривается черенковское излучение последовательности заряженных сгустков в случае, когда в волноводе с целью уменьшения боровских потерь прорезан канал для пролета сгустков. Такая задача решена для точечного заряда в [2], и мы будем проводить сравнение с этой работой.

Поле черенковского излучения в волноводе с каналом. Пусть в цилиндрическом волноводе с круглым поперечным сечением по его оси z пролетает периодическая последовательность N одинаковых сгустков. Плотность заряда ρ, согласно [1], имеет вид:

$$\rho(r, z-vt) = \frac{q}{\pi r_0^2}\sigma(r)\frac{\sum_{k=1}^{N}\int f(\xi)\delta[z-vt-(k-1)d-\xi]d\xi}{\int f(\xi)d\xi}, \tag{1}$$

где q – заряд каждого из сгустков, r_0 – их радиус, $v=\beta c$ – скорость движения сгустков, d – расстояние между сгустками, $f(\xi)$ – линейное распределение заряда вдоль длины сгустка; $\sigma(r)=0$, когда $r>r_0$, и $\sigma(r)=1$, когда $r\le r_0$. Внутри волновода с радиусом a имеется цилиндрический канал, ось которого совпадает с осью волновода. Диэлектрическая и магнитная проницаемости среды канала ε_1 и μ_1 (в дальнейшем мы рассмотрим пустой канал $\varepsilon_1=\mu_1=1$), радиус канала b предполагаем больше r_0. Вне канала в области $b\le r\le a$ волновод заполнен средой с $\varepsilon=\varepsilon_2$ и $\mu=\mu_2$. Следуя [1], будем искать решения для потенциалов φ_1 (в канале, $r<b$) и φ_2 (вне канала, $b\le r\le a$) в цилиндрической системе координат в следующем виде:

$$\varphi_1(r,z-vt)=\frac{q}{\pi v}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\varepsilon_1}\left[K_0(k_1r)+\alpha I_0(k_1r)\right]\frac{2I_1(k_1r_0)}{k_1r_0}\phi_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right)\exp\left[i\frac{\omega}{v}(z-vt)\right]d\omega, \quad (2а)$$

$$\varphi_2(r,z-vt)=\frac{q}{\pi v}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\varepsilon_2}\left[\eta K_0(k_2r)+\gamma I_0(k_2r)\right]\frac{2I_1(k_1r_0)}{k_1r_0}\phi_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right)\exp\left[i\frac{\omega}{v}(z-vt)\right]d\omega. \quad (2б)$$

Здесь $k_1=\frac{\omega}{v}\left(1-\varepsilon_1\mu_1\beta^2\right)^{1/2}$, $k_2=\frac{\omega}{v}\left(1-\varepsilon_2\mu_2\beta^2\right)^{1/2}$; I_0, I_1, K_0 – модифицированные функции Бесселя и Ганкеля; функция $\phi_{\text{посл}}\left(\omega/v\right)$ отвечает за излучение N сгустков:

$$\phi_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right)=\phi\left(\frac{\omega}{v}\right)\exp\left[-i(N-1)\frac{\omega d}{2v}\right]\frac{\sin N\dfrac{\omega d}{2v}}{\sin\dfrac{\omega d}{2v}}, \quad (3а)$$

а функция

$$\phi\left(\omega/v\right)=\left(\int f(\xi)d\xi\right)^{-1}\int f(\xi)\exp\left(-i\,\omega/v\,\xi\right)d\xi \quad (3б)$$

отвечает за излучение одного сгустка.

Граничные условия для фурье-компонент полей и, соответственно, потенциалов, записываются в виде:

$$E_{z\omega1}=E_{z\omega2}\ \text{или}\ \left(1-\varepsilon_1\mu_1\beta^2\right)\varphi_{\omega1}=\left(1-\varepsilon_2\mu_2\beta^2\right)\varphi_{\omega2}\quad(\text{при } r=b);$$
$$H_{\varphi\omega1}=H_{\varphi\omega2}\ \text{или}\ \varepsilon_1\frac{\partial\varphi_{\omega1}}{\partial r}=\varepsilon_2\frac{\partial\varphi_{\omega2}}{\partial r}\quad(\text{при } r=b); \quad (4)$$

$$E_{z\omega2}=0\ \text{или}\ \varphi_{\omega2}=0\quad(\text{при } r=a). \quad (5)$$

Удовлетворив граничным условиям (4) и (5), можно определить выражения для коэффициентов α,η и γ, которые оказываются тождественными приведенным в [2] для случая точечного заряда, а потенциалы (2) совпадают с потенциалами точечного заряда за исключением множителей $2I_1(k_1r_0)/k_1r_0$, ответственного за поперечные размеры сгустка, и $\phi_{\text{посл}}\left(\omega/v\right)$, ответственного за наличие последовательности сгустков с заданным распределением вдоль сгустка.

Запишем с помощью (2а,б) выражения для E_{z1} в канале ($r<b$) и E_{z2} вне канала ($b \le r \le a$) для практически важного случая пустого канала ($\varepsilon_1=\mu_1=1$):

$$E_{z1}=-\frac{q\left(1-\beta^2\right)}{\pi v^2}\operatorname{Re}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[K_0(k_1r)+\alpha I_0(k_1r)\right]\frac{2I_1(k_1r_0)}{k_1r_0}\phi_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right)e^{i\frac{\omega}{v}(z-vt)}i\omega d\omega, \tag{6а}$$

$$E_{z2}=\frac{q}{\pi v^2}\operatorname{Re}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1-\varepsilon_2\mu_2\beta^2}{\varepsilon_2}\eta\left[K_0(k_2r)-\frac{K_0(k_2a)}{I_0(k_2a)}I_0(k_2r)\right]\phi_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right)e^{i\frac{\omega}{v}(z-vt)}i\omega d\omega. \tag{6б}$$

Пусть теперь в среде, окружающей канал, выполняются условия Черенкова: $\varepsilon_2\mu_2\beta^2>1$. В этом случае $k_2=-is_2$, где $s_2=\frac{\omega}{v}\left(\varepsilon_2\mu_2\beta^2-1\right)^{1/2}$; $k_1=\frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}$, и для коэффициентов α и η получаются следующие выражения (см. [2]):

$$\alpha=\left[s_2K_1(k_1b)\Psi_1+\varepsilon_2k_1K_0(k_1b)\Psi_0\right]D^{-1},\quad \eta=-\frac{2}{\pi}\cdot\frac{\varepsilon_2k_1}{s_2b}J_0(s_2a); \tag{7а}$$

где

$$\begin{gathered}D=s_2I_1(k_1b)\Psi_1-\varepsilon_2k_1I_0(k_1b)\Psi_0;\\ \Psi_0=J_1(s_2b)N_0(s_2a)-J_0(s_2a)N_1(s_2b);\\ \Psi_1=J_0(s_2b)N_0(s_2a)-J_0(s_2a)N_0(s_2b).\end{gathered} \tag{7б}$$

При выполнении условия $\varepsilon_2\mu_2\beta^2>1$ в подинтегральных выражениях (6а,б) имеются полюсы на частотах ω_λ, для которых

$$D(\omega_\lambda)=0. \tag{8}$$

Интегрирование в (6а,б) проводится так же, как и в [1], в комплексной плоскости ω методом теории вычетов, причем в (6а) реальный вклад дает только второе слагаемое в квадратных скобках, а в (6б) – оба слагаемых. Из-за четности выражения (8) по ω получаются парные полюсы $\pm\omega_\lambda$, расположенные симметрично относительно оси мнимых ω. Пусть дисперсионное уравнение (8) удовлетворяется при некоторых значениях χ_λ и χ'_λ аргументов Ψ_0 и Ψ_1, т.е. при

$$\frac{\omega_\lambda}{v}\sqrt{\varepsilon_2\mu_2\beta^2-1}=\frac{\chi_\lambda}{a}=\frac{\chi'_\lambda}{b}, \tag{8а}$$

где ω_λ определены из уравнения (8). Задавая малое приращение мнимой части диэлектрической проницаемости и учитывая, что при $\omega > 0$ $\varepsilon'' > 0$ и при $\omega < 0$ $\varepsilon'' < 0$ (для временной зависимости $e^{-i\omega t}$), можно показать, что парные полюсы $\pm\omega_\lambda$ смещаются вниз относительно оси действительных частот, и контур интегрирования, как и в [1], необходимо замкнуть в нижней полуокружности. Проведя интегрирование в комплексной плоскости ω, получим:

$$E_{z1} = -\frac{2q\sqrt{1-\beta^2}}{v^2 b}\sum_\lambda \sqrt{\varepsilon\mu\beta^2 - 1}\,\frac{\omega\Psi_1}{\frac{d}{d\omega}D}\frac{I_0(k_1 r)}{I_0(k_1 b)}\frac{2I_1(k_1 r_0)}{k_1 r_0}F_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right), \quad (9а)$$

$$E_{z2} = -\frac{2q\sqrt{1-\beta^2}}{v^2 b}\sum_\lambda \sqrt{\varepsilon\mu\beta^2 - 1}\,\frac{\omega\Psi_r}{\frac{d}{d\omega}D}\frac{2I_1(k_1 r_0)}{k_1 r_0}F_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right), \quad (9б)$$

где $\Psi_r = N_0(s_2 a)J_0(s_2 r) - J_0(s_2 a)N_0(s_2 r)$. Здесь суммирование ведется по положительным частотам $\omega = \omega_\lambda$, удовлетворяющим дисперсионному уравнению (8), $\varepsilon = \varepsilon_2$ и $\mu = \mu_2$ являются функциями этих частот (индекс λ опущен, чтобы не загромождать формулы). Функция $F_{\text{посл}}(\omega/v)$ определена в [1] и для последовательности сгустков с гауссовским распределением заряда в каждом из них равна:

$$F_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right) = \exp\left(-\frac{\omega^2}{4v^2}\overline{\xi^2}\right)\frac{\sin(N\omega d/2v)}{\sin(\omega d/2v)}\cos\frac{\omega}{v}\left[z - vt - (N-1)\frac{d}{2}\right]. \quad (10)$$

Численный анализ полученных результатов. Расчеты продольной компоненты E_z поля черенковского излучения проводились как для единичного сгустка, так и для последовательности N сгустков по формулам (9а,б), (10). В качестве модели дисперсной среды, как и в [1], принята экстраполяционная модель для ε:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\varepsilon_0 - 1}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (11)$$

причем выбраны значения $\varepsilon_0 = 2{,}1$, $\tau = 7{,}22\cdot 10^{-13}$ сек., которые хорошо описывают диэлектрические свойства тефлона [1,3]. В расчетах использовались параметры пучка стенда Линус-20 ЕрФИ: $\gamma = 10$ ($\beta = 0{,}995$), число электронов в сгустке $3\cdot 10^9$ с гауссовским распределением заряда вдоль длины сгустка $\sqrt{\overline{\xi^2}} = 0{,}5$ см и радиусом сгустков $r_0 = 0{,}5$ см. Радиус волновода $a = 3{,}802$ см, радиус канала $b = 0{,}7$ см.

На рис.1 приведены расчеты поля черенковских волн E_z на оси волновода $r = 0$ (в канале) для единичного сгустка в зависимости от параметра $z - vt$.

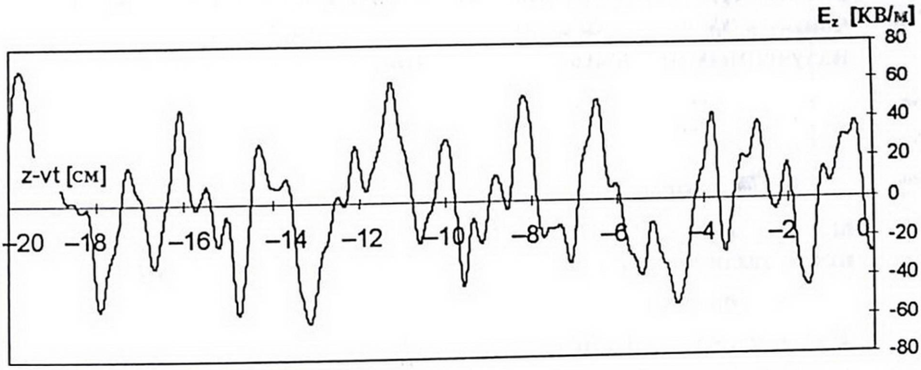

Рис.1. E_z-компонента поля излучения одиночного сгустка в канале в зависимости от $z-vt$ (см).

Как видно из рис.1, картина поля в волноводе с каналом имеет много общего с картиной поля в волноводе со сплошной средой (см.[1]). Наличие канала приводит к некоторому размыванию пиков и, что более существенно, к уменьшению величин напряженностей. Такой результат понятен, поскольку наличие канала еще более усиливает дисперсные свойства волновода.

На рис.2 и 3 приведено E_z вдоль радиуса волновода r(см) для двух значений $z-vt$. На рис.2 фиксировано значение $z-vt=-1{,}285$ см, что соответствует нулю E_z на оси волновода (см. рис.1). На рис.3 фиксировано значение $z-vt=-6{,}48$ см, что соответствует максимальному значению $E_z=49{,}8$ кВ/м на оси волновода (см. рис.1).

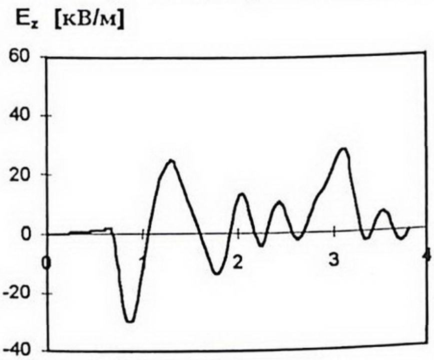

Рис.2. E_z-компонента поля излучения одиночного сгустка в поперечном сечении волновода ($z-vt=-1{,}285$ см).

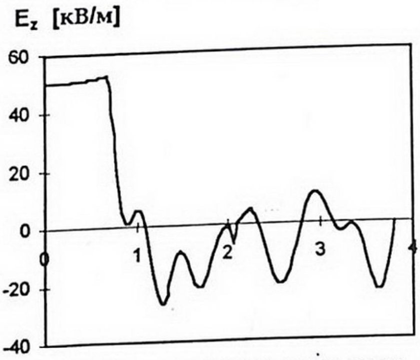

Рис.3. E_z-компонента поля излучения одиночного сгустка в поперечном сечении волновода ($z-vt=-6{,}48$ см).

Как видно из рис.2 и 3, поле излучения E_z в поперечном сечении канала практически однородно, его величина слабо растет от оси волновода к границе среды, и только вблизи этой границы претерпевает резкое изменение. Поле в среде имеет осциллирующий характер со значительными амплитудами даже в случае, когда на оси поле равно нулю (рис. 2).

Особый интерес представляет излучение периодической последовательности сгустков. Как следует из (9а,б) и (10), максимальное излучение можно ожидать при условии синфазного суммирования полей, излученных отдельными сгустками:

$$\frac{\omega_\lambda d}{2v} = \pi k\,, \quad k = 1,2,\ldots \tag{12}$$

Поскольку v/d равно частоте следования сгустков $\nu_{сл}$, то условие (12) означает, что синфазное суммирование, при котором напряженность поля может увеличиваться примерно в N раз, происходит на частоте излученной волны $\nu = \omega / 2\pi$, равной (при $k = 1$) или кратной (при $k \neq 1$) частоте следования сгустков. При заданной частоте следования сгустков ($\nu_{сл} = 2{,}793$ ГГц) можно с помощью формулы (8а) подобрать размеры волновода ($a = 3{,}802$ см) и канала ($b = 0{,}7$ см), при которых будет усиливаться первая мода черенковского излучения $\nu_1 = \nu_{сл}$. На рис.4 приведена напряженность поля E_z в одномодовом режиме для последовательности $N = 3000$ сгустков.

Как видно из рис.4, за последовательностью сгустков вдоль оси канала распространяется квазисинусоидальное колебание с длиной волны $\lambda \approx 10$ см, что соответствует частоте следования. Значительное число сгустков приводит к тому, что практически невозможно отличить эту волну от чистой синусоиды, т.е. эффективность излучения всех остальных мод практически сведена к нулю. Напряженность поля в максимуме достигает ~28.5 МВ/м. Заметим, однако, что в пучке Линус-20 содержатся 30000 таких сгустков, т.е. в действительности можно ожидать значения напряженности около 300 МВ/м. Таким образом, черенковский механизм является очень перспективным в смысле его использования при разработке двухпучковой схемы ускорения.

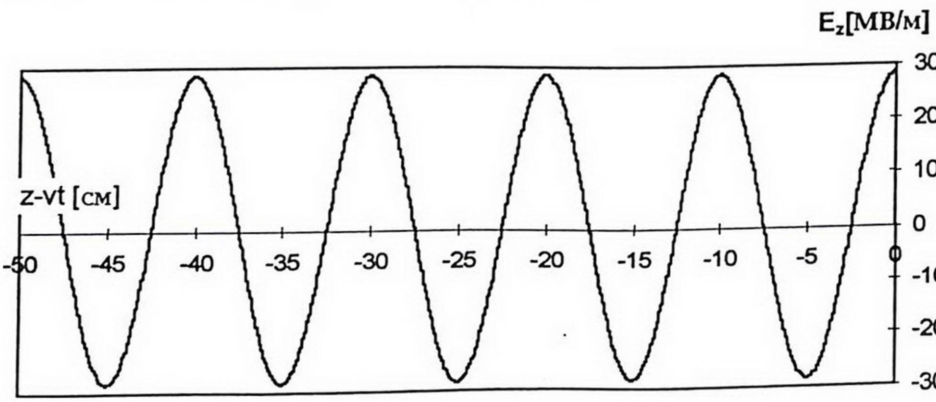

Рис.4. E_z-компонента поля излучения последовательности $N = 3000$ сгустков на оси канала в зависимости от параметра $z - vt$ (см).

На рис.5 приведено распределение напряженности поля E_z, создаваемого последовательностью $N = 3000$ сгустков вдоль радиуса волновода при фиксированном $z - vt = -2{,}49953$ см, что соответствует нулевому значению поля на оси.

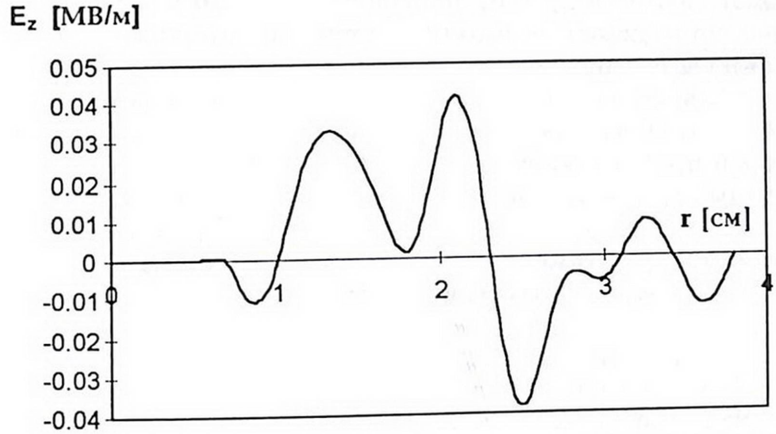

Рис.5. Распределение напряженности поля E_z (N = 3000) вдоль радиуса волновода в сечении $z - vt = -2{,}49953$ см.

Как видим, в сечениях, где напряженность поля обращается в ноль на оси, она отлична от нуля в среде, хотя значительно ниже максимальных значений напряженности на оси.

Представляется интересным исследовать распределение поля излучения последовательности сгустков для различных радиусов канала. При этом, чтобы сохранить условие синфазности излучения на частоте, равной частоте следования сгустков, выбираются соответствующие значения радиусов волновода, согласно (8а). На рис.6 кривым 1, 2, 3 и 4 соответствуют четыре пары значений b и a, причем рассматриваются случаи максимальных значений поля на оси.

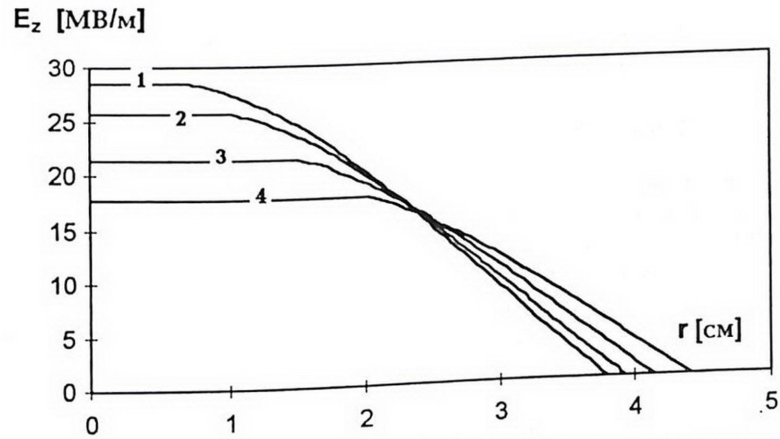

Рис.6. Распределение E_z вдоль радиуса волновода для четырех различных значений канала и радиуса волновода: 1. b = 0,7 см, a = 3,802 см; 2. b = 1 см, a = 3,909 см; 3. b = 1,5 см, a = 4,138 см; 4. b = 2 см, a = 4,412 см.

Как видим, напряженность поля на оси канала существенно увеличивается с уменьшением радиуса канала. В самом канале поле практически однородно: увеличение его вдоль радиуса относительно значения напряженности на оси канала составляет для кривых 1-4, соответственно, 0,036%, 0,078%, 0,225% и 0,4%. Поле в среде достаточно медленно спадает, достигая нуля на металлической стенке волновода. Такое поведение поля делает возможным схему двухпучкового ускорения с параллельными каналами.

Заключение. Проведенные исследования позволяют количественно описать поля черенковских волн в волноводе с дисперсной средой, в которой прорезан канал для уменьшения поляризационных потерь. Полученные результаты позволяют утверждать, что черенковский механизм является весьма перспективным для будущих двухпучковых схем ускорения, если при этом использовать периодическую последовательность сгустков с достаточно большим током.

Следует однако отметить, что в проведенном исследовании из рассмотрения выпала проблема учета потерь в среде и на стенках волновода. Такие потери, несомненно, уменьшат значения напряженностей. Эта проблема является предметом дальнейших исследований. Тем не менее, показанные выше высокие оценки (~300 МВ/м) позволяют надеяться на возможность получения высокого темпа ускорения в реальных структурах.

Работа выполнена при поддержке гранта МНТЦ А-087.

ЛИТЕРАТУРА

1. **А.С.Варданян, Э.Д.Газазян, А.Д.Тер-Погосян.** Особенности черенковского излучения в волноводе с дисперсной диэлектрической средой. Изв. НАН Армении, Физика, **34**, №1, 35 (1999).
2. **Б.М.Болотовский.** Теория эффекта Вавилова–Черенкова (III). УФН, **75**, вып.2, 295 (1961).
3. **Дж.К.Саусворт.** Принципы и применения волноводной передачи. М., Сов. Радио, 1955.

ՉԵՐԵՆԿՈՎՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՄԱՍԻՆ ԵՐԿՈՒ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՎ ՀԱՄԱՌԱՆՑՔ ԼՑՎԱԾ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ

Ա.Ս.ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Է.Դ.ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Ա.Դ.ՏԵՐ-ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Վերլուծված է լիցքավորված թանձրուկների պարբերական հաջորդականության չերենկովյան ճառագայթումը դիսպերսային միջավայրով լցված կլոր ալիքատարում, որում արված է անցք նրա առանցքի երկարությամբ՝ փոքրացնելու համար բևեռացման կորուստները: Ցույց է տրված, որ լիցքի մեծ խտություն ունեցող թանձրուկների թվի մեծ արժեքների և նրանց համափուլ ճառագայթման դեպքում ալիքատարում մակածվում են մեծ լարվածության էլեկտրական դաշտեր, ինչը հնարավոր է դարձնում արագացման երկփնջային մեխանիզմի իրականացումը:

ON THE CHERENKOV RADIATION IN THE WAVEGUIDE WITH THE CANAL IN THE MEDIUM FILLING THE WAVEGUIDE

A.S.VARDANIAN, E.D.GAZAZIAN, A.D.TER-POGOSSIAN

Theoretical and numerical analysis of the train of the charged particles cylindrical bunches Cherenkov radiation in the waveguide filled with the dispersive dielectric medium and with the canal cut along the axis of the waveguide to decrease the polarization losses are carried out. It is shown that the sufficiently high densities of the electric field are generated in the waveguide being suitable for the two-beam acceleration mechanism at the sufficiently high value of the number of the dense bunches radiating in phase.