

## ТОЧЕЧНАЯ ФОКУСИРОВКА ДИФРАГИРОВАННОЙ НА КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНКЕ ДВУМЕРНО $\delta$ -ОБРАЗНОЙ РЕНТГЕНОВСКОЙ ВОЛНЫ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ЗОННОЙ ПЛАСТИНКИ

Л.А. АРУТЮНЯН\*

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

\*e-mail: levhar@ysu.am

(Поступила в редакцию 29 июля 2022 г.)

Рассмотрена возможность двумерной фокусировки жесткого рентгеновского излучения, дифрагированной на идеальной кристаллической пластинке. Предполагается, что имеет место лаузская геометрия дифракции, а волна, падающая на кристаллическую пластинку, имеет  $\delta$ -образную форму по двум взаимно перпендикулярным направлениям тангенциальной к волновому вектору плоскости. В качестве фокусирующего элемента используется френелевская зонная пластина с эллиптическими зонами. Проведено численное моделирование фокусировки.

### 1. Введение

Представленная работа посвящена вопросам дифракции  $\delta$ -образной рентгеновской волны на недеформированной кристаллической пластинке при симметричной геометрии Лауз.

В работах [1–4] исследованы особенности перераспределения фазы падающей на недеформированную кристаллическую пластинку исходной сферической волны, фокусировки излучения в кристалле и в вакууме, а также рассмотрена взаимосвязь между указанными фокусами. Из этих исследований следует, что в случае симметричной лаузской дифракции исходной  $\delta$ -образной рентгеновской волны, в параксиальном приближении, отраженная от кристалла вакуумная рентгеновская волна, в плоскости рассеяния распространяется аналогично волне, излучаемой из точечного источника. Указанный источник расположен до ( $S'$ ) и после ( $S$ ) кристаллической пластинки, соответственно для сильноглощающейся и слабоглощающейся ветвей дисперсионной поверхности (см. Рис.1). Расстояния обоих источников от точки  $O'$  на выходной поверхности кристалла равны друг друга и составляют  $L_F = z\Gamma$ , где  $z$  – толщина кристалла, а

$$\Gamma = \frac{\sin \theta_B \sin 2\theta_B}{c|\chi_{hr}|}. \quad (1)$$

Здесь  $\theta_B$  – угол Брэгга,  $\chi_{hr}$  – Фурье коэффициент реальной части поляризумости

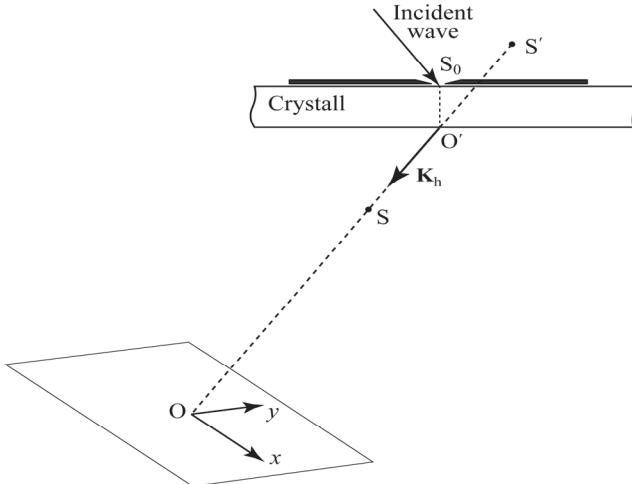


Рис.1. Схематическая картина дифракции исходной  $\delta$ -образной волны на кристаллической пластинке при геометрии Лауэ ( $L = OO'$ ,  $L_F = O'S = O'S'$ ).

криスタлла относительно вектора обратной решетки ( $\mathbf{h}$ ) рассматриваемого отражения,  $C$  – фактор поляризумости равной 1 и  $\cos 2\theta_B$ , соответственно для  $\sigma$  и  $\pi$  поляризаций.

По направлению перпендикулярном плоскости рассеяния, брэгговские дифракционные явления отсутствуют, и, следовательно, распространение вакуумной волны в плоскости перпендикулярной к плоскости рассеяния соответствует распространению сферической волны, излучаемого из точечного источника  $S_0$ .

Таким образом, отраженная волна имеет различные положения источника по направлениям  $Ox$  и  $Oy$ . В работах [5,6], для фокусировки такого излучения используются эллиптические зонные пластики.

## 2. Фокусировка отраженного излучения

Для описания отраженного вакуумного волнового поля введем прямоугольную координатную систему  $(x, y)$  в плоскости перпендикулярной волновому вектору отраженной волны. Пусть ось  $x$  параллельна, а ось  $y$  перпендикулярна плоскости рассеяния. Обозначим через  $L$  удаление точки  $x = y = 0$  от кристалла (см. Рис.1).

Согласно изложенному в предыдущем параграфе, фазовое распределение отраженного от кристаллической пластины волны в плоскости  $(x, y)$ , в параксиальном приближении, можно представить выражением

$$\Psi(x, y) \sim \exp \left\{ i \frac{\pi}{\lambda} \left( \frac{x^2}{L_x} + \frac{y^2}{L_y} \right) \right\}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – длина волны рентгеновского излучения,  $L_y \approx L$ ,  $L_x = L \mp L_F$  (верхний знак соответствует слабопоглощающейся ветви дисперсионной поверхности, а нижний – сильнопоглощающейся). Пусть в плоскости  $(x, y)$  расположена зонная пластина, а дифрагированная на нем волна фокусируется в точке  $Q$  оптической

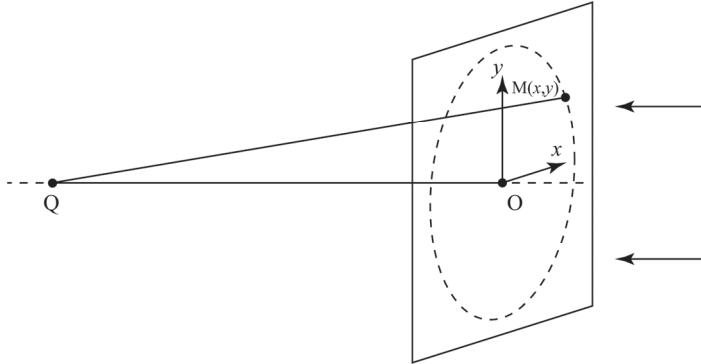


Рис.2. К вопросу о фокусировке отраженного излучения эллиптической зонной пластинкой, с коррекцией астигматизма ( $q = 0Q$ ).

оси, на расстоянии  $q$  от зонной пластиинки (см. Рис.2). В параксиальном приближении, для разности фаз двух лучей, пересекающихся в точке фокусировки  $Q$  и проходящие, один через точку  $M(x,y)$ , а другой – через точку  $O(0,0)$  зонной пластиинки, имеем

$$\Delta\Phi_Q(x, y) = \frac{\pi}{\lambda} \left( \frac{x^2}{L_x} + \frac{y^2}{L_y} \right) + \frac{2\pi}{\lambda} (MQ - OQ) = \frac{\pi}{\lambda} \left( \frac{x^2}{F_x} + \frac{y^2}{F_y} \right), \quad (3)$$

где

$$\frac{1}{F_x} = \frac{1}{L_x} + \frac{1}{q}, \quad \frac{1}{F_y} = \frac{1}{L_y} + \frac{1}{q}. \quad (4)$$

По аналогии с круглой френелевской зонной пластиинкой, внешние границы  $n$ -ой зоны определим из условий

$$\Delta\Phi_Q(x, y) = \pi n, \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (5)$$

что, при  $L_x > 0$ , приводит к семейству эллипсов

$$\frac{x^2}{R_{xn}^2} + \frac{y^2}{R_{yn}^2} = 1, \quad (6)$$

где  $R_{xn} = \sqrt{F_x \lambda n}$  и  $R_{yn} = \sqrt{F_y \lambda n}$  – полуоси эллипсов.

При  $L_x < 0$  (случай слабопоглощающей ветви дисперсионной поверхности, при  $L < L_F$ ), и  $q > |L_x|$ , имеем дело с гиперболической зонной пластиинкой, рассмотрение которого выходит за рамки настоящей работы.

### 3. Численное моделирование

Проведено численное моделирование двумерной фокусировки дифрагированной на кристаллической пластиинке рентгеновской волны с помощью выше представленной эллиптической френелевской зонной пластиинки. Падающий на кристалл рентгеновское поле является  $\delta$ -образной волной по двум взаимно перпендикулярным направлениям тангенциальной к волновому вектору плоскости. Для фокусировки используется пучок, отраженный по симметричной геометрии Лауз от недеформированной кристаллической пластиинки с умеренным поглощением ( $\mu t \leq 1$ , где  $\mu$  – линейный коэффициент поглощения кристалла, а  $t$  – толщина кристалла).

Дифракция рентгеновских лучей в кристалле описана численным решением уравнений Такагии [7] методом «Constant-step algorithm», представленной в работе [8]. Моделирование распространения рентгеновских волновых пакетов в вакууме основано на решении уравнении Гельмгольца методом двумерного преобразования Фурье [9]. В расчетах использованы следующие значения основных параметров эксперимента: длина волны рентгеновского излучения –  $\lambda = 0.1$  нм, отражение – Si(1,1,1), толщина кристаллической пластинки –  $t = 192.1$  мкм =  $6.5 \Lambda$ , где  $\Lambda = \lambda \cos \theta_B / (C|\chi_{hr}|)$  – экстинкционная длина. Рассмотрена слабопоглощающаяся ветвь дисперсионной поверхности. Мы ограничиваемся рассмотрением только  $\sigma$ -поляризаций, так что  $C = 1$ . При вышеотмеченных значениях параметров,  $L_F = 2.89$  м. Фокусные расстояния фазовой эллиптической зонной пластинки выбраны  $F_x = 4.44$  м и  $F_y = 4.77$  м, а полуоси эллипса –  $R_x = 210.6$  мкм и  $R_y = 218.5$  мкм. Количество френелевских зон – 100. Расстояние кристалл–зонная пластинка составляет  $L = 15$  м, а зонная пластинка–плоскость регистрации –  $q = 7$  м. Расчетное распределение интенсивности рентгеновского пучка вблизи фокусного пика приведена на Рис.3. Как видно из рисунка, FWHM пика интенсивности различна по направлениям осей  $x$  и  $y$ , и составляет, соответственно, 3.7 и 1.5 мкм.

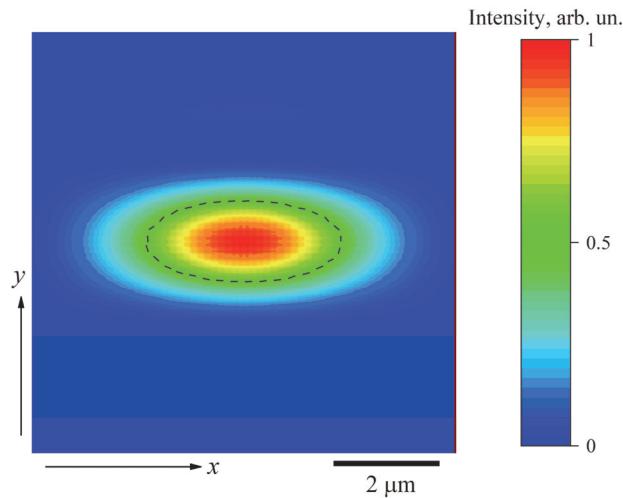


Рис.3. Расчетное распределение интенсивности вблизи фокусного пика.  
Пунктиром показан контур половины максимума интенсивности.

#### 4. Заключение

Таким образом показана, что с использованием эллиптической зонной пластики можно сфокусировать отраженной от кристаллической пластинки рентгеновское излучение, в случае точечного источника рентгеновских лучей расположенного на входной поверхности кристалла. Полученные результаты можно использовать в задачах рентгеновской микроскопии на основе кристаллических интерферометров [10,11].

Автор благодарит Л.В. Левоняну, за ценную консультацию.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А.М. Афанасьев, В.Г. Кон. ФТТ, **19**(6), 1775 (1977).
2. V.V. Aristov, V.I. Polovinkina, A.M. Afanas'ev, V.G. Kohn. Acta Cryst., **A36**, 1002 (1980).
3. V.L. Indenbom, I.S. Slobodetskii, K.G. Truni. Sov. Phys. JETP, **39**(3), 542 (1974).
4. Л.В. Левонян. Письма в ЖТФ, **7**(5), 269 (1981).
5. H. Ade, C.H. Ko, E. Anderson. Applied Physics Letters, **60**, 1040 (1992).
6. M. Lebugle, M. Liebi, K. Wakonig. Optics Express, **25**(18), 21145 (2017).
7. S. Takagi. Journal of the Physical Society of Japan, **26**(5), 1239 (1969).
8. Y. Epelboim. Materials Science and Engineering, **73**, 1 (1985).
9. J.W. Goodman. Introduction to Fourier Optics, New York: McGraw-Hill, 1996.
10. U. Bonse, M. Hart. Zeitschrift für Physik, **188**, 154 (1965).
11. K. Hirano, A. Momose. Jpn. J. Appl. Phys., **38**, L1556 (1999).

ԲՅՈՒՐԵՂԱԿԱՆ ԹԻԹԵՂԻ ՎՐԱ ԴԻՖՐԱԿՑՎԱԾ ԵՐԿՉԱՓ Ծ-ԶԵՎՔԻ  
ՈԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԱԼԻՔԻ ԿԵՏՍԱՅԻՆ ԿԻԶԱԿԵՏՈՒՄԸ  
ԷԼԻՊՏԱԿԱՆ ԳՈՏԻԱԿԱՆ ԹԻԹԵՂՈՎ

Լ.Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Դիտարկված է իդեալական բյուրեղական թիթեղի վրա կոշտ ռենտգենյան ձարագայթման երկչափ կիզակետման հնարավորությունը։ Ենթադրվում է, որ իրականանում դիֆրակցիայի Լաուէ երկրաշափությունը, իսկ բյուրեղական թիթեղի վրա ընկնող ալիքը, ունի ծ-ալիքի ձև ավիքային վեկտորին ուղղահայաց հարթության երկու փոխուղղահայաց ուղրություններով։ Որպես կիզակետող սարք, օգտագործվում է էլիպտական գոտիական թիթեղ։ Իրականացված է կիզակետման թվային մոդելավորում։

## POINT FOCUSING OF TWO-DIMENSIONAL $\delta$ -SHAPED X-RAY WAVE DIFFRACTED ON A CRYSTALLINE PLATE, USING AN ELLIPTICAL ZONE PLATE

L.A. HAROUTUNIAN

The possibility of the two-dimensional focusing of hard X-rays, diffracted on an ideal crystalline plate is considered. It is assumed, that the Laue geometry of diffraction is take place, and the wave incident on crystalline plate, in the wave-front plane is  $\delta$ -shaped in both directions: parallel and perpendicular of reflection plane. The Fresnel zone plate with elliptical zones is used as a focusing device. A numerical simulation of the focusing is carried out.